

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет кораблебудування
імені адмірала Макарова

О. М. ВЛЯЛЬКО, Ю. К. ГРЕШНОВ

**ПОСТУПАЛЬНИЙ ТА ОБЕРТАЛЬНИЙ РУХИ
ТВЕРДОГО ТІЛА**

Методичні вказівки
для підготовки та тест-контролю

Рекомендовано Методичною радою НУК

Миколаїв 2009

УДК 531.31

Влялько О.М., Грешнов Ю.К. Поступальний та обертальний рухи твердого тіла: Методичні вказівки для підготовки до практичних занять та тест-контролю. – Миколаїв: НУК, 2009. – 28 с.

Кафедра теоретичної механіки

При вивченні за вимогами кредитно-модульної системи дисципліни „Теоретична механіка” ці методичні вказівки дають змогу студенту самостійно підготуватися та здати модуль „Поступальний та обертальний рухи твердого тіла” з розділу кінематики твердого тіла.

Посібник містить основні поняття та теоретичні залежності між параметрами обертального руху, питання та задачі для тест-контролю, 288 варіантів-схем для контрольних завдань та приклади виконання контрольного завдання.

Рецензент канд. фіз.-мат. наук, доц. В.П.Фролов

Згідно з наказом ректора НУК № 08 від 09.01.2008 методичні вказівки публікуються в авторській редакції і відповідальність за їх редагування несе автор.

© Видавництво НУК, 2009

1. ПОСТУПАЛЬНИЙ РУХ ТВЕРДОГО ТІЛА

Основні поняття

Тверде тіло та його властивості.

Абсолютно твердим тілом називається тіло, у якого відстань між двома довільними точками є незмінною.

Ступені вільності – це незалежні параметри, що визначають положення твердого тіла відносно даної системи відліку.

Рух твердого тіла залежить від в'язей, накладених на це тіло, бо від них залежать ступені вільності, які позначимо S . Тверде тіло може здійснювати 5 видів руху:

1. поступальний, $S = 3$;
2. обертальний, $S = 1$;
3. плоско паралельний, $S = 3$;
4. сферичний, $S = 3$;
5. вільний, $S = 6$.

Поступальний та обертальний називаються простими рухами. В кінематиці доводиться, що плоско паралельний, сферичний та вільний рухи розкладаються на прості рухи.

Розглянемо важливу властивість твердого тіла. Візьмемо на твердому тілі дві вільні точки A і B (рис. 1). Так, як довжина відрізка AB в процесі руху не може змінюватися, то наслідком цієї властивості буде теорема Грасгофа: *при будь-якому русі твердого тіла проекції швидкостей точок на пряму, що з'єднує ці точки, однакові.*

Для доведення теореми візьмемо залежність між радіусами-векторами точок A і B :

$$\overline{r_B} - \overline{r_A} = \overline{AB}.$$

Запишемо для обох частин скалярний квадрат

$$(\overline{r_B} - \overline{r_A})(\overline{r_B} - \overline{r_A}) = (\overline{AB})^2 = \text{const}.$$

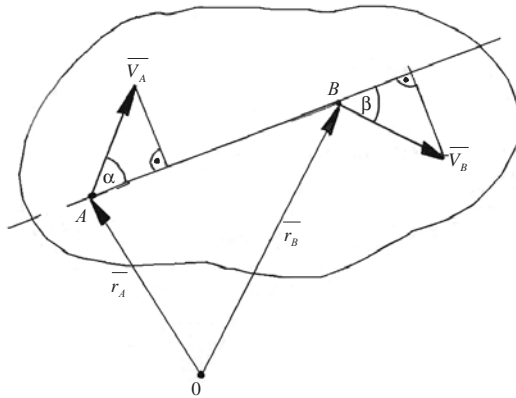


Рис. 1

Якщо здиференціювати це рівняння за часом, то отримаємо:

$$2(\overline{r_B} - \overline{r_A})\left(\frac{d\overline{r_B}}{dt} - \frac{d\overline{r_A}}{dt}\right) = 0.$$

В цьому рівнянні замінімо:

$$\overline{r_B} - \overline{r_A} = \overline{AB}, \quad \frac{d\overline{r_B}}{dt} = \overline{V_B}, \quad \frac{d\overline{r_A}}{dt} = \overline{V_A}, \quad \text{тоді } \overline{AB}(\overline{V_B} - \overline{V_A}) = 0,$$

$$\text{або } \overline{AB} \cdot \overline{V_B} = \overline{AB} \cdot \overline{V_A}.$$

Якщо розкрити скалярні добутки та скоротити на $|\overline{AB}|$, то отримаємо

$$V_B \cos \beta = V_A \cos \alpha.$$

Теорема доведена. Фізичний зміст цієї теореми такий.

Уявімо, що проекції швидкостей точок A і B на відрізок AB різні. Це означало б, що в процесі руху відстань між точками A і B змінювалась. Але це неможливо для абсолютно твердого тіла.

Очевидно, що всі точки тіла, які належать прямій AB , мають однакові проекції швидкостей на цю пряму.

Слід відмітити, що абсолютно тверде тіло це ідеальна модель, бо не існує в природі абсолютно твердих тіл.

Всі реальні тіла, що беруть участь в механічному процесі під дією сил, деформуються, тобто змінюють форму.

Але ця зміна, як правило, для більшості механічних процесів настільки мала, що не впливає на рух тіла і тому, для нього вірна гіпотеза про абсолютно тверде тіло.

Поступальним рухом твердого тіла зветься такий рух, коли будь-який відрізок, що з'єднує дві точки тіла рухається паралельно сам собі.

Теорема. При поступальному русі твердого тіла його точки мають однакові траєкторії і в кожний момент часу рівні вектори швидкостей та прискорень.

