

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПЕРВОМАЙСЬКА ФІЛІЯ
НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ КОРАБЛЕБУДУВАННЯ
імені адмірала Макарова

А.Ю. ЛИСИХ

ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА
МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДЛЯ ПІДГОТОВКИ ТА ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ
МОДУЛЬ "ДИНАМІКА"

Рекомендовано Методичною Радою ПФ НУК

Первомайськ 2018

**УДК 531.
ББК 22.21
Л-63**

Рекомендовано Методичною Радою ПФ НУК
протокол № 4/2018 від 02.05.2018 р.

Кафедра фундаментальних та загальнотехнічних наук

А.Ю. Лисих

Теоретична механіка: Методичні вказівки для підготовки та виконання практичних робіт. Модуль "Динаміка" – Первомайськ: Видавництво НУК, 2018. – 44 с.

Методичні вказівки для практичних занять містять теоретичний матеріал, методику та приклади розв'язання задач з третього розділу теоретичної механіки: "Динаміка" у межах навчальної програми вищих технічних навчальних закладів. Методичні вказівки призначені для студентів, які навчаються за спеціальностями 142 "Енергетичне машинобудування", 131 "Прикладна механіка" та 144 "Теплоенергетика" денної і заочної форм навчання.

Рецензент: кандидат технічних наук, доцент О.О. Лобов

УДК 531.
ББК 22.21

© А.Ю. Лисих, 2018
© Національний університет
кораблебудування, 2018
© Видавництво НУК, 2018

ВСТУП

Теоретична механіка є основою сучасної техніки. Її закони знаходять застосування в машинобудуванні, авіації, кібернетиці, космонавтиці та інших галузях.

На основі теоретичної механіки виникли і успішно розвиваються такі науки, як опір матеріалів, теорія пружності, теорія механізмів і машин, деталі машин та інші, які пов'язані з розрахунками і конструюванням інженерних конструкцій. Вивчення курсу теоретичної механіки сприяє розширенню наукового кругозору і підвищенню загальної культури майбутнього фахівця, розвитку його логічного й інженерного мислення.

Дані методичні вказівки мають допомогти студентам узагальнити і систематизувати свої знання за модулем III "Динаміка" й ефективно підготуватися до успішного складання іспитів.

У методичних вказівках по розв'язанню задач динаміки наведені приклади їх розв'язання по основним темам.

Короткі теоретичні відомості відповідно темам забезпечують поєднання теорії з практичними діями при розв'язанні задач, що сприяє більш творчому їх розумінню.

У курсі знайшли відображення сучасні запитання про задачі та методи механіки, які застосовують у різних галузях машинобудування, її викладання передбачає: розвиток логічного та алгоритмічного мислення, оволодіння основними методами дослідження у вирішенні прикладних задач, вироблення вміння самостійно ставити і розв'язувати різноманітні прикладні задачі методами теоретичної механіки.

Мета вивчення дисципліни — дати студентам теоретичні знання і практичні навички в галузях: розрахунку інженерних споруд та конструкцій, складання математичних моделей фізичних об'єктів, визначення кінематичних та динамічних параметрів рухомого об'єкта.

Практичне заняття № 1

ПЕРША ЗАДАЧА ДИНАМІКИ

Мета роботи: навчитись визначати величину і напрямок рівнодіючої системи сил, які діють на точку

Основні теоретичні відомості

Динаміка – це основний розділ теоретичної механіки, де узагальнюються положення і висновки, отримані в статиці і кінематиці; таким чином динаміка вивчає механічний рух матеріальних об'єктів, що виникає під дією сил, прикладених до цих об'єктів.

У динаміці ставляться і розв'язуються дві основні задачі механіки:

1) за відомим законом руху матеріального об'єкта потрібно визначити сили, які цей рух викликають (перша або пряма задача);

2) за відомими силами, що діють на матеріальний об'єкт, потрібно знайти закон його руху (друга або обернена задача).

Динаміку в залежності від конкретного поняття матеріального об'єкта поділяють на три частини: динаміку матеріальної точки, динаміку механічної системи і динаміку твердого тіла.

Диференціальні рівняння руху матеріальної точки в проекціях на декартові осі координат

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= \sum x_i = R_x; \\ m\ddot{y} &= \sum y_i = R_y; \\ m\ddot{z} &= \sum z_i = R_z. \end{aligned} \quad (1.1)$$

де $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$; $\ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}$; $\ddot{z} = \frac{d^2z}{dt^2}$ – проекції вектора прискорення на декартові

осі координат;

x_i, y_i, z_i – проекції вектора сили $\vec{F}_i$, діючої на точку, на декартові вісі координат;

R_x, R_y, R_z – проекції рівнодіючої системи сил, діючих на точку, на декартові вісі координат.

Приклад вирішення задачі

Рух матеріальної точки масою $m = 0,5$ кг задано рівняннями:

$$x = (2 \cos 4t + 3t) \text{ м};$$

$$y = (2 \sin 4t - 5), \text{ м.}$$

Визначити величину та напрямок рівнодіючої системи сил, діючих на точку, в момент $t = 1$ с.

Для розв'язання задачі застосуємо диференціальні рівняння руху матеріальної точки в проекціях на декартові осі координат (див. рівняння (1.1)), згідно яких:

$$R_x = m\ddot{x};$$

$$R_y = m\ddot{y}.$$

Двічі диференціюючи по часу рівняння руху точки

$$\dot{x} = 8 \sin 4t + 3;$$

$$\dot{y} = 8 \cos 4t.$$

$$\ddot{x} = -32 \cos 4t;$$

$$\ddot{y} = -32 \sin 4t.$$

і підставляючи в рівняння

$$R_x = 0,5 \cdot (-32 \cos 4t); \quad R_y = 0,5 \cdot (-32 \sin 4t).$$

Отримуємо $R_x = -16 \cos 4t$; $R_y = -16 \sin 4t$.

В заданий момент часу $t = 1$ с

$$R_x = -16 \cos 4^0 \approx -10,16 \text{ Н}; \quad R_y = -16 \sin 4^0 \approx -12,11 \text{ Н.}$$

$$R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2} = \sqrt{(-10,16)^2 + (-12,11)^2} = 16 \text{ Н.}$$

Рівнодіюча утворює з віссю абсцис кут α , косинус якого

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R} = \frac{10,46}{16} = 0,654$$

$$\alpha = \arccos 0,654 = 49^{\circ}.$$

Рівнодіюча утворює з віссю абсцис кут $\alpha = 49^{\circ}$.

Варіанти завдань для практичної роботи № 1

Рух матеріальної точки масою m задано рівняннями $x = f_1(t)$; $y = f_2(t)$.

Визначити величину та напрямок рівнодіючої системи сил, діючих на точку, в момент t_1 , необхідні вихідні дані для розрахунку взяти з таблиць 1.1 та 1.2.

Таблиця 1.1 Вихідні дані для виконання практичної роботи № 1

Варіант	m , кг	a	b	t_1 , с	c	d
1	1,0	5	6	1	6	5
2	0,5	2	4	2	4	1
3	1,5	4	6	3	3	2
4	2,5	8	2	1	2	4
5	2,0	3	5	2	1	2
6	4,0	1	2	3	4	6
7	3,5	2	6	4	3	5
8	3,0	10	2	1	2	3
9	1,0	4	3	2	5	6
10	2,0	5	4	4	3	1
11	1,0	5	6	1	6	5
12	0,5	2	4	2	4	1
13	1,5	4	6	3	3	2
14	2,5	8	2	1	2	4
15	2,0	3	5	2	1	2
16	4,0	1	2	3	4	6
17	3,5	2	6	4	3	5
18	3,0	10	2	1	2	3
19	1,0	4	3	2	5	6
20	2,0	5	4	4	3	1
21	1,0	5	6	1	6	5
22	0,5	2	4	2	4	1
23	1,5	4	6	3	3	2
24	2,5	8	2	1	2	4
25	2,0	3	5	2	1	2
26	4,0	1	2	3	4	6
27	3,5	2	6	4	3	5
28	3,0	10	2	1	2	3
29	1,0	4	3	2	5	6
30	2,0	5	4	4	3	1

Таблиця 1.2 Вихідні дані для виконання практичної роботи № 1

Варіант	$x = f_1(t)$	$y = f_2(t)$
1	$x = a + b \cos(\frac{\pi}{6}t)$	$y = ct^2 + dt$
2	$x = a - b \cos(\frac{\pi}{3}t)$	$y = c \sin(\frac{\pi}{3}t) + dt^2$
3	$x = at + bt^2$	$y = c \cos(\frac{\pi}{3}t) + dt^2$
4	$x = at^2 + b \cos(\frac{\pi}{2}t)$	$y = at^3 + bt^2$
5	$x = at + b \cos^2(\frac{\pi}{2}t)$	$y = at - bt^2$
6	$x = at^3 + bt^2$	$y = a \cos(\frac{\pi}{2}t^2)$
7	$x = a(t^2 - t) + b$	$y = a \cos(\frac{\pi}{4}t) - b \sin(\frac{\pi}{4}t)$
8	$x = a \cos(\frac{\pi}{2}t^2)$	$x = a(t^2 - t) - cb$
9	$x = a \cos(\frac{\pi}{4}t) + b \sin(\frac{\pi}{4}t)$	$x = at^2 + b$
10	$x = at^2 + bt^3$	$y = a \cos(\frac{\pi}{4}t)$
11	$x = a - b \cos(\frac{\pi}{6}t)$	$y = ct^2 - dt$
12	$x = a + b \cos(\frac{\pi}{3}t)$	$y = c \sin(\frac{\pi}{3}t) - dt^2$
13	$x = at - bt^2$	$y = c \cos(\frac{\pi}{3}t) - dt^2$
14	$x = at^2 - b \cos(\frac{\pi}{2}t)$	$y = at^3 - bt^2$
15	$x = at - b \cos^2(\frac{\pi}{2}t)$	$y = at + bt^2$
16	$x = at^3 - bt^2$	$y = a \cos(\frac{\pi}{4}t^2)$
17	$x = a(t^2 - t) - b$	$y = a \cos(\frac{\pi}{4}t) + b \sin(\frac{\pi}{4}t)$
18	$x = a \cos(\frac{\pi}{3}t^2)$	$x = a(t^2 + t) + cb$

Продовження таблиці 1.2

19	$x = a \cos(\frac{\pi}{4}t) - b \sin(\frac{\pi}{4}t)$	$x = at^2 - b$
20	$x = at^2 - bt^3$	$y = a \cos(\frac{\pi}{3}t)$
21	$x = a + b \cos(\frac{\pi}{4}t)$	$y = ct^2 + dt$
22	$x = a - b \cos(\frac{\pi}{6}t)$	$y = c \sin(\frac{\pi}{4}t) + dt^2$
23	$x = at + bt^2$	$y = c \cos(\frac{\pi}{3}t) + dt^2$
24	$x = at^2 + b \cos(\frac{\pi}{4}t)$	$y = at^3 + bt^2$
25	$x = at + b \cos^2(\frac{\pi}{3}t)$	$y = at - bt^2$
26	$x = at^3 + bt^2$	$y = a \cos(\frac{\pi}{6}t^2)$
27	$x = a(t^2 - t) + b$	$y = a \cos(\frac{\pi}{6}t) - b \sin(\frac{\pi}{6}t)$
28	$x = a \cos(\frac{\pi}{6}t^2)$	$x = a(t^2 - t) - cb$
29	$x = a \cos(\frac{\pi}{3}t) + b \sin(\frac{\pi}{3}t)$	$x = at^2 + b$
30	$x = at^2 + bt^3$	$y = a \cos(\frac{\pi}{6}t)$

Контрольні запитання:

1. Які закони Ньютона лежать в основі динаміки?
2. Напишіть диференціальні рівняння руху матеріальної точки в проекціях на осі нерухомої декартової системи координат і на осі природного тригранника.
3. Яка різниця між диференціальним рівнянням руху вільної і невільної матеріальної точки?

