МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Український державний морський технічний університет
імені адмірала Макарова

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

для виконання контрольних завдань з теми "Поняття похідної. Основні формули та правила диференціювання"

Рекомендовано Методичною радою УДМТУ

Миколаїв 2002

УДК 658.5.044.18

Зоріна І.А. Методичні вказівки для виконання контрольних завдань з теми "Поняття похідної. Основні формули та правила диференціювання". – Миколаїв: УДМТУ. – 2002. – 24 с.

Кафедра вищої математики

Наведені методичні вказівки можуть бути використані студентами вечірньо-заочної форми навчання для виконання контрольних робіт з теми "Поняття похідної. Основні формули та правила диференціювання", а також студентами денної форми навчання для індівідуальної роботи та контролю якості знань.

Рецензент канд. фіз.-мат. наук, доцент В.П. Борко

© Український державний
морський технічний
університет, 2002
© Видавництво УДМТУ, 2002

Розділ 1. ПОХІДНА. ОСНОВНІ ФОРМУЛИ

Почнемо з розгляду двох задач, при розв'язуванні яких історично виникло поняття ***похідної***.

Задача 1. Припустимо, що точка рухається рівномірно по якійсь прямій. За початок відліку візьмемо точку O. Нехай у момент t відстань від точки O по прямій була S, а в момент t_1 – відстань S_1. Отже, шлях, який проходила точка за одиницю часу, дорівнював $\dfrac{S_1 - S}{t_1 - t}$. Ця величина, як відомо, чисельно дорівнює швидкості точки, що рухається ***рівномірно***:

$$V = \frac{S_1 - S}{t_1 - t} = \text{const} .$$

Припустимо тепер, що точка рухається ***нерівномірно***. У цьому випадку відношення $\dfrac{S_1 - S}{t_1 - t} = \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$ характеризує ***середню швидкість*** руху між моментами часу t і t_1. Очевидно, що чим менше буде проміжок часу $t_1 - t$, а отже, і шляху $S_1 - S$, тим середня швидкість буде ближча до справжньої швидкості (або ***миттєвої швидкості***), тобто границя цього відношення $V = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$ є швидкістю руху в момент t.

Задача 2. Як відомо, дотичною до кривої в даній точці M називається граничне положення січної MM_1, коли точка M_1, рухаючись по кривій, необмежено наближається до точки M.

Розглянемо січну MS (рис. 1). Вона проходить через дві точки:

$M(x_0,\ y_0)$ і $M_1(x_1,\ y_1)$. Тоді її рівняння $\dfrac{y-y_0}{y_1-y_0}=\dfrac{x-x_0}{x_1-x_0}$, а кутовий коефіцієнт $k_1=\operatorname{tg}\angle(M_1MP)=\dfrac{y_1-y_0}{x_1-x_0}=\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$.

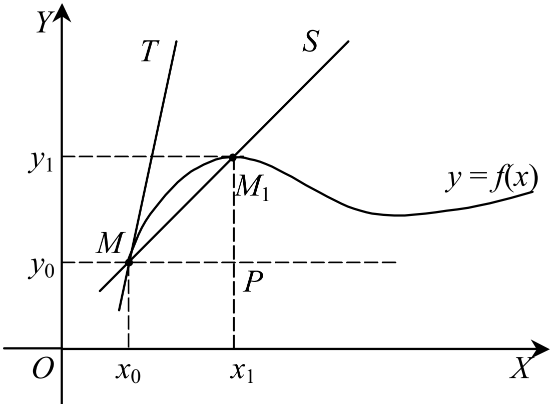

Рис. 1

Очевидно, що кутовий коефіцієнт дотичної знайдемо, якщо знайдемо границю, тобто

$$k=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

Обидві задачі, які ми розглянули, незважаючи на те, що вони належать до різних областей – механіки та геометрії, приводять до однієї і тієї ж математичної операції, яку треба виконати над деякою функцією, а саме: знайти границю відношення приросту функції незалежної змінної при умові, що приріст незалежної змінної прямує до нуля.

Визначення. *Похідною* функції $f(x)$ за аргументом x при даному значенні його називається границя відношення приросту функції до відповідного приросту аргументу при умові, що приріст аргументу прямує до нуля.

Для похідної застосовуються різні символічні позначення, а саме:

$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}; \quad f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x};$$

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

Із означення похідної випливає, що вона не залежить від Δx, бо є границею змінної $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ при умові, що $\Delta x \to 0$. Проте сама змінна $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ взагалі залежить не тільки від Δx, а й від значення x. Отже, від x залежатиме й границя $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x)$. Таким чином, похідна – це певна функція аргументу x, тому вона і називається *похідною функцією* або просто *похідною*.

Без доведення дамо похідні для деяких елементарних функцій, а також правила, за якими можна знаходити похідну суми, добутку та частки двох функцій.Для зручності зведемо формули у табл. 1.

