



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
КОРАБЛЕДУВАННЯ
імені адмірала Макарова

Кафедра теоретичної
електротехніки та
електронних систем

ІНДИВІДУАЛЬНИЙ КОМПЛЕКТ

навчально-методичних матеріалів

з дисципліни: *Теоретичні основи електротехніки (частина II)*

Студента групи _____
Спеціальність _____

Викладач: доц. Жук О.К.

Рекомендовано методичною радою ІЗДО
як методичні вказівки

Миколаїв 2004

Жук О.К. Індивідуальний комплект навчально-методичних матеріалів з дисципліни “Теоретичні основи електротехніки”: Методичні вказівки. Частина II – Миколаїв; ІЗДО НУК. 2004: – 84 с.

Кафедра теоретичної електротехніки та електронних систем

Наводяться скорочена програма II частини курсу “Теоретичні основи електротехніки” і конспективний виклад теорії та методів розрахунку трифазних кіл синусоїдного струму, лінійних кіл з періодичними несуносоїдними струмами, перехідних процесів в лінійних колах із зосередженими параметрами . Методичні вказівки містять також вихідні дані для виконання контрольних робіт з відповідних розділів та зразки їх виконання, перелік контрольних питань, що виносяться на екзамен, перелік основної та додаткової літератури.

© Жук О.К.
© ТОВ “УНІВЕРСИТЕТ – НКИ”

ПРОГРАМА КУРСУ “ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ” (ЧАСТИНА II)

1. Трифазні кола.
 - 1.1. Генерування трифазної системи ЕРС.
 - 1.2. Незв’язні трифазні системи.
 - 1.3. Сполучення фаз джерела й приймача зіркою.
 - 1.3.1. Симетричне навантаження фаз приймача, сполученого зіркою.
 - 1.3.2. Несиметричне навантаження фаз приймача, сполученого зіркою за наявності та відсутності нульового провідника.
 - 1.4. Сполучення фаз джерела й приймача трикутником.
 - 1.5. Потужність в трифазних колах.
 - 1.6. Коефіцієнт потужності $\cos \varphi$ та способи його підвищення.
2. Електричні кола несинусоїдного струму.
 - 2.1. Визначення періодичних несинусоїдних струмів та напруг.
 - 2.2. Розкладення періодичних функцій в ряд Фур’є.
 - 2.3. Деякі властивості періодичних кривих, які мають симетрію.
 - 2.4. Розкладення в ряд Фур’є кривих геометрично правильної й неправильної форми.
 - 2.5. Діюче значення періодичних несинусоїдних величин струму та напруги.
 - 2.6. Значення, на які реагують амперметри та вольтметри при несинусоїдних струмах.
 - 2.7. Потужність в колах періодичного несинусоїдного струму.
 - 2.8. Розрахунок кіл несинусоїдного струму.
 - 2.9. Заміна несинусоїдного струму і напруги еквівалентними синусоїдами.
3. Перехідні процеси лінійних електричних кіл.
 - 3.1. Визначення перехідних процесів.
 - 3.2. Закони комутації.
 - 3.3. Класичний метод аналізу перехідних процесів.
 - 3.4. Перехідні процеси при послідовному сполученні резистивно-індуктивних елементів.
 - 3.4.1. Перехідний процес в колі $r - L$ під час короткого замикання.
 - 3.4.2. Перехідний процес під час вимкнення кола $r - L$.
 - 3.4.3. Вмикання кола $r - L$ до джерела постійного ЕРС.
 - 3.5. Перехідні процеси при послідовному сполученні резистивно-ємнісних елементів.
 - 3.5.1. Перехідний процес під час вмикання зарядженого конденсатора на резистивний опір.
 - 3.5.2. Вмикання кола $r - C$ на сталу ЕРС.
 - 3.6. Перехідний процес кола, в якому діє вимушуюча синусоїдна ЕРС.

1. ТРИФАЗНІ КОЛА

Однофазні генератори змінної напруги, однофазні лінії електропередавання та однофазні двигуни є економічно не вигідними порівняно з такими самими трифазними. Тому в електроенергетиці сьогодні найбільше застосовуються трифазні системи (генератори, лінії електропередавання, двигуни та інші приймачі).

1.1. Генерування трифазної системи ЕРС

Багатофазним називають електричне коло, в якому діють дві або більше ЕРС однієї частоти, зміщені за фазою і генеруються спільним джерелом енергії. Частина багатофазної системи (окреме коло), в якій діє одна ЕРС, називають **фазою**. Не треба це поняття змішувати з фазою синусоїдної величини $(\omega t + \psi)$. Наприклад, окремі обмотки генератора називають **фазними обмотками** чи **фазами генератора**; як і в трансформаторах чи в електричних двигунах, окремі проводи багатофазної лінії електропередавання – її **фазами** тощо.

В електротехніці застосовуються **двофазні, трифазні, шестифазні** та інші системи. Проте в енергетиці найширше використовуються **трифазні** кола. В цьому розділі розглянемо трифазні системи, тобто такі, кількість фаз в яких дорівнює трьом.

Якщо три однакові котушки $A - X, B - Y, C - Z$, осі яких зсунені одна відносно другої на 120° (рис. 1.1,а), обертати в рівномірному магнетному полі індукцією $\vec{B}$ з кутовою швидкістю Ω , то в котушках буде виникати система трифазних ЕРС. Справді, якщо розглянути окремо взятую котушку фази A , то вона є однофазним генератором синусоїдної ЕРС (3.28): $e_A = E_m \sin \omega t$. Котушка B відрізняється від котушки A тільки тим, що вона зсунута в просторі відносно котушки A на 120° , а отже, і ЕРС котушки B буде запізнюватись на одну третю періоду ($1/3T$), що відповідає 120° . Для котушки C всі явища порівняно із котушкою A будуть запізнюватись на $2/3T$, що відповідає 240° . Отже, в усіх трьох фазах маємо:

$$\begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t; \\ e_B &= E_m \sin \omega(t - 1/3T) = E_m \sin(\omega t - \omega T / 3) = \\ &= E_m \sin \omega t(\omega t - 2\pi / 3) = E_m \sin(\omega t - 120^\circ); \\ e_C &= E_m \sin \omega(t - 2T / 3) = E_m \sin(\omega t - 4/3\pi) = \\ &= E_m \sin(\omega t - 240^\circ) = E_m \sin(\omega t + 120^\circ). \end{aligned} \quad (1.1)$$

Остаточно миттєві значення ЕРС трьох фаз, їх комплексні відображення і вектори на комплексній площині (рис. 1.1,б,в) матимуть такий вигляд:

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t; \\ e_B &= E_m \sin(\omega t - 120^\circ); \\ e_C &= E_m \sin(\omega t + 120^\circ). \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} \dot{E}_A &= \frac{E_m}{\sqrt{2}} = E; \\ \dot{E}_B &= E e^{-j120^\circ} = E \cdot \left(-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right); \\ \dot{E}_C &= E e^{+j120^\circ} = E \cdot \left(-\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right); \end{aligned} \end{aligned} \quad (1.2)$$

Особливістю симетричної трифазної системи ЕРС (струмів, напруг, магнетних потоків) є те, що сума їх миттєвих значень в будь-який момент часу дорівнює нулеві, як і сума їх комплексних значень:

$$e_A + e_B + e_C = 0; \quad (1.3)$$

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = (1 + e^{-j120^\circ} + Ee^{+j120^\circ}) = E \cdot 0 = 0.$$

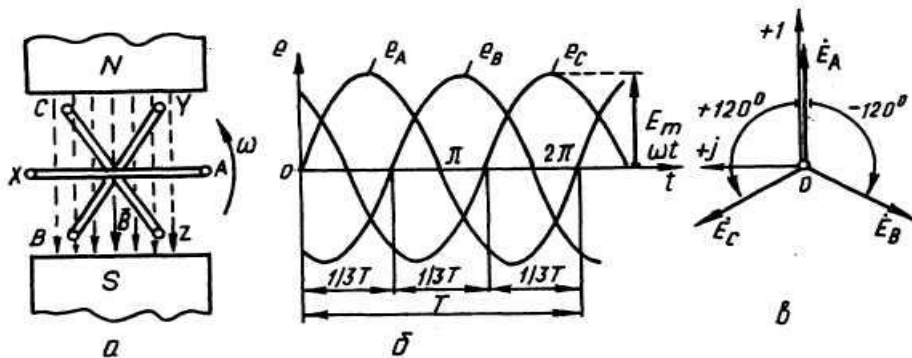


Рис. 1.1. Генерування трифазної системи ЕРС (а), їх часові залежності (б) та векторне зображення (в)

Послідовність чергування фаз. Якщо послідовність ($A - B - C$) спрямована за годинниковою стрілкою, то її називають *прямою* послідовністю чергування фаз (рис. 1.1,а), якщо проти годинникової стрілки ($A - B - C$) – *зворотною* послідовністю. Аналіз, розрахунок трифазних кіл буде проводитися надалі для прямої послідовності.

Споживачі електричної енергії дуже рідко одержують живлення безпосередньо від трифазних генераторів. Це пояснюється тим, що економічно вигідно передавати на відстань електричну енергію вищої напруги, ніж виробляють генератори. Тому на електричних станціях напругу за допомогою трансформаторів підвищують, а в місцях споживання понижують до значень, необхідних для живлення приймачів. Отже, здебільшого приймачі електричної енергії живляться від трьох вторинних обмоток трансформаторів, які аналогічно до генераторів мають симетричну систему ЕРС. Надалі, коли мова йтиме про трифазні джерела електричної енергії, не будемо робити різниці чи енергія подається від генераторів, чи трансформаторів.

На схемах трифазних мереж початки фаз генератора (чи трансформатора) позначають літерами A, B, C , а кінці – X, Y, Z . Умовно додатний напрям ЕРС приймають від кінця обмотки до її початку.

У всіх режимах роботи трифазних схем напруги генератора (чи трансформатора) завжди будемо вважати симетричними, тобто однаковими за значенням і зсунутими в часі на одну третю періоду $1/3T$, що відповідає 120° .

1.2. Незв'язані трифазні системи

Перші багатофазні системи були незв'язаними. Для трифазних кіл незв'язані схеми можна зобразити так, як на рис. 1.2. Тут кожна фаза трифазного джерела з кожною фазою трифазного приймача сполучена двома проводами.