Література:

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. Учеб. для вузов. – М.: Высшая школа, 1995. – С. 37-40.
2. Теоретична механіка: Збірник задач/ під ред. М.А. Павловського. – К.: Техніка, 2007. – 400 с.

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРЕМИ ПРО ЗМІНУ КІЛЬКІСТІ РУХУ МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ

Мета роботи: навчитись визначати параметри руху матеріальної точки за допомогою теореми про зміну кількості руху

Основні теоретичні відомості

Однією з мір механічного руху матеріальних об'єктів є кількість їх руху, або імпульс.

Кількістю руху (імпульсом) матеріальної точки $\bar{q}$ називається векторна величина, яка дорівнює добутку маси точки на вектор її швидкості, тобто:

$$\bar{q} = m\bar{V} \quad (2.1)$$

Кількістю руху (імпульсом) механічної системи $\bar{Q}$ називають вектор, рівний геометричній сумі векторів кількостей руху (імпульсів) всіх матеріальних точок системи:

$$\bar{Q} = \sum_{i=1}^n \bar{q}_i = \sum_{i=1}^n m_K \cdot \bar{V}_K. \quad (2.2)$$

Теорема про зміну кількості руху матеріальної точки (теорема імпульсів): приріст кількості руху матеріальної точки за певний проміжок дорівнює імпульсу рівнодіючої прикладених сил до точки за той самий проміжок часу:

$$m\bar{V} - m\bar{V}_0 = \bar{S} \quad (2.3)$$

де $\bar{V}_0$, $\bar{V}$ – початкова та кінцева швидкість точки;

$\bar{S}$ – повний імпульс сили.

Вказану теорему доцільно застосовувати у задачах, у яких можна використовувати залежність між масою точки, рівнодіючою силою, проміжком часу t_2 і t_1 її дії та значеннями швидкості t_1 і t_2 .

При розв'язанні задач рекомендується:

- 1) вибрати матеріальну точку, до якої застосовувати теорему імпульсів;
- 2) обрати проміжок часу $t_2 - t_1$;

- 3) розглянути та відобразити усі діючі на матеріальну точку сили (як задані, так і реакції в'язей);
- 4) обрати систему координат;
- 5) визначити проекції векторів кількості руху матеріальної точки в початковий і кінцевий моменти даного проміжку часу на вісі координат і проекції на ті самі вісі імпульсів усіх діючих сил за той же проміжок часу;
- 6) записати рівняння, що відображає теорему про зміну кількості руху матеріальної точки в проекціях на вісі координат;
- 7) із рівнянь знайти невідомі.

Приклад вирішення задачі

Ящик кинуто на похилу площину, кут нахилу якої $\alpha = 10^\circ$, зі швидкістю $V_1 = 2$ м/с. Через $t = 5$ секунд ящик зупинився ($V_2 = 0$) через тертя. Знайти коефіцієнт тертя.

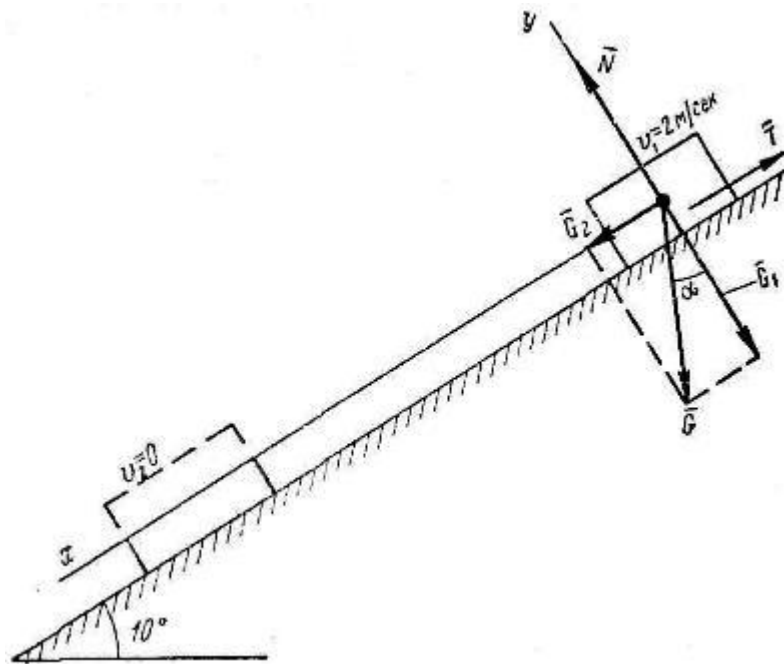


Рис 2.1

Складемо рівняння кількості руху для матеріальної точки

$$mV_2 - mV_1 = S$$

Масу ящику виразимо через його вагу $m = \frac{G}{g}$.

Знайдемо імпульс сил, діючих вздовж вісі Ox

$$S = (G_2 - T) \cdot t$$

Розкладаючи вагу ящика G розділимо її на дві складові – вздовж похилої площини і перпендикулярно до неї отримуємо:

$$G_1 = G \cdot \cos \alpha; \quad G_2 = G \cdot \sin \alpha$$

Склавши рівняння проекцій всіх сил на вісь Oy , знайдемо

$$\sum F_{iy} = 0; \quad N - G_1 = 0, \text{ звідки } N = G_1 = G \cdot \cos \alpha.$$

Сила тертя T пропорційна силі нормального тиску N

$$T = f \cdot N = G \cdot f \cdot \cos \alpha.$$

Підставивши значення сил G_2 та T , отримаємо

$$S = (G \cdot \sin \alpha - G \cdot f \cdot \cos \alpha) \cdot t = G \cdot (\sin \alpha - f \cdot \cos \alpha) \cdot t.$$

Прирівнюємо значення імпульсу до зміни його кількості руху

$$\frac{G}{g} \cdot V_2 - \frac{G}{g} \cdot V_1 = G \cdot (\sin \alpha - f \cos \alpha) \cdot t$$

Скорочуючи рівняння на G та враховуючи, що $V_2 = 0$, отримаємо

$$-\frac{V_1}{g} = t \sin \alpha - f \cdot t \cos \alpha$$

Розв'яжемо отримане рівняння відносно невідомого коефіцієнту тертя

$$f = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{V_1}{g \cdot t \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha + \frac{V_1}{g \cdot t \cos \alpha}$$

$$f = \operatorname{tg} 10^\circ + \frac{2}{9,81 \cdot 5 \cdot \cos 10^\circ} = 0,176 + 0,042 = 0,218$$

Варіанти завдань для практичної роботи № 2

1. Матеріальна точка M вагою G , що знаходиться на гладкій горизонтальній площині, рухається прямолінійно з постійною швидкістю V_0 . Протягом якого проміжку часу t на неї повинна діяти постійна сила P , спрямована протилежно V_0 , щоб точка змінила напрямок руху на протилежний і при цьому модуль її швидкості подвоївся?

$$\text{Відповідь: } t = \frac{3G \cdot V_0}{P \cdot g}.$$

2. У попередньому прикладі знайти час t , на протязі якого під дією сили P точка M зупиниться.

$$\text{Відповідь: } t = \frac{G \cdot V_0}{P \cdot g}.$$

3. Швидкість судна водотоннажністю $m = 25000$ кг за час $t = 50$ с після припинення роботи турбіни зменшилась на 5 вузлів. Визначити середню силу опору води, вважаючи рух корабля прямолінійним (вузол – одиниця швидкості, яка дорівнює 1 милі за годину, або 0,5144 м/с).

Відповідь: -1285 кН.

4. Вагонетка з вантажем стояла на шляхах. Робочий протягом 24 секунд намагався зрушити її з місця з постійною силою $P = 300$ Н, спрямованою горизонтально, після чого вагонетка продовжувала рухатися по інерції до зупинки. Сила опору $T = 120$ Н постійна. Визначити час руху вагонетки за інерцією.

Відповідь: 36 секунд.

5. Визначити, за який проміжок часу після початку гальмування автомобіль зупиниться, який рухається зі швидкістю 80 км/год. Коефіцієнт тертя $f = 0,25$.

Відповідь: 9 секунд.

6. Визначити модуль сили, якщо за проміжок часу 5 секунд точка масою 15 кг збільшила свою швидкість з 2 до 4 м/с.

Відповідь: 6 Н.

7. Матеріальна точка масою 10 г рухається колом (рис. 2.2) з постійною швидкістю 40 см/с. Знайти імпульс сил, які діють на точку за час проходження точкою половини кола.

Відповідь: 800 г·см/с

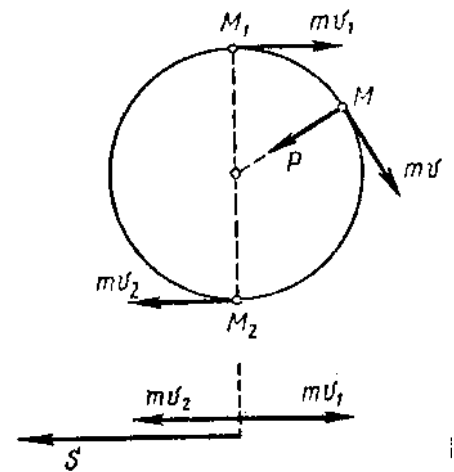


Рис. 2.2

8. Середнє значення на динамометрі, який встановлено між тепловозом і вагонами вантажного потяга, за час t дорівнює P . На протязі цього часу потяг рухався на підйом $i = \operatorname{tg} \alpha$, де α – кут підйому його швидкість збільшилась від r_0 до r км/год. Коефіцієнт сумарного опору руху дорівнює. Визначити вагу складу потягу (рис. 2.3).

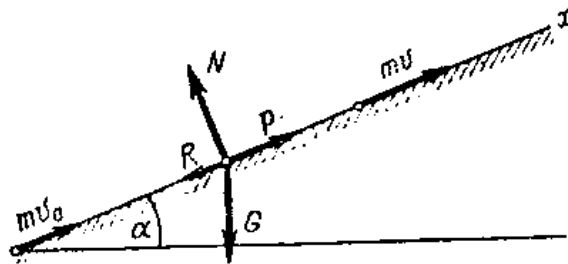


Рис. 2.3

Відповідь: $G = \frac{P \cdot t}{(V - V_0)/g + (i + f) \cdot t}$

9. Колесо вагою G і радіусом R котиться без ковзання по колії, виконуючи n об/с. Визначити кількість руху колеса.

Відповідь: $Q = \frac{G \cdot R \cdot \pi \cdot n}{30g}$

10. Потяг масою 3×10^6 кг рухається прямолінійним шляхом зі швидкістю 20 м/с. Гальмівний шлях складає 500 м. Визначити час гальмування.

