

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ,
МОЛОДЕЖИ И СПОРТА УКРАИНЫ
Национальный университет кораблестроения
имени адмирала Макарова

Е. Ю. НЕДЕЛЬКО, О. В. КУВАЛДИНА, А. Л. ЧОРНИЙ

**ПРАКТИКУМ ПО СПОРТИВНОЙ МЕТРОЛОГИИ:
методические указания**

Рекомендовано Методическим советом НУК

Электронное издание комбинированного
использования на DVD-ROM



НИКОЛАЕВ • НУК • 2012

УДК 796:006.91(076)
ББК 75.1я73
Н 42

Укладачі:

Євген Юрійович Неделько, кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри вищої математики;
Ольга Вікторівна Кувалдіна, викладач кафедри вищої математики;
Олександр Леонідович Чорний, викладач кафедри вищої математики

Рецензенти:

Альберт Миколайович Кузнецов, кандидат фізико-математичних наук, професор НУК;
Олександр Сергійович Яцунський, завідувач кафедри фізичного виховання і спорту, професор НУК

Неделько Є. Ю.

Н42 Практикум зі спортивної метрології : методичні вказівки
/ Є. Ю. Неделько, О. В. Кувалдіна, О. Л. Чорний. – Миколаїв : НУК,
2012. – 65 с.

Методичні вказівки містять теоретичні рекомендації до вивчення основних розділів "Спортивної метрології". Практична частина складається з переліку лабораторних робіт з прикладами їх виконання. Наводяться варіанти завдань, необхідні таблиці та рекомендована література.

Призначені для студентів денного та заочного відділень спеціальності "Олімпійський та професійний спорт".

УДК 796:006.91(076)
ББК 75.1я73

Навчальне видання

**НЕДЕЛЬКО Євген Юрійович
КУВАЛДИНА Ольга Вікторівна
ЧОРНИЙ Олександр Леонідович**

**ПРАКТИКУМ ЗІ СПОРТИВНОЇ МЕТРОЛОГІЇ:
методичні вказівки**

(російською мовою)

Редактор Л.О. Беляєва
Комп'ютерне верстання А.Й. Лихіна
Коректор М.О. Паненко

© Неделько Є. Ю., Кувалдіна О. В.,
Чорний О. Л., 2012

© Національний університет кораблебудування
імені адмірала Макарова, 2012

Формат 60×84/16. Ум. друк. арк. 3,8. Обсяг даних 1122 кб. Тираж 14 прим. Вид. № 24. Зам. № 45.
Видавець і виготовник Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова,
54025, м. Миколаїв, просп. Героїв Сталінграда, 9, e-mail : publishing@nuos.edu.ua

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців,
виготовників і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 2506 від 25.05.2006 р.

ВВЕДЕНИЕ

Практическая часть курса "Спортивная метрология" предполагает выполнение лабораторных работ по следующим разделам: первичная обработка результатов спортивного тестирования и соревнований, теория статистического оценивания и вывода, теория корреляции, дисперсионный анализ. Приведены таблицы исходных данных (приложения 1, 2, 3), а также таблицы значений коэффициентов, необходимых для выполнения лабораторных работ (приложения 4, 5, 6).

Основная цель указаний – научить потенциального тренера обрабатывать многочисленную тестовую информацию, разумно и тщательно планировать тренировочный процесс, вносить необходимые коррективы в подготовку спортсменов на основе анализа статистических данных.

1. ПЕРВИЧНАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ СПОРТИВНОГО ТЕСТИРОВАНИЯ

В подавляющем большинстве случаев при анализе результатов соревнований, оценке эффективности тренировочного процесса, текущем контроле психофизиологического состояния спортсменов приходится сталкиваться с необходимостью обработки числовых данных. Эти массивы данных принято обобщать в виде вариационных рядов, которые представляют собой таблицы, содержащие сведения о величинах x_i изучаемого признака и их частоты n_i (количество повторений). Если данных не слишком много (до ста) и они незначительно отличаются друг от друга, составляют дискретные вариационные ряды. Как пример рассмотрим табл. 1.1.

Таблица 1.1

i	1	2	3	4	5	Σ
x_i	1	3	5	7	9	–
n_i	5	10	15	20	10	$n = 60$

Здесь $n = 60$ – объем совокупности.

Если данных значительное количество (несколько сотен) и они существенно отличаются друг от друга, строят непрерывные вариационные ряды, как отображено в табл. 1.2.

Таблица 1.2

i	1	2	3	4	5	6	Σ
$[x_i; x_{i+1})$	20...40	40...60	60...80	80...100	100...120	120...140	–
n_i	30	50	20	60	30	10	$n = 200$

При составлении такого ряда находят наименьшее $x_{\min}$ и наибольшее $x_{\max}$ значения. Затем определяют длину интервала по формуле

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{l},$$

где l – количество интервалов, определяемое по формуле

$$l = 1 + 3,21 \cdot \lg n. \quad (1.1)$$

В формуле (1.1) n – объем совокупности.

При подсчете частот пользуются условием

$$x_i \leq x < x_{i+1},$$

то есть левая граница включается в соответствующий интервал, а правая – нет.

Для большей наглядности вариационные ряды принято представлять в виде графиков: полигонов и гистограмм.

Для дискретного вариационного ряда (см. табл. 1.1) полигон и гистограмма показаны на рис. 1.1.

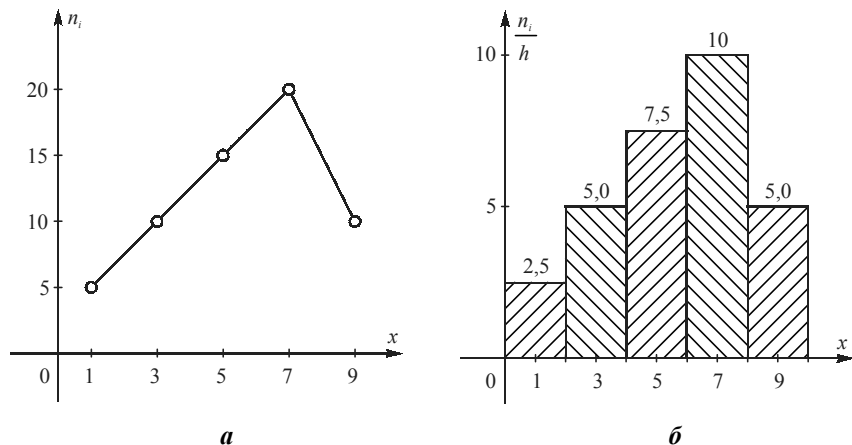


Рис. 1.1. Полигон (а) и гистограмма (б) частот дискретного вариационного ряда

Для непрерывного вариационного ряда (таблица 1.2) полигон и гистограмма показана на рис. 1.2.

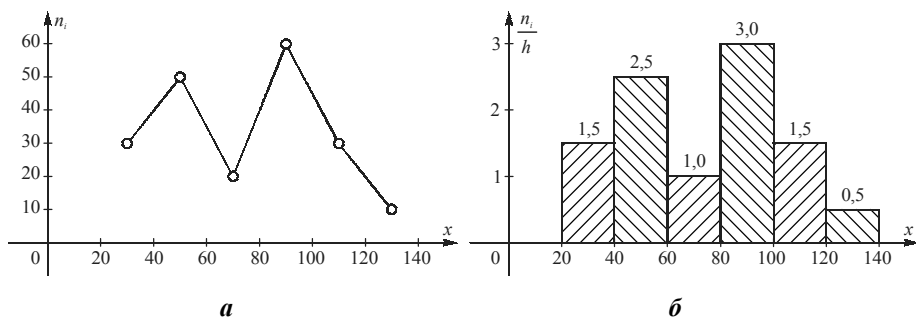


Рис. 1.2. Полигон (а) и гистограмма (б) частот для непрерывного вариационного ряда

Отметим, что гистограмма имеет два важных свойства. Площадь каждого прямоугольника на гистограмме численно равна частоте соответствующего значения x_i или диапазона $[x_i; x_{i+1})$. Сумма площадей всех прямоугольников численно равна объему совокупности n .

Для анализа данных, представленных вариационными рядами, а также для их сравнения, используются числовые характеристики, основные из которых: мода, медиана, среднее значение, дисперсия, стандартное отклонение, коэффициент вариации. Опишем эти характеристики.

Мода M_o – значение вариационного ряда, встречающееся с наибольшей частотой. Для дискретного вариационного ряда (см. табл. 1.1) $M_o = 7$; для непрерывного вариационного ряда (см. табл. 1.2) $M_o \approx 90$ (середина модального интервала $[80; 100)$).

Медиана M_e – значение вариационного ряда, делящее его на две равные по количеству значений части. Для дискретного ряда $M_e = 5$; для непрерывного ряда $M_e \approx 80$. Более точное определение моды и медианы непрерывного ряда можно найти в пособиях [1, 2].

Среднее значение $\bar{x}$ – значение вариационного ряда, принимаемое в среднем при испытаниях. Вычисление среднего значения производится по формуле

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i n_i.$$

Дисперсия S^2 – число, определяющее насколько далеко или близко от середины располагаются в среднем все значения вариационного ряда, вычисляется по формуле

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 n_i$$

или

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i^2 n_i - \bar{x}^2.$$

Заметим, что при вычислении $\bar{x}$ и S^2 для непрерывного ряда роль x_i выполняет середина интервала:

$$x_{\text{иср}} = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}.$$

Стандартное отклонение $S = \sqrt{S^2}$ – числовая характеристика, определяющая, как и дисперсия, степень разброса данных, но имеющая размерность изучаемой величины x .

Коэффициент вариации V – числовая характеристика, определяемая по формуле

$$V = \left| \frac{S}{\bar{x}} \right| \cdot 100 \, \%.$$

Принято считать, что если $V \leq 30 \, \%$, то вариационный ряд является компактным, то есть степень разброса невелика.

В заключение приведем формулы, упрощающие вычисление среднего значения и дисперсии для непрерывного вариационного ряда:

$$\bar{x} = \frac{h}{n} \sum_{i=1}^k \frac{x_i - c}{h} n_i + c; \quad (1.2)$$

$$S^2 = \frac{h^2}{n} \sum_{i=1}^k \left(\frac{x_i - c}{h} \right)^2 n_i - (\bar{x} - c)^2. \quad (1.3)$$

В формулах (1.2) и (1.3) h – длина интервала, x_i – середина интервала, c – условный нуль. В качестве параметра " c " обычно выбирают значение, близкое к моде.

Определение доверительного интервала для оценки генерального среднего

Как известно, выборочный метод, являющийся основой любых статистических исследований, предполагает работу с выборочной совокупностью для последующего анализа генеральной совокупности. Так, если предположить, что закон распределения генеральной совокупности известен, а его основные параметры неизвестны, то встает вопрос об оценке этих параметров. Одним из способов оценки (отыскания приближен-

ного значения) является интервальное оценивание. Если считать, что генеральная совокупность распределена нормально, то интервальная оценка (доверительный интервал) генеральной средней выглядит следующим образом:

$$\left(\bar{x} - \frac{t_{\gamma} S}{\sqrt{n}} \right) < \bar{x}_{\gamma} < \left(\bar{x} + \frac{t_{\gamma} S}{\sqrt{n}} \right). \quad (1.4)$$

В формуле (1.4) $\bar{x}$ – выборочное среднее, n – объем выборки, S – стандартное отклонение; t_{γ} – справочный параметр, определяемый по специальным таблицам (приложение 4), зависящий от уровня доверительной вероятности γ и объема выборки n .

Лабораторная работа № 1

В работе задействованы два массива данных: выборка А и выборка В (приложение 1).

Выборка А – статистические наблюдения за результатами участия спортсмена в соревнованиях различного уровня в течении 10 лет. Фиксировалось место, занятое спортсменом ("0" – неучастие).

Выборка В – результат оценивания (в баллах) качества выполнения спортсменом тренировочного задания в процессе годового цикла.

Задание 1. По выборкам А и В составить дискретный и непрерывный вариационный ряды. Построить полигон и гистограмму частот.

Задание 2. Найти основные числовые характеристики вариационных рядов: среднее значение $\bar{x}$, моду M_o , медиану M_e , дисперсию S^2 , стандартное отклонение S , коэффициент вариации V .

Задание 3. Построить доверительный интервал для оценки среднего значения при доверительной вероятности $\gamma = 0,95$.

