

Міністерство освіти і науки України
Запорізький національний університет

Заснований
у 1997 р.

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого
засобу масової інформації
Серія КВ № 15436-4008 ПР,
22.06.2009 р.

Адреса редакції:

Україна, 69600,
м. Запоріжжя, МСП-41,
вул. Жуковського, 66

Телефон

для довідок:
(061) 289-12-52

Факс: (061) 764-45-46

В і с н и к

Запорізького національного університету

- **Фізико-математичні науки**

№ 1, 2017

Запоріжжя 2017

Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки. – Запоріжжя: Запорізький національний університет, 2017. – 384 с.

Затверджено як наукове фахове видання України, у якому можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук (Наказ Міністерства освіти і науки України № 528 від 12.05.15 р.)

Вісник індексується під назвою «Visnyk of Zaporizhzhya National University. Physical and Mathematical Sciences» у наступних наукометричних базах:

- INDEX COPERNICUS, ICV 2016: **65.80** (<https://journals.indexcopernicus.com/search/details?id=43958>);
- CiteFactor (<http://www.citefactor.org/>);
- ResearchBib (<http://paper.researchbib.com/>);
- Journal Factor (<http://www.journalfactor.org/>).

Рекомендовано до друку та поширення через мережу Інтернет (протокол засідання Вченої ради № 13 від «20» червня 2017 р.)

РЕДАКЦІЙНА РАДА

Головний редактор	– Грищак В.З.,	доктор технічних наук, професор
Заступник головного редактора	– Гребенюк С.М.,	доктор технічних наук, доцент
Відповідальні редактори	– Гоменюк С.І.,	доктор технічних наук, професор
	Приварников А.К.,	доктор фізико-математичних наук, професор
	Клименко М.І.,	кандидат фізико-математичних наук, доцент
	Чопоров С.В.,	кандидат технічних наук, доцент

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

Андріанов І.В.	– доктор фізико-математичних наук, професор (Рейнсько-Вестфальський технічний університет Аахена, Німеччина)
Ванько В.І.	– доктор технічних наук, професор (Московський державний технічний університет ім. Н.Е. Баумана, Росія)
Гіржон В.В.	– доктор фізико-математичних наук, професор
Гоман О.Г.	– доктор фізико-математичних наук, професор
Гудрамович В.С.	– доктор технічних наук, професор, член-кореспондент НАН України
Козін І.В.	– доктор фізико-математичних наук, професор
Колаковські З.	– доктор технічних наук, професор (Лодзинський технічний університет, Польща)
Кондрат'єва Н.О.	– кандидат фізико-математичних наук, доцент
Кузьменко В.І.	– доктор фізико-математичних наук, професор
Маневич Л.І.	– доктор технічних наук, професор (Московський інститут хімічної фізики ім. Н.Н. Семєнова РАН, Росія)
Морачковський О.К.	– доктор технічних наук, професор
Ольшанецький В.Ю.	– доктор технічних наук, професор
Перепелиця В.О.	– доктор фізико-математичних наук, професор
Пожуєв В.І.	– доктор фізико-математичних наук, професор
Толок О.В.	– доктор технічних наук, професор (Московський державний технологічний університет «Станкин», Росія)
Швидка С.П.	– кандидат фізико-математичних наук, доцент