Відповідь: 50 секунд.

11. Матеріальна точка вагою 1 Н рухається колом з постійною швидкістю 2 м/с. Визначити імпульс сили, які діють на точку за час проходження точкою чверті кола.

Відповідь: 3 Нс.

12. Тіло спускається по похилій площині, яка з горизонтом складає кут α (рис. 2.1). Через який час швидкість тіла збільшиться від V_0 до V , якщо коефіцієнт ковзання між тілом і площиною дорівнює f ($\tan \alpha > f$).

Відповідь: $t = \frac{V - V_0}{g \cdot (\sin \alpha - f \cdot \cos \alpha)}$.

13. Вантажу масою m , який знаходиться на горизонтальній площині, надають початкову швидкість V . Наступний рух вантажу гальмується постійною силою F . Визначити через який час вантаж зупиниться і який пройде шлях.

14. Визначити величину сили P , під дією якої тіло масою 120 кг за 5 секунд здобуває швидкість 500 м/с. Сили тертя не враховувати.

Відповідь: $12 \cdot 10^3$ Н.

15. По похилій площині з кутом $\alpha = 30^\circ$ опускається без початкової швидкості важке тіло, коефіцієнт тертя 0,1. Яку швидкість матиме тіло після 2 м від початку руху?

Відповідь: 4,02 м/с.

16. Маса матеріальної точки 10 кг. Через який проміжок часу її швидкість збільшиться від 2 до 22 м/с при дії постійної сили $P=100$ Н.

Відповідь: 2 секунди.

17. Через 4 секунди після включення реостату трамвай вагою 150 кН, який рухався зі швидкістю 3 м/с, зупинився. Знайти модуль сили опору, вважаючи, що її постійною.

Відповідь: 11,5 кН.

18. Матеріальна точка масою 20 г рухається колом (рис. 4.2) з постійною швидкістю 50 см/с. Знайти імпульс сил, які діють на точку за час проходження точкою половини кола.

Відповідь: 1000 г. см/с

19. Швидкість судна водотоннажністю $m=30000$ кг за час $t=2$ хв після припинення роботи турбіни зменшилась на 7 вузлів. Визначити середню силу опору води, вважаючи рух корабля прямолінійним (вузол – одиниця швидкості, яка дорівнює 1 милі за годину, або 0,5144 м/с).

Відповідь: –900 кН.

20. Потяг масою 2×10^6 кг рухається прямолінійним шляхом зі швидкістю 25 м/с. Гальмівний шлях складає 600 м. Визначити час гальмування.

Відповідь: 48 секунд.

Контрольні запитання:

1. Як визначаються кількість руху матеріальної точки і механічної системи?

2. Точка рухається вздовж прямої: а) рівномірно; б) рівнозмінно. Як змінюється її кількість руху в цих випадках?

3. Точка рівномірно рухається по колу. Чи буде змінюватися її імпульс?

4. Чому дорівнює кількість руху тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, що проходить через його центр мас?

Література:

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. Учеб. для вузов. – М.: Высшая школа, 1995. – С. 350-359.
2. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. Учебник для техн. вузов – СПб.: изд-во Лань, 2001. – С. 458-459.
3. Теоретична механіка: Збірник задач/ під ред. М.А. Павловського. – К.: Техніка, 2007. – С. 204-210.

Практичне заняття № 3

РОБОТА СИЛИ І ПОТУЖНІСТЬ

Мета роботи: навчитись визначати роботу сили на прямолінійному і криволінійному шляху, роботу сили тяжіння, потужність

Основні теоретичні відомості

Робота сили є однією з мір, які характеризують дію сили на матеріальну точку і яка залежить від пройденого шляху.

Роботою постійної сили при прямолінійному переміщенні є добуток величини модуля сили на переміщення і на косинус кута, який утворюється між силою то вектором швидкості (рис. 3.1).

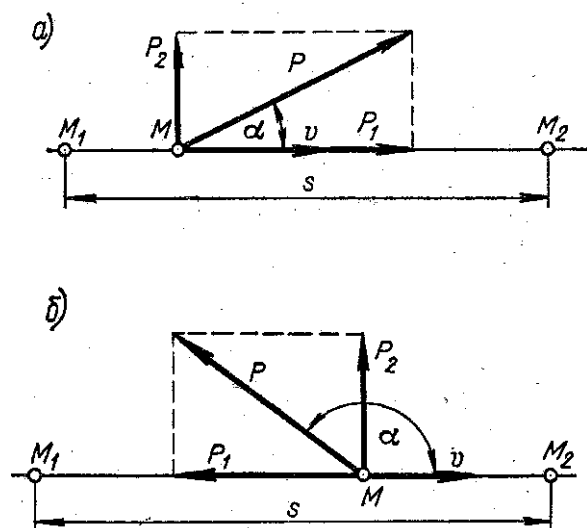


Рис. 3.1

$$A = F \cdot s \cdot \cos \alpha, \quad (3.1)$$

де $s = M_1M_2$ – переміщення точки М.

Якщо α – гострий кут, то $\cos \alpha > 0$, і відповідно $A > 0$.

Якщо α – тупий кут, то $\cos \alpha < 0$, і відповідно $A < 0$.

В деяких випадках коли:

$$\alpha = 0^\circ, \quad A = P \cdot s;$$

$$\alpha = 90^\circ, \quad A = 0;$$

$$\alpha = 180^\circ, \quad A = -P \cdot s.$$

Робота сили тяжіння розраховується за формулою:

$$A_G = \pm G \cdot H, \quad (3.2)$$

де H – вертикальне переміщення (різниця рівня точки, що рухається).

Робота пари сил обчислюється за формулою:

$$A = M \cdot \varphi, \quad (3.3)$$

де M – момент пари сил;

φ – кут повороту пари сил.

Потужність N характеризує як швидко змінюється робота в даний момент часу.

$$N = F \cdot V \cdot \cos \alpha, \quad (3.4)$$

де V – швидкість точки.

$$\text{Якщо } \alpha = 0, \quad N = F \cdot V.$$

При обертальному русі потужність розраховується за формулою (3.5)

$$N = M \cdot \omega, \quad (3.5)$$

де M – обертальний момент,

ω – кутова швидкість.

Коефіцієнт корисної дії розраховується за формулами (3.6, 3.7)

$$\eta = \frac{A_{co}}{A}, \quad (3.6)$$

де A_{co} – робота сил корисного опору;

A – уся здійснена робота.

$$\eta = \frac{N_K}{N}, \quad (3.7)$$

де N_K – корисна потужність;

N – уся витрачена потужність.

Приклад вирішення задачі

Вантаж M вагою $G = 280$ Н піднімають по похилій площині на висоту $H = 1,8$ м (рис. 3.2). Кут нахилу площини $\alpha = 22^\circ$. Коефіцієнт тертя $f = 0,2$. Знайти витрачену роботу.

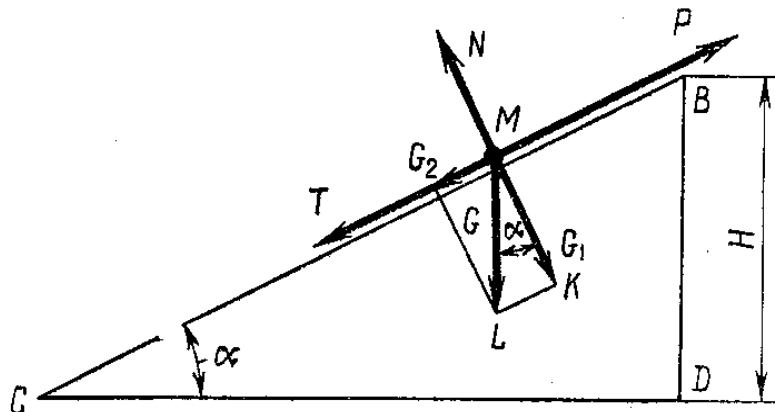


Рис. 3.2

Вантаж розглядаємо як матеріальну точку.

Для того, щоб здійснити рівномірне переміщення по похилій площині потрібно прикласти силу P .

$$\sum X = P - G_2 - T = 0$$

$$P = G_2 + T$$

З прямокутного трикутника знаходимо MKL знаходимо

$$G_1 = G \cdot \cos \alpha, \quad G_2 = G \cdot \sin \alpha.$$

$$N = G_1 = G \cdot \cos \alpha.$$

Модуль сили тертя

$$T = f \cdot N = f \cdot G \cdot \cos \alpha.$$

$$P = G \cdot (\sin \alpha + f \cdot \cos \alpha).$$

Робота сили P дорівнює: $A = P \cdot CB$.

З прямокутного трикутника BCD $CB = \frac{H}{\sin \alpha}$.

$$A = G \cdot (\sin \alpha + f \cdot \cos \alpha) \frac{H}{\sin \alpha} = G \cdot H \cdot (1 + \operatorname{ctg} \alpha).$$

$$A = 280 \cdot (\sin 22^\circ + 0,2 \cdot \cos 22^\circ) \frac{1,8}{\sin 22^\circ} = 280 \cdot 1,8 \cdot (1 + \operatorname{ctg} 22^\circ) = 756 \text{ Нм} = 756 \text{ Дж}.$$

Варіанти завдань для практичної роботи № 3

1. Тіло масою 60 кг переміщують по підлозі за допомогою горизонтальної сили $\bar{Q}$ на відстань $s = 10$ метрів. Визначити роботу, яку здійснює сила тертя, якщо коефіцієнт тертя між тілом та підлогою становить $f = 0,3$.

Відповідь: $-1765,8 \text{ Нм}$.

2. Для того, щоб підняти станину вагою $G = 500 \text{ Н}$ волоком по похилій площині на висоту $H = 10 \text{ м}$ (рис 3.3) скористались електричною лебідкою. По дотичній до барабану прикладена рушійна сила $P = 40 \text{ Н}$. Довжина похилої площини $l = 250 \text{ м}$. Визначити коефіцієнт корисної дії похилої площини.

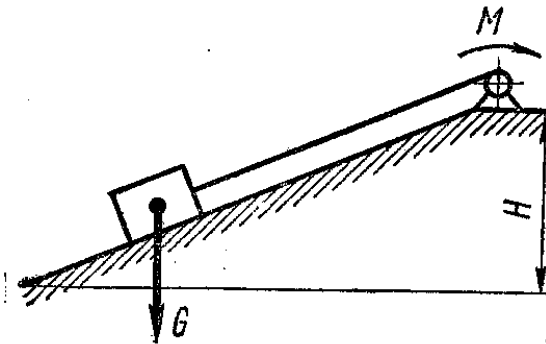


Рис. 3.3

Відповідь: 50 %

3. Горизонтальним шляхом рівномірно їде потяг масою 600 тон. Визначити потужність, яку розвиває потяг якщо опір руху потяга складає 200 Н на 1 тону маси при швидкості $V = 28,8 \text{ км/год}$.

Відповідь: 960 кВт

4. Визначити потужність насосної станції продуктивністю 30 тисяч відер води за годину. Вода подається на висоту $H = 30$ м. Коефіцієнт корисної дії установки $\eta = 0,75$. Одне відро важить 120 Н.