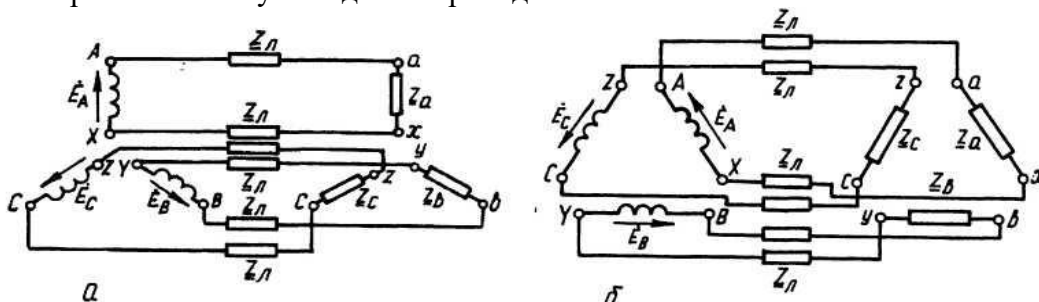


Рис. 1.2. Незв'язані трифазні кола

Однак внаслідок великої кількості проводів (шість проводів), які з'єднують джерело й споживач, незв'язані трифазні електричні кола не застосовують. Для зменшення кількості проводів ліній електропередавання (ЛЕП) використовують зв'язані трифазні кола. Застосування таких схем дає змогу зменшити кількість проводів ЛЕП – від **шести**

до **трёх**, і тим самим отримати значну економію провідникових матеріалів порівняно з однофазними та незв'язними трифазними колами. Існують два способи сполучення окремих фаз джерел та приймачів: сполучення **зіркою** (Y) та сполучення **трикутником** (Δ).

1.3. Сполучення фаз джерела й приймача зіркою

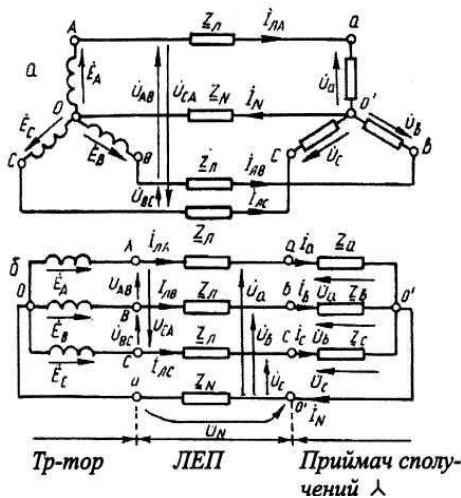


Рис. 1.3. Сполучення фаз джерела й приймача зіркою

Якщо в схемі (рис. 1.2,а) сполучити між собою кінці джерела енергії X, Y, Z в один вузол "0", а кінці приймача x, y, z – у вузол "0'", то одержимо схему, зображену на рис. 1.3,а – зв'язану трифазну систему при сполученні джерела й приймача **зіркою**. У цьому випадку три зворотні проводи "зливаються" в один, який називають **нейтральним**, або **нульовим** і позначають його літерою N.

Опори проводів лінії A-a, B-b, C-c (Z_L) при з'єднанні зіркою можуть бути враховані в опорах навантаження (додані до опорів фаз споживача): $Z_A = Z_a + Z_L$, $Z_B = Z_b + Z_L$, $Z_C = Z_c + Z_L$. Опір нейтрального проводу – це резистивний опір самого проводу $Z_N = \rho l / S$ (в нейтральний провід навантаження не вмикається).

Проводи A-a, B-b, C-c – називають **лінійними проводами**; на практиці їх теж називають **фазами**: фаза A, фаза B, фаза C. Струми в лінійних проводах i_{LA} , i_{LB} , i_{LC} називають **лінійними струмами** й позначають їх додатний напрям від джерела до приймача, а струм в нейтральному проводі i_N – від навантаження до джерела.

При сполученні зіркою фази генератора послідовно сполучені з фазами приймача, тому **лінійні струми** одночасно є і **фазними струмами** (фаз генератора та приймача):

$$i_L = i_\phi, \text{ або } I_L = I_\phi \quad (1.4)$$

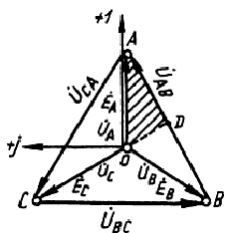


Рис 1.4. Векторна діаграма напруг генератора

Напруги між початками фаз джерела й нейтральною його точкою "0" (u_A , u_B , u_C) називають **фазними напругами джерела**. Якщо знехтувати опорами фаз генератора, ці напруги будуть дорівнювати ЕРС: $u_A = e_A$, $u_B = e_B$, $u_C = e_C$. Напруги між початками фаз генератора (напруги між лінійними проводами) називають **лінійними напругами** u_{AB} , u_{BC} , u_{CA} . Аналогічно і для приймача u_a , u_b , u_c – фазні напруги, а u_{ab} , u_{bc} , u_{ca} – лінійні напруги. Ми будемо розглядати тільки симетричні джерела електричної енергії, для яких: $E_A = E_B = E_C = E_\phi$; $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_L$; а кути зсуву між векторами фазних ЕРС становлять 120° . На рис. 1.4. побудована векторна діаграма напруг генератора при сполученні його фаз зіркою, з якої випливає, що:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= \dot{U}_A - \dot{U}_B; \\ \dot{U}_{BC} &= \dot{U}_B - \dot{U}_C; \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{U}_C - \dot{U}_A, \end{aligned} \quad (1.5)$$

а співвідношення між діючими значеннями лінійних та фазних напруг, як видно з прямокутного трикутника OAD, становить:

$$1/2 U_{AB} = U_A \cos 30^\circ \text{ або } 1/2 U_L = U_\phi \sqrt{3/2}$$

чи

$$U_L = \sqrt{3} U_\phi. \quad (1.6)$$

Отже, при з'єднанні генератора зіркою в чотирипровідниковому колі є можливість використання двох напруг: **лінійної** та **фазної**. Наприклад, в колі з лінійною напругою $U_L = 380 \text{ В}$ можна застосувати фазну напругу, значення якої є $U_\phi = U_L / \sqrt{3} = 220 \text{ В}$.

1.3.1. Симетричне навантаження фаз приймача, сполученого зіркою

Навантаження у трифазному колі вважається симетричним, якщо однакові окремо активні й окремо реактивні опори всіх трьох фаз:

$$r_A = r_B = r_C = r_\phi \text{ і } x_A = x_B = x_C = x_\phi, \text{ або } \underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}_\phi.$$

Симетричне навантаження виникає при ввімкненні в трифазну мережу симетричних трифазних приймачів: трифазні двигуни, трифазні трансформатори симетрично навантажені, трифазні нагрівальні пристрої тощо. Оскільки при симетричному навантаженні фазні напруги однакові між собою й утворюють симетричну систему напруг, то струми у всіх трьох фазах будуть теж однаковими й зсуненими на 120° :

Значення діючих напруг і струмів фаз визначаються так:

$$U_a = U_b = U_c = U_\phi = U_L / \sqrt{3}; \quad I_a = I_b = I_c = I_\phi = U_\phi / z_\phi; \quad \bar{I}_N = \bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c = 0;$$

$$\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = \varphi = \arctg(x_\phi / r_\phi) = \arccos(P_\phi / S_\phi). \quad (1.7)$$

Або в комплексному вигляді:

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= U_\phi = U_L / \sqrt{3}; & \dot{I}_a &= U_a / z_a; \\ \dot{U}_b &= U_\phi e^{-j120^\circ}; & \dot{I}_b &= \dot{I}_a e^{-j120^\circ}; \\ \dot{U}_c &= U_\phi e^{+j120^\circ}; & \dot{I}_c &= \dot{I}_a e^{+j120^\circ}; \end{aligned} \quad (1.8)$$

Струм у нульовому проводі:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = \dot{I}_a (1 + e^{-j120^\circ} + e^{+j120^\circ}) = \dot{I}_a \cdot 0 = 0. \quad (1.9)$$

Із наведеної суми, а також із векторної діаграми (рис. 1.5,б) випливає, що при симетричному навантаженні створюється симетрична система лінійних (чи фазних) струмів у лінійних провідниках, а струм у нульовому провіднику дорівнює нулеві (відсутній). Тому **при симетричному навантаженні нейтрального проводу не встановлюють**. Потенціали нейтральної точки генератора й споживача однакові ($\varphi_0 = \varphi'_0$), і на векторній діаграмі відповідні їм точки "O" та "O'" розташовані в центрі трикутника векторної діаграми лінійних напруг.

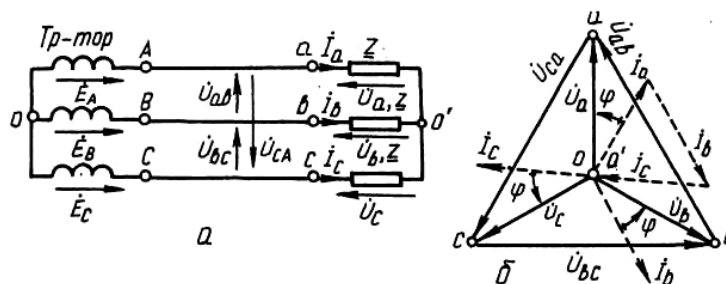


Рис. 1.5. Симетричне навантаження приймача (а) і його векторна діаграма $\dot{U}$ та $\dot{I}$ (б).

Як видно, порівняно з незв'язаною електричною системою (рис. 1.2,а) в цьому режимі економиться вдвічі провідниковий матеріал лінії електропередавання (замість шести проводів у незв'язаній схемі тут застосовують тільки три такого ж перерізу). Отже, **до симетричного трифазного приймача електрична енергія підводиться тільки трьома проводами** (рис. 1.5,а).