Пример выполнения лабораторной работы № 1

По выборке А строим дискретный вариационный ряд в табл. 1.3. Построим полигон частот и гистограмму частот (рис. 1.3). Определяем основные числовые характеристики:

$$M_o = 2; M_e = 3;$$

$$\bar{x} = \frac{1}{65} \sum_{i=1}^7 x_i n_i = \frac{1}{65} (0 \cdot 8 + 1 \cdot 13 + 2 \cdot 20 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 9 + 5 \cdot 5 + 6 \cdot 2) = 2,3;$$

$$S^2 = \frac{1}{65} \sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2 n_i = \frac{1}{65} ((0 - 2,3)^2 \cdot 8 + (1 - 2,3)^2 \cdot 13 + (2 - 2,3)^2 \cdot 20 + (3 - 2,3)^2 \cdot 8 + (4 - 2,3)^2 \cdot 9 + (5 - 2,3)^2 \cdot 5 + (6 - 2,3)^2 \cdot 2) = 2,46;$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{2,46} \approx 1,57; \quad V = \left| \frac{S}{\bar{x}} \right| \cdot 100\% = \frac{1,57}{2,3} \cdot 100\% = 68,2\%.$$

Построим доверительный интервал для оценки среднего:

$$\left(\bar{x} - \frac{t_{\gamma} \cdot S}{\sqrt{n}} \right) < \bar{x}_r < \left(\bar{x} + \frac{t_{\gamma} \cdot S}{\sqrt{n}} \right).$$

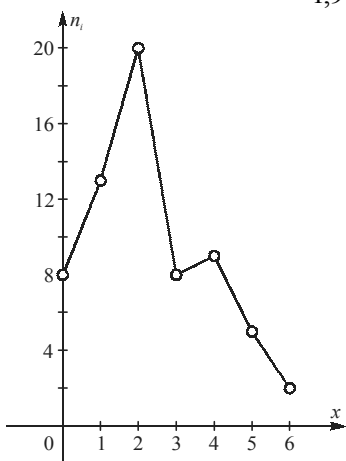
По таблице t_{γ} (приложение 4) найдем $t_{\gamma} = t(\gamma, n) = t(0,95; 65) = 2,0$.

$$\left(2,3 - \frac{2 \cdot 1,57}{\sqrt{65}} \right) < \bar{x}_r < \left(2,3 + \frac{2 \cdot 1,57}{\sqrt{65}} \right),$$

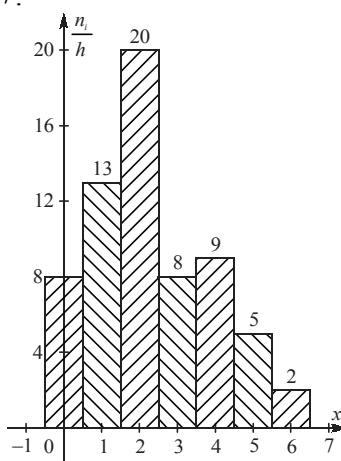
$$1,9 < \bar{x}_r < 2,7.$$

Таблица 1.3

№ п/п	x_i	n_i
1	0	8
2	1	13
3	2	20
4	3	8
5	4	9
6	5	5
7	6	2
Σ	—	65



а



б

Рис. 1.3. Полигон (**а**) и гистограмма (**б**) частот

С вероятностью 0,95 генеральное среднее покрывается интервалом (1,9; 2,7).

По выборке В строим непрерывный вариационный ряд (см. табл. 1.2), который дополняем столбцами, необходимыми для вычисления основных числовых характеристик (табл. 1.4).

Таблица 1.4

i	$[x_i; x_{i+1})$	x_{icp}	n_i	$\frac{n_i}{h}$	$\frac{x_i - c}{h}$	$\left(\frac{x_i - c}{h}\right)n_i$	$\left(\frac{x_i - c}{h}\right)^2 n_i$
1	48...51	49,5	2	0,67	-5	-10	50
2	51...54	52,5	7	2,33	-4	-28	112
3	54...57	55,5	21	7,0	-3	-63	189
4	57...60	58,5	22	7,3	-2	-44	88
5	60...63	61,5	31	10,3	-1	-31	31
6	63...66	64,5	34	11,3	0	0	0
7	66...69	67,5	27	9,0	1	27	27
8	69...72	70,5	11	3,67	2	22	44
9	72...75	73,5	4	1,33	3	12	36
10	75...78	76,5	2	0,67	4	8	32
Σ			161			-107	609

Здесь $h = 3$; $c = 64,5$.

Строим полигон и гистограмму частот (рис. 1.4).

Вычисляем основные числовые характеристики:

$$M_o \approx 64,5; M_e \approx 63; \bar{x} = \frac{h}{n} \sum_{i=1}^{10} \left(\frac{x_i - c}{h} \right) n_i + c = \frac{3}{161} \cdot (-107) + 64,5 = 62,5;$$

$$S^2 = \frac{h^2}{n} \sum_{i=1}^{10} \left(\frac{x_i - c}{h} \right)^2 n_i - (\bar{x} - c)^2 = \frac{3^2}{161} \cdot 609 - (62,5 - 64,5)^2 = 30,04;$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{30,04} = 5,48; V = \left| \frac{S}{\bar{x}} \right| \cdot 100\% = \frac{5,48}{62,5} \cdot 100\% = 8,77\%.$$

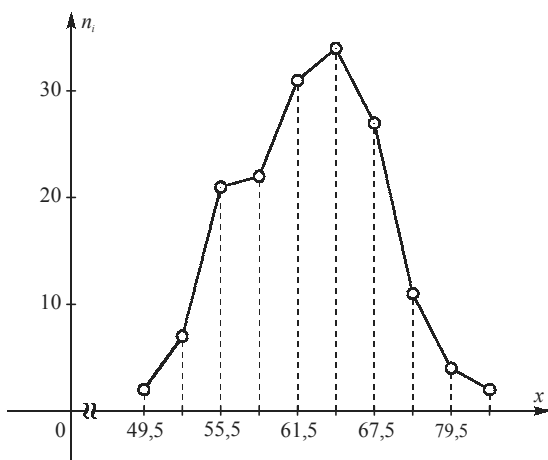
Построим доверительный интервал для оценки среднего:

$$\left(\bar{x} - \frac{t_\gamma \cdot S}{\sqrt{n}} \right) < \bar{x}_r < \left(\bar{x} + \frac{t_\gamma \cdot S}{\sqrt{n}} \right).$$

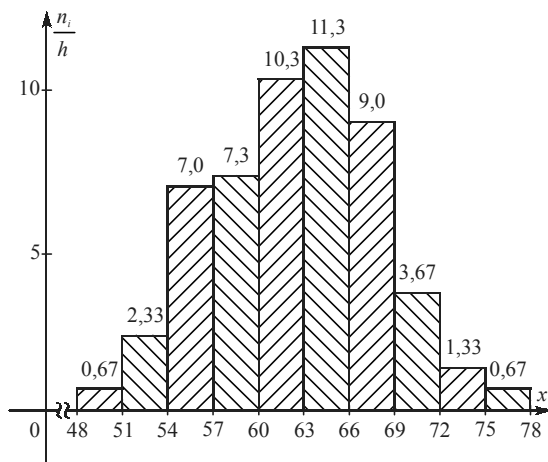
По таблице значений t_γ (приложение 4) найдем $t_\gamma = t(\gamma; n) = t(0,95; 161) = 1,96$:

$$\left(62,5 - \frac{1,96 \cdot 5,48}{\sqrt{161}} \right) < \bar{x}_r < \left(62,5 + \frac{1,96 \cdot 5,48}{\sqrt{161}} \right);$$

$$61,6 < \bar{x}_r < 63,4.$$



a



б

Рис. 1.4. Полигон (а) и гистограмма (б) частот

Генеральное среднее с вероятностью 0,95 покрывается интервалом (61,6; 63,4).

2. СРАВНЕНИЕ СРЕДНИХ ПО КРИТЕРИЮ СТЬЮДЕНТА

В практике тренера часто приходится сталкиваться со сравнением средних результатов двух групп спортсменов. Это сравнение имеет целью отделить влияние на результат существенного фактора (уровня профессиональной готовности спортсмена к участию в соревнованиях) от неизбежного присутствия элемента случайности. Рассмотрим три варианта:

сравнение двух больших групп ($n > 30$) или одной большой и одной малой группы ($n \leq 30$) с попарно независимыми значениями;

сравнение двух малых групп с попарно независимыми значениями;

сравнение двух малых групп с попарно зависимыми значениями.

Схема сравнения средних предполагает вычисление в каждом из указанных случаев наблюдаемого значения критерия Стьюдента $t_{\text{набл}}$ и сопоставление его с критическим значением $t_{\text{кр}}$, определяемым по таблице (приложение 4), где приведены значения $t_{\text{кр}}$ для трех уровней доверительной вероятности $\gamma = 0,95; 0,99; 0,999$. При этом возможны следующие случаи соотношения $t_{\text{набл}}$ и $t_{\text{кр}}$, отображенные на схемах **а**, **б**, **в** и **г** (рис. 2).

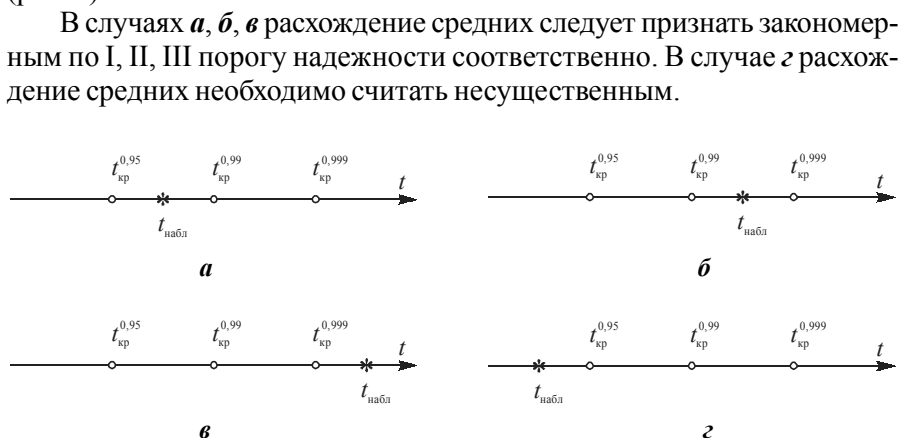


Рис. 2. Схемы соотношения $t_{\text{набл}}$ и $t_{\text{кр}}$

Наблюдаемое значение критерия Стьюдента $t_{\text{набл}}$ при сравнении двух групп для трех описанных случаев определяется по формулам:

$$t_{\text{набл}} = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{\frac{S_x^2}{n_x} + \frac{S_y^2}{n_y}}}; \quad (2.1)$$

$$t_{\text{набл}} = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{S_x^2(n_x - 1) + S_y^2(n_y - 1)}} \cdot \sqrt{\frac{n_x n_y (n_x + n_y - 2)}{n_x + n_y}}; \quad (2.2)$$

$$t_{\text{набл}} = \frac{|\bar{z}| \cdot \sqrt{n(n-1)}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2}}. \quad (2.3)$$

В формулах (2.1), (2.2) $\bar{x}$, $\bar{y}$ – средние в группах; S_x^2 , S_y^2 – дисперсии групп; n_x , n_y – объемы групп; в формуле (2.3) $z_i = x_i - y_i$; $\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i$, n – объем группы.

Лабораторная работа № 2

Задание 1. Определить различие в скоростно-силовой подготовке спортсменов-спринтеров по их результатам в тройном прыжке. (Две большие группы с попарно независимыми значениями. Исходные данные – приложение 2, табл. 1).

Задание 2. Определить лучшую группу спортсменов по показателю частоты сердечных сокращений (ЧСС) в состоянии покоя (Две малые группы с попарно независимыми значениями. Исходные данные – приложение 2, табл. 2).

Задание 3. Определить значимость различий в показателях количества подтягиваний на перекладине в группе спортсменов до начала и в конце периода тренировок силового характера (Две малые группы

с попарно зависимыми значениями. Исходные данные – приложение 2, табл. 3).

Пример выполнения лабораторной работы № 2

Задание 1

Результаты в тройном прыжке:

$\bar{x}$	n_x	S_x	$\bar{y}$	n_y	S_y
870 см	46	21,5 см	915 см	39	27,2 см

Подсчитаем наблюдаемое значение критерия Стьюдента $t_{\text{набл}}$ по формуле

$$t_{\text{набл}} = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{\frac{S_x^2}{n_x} + \frac{S_y^2}{n_y}}} = \frac{|870 - 915|}{\sqrt{\frac{21,5^2}{46} + \frac{27,2^2}{39}}} = 8,35.$$

Число степеней свободы $k = n_x + n_y - 2 = 46 + 39 - 2 = 83$.

По таблице значений t_γ (приложение 4) найдем $t_\gamma = t(\gamma, k) = t(0,999; 80) = 3,418$.

Поскольку $t_{\text{набл}} = 8,35 > t_\gamma = 3,418$, делаем вывод о том, что различие в скоростно-силовой подготовке двух групп спортсменов существенно. Вторая группа спортсменов, где $\bar{y} = 915$ см, на данный момент готова лучше, чем первая, где $\bar{x} = 815$ см.

Задание 2

Результаты измерения ЧСС (уд./мин):

x_i	70	72	73	68	69	$n_x = 5$
y_i	81	69	75	80	82	$n_y = 5$

Вычисление наблюдаемого значения критерия Стьюдента $t_{\text{набл}}$ проведем по формуле

$$t_{\text{набл}} = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{S_x^2(n_x - 1) + S_y^2(n_y - 1)}} \cdot \sqrt{\frac{n_x n_y (n_x + n_y - 2)}{n_x + n_y}}.$$

$$\bar{x} = \frac{1}{5}(70 + 72 + 73 + 68 + 69) = 70,4;$$

$$S_x^2 = \frac{1}{5}((70 - 70,4)^2 + (72 - 70,4)^2 + (73 - 70,4)^2 + (68 - 70,4)^2 + (69 - 70,4)^2) = 3,44;$$

$$\bar{y} = \frac{1}{5}(91 + 69 + 75 + 80 + 82) = 77,4;$$

$$S_y^2 = \frac{1}{5}((81 - 77,4)^2 + (69 - 77,4)^2 + (75 - 77,4)^2 + (80 - 77,4)^2 + (82 - 77,4)^2) = 23,44.$$

Таким образом, $t_{\text{набл}} = \frac{|70,4 - 77,4|}{\sqrt{3,44 \cdot (5 - 1) + 23,44 \cdot (5 - 1)}} \times$
 $\times \sqrt{\frac{5 \cdot 5 \cdot (5 + 5 - 2)}{5 + 5}} = 3,02.$

Число степеней свободы $k = n_x + n_y - 2 = 5 + 5 - 2 = 8.$

По таблице значений t_γ (приложение 4) найдем $t_\gamma = t(\gamma; k) = t(0,95; 8) = 2,37.$ Так как $t_{\text{набл}} = 3,02 > t_\gamma = 2,37$, делаем вывод, что различие в средних $\bar{x} = 70,4 < \bar{y} = 77,4$ является существенным по первому порогу надежности ($\gamma = 0,95$).