Відповідь: 40 кВт.

5. Яка робота може бути виконана на протязі 7 годин за допомогою двигуна потужністю 10 кВт, якщо ККД пасової передачі, що передає обертання на вал дорівнює 82%.

Відповідь: 206640 Дж.

6. Тіло вагою 100 Н переміщують догори по похилій площині, кут підйому $\alpha = 30^\circ$ на відстань 4 метрів. Чому дорівнює сила тяжіння?

Відповідь: –200 Дж.

7. Тіло вагою 50 Н переміщують по горизонтальній площині на відстань 2 метрів. Коефіцієнт тертя 0,1. Чому дорівнює сила тертя?

Відповідь: –10 Дж.

8. Тіло вагою 50 Н переміщують по горизонтальній площині на відстань 2 метрів. Коефіцієнт тертя 0,1. Чому дорівнює робота сили тяжіння?

Відповідь: 0

9. Потужність на валу насоса дорівнює 166 кВт. ККД = 80%. За який проміжок часу буде піднято 50 м^3 на висоту 20 метрів. 1 м^3 важить 9,81 кН.

Відповідь: 12 хвилин 26 секунд.

10. Визначити потужність двигуна вантажного автомобіля в момент, коли авто рухається рівномірно прямолінійним шляхом зі швидкістю 45 км/год. Модуль сили опору руху 2400 Н. ККД при здійсненні руху від двигуна до коліс 0,6.

Відповідь: 50 кВт.

11. Тіло масою 50 кг переміщують по підлозі за допомогою горизонтальної сили $\overline{Q}$ на відстань $s = 6$ метрів. Визначити роботу, яку здійснює сила тертя, якщо коефіцієнт тертя між тілом та підлогою становить $f = 0,3$.

Відповідь: – 883 Нм.

12. Для того щоб підняти волоком по похилій площині на висоту 10 метрів станину масою 500 кг використали електричну лебідку (рис. 3.4). Обертальний момент на барабані лебідки $M = 250$ Нм. Барабан обертається рівномірно з частотою $n = 30$ об/хв. Для підйому станини лебідка працювала 2 хвилини.

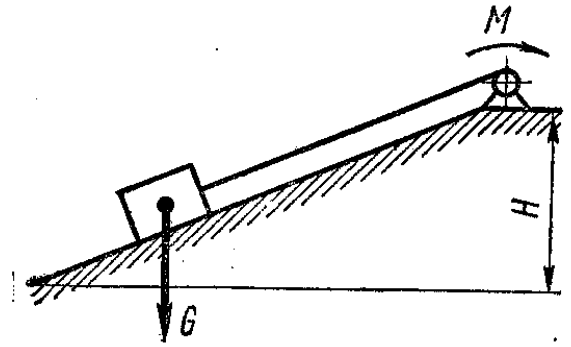


Рис. 3.4

Визначити коефіцієнт корисної дії похилої площини.

Відповідь: 52,1 %.

13. Яка робота може бути виконана на протязі 9 годин за допомогою двигуна потужністю 10 кВт, якщо ККД пасової передачі, що передає обертання на вал дорівнює 80%.

Відповідь: 259200 кДж

14. По горизонтальному шляху рівномірно їде потяг масою 500 тон. Визначити потужність, яку розвиває потяг якщо опір руху потяга складає 200 Н на 1 тону маси при швидкості $V = 21,6$ км/год.

Відповідь: 600 кВт.

15. Для того, щоб підняти станину вагою $G = 400$ Н волоком по похилій площині на висоту $H = 8$ м (рис 3.3) скористались електричною лебідкою. По дотичній до барабану прикладена рушійна сила $P = 30$ Н. Довжина похилої площини $l = 200$ м. Визначити коефіцієнт корисної дії похилої площини.

Відповідь: 53 %

16. Визначити потужність насосної станції продуктивністю 36 тисяч відер води за годину. Вода подається на висоту $H = 35$ м. Коефіцієнт корисної дії установки $\eta = 0,8$. Одне відро важить 120 Н.

Відповідь: 52,5 кВт.

17. Яка робота може бути виконана на протязі 5 годин за допомогою двигуна потужністю 10 кВт, якщо ККД пасової передачі, що передає обертання на вал дорівнює 85%.

Відповідь: 153000 кДж

18. Для того щоб підняти волоком по похилій площині на висоту 9 метрів станину масою 700 кг використали електричну лебідку (рис. 3.4). Обертальний момент на барабані лебідки $M = 250$ Нм. Барабан обертається рівномірно з частотою $n = 30$ об/хв. Для підйому станини лебідка працювала 3 хвилини. Визначити коефіцієнт корисної дії похилої площини.

Відповідь: 44 %

19. Тіло вагою 100 Н переміщують по горизонтальній площині на відстань 2 метрів. Коефіцієнт тертя 0,2. Чому дорівнює робота сили тяжіння?

Відповідь: 0

20. Визначити натяг в пасовій передачі, якщо потужність $N = 20$ кВт, частота обертання $n = 150$ об/хв

Відповідь: $5,1 \cdot 10^3$ Н

Контрольні запитання:

1. Що називається роботою постійної сили на прямолінійному переміщенні?
2. В яких випадках робота постійної сили на прямолінійному переміщенні від'ємна, дорівнює нулю?

Література:

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. Учеб. для вузов. – М.: Высшая школа, 1995. – С. 37-40.
2. Рижкова С.А. Теоретична механіка. Практикум: Навчальний посібник. – К.: Либідь, 1992. – С. 196-206.
3. Теоретична механіка: Збірник задач/ під ред. М.А. Павловського. – К.: Техніка, 2007. – С. .

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРЕМИ ПРО ЗМІНУ КІНЕТИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ ДЛЯ МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ

Мета роботи: навчитись визначати швидкість, переміщення матеріальної точки за допомогою теореми про зміну кінетичної енергії

Основні теоретичні відомості

Кінетичною енергією матеріальної точки називається скалярна величина, що дорівнює половині добутку її маси на квадрат швидкості точки:

$$E = \frac{1}{2} m V^2 \quad (4.1)$$

Кінетична енергія для обертального руху розраховується за формулою:

$$E = \frac{1}{2} J \omega^2 \quad (4.2)$$

де J – момент інерції, кгмсек²;

ω – кутова швидкість, с⁻¹.

Кінетична енергія для плоскопаралельного руху розраховується за формулою:

$$E = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} J \omega^2 \quad (4.3)$$

Теорема про зміну кінетичної енергії встановлює залежність між масою точки, її переміщенням, значенням модуля швидкості в два моменти часу (t_1 і t_2) та діючими силами.

$$E_2 - E_1 = \sum_{i=1}^n A_{Fi} \quad (4.4)$$

При розв'язуванні задач рекомендується:

- 1) вибрати матеріальну точку, до якої застосувати теорему про зміну кінетичної енергії;
- 2) обрати проміжок часу;
- 3) розглянути і зобразити усі діючі сили на матеріальну точку (як задані, так і реакції зв'язків);

- 4) записати суму робіт всіх сил на відповідному переміщенні і обчислити кінетичну енергію точки в моменти t_1 і t_2 ;
- 5) записати рівняння теореми про зміну кінетичної енергії;
- 6) з рівняння теореми знайти невідомі величини.

Приклад вирішення задачі

Автомобіль рухається зі швидкістю $V_1 = 72 \text{ км/год} = 20 \text{ м/с}$. Максимальна сила гальмування складає половину його ваги, тобто приведений коефіцієнт опору руху автомобіля дорівнює $f=0,5$.

Визначити який шлях проїде автомобіль від початку гальмування до повної зупинки $V_2 = 0$ (рис. 4.1). Рух автомобіля вважати поступальним.

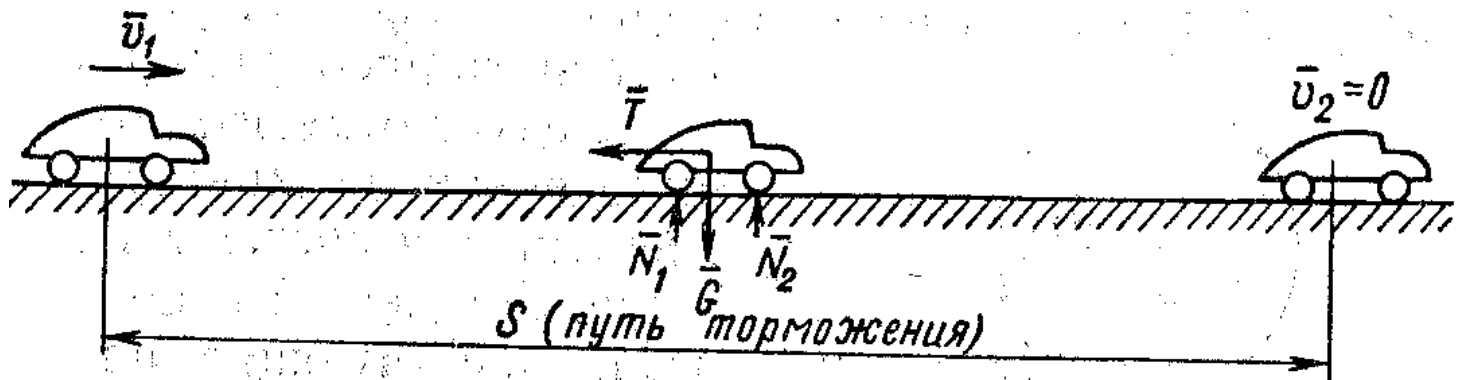


Рис. 4.1

Складаємо рівняння зміни кінетичної енергії $E_2 - E_1 = \sum_{i=1}^n A_{Fi}$

Кінетична енергія для поступального руху визначається за формулою:

$$E = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{G}{2g} V^2$$

Обчислимо роботу усіх діючих сил (рис. 4.1)

$$\sum_{i=1}^n A_{Fi} = A_G + A_{N_1} + A_{N_2} + A_T = -T \cdot S = -f \cdot G \cdot S,$$

де $T = f \cdot G$ – сила опору руху авто;

S – гальмівний шлях авто, м.

Робота сили тяжіння $\vec{G}$ та реакцій $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$ дорівнюють нулю, тому що напрямки цих сил перпендикулярні переміщенню.

Підставляючи значення $\sum_{i=1}^n A_{Fi}$ та E_1 в рівняння теореми про зміну кінетичної

енергії слід врахувати, що $V_2 = 0$, а відповідно і $E_2 = 0$.

$$-\frac{G}{2g}V_1^2 = -f \cdot G \cdot S$$
$$S = \frac{V_1^2}{2g \cdot f} = \frac{20^2}{2 \cdot 9,81 \cdot 0,5} = 40,8 \text{ м.}$$

Варіанти завдань для практичної роботи № 4

1. Для того, щоб будь-яке тіло віддалилось за межі поля земного тяжіння і стало штучним супутником Землі, йому треба надати швидкість, модуль якої не менше ніж 7,9 км/с (модуль першої космічної швидкості), але не більше ніж 11,2 км/с (модуль другої космічної швидкості).

Знайти найменшу кінетичну енергію, яку треба надати тілу масою 500000 кг, щоб воно стало штучним супутником Землі.

Відповідь: $156 \cdot 10^{11}$ Дж.