Таблиця 1

	y = f(x)	**y' = f'(x)**
1.	$y = C$	$y' = 0$
2.	$y = x^n$	$y' = nx^{n-1}$
3.	$y = a^n$ $(a > 0,\ a \neq 1)$	$y' = a^x \cdot \ln a$
4.	$y = \log_a x$ $(a > 0,\ a \neq 1)$	$y' = \frac{1}{x \ln a}$
5.	$y = \sin x$	$y' = \cos x$
6.	$y = \cos x$	$y' = \sin x$
7.	$y = \mathrm{tg}\, x$	$y' = \frac{1}{\cos^2 x}$
8.	$y = \mathrm{ctg}\, x$	$y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
9.	$y = \arcsin x$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
10.	$y = \arccos x$	$y' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Продовж. табл. 1

$y = f(x)$	$y' = f'(x)$
11. $y = \operatorname{arctg} x$	$y' = \dfrac{1}{1+x^2}$
12. $y = \operatorname{arcctg} x$	$y' = -\dfrac{1}{1+x^2}$
13. $y = \operatorname{sh} x$	$y' = \operatorname{ch} x$
14. $y = \operatorname{ch} x$	$y' = \operatorname{sh} x$
15. $y = \operatorname{th} x$	$y' = \dfrac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$
16. $y = \operatorname{cth} x$	$y' = \dfrac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$

Правила диференциювання:

I. $(U + V)' = U' + V'$.

II. $(UV)' = U'V + UV'$.

III. $\left(\dfrac{U}{V}\right)' = \dfrac{U'V - UV'}{V^2}$.

Зазначимо, що з правила II зразу дістаємо правило: *сталий множник можна виносити за знак диференціювання*. Насправді,

$$(kf(x))' = k' \cdot f(x) + k \cdot f'(x) = 0 \cdot f(x) + k \cdot f'(x) = k \cdot f'(x).$$

У формулах за номерами 3 і 4 з табл. 1 похідних розглянемо два окремих випадки, коли $a = e$. Ці самі формули будуть значно простіші:

$$(e^x)' = e^x \quad \text{і} \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}.$$

Приклади. Знайти похідну:

1. $y = \sin x + 3x^4$;

$$y' = (\sin x + 3x^4)' = (\sin x)' + (3x^4)' = \cos x + 3(x^4)' =$$
$$= \cos x + 3 \cdot 4x^3 = \cos x + 12x^4.$$

2. $y = \sqrt{x} - \dfrac{2}{x^2}$.

Спочатку запишемо функцію у вигляді суми двох ступеневих:

$$y = x^{1/2} + (-2)x^{-2};$$

$$y' = (x^{1/2} + (-2)x^{-2})' = (x^{1/2})' + (-2)\cdot(x^{-2})' =$$

$$= \frac{1}{2}x^{1/2-1} - 2(-2)x^{-2-1} = \frac{1}{2}x^{-1/2} + 4x^{-3} = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{4}{x^3}.$$

3. $y = \arcsin x(x^2 + 11)$;

$$y' = (\arcsin x)'(x^2 + 11) + (\arcsin x)(x^2 + 11)' =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}(x^2 + 11) + \arcsin x(2x + 0) = \frac{x^2 + 11}{\sqrt{1-x^2}} + 2x\cdot\arcsin x.$$

4. $y = \dfrac{\log_3 x - \operatorname{tg} x}{\sin x}$;

$$y' = \left(\frac{\log_3 x - tg\,x}{\sin x}\right)' = \frac{(\log_3 x - \operatorname{tg} x)'\sin x - (\log_3 x - \operatorname{tg} x)(\sin x)'}{\sin^2 x} =$$

$$\frac{\left(\frac{1}{x\cdot\ln 3} - \frac{1}{\cos^2 x}\right)\sin x - (\log_3 x - \operatorname{tg} x)\cos x}{\sin^2 x}.$$

Але недостатньо вміти диференціювати тільки функції, наведені у таблиці, та їх суми, добутки і частки. Як, наприклад, знайти похідну від функції $y = (3x + 11)^8$?

Щоб відповісти на це питання, наведемо теорему:

> похідна функції від функції дорівнює похідній за проміжним аргументом, помноженій на похідну проміжного аргументу за останнім аргументом.

Це записують так: якщо $y = f(u)$, а $u = \varphi(x)$, то $y' = f'_u(u)\cdot\varphi'(x)$.

Отже, у нашому випадку

$$y = u^8; \quad u = 3x + 11.$$

Згідно з теоремою:

$$y' = (u^8)'_u \cdot (3x + 11)' = 8u^7 \cdot 3 = 8(3x + 11)^7 \cdot 3 = 24(3x + 11)^7.$$

Приклади. Знайти похідну:

1. $y = \log_2(3x^4 - \sin x)$.