КАГАДИЙ Т. С., БЕЛОВА О. В., ЩЕРБИНА И. В. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ПЛОСКИХ ЗАДАЧ О ПЕРЕДАЧЕ НАГРУЗКИ	168
КВАШНІВСЬКА Н. М. ЗМІНА ЕЛЕКТРОХІМІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ GaSe ЗА РАХУНОК МОДИФІКАЦІЇ ПОВЕРХНІ.....	175
КЛИМЕНКО М. И., ГРЕБЕНЮК С. Н., БОГУСЛАВСКАЯ А. М. ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВОЛОКНИСТОГО КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА С ИЗОТРОПНОЙ МАТРИЦЕЙ И ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНЫМ ВОЛОКНОМ..	179
КОНОНОВ Ю. Н., ЛИМАРЬ А. А. КОЛЕБАНИЯ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ, РАЗДЕЛЯЮЩЕЙ ИДЕАЛЬНЫЕ ЖИДКОСТИ РАЗНОЙ ПЛОТНОСТИ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ КАНАЛЕ С УПРУГИМИ ОСНОВАНИЯМИ	190
КОСТРОВА М. М., АХУНДОВ В. М. ДЕФОРМИРОВАНИЕ ЭЛАСТИЧНОГО ЦИЛИНДРА С КОЛЬЦЕВЫМИ ВОЛОКНАМИ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВРАЩЕНИЯ ПРИ СВОБОДНОЙ ПОСАДКЕ	205
КУЗЬ І. С., КУЗЬ О. Н., ПИЗ Н. Я. МІЦНІСТЬ ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНИХ ПЛАСТИН З ДВОМА ПЕРПЕНДИКУЛЯРНИМИ РОЗРІЗАМИ (ТОНКИМИ ЖОРСТКИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ) ЗА ВСЕБІЧНОГО РОЗТЯГУ	213
КУРАПОВ С. В., ДАВИДОВСКИЙ М. В. СПЕКТР РЕБЕРНЫХ РАЗРЕЗОВ ГРАФА И ЗАДАЧА ИЗОМОРФИЗМА.....	222
КУРЕННОВ С. С. НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ НАХЛЕСТОЧНОГО СОЕДИНЕНИЯ ПЛАСТИНОК РАЗНОЙ ШИРИНЫ. ПРИБЛИЖЕННАЯ ТЕОРИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТ.....	235
ЛАТИФОВ Ф. С., ГУЛИЕВА З. М. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ УСИЛЕННЫХ ПЕРЕКРЕСТНЫМИ СИСТЕМАМИ РЕБЕР И НАГРУЖЕННОЙ ОСЕВЫМИ СЖИМАЮЩИМИ СИЛАМИ ОРТОТРОПНОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ПРОТЕКАЮЩЕЙ ЖИДКОСТЬЮ	244
ЛЕВАДА В. С., ЛЕВИЦКАЯ Т. И., ПОЖУЕВА И. С., ХИЖНЯК В. К. ПОСТРОЕНИЕ МАТРИЦЫ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ ОБОБЩЕННОЕ ПЛОСКОЕ ЭЛЕКТРОУПРУГОЕ СОСТОЯНИЕ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЫ	252
ЛЕОНТЬЕВА В. В., КОНДРАТЬЕВА Н. А. ПРОГРАММНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ОТДЕЛЬНОГО КЛАССА СЛОЖНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ. НЕПРЕРЫВНЫЙ СЛУЧАЙ.....	261
МАКСИМЕНКО-ШЕЙКО К. В., ШЕЙКО Т. И. R-ФУНКЦИИ, ТВЭЛ С ПОЛИЗОНАЛЬНЫМ ОРЕБРЕНИЕМ ОБОЛОЧКИ И ТЕПЛООБМЕН ПРИ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ.....	277
ОБОДАН Н. И., АДЛУЦКИЙ В. Я., КОЗАКОВА Н. Л. УСТОЙЧИВОСТЬ ПОДКРЕПЛЯЮЩЕГО СЛОЯ В ДВУХСЛОЙНОЙ СИСТЕМЕ	285
ОПАНАСОВИЧ В. К., НИКОЛИШИН М. М., СЛОБОДЯН М. С., АЛЬФАВИЦЬКА С. О. ДВОВІСНИЙ РОЗТЯГ ПЛАСТИНИ З ДВОМА РІВНИМИ КОЛІНЕАРНИМИ ТРІЩИНАМИ З УРАХУВАННЯМ ЗМІЦНЕННЯ МАТЕРІАЛУ ТА ЗЛИТИХ ПЛАСТИЧНИХ ЗОН МІЖ НИМИ.....	296
ОПАНАСОВИЧ В. К., СЛОБОДЯН М. С., ЯРЕМА Є. Б. ПРО ПІДХІД ДО ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПЛАСТИНИ З ОТВОРАМИ ТА ПРЯМОЛІНІЙНОЮ НАСКРІЗНОЮ ТРІЩИНОЮ	303
СМЕТАНКІНА Н. В. ТЕРМОПРУЖНЕ ДЕФОРМУВАННЯ ШАРУВАТИХ ОБОЛОНОК СКЛАДНОЇ ФОРМИ	312
СУЛИМ Г. Т., ПІСКОЗУБ Й. З., ПІСКОЗУБ Л. Г. АНТИПЛОСКА ДЕФОРМАЦІЯ БІМАТЕРІАЛУ З ФІЗИЧНО НЕЛІНІЙНИМ МІЖФАЗНИМ ТОНКИМ ВКЛЮЧЕННЯМ.....	319
ХОМА Н. Г., ХОМА-МОГИЛЬСЬКА С. Г., ХОХЛОВА Л. Г. ІНТЕГРО-ОПЕРАТОРНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ КРАЙОВИХ ПЕРІОДИЧНИХ ЗАДАЧ	328
ХОМЧЕНКО А. Н., ЛИТВИНЕНКО Е. И., АСТИОНЕНКО И. А. ГЕОМЕТРИЯ КОНОИДА И ФИЗИЧЕСКАЯ НЕАДЕКВАТНОСТЬ СТАНДАРТНЫХ СЕРЕНДИПОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ	337

УДК 519.3

ГЕОМЕТРИЯ КОНОИДА И ФИЗИЧЕСКАЯ НЕАДЕКВАТНОСТЬ СТАНДАРТНЫХ СЕРЕНДИПОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

¹Хомченко А. Н., ²Литвиненко Е. И., ²Астионенко И. А.