2. Тіло знаходиться у спокої на шорсткій горизонтальній площині. Прикладена горизонтальна сила надала йому початкову швидкість V_1 . Зважаючи на тертя тіло зупинилось. Коефіцієнт тертя $f = 0,12$. Знайти пройдений шлях, якщо $V_1 = 6$ м/с.

Відповідь: 15,3 м.

3. Визначити кінематичну енергію однорідного циліндра, який котиться без тертя прямолінійним шляхом. Маса циліндра $M=200$ кг, швидкість $V=2$ м/с.

Відповідь: 600 Дж.

4. Потяг масою 3×10^6 кг рухається прямолінійним шляхом зі швидкістю 20 м/с. Гальмівний шлях складає 500 м. Визначити силу гальмування.

Відповідь: $12 \cdot 10^5$ Н, 50 с.

5. Вантажу масою m , який знаходиться на горизонтальній площині, надають початкову швидкість V . Коефіцієнт тертя f . Визначити який пройде шлях вантаж.

Відповідь: $S = \frac{V^2}{2g \cdot f}$

6. Склад з 50 вагонів вагою 800 кН кожний рухається по підйому $i = \operatorname{tg} \alpha = 0,02$, де α – кут підйому. Опір руху складає 3 Н на кожен 1 кН ваги. На протязі 750 м швидкість потяга змінюється від 18 до 36 км/год. Знайти силу тяги тепловоза.

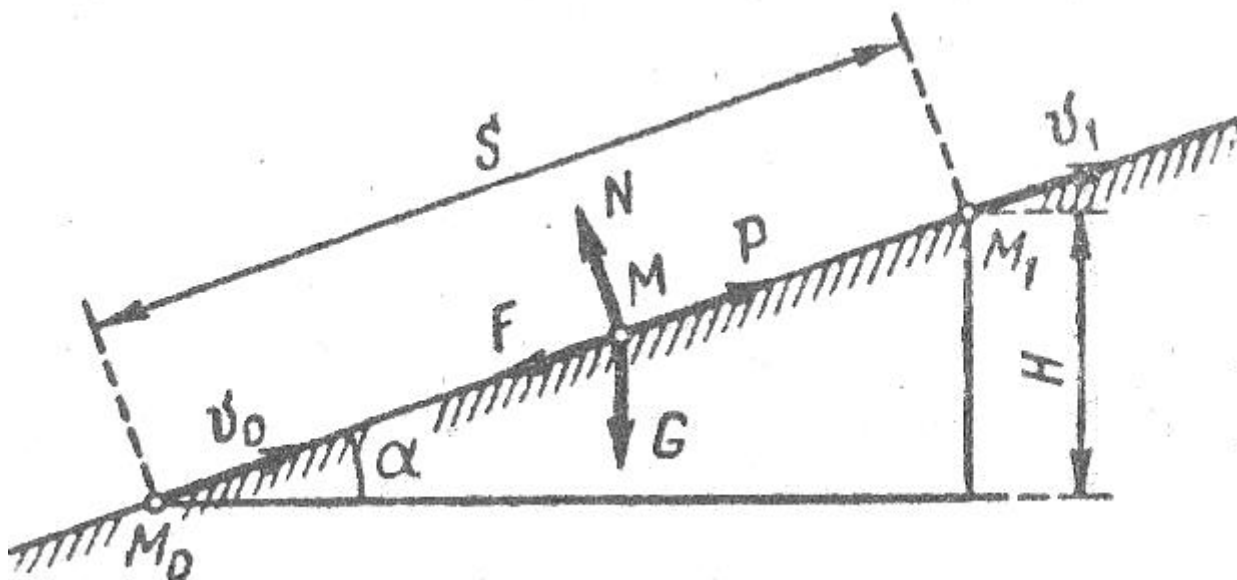


Рис. 4.2

Відповідь: 404 кН.

7. Обчислити кінетичну енергію космічного корабля, який рухається зі швидкістю 8 км/сек. Маса корабля 5000 кг. Корабель розглядати як матеріальну точку.

Відповідь: $16 \cdot 10^{10}$ Дж

8. Нитка довжиною $l = 2$ м відхилена на кут $\alpha_0 = \arccos \frac{3}{4}$ від вертикалі і до неї прив'язаний вантаж (рис. 4.3). Вантажу надали початкову швидкість $V_0 = 3,13$ м/с. Визначити найбільший кут відхилення в інший бік від вертикалі.

Відповідь: $\cos \alpha = 0,5$.

9. Кулька вагою $G = 50$ Н вкладає в вертикально поставлений самостріль, пружина якого стиснута на $h = 10$ см (рис. 4.4). Коефіцієнт жорсткості пружини $c = 4$ Н/см. Визначити, з якою швидкістю вилетить кулька і на яку відстань підніметься при відсутності опору повітря.

Відповідь: 8,74 м/с.

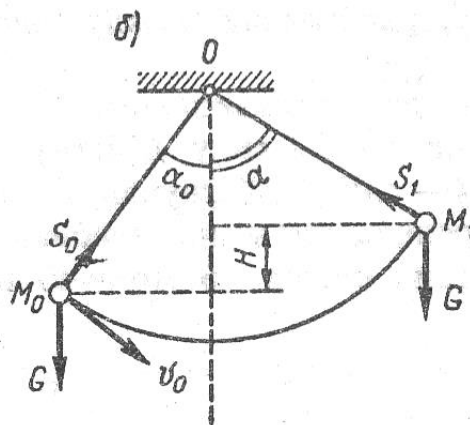
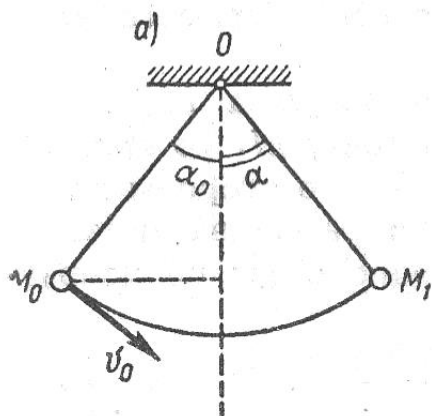


Рис. 4.3



Рис. 4.4

10. По випуклому мосту, радіус кривизни якого дорівнює $\rho = 30$ м, рухається автомобіль, вагою $P=20$ кН. Визначити силу тиску автомобіля на міст, в момент проходження середини мосту, якщо швидкість автомобіля – $V=36$ км/год.

Відповідь: 13,2 кН.

11. Тіло знаходиться у спокої на шорсткій горизонтальній площині. Прикладена горизонтальна сила надає йому початкову швидкість $V_1 = 5$ м/с. Зважаючи на тертя тіло зупинилось. Коефіцієнт тертя $f = 0,1$. Знайти пройдений шлях.

Відповідь: 12,75 м.

12. Визначити зміну кінематичної енергії точки масою 20 кг, якщо її швидкість збільшилась з 10 м/с до 20 м/с.

Відповідь: 3000 Дж.

13. Потяг масою 2×10^6 кг рухається прямолінійним шляхом зі швидкістю 25 м/с. Гальмівний шлях складає 600 м. Визначити час та силу гальмування.

Відповідь: $10,41 \cdot 10^5$ Н; 48 с.

14. Вагонетка масою m рухається по прямій горизонтальній колії. Коефіцієнт тертя f . Початкова швидкість вагонетки V_0 . Знайти довжину шляху S , який пройде вагонетка до зупинки.

Відповідь: $S = \frac{V_0^2}{2f \cdot g}$.

15. Чому дорівнює роботи сили прикладеної до тіла, що рухається прямолінійно с силою тяжіння 981 Н, якщо швидкість тіла збільшилась з 5 м/с до 25 м/с.

Відповідь: 30 кДж.

16. Визначити кінематичну енергію однорідного циліндра, який котиться без тертя прямолінійним шляхом. Маса циліндра $M=250$ кг, швидкість $V=3$ м/с.

Відповідь: 1687,5 Дж.

17. Склад з 40 вагонів вагою 1000 кН кожний рухається по підйому $i = \operatorname{tg} \alpha = 0,02$, де α – кут підйому (рис. 4.2). Опір руху складає 3 Н на кожен 1 кН ваги. На протязі 750 м швидкість потяга змінюється від 18 до 36 км/год. Знайти силу тяги тепловоза.

Відповідь: 404 кН.

18. Кут піднесення зброї $\alpha = 24^\circ$. Довжина його ствола $l = 1,8$ м. Снаряд вагою $G = 3600$ Н вилітає з дула зброї зі швидкістю $V = 520$ м/с. Визначити величину Q середнього тиску порохових газів, вважаючи постійним. Тертям нехтувати.

Відповідь: $2,76 \cdot 10^4$ кН.

19. По похилій площині $\alpha = 30^\circ$ спускається важке тіло без початкової швидкості $f = 0,1$. Яку швидкість буде мати тіло через 2 метра після початку руху?

Відповідь: 4,02 м/с.

20. Снаряд вилітає з дула зброї зі швидкістю 500 м/с. Довжина ствола зброї 2 метра. Розрахувати середнє значення сили тиску порохових газів на снаряд.

Відповідь: 152,9 т.

Контрольні запитання:

1. Як обчислюється кінетична енергія твердого тіла у різних випадках його руху?
2. З двох тіл однакової маси і з однаковими кількостями руху перше здійснює поступальний рух, а друге – плоскопаралельний. Чи буде однаковою кінетична енергія цих тіл?
3. Система складається з двох точок масою m кожна, які рухаються по прямій назустріч одна одній з однаковими швидкостями V . Чому дорівнює кінетична енергія системи?

Література:

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. Учеб. для вузов. – М.: Высшая школа, 1995. – С. 265-276.
2. Теоретична механіка: Збірник задач/ під ред. М.А. Павловського. – К.: Техніка, 2007. – С. 220-225.
3. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. Учебник для техн. вузов – СПб.: изд-во Лань, 2001. – С. 497-499.

Практичне заняття № 5

ПРИНЦИП ДАЛАМБЕРА ДЛЯ МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ

Мета роботи: навчитись визначати основні кінематичні параметри руху матеріальної точки за допомогою метода кінетостатики

Основні теоретичні відомості

Принцип Даламбера для невільної матеріальної точки: в будь який момент часу при русі точки можна вважати, що прикладені до неї активні сили і сили реакції в'язей врівноважуються силою інерції.

$$F_{in} = -m \cdot a \quad (5.1)$$

При розв'язуванні задач рекомендується:

- 1) вивчивши умову завдання, виділити об'єкт дослідження
(Це можуть бути механічна система в цілому, одне тверде тіло або матеріальна точка, що входить до складу механічної системи, а також частина твердого тіла або механічної системи);
- 2) обраний матеріальний об'єкт зобразити на розрахунковій схемі в положенні, заданому умовою завдання;
- 3) зобразити усі активні сили і сили реакції, які діють на матеріальний об'єкт;
- 4) визначити сили інерції тіл і точок механічної системи і зобразити їх на розрахунковій схемі;
- 5) для даної системи сил, прикладеної до матеріального об'єкту, скласти відповідні рівняння з урахуванням принципу Даламбера;
- 6) з отриманої системи рівнянь визначити невідомі величини.