І в цьому випадку діємо за теоремою: $y = \log_2 u$; $u = 3x^4 - \sin x$. Тоді

$$y' = (\log_2 u)'(3x^4 - \sin x)' = \frac{1}{u \cdot \ln 2}(3(x^4)' - (\sin x)') =$$

$$= \frac{1}{(3x^4 - \sin x) \cdot \ln 2}(3 \cdot 4x^3 - \cos x) = \frac{12x^3 - \cos x}{(3x^4 - \sin x)\ln 2}.$$

2. $y = \sin^3 4x$.

І в цьому прикладі $u = \sin 4x$, $y = u^3$. Маємо

$$y' = (u^3)'_u (\sin 4x)' = 3u^2 (\sin 4x)'.$$

Але $u = \sin 4x$ – теж функція від функції, тобто

$$(\sin 4x)' = (\sin 4x)'_{4x} (4x)' = \cos 4x \cdot 4 = 4\cos 4x.$$

І нарешті, $y' = 3\sin^2 4x \cdot 4\cos 4x = 12\sin^2 4x \cdot \cos 4x$.

Щоб швидше виконувати операцію диференціювання функції від функції, дуже важливо звикнути не запроваджувати в кожному конкретному випадку окремих буквених позначень для проміжних аргументів. Слід тільки чітко розрізняти зовнішню і внутрішню функції. Так, якщо маємо степінь якоїсь функції $y = u^n$, де $u = \varphi(x)$, то

$$y' = nu^{n-1} \cdot \varphi'(x) = n \cdot u^{n-1} \cdot u'.$$

Якщо $y = \log_a u$, де $u = \varphi(x)$, то $y' = \frac{1}{u \cdot \ln a} \cdot \varphi'(x) = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$.

Взагалі таблиця похідних може бути розширена і вдосконалена (див. табл. 2).

За допомогою табл. 2 можна обчислювати похідну набагато ширшого класу функцій, ніж користуючись табл. 1.

Таблиця 2.

$y = f(u)$, $u = \varphi(x)$	$y' = f'(u)\cdot\varphi'(x)$
1. $y = u^n$	$y' = n\cdot u^{n-1}\cdot u'$
2. $y = a^u$ $(a > 0,\ a \neq 1)$	$y' = a^u\cdot\ln a\cdot u'$
3. $y = \log_a u$ $(a > 0,\ a \neq 1)$	$y' = \dfrac{1}{u\cdot\ln a}u'$
4. $y = \sin u$	$y' = \cos u\cdot u'$
5. $y = \cos u$	$y' = -\sin u\cdot u'$
6. $y = \mathrm{tg}\, u$	$y' = \dfrac{1}{\cos^2 u}u'$
7. $y = \mathrm{ctg}\, u$	$y' = \dfrac{-1}{\sin^2 u}u'$
8. $y = \arcsin u$	$y' = \dfrac{1}{\sqrt{1-u^2}}u'$
9. $y = \arccos u$	$y' = \dfrac{-1}{\sqrt{1-u^2}}u'$
10. $y = \mathrm{arctg}\, u$	$y' = \dfrac{1}{1+u^2}u'$
11. $y = \mathrm{arcctg}\, u$	$y' = \dfrac{-1}{1+U^2}U'$
12. $y = \mathrm{sh}\, u$	$y' = \mathrm{ch}\, u\cdot u'$
13. $y = \mathrm{ch}\, u$	$y' = -\mathrm{sh}\, u\cdot u'$
14. $y = \mathrm{th}\, u$	$y' = \dfrac{1}{ch^2 u}u'$
15. $y = \mathrm{cth}\, u$	$y' = \dfrac{-1}{sh^2 U}U'$

Приклади. Знайти похідну:

1. $y = \log_5(\cos(6x^2 - 3x))$.

Розглянемо зовнішню функцію $y = \log_5 u$.

Внутрішня функція $u = \cos(6x^2 - 3x)$ теж є функцією від функції $u = \cos t$, де $t = 6x^2 - 3x$.

Отже,

$$y' = (\log_5(\cos(6x^2 - 3x)))' = \frac{1}{\cos(6x^2 - 3x)\ln 5}(\cos(6x^2 - 3x))' =$$

$$=\frac{-\sin(6x^2-3x)(6x^2-3x)'}{\cos(6x^2-3x)\ln 5}=\frac{-\sin(6x^2-3x)(12x-3x)}{\cos(6x^2-3x)\ln 5}=$$

$$=-\frac{12x-3}{\ln 5}\operatorname{tg}(6x^2-3x).$$

2. $y=\sqrt{\operatorname{tg}(4x+17)+3^{x^2-4x}}=\left(\operatorname{tg}(4x+17)+3^{x^2-4x}\right)^{1/2}$;

$$y'=\frac{1}{2}\left(\operatorname{tg}(4x+17)+3^{x^2-4x}\right)^{1/2-1}\left(\operatorname{tg}(4x+17)+3^{x^2-4x}\right)'=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\operatorname{tg}(4x+17)+3^{x^2-4x}\right)^{-1/2}\left((\operatorname{tg}(4x+17))'+\left(3^{x^2-4x}\right)'\right)=$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{\operatorname{tg}(4x+17)+3^{x^2-4x}}}\left(\frac{1}{\cos^2(4x+17)}(4x+17)'+\right.$$

$$\left.+3^{x^2-4x}\cdot\ln 3(x^2-4x)'\right)=$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{\operatorname{tg}(4x+17)+3^{x^2-4x}}}\left(\frac{4}{\cos^2(4x+17)}+3^{x^2-4x}\cdot\ln 3(2x-4)\right).$$