Задание 3

Результаты подтягивания на перекладине:

x_i	10	11	12	11	15	$n = 5$
y_i	12	14	10	12	13	$n = 5$

Наблюдаемое значение критерия Стьюдента $t_{\text{набл}}$ вычислим по формуле

$$t_{\text{набл}} = \frac{|\bar{z}| \cdot \sqrt{n(n-1)}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2}},$$

где $z_i = x_i - y_i$, $\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i.$

Составим таблицу.

№	x_i	y_i	z_i	$z_i - \bar{z}$	$(z_i - \bar{z})^2$
1	10	11	-1	-0,8	0,64
2	11	14	-3	-2,8	7,84
3	12	10	2	2,2	4,84
4	11	12	-1	-0,8	0,64
5	15	13	2	2,2	4,84
Σ	59	60	-1		18,8

Находим групповые средние:

$$\bar{x} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 x_i = \frac{1}{5} \cdot 59 = 11,8; \quad \bar{y} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 y_i = \frac{1}{5} \cdot 60 = 12,0;$$

$$\bar{z} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 z_i = \frac{1}{5}(-1) = -0,2.$$

В результате получим:

$$t_{\text{набл}} = \frac{|-0,2| \cdot \sqrt{5 \cdot (5-1)}}{\sqrt{18,8}} = 0,21.$$

Определим число степеней свободы по формуле $k = 2(n-1) = 2(5-1) = 8$.

По таблице значений $t_{\text{набл}}$ (приложение 4) найдем $t_\gamma = t(\gamma, k) = t(0,95; 8) = 2,37$.

Заметим, что $t_{\text{набл}} = 0,21 < t_\gamma = 2,37$.

Это означает, что существенных различий в среднем количестве подтягиваний до тренировочного цикла ($\bar{x} = 11,8$) и после него ($\bar{y} = 12,0$) не обнаружено. Это может свидетельствовать, например, о неэффективности тренировочного процесса.

3. ТЕОРИЯ КОРРЕЛЯЦИИ

В спорте, в спортивной команде и в организме спортсмена существует много взаимосвязей между различными признаками. Например, с увеличением количества занимающихся в каком-либо виде спорта

повышаются результаты; осложнения во взаимоотношениях между игроками одной команды ухудшает ее результативность; с повышением интенсивности нагрузки у спортсмена повышается пульс, увеличивается скорость кровотока в работающих мышцах, уменьшаются в них энергетические ресурсы и т. д.

Существуют два вида связи между переменными X и Y :

функциональная $Y = f(X)$, при которой каждому значению X соответствует единственное значение Y ;

статистическая, при которой на формирование переменных Y и X оказывают влияние различные факторы. При этом среди факторов есть такие, которые одновременно влияют на переменную X и на переменную Y . В этом случае одному значению переменной X могут соответствовать несколько значений переменной Y .

Частным случаем статистической зависимости является корреляционная зависимость. В этом случае каждому значению X соответствует единственное значение среднего переменной Y : $\bar{y}_x = f(x)$ или $\bar{x}_y = \phi(y)$. Последние уравнения называются уравнениями регрессии.

Теория корреляции ставит перед собой две задачи. Первая – установить форму корреляционной зависимости, то есть определить конкретный вид функций $f(x)$ и $\phi(y)$. Вторая – определить силу или тесноту корреляционной связи.

Решение первой задачи начинается с построения корреляционного поля – графика, на котором в виде точек показаны пары значений Y и X , полученные в результате эксперимента.

Корреляционное поле может выглядеть так, как показано на рис. 3.1.

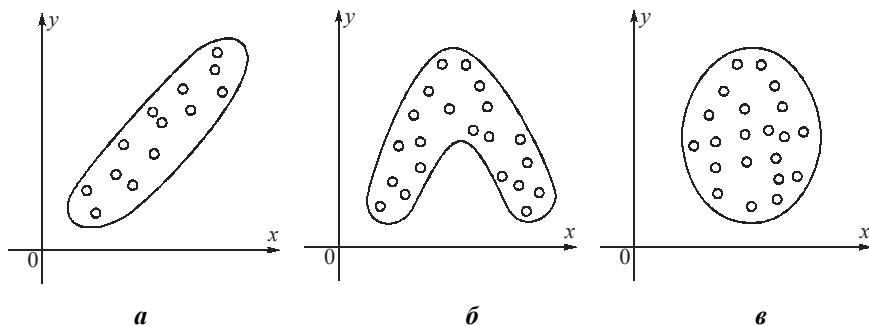


Рис. 3.1. Различные виды корреляционных полей:

a , $б$ – связь между переменными x и y скорее всего есть; $в$ – связь отсутствует

Если установлено, что между переменными Y и X имеет место линейная зависимость, то уравнение регрессии можно записать в виде

$$y = \bar{y} + \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} (x - \bar{x}); \quad (3.1)$$

$$x = \bar{x} + \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2} (y - \bar{y}). \quad (3.2)$$

В формулах (3.1), (3.2) x_i, y_i – пары экспериментальных значений переменных Y и X ; $\bar{x}, \bar{y}$ – средние значения X и Y соответственно.

Прямые, построенные по уравнениям (3.1) и (3.2), пересекаются в точке $A(\bar{x}, \bar{y})$.

Вопрос о силе или тесноте линейной корреляционной связи решается с помощью коэффициента корреляции Пирсона r_{xy} и рангового коэффициента Спирмена r_s . Первому из них отдается предпочтение в случае, если известно, что выборочные экспериментальные данные подчинены нормальному закону распределения. Оба коэффициента изменяются в пределах от (-1) до $(+1)$. Чем ближе коэффициенты по модулю к единице, тем более сильной является линейная зависимость. Принято считать, что если указанные коэффициенты по модулю меньше 0,3, то линейная связь между переменными X и Y весьма слаба. Однако заметим, близость коэффициентов к нулю указывает лишь на отсутствие линейной связи. Может случиться, что связь существует, но носит, например, нелинейный характер.

Величины коэффициентов корреляции вычисляются по формулам

$$r_{xy} = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_i (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (3.1)$$

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_i (dx_i - dy_i)^2}{n n^2 - 1}, \quad (3.2)$$

где dx_i, dy_i – ранги переменных X и Y ; n – объем выборки.

Приведем пример вычисления рангового коэффициента корреляции r_s . Основные вычисления сведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

x_i	№_x	dx_i	y_i	№_y	dy_i	$dx_i - dy_i$	$(dx_i - dy_i)^2$
702	1	1	9,1	1	1	0	0
730	2	2	9,6	2	2	0	0
790	3	3	9,8	3	3	0	0
795	4	4	10,1	4	4	0	0
802	5	5	10,5	6	6,5	-1,5	2,25
820	6	6	10,5	7	6,5	-0,5	0,25
821	7	7	10,3	5	5	2	4,0
890	8	8	10,7	8	8	0	0
–	Σ	–	–	–	–	0	6,5

Замечание. В табл. 3.1 в столбце №_y все значения y_i пронумерованы в порядке возрастания. На основании этой нумерации и определялись ранги переменной Y .

Вычислим r_s :

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot 6,5}{8(8^2 - 1)} = 0,92.$$

Так как $r_s = 0,92$ близок к единице, заключаем, что переменные X и Y имеют сильную линейную взаимосвязь.

Как правило, достоверность найденных коэффициентов корреляции (существенность их отличия от нуля) проверяют с привлечением специальных таблиц (приложение 5).

Схема проверки следующая. Найденные коэффициенты сравниваются с критическими значениями из таблиц для трех уровней доверительной вероятности $\gamma = 0,95; 0,99; 0,999$. Если найденный коэффициент оказывается больше наименьшего табличного, то коэффициент корреляции достоверен; если коэффициент оказывается меньше наименьшего

табличного, то достоверность найденного коэффициента подвергается сомнению.

Лабораторная работа № 3

Задание 1. По результатам тестирования группы спортсменов определить, анализируя корреляционное поле, существует ли взаимосвязь между показателем индекса Кетле (индекс массы тела) X и становой силы Y .

Задание 2. Определить наличие взаимосвязи между показателем индекса Кетле X и становой силы Y у группы спортсменов с помощью расчета рангового коэффициента корреляции Спирмена и коэффициента корреляции Пирсона.

Задание 3. Найти уравнение регрессии для показателей индекса Кетле X и становой силы Y у группы спортсменов. Провести оценку качества уравнения регрессии, вычисляя остаточные средние квадратические отклонения. Показать прямые регрессии на рисунке.

Пример выполнения лабораторной работы № 3

Результаты тестирования спортсменов (Сп).

X – индекс Кетле ($\text{кг}/\text{м}^2$); Y – становая сила (кг).

Сп	A	B	C	D	E	F	G	H
X	19	21	23	24	25	29	30	32
Y	94	92	96	100	100	98	102	120

Задание 1

Строим корреляционное поле и график эмпирической регрессии, как показано на рис. 3.2.

Анализируя корреляционное поле и график эмпирической регрессии, можно сделать вывод о том, что с увеличением индекса Кетле растет и становая сила. Предполагаем, что эти две величины связывает линейная зависимость.

Задание 2

Вычисляем ранговый коэффициент корреляции Спирмена по формуле

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n (dx_i - dy_i)^2}{n(n^2 - 1)},$$

где dx_i, dy_i – ранги по переменным X и Y ; n – число пар значений (объем выборки).

Составим таблицу определения рангов для переменных X и Y (табл. 3.2.).

Подсчитаем r_s :

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot 6,5}{8(8^2 - 1)} = 0,92.$$

Так как $r_s = 0,92$ весьма близок к единице, то между переменными X и Y существует тесная положительная линейная корреляционная зависимость.

Достоверность коэффициента корреляции Спирмена (существенность его отличия от нуля) проверим, сравнивая его с табличными значениями критических значений r_s (приложение 5). В таблице найдем критическое значение $r_s^{кр}(\gamma; n) = r_s^{кр}(0,99; 8) = 0,881$.

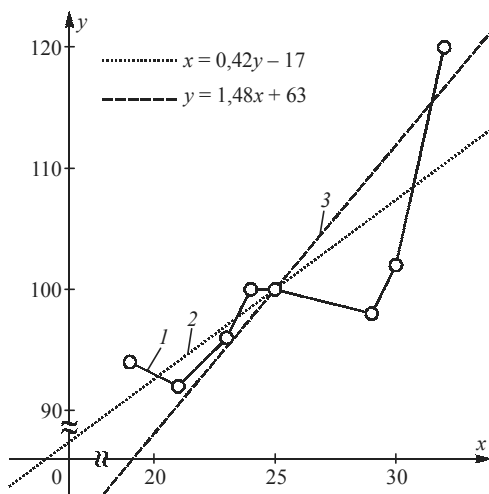


Рис. 3.2. Корреляционное поле:
1 – график эмпирической регрессии;
2 и 3 – прямые линии регрессии

Таблица 3.2

x_i	N_{xi}	dx_i	y_i	N_{yi}	dy_i	$dx_i - dy_i$	$(dx_i - dy_i)^2$
19	1	1	94	2	2	-1	1
21	2	2	92	1	1	1	1
23	3	3	96	3	3	0	0
24	4	4	100	5	5,5	-1,5	2,25
25	5	5	100	6	5,5	-0,5	0,25
29	6	6	98	4	4	2	4,0
30	7	7	102	7	7	0	0
32	8	8	120	8	8	0	0
Σ	–	–	–	–	–	0	6,5

Поскольку $r_s > r_s^{кр}$, делаем вывод о том, что с вероятностью 0,99 найденный коэффициент ранговой корреляции отражает существующую взаимосвязь между индексом Кетле и становой силой. Подобную закономерность можно распространить и на генеральную совокупность.

В предположении нормального распределения генеральной совокупности, откуда осуществлена выборка исходных данных, подсчитаем коэффициент корреляции Пирсона по формуле

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}},$$

где $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ – средние значения.

Составим таблицу (табл. 3.3).

Таблица 3.3

№	x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
1	19	94	-6	-6	36	36	36
2	21	92	-4	-8	32	16	64
3	23	96	-2	-4	8	4	16
4	24	100	-1	0	0	1	0
5	25	100	0	0	0	0	0
6	29	98	4	-2	-8	16	4
7	30	102	5	2	10	25	4
8	32	120	7	20	140	49	400
Σ	203	802	—	—	218	147	524

Вычислим средние значения и коэффициент корреляции Пирсона:

$$\bar{x} = \frac{1}{8} \cdot 203 \approx 25; \quad \bar{y} = \frac{1}{8} \cdot 802 \approx 100; \quad r_{xy} = \frac{218}{\sqrt{147 \cdot 524}} = 0,79.$$

Вывод. Величина коэффициента корреляции Пирсона подтверждает тесную линейную корреляционную связь переменных X и Y .

Достоверность r_{xy} проверяем, сравнивая его с табличным значением $r_{xy}^{кр}$, найденного из таблицы приложения 5. По этой таблице

$$r_{xy}^{кр}(\gamma; n) = r_{xy}^{кр}(0,99; 8) = 0,71.$$

Так как $r_{xy} > r_{xy}^{кр}$, делаем вывод о том, что с вероятностью 0,99 найденный коэффициент корреляции подтверждает характер зависимости между переменными X и Y . В результате этот вывод можно распространять на всю генеральную совокупность.

Задание 3

Уравнение прямой линии регрессии запишем в следующем виде:

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} (x - \bar{x}) + \bar{y};$$

$$x = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} (y - \bar{y}) + \bar{x}.$$

Расчетные данные для приведенных уравнений возьмем из табл. 3.3 (см. задание 2):

$$y = \frac{218}{147}(x - 25) + 100; \quad x = \frac{218}{147}(x - 100) + 25.$$

В результате получим:

$$y = 1,48x + 63; \quad x = 0,42y - 17.$$

Полученные прямые показаны на рис. 3.2.