1.3.2. Несиметричне навантаження фаз приймача, сполученого зіркою за наявності та відсутності нульового провідника

Навантаження вважається несиметричним, коли опір хоча б однієї фази не дорівнює опорам інших фаз. В загальному випадку $\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c$. Несиметричне навантаження виникає під час аварійного режиму роботи симетричних трифазних споживачів: обрив фазного або лінійного проводу, часткове або повне закорочення фаз тощо. Таке навантаження є аварійним і система релейного захисту його автоматично вимикає. Особливу групу становлять однофазні приймачі, такі, як: однофазні двигуни, які застосовують для приводу різних механізмів (швейних машин, пральних машин, вентиляторів, порохотягів), нагрівальні однофазні пристрої, лампи освітлення тощо. Ці споживачі можуть мати різні потужності, вмикаються і вимикаються неодноразово, й тому створюють в електричних мережах несиметричне навантаження фаз.

Особливістю електричного кола при несиметричному навантаженні є те, що для нормальної роботи в цьому режимі **коло обов'язково повинно мати нейтральний провід**. Пояснюється це тим, що за його присутності потенціал точки "0'" на векторній діаграмі завжди буде знаходитись в центрі трикутника лінійних напруг, і напруги фаз несиметричного споживача створюватимуть при цьому симетричну систему напруг:

$$\varphi_0 = \varphi_0; \quad U_a = U_b = U_c = U_\phi = U_L / \sqrt{3} \quad (1.10)$$

Струми фаз будуть несиметричними й незалежними, тобто при зміні опору фази "А" – буде змінюватися струм тільки у фазі "А", а у фазах "В" і "С" – струми змінюватися від цього не будуть. Діючі значення струмів визначаються згідно із законом Ома так:

$$I_a = U_a / z_a; \quad I_b = U_b / z_b; \quad I_c = U_c / z_c \quad (1.11)$$

а струм нульового провідника дорівнює їх геометричній сумі:

$$\bar{I}_N = \bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c$$

Або в комплексній формі: напруги відповідно до (1.8), а струми окремо для кожної фази:

$$\dot{I}_a = \dot{U}_a / \underline{Z}_a; \quad \dot{I}_b = \dot{U}_b / \underline{Z}_b; \quad \dot{I}_c = \dot{U}_c / \underline{Z}_c; \quad \dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c \quad (1.12)$$

Векторна діаграма для схеми з несиметричним навантаженням в присутності нульового провідника зображена на рис. 1.6. Кути зсуву фаз $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c$ між фазними напругами і фазними струмами визначаються із трикутників опорів відповідних фаз:

$$\cos \varphi_a = r_a / z_a, \quad \cos \varphi_b = r_b / z_b, \quad \cos \varphi_c = r_c / z_c.$$

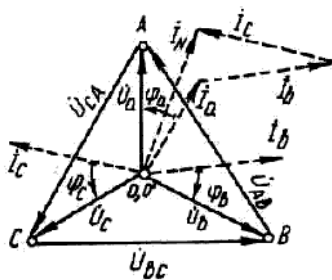


Рис 1.6. Векторна діаграма струмів і напруг несиметричного приймача, з'єднаного зіркою за наявності нульового провідника

Несиметричне навантаження при відсутності нульового провідника, чи за його наявності з опором z_N , співвимірним з опорами навантаження фаз z_a, z_b, z_c споживача, (рис. 1.7,а). Потенціал точки "0'" стає відмінним від потенціалу точки "0" ($\varphi_0' \neq \varphi_0$), а на векторній діаграмі (рис. 1.7,б) відображається зміщення точки O' відносно точки 0 (центра трикутника лінійних напруг) на значення напруги, яка визначається формулою¹:

$$U_N = \frac{\dot{U}_A \underline{y}_a + \dot{U}_B \underline{y}_b + \dot{U}_C \underline{y}_c}{\underline{y}_a + \underline{y}_b + \underline{y}_c + \underline{y}_N}, \quad (1.13)$$

¹ Формулу (1.13) можна одержати за методом вузлових напруг, або так: для вузла O' маємо $\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c$, тут $\dot{I}_a = (\dot{U}_A - U_N) / \underline{Z}_a = (\dot{U}_A - \dot{U}_N) \cdot \underline{y}_a$. Аналогічно $\dot{I}_b, \dot{I}_c$. $\dot{I}_N = \dot{U}_N \cdot \underline{y}_N$. Розв'язавши цю систему рівнянь відносно $\dot{U}_N$, отримаємо співвідношення (1.13).

де $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ – комплекси фазних напруг джерела електричної енергії (генератора чи трансформатора). Якщо внутрішній опір джерела приймається таким, що дорівнює нулеві, тоді: $\dot{U}_A = \dot{E}_A$, $\dot{U}_B = \dot{E}_B$, $\dot{U}_C = \dot{E}_C$ (рис. 1.7,а); $\underline{Y}_a = 1/\underline{Z}_a$; $\underline{Y}_b = 1/\underline{Z}_b$; $\underline{Y}_c = 1/\underline{Z}_c$; $\underline{Y}_N = 1/\underline{Z}_N$ – комплексні провідності фаз приймача й нейтрального провідника. При відсутності нульового провідника $\underline{Z}_N \rightarrow \infty$, а $\underline{Y}_N \rightarrow 0$.

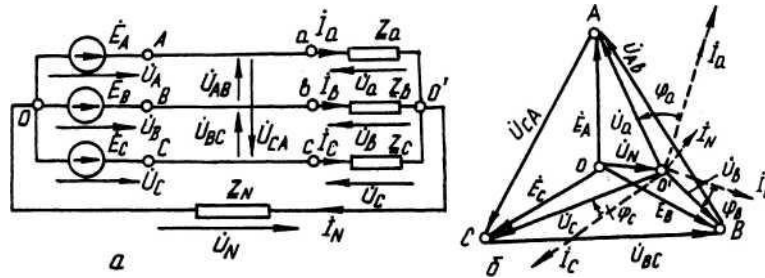


Рис. 1.7. Несиметричне навантаження фаз приймача (а) та його векторна діаграма (б)

Відповідно до другого закону Кірхгофа ($\sum \dot{U}, \dot{E} = 0$) напруги на фазах несиметричного споживача в цьому режимі роботи визначаються так:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_N; \quad \dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_N; \quad \dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_N, \quad (1.14)$$

а струми в схемі згідно з законом Ома будуть:

$$\dot{I}_a = \dot{U}_a / \underline{Z}_a = \dot{U}_a \underline{Y}_a; \quad \dot{I}_b = \dot{U}_b / \underline{Z}_b = \dot{U}_b \underline{Y}_b; \quad \dot{I}_c = \dot{U}_c / \underline{Z}_c = \dot{U}_c \underline{Y}_c \quad (1.15)$$

За відсутності нейтрального провідника ($\underline{Z}_N \rightarrow \infty$, а $\underline{Y}_N \rightarrow 0$) $\dot{I}_N = 0$, та $\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0$.

Якщо схема має нульовий провідник з опором $\underline{Z}_N$ (це може бути опір самого $\dot{I}_N \neq 0$ провідника), тоді $\dot{I}_N$ визначиться як

$$\dot{I}_N = \dot{U}_N / \underline{Z}_N = \dot{U}_N \underline{Y}_N, \text{ чи } \dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c,$$

В цьому режимі роботи, як видно з (1.14) і векторної діаграми (рис. 1.7,б), фазні напруги споживачів будуть різними за значенням і не зсунутими на 120° . Отже, при цьому $U_\phi \neq U_{\text{л}} / \sqrt{3}$.

Ступінь несиметрії фазних напруг залежить від ступеня несиметрії навантаження.

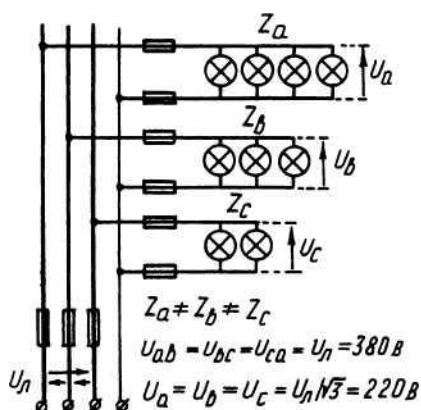


Рис. 1.8. В трифазному несиметричному приймачі запобіжника в кульовий провідник не ставлять.

Оскільки опори фаз можуть змінюватися в широких межах, то будуть сильно змінюватися за значенням й фазні напруги: на одних приймачах (фазах) напруга може стати значно більшою, а на інших значно меншою від номінальної фазної напруги мережі $U_{\text{фн}} \neq U_{\text{л}} / \sqrt{3}$ від тієї напруги, на яку розрахований приймач, а це недопустимо.

Крім того, в такому режимі роботи фази приймача стають неавтономними: це означає, що якщо змінювати опір однієї фази, то одночасно будуть змінюватися струми й напруги на всіх трьох фазах приймача.

Із наведених співвідношень (1.13)–(1.15) і всього сказаного випливає, що **робота несиметричного трифазного приймача, з'єднаного зіркою, без нульового провідника є аварійним режимом**, і для його уникнення необхідно поставити нульовий провідник.

Для підвищення надійності нормальної роботи несиметричного споживача при сполученні його фаз зіркою в коло нейтрального провідника захисних пристроїв, наприклад, запобіжників не ставлять (рис. 1.8). В

протилежному випадку перегорання запобіжника викличе відсутність нульового провідника в трифазному несиметричному колі, а звідси й всі негативні наслідки.

1.4. Сполучення фаз джерела й приймача трикутником

Якщо в схемі, зображеній на рис. 1.2,б, з'єднати точки A-Z і a-z, B-X і b-x, C-Y і c-y, то одержимо зв'язану трифазну систему при сполученні джерела й приймача **трикутником** (рис. 1.9,а). Схема, наведена на цьому рисунку, в монтажі виконується з деякими ускладненнями, але в ній явно виражені "трикутники". Для монтажного виконання схему вигідно зобразити, як на рис. 1.9,б.

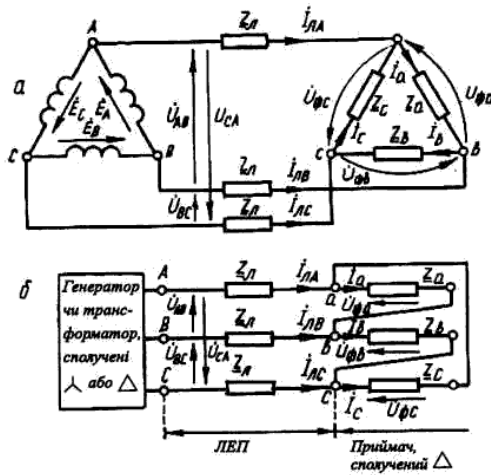


Рис 1.9. Сполучення фаз джерел й приймача трикутником (а) і його монтажна схема.