Нехай відрізок AB (рис. 2) з'єднує дві довільні точки тіла, яке рухається поступально. Положення кожної з цих точок можна визначити радіусами-векторами $\overline{r_A}$ та $\overline{r_B}$. Крім того, положення точки A можливо визначити радіусом-вектором \overline{AB} , сталим за величиною та напрямом. Дійсно, \overline{AB} сталий за величиною, так як з'єднує дві точки абсолютно твердого тіла. Оскільки за визначенням поступального руху \overline{AB} залишається паралельним сам собі, то його напрям не змінюється. Тоді із векторного рівняння $\overline{r_B} = \overline{r_A} + \overline{AB}$ виходить, що траєкторія точки B створюється із траєкторії точки A паралельним переносом її вздовж сталого вектору \overline{AB} . Якщо продиференціювати векторне рівняння по часу, одержимо

$$\frac{d\overline{r_B}}{dt} = \frac{d\overline{r_A}}{dt} + \frac{d\overline{AB}}{dt}.$$

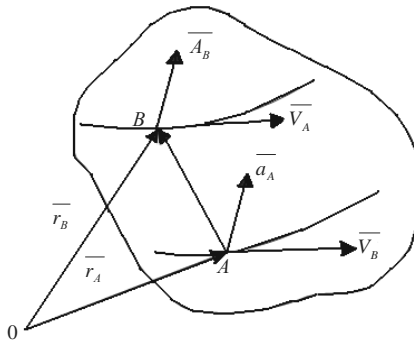


Рис. 2

Але $\frac{d\overline{AB}}{dt} = 0$, то $\overline{AB} = \text{const}$, звідки виходить

$$\frac{d\overline{r}_B}{dt} = \frac{d\overline{r}_A}{dt}, \quad \overline{V}_B = \overline{V}_A.$$

Якщо продиференціювати другий раз, тоді одержимо

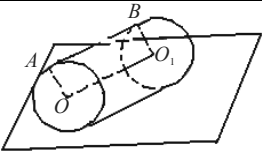
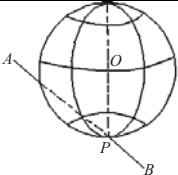

$$\frac{d^2\overline{r}_B}{dt^2} = \frac{d^2\overline{r}_A}{dt^2}; \quad \overline{a}_B = \overline{a}_A.$$

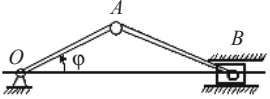
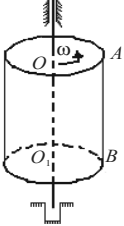
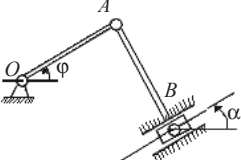
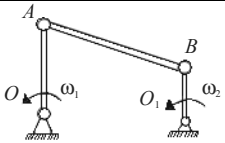
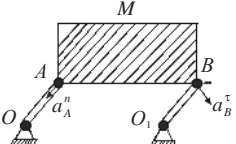
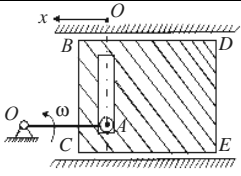
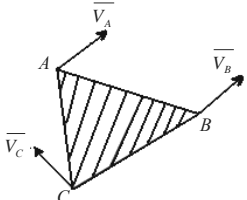
Таким чином теорема доведена.

Рівняннями поступального руху тіла є рівняння руху будь-якої його точки, бо всі точки рухаються однаково. Наприклад, відомі рівняння руху точки A : $X_A = X_A(t), Y_A = Y_A(t), Z_A = Z_A(t)$. Тоді рівняннями руху точки B будуть $X_B = X_A(t) + C_1, Y_B = Y_A(t) + C_2, Z_B = Z_A(t) + C_3$, де C_1, C_2, C_3 – сталі проекції радіуса-вектора \overline{AB} , на нерухомі вісі координат.

Якщо траєкторії та прискорення не однакові, а швидкості рівні тільки в деякий момент часу, тоді рух тіла зветься **миттєво поступальним**.

Тест-контроль

1		Циліндр котиться без ковзання по площині. Зазначити геометричні елементи циліндра, які здійснюють поступальний рух.
2		Куля котиться вздовж прямої AB механізму. Зазначити геометричні елементи кулі, що рухаються поступально.
3		Який рух здійснює ланка AB механізму: поступальний чи миттєво поступальний, якщо $OA = O_1B$? Обґрунтувати висновок.

<p>4</p> 	<p>При якому значенні кута φ ланка AB буде рухатися миттєво поступально? Чому це не поступальний рух?</p>
<p>5</p> 	<p>Циліндр обертається навколо осі OO_1. Який рух здійснює твірка циліндра AB?</p>
<p>6</p> 	<p>При якому значенні кута φ ланка AB буде рухатись миттєво поступально?</p>
<p>7</p> 	<p>Відомо, що $AO = 3O_1B$. Чому дорівнює відношення ω_2/ω_1 для даного положення механізму?</p>
<p>8</p> 	<p>Відомі прискорення: $a_A^n = 3 \text{ м/с}^2$, $a_B^\tau = 4 \text{ м/с}^2$. Визначити повне прискорення точки M.</p>
<p>9</p> 	<p>Ланка OA починає обертання з кутовою швидкістю $\omega = \text{const}$. Визначити закон поступального руху тіла $BEDC$, якщо довжина OA дорівнює l.</p>
<p>10</p> 	<p>Чи можливий рух твердої фігури ABC в площині рисунку, якщо $\vec{V}_A = \vec{V}_B \neq \vec{V}_C$?</p>

2. ОБЕРТАЛЬНИЙ РУХ ТВЕРДОГО ТІЛА НАВКОЛО НЕРУХОМОЇ ВІСІ

Основні поняття:

Обертанням твердого тіла навколо нерухомої вісі зветься такий його рух, при якому точки, що належать деякій прямій, залишаються нерухомими. Ця пряма має назву вісь обертання. На рисунку це вісь Z (рис. 3).

Лінійний кут φ двостінного кута, який створений рухомою площиною P , що рухається з тілом, нерухомою площиною H , має назву **кут обертання**.