Для оценки адекватности построенных уравнений регрессии вычисляем относительную стандартную ошибку оценки по формулам:

$$(S_B)_y = \left(S_y \sqrt{1 - r_{xy}^2} \right) \frac{1}{\bar{y}} \cdot 100 \%,$$

$$(S_B)_x = \left(S_x \sqrt{1 - r_{xy}^2} \right) \frac{1}{\bar{x}} \cdot 100 \%.$$

Чем меньше S_B , тем лучше построенная модель описывает связь между X и Y .

Соответствующие стандартные отклонения найдем по формулам:

$$S_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}; \quad S_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}.$$

В результате получим:

$$S_y = \sqrt{\frac{1}{8} \cdot 524} = 8,1; \quad S_x = \sqrt{\frac{1}{8} \cdot 147} = 4,3.$$

Тогда

$$(S_B)_y = \frac{8,1 \cdot \sqrt{1 - 0,79^2}}{100} \cdot 100 \% = 5 \%;$$

$$(S_B)_x = \frac{4,3 \cdot \sqrt{1 - 0,79^2}}{25} \cdot 100 \% = 10,5 \%.$$

Сравнительно небольшие величины $(S_B)_y$ и $(S_B)_x$ свидетельствуют о том, что построенные уравнения регрессии адекватны экспериментальным данным.

4. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

В тренерской практике приходится сталкиваться с ситуацией, когда необходимо сравнивать степень готовности к ответственным стартам нескольких групп спортсменов. Например, при отборе в сборную команду. Методика попарного сравнения по критерию Стьюдента в этом случае непригодна. Действенным здесь оказывается дисперсионный анализ. Основная идея метода сводится к тому, что о случайности или закономерности различий групповых средних судят по дисперсии. Вводят в рассмотрение факторную $S_{\text{факт}}^2$ и остаточную $S_{\text{ост}}^2$ дисперсии. Первая

оценивает влияние непосредственно фактора (степени готовности спортсменов), вторая интегрально оценивает влияние случайных причин на результат контрольных соревнований. Оценка существенности влияния фактора производится по критерию Фишера. Для этого вычисляется наблюдаемое значение критерия Фишера $F_{\text{набл}}$ по формуле

$$F_{\text{набл}} = \frac{S_{\text{факт}}^2}{S_{\text{ост}}^2}.$$

Полученное значение $F_{\text{набл}}$ сравнивают с критическим значением, определяемым из таблицы приложения 6, $F_{\text{кр}}(\alpha, k_1, k_2)$, где α – задаваемый уровень значимости, k_1, k_2 – число степеней свободы факторной и остаточной дисперсии; $k_1 = p - 1$, $k_2 = N - p$ (p – количество уровней фактора; N – сумма наблюдений на всех уровнях фактора).

Если $F_{\text{набл}} \leq F_{\text{кр}}$, то расхождение средних несущественно и имеет случайный характер.

Вычисление факторной и остаточной дисперсии в случае различного количества наблюдений на каждом уровне фактора проводится по формулам:

$$S_{\text{факт}}^2 = \frac{S_{\text{факт}}}{p - 1},$$

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{S_{\text{ост}}}{N - p},$$

$$S_{\text{факт}} = \sum_{j=1}^p \frac{1}{n_j} T_j^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{j=1}^p T_j \right)^2,$$

$$S_{\text{ост}} = S_{\text{общ}} - S_{\text{факт}},$$

$$S_{\text{общ}} = \sum_{j=1}^p K_j - \frac{1}{N} \left(\sum_{j=1}^p T_j \right)^2,$$

$$\begin{cases} K_j = \sum_{i=1}^{n_j} y_{ij}^2; & T_j = \sum_{i=1}^{n_j} y_{ij}; \\ y_{ij} = x_{ij} - c; & N = \sum_{j=1}^p n_j; \end{cases}$$

где x_{ij} – наблюдаемое значение; c – условный нуль ($c \approx \bar{x}$); n_j – количество наблюдений на j -том уровне фактора.

Лабораторная работа № 4

В нескольких плавательных центрах (F_j , $j = 1, 2, 3 \dots p$) прошли подготовку N кандидатов в сборную команду. Из каждого центра привлечено разное количество n_j спортсменов. Сравнительная эффективность работы центров проверялась контрольным тестированием спортсменов, оцениваемым в баллах.

Задание

При уровне значимости $\alpha = 0,01$ (четные варианты) и $\alpha = 0,05$ (нечетные варианты) проверить гипотезу о равенстве средних результатов тестирования по всем плавательным центрам.

Примечание. Исходные данные в виде выборок представлены в приложении 1 (выборка С).

Пример выполнения лабораторной работы № 4

Результаты тестирования спортсменов приведены в табл. 4.1. В табл. 4.1. групповые средние подсчитаны по формуле

$$\bar{x}_{j\text{гр}} = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}.$$

Таблица 4.1

i	Уровни фактора F_j							Σ
	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	
1	75	104	96	92	76	92	89	
2	86	89	88	89	89	87	85	
3		92	105		90	88	93	
4		90	90		77	82		
5		81	91		75	90		
6						86		
n_j	2	5	5	2	5	6	3	$N = 28$
$\bar{x}_{j\text{гр}}$	80,5	91,2	94,0	90,5	81,4	87,5	89	

Общую среднюю найдем по формуле

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^7 \bar{x}_{j\text{гр}} \cdot n_j; \quad N = \sum_{i=1}^7 n_j;$$

$$\bar{x} = \frac{1}{28} (80,5 \cdot 2 + 91,2 \cdot 5 + 94,0 \cdot 5 + 90,5 \cdot 2 + 81,4 \cdot 5 + 87,5 \cdot 6 + 89,0 \cdot 3) = 88.$$

Перейдем к новым координатам: $y_{ij} = x_{ij} - c$, где $c = 88$.

Для вычисления факторной $S_{\text{факт}}^2$ и остаточной $S_{\text{ост}}^2$ дисперсии используем следующие соотношения:

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{\text{общ}} = \sum_{j=1}^7 K_j - \frac{1}{N} \left(\sum_{j=1}^7 T_j \right)^2, \\ S_{\text{факт}} = \sum_{j=1}^7 \frac{1}{n_j} T_j^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{j=1}^7 T_j \right)^2, \\ S_{\text{ост}} = S_{\text{общ}} - S_{\text{факт}}, \end{array} \right. \quad (4.1)$$

$$\text{где } K_j = \sum_{i=1}^{n_j} y_{ij}^2, \quad T_j = \sum_{i=1}^{n_j} y_{ij}.$$

С использованием (4.1) дисперсии найдутся по формулам

$$\begin{cases} S_{\text{факт}}^2 = \frac{S_{\text{факт}}}{p-1} = \frac{S_{\text{факт}}}{7-1} = \frac{S_{\text{факт}}}{6}, \\ S_{\text{ост}}^2 = \frac{S_{\text{ост}}}{N-p} = \frac{S_{\text{ост}}}{28-7} = \frac{S_{\text{ост}}}{21}. \end{cases} \quad (4.2)$$

Составим расчетную таблицу (табл. 4.2).

Используя данные табл. 4.2 и формулы (4.1) и (4.2), найдем:

$$S_{\text{общ}} = 1417 - \frac{3^2}{28} = 1416,7;$$

$$S_{\text{факт}} = 578,5 - \frac{3^2}{28} = 578,2;$$

$$S_{\text{ост}} = 1416,7 - 578,5 = 838,5;$$

$$S_{\text{факт}}^2 = \frac{578,2}{6} = 96,4;$$

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{838,5}{21} = 39,9.$$

Проверку значимости различия факторной и остаточной дисперсий осуществим по критерию Фишера. Для этого вычислим наблюдаемое значение критерия по формуле

$$F_{\text{набл}} = \frac{S_{\text{факт}}^2}{S_{\text{ост}}^2} = \frac{96,4}{39,9} = 2,42.$$

Критическую точку распределения Фишера найдем по таблице в приложении 6:

$$\begin{aligned} F_{\text{кр}}(\alpha; k_1; k_2) &= F_{\text{кр}}(0,01; p-1; N-p) = F_{\text{кр}}(0,01; 7-1; 28-7) = \\ &= F_{\text{кр}}(0,01; 6; 21) = 3,81. \end{aligned}$$

Таблица 4.2

<i>i</i>	Уровни фактора <i>F_i</i>															Σ
	<i>F₁</i>		<i>F₂</i>		<i>F₃</i>		<i>F₄</i>		<i>F₅</i>		<i>F₆</i>		<i>F₇</i>			
	<i>y_{i1}</i>	<i>y_{i1}²</i>	<i>y_{i2}</i>	<i>y_{i2}²</i>	<i>y_{i3}</i>	<i>y_{i3}²</i>	<i>y_{i4}</i>	<i>y_{i4}²</i>	<i>y_{i5}</i>	<i>y_{i5}²</i>	<i>y_{i6}</i>	<i>y_{i6}²</i>	<i>y_{i7}</i>	<i>y_{i7}²</i>		
1	-13	169	16	256	8	64	4	16	-12	144	4	16	1	1		
2	-2	4	1	1	0	0	1	1	1	1	-1	1	3	9		
3			4	16	17	289			2	4	0	0	5	25		
4			2	4	2	4			-11	121	-6	36				
5			-7	49	3	9			-13	169	2	4				
6											-2	4				
<i>n_i</i>	2		5		5		2		5		6		3		<i>N</i> = 28	
<i>K_i</i>		173		326		366		17		439		61		35	1417	
<i>T_j</i>	-15		16		30		5		-33		-3		3		3	
<i>T_j²</i>	112,5		51,2		180		12,5		217,8		1,5		3		578,5	
<i>T_j²/ n_j</i>																

Сравним $F_{\text{набл}}$ и $F_{\text{кр}}$:

$$F_{\text{набл}} = 2,42 < F_{\text{кр}} = 3,81.$$

Вывод. Так как наблюдаемое значение критерия не превышает критического значения, можно считать, что факторная и остаточная дисперсия различаются незначимо. В свою очередь это означает, что различие в средних несущественно, то есть подготовка спортсменов во всех плавательных центрах примерно на одном уровне. Различие в средних объясняется случайными причинами.

Литература

1. **Гмурман, В. Е.** Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. – М. : Высш. шк., 2003. – 479 с.
2. **Джонсон, Н.** Статистика и планирование эксперимента в технике и науке: методы обработки данных [Текст] / Н. Джонсон, Ф. Лион. – М. : Мир, 1980. – 610 с.
3. **Колде, Я. К.** Практикум по теории вероятностей и математической статистике [Текст] : учеб. пособие для техникумов / Я. К. Колде. – М. : Высш. шк., 1991. – 157 с.

Приложения

Приложение 1

Варианты заданий к лабораторной работе № 1 (выборки А и В) и к лабораторной работе № 4 (выборка С).

Вариант 1

Выборка А

1	0	1	1	1	2	0	2	1	0	0	0	1	0	3	2	1	1	1	0
0	0	1	1	0	2	0	3	1	2	1	3	2	1	0	0	1	0	1	1
0	2	3	1	0	3	1	1	1	2	1	1	0	0	1	1	3	0	2	3
2	1	1	0	4	2	2	1	1	2	0									

$n = 71$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

71	74	51	87	37	72	64	77	63	58	50	39	71	48	39
44	62	59	50	91	51	65	54	70	50	46	66	44	71	72
58	52	58	72	62	47	58	69	58	72	42	70	84	65	65
49	45	53	50	73	47	21	40	74	35	49	58	44	50	74
53	66	67	64	62	49	67	41	67	57	56	60	71	46	79
72	48	38	51	37	60	58	52	58	55	50	64	68	53	70
59	59	90	72	61	74	36	79	65	68	39	54	86	49	48
59	44	68	52	60	42	78	29	68	79	78	68	70	66	45
62	56	36	67	64	45	63	59	59	58	67	69	44	69	69
78	58	53	58	71	52	59	27	46	56	72	50	55	30	56
62	34	35	38	64	67	59	59	58	62	88	30	41	59	54
47	55	50	79	63	50	77	23	73	63	63	67	74	59	60
46	57	74	54											

$n = 184$; начало первого интервала $x_1 = 20$; длина интервала $h = 8$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
1	41	25	22	32	29
2		33	29	35	30
3		29	38	22	
4		33	24	37	

Вариант 2

Выборка А

3	7	4	6	1	4	2	4	6	5	3	2	9	0	5	6	7	7	3	1
5	5	4	2	6	2	1	5	3	3	1	5	6	4	4	3	4	1	5	5
8	4	8	7	4	5	6	7	5	2	4	6	6	7	7	3	5	4	4	3
5	5	7	6	6	1														

$n = 66$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

95	96	103	89	72	105	85	85	91	101	82	91	80	85	91
87	101	94	98	85	82	94	86	72	89	83	100	86	85	95
95	83	87	92	92	79	93	88	77	92	92	103	85	90	83
86	104	104	85	85	80	95	91	93	70	83	93	95	95	78
111	95	94	84	64	87	85	87	87	81	82	97	101	86	89
80	88	85	93	79	95	90	107	93	96	83	88	91	95	94
88	80	96	93	77	71	88	97	90	86	93	91	98	95	83
84	91	99	109	80	95	87	89	85	87	72	77	90	97	87
95	91	88	91	81	88	78	75	80	97	95	83	91	78	87
92	103	77	101	66	71	90	105	76	97	75	95	88	84	96
79	89	94	100	87	100	92	100	79	96	104	84	89	82	93
92	85	80	104	87	90	85	89	83	84	98	81	97	86	81
96	82	102	73	100	81	86	84	86	88	90	94			