Залишився ще один різновид функцій, похідну яких не зовсім зрозуміло, як знаходити, – це так звані ***степенево-показникові функції***. Такою є, наприклад, функція $y = x^x$. Її похідну не можна знайти за формулами з таблиць. Але в цьому нескладному випадку можна саму функцію $y = x^x$ представити у вигляді $y=e^{\ln x^x}=e^{x\cdot\ln x}$. А далі маємо $y = e^u$, де $u = x\cdot\ln x$. Тоді

$$y'=(e^{x\cdot\ln x})'=e^{x\cdot\ln x}(x\cdot\ln x)'=e^{x\cdot\ln x}\left(x'\cdot\ln x+x(\ln x)'\right)=$$

$$=e^{\ln x^x}\left(1\cdot\ln x+x\cdot\frac{1}{x}\right)=x^x(\ln x+1).$$

Але в більш складних випадках цей метод не зовсім зручний. Тоді використовують метод так званого ***логарифмічного диференціювання***.

Суть цього метода дуже проста. Спочатку ми логарифмуємо за основою e обидві часті рівності $y = f(x)$. Знаходимо $\ln y = \ln f(x)$. А вже потім диференціюємо обидві частини рівності, маючи на увазі, що y – функція:

$$(\ln y)' = \left(\ln f(x)\right)';$$

$$\frac{1}{y} \cdot y' = \left(\ln f(x)\right)'.$$

А наприкінці знаходимо:

$$y' = \left(\ln f(x)\right)' y = \left(\ln f(x)\right)' \cdot f(x).$$

Приклади. Знайти похідну:

1. $y = (2x-3)^{x^2}$.

Логарифмуємо обидві частини рівності:

$$\ln y = \ln(2x-3)^{x^2};$$

$$\ln y = x^2 \cdot \ln(2x-3).$$

Диференціюємо обидві частини рівності:

$$(\ln y)' = \left(x^2 \ln(2x-3)\right)';$$

$$\frac{1}{y} y' = \left(x^2\right)' \ln(2x-3) + x^2 \left(\ln(2x-3)\right)';$$

$$\frac{1}{y} y' = 2x \cdot \ln(2x-3) + x^2 \frac{1}{2x-3}(2x-3)';$$

$$\frac{1}{y} y' = 2x \cdot \ln(2x-3) + \frac{2x^2}{2x-3}.$$

Домножимо обидві частини рівності на y:

$$y' = \left(2x \cdot \ln(2x-3) + \frac{2x^2}{2x-3} \right) y;$$

$$y' = \left(2x \cdot \ln(2x-3) + \frac{2x^2}{2x-3} \right) (2x-3)^{x^2}.$$

2. $y = (\cos 3x)^{\sin \frac{1}{2} x}$;

$$\ln y = \sin \frac{x}{2} \cdot \ln \cos 3x;$$

$$\frac{1}{y} y' = \left(\sin \frac{x}{2} \right)' \ln \cos 3x + \sin \frac{x}{2} (\ln \cos 3x)';$$

$$\frac{1}{y} y' = \cos \frac{x}{2} \left(\frac{x}{2} \right)' \ln \cos 3x + \sin \frac{x}{2} \frac{1}{\cos 3x} (\cos 3x)';$$

$$\frac{1}{y} y' = \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} \cdot \ln \cos 3x + \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos 3x} (-\sin 3x)(3x)';$$

$$\frac{1}{y} y' = \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} \cdot \ln \cos 3x - 3 \sin \frac{x}{2} \cdot \operatorname{tg} 3x;$$

$$y' = \left(\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} \cdot \ln \cos 3x - 3 \sin \frac{x}{2} \cdot \operatorname{tg} 3x \right) y;$$

$$y' = \left(\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} \cdot \ln \cos 3x - 3 \sin \frac{x}{2} \cdot \operatorname{tg} 3x \right) (\cos 3x)^{\sin x/2}.$$

Метод логарифмічного диференціювання використовують іноді і в тих випадках, коли логарифмування обох частин рівності $y = f(x)$ значно спрощує праву частину. Наприклад, $y = \dfrac{\sqrt{6x-1} \cdot (3x + 17x^2)^{24}}{(2x - \sin x)^6}$.