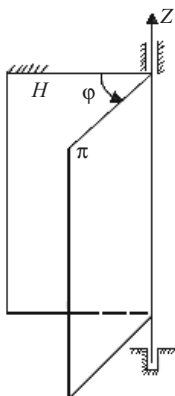


Рис. 3

Законом обертання зветься залежність кута обертання від часу:

$$\varphi = f(t) \text{ рад.}$$

Алгебраїчною кутовою швидкістю тіла (або просто кутовою швидкістю) зветься похідна від кута обертання по часу:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \text{ с}^{-1} \text{ або рад/с.}$$

Алгебраїчним кутовим прискоренням тіла (або просто кутовим прискоренням) зветься похідна від кутової швидкості по часу:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \text{ с}^2 \text{ або рад/с}^2.$$

В техніці швидкість обертання характеризується **частотою обертання**, яка являє собою кількість обертів за хвилину n (об/хв).

Залежність між кутовою швидкістю та частотою обертання

$$\omega = \frac{\pi n}{30}.$$

Величини φ , ω , ε зуться **кутовими параметрами тіла**. Вони додатні, якщо орієнтовані проти годинникової стрілки, дивлячись з кінця вісі обертання.

Можливі такі випадки:

- $\omega = \text{const} \rightarrow \varepsilon = 0$ – рівномірне обертання;
- $\varepsilon = \text{const} \neq 0$ – рівнозмінне обертання;
- $\varepsilon > 0, \omega > 0$ – прискорення обертання у додатньому напрямку;
- $\varepsilon < 0, \omega < 0$ – прискорене обертання у від'ємному напрямку;
- $\varepsilon < 0, \omega > 0$ – сповільнене обертання у додатньому напрямку;
- $\varepsilon > 0, \omega < 0$ – сповільнене обертання у від'ємному напрямку.

Лінійні параметри точки обертального тіла (рис. 4).

Лінійна швидкість $V = \omega R$ (м/с).

Дотичне (тангенціальне) прискорення $a_\tau = \varepsilon R$ (м/с²).

Нормальне (доцентрове) прискорення $a_n = \omega^2 R$ (м/с²).

Повне прискорення $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$ (м/с²).

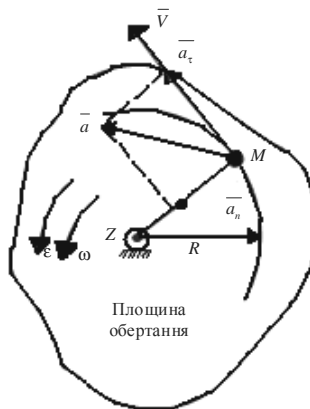


Рис. 4

Векторні уявлення параметрів обертального руху (рис. 5).

Вектор кутової швидкості за модулем дорівнює ω і спрямован вздовж вісі обертання з будь-якої її точки таким чином, щоб з його кінця обертання спостерігалось проти годинникової стрілки.

Вектор кутового прискорення за модулем дорівнює ϵ і спрямован вздовж вісі обертання з будь-якої її точки таким чином, щоб з його кінця прискорювальний ефект спостерігався проти годинникової стрілки.

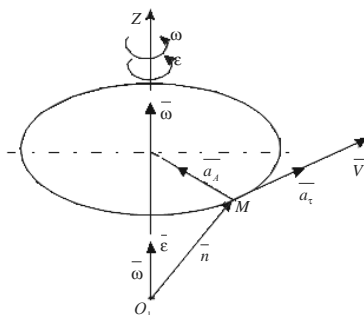


Рис. 5

Якщо \vec{r} – радіус-вектор точки M обертового тіла, який проведено з будь-якої точки O вісі обертання, тоді векторні уявлення лінійних параметрів точки M такі:

вектор лінійної швидкості $\vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{r}$;

вектор дотичного прискорення $\vec{a}_\tau = \vec{\omega} \times \vec{r}$;

вектор нормального прискорення $\vec{a}_n = \vec{\omega} \times \vec{V}$.

3. ТЕСТ-КОНТРОЛЬ ЗА ТЕМОЮ “КУТОВІ ПАРАМЕТРИ ОБЕРТАННЯ”

-
1. Тіло обертається навколо нерухомої вісі за законом $\varphi = \sin 0,5\pi t$.
Визначити кутове прискорення тіла для часу $t = 1$ с.
 2. Тіло робить обертальні коливання навколо нерухомої вісі за законом $\varphi = 0,5 \sin 2\pi t$.
Визначити кутову швидкість тіла для часу $t = 0,125$ с.
 3. Деталь обертається навколо нерухомої вісі за законом $\varphi = 2\pi \cos \pi t^2$.
Визначити кут обертання деталі для часу $t = 2$ с.

4. При пуску ротор електродвигуна обертається за законом $\varphi = \pi t + \pi e^{-t}$. Визначити кутову швидкість ротора для моменту часу $t = 2$ с.

5. При обертанні ротора кутова швидкість змінюється за законом $\omega = 6\pi(4t + e^{-0,01t} \sin \pi t)$. Визначити кутове прискорення для моменту $t = 100$ с.

6. При рівномірному обертанні маховик робить чотири оберта за секунду. За який час маховик обернеться на кут $\varphi = 24\pi$?

7. Кутова швидкість тіла змінюється за законом $\omega = -8t$. Визначити кут обертання тіла для моменту $t = 3$ с, якщо для $t = 0$ кут обертання $\varphi_0 = 5$ рад.

8. Ротор електродвигуна в рівноприскореному обертанні зробив за перші 5 секунд 100 обертів. Визначити кутове прискорення ротора.

9. Частота обертання маховика за час $t = 10$ с зменшилась в три рази і дорівнює 30 об/хв. Визначити кутове прискорення, якщо маховик обертався рівносповільнено.

10. Кутова швидкість маховика змінюється за законом $\omega = \pi(6t - t^2)$. Визначити час $t > 0$ зупинки маховика.

11. Тіло обертається навколо нерухомої вісі за законом $\varphi = t^3 + 2$. Визначити кутову швидкість тіла без моменту часу, коли кут обертання $\varphi = 10$ рад.

12. Тіло обертається навколо нерухомої вісі згідно закону $\varphi = 4 + 2t^3$. Визначити кутове прискорення тіла в момент часу, коли кутова швидкість $\omega = 6$ рад/с.