$n = 192$; начало первого интервала $x_{\min} = 62$; длина интервала $h = 4$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
1	89	92	91	107	103	113
2	106	105	101	99	104	109
3	88	94		76	74	89
4	102	92		101	97	99
5	107	100		101	103	92
6	89			96		100
7	101					

Вариант 3

Выборка А

0	0	2	0	1	3	0	1	0	1	2	1	3	0	0	2	1	3	2	2
1	3	3	2	0	2	4	3	2	1	2	2	2	2	3	3	1	1	1	3
2	1	0	1	2	1	4	4	2	3	3	5	5	2	1	2	3	2	3	1
1	0	1	0	4	1	1	0	2	2	4	2	1	4	3	0	2	0	2	0
3	1																		

$n = 82$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

29	22	16	20	16	18	28	20	32	22	23	26	10	25	25
29	29	19	12	26	18	20	9	24	20	19	26	23	11	26
30	23	30	18	20	13	17	24	28	26	21	21	26	24	36
23	24	25	20	23	17	11	22	19	19	25	29	23	16	25
15	18	17	19	21	12	24	30	33	22	15	18	26	22	19
25	23	21	22	22	25	16	25	19	17	30	13	25	19	24
17	24	16	23	15	22	22	19	20	19	33	14	17	21	16
24	13	20	19	17	13	27	25	25	19	22	22	22	23	9
11	22	24	18	19	18	31	16	18	24	14	23	26	25	19
23	24	21	26	25	18	16	30	16	24	13	14	18	22	22
28	18	21	27	31	23	23	27	21	21	22	34	24	20	24
21	32	16	18	15	22	15	15	22	18					

$n = 175$; начало первого интервала $x_{\min} = 10$; длина интервала $h = 2$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7
1	59	60	53	51	60	59	46
2		56	69	64		59	61
3		52	67	56		49	65
4			59	54		62	57
5			61	66		60	47
6			62	67		69	

Вариант 4

Выборка А

3	3	1	0	0	3	3	5	3	0	0	4	1	5	1	6	5	4	7	4
5	3	3	0	2	3	1	4	1	2	4	3	4	5	4	0	5	6	6	3
5	4	1	3	3	6	3	1	1	5	2	3	5	3	3	4	1	5	6	1
3	3	3	5	6	1	2	1	3	4										

$n = 70$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

58	78	84	62	63	100	55	90	102	70	66	89	71	92	71
93	83	42	110	110	56	96	95	87	88	102	104	88	64	96
92	67	78	95	71	105	50	66	73	76	100	72	86	46	102
95	98	84	82	46	60	94	109	93	79	74	62	97	94	91
81	71	89	78	85	80	93	64	65	109	89	55	103	98	108
68	65	71	82	70	84	73	65	79	99	81	92	76	82	95
75	45	94	81	84	68	77	90	103	119	57	102	100	83	68
69	68	81	83	69	90	99	69	85	84	70	80	117	76	104
78	114	79	70	56	62	73	71	77	98	86	82	54	62	82
103	91	61	93	68	109	96	67	110	84	82	56	78	80	88
66	78	65	50	88	72	94	92	89	109	69	58	75	72	101
92	75	77	85	76	85	84	68	74	78	87	69	75	61	53
70	106	68	81	61	64	100	73	74	57	63	102			

$n = 192$; начало первого интервала $x_{\min} = 39$; длина интервала $h = 6$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7
1	70	67	67	81	82	66	70
2	74	70	71	69	82	77	67
3	59	66		73		62	68
4				77		73	76
5				71		74	
6				87		54	
7						67	

Вариант 5

Выборка А

0	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	2	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2	1	0	1
0																			

$n = 81$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

34	14	14	10	9	29	27	1	4	17	23	13	1	8	9
3	11	6	26	6	8	10	19	22	17	21	20	17	16	3
6	25	0	4	5	6	6	11	3	2	17	13	8	27	11
9	12	12	19	8	29	0	13	0	9	26	19	29	9	22
1	10	20	7	21	10	8	5	2	9	10	1	11	15	13
2	5	12	11	9	34	9	2	20	31	31	11	7	23	20
2	12	3	13	7	15	8	12	8	30	22	18	9	19	17
28	26	6	7	11	20	23	12	19	52	10	32	29	33	3
9	18	16	0	8	25	32	26	1	5	6	5	21	33	7
19	2	6	14	8	14	27	16	6	16	22	7	13	20	18
1	4	4	2	20	14	34	16	9	5	20	8	25	7	19
5	12	2	6	7	4	14	3	2	24	5	4	24	30	21
42	13	2	18											

$n = 184$; начало первого интервала $x_{\min} = 1$; длина интервала $h = 6$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7
1	123	125	113	115	122	127	109
2	117	113		108	123	104	
3	115	98		116	131	111	
4	97	103		123	116	103	
5	108	95		124	102		
6				132	98		
7				113	105		

Вариант 6

Выборка А

4	10	7	6	3	7	8	7	4	7	10	7	3	9	3	1	5	8	10	11
6	5	7	6	3	8	4	3	8	4	10	6	8	7	8	7	7	7	4	6
7	10	4	4	0	5	4	4	8	5	5	10	7	3	8	5	5	6	6	3
5	7	8	5	7	10	9	10	8	2	3	6	9							

$n = 73$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

324	296	313	323	312	321	322	301	337	322	329	307	301	328	312
318	327	315	319	317	309	334	323	340	326	322	314	335	313	322
319	325	312	300	323	335	339	326	298	298	337	322	303	314	315
310	316	321	312	315	331	322	321	336	328	315	338	318	327	323
325	314	297	303	322	314	317	330	318	320	312	333	332	319	325
319	307	305	316	330	318	335	327	321	332	288	322	334	295	318
329	305	310	304	326	319	317	316	316	307	309	309	328	317	317
322	316	304	303	350	309	327	345	329	338	311	316	324	310	306
308	302	315	314	343	320	304	310	345	312	330	324	308	326	313
320	328	309	306	306	308	324	312	309	324	321	313	330	330	315
320	313	302	295	337	346	327	320	307	305	323	331	345	315	318
331	322	315	304	324	317	322	312	314	308	303	333	321	312	323
317	288	317	327	292	316	322	319	313	328	313	309	329	313	34
314	320	301	329	319	332	316	300	300	304	306	314	323	318	337
325	321	322	288	313	314	307	329	302	300	316	321	315	323	331
318	334	316	328	294	288	312	312	315	321	332	319			

$n = 237$; начало первого интервала $x_{\min} = 285$; длина интервала $h = 7$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4
1	219	227	225	233
2	227	242	324	321
3	227			231
4	223			228
5	220			232
6				219
7				225

Вариант 7

Выборка А

2	4	2	4	3	3	3	2	0	6	1	2	3	2	2	4	3	3	5	1
0	2	4	3	2	2	3	3	1	3	3	3	1	1	2	3	1	4	3	1
7	4	3	4	2	3	2	3	3	1	4	3	1	4	5	3	4	2	4	5
3	6	4	1	3	2	4	1	3	1	0	0	4	6	4	7	4	1	3	

$n = 79$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

65	71	67	73	68	68	72	68	67	70	78	74	79	65	72
65	71	70	69	69	76	71	63	77	75	70	74	65	71	68
74	69	69	66	71	69	73	74	80	69	73	76	69	69	67
67	74	68	74	60	70	66	70	68	64	75	78	71	70	69
73	75	74	72	80	72	69	69	71	70	73	65	66	67	69
71	70	72	76	72	73	64	74	71	76	68	69	75	76	73
74	78	66	75	72	69	68	63	70	70	78	76	73	73	67
71	66	66	72	69	71	71	68	72	69	73	73	66	72	73
70	69	74	72	69	74	70	74	72	76	71	66	62	69	74
76	74	69	64	75	71	76	68	68	78	71	71	68	67	74
68	81	72	68	72	71	71	71	69	61	74	66	70	72	65
67	73	78	73	71	75	73	71	72	68	67	69	69	77	63
71	74	67	68	69	74	69	67	74	66	74	74	69	75	70

$n = 200$; начало первого интервала $x_{\min} = 59$; длина интервала $h = 2$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7
1	75	104	96	92	76	92	89
2	86	89	88	89	89	87	85
3		92	105		90	88	93
4		90	90		77	82	
5		81	91		75	90	
6						86	

Вариант 8

Выборка А

3	5	6	8	4	5	5	7	2	7	7	3	7	4	4	5	4	4	5	2
4	8	8	4	6	5	9	4	0	4	4	4	9	3	3	2	1	5	2	5
5	3	4	4	7	8	9	10	4	5	2	5	7	6	1	2	5	6	3	1
2	6	7	3	3	2	5	4	8	2	6	5	9	5	5	2	8	3	6	4
6	6	8	7	3	3	7	3												

$n = 88$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

71	62	43	80	70	44	42	25	48	55	58	44	74	55	56
49	54	63	60	57	70	52	74	65	61	60	72	69	68	47
30	62	81	56	55	38	68	55	74	50	29	35	55	52	27
58	50	62	80	49	68	68	81	66	64	41	45	48	68	79
56	82	76	84	47	44	72	58	58	80	61	55	66	36	69
44	88	88	73	39	70	70	35	51	69	50	59	35	43	71
54	65	85	63	59	52	88	64	60	61	31	64	48	49	50
41	62	42	76	81	76	70	76	75	53	66	87	74	61	68
73	44	61	53	46	69	71	58	63	73	56	65	53	77	39
83	45	55	77	61	42	72	49	52	67	62	68	72	46	76
67	53	70	76	56	62	38	59	53	50	76	62	73	34	51
60	61													

$n = 167$; начало первого интервала $x_{\min} = 23$; длина интервала $h = 5$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
1	30	33	29	36	36
2	27	26	27	30	24
3	30	34	31	42	31
4		31	31		39
5		30			33

Вариант 9

Выборка А

4	5	6	1	1	6	2	2	8	4	5	5	4	2	3	4	7	5	4	7
3	3	4	4	3	5	4	3	5	5	2	1	4	3	5	1	4	3	3	3
1	0	2	2	1	7	5	2	6	2	1	1	8	4	5	4	1	4	5	4
4	2	3	4	3	3	9	2	6	2	3	2	7	1	4	7	3	5	7	2
5	5	4	4	6	1														

$n = 86$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

127	141	121	131	145	139	141	131	139	137	128	132	129	134	140
143	140	127	132	136	134	133	121	133	136	126	138	144	135	138
137	137	127	139	140	141	125	136	136	129	136	135	142	132	129
128	134	139	130	137	132	140	125	127	129	133	134	135	124	132
127	133	140	135	140	130	130	130	131	133	133	131	129	127	138
128	122	137	136	137	140	138	117	114	132	137	126	137	136	130
148	130	140	132	127	125	134	136	116	120	125	136	124	144	133
132	123	136	131	130	130	134	132	131	125	138	130	146	132	131
138	135	133	126	134	137	141	136	126	125	135	139	150	130	136
132	127	131	122	125	133	133	123	136	131	135	130	123	133	123
140	133	138	124	129	129	128	126	128	138	127	120	144	135	126
126	144	125	123	132	138	155	139	137	133	129	124	140	131	128
130	130	124	142	124	129	131	143	129	127					

$n = 190$; начало первого интервала $x_{\min} = 112$; длина интервала $h = 5$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4
1	25	31	26	21
2	21	35	25	20
3	17	23	22	22
4	28	22	26	30
5	29			12
6				24
7				21

Вариант 10

Выборка А

11 6 7 8 7 3 7 3 3 12 7 9 12 5 10 4 7 2 7 7
 4 5 11 5 5 6 4 5 8 9 8 12 5 6 7 10 11 9 13 9
 3 8 11 9 7 12 6 6 14 11 9 8 14 6 4 10 8 4 6 8
 3 6 6 7 7 6 10 11 3 11 8 5 8 11 11 6 11 7 8 7
 12 5 5 9 5 7 10 5 7

$n = 89$; начало первого интервала $x_{\min} = 2$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

103 120 129 105 131 138 113 87 117 109 109 113 162 139 101
 98 114 116 94 125 108 119 130 127 116 124 137 140 151 102
 115 127 121 110 131 106 112 96 112 112 120 100 118 104 106
 123 112 134 106 107 115 130 140 104 127 125 117 109 106 109
 112 90 111 138 112 97 124 128 105 122 118 126 84 138 123
 119 121 116 120 101 118 102 102 120 145 117 110 138 107 127
 119 127 128 90 95 92 105 131 118 127 105 139 92 122 116
 111 111 101 99 98 103 123 114 126 132 120 142 92 103 109
 138 115 94 116 138 125 91 132 98 111 154 129 146 123 96
 112 104 111 108 89 128 111 140 143 131 102 116 105 135 96
 102 106 99 116 99 129 128 125 97 97 96 114 148 133 126
 98 107 130 93 123 112 117 87 98 79 97 136 121 100 127
 113 116 117 115 97 108 110 110 103 128 86 126 98 121 119
 99 134 114 157 133 109 120 129 129 147 110 120

$n = 207$; начало первого интервала $x_{\min} = 76$; длина интервала $h = 6$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7
1	29	31	22	18	26	22	26
2	24	26	27	27	22	24	24
3		22	29	19	29	26	28
4			30	27	31	28	
5				21			

Вариант 11

Выборка А

0	4	2	0	5	1	1	3	0	2	2	4	3	2	3	3	0	4	5	1
3	1	5	2	0	2	2	3	2	2	2	6	2	1	3	1	3	1	5	4
5	5	3	2	2	0	2	1	1	3	2	3	5	3	5	2	5	2	1	1
2	3	4	3	2	3	2	4	2											