У наведених схемах розрізняємо такі величини: U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} – лінійні напруги; u_a, u_b, u_c – фазні напруги; i_{LA}, i_{LB}, i_{LC} – лінійні струми; i_a, i_b, i_c – фазні струми.

Як при сполученні зіркою у зв'язаній трифазній схемі, так і при сполученні трикутником об'єм провідникового матеріалу ліній електропередавання зменшується вдвічі порівняно з незв'язаною такою ж системою – використовуються **три** проводи замість **шести** (очевидно, при однаковій передаваній потужності, тобто за умови, що лінійні струми в обох схемах – зв'язаній і незв'язаній – однакові).

Проводи ліній електропередавання мають омплеси власних опорів Z_L , на яких при проходженні струму I_L буде падіння напруги

ΔU_L . Тому лінійна напруга на приймачі електроенергії буде дещо іншою за лінійну напругу на клеммах генератора чи трансформатора, наприклад, $\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB} - \Delta \dot{U}_{LA} - \Delta \dot{U}_{LB}$, аналогічно $\dot{U}_{bc}$ та $\dot{U}_{ca}$. Для спрощення аналізу кола опорами лінійних проводів будемо нехтувати, тобто приймемо, що $Z_L \cong 0$ і тоді $\Delta \dot{U}_L \cong 0$, $\dot{U}_{ab} \cong \dot{U}_{AB}$, $\dot{U}_{bc} \cong \dot{U}_{BC}$, $\dot{U}_{ca} \cong \dot{U}_{CA}$. Розраховуючи реальні електричні мережі, опори проводів лінії обов'язково враховують.

При увімкненні трифазного споживача до мережі, з'єднаного трикутником, не має значення, за якою схемою сполучене джерело (генератор чи трансформатор) – зіркою чи трикутником, необхідно лише, щоб зберігалась рівність лінійних напруг джерела та приймача.

Як видно із схеми (рис. 1.9), кожна фаза приймача приєднана до двох лінійних проводів. Тому кожна фазна напруга приймача відповідно дорівнює лінійній напрузі мережі. Запишемо їх діючі та комплексні значення:

$$\begin{aligned} U_{\phi a} = U_{\phi b} = U_{\phi c} = U_{\phi} = U_L & \left| \begin{aligned} \dot{U}_{\phi a} &= \dot{U}_{AB} = U_L; \\ \dot{U}_{\phi b} &= \dot{U}_{BC} = U_L e^{-j120^\circ}; \\ \dot{U}_{\phi c} &= \dot{U}_{CA} = U_L e^{j120^\circ}. \end{aligned} \right. \quad (1.16) \end{aligned}$$

На основі схеми (рис. 1.9), а також співвідношення (1.16) приходимо до висновку, що сполучення трикутником використовують тоді, коли кожна фаза трифазного приймача або однофазні приймачі розраховані на напругу, що дорівнює лінійній напрузі мережі.

Симетричне навантаження ($Z_a = Z_b = Z_c = Z_{\phi}$). При такому навантаженні діючі значення струмів фаз або їх комплекси можна визначити за законом Ома в класичній або комплексній формі:

$$\begin{aligned} I_a = U_a / Z_a = I_\phi; \\ I_b = I_c = I_a = I_\phi \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} \dot{I}_a &= U_a / \underline{Z}_\phi; \\ \dot{I}_b &= \dot{I}_a e^{-j120^\circ}; \\ \dot{I}_c &= \dot{I}_a e^{j120^\circ}. \end{aligned} \right. \quad (1.17)$$

Лінійні струми визначаються за першим законом Кірхгофа для вузлів a, b, c схеми (рис. 1.9). Для діючих і комплексних значень:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{LA} &= \dot{I}_a - \dot{I}_c = \dot{I}_a \cdot \sqrt{3} e^{-j30^\circ}; \\ I_{LA} = I_{LB} = I_{LC} = I_L = \sqrt{3} I_\phi. \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} \dot{I}_{LB} &= \dot{I}_b - \dot{I}_a = \dot{I}_{LA} e^{-j120^\circ}; \\ \dot{I}_{LC} &= \dot{I}_c - \dot{I}_b = \dot{I}_{LA} e^{+j120^\circ}. \end{aligned} \right. \quad (1.18)$$

Векторна діаграма для симетричного навантаження наведена на рис. 1.10, а. Тут $\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = \varphi$; $U_L = U_\phi$; $I_L = \sqrt{3} I_\phi$. Із векторної діаграми видно, що лінійний струм I_{LA} відстає від струму фази "a" ($\dot{I}_a$) на кут 30° , тому в (1.18) маємо, що $\dot{I}_{LA} = \sqrt{3} \dot{I}_a e^{-j30^\circ}$. Пунктирні лінії на векторній діаграмі – це допоміжні лінії, паралельні сторонам трикутника напруг. Від цих ліній орієнтуємо вектори фазних струмів. Вектори лінійних струмів – це величини, визначені відповідно до (1.18) і створюють симетричний трикутник, довжина сторони якого в $\sqrt{3}$ разів більша від фазного струму.

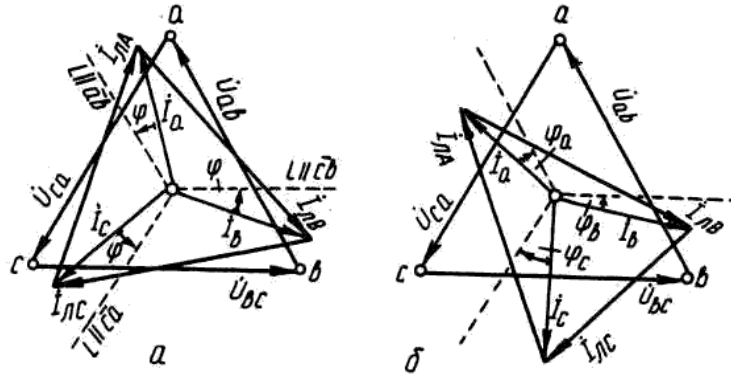


Рис. 1.10. Векторна діаграма при симетричному (а) та несиметричному (б) навантаженні приймачів, сполучених трикутником

Як видно із (1.16), (1.17) і векторної діаграми, при **симетричному навантаженні** приймачів, сполучених трикутником, існують співвідношення для діючих значень:

$$\begin{aligned} U &= U_\phi \\ I_L &= \sqrt{3} I_\phi \end{aligned} \quad (1.19)$$

Несиметричне навантаження ($\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b = \underline{Z}_c$). При такому навантаженні діючі й комплексні значення фазних струмів визначаються відповідно до закону Ома в класичній чи символічній формах так:

$$\begin{aligned} I_a = U_a / z_a; \\ I_b = U_b / z_b; \\ I_c = U_c / z_c. \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} \dot{I}_a &= \dot{U}_a / \underline{Z}_a; \\ \dot{I}_b &= \dot{U}_b / \underline{Z}_b; \\ \dot{I}_c &= \dot{U}_c / \underline{Z}_c. \end{aligned} \right. \quad (1.20)$$

Лінійні струми визначаються за першим законом Кірхгофа для вузлів a, b, c схеми (рис. 1.9) у векторній та комплексній формах:

$$\begin{array}{l|l} \bar{I}_{LA} = \bar{I}_a - \bar{I}_c; & \dot{I} = \dot{I}_a - \dot{I}_c; \\ \bar{I}_{LB} = \bar{I}_b - \bar{I}_a; & \dot{I}_{LB} = \dot{I}_b - \dot{I}_a; \\ \bar{I}_{LC} = \bar{I}_c - \bar{I}_b; & \dot{I}_{LC} = \dot{I}_c - \dot{I}_b. \end{array} \quad (1.21)$$

На рис. 1.10,б наведена векторна діаграма одного із можливих несиметричних навантажень. Тут трикутник лінійних (фазних) напруг – рівносторонній. Кути зсуву фаз $\varphi_a \neq \varphi_b \neq \varphi_c$, а також $I_a \neq I_b = I_c$ і вектори лінійних струмів утворюють несиметричний трикутник. Із сказаного випливає, що при несиметричному навантаженні споживачів, сполучених трикутником, можна записати такі співвідношення для діючих значень:

$$\boxed{U_L = U_\phi; I_L = \sqrt{3}I_\phi} \quad (1.22)$$

При обриві лінійного проводу, що теж належить до несиметричного навантаження, будемо ще мати, що $U_L \neq U_\phi$.

1.5. Потужність в трифазних колах

При симетричному навантаженні як для "зірки", так і для "трикутника" потужності всіх трьох фаз однакові. Отже, сумарна потужність трифазного приймача:

$$P = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi; Q = 3Q_\phi = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi_\phi \quad (1.23)$$

Оскільки при сполученні зіркою симетричного навантаження маємо: $U_\phi = U_L / \sqrt{3}; I_\phi = I_L$; відповідно, при сполученні трикутником $U_\phi = U_L$; $I_\phi = I_L / \sqrt{3}$, то добуток $U_\phi I_\phi = U_L \cdot I_L / \sqrt{3}$ для обидвох сполучень однаковий. Отже, незалежно від схеми з'єднання (зіркою чи трикутником) при симетричному навантаженні, маємо:

$$\boxed{\begin{array}{l} P = \sqrt{3}U_L I_L \cos \varphi; \\ Q = \sqrt{3}U_L I_L \sin \varphi; \\ S = \sqrt{3}U_L I_L. \end{array}} \quad (1.24)$$

Зауваження. Здебільшого в паспортних даних трифазних споживачів подаються *лінійні напруги*, а не фазні. Тому, коли вказується, наприклад, напруга лінії електропередавання 500 кВ (ЛЕП-500), то мають на увазі лінійну напругу. Тому при струмах і напругах індекс "Л" у формулах (1.24) часто пропускають. Кут φ у формулах (1.24) – це кут між фазною напругою й фазним струмом приймача.