13. Кутова швидкість тіла змінюється за законом $\omega = 2 - 8t^2$. Визначити час зупинки тіла.

14. Кутове прискорення тіла змінюється за законом $\varepsilon = 2t^2$. Визначити кутову швидкість тіла в момент часу $t = 4$ с, якщо при $t = 0$ кутова швидкість дорівнює нулю.

15. Кутове прискорення тіла змінюється за законом $\varepsilon = 2t^3$. Визначити кутову швидкість тіла для моменту $t = 2$ с, якщо для $t = 0$ кутова швидкість $\omega_0 = 2$ рад/с.

16. Дати характеристику обертанню тіла за такими рівняннями:

1. $\varphi = 3t$ рад.

2. $\varphi = -5t$ рад.

3. $\varphi = 7t^2$ рад.

4. $\varphi = -8t^2$ рад.

17. Дати характеристику обертанню тіла в дану мить, якщо:

1. $\omega = 2 \text{ с}^{-1}$, $\varepsilon = -5 \text{ с}^{-2}$.

2. $\omega = 5 \text{ с}^{-1}$, $\varepsilon = 3 \text{ с}^{-2}$.

3. $\omega = -2 \text{ с}^{-1}$, $\varepsilon = -5 \text{ с}^{-2}$.

4. $\omega = -2 \text{ с}^{-1}$, $\varepsilon = 3 \text{ с}^{-2}$.

18. За даним законом обертання визначити час, коли тіло не змінює кутову швидкість:

1. $\varphi = 2t^2 - 2t^3$ рад. 3. $\varphi = -3t^2 + 4t^3$ рад.

2. $\varphi = -3t^2 + 4t^3$ рад. 4. $\varphi = 3 \cos 2t$ рад.

19. За даним законом обертання визначити час, коли тіло змінює напрям обертання:

1. $\varphi = 2t - 3t^2$ рад. 3. $\varphi = -3t^2 + 4t^3$ рад.

2. $\varphi = 2t^2 - 3t$ рад. 4. $\varphi = 3 \cos 2t$ рад.

20. Дати характеристику обертанню тіла для часу: $t_1 = 1 \text{ с}$; $t_2 = 2 \text{ с}$, якщо:

1. $\varphi = 5t - 2t^2$ рад. 3. $\varphi = 6t^2 - 2t^3$ рад.

2. $\varphi = -5t + 2t^2$ рад. 4. $\varphi = 3t^2 - 2t^3$ рад.

4. ТЕСТ-КОНТРОЛЬ ЗА ТЕМОЮ “ЛІНІЙНІ ПАРАМЕТРИ ТОЧКИ”

1. Маховик обертається зі сталою частотою, що дорівнює $n = 90$ об/хв. Визначити прискорення точки маховика на відстані $0,043 \text{ м}$ від вісі обертання.

2. Тіло обертається навколо нерухомої вісі згідно закону $\varphi = 2t^2$. Визначити нормальне прискорення точки тіла на відстані $r = 0,2 \text{ м}$ від вісі в момент часу $t = 2 \text{ с}$.

3. Нормальне прискорення точки на ободі диску дорівнює $6,4 \text{ м/с}^2$. Визначити кутову швидкість ω цього диску, якщо його радіус $R = 0,4 \text{ м}$.

4. Тіло обертається згідно закону $\varphi = 2t^3$. В момент часу $t = 2 \text{ с}$ визначити дотичне прискорення точки тіла на відстані від вісі обертання $r = 0,2 \text{ м}$.

5. Кутова швидкість тіла змінюється за законом $\omega = 2t^2$ рад/с. Визначити дотичне прискорення точки тіла на відстані $r = 0,2 \text{ м}$ від вісі для моменту $t = 2 \text{ с}$.

6. Тіло обертається навколо вісі за законом $\varphi = t^2$ рад. Визначити швидкість точки на відстані $r = 0,5 \text{ м}$ від вісі для моменту часу, коли кут обертання $\varphi = 25$ рад.

7. Тіло обертається рівнозмінно з кутовим прискоренням $\epsilon = 5$ рад/с². Визначити швидкість точки на відстані $r = 0,2 \text{ м}$ від вісі в момент $t = 2 \text{ с}$, якщо в момент $t = 0$ кутова швидкість $\omega_0 = 0$.

8. Вантаж підіймається за допомогою лебідки, барабан якої обертається згідно закону $\varphi = 5 + 2t^2$. Визначити швидкість точки на ободі барабану в момент $t = 1 \text{ с}$, якщо діаметр $d = 0,6 \text{ м}$.

9. Кутова швидкість балансиру механічного годинника змінюється за законом $\omega = \pi \sin 4\pi t$. Визначити у сантиметрах у секунду швидкість точки балансиру на відстані $h = 6 \text{ мм}$ від вісі в момент $t = 0,125 \text{ с}$.

10. Швидкість точки тіла на відстані $r = 0,2 \text{ м}$ від вісі обертання змінюється за законом $V = 4t^2$ м/с. Визначити кутове прискорення тіла в момент $t = 2 \text{ с}$.

11. В даний момент кутова швидкість ротору електродвигуна $\omega = 3\pi$, а кутове прискорення $\epsilon = 8\pi$. Визначити прискорення точки ротору на відстані $r = 0,04 \text{ м}$ від вісі обертання.

12. Тіло обертається згідно закону $\varphi = 1 + 4t$. Визначити прискорення точки тіла на відстані $r = 0,2 \text{ м}$ від вісі.

13. Кутова швидкість тіла змінюється за законом $\omega = 1 + t$. Визначити прискорення точки цього тіла на відстані $r = 0,2 \text{ м}$ від вісі обертання в момент $t = 2 \text{ с}$.

14. Махове колесо в даний момент має кутове прискорення $\epsilon = 20\pi$, а його точка на відстані 5 см від вісі має прискорення $a = 8\pi \text{ см/с}^2$. Визначити нормальне прискорення цієї точки.