$n = 69$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

135	133	124	132	104	152	134	130	129	120	122	124	117	123	123
129	121	122	125	131	147	124	137	112	126	128	111	129	115	147
131	132	137	119	125	120	129	125	123	127	132	118	133	132	132
134	131	120	135	132	125	132	108	114	121	133	133	135	131	125
114	115	122	131	125	132	120	126	115	117	118	118	132	134	127
127	124	135	128	127	115	144	129	120	137	127	125	116	132	120
117	127	118	109	127	122	120	135	116	118	133	136	125	126	119
126	129	127	129	124	127	132	126	131	127	130	126	124	135	127
124	123	123	130	132	143	122	139	120	134	108	132	121	411	123
140	137	120	125	131	118	120	120	136	129	127	116	138	128	133
122	131	128	140	138	134	120	126	109	137	111	115	117	130	113
125	118	115	128	123	129	128	120	115	134	118	135	126	115	124
134														

$n = 181$; начало первого интервала $x_{\min} = 102$; длина интервала $h = 4$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
1	51	56	59	59	52	51
2	57	56		56	58	56
3	55	54		54	53	55
4	52	55		52	55	
5	51			54	55	
6	54			51	52	
7				56	56	

Вариант 12

Выборка А

6	6	5	6	11	8	7	4	4	8	3	2	3	9	7	6	9	5	8	8
7	10	8	6	9	9	10	3	10	5	7	6	8	9	9	3	8	4	11	4
6	9	2	8	7	7	7	8	4	3	6	12	10	2	3	8	6	8	2	3
8	8	7	6	9	4	4	7	6	9	6									

$n = 71$; начало первого интервала $x_{\min} = 2$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

58	48	46	53	63	64	53	46	59	64	50	55	57	55	68
48	58	54	59	66	61	69	70	51	60	47	50	43	62	43
40	51	46	58	63	51	65	55	55	61	45	50	44	45	57
65	52	60	58	27	41	60	44	38	44	59	72	43	60	50
55	53	51	33	53	70	55	60	50	51	50	55	57	58	61
52	46	56	65	52	61	52	65	51	58	54	55	64	58	68
52	52	47	48	55	58	72	53	69	42	41	59	56	28	50
47	54	52	60	47	55	48	64	63	72	51	55	50	65	66
42	63	59	60	70	54	40	58	49	66	50	55	50	46	58
73	41	68	54	48	52	52	50	67	59	43	64	57	71	67
54	63	63	65	60	47	72	58	55	52	53	49	59	43	45
45	40	54	77	49	56	45	64	69	57	50	59	74	47	38
54	57	52	63	42	41	57	60	60	52	49	46	60	71	57
47	52	51	59	42	56	43	50	44	45	59	54	56	71	63
50	46	42	48	59	53	64	53	54	72	55				

$n = 221$; начало первого интервала $x_{\min} = 25$; длина интервала $h = 4$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
1	48	37	53	35	38	49
2	50		52	43		55
3	51		45	46		38
4			43			47
5			48			48
6			46			43
7			54			45

Вариант 13

Выборка А

2	0	1	2	0	0	2	2	1	1	0	0	0	0	1	2	0	4	0	0
1	0	4	1	1	0	2	1	0	0	2	1	1	1	1	0	1	1	0	3
1	2	1	0	1	2	1	2	3	0	2	4	0	0	0	3	0	2	0	2
2	2	1	1																

$n = 64$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

174	166	157	161	165	162	161	164	172	158	161	163	160	154	171
160	168	171	161	162	168	164	166	159	172	154	154	154	153	159
160	173	150	166	157	177	165	168	152	168	164	158	153	164	174
179	159	165	167	169	164	168	151	174	166	169	170	159	162	153
175	178	157	170	174	169	159	154	165	167	161	168	157	182	175
170	155	164	174	167	170	159	160	153	151	169	155	143	163	155
173	166	164	186	161	158	150	139	167	163	166	155	149	157	164
166	171	172	154	161	169	164	173	164	162	171	156	155	160	156
165	149	175	150	162	179	154	167	158	155	147	161	161	173	166
156	171	158	164	168	173	166	148	174	179	173	167	162	166	167
164	158	160	163	161	154	151	156	150	157	163	168	170	165	174
149	161	162	155	164	156	157	170	173	165	160	166	166	160	165
159	157	162	173	173	151	151	169	167	145	166	168	161	169	170
172	159	161	162	151	165	161	151	156	167	148	167	170	149	162
169	157	167	169	174	163	164	169	161	164	172	160	154	156	166
170	164	160	161	149	158	168	176	155						

$n = 234$; начало первого интервала $x_{\min} = 141$; длина интервала $h = 5$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4
1	11	12	12	11
2	11	12	11	10
3	10	13	14	12
4	11		11	14
5	10			11
6	11			
7	13			

Вариант 14

Выборка А

5	4	4	4	5	0	3	7	2	2	3	0	5	6	3	4	6	1	2	5
3	2	3	6	6	2	3	1	7	2	3	2	2	5	2	0	2	2	6	1
3	6	7	7	2	0	4	6	1	1	6	7	1	3	4	6	6	3	2	1
7	2	5	4	2	3	4	5	6	6	5	3	2							

$n = 73$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

79	56	46	50	67	37	53	49	42	57	49	20	45	83	15
54	43	82	54	49	27	56	49	26	46	72	41	38	29	65
59	61	41	32	42	71	55	46	71	68	37	67	36	33	38
39	59	39	42	45	55	45	54	87	72	68	44	33	47	63
69	52	67	66	7	54	56	39	40	61	73	50	49	72	57
77	54	70	45	49	50	41	39	61	70	44	42	43	71	57
70	55	45	36	40	71	17	48	49	48	72	48	53	28	44
64	11	66	37	12	36	15	55	39	72	61	68	42	48	72
48	28	40	32	26	69	33	50	78	56	61	36	44	36	52
25	67	50	60	69	63	60	58	46	11	59	53	77	38	54
41	76	56	46	26	58	40	43	55	45	73	47	76	46	16
86	25	27	43	26	61	64	10	50	24	42	36	33	51	34
54	80	56	27	57	76	43	49	43	67	75	64	39	64	53
62	88	27	37	56	67	63	56	48	28	24	42	43	48	49

$n = 210$; начало первого интервала $x_{\min} = 3$; длина интервала $h = 9$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4
1	147	148	176	171
2	178	162	123	173
3	166	164	176	172
4			153	173
5			131	171
6			147	154

Вариант 15

Выборка А

4	8	4	11	7	7	5	8	9	6	7	1	6	5	8	4	7	4	8	4
6	5	7	4	8	7	4	3	2	8	7	5	0	4	7	6	3	5	7	2
6	6	5	8	1	3	8	6	6	8	8	9	6	8	7	5	12	5	3	9
5	7	7	8	3	7	9	6	5	4	4	4	7	7	4	7	5	9	5	9
3	4	4	8	5	1	10	6	1	7	6	8	6	7	9					

$n = 95$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

21	66	28	40	37	58	44	32	60	33	47	55	47	37	31
41	45	45	41	42	27	33	33	63	51	53	46	37	23	36
43	78	38	43	46	37	46	47	48	59	30	37	60	42	49
32	61	37	54	42	26	30	60	40	65	50	63	53	47	61
47	34	30	62	44	39	25	49	48	51	43	50	44	64	45
54	21	40	25	59	40	48	54	38	42	34	46	31	30	75
70	59	45	57	45	33	51	47	53	32	36	42	37	47	32
28	69	33	45	38	42	30	29	18	57	46	45	47	37	58
72	38	50	51	49	47	63	52	34	47	63	53	65	55	39
60	50	57	46	70	42	39	43	60	52	52	46	34	33	31
39	16	54	63	63	27	48	38	34	40	49	43	32	54	56
38	34	39	31	46	52	80	21	54	50	50	55	47	26	34
54	36	33	46	23	56	28	36	35	52	51	58	65	36	58
53	54	44	43	37	49	63	52	50	58	51	58	40	40	19
51	81	42	52	50	20	53	49	40	55	55	48	28	49	46
65	63	37	47	43	35	81	44	18	41	53				

$n = 236$; начало первого интервала $x_{\min} = 20$; длина интервала $h = 7$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7
1	196	194	185	191	201	194	189
2	197	200	194	199	202	181	207
3	203	190	182	199	207	205	
4	192	172	192	185		179	
5		185	193	176			
6		190	196	195			

Вариант 16

Выборка А

5	3	3	3	5	4	5	3	3	4	2	1	5	2	4	0	2	2	3	2
1	3	3	1	2	4	6	6	4	1	2	4	3	1	5	2	4	6	3	8
4	5	1	1	2	0	2	3	3	2	4	2	1	2	3	1	2	4	3	0
6	3	1	4	3	7	1	1	0	2	3	1	1							

$n = 73$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

52	40	47	54	40	54	41	74	45	45	51	76	58	37	40
42	53	54	65	46	64	61	55	38	66	42	56	54	40	60
43	49	77	64	53	64	58	54	56	53	43	35	56	34	59
58	66	49	49	57	48	42	46	52	59	50	62	50	55	55
46	53	51	50	60	30	48	56	29	74	52	60	44	62	23
54	40	33	20	55	42	61	54	41	45	75	59	41	51	45
54	52	62	69	65	49	48	63	52	46	44	55	60	54	39
82	67	68	34	56	51	56	48	53	47	59	51	59	66	48
61	42	54	33	39	4	46	47	73	63	34	44	51	46	40
43	30	60	61	53	47	42	56	70	48	45	65	48	48	51
40	57	56	33	44	43	45	35	35	56	59	66	56	52	44
53	49	55	25	53	48	73	38	58	72	57	46	54	55	59
38	53	48	68	36	53	41	55	51	50	45	50	29	60	39
50	59	33	56	49	31	70	56	56						

$n = 204$; начало первого интервала $x_{\min} = 17$; длина интервала $h = 7$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7
1	228	235	234	234	233	227	228
2	233	232	233	232	232		231
3	235	234	235	234			239
4	231	232	235	234			231
5	234	232	235	234			231
6	234	236		236			238

Вариант 17

Выборка А

2	2	0	1	3	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	4	1	0	0
0	2	0	1	1	0	1	2	1	2	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1
0	1	0	0	2	1	0	0	1	1	1	0	0	2	0	0	1	1	0	0
0	0	0	2	1	1	1	1	3	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0

$n = 80$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

144	166	120	89	103	140	143	126	119	125	161	140	168	133	151
132	135	166	131	120	127	105	136	145	154	105	173	97	113	150
143	107	133	139	127	138	107	107	127	127	159	170	120	120	106
126	152	128	160	120	109	106	134	127	107	106	95	91	113	128
120	99	160	137	143	103	138	143	131	157	148	146	112	141	174
109	173	91	148	123	133	117	122	139	107	139	169	125	141	132
115	157	127	158	115	161	165	145	168	107	105	115	113	138	113
145	104	99	137	144	122	93	124	120	112	159	135	145	137	115
98	159	158	125	125	121	145	130	168	132	118	139	184	153	123
122	138	117	147	115	134	102	137	85	159	139	136	123	138	136
112	101	114	141	164	142	96	137	161	153	125	147	137	129	140
171	115	155	126	145	109	147	112	98	144	114	109	149	114	173
118	138	102	168	116	125	151	86	129	166	115	106	120	133	159
158	156	114	109	138	108	155	129	145	139	161	116	110	155	122
181	151	129	128	137	104	107	115	131	146	119	125	164	145	

$n = 224$; начало первого интервала $x_{\min} = 80$; длина интервала $h = 11$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4
1	239	238	238	233
2	237	237	231	233
3	235	238		234
4	235	236		232
5	237	234		237
6	237	237		236
7	236	232		

Вариант 18

Выборка А

7	8	4	0	4	6	5	4	3	2	4	8	6	2	2	5	3	6	6	5
5	3	5	6	7	8	9	5	2	5	4	5	6	6	3	6	5	3	4	5
10	3	7	5	3	3	3	7	5	3	4	9	2	1	4	4	4	2	4	3
4	4	5	5	3	7	5	3	2	6	2	4	4	4	0	6	1	3	4	4
5	4	8	3	5	4	11	9	9											

$n = 89$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

107	78	93	81	80	92	126	93	67	50	104	110	120	91	101
91	120	88	69	74	102	65	48	71	103	67	95	112	112	86
99	99	103	122	112	102	92	69	105	106	124	46	72	75	126
73	106	75	80	92	68	112	127	88	53	74	131	51	117	145
96	76	71	138	104	120	67	92	130	99	94	92	97	105	84
78	100	98	114	113	94	108	76	88	91	78	96	81	116	75
120	75	62	113	109	111	127	63	87	86	66	100	75	84	95
121	103	95	70	98	67	148	95	92	105	114	98	102	41	76
114	90	97	111	93	110	79	63	109	69	108	71	111	100	136
92	84	123	84	125	102	96	72	102	90	136	87	132	137	100
102	88	65	75	114	79	122	63	115	90	78	86	122	119	87
115	96	137	106	105	88	75	100	84	71	123	121	94	114	94
93	118	94	102	109	86	45	97	93	43	48	114	85	79	124
89	104	108	108	100	106	102	105	119	71	86	115	82	101	

$n = 209$; начало первого интервала $x_{\min} = 36$; длина интервала $h = 11$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4
1	91	73	64	21
2	47	69	70	73
3	95	36		66
4	83	38		59
5	53			65
6	78			63
7	77			

Вариант 19

Выборка А

4	5	3	4	5	2	3	3	3	4	4	5	3	1	4	1	4	5	5	1
2	5	5	5	3	4	3	5	5	4	0	2	6	7	1	3	2	2	4	2
3	3	6	0	6	2	4	3	6	1	5	4	4	4	5	2	4	5	3	5
5	6	2	2	3	2	2	5	2	5	5	0	7	1	0	0	0	5	3	2
7	6	3	5	3															