¹Черноморский национальный университет им. П. Могилы,
ул. 68 Десантников, 10, г. Николаев, Украина

²Херсонский национальный технический университет,
Бериславское шоссе, 24, г. Херсон, Украина

¹khan@chdu.edu.ua, ²mmkntu@gmail.com

Рассматривается известный парадокс «гравитационного отталкивания», возникающий в задачах о поузловом распределении равномерной массовой нагрузки на конечном элементе. Показано, что в задаче серендиповой аппроксимации на стандартных элементах решающая роль принадлежит коноидам, которые ассоциируются с промежуточными узлами на сторонах квадратного носителя. Именно коноид (линейчатая поверхность) делает модель стандартного элемента чрезмерно «жесткой». От этого недостатка можно избавиться, заменив поверхность нулевой гауссовой кривизны поверхностью отрицательной кривизны.

Ключевые слова: конечный элемент, серендипова аппроксимация, коноид, гауссова кривизна.

ГЕОМЕТРИЯ КОНОЇДА І ФІЗИЧНА НЕАДЕКВАТНІСТЬ СТАНДАРТНИХ СЕРЕНДИПОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ

¹Хомченко А. Н., ²Литвиненко О. І., ²Астіоненко І. О.

¹Чорноморський національний університет ім. П. Могили,
вул. 68 Десанників, 10, м. Миколаїв, Україна

²Херсонський національний технічний університет,
Бериславське шосе, 24, м. Херсон, Україна

¹khan@chdu.edu.ua, ²mmkntu@gmail.com

Розглядається відомий парадокс «гравітаційного відштовхування», який виникає в задачах про повузловий розподіл рівномірного вагового навантаження на скінченному елементі. Показано, що в задачі серендипової апроксимації на стандартних елементах вирішальна роль належить коноїдам, які асоціюються з проміжними вузлами на сторонах квадратного носія. Саме коноїд (лінійчата поверхня) робить модель стандартного елемента надмірно «жорсткою». Цього недоліку можна позбутися, замінивши поверхню нульової гауссової кривини поверхню від'ємної кривини.

Ключові слова: скінченний елемент, серендипова апроксимація, коноїд, гауссова кривина.

GEOMETRY OF CONOID AND PHYSICAL INADEQUACY OF STANDARD SERENDIPITY ELEMENTS

¹Khomchenko A. N., ²Litvinenko Ye. I., ²Astionenko I. A.

¹Petro Mohyla Black Sea National University,
68 Desantnikov str, 10, Mykolaiv, Ukraine

²Kherson National Technical University,
Berislavskoe shosse, 24, Kherson, Ukraine

¹khan@chdu.edu.ua, ²mmkntu@gmail.com

The well-known paradox of “gravitational repelling” which occurs in the problems on per-node distribution of equal mass load on the finite element is researched. It is shown that in the problem of serendipity approximation on the standard elements the decisive role belongs to conoids, which are associated with transitional nodes on the sides of square carrier. The rise of physical inadequacy in per-node distribution of equal mass load on the finite element has been called by the use of conoid fragments when the approximating surface is forming. The finite elements of the second, third and fourth order have been researched. It is demonstrated that conoids influence grows together with the increase of the finite element order. This is conoid (ruled surface) which makes the model of standard element excessively “hard”. We mean not only mechanical “hardness” such as higher resistance to curve, but also the mathematical “hardness”, as the uniqueness (without alternative) of solving the

mathematical problem. One can get rid of this disadvantage changing the surface of zero Gaussian curvature by the surface of negative curvature. But the Taylor's method of systematic generation of bases as well as the method of inverse matrix result in the same standard functions. The alternative bases built by authors on plain and space serendipity elements implement physically adequate distributions of nodal loads. This result has been received thanks to the use of surfaces of negative Gaussian curvature when building the basis functions.