При несиметричному навантаженні потужність активну, реактивну й позірну (повну) підраховують для кожної фази зокрема:

$$\begin{array}{l} P = P_{\phi a} + P_{\phi b} + P_{\phi c} + P_N = \\ \quad = U_a I_a \cos \varphi_a + U_b I_b \cos \varphi_b + U_c I_c \cos \varphi_c + U_N I_N \cos \varphi_N; \\ Q = Q_{\phi a} + Q_{\phi b} + Q_{\phi c} = U_a I_a \sin \varphi_a + U_b I_b \sin \varphi_b + U_c I_c \sin \varphi_c; \\ \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \end{array} \quad (1.25)$$

Необхідно мати на увазі, що при ємнісному характері навантаження фази кут $\varphi < 0$, $\sin \varphi < 0$, а отже, і реактивна потужність цієї фази буде $Q < 0$. $P_N = U_N I_N \cos \varphi_N$ – активна потужність, яка виділяється в нульовому проводі.

Для трифазного кола, сполученого зіркою чи трикутником, при симетричному чи несиметричному навантаженні теж можна обчислити потужності в комплексному вигляді:

$$\boxed{\tilde{S} = \dot{U}_a \dot{I}_a + \dot{U}_b \dot{I}_b + \dot{U}_c \dot{I}_c + \dot{U}_N \dot{I}_N = P + jQ} \quad (1.26)$$

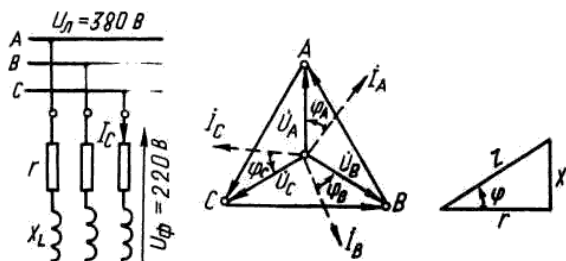


Рис 1.11. Схема (а), векторна діаграма (б) та трикутник опорів (в) до прикладу 1.1.

Приклад 1.1. До трифазної мережі з лінійною напругою $U_L = 380$ В треба увімкнути трифазний споживач, кожна фаза якого розрахована на напругу 220 В і має резистивний опір $r_\phi = 16$ Ом та індуктивний $x_\phi = 12$ Ом, сполучені послідовно.

Нарисувати схему увімкнення і визначити фазні й лінійні струми, фазні напруги, коефіцієнт потужності, а також активну, реактивну та повну потужності. Побудувати векторну діаграму.

Розв'язання. Оскільки кожна фаза споживача розрахована на напругу, в $\sqrt{3}$ разів меншу від лінійної напруги мережі, то споживач необхідно сполучити зіркою, як показано на рис. 1.11,а. Тоді на фази приймача прикладатимуться напруги, діюче значення яких дорівнює

$$U_a = U_b = U_c = U_\phi = U_L / \sqrt{3} = 380 / \sqrt{3} = 220 \text{ В.}$$

Оскільки навантаження всіх трьох фаз симетричне, то нейтральний провід встановлювати не треба.

$$\text{Повний опір фази } z_\phi = \sqrt{r_\phi^2 + x_\phi^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20 \text{ Ом.}$$

Діючі значення фазних струмів (вони ж і лінійні):

$$I_a = I_b = I_c = I_\phi = I_L = U_\phi / z_\phi = 220 / 20 = 11 \text{ А.}$$

Кут зсуву фаз між фазною напругою і фазним струмом:

$$\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = \varphi = \arctg(x_\phi / r_\phi) = \arctg(12 / 16) \cong 37^\circ$$

Повна потужність споживача і його фази

$$S = \sqrt{3} U_L I_L = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 11 = 7250 \text{ ВА} = 7,25 \text{ кВА};$$

$$S_\phi = S / 3 = 7250 / 3 = 2417 \text{ ВА} = 2,417 \text{ кВА.}$$

Активна потужність споживача і його фази:

$$P = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 11 \cos 37^\circ = 5808 \text{ Вт} = 5,808 \text{ кВт}$$

$$P_\phi = P / 3 = 5808 / 3 = 1936 \text{ Вт} = 1,936 \text{ кВт.}$$

Активна потужність фази тратиться в резистивному опорі фази, отже:

$$P_\phi = r_\phi I_\phi^2 = 16 \cdot 11^2 = 1936 \text{ Вт.}$$

Реактивна потужність споживача і його фази :

$$Q = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 11 \sin 37^\circ = 4350 \text{ Вар} = 4,35 \text{ кВар};$$

$$Q = Q / 3 = 1452 \text{ Вар} = 1,452 \text{ кВар.}$$

Реактивна потужність фази йде на створення магнетного поля котушки фази:

$$Q_\phi = x_\phi I_\phi^2 = 12 \cdot 11^2 = 1452 \text{ Вар} = 1,452 \text{ кВар.}$$

Векторна діаграма споживача й трикутник опорів фази наведені на рис. 1.11,б,в.

Приклад 1.2. розглянемо роботу схеми рис. 1.8 несиметричного навантаження при **обриві нульового провідника**. Лінійна напруга мережі $U_L = 380$ В, а фазні напруги джерела живлення (трансформатора) становлять $U_\phi = U_L / \sqrt{3} = 380 / \sqrt{3} = 220 \text{ В}$. Для простоти розрахунку прийемо опори фаз навантаження резистивні-освітлювальні лампи потужністю по 100 Вт. Кількість ламп у фазі А – 10 штук, у фазі В – 6 штук, у фазі С – 2 штуки. Визначити напруги фаз приймача $U_{\phi A}$ $U_{\phi B}$ $U_{\phi C}$ в цьому режимі роботи, зробити висновок.

Розв'язання. Прийmemo, що лампи є лінійними елементами і опори їх незмінні при зміні струму чи напруги на них. Тоді опір однієї лампи становить $R = U^2 / P = 220^2 / 100 = 484 \text{ Ом}$, а опори фаз будуть: $r_a = R/10 = 484/10 = 48,4 \text{ Ом}$; $r_b = R/6 = 484/6 = 80,66 \text{ Ом}$; $r_c = R/2 = 484/2 = 242 \text{ Ом}$.

Згідно з (1.13) визначимо напругу зміщення нейтральної точки приймача U_N :

$$\dot{U}_N = \frac{U_A \underline{Y}_A + U_B \underline{Y}_B + U_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N} = \frac{220 \cdot \frac{1}{48,4} + 220e^{-j120^\circ} \cdot \frac{1}{80,66} + 220e^{+j120^\circ} \cdot \frac{1}{242}}{\frac{1}{48,4} + \frac{1}{80,66} + \frac{1}{242} + \frac{1}{\infty}} =$$

$$= 62,5 - j36,2 = 72,4e^{-j30^\circ} \text{ В},$$

і напруги на фазах приймача згідно (1.14) будуть:

$$U_a = U_A - U_N = 220 - (62,5 - j36,2) = 157,5 + j36,2 = 161e^{+j13^\circ} \text{ В};$$

$$U_b = U_B - U_N = 220e^{-j120^\circ} - (62,5 - j36,2) = 172,5 - j153,8 = 230e^{+j138^\circ} \text{ В};$$

$$U_c = U_C - U_N = 220e^{+j120^\circ} - (62,5 - j36,2) = 172,5 - j226,2 = 284e^{+j127^\circ 30'} \text{ В}.$$

Отже, діючі значення напруги на фазах при обриві нульового провідника стали такими: $U_a = 161 \text{ В}$, $U_b = 230 \text{ В}$, $U_c = 284 \text{ В}$ і лампи фази A будуть горіти з неповним розжаренням, лампи фаз B і C будуть із завишеним розжаренням (будуть перегоряти).

Із зміною навантаження фаз (опорів r_a , r_b , r_c) напруги фаз U_a , U_b , U_c будуть теж змінюватись.

Щоб привести всі три напруги до номінального значення необхідно відновити нульовий провідник, тоді $U_a = U_b = U_c = U_n / \sqrt{3} = 380 / \sqrt{3} = 220 \text{ В}$, і лампи у всіх трьох фазах будуть світитись з номінальним розжаренням незалежно від ступеня несиметрії навантаження фаз.

2. ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА НЕСИНУСОЇДНОГО СТРУМУ

2.1. Визначення періодичних несинусоїдних струмів та напруг

Синхронні генератори електричних станцій, які є джерелами електричної енергії, конструюються так, що ЕРС, індуковані в обвитках статора, змінюються за синусоїдним законом. Внаслідок цього лінійні напруги силової трифазної мережі змінюються в часі практично теж за законом синуса.

Однак іноді криві зміни напруг та струмів мають форму, відмінну від синусоїди. Причиною цього можуть бути недосконалі побудова генератора, що дає несинусоїдну ЕРС, та нелінійність елементів електричних кіл. Несинусоїдна ЕРС генератора може визначатись несинусоїдним розподілом магнітної індукції обертового магнітного поля в повітряному проміжку між ротором і статором та нелінійністю магнітного кола синхронної машини внаслідок насичення. Нелінійні елементи (котушки з феромагнітними осердями, вентильні пристрої тощо) зумовлюють спотворення форми кривих струмів і напруг через нелінійність зв'язку між ними. На рис. 4.34 показано приклади періодичних несинусоїдних струмів у нелінійній індуктивній котушці за відсутності гістерезису (рис. 4.34,а) та у вітці з керованим вентилем – тиристором (рис. 4.34,б). Отже, **періодичними несинусоїдними струмами та напругами** називають такі струми та напруги, які змінюються в часі за **періодичним несинусоїдним законом**. Несинусоїдні періодичні функції задовольняють умову $f(t) = f(t + nT)$, де T – період функції, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ – ціле число.

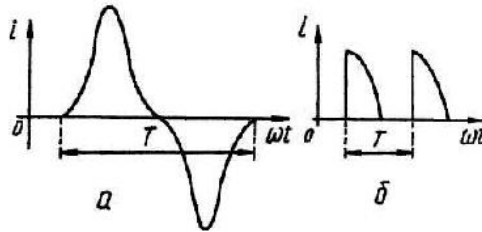


Рис. 4.34. Графіки періодичних несинусоїдних струмів: а – у нелінійній індуктивності та у вітці з керованим вентилем (б)

В цьому параграфі розглядається методика розрахунку й особливості роботи лінійних електричних кіл при дії на них несинусоїдних ЕРС та струмів.