$n = 85$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

110	115	122	128	115	118	116	124	120	127	126	129	119	124	131
116	108	122	118	132	118	118	116	132	124	120	124	124	118	127
126	119	115	122	131	129	128	122	103	125	115	122	114	109	132
122	121	129	108	111	104	115	105	135	132	133	119	137	126	102
114	109	125	121	112	131	115	122	118	116	130	126	131	127	116
120	119	128	104	131	115	140	115	124	126	115	104	125	131	117
118	102	127	120	102	120	130	128	106	132	129	131	126	116	128
134	132	124	107	119	132	117	120	122	114	125	139	116	125	132
111	122	120	113	123	119	122	112	125	101	121	124	110	123	141
115	121	113	125	139	111	117	114	109	128	126	139	114	123	125
123	118	129	123	124	122	123	120	115	115	127	115	114	133	128
123	104	124	105	124	112	135	117	127	134	117	120	97	123	105
108	119	112	114	133	112	120	145	121	126	127	118	129		

$n = 193$; начало первого интервала $x_{\min} = 95$; длина интервала $h = 5$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7
1	58	17	53	67	23	49	11
2	59		46	37	56	46	
3	47		54			50	
4	50		23				
5			30				
6			36				

Вариант 20

Выборка А

2	3	1	6	4	6	3	3	1	3	1	2	4	4	4	3	0	3	2	4
2	3	2	3	3	2	0	6	1	0	2	2	6	2	0	2	4	3	1	5
3	0	4	4	3	5	3	2	5	2	0	2	0	2	5	0	1	3	3	2
0	2	2	2	5															

$n = 65$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

184	181	201	178	190	188	181	180	186	180	176	186	185	184	187
176	189	194	196	190	193	180	186	195	197	189	197	190	176	200
196	188	203	191	180	181	138	185	188	173	184	180	189	178	190
175	193	184	177	179	177	203	185	182	191	182	183	211	189	177
195	196	175	188	189	187	193	185	184	193	181	185	214	177	196
195	193	172	190	200	176	179	185	182	175	180	179	170	206	181
197	197	180	193	192	200	175	196	174	171	160	187	185	206	187
182	175	172	151	179	191	199	197	177	175	170	174	194	188	182
179	186	190	183	196	183	185	174	195	179	197	182	183	184	185
172	193	175	172	179	179	184	190	183	178	192	186	157	172	185
180	193	177	174	200	195	184	186	185	206	192	189	189	184	183
182	179	186	184	169	189	180	183	192	186	200	176	191	186	182
202	184	192	179	204	197	194	182	172	185	175	187	182	184	186
201	197	188	188	194	184	193	178	191	203	193	190	185	181	187
181	196	204	177	178	167	178	194	188	182	182	199	180	181	187
187	178	181	180	182	160	183	193	189	193	191				

$n = 236$; начало первого интервала $x_{\min} = 154$; длина интервала $h = 6$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7
1	35	32	40	29	28	35	30
2	46	30		34	30	36	34
3	37	14		32	39	36	
4		15		34	35		
5				33	37		
6					40		
7					34		

Вариант 21

Выборка А

1	4	3	3	1	0	4	0	4	3	2	0	2	2	3	3	1	0	3	3
3	2	3	3	3	2	5	6	3	2	5	2	3	4	2	3	2	2	6	2
0	1	2	3	6	2	1	4	3	3	1	5	4	3	2	1	1	1	6	3
2	0	2	2	2	3														

$n = 66$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

5	25	13	29	28	24	8	40	24	7	42	49	30	31	7
3	53	6	14	46	16	3	2	19	31	26	10	46	4	5
5	8	6	30	39	14	3	32	6	25	13	12	20	26	5
33	2	20	5	29	5	39	36	24	38	2	30	53	52	7
20	35	27	11	12	23	1	10	3	5	31	21	6	15	2
17	15	26	17	0	46	13	21	3	6	9	31	15	43	4
19	8	5	37	43	3	20	20	24	17	3	43	19	36	19
6	14	6	24	5	50	4	24	6	43	17	22	37	19	28
9	3	34	7	19	18	14	1	15	26	6	52	5	26	29
28	4	8	1	30	65	1	25	3	1	30	53	35	9	11
1	35	1	21	76	29	15	6	31	6	58	18	10	3	60
17	23	3	3	27	2	9	88	6	1	21	6	30	12	1
24	28	7												

$n = 183$; начало первого интервала $x_{\min} = 1$; длина интервала $h = 14$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
1	70	56	48	58	51	62
2	79	48	58		41	75
3	67	51	62		50	56
4			76		49	74
5					59	
6					68	
7					65	

Вариант 22

Выборка А

7	11	5	5	5	5	9	4	5	3	8	5	3	8	3	11	3	9	6	5
3	3	6	2	7	4	4	3	5	7	4	6	5	2	9	5	8	6	1	1
7	7	4	4	9	7	4	3	1	6	6	4	5	4	5	5	7	8	6	8
4	10	2	7	7	5	9	6	11	2	7	7	9	2	6	8				

$n = 76$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

64	5	53	29	61	49	1	22	25	38	73	20	8	37	47
0	37	50	46	13	7	13	42	1	44	27	20	33	37	30
20	73	57	40	4	40	83	33	37	26	79	16	77	5	51
28	63	24	25	24	38	16	38	15	29	11	14	34	31	23
16	58	73	43	31	65	12	4	38	25	31	7	9	60	61
47	46	33	15	79	48	1	62	14	49	31	25	33	38	27
51	30	43	64	24	50	22	37	6	11	78	51	1	9	34
1	17	33	11	54	31	34	38	22	2	9	15	6	87	45
22	30	15	30	18	77	6	47	33	21	86	31	45	43	19
36	46	69	22	59	30	22	5	29	42	47	5	17	71	36
6	6	7	41	37	11	11	65	36	58	36	30	46	15	49
88	12	8	83	13	30	48	66	9	31	13	32	21	47	50
25	6	31	75	48	77	13	55	26	9	32	41	68	55	53
25	77	1	65	35	51	24	42							

$n = 203$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 12$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
1	158	163	162	161	161
2	160	163	164	162	157
3	161		159	162	161
4	162		159	164	
5			164	163	
6				161	

Вариант 23

Выборка А

2	0	2	6	2	3	5	3	8	3	6	4	5	2	6	6	5	5	8	8
3	5	3	2	4	5	2	1	6	9	7	6	7	4	5	6	5	6	8	3
6	5	5	1	7	6	4	1	5	6	4	7	2	8	8	2	8	2	1	6
5	2	3	6	3	3	5	3	3	7	5	6	6	3	4	6	7	4	6	2
7	7	1	2	3	6	6	3	2	6	4	2	4	8						

$n = 94$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

100	51	80	83	83	67	55	84	78	83	101	75	78	99	69
99	71	67	56	74	51	78	34	67	107	66	106	70	117	67
116	79	120	47	113	113	59	100	78	31	68	66	91	85	644
55	83	77	68	83	38	89	88	58	75	60	89	111	42	104
33	96	50	42	81	78	42	64	89	60	32	46	82	33	72
93	94	49	153	68	85	78	95	51	76	81	67	50	75	99
114	111	108	127	110	91	77	85	102	101	79	118	132	130	79
88	76	73	82	75	118	50	100	70	42	79	64	78	137	83
92	71	84	77	73	100	69	77	74	98	79	102	83	66	59
67	87	60	91	68	91	103	73	93	69	54	82	71	60	88
82	82	41	68	53	78	96	97	81	86	69	52	77	66	100
119	84	102	46	54	77	129	87	106	84	96	81			

$n = 177$; начало первого интервала $x_{\min} = 25$; длина интервала $h = 13$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
1	107	108	108	110	107
2	110	107	109	110	107
3	107	107	109	111	108
4		109		109	109
5				109	109
6					108
7					109

Вариант 24

Выборка А

2	0	0	3	1	2	2	2	3	4	1	2	3	3	2	1	1	3	3	0
4	1	3	3	0	1	0	0	1	2	1	1	3	2	3	0	1	0	4	2
3	1	2	1	1	1	1	2	1	2	5	2	3	3	2	3	1	1	1	1
2	1	1	1	3	1	3	1	2	1	2	1	1	0	0	3	3	1	2	3

$n = 80$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

22	49	18	44	52	31	18	20	27	35	41	28	29	45	36
40	41	37	18	40	25	38	46	37	50	41	37	37	21	37
27	27	32	34	28	40	31	20	22	25	33	34	56	35	37
47	40	29	28	29	3	27	12	41	24	40	57	49	37	34
23	33	19	29	27	32	21	21	13	40	24	37	7	24	34
52	38	32	49	43	25	16	33	22	6	41	48	35	55	35
4	31	18	19	17	23	6	36	40	12	66	26	23	30	28
49	30	50	13	33	46	26	37	30	46	41	18	28	14	50
26	25	30	53	46	30	11	40	40	24	16	24	28	29	25
10	19	35	27	22	38	32	41	21	46	27	49	34	53	32
31	15	24	38	25	34	22	35	42	38	33				

$n = 161$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 7$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
1	107	76	73	100	117	91
2	92	88	107	84	108	84
3	102	94	83	82	79	90
4	119	94	91	96	82	86
5	95	89	69	100	83	
6	114	73	86	92		
7	102	96	114	82		

Вариант 25

Выборка А

1	0	1	3	1	1	4	0	0	1	1	1	0	1	2	0	2	1	0	1
1	0	1	0	2	2	1	1	0	0	0	1	2	1	1	1	2	3	0	1
0	2	2	0	2	2	0	1	0	0	0	0	3	2	2	3	1	2	0	1
2	1	1	0	1	2	0	2	2	3	0	0	2	0	0	0	3	1	2	2
2	0	2	0	2	1	0	3	1	1	3									

$n = 91$; начало первого интервала $x_{\min} = 0$; длина интервала $h = 1$.

Выборка В

187	193	199	197	196	184	200	193	198	191	193	188	193	195	197
199	202	193	190	197	195	182	201	202	184	197	205	178	191	200
223	188	192	188	194	183	207	183	195	184	175	195	212	197	194
184	175	198	189	194	185	213	192	200	194	173	206	163	204	174
183	199	203	185	199	196	196	188	169	196	190	205	189	189	190
175	190	193	209	190	183	191	193	191	190	192	191	185	202	173
184	176	199	182	186	189	193	185	168	192	193	205	171	193	191
206	187	193	192	189	191	190	182	194	194	197	207	198	180	175
193	191	188	187	191	191	192	192	214	171	208	185	195	190	214
193	183	193	193	187	198	203	181	173	189	195	180	180	205	194
179	191	201	195	195	189	185	199	194	187	173	211	190	165	182
182	194	168	176	192										

$n = 170$; начало первого интервала $x_{\min} = 160$; длина интервала $h = 7$.

Выборка С

№	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
1	82	79	124	131	151	99
2	166	117	106	154	109	101
3	132	107	112	128		108
4	153	128	119	130		124
5		97				107
6		67				
7		100				

Приложение 2

Варианты заданий к лабораторной работе № 2.

Таблица 1. Результаты в тройном прыжке

Номер варианта	$\bar{x}$ (см.)	n_x	S_x (см.)	$\bar{y}$ (см.)	n_y	S_y (см.)
1	921	40	28,5	930	35	31,4
2	850	42	27,1	900	32	30,5
3	940	45	26,2	870	38	26,9
4	900	37	31,2	920	46	31,0
5	850	30	25,2	970	40	29,4
6	910	32	27,3	940	31	32,4
7	950	36	28,1	910	39	26,3
8	890	31	31,2	940	34	27,4
9	905	37	28,5	945	30	25,1
10	960	32	24,1	900	42	38,5
11	870	40	25,7	915	45	24,7
12	965	38	26,0	910	41	30,2
13	895	41	29,5	935	36	29,7
14	925	37	28,4	905	32	23,2
15	897	32	21,6	930	36	31,7
16	915	36	24,7	950	42	27,6
17	890	39	31,8	925	46	31,7
18	935	42	27,8	890	32	26,4
19	940	45	31,6	910	37	24,2
20	960	37	29,2	905	31	27,1
21	895	51	24,5	911	47	24,9
22	906	48	30,2	920	39	27,3
23	910	44	28,5	880	41	25,2
24	920	53	24,7	903	45	29,4
25	915	49	27,1	940	35	31,8

Приложение 2 (продолжение)

Таблица 2. Частота сердечных сокращений (ЧСС) у двух групп спортсменов

Номер варианта	x_i (уд./мин)					Номер варианта	x_i (уд./мин)				
	y_i (уд./мин)						y_i (уд./мин)				
1	71	72	85	61	65	14	65	64	65	68	70
	65	84	68	74	80		74	76	70	79	80
2	62	90	66	69	60	15	96	84	79	80	85
	84	78	76	71	86		71	76	70	79	83
3	64	71	69	81	64	16	65	70	71	64	62
	72	60	84	62	76		78	81	84	80	79
4	78	64	76	70	75	17	82	79	77	79	70
	82	81	77	82	64		61	70	78	64	65
5	80	82	68	69	62	18	68	65	65	62	69
	65	71	75	81	82		81	72	76	76	71
6	90	81	72	60	69	19	78	79	84	81	80
	69	70	86	75	72		62	65	63	61	68
7	71	68	82	73	75	20	69	68	67	68	61
	76	79	70	84	76		90	81	79	84	80
8	81	76	70	84	71	21	70	85	60	68	71
	72	84	83	86	82		62	74	80	74	63
9	72	69	65	81	69	22	68	70	73	64	75
	68	73	76	68	84		80	84	75	91	70
10	61	68	82	68	73	23	80	92	74	71	69
	76	81	64	72	75		72	69	70	68	78
11	64	76	90	65	81	24	75	82	76	69	75
	71	85	60	76	75		84	89	72	78	69
12	70	63	72	81	80	25	81	91	110	76	91
	62	65	69	67	69		71	64	81	91	78
13	76	84	78	84	86						
	62	61	69	63	64						