Key words: finite elements, serendipity approximation, conoid, Gaussian curvature.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Стандартные серендиповы элементы (ССЭ) были получены подбором в 1968 г. Эргатудисом, Айронсом и Зенкевичем [1] в связи с задачей об изопараметрическом преобразовании исправленного четырехугольника в квадрат. Как показала практика, полиномиальные базисы стандартной модели вполне справляются с задачей, ради которой они подбирались. С этой точки зрения модель можно считать адекватной. Однако уже через три года Зенкевич в своей книге [2] обратил внимание специалистов на физическую неадекватность ССЭ высших порядков. Речь идет о задаче поузловой локализации равномерной массовой нагрузки (проблема Эргатудиса-Айронса-Зенкевича). К сожалению, ни сам Зенкевич, входящий (по мнению экспертов) в первую пятерку специалистов по МКЭ, ни его ученики и последователи так и не смогли объяснить парадокс «гравитационного отталкивания». В конце концов Зенкевич высказал мнение, что «негативизм» в спектре узловых нагрузок неустраним и посоветовал смириться с этим недостатком ССЭ.

АНАЛИЗ ПРЕДШЕСТВУЮЩИХ РЕЗУЛЬТАТОВ

В 1982 г. [3] удалось сконструировать на плоских и пространственных серендиповых элементах (СЭ) альтернативные базисы, реализующие физически адекватные спектры узловых нагрузок. Несмотря на то, что «негативизм» был устранен, еще долго никому не удавалось найти обоснованное и содержательное объяснение «парадокса Зенкевича». Оказалось, что устранить недостаток модели легче, чем объяснить причины его возникновения. Сейчас мы готовы обсуждать причины. Первая попытка сделана в [4]. В данной статье мы возвращаемся к этой теме и пытаемся объяснить, как и почему наука восторжествовала над здравым смыслом.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Изучая геометрию серендиповых поверхностей, мы пришли к выводу, что «виновником» возникновения парадоксальных результатов является коноид. Напомним определение: коноид – линейчатая поверхность, все прямолинейные образующие которой параллельны одной и той же плоскости и пересекают одну и ту же прямую (ось коноида). Явление физической неадекватности наблюдается на всех СЭ высших порядков. Элемент первого порядка с четырьмя узлами в вершинах безупречен как математически, так и физически. На рис. 1 показаны ССЭ соответственно второго, третьего и четвертого порядков. В случае необходимости читатель самостоятельно сможет продолжить этот ряд.

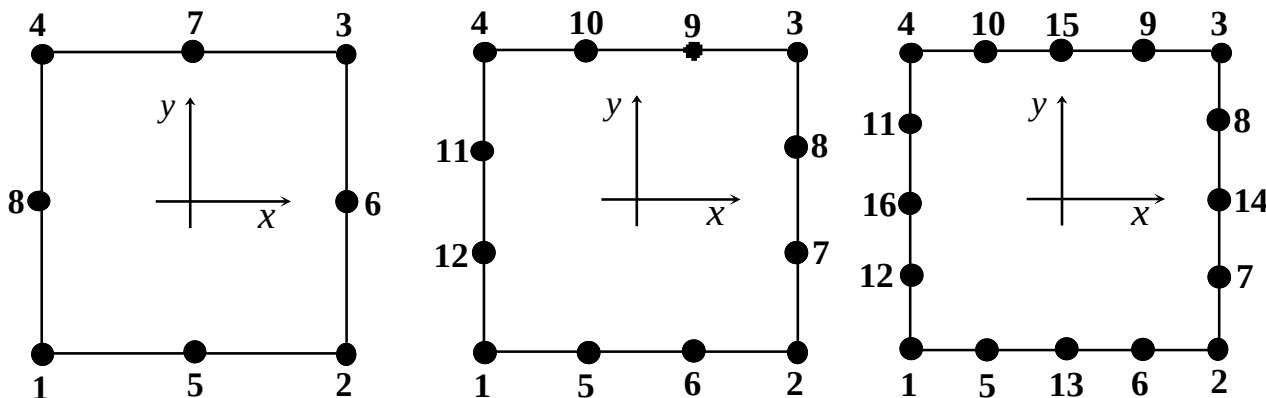


Рис. 1. ССЭ высших порядков: Q8 – 2-го порядка, Q12 – 3-го порядка, Q16 – 4-го порядка ($|x| \leq 1, |y| \leq 1$)