2.2. Розкладання періодичних функцій в ряд Фур'є

Аналіз електричних кіл несинусоїдних струмів ґрунтується на розкладанні періодичних несинусоїдних ЕРС, струмів та напруг у ряд Фур'є. Як відомо з курсу математики, будь-яка періодична функція $f(x) = f(\omega t)$, що відповідає умовам Діріхле (має протягом періоду скінченну кількість розривів першого роду та скінченну кількість максимумів та мінімумів), може бути розкладена в ряд Фур'є:

$$f(x) = A_0 + B_{m1} \sin x + B_{m2} \sin 2x + B_{m3} \sin 3x + \dots + C_{m1} \cos x + C_{m2} \cos 2x + C_{m3} \cos 3x + \dots \quad (2.1)$$

Змінна складова x з часом t пов'язана таким співвідношенням

$$x = \omega t = 2\pi / T = 2\omega ft. \quad (2.2)$$

Отже, тут період функції за x дорівнює 2π , а період цієї ж функції за часом дорівнює T .

Складову A_0 ряду (2.1) називають **сталюю складовою**, або **нульовою гармонікою**; величини B_{mk}, C_{mk} – відповідно амплітуди синусних і косинусних складових k -х гармонік.

Амплітуди A_0, B_{mk}, C_{mk} обчислюються за такими формулами:

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx;$$

$$B_{mk} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin kx dx;$$

$$B_{mk} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin kx dx;$$

Тому що $B_{mk} \sin kx + C_{mk} \cos kx = A_{mk} \sin(kx + \psi_k),$

де

$$A_{mk} = \sqrt{B_{mk}^2 + C_{mk}^2} \text{ і } \operatorname{tg} \psi_k = C_{mk} / B_{mk},$$

то ряд Фур'є (2.1) можна записати ще в такому вигляді:

$$f(x) = A_0 + A_{m1} \sin(x + \psi_1) + A_{m2} \sin(2x + \psi_2) + A_{m3} \sin(3x + \psi_3) + \dots =$$

$$= A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{mk} \sin(kx + \psi_k),$$

або замінивши x на ωt згідно з (4.71), одержимо:

$$f(\omega t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{mk} \sin(k\omega t + \psi_k).$$

Складову ряду (2.5) $A_{m1} \sin(\omega t + \psi_1)$ називають **основною хвилею**, чи **першою (основною) гармонікою**, решту складових $A_{mk} \sin(k\omega t + \psi_k)$ для $k \geq 2$ – **вищими гармоніками**.

2.3. Деякі властивості періодичних кривих, які мають симетрію

а) Криві, для яких виконується умова $f(\omega t) = -f(\omega t + \pi)$, називаються **симетричними відносно осі абсцис**. Якщо таку криву (рис. 2.2) зсунути по осі абсцис на півперіоду й дзеркально відобразити відносно осі x , то одержимо криву, яка буде збігатися з $f(\omega t)$. Подібними кривими описуються струми нелінійних індуктивних котушок та струми біполярно увімкнених транзисторів. При розкладі такої кривої в ряд Фур'є не буде сталої складової та парних гармонік, а ряд матиме вигляд:

$$f(\omega t) = A_{m1} \sin(\omega t + \psi_1) + A_{m3} \sin(3\omega t + \psi_3) + A_{m5} \sin(5\omega t + \psi_5) + \dots$$

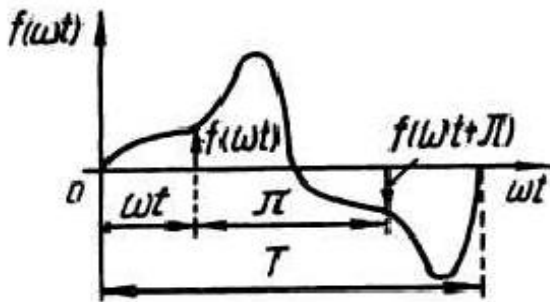


Рис. 2.2. Крива, симетрична відносно осі абсцис

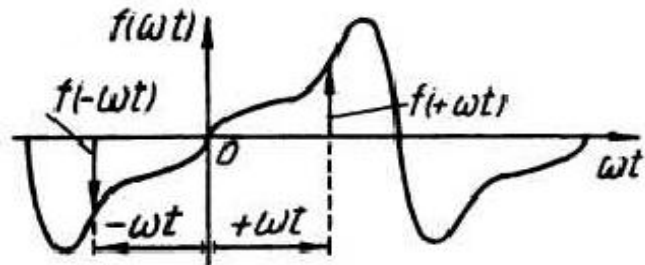


Рис. 2.3. Крива, симетрична відносно початку координат

б) Криві, для яких виконується умова $f(-\omega t) = f(+\omega t)$, мають симетрію відносно початку координат (рис. 2.3). Розкладання їх в ряд Фур'є має такий вигляд:

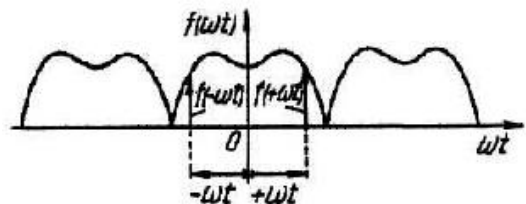


Рис. 2.4. Крива, симетрична відносно осі ординат

$$f(\omega t) = A_{m1} \sin \omega t + A_{m2} \sin 2\omega t + A_{m3} \sin 3\omega t + \dots \quad (2.8)$$

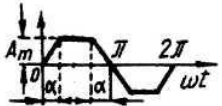
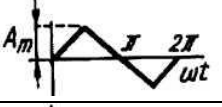
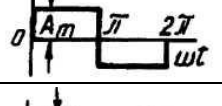
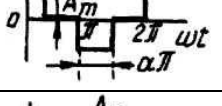
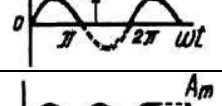
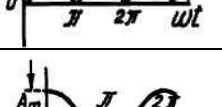
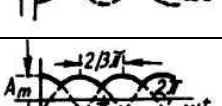
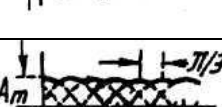
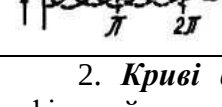
в) Криві, для яких виконується умова $f(-\omega t) = f(+\omega t)$, мають **симетрію відносно осі ординат** (рис. 2.4). Прикладом такої кривої є напруга двопівперіодного випростання. При розкладі такої кривої в ряд Фур'є відсутні синусні складові, а ряд має вигляд:

$$f(\omega t) = A_0 + A_{m1} \cos \omega t + A_{m2} \cos 2\omega t + A_{m3} \cos 3\omega t + \dots \quad (2.9)$$

2.4. Розкладання в ряд Фур'є кривих геометрично правильної й неправильно форми.

1. **Криві геометрично правильної форми**, наприклад, трапецеїдальної, трикутної, прямокутної тощо; розкладання їх в ряд Фур'є подано в табл. 2.1.

Таблиця 2.1.

	$f(\omega t) = \frac{4Am}{\alpha\pi} \left(\sin \alpha \cdot \sin \omega t + \frac{1}{9} \sin 3\alpha \cdot \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\alpha \cdot \sin 5\omega t + \dots \right)$
	$f(\omega t) = \frac{8Am}{\pi^2} \left(\sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\omega t - \frac{1}{49} \sin 7\omega t + \dots \right)$
	$f(\omega t) = \frac{4Am}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \frac{1}{7} \sin 7\omega t + \dots \right)$
	$f(\omega t) = \frac{4Am}{\pi} \left(\sin \frac{\alpha\pi}{2} \cdot \cos \omega t + \frac{1}{3} \sin \frac{3\alpha\pi}{2} \cdot \cos 3\omega t + \frac{1}{5} \sin \frac{5\alpha\pi}{2} \cdot \cos 5\omega t + \dots \right)$
	$f(\omega t) = Am \left[\frac{1}{\pi} + \frac{\sin \omega t}{2} - \frac{2}{\pi} \left(\frac{\cos 2\omega t}{1 \cdot 3} + \frac{\cos 4\omega t}{3 \cdot 5} + \dots \right) \right]$
	$f(\omega t) = Am \left[\frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \cdot \left(\frac{\cos 2\omega t}{1 \cdot 3} + \frac{\cos 4\omega t}{3 \cdot 5} + \dots \right) \right]$
	$f(\omega t) = \frac{2Am}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} \cos \omega t + \frac{1}{1 \cdot 3} \cos 2\omega t - \frac{1}{3 \cdot 5} \cos 4\omega t + \frac{1}{5 \cdot 7} \cos 6\omega t - \dots \right)$
	$f(\omega t) = \frac{4Am}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1 \cdot 3} \cos 2\omega t - \frac{1}{3 \cdot 5} \cos 4\omega t + \frac{1}{5 \cdot 7} \cos 6\omega t - \dots \right)$
	$f(\omega t) = \frac{3\sqrt{3}Am}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot 4} \cos 3\omega t - \frac{1}{5 \cdot 7} \cos 6\omega t + \frac{1}{8 \cdot 10} \cos 9\omega t - \dots \right)$
	$f(\omega t) = \frac{3Am}{\pi} \left(1 + \frac{2}{5 \cdot 7} \cos 6\omega t - \frac{2}{11 \cdot 13} \cos 12\omega t + \frac{2}{17 \cdot 19} \cos 18\omega t - \dots \right)$

2. **Криві будь-якої (геометрично неправильної) форми** найчастіше задаються графічно, й розкладають їх в ряд Фур'є графоаналітичним методом. Цей метод оснований на заміні визначеного інтеграла сумою остаточної кількості складових. З цією метою період функції $f(x)$, що дорівнює 2π , розділяють на n однакових частин $\Delta x = 2\pi/n$ і інтеграли (2.3) замінюють сумами.