Приклад вирішення задачі

Підйомник вагою 7350 Н опускається рівноприскорено і в перші 5 секунд проходить 25 метрів. Знайти натяг троса, який його піднімає.

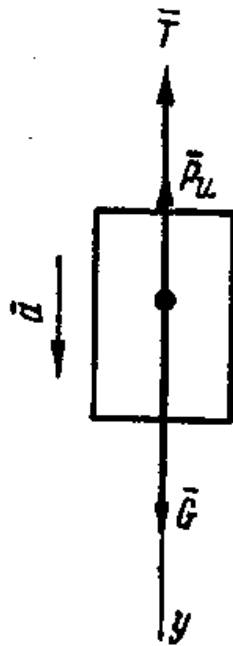


Рис.5.1

Прикладемо всі діючі на нього сили: силу тяжіння G , реакцію троса T . Умовно прикладемо і силу інерції $F_{in} = -m \cdot a$, спрямувавши її протилежно прискоренню.

Рівняння рівноваги: $G - T - F_{in} = 0$

Рівняння рівноприскореного руху зі стану спокою: $H = \frac{at^2}{2}$

Знаходимо прискорення $a = \frac{2H}{t^2} = \frac{2 \cdot 25}{5^2} = 2 \text{ м/с}^2$

Знаходимо силу інерції $F_{in} = m \cdot a = \frac{G}{g} \cdot a = \frac{7350}{9,8} \cdot 2 = 1500 \text{ Н}$

Знаходимо реакцію тросу $T = G - F_{in} = 7350 - 1500 = 5850 \text{ Н}$

Варіанти завдань для практичної роботи № 5

1. В шахту опускається діжка з водою з прискоренням 4 м/с^2 , вага діжки з водою 2 кН . Знайти силу натягу канату, який підтримує цю діжку.

Відповідь: $1,185 \text{ кН}$.

2. По випуклому мосту, радіус кривизни якого дорівнює $\rho = 50 \text{ м}$, рухається автомобіль, вагою $P = 10 \text{ кН}$. Визначити силу тиску автомобіля на міст, в момент проходження середини мосту, якщо швидкість автомобіля – $V = 36 \text{ км/год}$.

Відповідь: $7,96 \text{ кН}$.

3. Ліфт опускається вниз, людина всередині має масу $m = 80 \text{ кг}$, з прискоренням $a = 5 \text{ м/с}^2$. Знайти тиск, який спричиняє людина під час руху в ліфті.

Відповідь: 384 Н .

4. Підйомник, вагою 7350 Н , піднімається рівноприскорено і в перші 5 секунд проходить 25 м . Знайти натяг тросу.

Відповідь: 8850 Н .

5. Вантаж вагою $G = 400 \text{ Н}$ прив'язаний до мотузки, перекинутої через нерухомий блок, піднімають рівноприскоренно зі стану спокою. Через 2 секунди після початку руху вантаж був піднятий на висоту 8 м . Знайти натяг троса. Тертя не враховувати.

Відповідь: 643 Н .

6. Автомобіль вагою 800 кг виїжджає на міст зі швидкістю 60 км/год . Дуга мосту має радіус кривизни 100 м . Визначити максимальний тиск автомобіль на міст в момент проходження середини мосту.

Відповідь: $5625,7 \text{ Н}$.

7. Автомобіль масою 6500 кг під дією сили тяги двигуна, яка дорівнює 17,6 кН, рухається рівноприскорено по горизонтальній дорозі. Коефіцієнт тертя об дорогу 0,18. Визначити швидкість автомобіля через 15 секунд після початку руху не враховуючи опір повітря.

Відповідь: 50,86 км/год.

8. Вантаж рухається прямолінійно під дією сили тяжіння по шорсткій похилій поверхні, кут між якою та горизонтом $\alpha = 30^0$. В момент початку швидкість вантажу складала 2,5 м/с. Коефіцієнт тертя ковзання між вантажем і площиною дорівнює 0,1. Визначити прискорення, з яким рухається тіло по поверхні й обчислити значення швидкості тіла через 0,5 секунд після початку руху.

Відповідь: 4,05 м/с²; 4,525 м/с.

9. Вантаж масою 625 кг на тросі опускається зі швидкістю 5,6 м/с. На протязі 3,5 секунд вантаж був зупинений. Визначити натяг канату в період гальмування, вважаючи рух вантажу рівносповільненим.

Відповідь: 7131,25 Н.

10. Вантаж вагою 100 Н піднімається вертикально догори з прискоренням 5 м/с² за допомогою мотузки, яка перекинута через нерухомий блок. Не враховуючи вагу мотузки та тертя в блоці визначити натяг мотузки.

Відповідь: 151 Н.

11. Автомобіль масою 5500 кг зі стану спокою починає рухатись рівноприскоренно і прямолінійно по горизонтальній дорозі. Коефіцієнт тертя між колесами автомобіля та дорогою складає 0,22. Якою має бути сила тяги двигуна, щоб розігнати автомобіль на шляху 32,5 м до 27 км/год?

Відповідь: 16629,8 Н.

12. На кожне колесо автомобіля навантаження складає 25% його ваги. Коефіцієнт тертя ковзання між колесом і дорогою складає 0,8. Який мінімальний час гальмування до повної зупинки, якщо автомобіля рухався зі швидкістю 60 км/год?

Відповідь: 2,13 с.

13. Навантажена вагонетка вагою 7 кН опускається канатною дорогою, кут між напрямною якої та горизонтом складає $\alpha = 15^0$. Коефіцієнт тертя між вагонеткою і напрямною руху складає 0,015. В деякий момент часу швидкість руху вагонетки складала 1,6 м/с, після чого вона була пригальмована і зупинена. Визначити силу натягу тросу під час гальмування, вважаючи рух вагонетки рівносповільненим.

Відповідь: 2001 Н.

14. Вантаж масою 625 кг на тросі опускається зі швидкістю 5,6 м/с. На протязі 3,5 секунд вантаж був зупинений. Визначити натяг канату при рівномірному русі вантажу.

Відповідь: 6131,25 Н.

15. Вантаж вагою 100 Н піднімається вертикально догори з прискоренням 5 м/с^2 за допомогою мотузки, яка перекинута через нерухомий блок. Визначити максимальну вагу вантажу, який може підніматись з прискоренням 5 м/с^2 , якщо мотузка розривається при натягу більше ніж 300 Н. Вагу мотузки та тертя в блоці не враховувати.

Відповідь: 198,7 Н.

16. Літак, піднімаючись з землі, набуває швидкості до 540 км/год. Розгін відбувається рівноприскорено на площадці довжиною 950 метрів. Маса літака 14500 кг. Коефіцієнт тертя об площадку 0,16. Не враховуючи опір повітря знайти необхідну силу тяги двигуна.

Відповідь: 194,433 кН.

17. Посадка літака відбувається при швидкості 450 км/год. Сила гальмування складає 81,2 кН. Маса літака 11500 кг. Коефіцієнт тертя об посадкову полосу 0,18. Визначити довжину посадкової полоси, вважаючи рух літака рівносповільненим і опір повітря не враховувати.

Відповідь: 885,1 м.

18. Жорстка рама з вантажем G масою $m = 10$ кг обертається з частотою $n = 1200$ об/хв. Визначити реакції опор при нижньому положенні вантажу (рис. 5.2). Масу рами не враховувати.

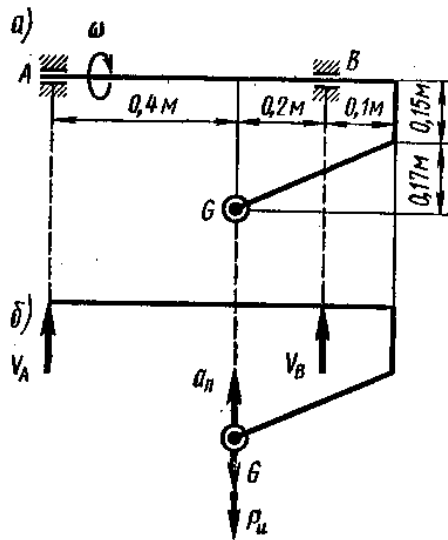


Рис. 5.2

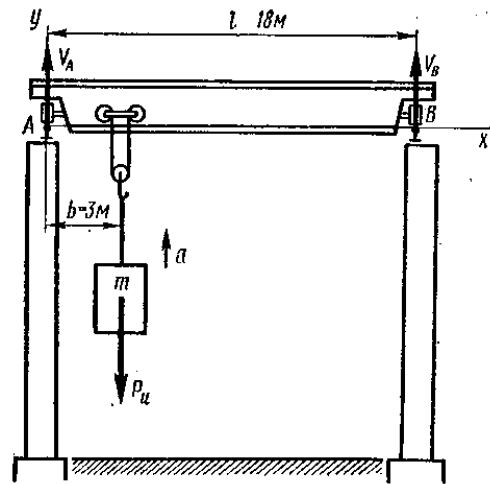


Рис. 5.3

Відповідь: $V_A = 16,8 \text{ кН}$, $V_B = 33,6 \text{ кН}$.

19. По балці (рис. 5.3) переміщується тельферна теліжка, вантажопідйомність якої складає $m = 10^4 \text{ кг}$. Визначити динамічні реакції опор балки при вказаному на рисунку положенні теліжки, якщо вона піднімає максимальний вантаж з прискоренням $a = 6,5 \text{ м/с}^2$.

Відповідь: $V_A = 54,2 \text{ кН}$, $V_B = 10,8 \text{ кН}$.

20. При якому прискоренні розірветься трос під час підйому тіла масою 500 кг, якщо трос витримує максимальну силу натягу 15 кН?

Відповідь: $20,2 \text{ м/с}^2$

Контрольні запитання:

1. Що називається силою інерції матеріальної точки?
2. Як спрямована сила інерції точки при її рівномірному русі: а) по колу; б) по будь-якій криволінійній траєкторії?
3. У чому полягає принцип Даламбера для невільної матеріальної точки?

Література:

1. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. Учебник для техн. вузов – СПб.: изд-во Лань, 2001. – С. 497-499.
2. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. Учеб. для вузов. – М.: Высшая школа, 1995. – С. 3
3. Теоретична механіка: Збірник задач/ під ред. М.А. Павловського. – К.: Техніка, 2007. – С. 253-256.
4. Рижкова С.А. Теоретична механіка. Практикум: Навчальний посібник. – К.: Либідь, 1992. – С. 190-196.

Практичне заняття № 6

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРЕМИ ПРО ЗМІНУ КІНЕТИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ ДЛЯ МЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ

Мета роботи: навчитись визначати швидкості точок механічної системи за допомогою теореми про зміну кінетичної енергії

Основні теоретичні відомості

Кінетичною енергією механічної системи називають суму кінетичних енергій всіх точок цієї системи:

$$E = \frac{1}{2} \sum_1^n m_K \cdot V_K^2. \quad (6.1)$$

При поступальному русі твердого тіла миттєві швидкості всіх його точок однакові і дорівнюють швидкості $\bar{V}_C$ центра мас тіла. Тому формула (6.1) набуває вигляду:

$$E = \frac{1}{2} M \cdot V_C^2, \quad (6.2)$$

де M – маса тіла.