В центре нашего внимания находятся узлы на сторонах квадрата. Именно с этими узлами ассоциируются коноиды. На стандартных элементах (со стандартными базисами) в задаче серендиповой аппроксимации решающая роль принадлежит коноидам. Причем эта роль возрастает с увеличением порядка СЭ. Так, на СЭ 2-го порядка коноидов 50%, на СЭ 3-го порядка – 67%, на СЭ 4-го порядка – 75%. Кажется, что использование фрагментов коноида при формообразовании аппроксимирующей поверхности на конечном носителе не предвещает нежелательных последствий. Однако это не так. Ниже мы покажем, что коноид делает модель чрезмерно «жесткой». Здесь уместно вспомнить о «жестких» и «мягких» математических моделях (по В. И. Арнольду). Мы имеем в виду не только механическую «жесткость», как повышенную сопротивляемость изгибу, но и математическую «жесткость», как единственность (без альтернативы) решения математической задачи. Когда-то (в начале XX века) Адамар уверял нас, что единственность – это хорошо. Сегодня мы знаем, насколько ошибался выдающийся французский математик. Мы не будем рассказывать о достижениях А. Н. Тихонова и его учеников в теории некорректных задач, а просто покажем конкретные результаты наших исследований «парадокса Зенкевича».

Нам понадобятся базисные полиномы, отвечающие узлам на стороне квадрата. Понятно, что можно ограничиться лишь одной функцией, например, $N_5(x, y)$ на Q8 и Q12, и двумя функциями, например, $N_5(x, y)$ и $N_{13}(x, y)$ на Q16.

В этот перечень мы добавим «угловую» функцию, например, $N_1(x, y)$, чтобы читатель мог проконтролировать свойства базисов. Как известно, финитные базисные функции в МКЭ должны обладать следующими свойствами:

$$N_i(x_k; y_k) = \begin{cases} 1, & i = k, \\ 0, & i \neq k; \end{cases} \quad \sum_{i=1}^M N_i(x_k; y_k) = 1, \quad (1)$$

где i – номер функции; k – номер узла; M – общее число узлов на границе ССЭ.

Приведем типичные базисные функции для наших моделей (рис. 1).

Для Q8:

$$\begin{aligned} N_1(x, y) &= -\frac{1}{4}(1-x)(1-y)(x+y+1), \\ N_5(x, y) &= \frac{1}{2}(1-x^2)(1-y). \end{aligned} \quad (2)$$

Для Q12:

$$\begin{aligned} N_1(x, y) &= \frac{1}{32}(1-x)(1-y)(-10+9(x^2+y^2)), \\ N_5(x, y) &= \frac{9}{32}(1-x^2)(1-3x)(1-y). \end{aligned} \quad (3)$$

Для Q16:

$$\begin{aligned} N_1(x, y) &= \frac{1}{12}(1-x)(1-y)(2x+2y+1)(2x+2y+3)(-x-y-1), \\ N_5(x, y) &= \frac{2}{3}(1-x^2)(2x-1)x(1-y), \\ N_{13}(x, y) &= \frac{1}{2}(1-x^2)(1-4x^2)(1-y). \end{aligned} \quad (4)$$

Стоит отметить, что в мировой литературе по МКЭ практически отсутствует информация о Q16. Поэтому в (4) приведена авторская версия стандартного базиса.

Нагрузка на узел i со времен Ньютона и Котеса вычисляется как интегральное среднее соответствующей функции $N_i(x, y)$:

$$\gamma_i = \frac{1}{S} \iint_D N_i(x, y) dx dy, \quad (5)$$

где γ_i – нагрузка на узел i ; S – площадь элемента; D – область интегрирования ($|x| \leq 1, |y| \leq 1$).

Вычисления дают следующие результаты:

$$\begin{aligned} \text{для Q8: } \gamma_1 &= -\frac{1}{12}; \quad \gamma_5 = \frac{1}{3}; \\ \text{для Q12: } \gamma_1 &= -\frac{1}{8}; \quad \gamma_5 = \frac{3}{16}; \\ \text{для Q16: } \gamma_1 &= -\frac{31}{180}; \quad \gamma_5 = \frac{32}{180}; \quad \gamma_{13} = \frac{12}{180}. \end{aligned} \quad (6)$$

Понятно, что из суммы (1) вытекает $\sum_{i=1}^M \gamma_i = 1$, однако за сохранение весового баланса

пришлось «заплатить» нарушением физической адекватности спектров (6). Заметим, что во всех случаях неугловые узлы перегружены так, что суммарная нагрузка только в этих узлах уже превосходит единицу. Ясно, что в вершинах элемента нагрузки будут отрицательными (феномен «гравитационного отталкивания»).

Нетрудно определить (например, методом параллельных сечений), что поверхности $N_5(x, y)$ и $N_{13}(x, y)$ – классические коноиды (см. определение) с осью $y=1$ ($-1 \leq x \leq 1$), лежащей в плоскости $Z=0$ (в плоскости носителя). Поэтому двойной интеграл дает объем тела, ограниченного коноидом и плоскостью носителя. Формула (5) определяет среднюю аппликуату коноида. На рис. 2 показан коноид $N_5(x, y)$ модели Q8.