Постійна складова

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx \cong \frac{1}{2\pi} \sum_{p=1}^{p=n} f_p(x) \Delta x = \frac{1}{2\pi} \sum_{p=1}^{p=n} f_p(x) \frac{2\pi}{n},$$

або

$$A_0 = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n f_p(x), \quad (2.10)$$

де p – поточний індекс, який набуває значення від 1 до n ; $f_p(x)$ – значення функції $f(x)$, всередині p -інтервалу, тобто якщо $x = (p - 0.5)\Delta x$.

Амплітуда синусної складової гармоніки ряду

$$B_{mk} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin kx dx \cong \frac{2}{2\pi} \sum_{p=1}^n f_p(x) \cdot \frac{2\pi}{n} \sin_p kx,$$

або

$$B_{mk} = \frac{2}{n} \sum_{p=1}^n f_p(x) \sin_p kx \quad (2.11)$$

Аналогічно амплітуда косинусної складової k -гармоніки

$$C_{mk} = \frac{2}{n} \sum_{p=1}^n f_p(x) \cos_p kx. \quad (2.12)$$

Тут $\sin_p kx$ і $\cos_p kx$ – відповідно значення функцій $\sin kx$ і $\cos kx$, всередині p -го інтервалу, тобто, якщо $x = (p - 0.5)\Delta x$.

Розраховуючи за формулами (2.10)-(2.12), переважно достатньо розділити період на $n = 24$ або 18 частин, а в деяких випадках і на меншу кількість частин.

2.5. Діюче значення періодичних несинусоїдних величин струму та напруги

Квадрат діючого значення струму I визначається через миттєве значення таким співвідношенням:

$$I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt.$$

Якщо струм $i = I_0 + I_{m1} \sin(\omega t + \psi_1) + I_{m2} \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots$,

то

$$i^2 = I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{mk}^2 \sin^2(k\omega t + \psi_k) + \sum_{p=0, q=0, p \neq q}^{\infty} I_{mp} I_{mq} \sin(p\omega t + \psi_p) \cdot \sin(q\omega t + \psi_q).$$

Але

$$\left. \int_0^T \sin^2(k\omega t + \psi_k) dt = \frac{T}{2}, \right\} \quad (2.13)$$

а

$$\int_0^T \sin(p\omega t + \psi_p) \cdot \sin(q\omega t + \psi_q) dt = 0.$$

тому

$$I^2 = I_0^2 + \frac{I_{m1}^2}{2} + \frac{I_{m2}^2}{2} + \frac{I_{m3}^2}{2} + \dots = I_0^2 + \left(\frac{I_{m1}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{m2}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{m3}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \dots = I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots$$

Аналогічними вирази будуть для ЕРС та напруг. Остаточні діючі значення несинусоїдних величин та і дорівнюють:

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + \dots} = \sqrt{E_0^2 + E_{m1}^2 / 2 + E_{m2}^2 / 2 + \dots}; \\ U &= \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots} = \sqrt{U_0^2 + U_{m1}^2 / 2 + U_{m2}^2 / 2 + \dots}; \\ I &= \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots} = \sqrt{I_0^2 + I_{m1}^2 / 2 + I_{m2}^2 / 2 + \dots} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Отже, діюче значення несинусоїдного струму (ЕРС чи напруги) дорівнює квадратному кореню із суми квадратів сталої складової і діючих значень окремих гармонік.

4.10.6. Значення, на які реагують амперметри та вольтметри в колах несинусоїдних струмів

Несинусоїдні струми й напруги вимірюють приладами різних систем. Принцип дії цих приладів вивчається в курсі електричних вимірювань.

Прилади електромагнітної, електродинамічної та теплової систем показують **діюче значення** вимірювальної величини; магнітоелектричні прилади з випростувачем – **середнє за модулем** значення величини; магнітоелектричні без випростувача – **постійну складову**, амплітудні електронні вольтметри – **максимальне значення функції** вимірювальної величини.

На лицьовій стороні вимірювального приладу завжди є умовний знак, який показує, до якої системи належить прилад. На рис. 2.5 наведені деякі з них: *а* – магнітоелектрична з рухомою рамкою, *б* – магнітоелектрична з рухомих магнітом, *в* – електромагнітна, *г* – електродинамічна; *д* – феродинамічна; *е* – теплова, *є* – електростатична; *жс* – магнітоелектрична з випростувачем.

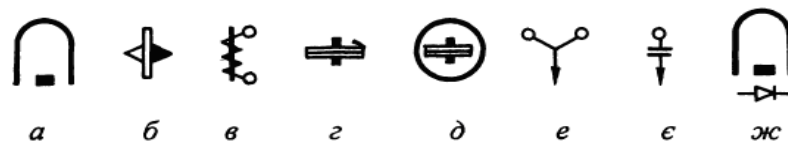


Рис. 2.5. Умовні позначення систем електровимірювальних приладів систем електровимірювальних приладів

Приклад 2.1. В провідник, по якому тече струм, $i = 5 + 8\sqrt{2} \sin \omega t + 5\sqrt{2} \sin 3\omega t$ (А), увімкнені послідовно чотири амперметри різних систем: A_1 – прилад магнітоелектричної системи; A_2 – прилад магнітоелектричної системи з випростувачем, A_3 – прилад електромагнітної системи, A_4 – прилад індукційної системи. Визначити покази приладів.

Покази приладів будуть такими:

$A_1 = I_0 = 5$ А — показує тільки постійну складову;

$A_2 = I_0 + 2/\pi \cdot I_{1m} + 2/\pi \cdot I_{3m} = 5 + 2/\pi \cdot 8\sqrt{2} + 2/\pi \cdot 5 \cdot \sqrt{2} = 16.73$ А – показує середнє значення за модулем;

$A_3 = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_3^2} = \sqrt{5^2 + 8^2 + 5^2} = 10.65$ А – показує діюче значення всіх гармонік;

$A_4 = \sqrt{I_1^2 + I_3^2} = \sqrt{8^2 + 5^2} = 9.40$ А – показує діюче значення тільки змінних складових.

Хоча покази приладів різні, однак всі покази правильні. Тому в колах несинусоїдного струму при вимірюванні величин u чи i необхідно особливу увагу звертати на систему приладу.

2.7. Потужність в колах періодичного несинусоїдного струму

Активна потужність в електричних колах періодичного струму будь-якої форми визначається як середнє значення потужності за період T , тобто

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt$$

Якщо подати напругу і струм рядами Фур'є:

$$u = U_0 + U_{m1} \sin(\omega t + \psi_{u1}) + U_{m2} \sin(2\omega t + \psi_{u2}) + \dots;$$

$$i = I_0 + I_{m1} \sin(\omega t + \psi_{i1}) + I_{m2} \sin(2\omega t + \psi_{i2}) + \dots;$$

і підставити ці вирази під знак інтеграла та проінтегрувати, ураховуючи (2.13), то одержимо:

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + U_3 I_3 \cos \varphi_3 + \dots = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \varphi_k \quad (2.15)$$

тут – $\varphi_k = \psi_{uk} - \psi_{ik}$ кут зсуву фаз між напругою та струмом k -ї гармоніки.

Отже, як випливає з (2.15), активна потужність у колах несинусоїдного струму дорівнює сумі активних потужностей від струмів окремих гармонік.

Формально вводять також поняття реактивної потужності в колах несинусоїдного струму як суму реактивних потужностей від струмів окремих гармонік:

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} Q_k = \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \sin \varphi_k \quad (2.16)$$

Вводять теж поняття повної потужності несинусоїдного струму як добуток діючого значення напруги на діюче значення струму, тобто

$$S = UI = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} U_k^2 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} I_k^2} \quad (2.17)$$

Відношення активної потужності до повної в таких колах називають коефіцієнтом потужності:

$$\cos \nu = \frac{P}{S} \quad (2.18)$$

де ν – кут зсуву фаз між еквівалентними синусоїдами струму та напруги їх несинусоїдних кривих.

Діючі значення цих еквівалентних синусоїд дорівнюють діючим значенням несинусоїдних кривих, а кут зсуву фаз між ними (ν) такий, що активна потужність від еквівалентних синусоїд напруги та струму дорівнює активній потужності від несинусоїдних напруги та струму.

У загальному випадку квадрат повної потужності в електричному колі несинусоїдного струму звичайно більший від суми квадратів активної та реактивної потужностей, тобто

$$S^2 \geq P^2 + Q^2.$$

Величину

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \quad (2.19)$$

називають потужністю спотворення несинусоїдного струму. В резистивному колі вона дорівнює нулеві.

2.8. Розрахунок кіл несинусоїдного струму

Розрахунок лінійних електричних кіл несинусоїдного струму здійснюють у такій послідовності:

1. Розкладають несинусоїдну ЕРС (чи напругу) живлення в ряд Фур'є.
2. Розраховують струми, напруги і потужності кола для кожної гармоніки окремо.
3. За методом накладання визначають сумарні миттєві значення струмів віток та напруг на елементах кола.

Схема розрахунку наведена на рис. 2.6. Спочатку розраховують струми й потужності (U_0 , I_0 , P_0), які виникають внаслідок дії сталої складової ЕРС E_0 після цього – величини i_1 , u_1 ,

P_1, Q_1 – від дії першої гармоніки ЕРС – e_1 далі i_2, u_2 , P_2, Q_2 – від другої гармоніки ЕРС – e_2 і т.д.

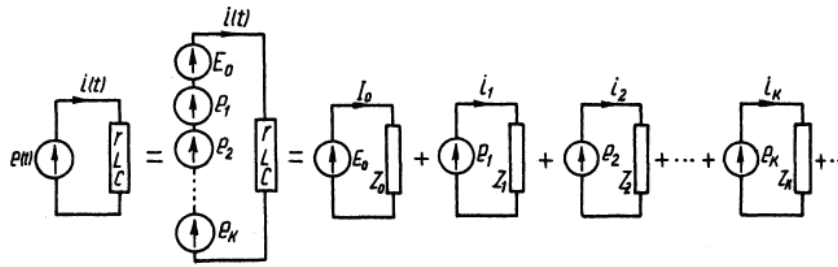


Рис. 2.6. Схема розрахунку лінійних електричних кіл при дії несинусоїдної ЕРС за методом накладання

При розрахунку електричного кола від сталої складової E_0 для якої $f = 0$, необхідно врахувати, що опір котушки для нульової гармоніки ($k = 0$) дорівнює нулеві: $x_{L0} = k\omega L = 0$, а опір конденсатора прямує до нескінченності: $X_{C0} = 1/(k\omega C) \rightarrow \infty$ і, тим самим, вітка з індуктивністю закорочується, а з ємністю розривається, тобто структура початкового кола змінюється. Для $k = 1, \dots, n$, структура кола залишається незмінною.