Логарифмуємо обидві частини рівності, а потім використовуємо властивості логарифмів ($\log_a(UV) = \log_a U + \log_a V$; $\log_a \frac{U}{V} = \log_a U - \log_a V$; $\log_a U^p = p \cdot \log_a U$):

$$\ln y = \ln \frac{\sqrt{6x-1}\left(3x+17x^2\right)^{24}}{\left(2x-\sin x\right)^6};$$

$$\ln y = \ln\sqrt{6x-1} + \ln(3x+17x^2)^{24} - \ln(2x-\sin x)^6;$$

$$\ln y = \frac{1}{2}\ln(6x-1) + 24\ln(3x+17x^2) - 6\ln(2x-\sin x);$$

$$\frac{1}{y}y' = \frac{1}{2}\frac{1}{6x-1}(6x-1)' + 24\frac{1}{3x+17x^2}(3x+17x^2)' - 6\frac{1}{2x-\sin x}(2x-\sin x)';$$

$$\frac{1}{y}y' = \frac{1}{2}\frac{6}{6x-1} + 24\frac{1}{3x+17x^2}(3+34x) - 6\frac{2-\cos x}{2x-\sin x};$$

$$y' = \left(\frac{3}{6x-1} + 24\frac{3+34x}{3x+17x^2} - 6\frac{2-\cos x}{2x-\sin x}\right)y;$$

$$y' = \left(\frac{3}{6x-1} + 24\frac{3+34x}{3x+17x^2} - 6\frac{2-\cos x}{2x-\sin x}\right)\frac{\sqrt{6x-1}\left(3x+17x^2\right)^{24}}{\left(2x-\sin x\right)^6}.$$

Розділ 2. ВАРІАНТИ КОНТРОЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

Знайти похідну.

Варіант 1

1. $y = \log_3 \sqrt{2^x + \sin^2 4x}$;

2. $y = \dfrac{27 - 2x}{\operatorname{ctg} x - \cos 3x} + \arcsin(2x + 5)$;

3. $y = 3^{\operatorname{arctg} x^2} \cdot \ln\left(\sin(12x - 1)\right)$;

4. $y = \left(2x + \operatorname{ctg}\dfrac{x^2}{2}\right)^{\arccos\left(\frac{1}{2}x - 3\right)}$;

5. $y = \dfrac{\sqrt[3]{(x-2)^2} \cdot (2x+5)^6}{\sqrt[5]{(3x-11)^7}}$.

Варіант 2

1. $y = \operatorname{arctg}(2^x + x^2) \cdot 5^{\ln(x-3)}$;

2. $y = \sqrt[3]{\sin^2 x \log_3 (3x^3 - 1)}$;

3. $y = \dfrac{\arccos(\sqrt{2x})}{-\dfrac{1}{4}x^2 + 47x}$;

4. $y = (2x-1)^{-3} \sqrt{3x^2 + 11x} \sqrt[9]{(1 + \operatorname{tg} x)^5}$;

5. $y = \left(\ln(x + 2x^2) - \sin x\right)^{\cos x^3}$.

Варіант 3

1. $y = \cos(2x^6) \cdot \log_7\left(3^x + \arcsin(x - 7)\right)$;

2. $y = \sqrt[3]{\operatorname{tg}(3x - 5) - \ln(x^4 + \sin x)}$;

3. $y = \dfrac{\sin(\sqrt{3x})}{\operatorname{arcctg}(18 + 2^x)}$;

4. $y = (25x^9 - \operatorname{sh} x)^{\ln(\sqrt{x})}$;

5. $y=\dfrac{(3x^4-12x^3)^6\sqrt[11]{(x-5)^7}}{\sqrt{(1+\sin x)^3}}$.

Варіант 4

1. $y=\log_5\left(3\sin^2 x-\operatorname{arctg}\sqrt{x}\right)$;
2. $y=\arccos(2^x-\sin x)(x^4-x^2-1)$;
3. $y=\dfrac{3^{2x-5}-\ln x}{\operatorname{ctg}8x+7}$;
4. $y=(81x^4-1)^{\frac{1}{3}}\sqrt{(\cos x-\sin x)^5}\,(11x-3)^{14}$;
5. $y=(\operatorname{tg}^2 x-3x^2)^{\arcsin\sqrt{x}}$.

Варіант 5

1. $y=\arccos(\ln(x-3))\cdot 7^{x^2-1}$;
2. $y=\dfrac{\ln^2(x-1)-2x^6}{\operatorname{tg}\sqrt{x}+\cos^2 x}$;
3. $y=\operatorname{ctg}\left(3^{x^2}-6\arcsin(2x-9)\right)$;
4. $y=(\operatorname{ctg}x+\log_2 7x)^{x^4-2x}$;
5. $y=\dfrac{\sqrt[13]{(2x-5)^6}\cdot(x^3+1)^{15}}{\sqrt{(\cos x+5\sin x)^7}}$.

