

КОГНІТИВНО-ГРАФІЧНИЙ МЕТОД ПОБУДОВИ ІЄРАРХІЧНИХ ФОРМ БАЗИСІВ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Астіоненко І.О. к.ф.-м.н., Литвиненко О.І. к.т.н.
Херсонський національний технічний університет

У методі скінченних елементів (МСЕ) використовують інтерполяційні базиси ієрархічного типу. Базиси ієрархічного типу ефективні у процедурах адаптивного уточнення, які засновані на апостеріорних оцінках похибки скінченно-елементного розв'язку. При використанні ієрархічних скінченних елементів (СЕ) додавання багаточленних компонент легко здійснити локально, з метою уточнення в області, де шукана функція змінюється дуже швидко і апроксимація може давати великі похибки. Сьогодні найбільше розроблені питання побудови ієрархічних базисів на одновимірних і трикутних СЕ. А про ієрархію моделей на серендипових скінченних елементах (ССЕ) у відомих монографіях дуже мало інформації. Для кожного елемента наведено тільки по одному базису, для якого кількість параметрів інтерполяційного полінома дорівнює кількості вузлів інтерполяції. Великий інтерес викликає вивчення можливості підвищення степені серендипових поліномів за рахунок введення нових доданків при фіксованій кількості вузлів інтерполяції. Зрозуміло, що звичайний метод оберненої матриці тут не працює і потрібні нові, нестандартні підходи.

Про ієрархічні процедури побудови базисів СЕ Зенкевич і Морган у своїй монографії писали [1]: “Повышение точности приближения может быть достигнуто последовательным повышением степени базисных функций (при фиксированной сетке конечных элементов)... В этом плане обсуждаются так называемые иерархические формы, когда функции высших степеней последовательно получаются с помощью добавления соответствующих слагаемых. Такие формулировки, как правило, оказываются наиболее эффективными в вычислительном отношении”. Базисні функції, які отримані за допомогою адитивного уточнення, автори [1] називають ієрархічними. Таким чином, засновники МСЕ передбачили неоднозначність апроксимації функції двох аргументів на серендипових елементах вищих порядків. Саме це стало поштовхом для пошуку методів побудови ієрархічних форм базисних функцій. У роботі запропоновано когнітивно-графічний метод побудови ієрархічних форм, який дозволив отримати альтернативні базиси на скінченних елементах серендипової сім'ї без включення внутрішніх вузлів.

Нові базиси на ССЕ мають більше параметрів в інтерполяційному поліномі, чим вузлів: до стандартного поліному додається “прихований” параметр, наявність якого дозволяє отримати нескінченну множину базисів на цьому елементі.

Когнітивно-графічний метод дозволив удосконалити відому інтерполяційну процедуру Тейлора [2] і отримати модифіковані елементи з нерегулярним розташуванням вузлів.

Самостійний інтерес викликає дослідження впливу “прихованих” параметрів на якість апроксимації, тому виконано тестування альтернативних базисів серендипового скінченного елемента при розв'язанні задач еліптичного типу. Доведено, що на кожному з ССЕ кращі обчислювальні властивості має базис, при якому матриця жорсткості має мінімальний слід. Запропоновані процедури універсальні і використовуються як на площині, так і у просторі.

1. Зенкевич О. Конечные элементы и аппроксимация / О. Зенкевич, К. Морган. — М.: Мир, 1986. — 318 с.
2. Zienkiewicz O.C. The Finite Element Method /O.C. Zienkiewicz, R.L.Taylor. — V.1. — Butterworth-Heinemann, 2000. — 689 p.