15. Прискорення точки на ободі диску, що обертається навколо нерухомої вісі дорівнює 4 м/с^2 . Визначити кутову швидкість цього диску якщо його радіус $R = 0,5 \text{ м}$, а кут між вектором прискорення і радіусом обертання точки $\alpha = 60^\circ$.

5. ПЕРЕДАТОЧНІ МЕХАНІЗМИ

Основні поняття

Передаючі механізми існують для передачі обертання від одного валу, який має назву *ведучий*, до іншого, який зветься *ведомий*.

Якщо передача обертання здійснюється за допомогою зубчастих колес, тоді вона має назву *зубчаста*.

Якщо обертання передається силою тертя на поверхні колес, тоді передача зветься *фрикційною* (від англійського слова friction – тертя). До цього типу належать також ремінні передачі.

Відношення кутової швидкості ведучого колеса до кутової швидкості ведомого має назву *передатне число*:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2}.$$

Зубчасті передачі в точці контакту не мають прослизання в дотичному напрямку, а тому лінійні швидкості точок m і n однакові (рис. б):

$$V_M = V_N; \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2; \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}; i = \frac{r_2}{r_1}$$

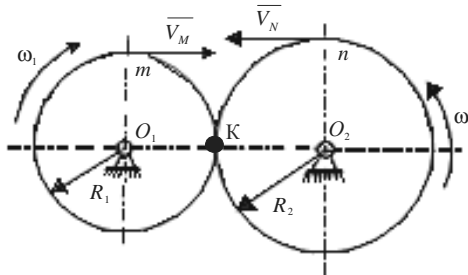


Рис. б

У фрикційних передачах в точці К відбувається прослизання, а тому

$$V_m > V_n, \text{ або } V_n = V_m(1 - \alpha), \omega_2 r_2 = \omega_1 r_1(1 - \alpha); i = \frac{r_2}{r_1(1 - \alpha)},$$

де α – коефіцієнт відносного прослизання.

Механізм, який основними елементами має зубчасті колеса і який перетворює кутову швидкість обертання має назву **коробка передач**, або коробка швидкостей. У коробці передач швидкість можна змінювати ступінчасто.

Механізм, який зменшує кутову швидкість має назву **редуктор** (від англійського слова reduce – знижувати).

Механізм, який збільшує кутову швидкість зветься **мультиплікатор** (від англійського слова multiply – збільшувати).

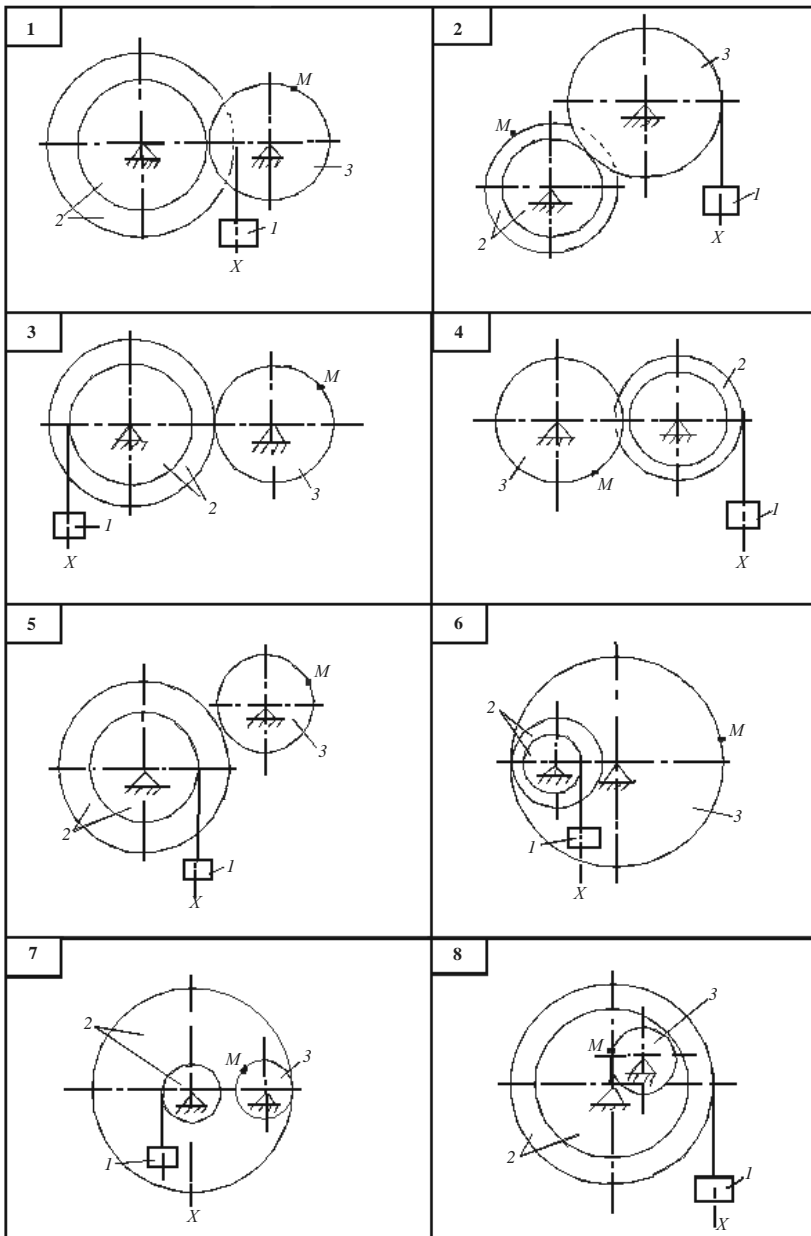
Існують механізми фрикційного типу які кутову швидкість можуть змінювати плавно. Вони зветься **варіаторами** (від англійського слова variation – зміна).