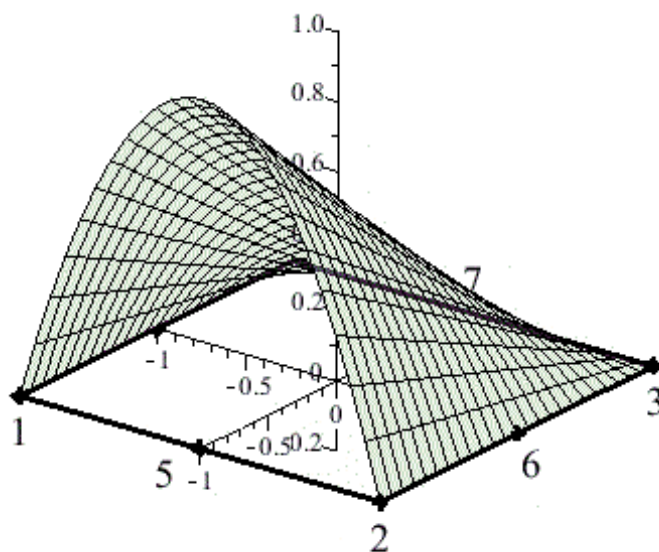


Рис. 2. Коноид $N_5(x, y)$ модели Q8

Читатель уже догадался, как уменьшить среднюю аппликату поверхности $N_5(x, y)$. Нужно просто заменить прямолинейную образующую вогнутой образующей. Именно так мы поступаем при создании альтернативных моделей СЭ. Непонятно почему, но именно коноид был изначально заложен в определение базисных функций, отвечающих узлам на сторонах квадрата. Вот цитата из [5], где описано построение $N_5(x, y)$ для Q8: «...взяв соответствующий многочлен Лагранжа второй степени по одному направлению и умножив его на линейную функцию по другому направлению, непосредственно найдем базисные функции для узлов в серединах сторон». Слово «линейную» подчеркнуто нами потому, что мы считаем это ограничение необоснованным. Именно линейность коноида вызывает противоестественные перегрузки в указанных узлах и, как следствие, отрицательные «нагрузки» в вершинах КЭ. А далее угловая функция, например, $N_1(x, y)$ для Q8, представляется в виде линейной комбинации соответствующей билинейной функции и построенных N_5 и N_8 :

$$N_1(x, y) = \frac{1}{4}(1-x)(1-y) - \frac{1}{4}(1-x^2)(1-y) - \frac{1}{4}(1-y^2)(1-x),$$

что приводит к первой формуле в (2).

Так устроены все плоские и пространственные ССЭ. Предложивший этот подход Р. Тейлор (1972), назвал его методом систематического генерирования базисов ССЭ. Известный специалист по МКЭ Р. Галлагер справедливо считает метод Тейлора элегантным [6], хотя он, как и метод обратной матрицы, приводит к тем же функциям Эргатудиса-Айронса-Зенкевича (иллюзия единственности). В математическом моделировании это не редкость. Очень трудно предвидеть, когда и каким образом модель «отомстит» за идеализацию (Мандельштам).

ВЫВОДЫ

Конноид с его нулевой гауссовой кривизной – идеализация, более реалистичной оказывается поверхность отрицательной гауссовой кривизны. Так устроены альтернативные модели СЭ. Заинтересованные специалисты развивают это направление уже более 30 лет [3, 7, 8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ergatoudis I., Irons B. M., Zienkiewicz O. C. Curved isoparametric «quadrilateral» elements for finite element analysis. *Intern. J. Solids Struct.* 1968. 4. P. 31–42.
2. Zienkiewicz O. C. The finite element method in engineering science. London: McGraw – Hill, 1971. 517 p.
3. Хомченко А. Н. Некоторые вероятностные аспекты МКЭ. Ивано-Франк. ин-т нефти и газа. Ивано-Франковск, 1982. 9 с. Деп. в ВИНТИ 18.03.82, № 1213.
4. Хомченко А. Н., Литвиненко Е. И., Астионенко И. А. Стандартные серендиповы многочлены и линейчатые поверхности. *Міжвуз. зб. «Комп'ютерно-інтегровані технології»: Освіта, наука, виробництво*. 2011. Вип. 6. С. 266–269.
5. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. Москва: Мир, 1986. 318 с.
6. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. Москва: Мир, 1984. 428 с.
7. Астионенко И. А., Литвиненко Е. И., Хомченко А. Н. Конструирование многопараметрических полиномов на бикубическом элементе серендипова семейства. *Научные ведомости Белгородского государственного университета. Математика. Физика*. 2009. Вып. 16, № 5(60). С. 15–31.
8. Астионенко И. А., Литвиненко Е. И., Хомченко А. Н. Обратные задачи серендиповых аппроксимаций. *Вестник Херсонского национального технического университета*. 2009. Вып. 2 (35). С. 36–42.