При обертанні тіла навколо нерухомої осі (наприклад, осі z) лінійна швидкість k -ї точки тіла $v_k = \omega h_k$, де h_k – відстань точки до осі обертання. Тоді:

$$T = \frac{1}{2} \sum_1^n m_k (\omega h_k)^2 = \frac{\omega^2}{2} \sum_1^n m_k h_k^2 = \frac{1}{2} J_z \cdot \omega^2, \quad (6.3)$$

оскільки $\sum_1^n m_k h_k^2$ – момент інерції J_z тіла навколо осі обертання.

$$T - T_0 = \sum A_i^E + \sum A. \quad (6.4)$$

Приклад вирішення задачі

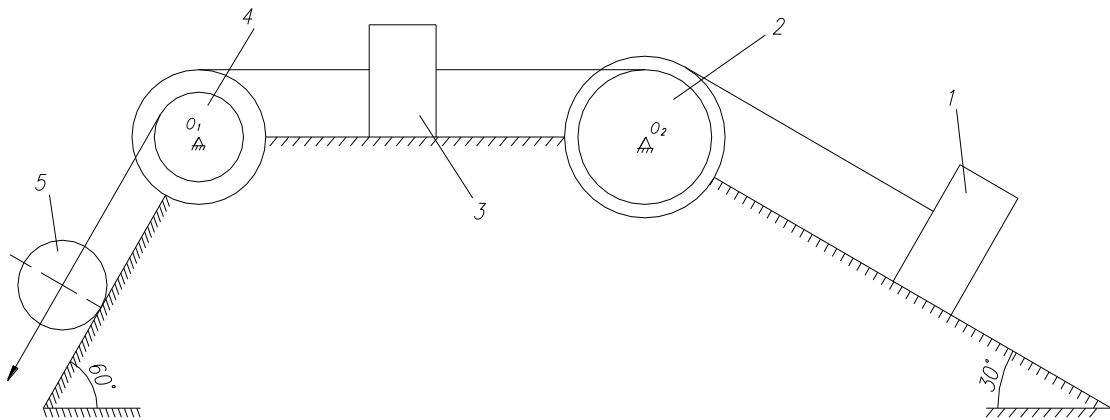


Рис 6.1

Механічна система складається з вантажів 1 і 3 (коефіцієнт тертя їх – 0, площа $f = 0,1$), циліндричного суцільного однорідного катка 5 і східчастих шківів 2 і 4, радіуси ступенів $R_2 = 0,6$ м; $r_2 = 0,2$ м; $R_4 = 0,2$ м; $r_4 = 0,1$ м (масу кожного шківів вважати рівномірно розподіленою за його зовнішнім ободом). Під дією сили $F = 40(5 + 4S)$ Н, яка залежить від переміщення точки її прикладання система проходить в рух. При русі механічної системи на шківів 2 і 4 діють моменти опору M_{2C} , M_{4C} . Визначити швидкість вантажу 3 в той момент, коли переміщення точки прикладання сили F дорівнює $S_C = 0,8$ м, якщо $m_1 = 4$ кг; $m_2 = 6$ кг; $m_3 = 10$ кг; $m_4 = 4$ кг; $m_5 = 8$ кг; $M_{2C} = 0$; $M_{4C} = 0,4$ Н м.

Розглянемо рух механічної системи. На систему діють:

- 1) m_1g , m_2g , m_3g , m_4g , m_5g - сили тяжіння;
- 2) F_{1TP} , F_{3TP} - сили тертя
- 3) M_{4C} - момент сили опору;
- 4) N_1 , N_3 , N_5 - нормальні реакції поверхонь;
- 5) R_2 , R_4 - реакція підшипників.

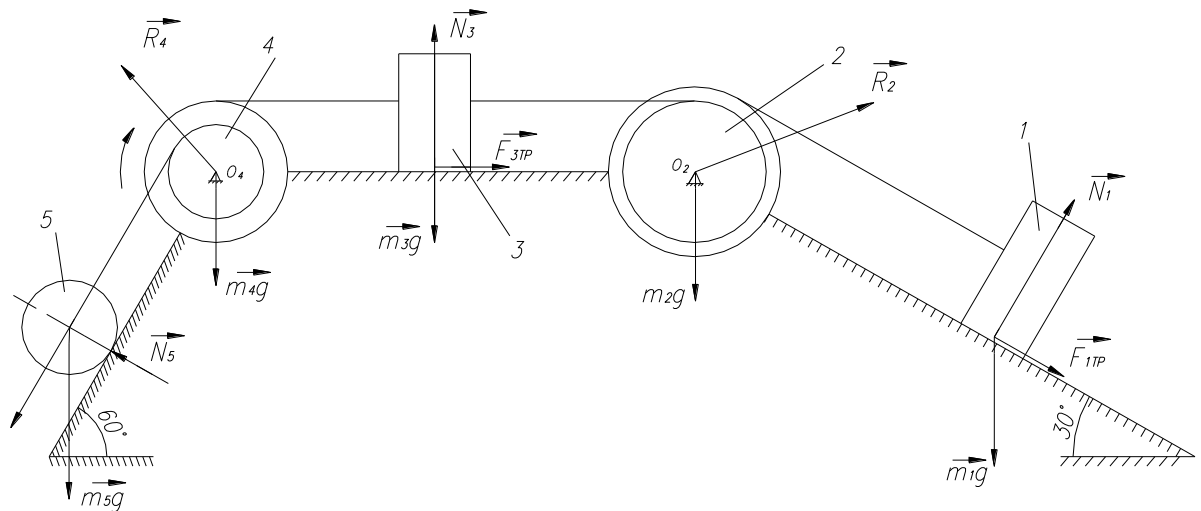


Рис 6.2

Для визначення V_3 скористаємося теоремою про зміну кінетичної енергії:

$$T - T_0 = \sum A_i^E + \sum A$$

В початковий момент система перебувала в спокої, то $T_0 = 0$. Дорівнює нулю і сума робіт внутрішніх сил ($\sum A = 0$), так як розглянута система є незмінною.

$$T = \sum A_i^E.$$

Перш ніж визначати кінетичну енергію системи, зробимо кінематичний розрахунок. Оскільки потрібно визначити швидкість вантажу 3, задамося V_3 , і виразимо швидкості всіх ланок механізму через шукану швидкість. З рисунку видно, що:

$$\omega_2 = \frac{V_3}{r_2} = \frac{V_3}{0,2} = 5V_3$$

$$V_1 = \omega_2 R_2 = 5V_3 \cdot 0,6 = 3V_3$$

$$\omega_4 = \frac{V_3}{R_4} = \frac{V_3}{0,2} = 5V_3$$

$$V_c = \omega_4 R_4 = 5V_3 \cdot 0,1 = 0,5V_3$$

$$\omega_5 = \frac{V_c}{CP} = \frac{0,5V_3}{R_5}$$

Визначаємо кінетичну енергію системи як суму кінетичних енергій ланок, що входять до складу системи:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5.$$

Тіло 1 здійснює поступальний рух, значить,

$$T_1 = \frac{m_1 V_1^2}{2} = \frac{4(3V_3)^2}{2} = 18V_3^2$$

Тіло 2 здійснює обертальний рух, значить,

$$T_2 = \frac{I_2 \omega_2^2}{2} = \frac{1}{2} (m_2 R_2^2) \cdot (5V_3)^2 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 0,36 \cdot 25V_3^2 = 27V_3^2$$

Тіло 3 здійснює поступальний рух, отже,

$$T_3 = \frac{m_3 V_3^2}{2} = \frac{10V_3^2}{2} = 5V_3^2$$

Тіло 4 здійснює обертальний рух, значить,

$$T_4 = \frac{I_{z4} \omega_4^2}{2} = \frac{1}{2} (m_4 R_4^2) \cdot (5V_3)^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 0,04 \cdot 25V_3^2 = 2V_3^2$$

Тіло 5 здійснює плоскопаралельний рух, отже,

$$\begin{aligned} T_5 &= \frac{m_5 V_c^2}{2} + \frac{I_{zc} \omega_5^2}{2} = \frac{m_5 V_c^2}{2} + \frac{0,5m_5 R_5^2 \left(\frac{V_c}{R_5}\right)^2}{2} = \frac{3}{4} m_5 V_c^2 = \\ &= \frac{3}{4} \cdot 8 \cdot (0,5V_3)^2 = 1,5V_3^2 \end{aligned}$$

Примітка: моменти інерції шківів 2 і 4 визначилися за формулою $I_z = m_i R_i^2$, так як маса рівномірно розподілена по зовнішньому ободу; момент інерції тіла 5, як суцільного однорідного циліндра, визначений за формулою $I_{zc} = \frac{1}{2} m_5 R_5^2$.

Підставивши значення кінетичних енергій ланок у формулу, отримаємо кінетичну енергію механічної системи

$$T = 18V_3^2 + 27V_3^2 + 5V_3^2 + 2V_3^2 + 1,5V_3^2 = 53,5V_3^2$$

Знайдемо суму робіт всіх зовнішніх сил, що діють на механічну систему, при заданому переміщенні $S_C = 0,8$ м. На початку визначаємо переміщення всіх ланок механізму:

$$\begin{aligned}\varphi_4 &= \frac{S_C}{r_4} = \frac{0,8}{0,1} = 8 \text{ рад}; & S_3 &= \varphi_4 R_4 = 8 \cdot 0,2 = 1,6 \text{ м} \\ \varphi_2 &= \frac{S_3}{r_2} = \frac{1,6}{0,2} = 8 \text{ рад}; & S_1 &= \varphi_2 R_2 = 8 \cdot 0,6 = 4,8 \text{ м}\end{aligned}$$

В результаті отримаємо:

$$A(F) = \int_0^{I_C} F dS = \int_0^{0,8} 40(5 + 4S) dS = (200S + 80S^2) \Big|_0^{0,8} = 192,8 \text{ Дж}$$

$$A(m_5 g) = m_5 g \sin 60^\circ S_C = 8 \cdot 10 \cdot 0,866 \cdot 0,8 = 55,4 \text{ Дж}$$

$$A(N_5) = 0 \quad - \quad \text{сила } N_5 \text{ перпендикулярна переміщенню};$$

$$A(m_4 g) = A(R_4) = 0 \quad - \quad \text{сили прикладені до нерухомої точки};$$

$$A(M_{4C}) = -M_{4C} \varphi_4 = -0,4 \cdot 8 = -3,2 \text{ Дж};$$

$$A(m_4 g) = A(N_3) = 0 \quad - \quad \text{сили перпендикулярні переміщенню};$$

$$A(F_{3TP}) = -F_{3TP} \cdot S_3 = -f m_3 g \cdot S_3 = -0,1 \cdot 10 \cdot 1,6 = -16 \text{ Дж};$$

$$A(m_2 g) = A(R_2) = 0 \quad - \quad \text{сили прикладені до нерухомої точки};$$

$$A(N_1) = 0 \quad - \quad \text{сила перпендикулярна переміщенню};$$

$$A(m_1 g) = -m_1 g \sin 30^\circ S_1 = -4 \cdot 10 \cdot 0,5 \cdot 4,8 = -96 \text{ Дж};$$

$$A(F_{1TP}) = -F_{1TP} \cdot S_1 = -f m_1 g \cos 30^\circ \cdot S_1 = -0,1 \cdot 10 \cdot 0,866 \cdot 4,8 = -16,6 \text{ Дж};$$

Остаточно отримуємо:

$$\begin{aligned}\sum A_i^E &= A(F) + A(m_5 g) + A(M_{4C}) + A(F_{3TP}) + A(m_1 g) + A(F_{1TP}) = \\ &= 192,8 + 55,4 - 3,2 - 16 - 96 - 16,6 = 116,4 \text{ Дж}\end{aligned}$$

Поставимо значення T , отримаємо:

$$53,5 V_3^2 = 116,4$$

$$\text{звідки:} \quad V_3^2 = 2,175 \Rightarrow V_3 = 1,475 \text{ м/с}$$

Примітка: при визначенні прискорення тіла 3 необхідно рівняння отримати у

$$\text{вигляді:} \quad 53,5 V_3^2 = B \cdot S_3$$

Тоді, диференціюючи за часом рівняння:

$$107 \cdot \frac{dV_3^2}{dt} = B \frac{dS_3}{dt}$$

і знаючи, що $\frac{dV_3^2}{dt} = a_3$; $\frac{dS_3}{dt} = V_3$, отримуємо $a_3 = \frac{B}{107}$

Відповідь: З точністю проведених обчислень $V_3 = 1,5$ м/с.