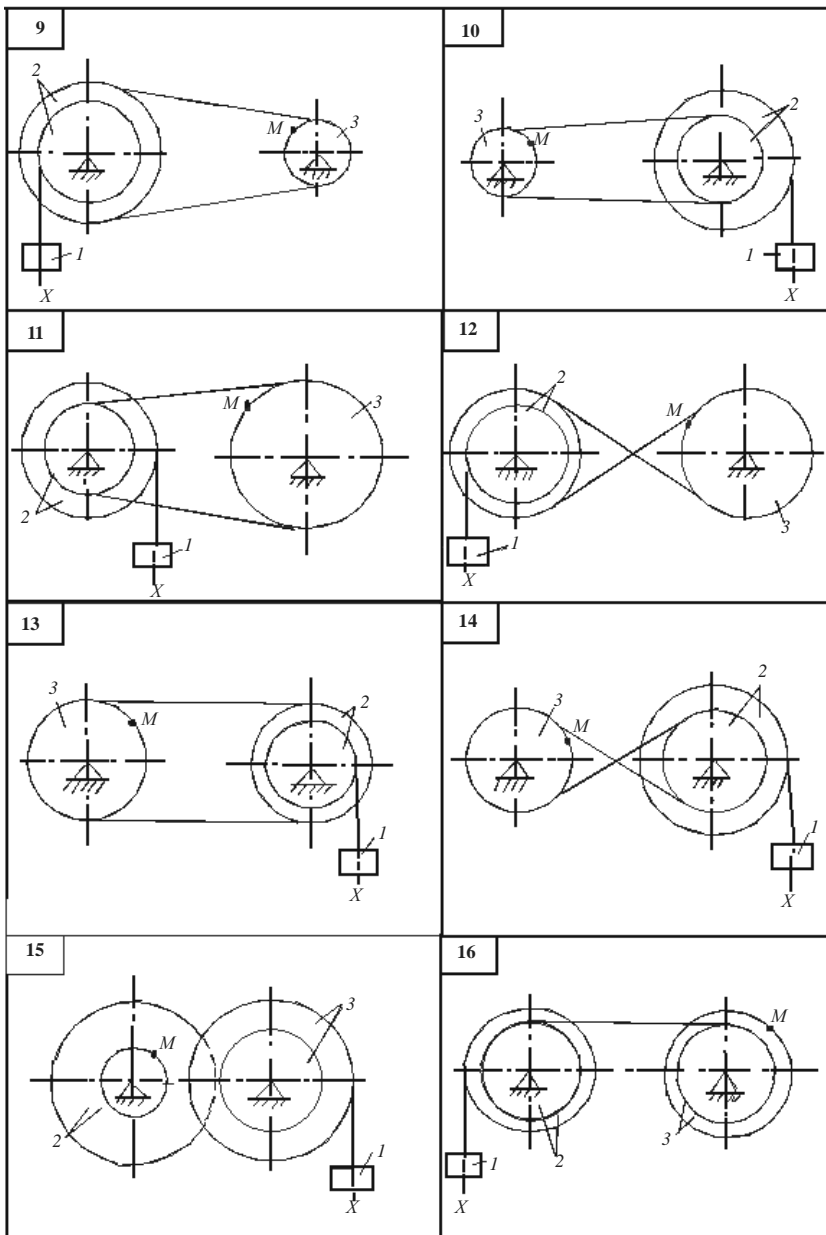
Тестовий контроль по кінематиці передаточних механізмів.

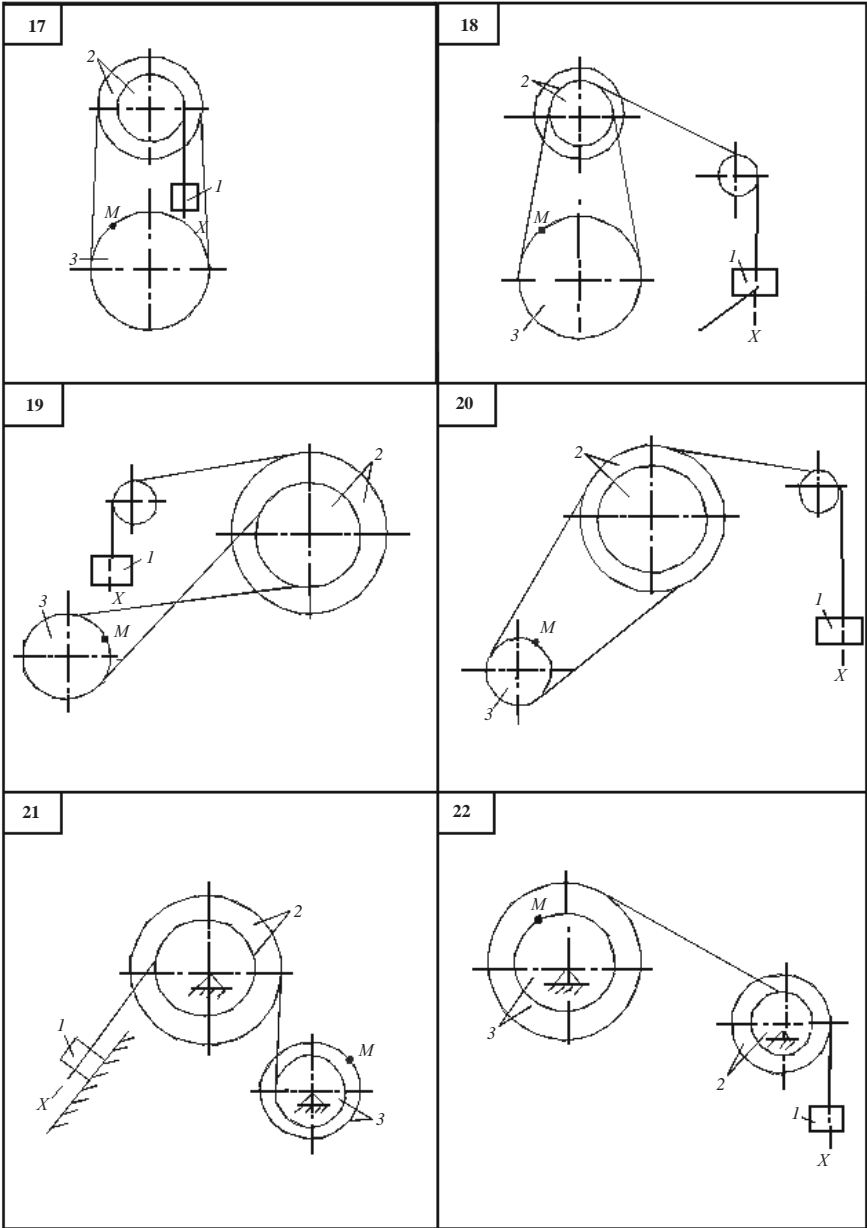
Далі наведенні 24 схеми механізмів, в кожній із них може бути застосовано будь-які з 12 умов, вказаних у табл.1. Таким чином всього буде 288 варіантів тестових завдань. Числові параметри до схеми наведено у табл.2.