REFERENCES

1. Ergatoudis, I., Irons, B. M. & Zienkiewicz, O. C. (1968). Curved isoparametric «quadrilateral» elements for finite element analysis. *Intern. J. Solids Struct.*, 4, pp. 31–42.
2. Zienkiewicz, O. C. (1971). The finite element method in engineering science. London: McGraw – Hill.

3. Homchenko, A. N. (1982). Some Probabilistic Aspects of FEM. Ivano-Frank. in-t nefti i gaza. Ivano-Frankovsk. 9 p. Dep. v VINITI 18.03.82, №1213.
4. Homchenko, A. N., Litvinenko, E. I. & Astionenko, I. A. (2011). Standard Serendip polynomials and ruled surfaces. Mizhvuz. zb. "Komp'juterno-integrovanі tehnologії": Osvita, nauka, virobnictvo, Iss. 6, pp. 266-269.
5. Zenkevich, O. & Morgan, K. (1986). Finite Elements and Approximation. Moscow: Mir.
6. Gallager, R. (1984). Finite element method. Basics. Moscow: Mir.
7. Astionenko, I. A., Litvinenko, E. I. & Homchenko, A. N. (2009). The construction of multiparameter polynomials on the bicubic element of the Serendip family. Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika. Fizika, Iss. 16, No. 5(60), pp. 15-31.
8. Astionenko, I. A., Litvinenko, E. I. & Homchenko, A. N. (2009). Inverse problems of Serendip approximations. Vestnik Hersonskogo nacional'nogo tehničeskogo universiteta, Iss. 2(35), pp. 36-42.

УДК 539.375

ВЗАЄМОДІЯ КОЛІНЕАРНИХ ТРІЩИН У СФЕРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ З ГНУЧКИМ ПОКРИТТЯМ

Шацький І. П., д. ф.-м. н., Маковійчук М. В., к. ф.-м. н., Щербій А. Б.

*Івано-Франківський відділ Інституту прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України,
вул. Микитинецька, 3, м. Івано-Франківськ, 76002, Україна*

ipshatsky@gmail.com

Досліджено задачу про розтяг сферичної оболонки, що підкріплена гнучким покриттям та містить дві меридіональні тріщини. Покриття моделюється шарніром, що з'єднує береги розрізів в одній з лицевих поверхонь оболонки. Методом сингулярних інтегральних рівнянь визначено напружений стан поблизу вершин тріщин та розподіл шарнірної реакції в покритті. Граничний стан композиції проаналізовано з урахуванням критеріїв крихкого руйнування оболонки та обмеженої міцності покриття. Досліджено вплив параметрів кривини серединної поверхні оболонки та взаємного розташування дефектів на величину руйнівного навантаження.

Ключові слова: сферична оболонка, гнучке покриття, колінеарні тріщини, гранична рівновага.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОЛЛИНЕАРНЫХ ТРЕЩИН В СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ С ГИБКИМ ПОКРЫТИЕМ

Шацкий И. П., д. ф.-м. н., Маковийчук Н. В., к. ф.-м. н., Щербий А. Б.

*Івано-Франківський відділ Інституту прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України,
вул. Микитинецька, 3, м. Івано-Франківськ, 76002, Україна*

ipshatsky@gmail.com

Исследована задача о растяжении усиленной покрытием сферической оболочки с двумя меридиональными трещинами. Гибкое покрытие моделируется шарниром, соединяющим берега разрезов в одной из лицевых поверхностей оболочки. Методом сингулярных интегральных уравнений определены напряженное состояние вблизи вершин трещин и распределение шарнирной реакции в покрытии. Предельное равновесие композиции проанализировано с учетом критериев хрупкого разрушения оболочки и ограниченной прочности покрытия. Исследовано влияние параметров кривизны срединной поверхности оболочки и взаимного расположения дефектов на величину разрушающей нагрузки.

Ключевые слова: сферическая оболочка, гибкое покрытие, коллинеарные трещины, предельное равновесие.

Початок абзацу основного тексту виділяється збільшеним інтервалом між абзацами і не виділяється відступом або пустим рядком.