Варіант 6

1. $y=\operatorname{tg}\sqrt{2x-1}\cdot\log_5(5^x-12\sin x)$;
2. $y=\dfrac{\arcsin(1-3x)-x^3}{\cos(\ln x-1)}$;
3. $y=\operatorname{arctg}\left(\sqrt{\cos^2 x-2^x+3x^4}\right)$;
4. $y=\dfrac{\sqrt[7]{(11x-12)^2}\cdot\sqrt[3]{(\cos x+\operatorname{ctg}x)^4}}{(x^3-12x)^{19}}$;
5. $y=\left(\arcsin(\sqrt{x}-2)\right)^{\arccos(2-\sqrt{x})}$.

Варіант 7

1. $y=\log_{52}(3^{8x^2}-\operatorname{ctg}\sqrt{x})$;
2. $y=\arccos(\sqrt{2x})\cdot\ln(x^3-\sin x)$;
3. $y=\dfrac{x^3-12x-3}{\operatorname{arctg}\frac{1}{2}x+\operatorname{tg}^2 x}$;
4. $y=(6x-\sin^4 x)^{\arccos\sqrt{x}}$;
5. $y=(8x-3)^{-7}\sqrt[3]{(3x^2+\sin 3x)^2}\sqrt{(12x-3)^3}$.

Варіант 8

1. $y=4^{\operatorname{arctg}\sqrt{x}}\cdot\cos(\ln(3x-2))$;
2. $y=(8^{\operatorname{ch}x}+\arcsin 4x^2)^3$;
3. $y=\dfrac{\log_5(2x-17)}{3x^6-\sin^4 2x}$;
4. $y=(\log_3(8x-2)+7x)^{\operatorname{tg}^2 x}$;
5. $y=\dfrac{\sqrt{x+1}\sqrt[3]{(x^2+7x)^2}}{\sqrt[7]{(\cos x-3x)^4}}$.

Варіант 9

1. $y=\left(2^{\arccos\sqrt{x}}-\sqrt{1-x}\right)^4$;
2. $y=(3^{\operatorname{ctg}^2 x}+\ln\sin x)\sqrt[3]{x^3-4x-1}$;
3. $y=\dfrac{\sin^2 x+\operatorname{arcctg}\frac{1}{x}}{\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}}$;
4. $y=(\operatorname{tg}^4 x+1)^{\arccos\frac{1}{2}x}$;
5. $y=\dfrac{\sqrt[5]{(3x-\sin x)^2}\sqrt[3]{(x^3-2x^2)^4}}{(2x^2-7)^6}$.

Варіант 10

1. $y=\ln\left(\arccos\frac{1}{\sqrt{2x}}+\mathrm{tg}^3 4x\right)$;

2. $y=\frac{\sqrt{1+x^2}-3^{8x}}{\sin^3(2x-1)-x^4}$;

3. $y=e^{\mathrm{arctg}\sqrt{x^3-1}}\cdot\ln\mathrm{tg}\,x$;

4. $y=\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{\arcsin\sqrt{x}}$;

5. $y=\frac{\sqrt[3]{2x^3-1}\cdot(5x-6)^{-3/2}}{\sqrt[3]{2x^3+1}\cdot(\cos x-7x)^4}$.

Варіант 11

1. $y=\log_7\left(\sqrt[3]{x^2}+\sin^2 x-(3x)^5\right)$;

2. $y=\mathrm{arctg}(\sqrt{x}-1)\cdot 3^{8x-11x^2}$;

3. $y=\frac{5x^2+\arcsin 2x}{\sqrt{\cos^2 x}-2x}$;

4. $y=(2^{\sin x}-\sin^2 x)^{\mathrm{tg}\sqrt{x}}$;

5. $y=\frac{\sqrt[3]{(x-1)^2}\cdot(3x-4)^5}{(2x^2+1)^{11}\sqrt[6]{(\sin x-1)^5}}$.

Варіант 12

1. $y=3^{\arcsin x}(\mathrm{tg}\,x-x^2)$;
2. $y=\cos(3^{2x}-x^6+\ln(x^2-14x))$;

3. $y=\frac{\mathrm{arctg}\sqrt{x}}{\sqrt{2\cos x-3\sin^2 x}}$;

4. $y=\frac{(6x-11)^3\left(\frac{1}{2}x+5x^2\right)^{-3/4}}{\sqrt{8\sin x-2\cos x}\cdot\sqrt[3]{x^2+1}}$;

5. $y=(3^{8x}-\log_2 x)^{\arcsin\sqrt{x}}$.