Варіанти завдань для практичної роботи № 6

Механічна система складається з чотирьох тіл: двох ступінчатих шківів (2 і 3), вантажу і суцільного однорідного циліндричного катка або двох вантажів. Вага кожного шківу рівномірно розподілена по його зовнішньому ободу.

Ділянки ниток, які з'єднують тіла системи, паралельні відповідним площинам. Під дією сил тяжіння і моментів M_2 і M_3 , прикладених до відповідних шківів, система приходить в рух зі стану спокою. При русі системи також діють сили тертя ковзання вантажу на нерухому площину (коефіцієнт тертя ковзання $f=0,1$) і моменту тертя кочення, коефіцієнт якого $K=0,02$ м. Циліндричний каток котиться без ковзання по похилій площині.

Визначити: 1. Напрямок руху системи.

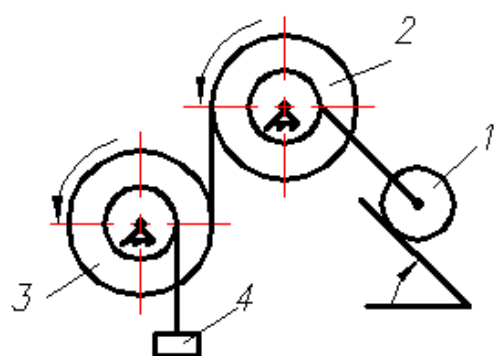
2. Значення величини, вказаної в табл. 6.1, в той проміжок часу, коли тіло 4 переміститься на відстань $S=0,5$ м при наступних даних: $r_2=0,1$ м; $R_2=0,2$ м; $r_3=0,2$ м; $R_3=0,4$ м. Інші необхідні для розв'язку дані вибрати із табл. 6.1, 6.2

Таблиця 6.1 Вихідні дані для виконання практичної роботи № 6

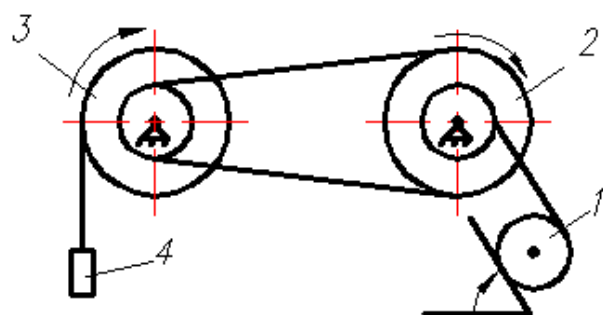
Варіант	m_1 , кг	m_2 , кг	m_3 , кг	m_4 , кг	Знайти
1	2	4	6	8	ω_2
2	4	6	8	1	ω_2
3	8	8	4	2	V_{c1}
4	12	6	2	4	V_4
5	2	4	2	8	$\mathcal{E}_2$
6	4	2	8	1	$\mathcal{E}_3$
7	6	10	8	1	a_1
8	5	2	4	2	a_4
9	2	4	8	10	V_{c1}
0	10	8	6	2	V_4

Таблиця 6.2 Вихідні дані для виконання практичної роботи № 6

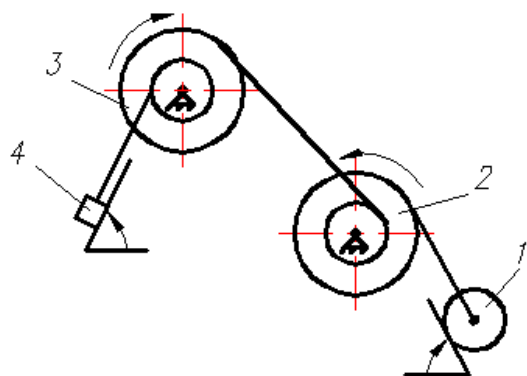
Варіант	α_1 , град	α_2 , град	M_2 , Нм	M_3 , Н·м
1	0	90	0	0,2
2	30	60	0,4	0,2
3	45	30	0,5	0,8
4	60	30	0,4	0,8
5	90	0	0,3	0
6	60	90	2,0	1,2
7	45	60	1,5	3,0
8	30	45	0,8	0,4
9	60	30	1,4	0,6
0	30	90	0,6	1,2



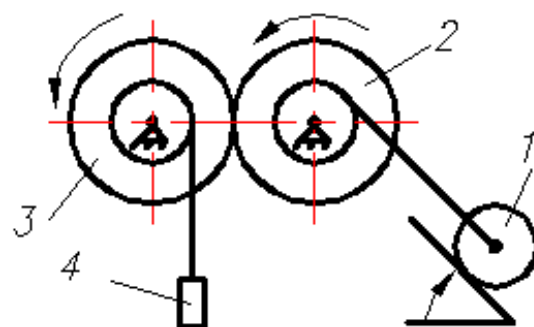
1



2



3



4

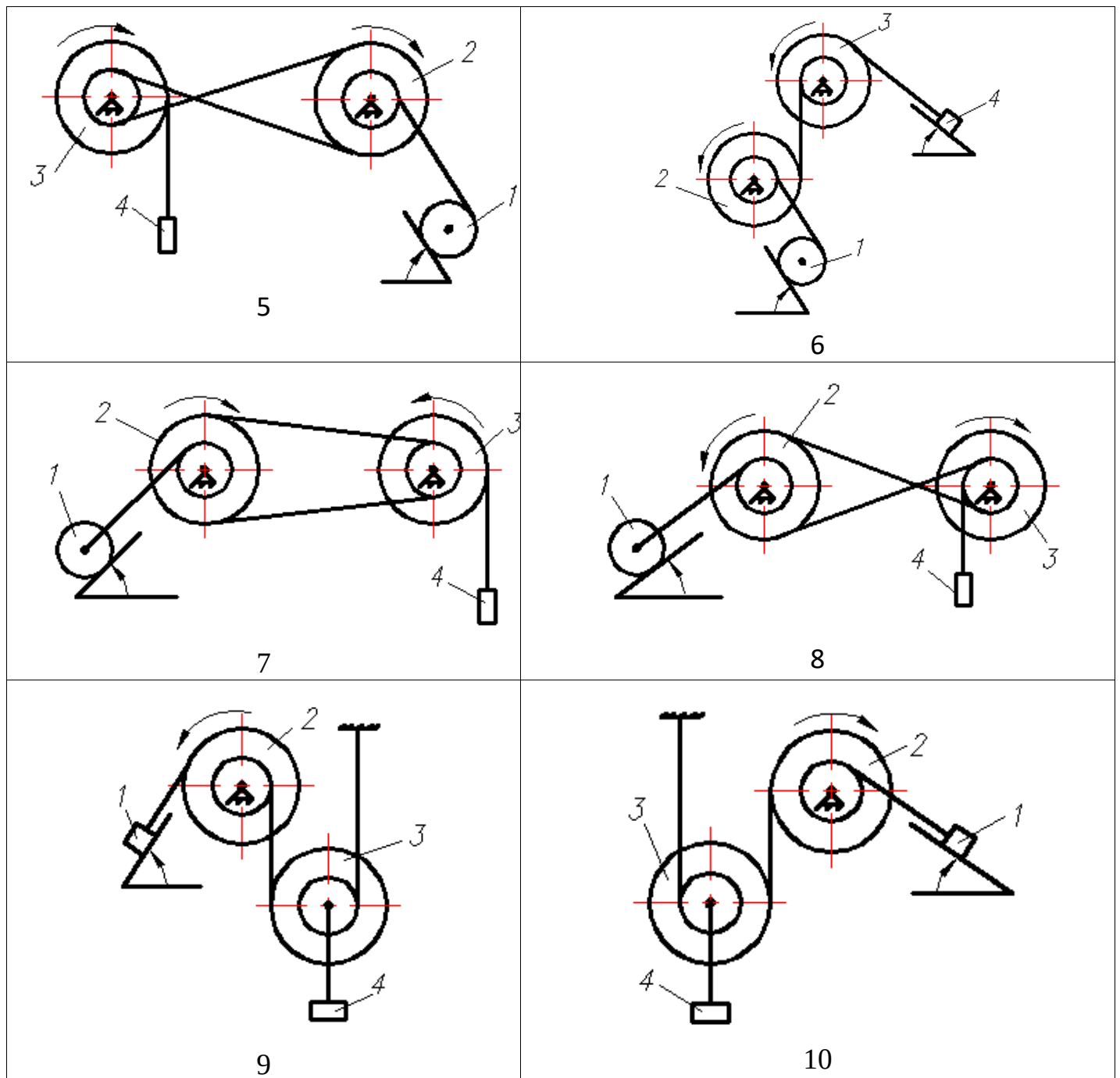


Рис. 6.3

Контрольні запитання:

1. Як обчислюється кінетична енергія твердого тіла у різних випадках його руху?
2. З двох тіл однакової маси і з однаковими кількостями руху перше здійснює поступальний рух, а друге – плоскопаралельний. Чи буде однаковою кінетична енергія цих тіл?

3. Система складається з двох точок масою m кожна, які рухаються по прямій назустріч одна одній з однаковими швидкостями v . Чому дорівнює кінетична енергія системи?
4. Чи залежить зміна кінетичної енергії системи від внутрішніх сил?
5. В яких випадках кінетична енергія рухомої механічної системи а) дорівнює нулю; б) залишається сталою?

Література:

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. Учеб. для вузов. – М.: Высшая школа, 1995. – С. 369-383.
2. Теоретична механіка: Збірник задач/ під ред. М.А. Павловського. – К.: Техніка, 2007. – С. 231-236.

ЗМІСТ

Вступ	3
Практичне заняття № 1	
Перша задача динаміки	4
Практичне заняття № 2	
Застосування теореми про зміну кількості руху	9
Практичне заняття № 3	
Робота сили і потужність	15
Практичне заняття № 4	
Застосування теореми про зміну кінетичної енергії матеріальної точки ...	22
Практичне заняття № 5	
Принцип Даламбера для матеріальної точки.....	28
Практичне заняття № 6	
Застосування теореми про зміну кінетичної енергії для механічної системи	34

Для нотаток