Ілюстрації мають бути оригінальними рисунками або фотографіями. Фотографії скануються у 256 градаціях сірого. Ілюстрації розміщуються у відповідних місцях тексту статті (по можливості вгорі сторінки) і повинні бути підписані та послідовно пронумеровані арабськими цифрами: Рис. 1, Рис. 2. Номер рисунка та підпис розміщуються безпосередньо під рисунком. Кожен рисунок та підпис до нього включаються до тексту публікації. Створення графічних об'єктів може здійснюватися будь-яким графічним редактором у форматі BMP файлів. Виконання рисунків засобами Microsoft Word здійснюється через використання команд панелі «Рисование». Підписи здійснюються командою «Надпись». Усі графічні компоненти рисунка і підписи об'єднуються командою «Группировать» (меню «Действия» на панелі «Рисование») і подаються у вигляді одного графічного об'єкта, прив'язаного до тексту з обтіканням «В тексте». Ілюстрації готують та масштабують так, щоб розміри букв тексту на ілюстраціях не перевищували розмір літер основного тексту статті більше, ніж на 50%.

Ілюстрації, так само як і підписи до них, вирівнюються на середину рядка (за виключенням невеликих рисунків – не більш 7 см, які можуть розташовуватися по декілька в ряд).

Таблиці розміщуються у відповідних місцях тексту статті (по можливості вгорі сторінки) і повинні містити назву та бути послідовно пронумерованими арабськими цифрами: Таблица 1, Таблица 2. Номер та назва таблиці розміщують над таблицями.

Посилання на літературні джерела послідовно нумеруються арабськими цифрами в порядку появи в тексті статті і зазначаються у квадратних дужках, де вказуються порядковий номер джерела та через кому конкретна сторінка [8, с.16]. Перелік літературних джерел мовою оригіналу подається в порядку їх нумерації після основного тексту статті з підзаголовком «ЛІТЕРАТУРА», який вирівнюється по центру. Список літератури оформлюється відповідно до ДСТУ ГОСТ 7.1:2006 «Система стандартів з інформації, бібліотечної та видавничої справи. Бібліографічний запис. Бібліографічний опис. Загальні вимоги та правила складання».

З наступного абзацу подається перелік літературних джерел латиницею з підзаголовком «REFERENCES», який вирівнюється по центру.

3. СТИЛІСТИЧНІ ПОГОДЖЕННЯ

- Не допускається закінчення сторінки одним або декількома пустими рядками, за винятком випадків, спричинених необхідністю дотримання попереднього пункту (висячі підзаголовки і початок абзацу) та кінця статті.
- Не допускається починати сторінку незакінченим рядком (переноси в останньому рядковій заборонені).
- Не дозволяється підкреслювання в заголовках, підписах і надписах.
- Слід дотримуватися правила про мінімальні зміни в шрифтовому та стильовому оформленні сторінки для того, щоб максимально уникнути різноманітності макета і зберегти єдиний стиль збірника.
- Не допускається часте використання виносок (виноска повинна розглядатися як виняток і вживатися тільки у випадку дійсної необхідності).
- Ілюстрації мають бути підготовані та масштабовані таким чином, щоб розміри букв тексту на ілюстраціях не перевищували розмір букв основного тексту статті більш ніж на 50%.
- Сторінки тексту статті слід пронумерувати.
- Диск треба підписати, вказавши прізвище, ініціали автора, імена файлів.
- На диску повинно бути **два файли**:
 - ✓ **перший** – із текстом статті та анотацій з ключовими словами,
 - ✓ **другий** – із відомостями про авторів (прізвище, ім'я, по батькові; посада; вчений ступінь; учене звання; місце роботи або навчання; адреса електронної пошти; домашня адреса; номери контактних телефонів).

4. ДЛЯ ОПУБЛІКУВАННЯ СТАТТІ АВТОРУ НЕОБХІДНО ПОДАТИ ДО РЕДАКЦІЇ ЗБІРНИКА:

1. Роздрукований текст статті з анотаціями та ключовими словами.
2. Відомості про авторів.
3. Витяг з протоколу засідання кафедри або факультету.
4. Зовнішню рецензію.
5. Диск із текстом статті, анотацій, ключовими словами та відомостями про авторів.

Адреса редакції: Україна, 69600, м. Запоріжжя, МСП-41, вул. Жуковського, 66

Довідки за телефонами:

(061) 289-12-52 – відповідальний за випуск (технічний редактор)

(061) 289-12-26 – редакційно-видавничий відділ (IV корпус, кімн. 323)

Адреса електронної пошти:

kpmf.mf@znu.edu.ua