Варіант 13

1. $y=\mathrm{arctg}\left(\sqrt{8x-2}+\log_3(x^2-1)-4^{2x}\right)$;
2. $y=\cos^2(5x^2+1)(3^{x-5})$;
3. $y=\dfrac{\sqrt{\arcsin x}}{2^x+3\,\mathrm{tg}^2 x}$;
4. $y=(\sin x-\cos^2 x)^{\log_2(5x-12)}$;
5. $y=\dfrac{\sqrt[4]{2x-5}\,\sqrt[7]{(3x^2+1)^4}}{(x-1)^6(\sin x+1)^3}$.

Варіант 14

1. $y=5^{2x-3}\cdot\ln(\cos x+3\sin x)$;
2. $y=\mathrm{tg}(3x-3^x+x^3-\cos^3 x)$;
3. $y=\dfrac{\cos^2 5x-\log_2(2x+7)}{\sqrt{\mathrm{arctg}\,x}}$;
4. $y=(\log_3 3x-\sin x)^{\arcsin\sqrt{x}}$;
5. $y=\dfrac{(2x+1)^4(3x-5)^6}{(x^2+2)^{2/3}(\sin x-2)^3}$.

Варіант 15

1. $y=(3x)^6\cdot\arcsin\left(\sqrt{x}-3^x\right)$;
2. $y=\log_5(2^{2x}+\cos^2 x-x^4)$;
3. $y=\dfrac{2x^2+\mathrm{tg}\,x}{\sqrt{\arcsin x}}$;
4. $y=(\mathrm{arctg}\,x+2x^5)^{\sin^2 x}$;
5. $y=\dfrac{(8x-13)^6\cdot\sqrt[5]{2x-3}}{(\cos^2 x-3)^4(2x-5)^9}$.

Варіант 16

1. $y=(5x^2+3)^5\cdot\operatorname{arctg}(x^2-2^x)$;

2. $y=\dfrac{\log_3 2x-\sin x}{\sqrt{\arccos x}}$;

3. $y=\operatorname{tg}^2(8x-16^x+\cos^4 x)$;

4. $y=\left(\ln 3x-6x^2\right)^{\operatorname{arctg}\sqrt{x}}$;

5. $y=\dfrac{\sqrt[3]{4x-1}\cdot\sqrt[5]{(2x^2+1)^3}}{(5x-3)^8(2x-1)^4}$.

Варіант 17

1. $y=(3x^3-1)\operatorname{arctg}(2x-5)$;

2. $y=\log_5(8^{2x}+\sin^2 x-\operatorname{tg}2x)$;

3. $y=\dfrac{\arcsin\sqrt{x}-3x}{\sqrt{\cos x}}$;

4. $y=(2^{3x}-4x^3)^{\operatorname{arctg}\sqrt{x}}$;

5. $y=\dfrac{\sqrt{(x+1)^3}\cdot(2x-5)^7}{(3x^2-1)^9\cdot\sqrt[4]{(2x-\sin x)^3}}$.

Варіант 18

1. $y=\arcsin\sqrt{3x-11}\cdot 2x^5$;

2. $y=\dfrac{3^x+\sin^2 x}{\sqrt{\operatorname{arctg}x}}$;

3. $y=\log_5\left(3^{7x}-\sqrt[3]{x^2}+\operatorname{tg}^3 x\right)$;

4. $y=\left(11x^2+3\cos x\right)^{\ln(x^2-1)}$;

5. $y=\dfrac{\sqrt[3]{1-x}\cdot(2x-9)^6}{(5x+3)^7\cdot\sqrt[5]{(6x-\cos x)^7}}$.

Варіант 19

1. $y=\ln\left(3^x+\operatorname{arsin}2x+\cos^3(4x-1)\right)$;

2. $y=\dfrac{7^{2x}-\sin x}{\sqrt{\operatorname{arctg} x}}$;

3. $y=\left(\log_3(8x^2-15x+1)\right)\operatorname{tg}^3\left(\sqrt{x^5}-\sqrt{x^3}\right)$;

4. $y=\left(3\cos^2 x-11x\right)^{\arcsin\sqrt{x}}$;

5. $y=\dfrac{\sqrt[3]{(x-1)^2}\cdot(2x+5)^6}{(1+\cos x)^9\,(3x-6)^{7/5}}$.

Варіант 20

1. $y=\log_4(3x^2-\sin^3 x+2^{5x})$;

2. $y=\arcsin(3\sqrt{x}-12)\cdot 8^{6x-\operatorname{tg} x}$;

3. $y=\dfrac{\operatorname{arctg}(2x-17x^2)}{\sqrt{x^4-2x+7}}$;

4. $y=\left(\cos^4 x-2^{3x}\right)^{\sqrt{5x}}$;

5. $y=\dfrac{(6x^2+1)^7\,(\cos x-2)^{1/3}}{\sqrt[5]{(2x-1)^{16}}\,(x+5)^4}$.