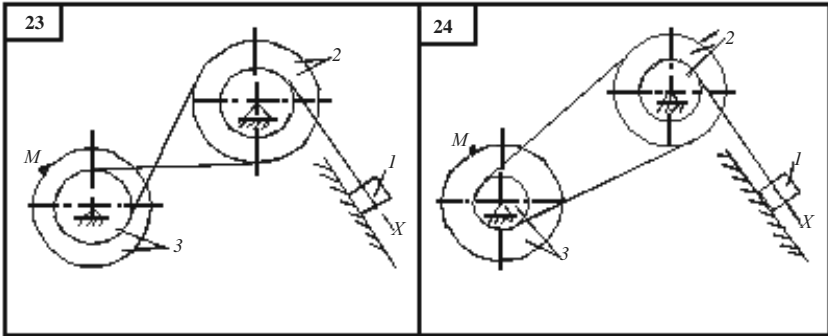
В завданнях прийнято такі позначення: x_1, V_1, a_1 – відповідно координата, швидкість та прискорення тіла 1; $\varphi_2, \omega_2, \varepsilon_2$ – відповідно кут обертання, кутова швидкість та прискорення тіла 2; $\varphi_3, \omega_3, \varepsilon_3$ – те ж для тіла 3.

Для точки M : S_M – дугова координата; V_M – швидкість; $a_{M\tau}$ – дотичне прискорення; a_{Mn} – нормальне прискорення; a_M – повне прискорення.









Напрями руху та прискорювального ефекту вибрати самостійно. У випадках коли це необхідно, прийняти нульові початкові умови. Вважати, що прослизання при передачі руху відсутнє.

Таблиця 1

Номер умови	Дано	Визначити, як функції часу
1	$\varphi_2 = 5t^2$ рад	a_1, a_M
2	$V_1 = 2t$ см/с	a_M, S_M
3	$a_1 = 3$ см/с ² = const	ω_3, a_M
4	$V_M = 2t$ см/с	x_1, ε_2
5	$\omega_3 = 3t$ с ⁻¹	a_1, x_1
6	$\varepsilon_2 = 2$ с ⁻² = const	V_1, S_M
7	$x_1 = 50t^2$ см	φ_3, a_M
8	$\omega_2 = 4t$ с ⁻¹	x_1, S_M
9	$a_{Mn} = 40t^2$ см/с ²	a_1, ω_2
10	$a_{M\tau} = 50$ см/с ² = const	φ_2, V_1
11	$S_M = 20t^2$ см	ε_2, V_1
12	$\varepsilon_3 = 2$ с ⁻² = const	V_M, τ_1

Таблиця 2

Номер схеми	Радіуси, см				Номер схеми	Радіуси, см			
	R_2	r_2	R_3	r_3		R_2	r_2	R_3	r_3
1	60	45	36	–	14	20	15	15	–
2	80	–	60	45	15	15	10	20	–
3	100	60	75	–	16	20	15	10	–
4	58	45	60	–	17	15	10	20	–
5	100	60	30	–	18	25	15	10	–
6	45	35	105	–	19	20	10	30	10
7	35	10	10	–	20	32	16	32	16
8	40	30	15	–	21	40	30	30	15
9	40	25	20	–	22	30	15	40	20
10	20	15	10	–	23	40	18	40	18
11	30	20	40	–	24	40	20	40	15
12	15	10	15	–	25	25	20	50	25
13	15	10	15	–					

6. ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ТЕСТОВОГО ЗАВДАННЯ ПО КІНЕМАТИЦІ ПЕРЕДАТОЧНИХ МЕХАНІЗМІВ

По даному закону руху тіла 1 $x_1 = 10t^2$ см визначити повне прискорення точки M , якщо $r_2 = 6$ см, $R_2 = 10$ см та $R_3 = 12$ см (рис.6).

Ця задача може бути розв'язана багатьма способами, з яких розглянемо два.

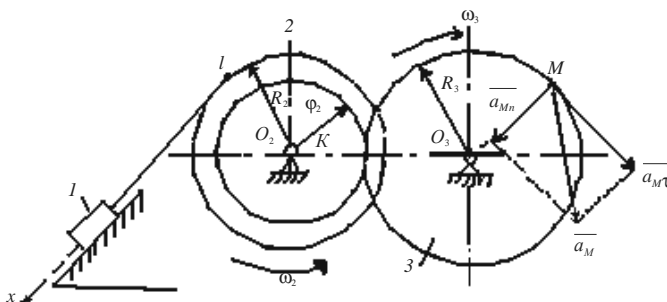


Рис. 7

Спосіб 1. Із того, що трос не розтягується, та не прослизає по більшому ободові колеса 2 дугова координата точки l та координата вантажа 1 однакові $S_l = x_1 = 40t^2$ см.

$$\text{Закон обертання колеса 2 має вигляд } \varphi_2 = \frac{S_l}{R_2} = \frac{40t^2}{10} = 4t^2 \text{ рад.}$$

$$\text{Дугова координата точки } K \ S_K = r_2\varphi_2 = 6 \cdot 4t^2 = 24t^2 \text{ см.}$$

В точці контакту K відсутнє прослизання, тому $S_M = S_K$. Таким чином рух точки M буде заданий натуральним засобом і можна використати формули кінематики точки:

– лінійна швидкість точки M

$$V_M = \frac{dS_M}{dt} = 48t \text{ см/с;}$$

– дотичне прискорення точки M

$$a_{M\tau} = \frac{dV_M}{dt} = 48 \text{ см/с}^2;$$

– нормальне прискорення

$$a_{Mn} = \frac{V_M^2}{R_3} = \frac{(48t)^2}{12} = 192t^2 \text{ см/с}^2;$$

– повне прискорення

$$a_M = \sqrt{a_{Mn}^2 + a_{M\tau}^2} = 48\sqrt{16t^4 + 1} \text{ см/с}^2.$$

Спосіб 2. Визначим швидкість тіла 1

$$V_1 = \frac{dx_1}{dt} = 80t \text{ см/с.}$$

Із того, що трос не розтягується та не прослизає по більшому ободові, лінійна швидкість точки l , буде дорівнювати швидкості тіла 1

$$V_l = V_1 = 80t \text{ см/с.}$$

Кутова швидкість колеса 2

$$\omega_2 = \frac{V_l}{R_2} = \frac{80t}{10} = 8t \text{ рад/с.}$$

Лінійна швидкість точки K

$$V_K = \omega_2 r_2 = 8t \cdot 6 = 48 \text{ см/с.}$$

Прослизання в точці контакту K відсутнє і тому

$$V_M = V_K = 48t \text{ см/с.}$$

Кутова швидкість колеса 3

$$\omega_3 = \frac{V_M}{R_3} = \frac{48t}{12} = 4t \text{ рад/с.}$$

Кутове прискорення колеса 3

$$\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = 4 \text{ рад/с}^2.$$

Повне прискорення точки M

$$\epsilon_M = R_3 \sqrt{\omega_3^4 + \varepsilon_3^2} = 12 \sqrt{(4t)^4 + 4^2} = 48 \sqrt{16t^4 + 1} \text{ см/с}^2.$$

7. ПИТАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ЗНАТЬ З ПОСТУПАЛЬНОГО ТА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХІВ ТВЕРДОГО ТІЛА

1. Який рух тіла зветься поступальним ?
2. Який рух тіла зветься миттєво поступальним?
3. Чи може бути колом траєкторія точки тіла, що рухається поступально?
4. Написати рівняння поступального руху тіла.
5. Назвати основні властивості поступального руху тіла.
6. Тіло обертається навколо нерухомої вісі. Які його геометричні елементи рухаються поступально?
7. Чи можливо стверджувати, що тіло рухається поступально чи миттєво поступально, якщо буде виконана тільки одна з умов: а) траєкторії точок однакові; б) швидкості точок однакові; в) прискорення точок однакові?

8. У одній точці тіла відоме нормальне прискорення, у другій дотичне. Чи можливо у третій точці визначити повне прискорення, якщо тіло рухається поступально чи миттєво поступально?

9. Який рух твердого тіла зветься обертанням навколо нерухомої вісі?

10. Що таке вісь та площина обертання?

11. Чи є обов'язковою умова, що вісь обертання перетинає тіло?

12. Що таке радіанна міра кута?

13. Дати визначення кутовим величинам обертового тіла та написати формули залежності між ними.

14. В яких одиницях вимірюються кутові величини?

15. Яка залежність між кутовою швидкістю та частотою обертання?

16. Написати закони рівномірного та рівнозмінного обертання тіла.

17. Обчислити кутову швидкість добового обертання Землі.

18. Як побудувати вектори кутової швидкості та кутового прискорення?

19. Що таке радіус обертання точки обертового тіла.

20. Відомі закон обертання тіла та радіус його точки. Довести, що рух цієї точки задано природним засобом.

21. Як визначити для точки обертового тіла модуль та напрям векторів: а) лінійної швидкості; б) дотичного прискорення; в) нормального прискорення?

22. Лінійні швидкості яких точок обертового тіла: а) однакові за модулем; б) співпадають за напрямком; в) однакові за модулем та співпадають за напрямком?

23. Дати характеристику обертання тіла коли повне прискорення його точки: а) спрямовано вздовж радіуса обертання; б) відхилено від нього на гострий кут в напрямку обертання; в) відхилено від нього на гострий кут в протилежному напрямку від обертання; г) складає з ним прямий кут.

24. Довести, що радіус обертання точки не залежить від положення центру на вісі обертання, з якого проведено радіус-вектор цієї точки.

25. Записати векторні вирази лінійної швидкості, дотичного та нормального прискорення точки обертового тіла.

26. Вивести формули Ейлера для визначення проекцій лінійної швидкості на координатні вісі.

27. Що зветься передаточним механізмом?

28. Що таке передаточне число механізму?
29. Який передаточний механізм має назву: а) редуктор; б) мультиплікатор; в) варіатор?
30. Яка основна кінематична властивість відрізняє зубчасту передачу від фрікційної?

ЗМІСТ

1. Поступальний рух твердого тіла.....	3
2. Обертальний рух твердого тіла навколо нерухомої вісі.....	8
3. Тест-контроль за темою “Кутові параметри обертання”.....	10
4. Тест-контроль за темою “Лінійні параметри точки”.....	12
5. Передаточні механізми	14
6. Приклад виконання тестового завдання по кінематиці переда- точних механізмів.....	20
7. Питання для контролю знань з поступального та обертально- го рухів твердого тіла.....	22

Навчальне видання

ВЛЯЛЬКО Олександр Миколайович
ГРЕШНОВ Юрій Костянтинович

ПОСТУПАЛЬНИЙ ТА ОБЕРТАЛЬНИЙ РУХИ
ТВЕРДОГО ТІЛА

Методичні вказівки
для підготовки та тест-контролю

(українською мовою)

Комп'ютерна верстка *М.В. Удод*
Коректор *М.О. Паненко*

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру
видавництв, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції
ДК № 2506 від 25.05.2006 р.

Підписано до друку 14.04.09. Папір офсетний. Формат 60×84/16.
Друк офсетний. Гарнітура "Таймс". Ум. друк. арк. 1,5. Обл.-вид. арк. 1,6
Тираж 100 прим. Вид. № 16. Зам. № 162. Ціна договірна.

Видавець і виготівник Національний університет кораблебудування,
54002, м. Миколаїв, вул. Скороходова, 5