Приложение 2 (продолжение)

Таблица 3. Количество подтягиваний на перекладине в группе спортсменов до начала (x_i) и в конце (y_i) периода тренировок силового характера

Номер варианта	x_i						Номер варианта	x_i				
	y_i							y_i				
1	12	10	13	12	10	10	14	10	10	9	8	9
	15	17	14	19	17	13		12	14	12	13	14
2	11	16	13	12	10	9	15	8	11	12	14	10
	15	18	15	19	13	14		11	12	16	18	13
3	12	10	11	9	10	12	16	10	10	11	11	13
	13	14	11	13	14	16		12	15	12	16	15
4	10	11	11	13	10	9	17	11	10	9	12	10
	15	14	13	17	11	14		12	11	14	18	17
5	9	8	10	10	11	10	18	10	9	8	8	11
	12	13	11	12	14	15		12	13	13	18	16
6	10	12	10	13	11	8	19	9	10	10	11	10
	12	15	13	18	14	12		12	14	13	15	14
7	12	14	10	9	10	9	20	10	12	12	11	11
	15	18	13	12	11	10		13	15	16	17	15
8	12	10	9	9	7	10	21	11	10	12	10	9
	16	13	14	12	10	12		15	16	13	14	13
9	10	12	10	11	9	10	22	10	10	12	11	12
	15	14	13	12	10	11		15	14	13	12	16
10	9	10	12	11	10	10	23	9	10	12	10	9
	15	18	16	13	12	13		13	12	14	16	14
11	8	10	12	11	13	9	24	12	13	10	9	12
	9	12	11	12	13	12		12	14	12	10	12
12	10	7	9	10	12	11	25	9	12	10	11	14
	12	9	9	12	14	13		10	12	12	10	15
13	8	10	13	15	11	13						
	9	10	13	14	14	15						

Приложение 3

Варианты заданий к лабораторной работе № 3

Но- мер вари- анта	Спортсмены								Но- мер вари- анта	Спортсмены							
	A	B	C	D	E	F	G	H		A	B	C	D	E	F	G	H
1	$\frac{18}{70}$	$\frac{21}{73}$	$\frac{20}{75}$	$\frac{19}{74}$	$\frac{22}{75}$	$\frac{25}{80}$	$\frac{26}{80}$	$\frac{23}{76}$	14	$\frac{31}{110}$	$\frac{34}{110}$	$\frac{37}{92}$	$\frac{37}{90}$	$\frac{38}{90}$	$\frac{40}{89}$	$\frac{41}{88}$	$\frac{42}{85}$
2	$\frac{19}{81}$	$\frac{21}{84}$	$\frac{21}{84}$	$\frac{24}{85}$	$\frac{25}{83}$	$\frac{26}{87}$	$\frac{23}{87}$	$\frac{27}{90}$	15	$\frac{32}{95}$	$\frac{30}{98}$	$\frac{28}{100}$	$\frac{27}{110}$	$\frac{26}{110}$	$\frac{25}{115}$	$\frac{25}{120}$	$\frac{25}{125}$
3	$\frac{20}{92}$	$\frac{22}{93}$	$\frac{22}{96}$	$\frac{25}{100}$	$\frac{26}{110}$	$\frac{28}{100}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{29}{105}$	16	$\frac{33}{115}$	$\frac{31}{105}$	$\frac{30}{105}$	$\frac{28}{100}$	$\frac{28}{98}$	$\frac{26}{90}$	$\frac{25}{90}$	$\frac{24}{84}$
4	$\frac{21}{81}$	$\frac{23}{84}$	$\frac{24}{84}$	$\frac{25}{86}$	$\frac{25}{90}$	$\frac{26}{90}$	$\frac{28}{105}$	$\frac{29}{110}$	17	$\frac{34}{90}$	$\frac{36}{92}$	$\frac{36}{94}$	$\frac{37}{100}$	$\frac{38}{100}$	$\frac{38}{105}$	$\frac{39}{110}$	$\frac{40}{115}$
5	$\frac{22}{79}$	$\frac{24}{76}$	$\frac{26}{82}$	$\frac{26}{85}$	$\frac{27}{87}$	$\frac{28}{90}$	$\frac{29}{90}$	$\frac{30}{107}$	18	$\frac{35}{95}$	$\frac{32}{98}$	$\frac{31}{100}$	$\frac{30}{100}$	$\frac{28}{105}$	$\frac{26}{107}$	$\frac{26}{107}$	$\frac{24}{110}$
6	$\frac{23}{82}$	$\frac{25}{94}$	$\frac{25}{96}$	$\frac{27}{96}$	$\frac{28}{100}$	$\frac{29}{110}$	$\frac{30}{110}$	$\frac{28}{108}$	19	$\frac{36}{98}$	$\frac{38}{100}$	$\frac{40}{120}$	$\frac{40}{125}$	$\frac{42}{125}$	$\frac{44}{130}$	$\frac{44}{135}$	$\frac{45}{135}$
7	$\frac{24}{92}$	$\frac{25}{92}$	$\frac{27}{103}$	$\frac{28}{109}$	$\frac{28}{115}$	$\frac{29}{120}$	$\frac{31}{120}$	$\frac{32}{125}$	20	$\frac{37}{90}$	$\frac{34}{95}$	$\frac{34}{96}$	$\frac{32}{96}$	$\frac{31}{96}$	$\frac{30}{100}$	$\frac{30}{105}$	$\frac{30}{110}$
8	$\frac{25}{87}$	$\frac{26}{89}$	$\frac{29}{92}$	$\frac{27}{95}$	$\frac{30}{93}$	$\frac{28}{95}$	$\frac{31}{104}$	$\frac{32}{106}$	21	$\frac{38}{120}$	$\frac{36}{120}$	$\frac{35}{100}$	$\frac{32}{96}$	$\frac{30}{90}$	$\frac{28}{91}$	$\frac{28}{90}$	$\frac{26}{85}$
9	$\frac{26}{85}$	$\frac{28}{90}$	$\frac{28}{92}$	$\frac{30}{106}$	$\frac{31}{102}$	$\frac{34}{120}$	$\frac{34}{105}$	$\frac{35}{120}$	22	$\frac{39}{160}$	$\frac{33}{150}$	$\frac{30}{150}$	$\frac{30}{140}$	$\frac{27}{130}$	$\frac{25}{125}$	$\frac{24}{125}$	$\frac{20}{110}$
10	$\frac{27}{93}$	$\frac{29}{95}$	$\frac{29}{94}$	$\frac{30}{107}$	$\frac{32}{110}$	$\frac{34}{107}$	$\frac{35}{115}$	$\frac{36}{121}$	23	$\frac{40}{150}$	$\frac{35}{140}$	$\frac{30}{140}$	$\frac{30}{130}$	$\frac{27}{100}$	$\frac{25}{95}$	$\frac{25}{95}$	$\frac{20}{90}$
11	$\frac{28}{85}$	$\frac{29}{79}$	$\frac{26}{79}$	$\frac{25}{70}$	$\frac{26}{74}$	$\frac{22}{70}$	$\frac{28}{70}$	$\frac{21}{72}$	24	$\frac{41}{160}$	$\frac{38}{130}$	$\frac{35}{130}$	$\frac{32}{125}$	$\frac{28}{120}$	$\frac{28}{110}$	$\frac{26}{110}$	$\frac{25}{100}$
12	$\frac{29}{100}$	$\frac{31}{100}$	$\frac{30}{94}$	$\frac{32}{106}$	$\frac{34}{120}$	$\frac{36}{140}$	$\frac{38}{140}$	$\frac{39}{130}$	25	$\frac{42}{190}$	$\frac{40}{180}$	$\frac{38}{180}$	$\frac{36}{170}$	$\frac{30}{160}$	$\frac{30}{150}$	$\frac{28}{150}$	$\frac{27}{140}$
13	$\frac{30}{92}$	$\frac{32}{94}$	$\frac{34}{96}$	$\frac{34}{98}$	$\frac{36}{102}$	$\frac{38}{102}$	$\frac{38}{110}$	$\frac{39}{110}$									

Примечание. В таблице приведены отношения $\frac{x}{y}$, где x – значение индекса Кетле (кг/м²), y – значение становой силы (кг).

Приложение 4

Таблица значений $t_\gamma = t(\gamma, n)$

n	γ			n	γ		
	0,95	0,99	0,999		0,95	0,99	0,999
5	2,78	4,60	8,61	20	2,093	2,861	3,883
6	2,57	4,03	6,86	25	2,064	2,797	3,745
7	2,45	3,71	5,96	30	2,045	2,756	3,659
8	2,37	3,50	5,41	35	2,032	2,720	3,600
9	2,31	3,36	5,04	40	2,023	2,708	3,558
10	2,26	3,25	4,78	45	2,016	2,692	3,527
11	2,23	3,17	4,59	50	2,009	2,679	3,502
12	2,20	3,11	4,44	60	2,001	2,662	3,464
13	2,18	3,06	4,32	70	1,996	2,649	3,439
14	2,16	3,01	4,22	80	1,991	2,640	3,418
15	2,15	2,98	4,14	90	1,987	2,633	3,403
16	2,13	2,95	4,07	100	1,984	2,627	3,392
17	2,12	2,92	4,02	120	1,980	2,617	3,374
18	2,11	2,90	3,97	∞	1,960	2,576	3,291
19	2,10	2,88	3,92				

Приложение 5

Критические значения коэффициента корреляции r_{xy} [3]

n	$\gamma = 0,95$	$\gamma = 0,99$	$\gamma = 0,999$	n	$\gamma = 0,95$	$\gamma = 0,99$	$\gamma = 0,999$
3	0,99692	0,99988	—	19	0,4555	0,5751	0,6932
4	0,95000	0,99000	0,99900	20	0,4438	0,5614	0,6787
5	0,8783	0,95873	0,99116	21	0,4329	0,5487	0,6652
6	0,8114	0,91720	0,97406	22	0,4227	0,5368	0,6524
7	0,7545	0,8745	0,95074	27	0,3809	0,4869	0,5974
8	0,7067	0,8343	0,92493	32	0,3494	0,4487	0,5541
9	0,6664	0,7977	0,8982	37	0,3246	0,4182	0,5189
10	0,6319	0,7646	0,8721	42	0,3044	0,3932	0,4896
11	0,6021	0,7348	0,8471	47	0,2875	0,3721	0,4648
12	0,5760	0,7079	0,8233	52	0,2732	0,3541	0,4433
13	0,5529	0,6835	0,8010	62	0,2500	0,3248	0,4078
14	0,5324	0,6614	0,7800	72	0,2319	0,3017	0,3799
15	0,5139	0,6411	0,7603	82	0,2172	0,2830	0,3568
16	0,4973	0,6226	0,7420	92	0,2050	0,2673	0,3375
17	0,4821	0,6055	0,7246	102	0,1946	0,2540	0,3211
18			0,7084				

Критические значения коэффициента ранговой корреляции r_s [3]

n	γ				n	γ			
	0,9	0,95	0,98	0,99		0,9	0,95	0,98	0,99
5	0,900				18	0,399	0,476	0,564	0,625
6	0,829	0,886	0,943		19	0,388	0,462	0,549	0,608
7	0,714	0,786	0,893		20	0,377	0,450	0,534	0,591
8	0,643	0,738	0,833	0,881	21	0,368	0,438	0,521	0,576
9	0,600	0,683	0,783	0,833	22	0,359	0,428	0,508	0,562
10	0,564	0,648	0,745	0,794	23	0,351	0,418	0,496	0,549
11	0,523	0,623	0,736	0,818	24	0,343	0,409	0,485	0,537
12	0,497	0,591	0,703	0,780	25	0,336	0,400	0,475	0,526
13	0,475	0,566	0,673	0,745	26	0,329	0,392	0,465	0,515
14	0,457	0,545	0,646	0,716	27	0,323	0,385	0,456	0,505
15	0,441	0,525	0,623	0,689	28	0,317	0,377	0,448	0,496
16	0,425	0,507	0,601	0,666	29	0,311	0,370	0,440	0,487
17	0,412	0,490	0,582	0,645	30	0,305	0,364	0,432	0,478

Приложение 6

Критические точки распределения F Фишера—Снедекора

k_1 – число степеней свободы большей дисперсии, k_2 – число степеней свободы меньшей дисперсии.

Уровень значимости $\alpha = 0,01$

k_2	k_1											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5928	5981	6022	6056	6082	6106
2	98,49	99,01	99,17	99,25	99,30	99,33	99,34	99,36	99,38	99,40	99,41	99,42
3	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,45	14,37
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05	9,96	9,89
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,54	6,47
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71
11	8,86	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52	3,45

Приложение 6 (продолжение)

Уровень значимости $\alpha = 0,05$

k_2	k_1											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,40	19,41
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,41	2,38

Зміст

Введение	3
1. Первичная обработка результатов спортивного тестирования	4
Лабораторная работа № 1	8
2. Сравнение средних по критерию Стьюдента	12
Лабораторная работа № 2	13
3. Теория корреляции	16
Лабораторная работа № 3	20
4. Дисперсионный анализ	24
Лабораторная работа № 4	26
Литература	31
Приложения	32
Приложение 1	32
Приложение 2	57
Приложение 3	60
Приложение 4	61
Приложение 5	62
Приложение 6	63