Варіант 21

1. $y=\operatorname{arctg}\sqrt{3x-11}\cdot\cos^2 3x$;

2. $y=2^{8x-16x^2-\operatorname{tg}^3 x}$;

3. $y=\dfrac{\arccos\sqrt{x}}{\sqrt{\sin^2 x+2x^5}}$;

4. $y=(11x-\operatorname{ch}^3 x)^{\sqrt{5x-2}}$;

5. $y=\dfrac{(2x-5)^6\cdot\sqrt[4]{(3x^2-1)^3}}{(6x-\sin x)^{-1/3}}$.

Варіант 22

1. $y=(3x-18\cos^2 x)(1+\arcsin\sqrt{x})$;

2. $y=\log_7\left(2^{x^2-1}+\cos(x^3+1)\right)$;

3. $y=\dfrac{\sin^3 2x+x^3}{\operatorname{arctg}(3x-1)}$;

4. $y=\left(6x^2+\operatorname{ch}2x\right)^{\sqrt{5x}}$;

5. $y=\dfrac{(1+x)^{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt{2x-1}}{(6x-1)^4(\cos 2x+2)^5}$.

Варіант 23

1. $y=\log_3(12x^4-4^{12x}+\cos^4 4x)$;
2. $y=\arcsin(2x-3)\cdot 3^{8x-1}$;
3. $y=\dfrac{2x^3-\sin^3 x}{\sqrt{5x-7x^2}}$;
4. $y=\left(\operatorname{arctg}x+\sqrt{5x}\right)^{x^2-7x}$;
5. $y=\dfrac{(\operatorname{tg}x-1)^4\cdot\sqrt[3]{(5x-1)^4}}{(1+3x)^9(2x^2-x)^5}$.

Варіант 24

1. $y=3\log_3(2x+1)\cdot\cos^3 x$;
2. $y=\sqrt{x^6+3^x+\arcsin(4x-3)}$;
3. $y=\dfrac{\operatorname{arctg}\left(\sqrt{1-x}\right)}{x^2+\ln(2-x)}$;
4. $y=(x+\operatorname{ctg}(2x-1))^{\arcsin\sqrt{x}}$;
5. $y=(x+\operatorname{ctg}(2x-1))^{\arcsin\sqrt{x}}$.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. *Ильин В.А., Позняк Е.Г.* Основы математического анализа. – М.: Наука, 1982.

2. *Кудрявцев В.А., Демидович Б.П.* Краткий курс высшей математики. – М.: Наука, 1989.

3. *Смирнов В.І.* Курс вищої математики. – М.: Державне видавництво технічної літератури УРСР, 1954. – Т.1.

4. *Шестаков А.А., Малышева И.А., Полозков Д.П.* Курс высшей математики. – М.: Висшая школа, 1987.

5. *Шиманський І.Є.* Математичний аналіз. – К.: Вища школа, 1972.

Ірина Анатоліївна ЗОРІНА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

для виконання контрольних завдань з теми "Поняття похідної. Основні формули та правила диференціювання"

Редактор О.С. Кирилюк
Комп’ютерна правка і верстка Т.В. Митрохіна, М.О. Постніков
Коректор Н.О. Шайкіна

Підписано до друку 27.09.02. Формат 60×84/16. Папір офсетний. Ум.друк. арк. 1,2.
Обл.-вид. арк. 1,3. Тираж 200 прим. Вид. № 10. Зам. № 265. Ціна договірна.

Видавництво УДМТУ. 54002, м. Миколаїв, вул. Скороходова, 5

ВИДАВНИЦТВО УКРАЇНСЬКОГО ДЕРЖАВНОГО МОРСЬКОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ

Шановні панове!

Запрошуємо вас ознайомитись з можливостями книжкового видавництва, висококваліфіковані спеціалісти якого дозволяють оперативно і якісно виконати замовлення будь-якого рівня складності.

Наш головний принцип – задовольнити потреби замовника у повному комплексі поліграфічних послуг, починаючи з розробки та підготовки оригіналу-макета, що виконується на базі IBM PC, і закінчуючи друком на офсетних машинах.

Крім цього, ми маємо повний комплекс післядрукарського обладнання, що дає можливість виконувати:

- ✓ листопідбір;
- ✓ брошурування на скобу, клей;
- ✓ порізку на гільйотинах;
- ✓ ламінування.

Видавництво також оснащено сучасним цифровим дублікатором фірми "Duplo" формату А3, що дає можливість тиражувати зі швидкістю до 130 копій за хвилину.

Для постійних клієнтів – гнучка система знижок.

Отже, якщо вам потрібно надрукувати ***підручники, книги, брошури, журнали, каталоги, рекламні листівки, прайс-листи, бланки, візитні картки,*** *– ми до ваших послуг.*

© Український державний морський технічний університет

✉ Україна, 54002, м.Миколаїв, вул.Скороходова, 5, видавництво УДМТУ

☎ 8(0512) 37-33-42; 39-81-46, 39-73-39, fax 8(0512) 39-73-26;

E-mail: publishing@usmtu.edu.ua