Отже, під час розрахунку необхідно врахувати, що індуктивний опір зростає пропорційно до частоти. Тому для k -ї гармоніки x_{Lk} в k разів більший, ніж для першої гармоніки x_{L1} .

$$x_{Lk} = k\omega L = kx_{L1}; x_{L1} = \frac{1}{\omega C} \quad (2.20)$$

Ємнісний опір зменшується із зростанням частоти, тому для k -ї гармоніки x_{Ck} в k раз менший, ніж для першої гармоніки x_{C1}

$$x_{Ck} = \frac{1}{k\omega C} = \frac{x_{C1}}{k}; x_{C1} = \frac{1}{\omega C} \quad (2.21)$$

Резистивні опори, якщо частоти не дуже великі, приймають незалежними від частоти.

В табл. 4.2 наведені зміни опорів елементів r, L, C від частоти.

При індуктивному характері вітки ($x_k = k\omega L$) і зі зростанням порядкового номера гармоніки значення амплітуди струму i_k відносно значення амплітуди відповідної гармоніки ЕРС зменшується, тобто струми вищих гармонік мають порівняно менші значення, ніж напруги на тих вітках: криві струмів згладжуються порівняно з кривими напруг.

Зміна опорів елементів r, L, C зі зростанням частоти

Таблиця 2.2.

Частота елемент	Опір елементів r, L, C при зміні частоти			
	$k=0;$ $f=0$	$k=1;$ $f=f_1$	$1 < k < \infty$ $f_k = k f_1$	$k \rightarrow \infty$ $f_k \rightarrow \infty$
r	r	r	r	r
L	$x_{L0} = k\omega L = 0$	$x_{L1} = 2\pi f_1 L$	$x_{Lk} = k x_{L1}$	$x_{Lk} \rightarrow \infty$
C	$x_{C0} = 1/(2\pi/C) \rightarrow \infty$	$x_{C1} = 1/(2\pi f_1 C)$	$x_{Ck} = x_{C1}/k$	$x_{Ck} \rightarrow 0$

При ємнісному характері вітки ($x_k = 1/(k\omega C)$) і зі зростанням порядкового номера гармоніки значення амплітуди струму i_k відносно значення амплітуди відповідної гармоніки ЕРС збільшується, тобто струми вищих гармонік мають порівняно більші значення, ніж напруги на таких вітках: криві струмів стають більш несинусоїдними порівняно з кривими напруг.

2.9. Явище резонансу в колах несинусоїдного струму

У таких колах можливі резонанси на окремих гармоніках – як резонанси напруг, так і резонанси струмів.

Резонансом на k -й гармоніці є такий режим кола, при якому струм k -ї гармоніки на вході ділянки кола з індуктивно-ємнісними елементами збігається за фазою з напругою k -ї гармоніки на цій ділянці. Резонанс може виникати на будь-яких гармоніках. Очевидно, умовою резонансу напруг для k -ї гармоніки є умова $J_m(\underline{Z}_k) = 0$, умовою резонансу струмів $J_m(\underline{Y}_k) = 0$.

В електричному колі з послідовним сполученням елементів r, L, C можливий резонанс напруг. Його умовою є те, що $k\omega L = 1/(k\omega C)$, тобто $k^2\omega^2 L^2 C^2 = 1$. Ця сама умова є умовою резонансу струмів при паралельному сполученні елементів r, L, C кола.

Приклад 2.2. Визначити струм, напруги на елементах та потужності в послідовному колі з параметрами $r = 10$ Ом, $L = 0.05$ Гн, $C = 22.5$ мкФ, схема якого зображена на рис. 2.7.

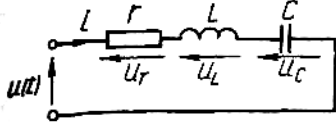


Рис. 2.7. Схема до прикладу 2.2.

Миттєве значення прикладеної до кола напруги $u(t) = 50 + 180 \sin \omega t + 50 \sin 3\omega t + 40 \sin 5\omega t$ В. Частота основної гармоніки $f = 50$ Гц, а $\omega = 2\pi f = 314 \text{ с}^{-1}$.

Розв'язання. Згідно з рис. 4.39 задачу розв'язуємо, застосовуючи метод накладання.

1. **Для нульової гармоніки** (сталого складової): $U_0 = 50$ В, $\omega_0 = 2\pi \cdot 0 = 0$; $f = 0$.

Опір схеми: $Z = \sqrt{r^2 + (\omega_0 L - 1/(\omega_0 C))^2} = \sqrt{r^2 + (2\pi \cdot 0 \cdot L - 1/(2\pi \cdot 0 \cdot C))^2} = \infty$.

Стала струму в схемі $I_0 = U_0 / Z_0 = 50 / \infty = 0$.

Конденсатор сталої складової струму не пропускає, і вся напруга U_0 прикладена до конденсатора, а спади напруги U_{r0} та U_{L0} відсутні:

$$U_{r0} = rI_0 = 10 \cdot 0 = 0, U_{L0} = x_{L0}I_0 = 0 \cdot 0 = 0,$$

$$U_{C0} = U_a - U_{La} - U_{r0} = U_0 = 50 \text{ В}.$$

2. **Для першої (основної) гармоніки:** $U_1 = 180 \sin \omega t$ В

$$Z_1 = \sqrt{r^2 + (\omega L - 1/(\omega C))^2} = \sqrt{10^2 + [314 \cdot 0.05 - 10^{-3} - 1/(314 \cdot 22.5 \cdot 10^{-6})]^2} = \\ = \sqrt{10^2 + (15.7 - 141)^2} = 126 \text{ Ом};$$

$$\tan \varphi_1 = x_1 / r = (15.7 - 141) / 10 = -12.53, \varphi_1 = -85^\circ 20'$$

$$I_{1m} = U_{1m} / Z_1 = 180 / 126 = 1.43 \text{ А}; i_1 = 1.43 \sin(\omega t + 85^\circ 20') \text{ А}$$

Падіння напруги на опорах:

$$u_{r1} = rI_{m1} \sin(\omega t + 85^\circ 20') = 14.3 \sin(\omega t + 85^\circ 20') \text{ В};$$

$$u_{L1} = x_{L1}I_{m1} \sin(\omega t + 85^\circ 20' + 90^\circ) = 22.4 \sin(\omega t + 85^\circ 20') \text{ В};$$

$$u_{C1} = x_{C1}I_{m1} \sin(\omega t + 85^\circ 20' - 90^\circ) = 202.0 \sin(\omega t - 4^\circ 20') \text{ В};$$

Активна й реактивна потужності:

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1 = 180 / \sqrt{2} \cdot 1.43 / \sqrt{2} \cdot \cos(-85^\circ 20') = 10.5 \text{ Вт};$$

$$Q_1 = U_1 I_1 \sin \varphi_1 = 180 / \sqrt{2} \cdot 1.43 / \sqrt{2} \cdot \sin(-85^\circ 20') = -128.5 \text{ ВАр}.$$

3. **Для третьої гармоніки:** $u_3 = 50 \sin 3\omega t$ В.

$$Z_3 = \sqrt{r^2 + [3\omega L - 1/(3\omega C)]^2} = \sqrt{10^2 + (3 \cdot 15.7 - 141/3)^2} = \\ = \sqrt{10^2 + (47 - 47)^2} = 10 \text{ Ом}.$$

$$\tan \varphi_3 = x_3 / r = 0 / 10 = 0; \varphi_3 = 0.$$

Отже, для третьої гармоніки в колі спостерігається резонанс напруг.

$$I_{m3} = U_{m3} / z_3 = 50 / 10 = 5 \text{ A}; \quad I_3 = 5 \sin 3\omega t \text{ A};$$

$$u_{r3} = r I_{m3} \sin 3\omega t = 50 \sin 3\omega t \text{ B};$$

$$u_{L3} = x_{L3} I_{m3} \sin(3\omega t + 90^\circ) = 235 \sin(3\omega t + 90^\circ) \text{ B};$$

$$u_{C3} = x_{C3} I_{m3} \sin(3\omega t - 90^\circ) = 235 \sin(3\omega t - 90^\circ) \text{ B};$$

$$P_3 = U_3 I_3 \cos \varphi_3 = 50 / \sqrt{2} \cdot 5 / \sqrt{2} \cdot \cos 0^\circ = 125 \text{ Вт};$$

$$Q_3 = U_3 I_3 \sin \varphi_3 = 50 / \sqrt{2} \cdot 5 / \sqrt{2} \cdot \sin 0^\circ = 0.$$

Реактивна потужність третьої гармоніки з мережі до схеми не надходить, а тільки коливається між котушкою і конденсатором, її значення становить:
 $Q_L = |Q_C| = I_3 U_{L3} \sin 90^\circ = |I_3 U_{C3} \sin(-90^\circ)| = 5 / \sqrt{2} \cdot 235 / \sqrt{2} \sin 90^\circ = 587.5 \text{ ВАр}.$

4. Для п'ятої гармоніки:

$$\begin{aligned} z_5 &= \sqrt{r^2 + [5\omega L - 1/(5\omega C)]^2} = \sqrt{10^2 + (5 \cdot 15,7 - 141/5)^2} = \\ &= \sqrt{10^2 + (78,5 - 28,3)^2} = 51,2 \text{ Ом}; \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_5 = x_5 / r = (78,5 - 28,3) / 10 = 5,02; \varphi_5 = +78^\circ; \varphi = \psi_u - \psi_i;$$

$$I_{m5} = U_{m5} / z_5 = 40 / 51,2 = 0,78 \text{ A}; \quad \psi_i = \psi_u - \varphi = 0 - 78^\circ = -78^\circ;$$

$$i_5 = 0,78 \sin(5\omega t - \varphi_5) = 0,78 \sin(5\omega t - 78^\circ) \text{ A};$$

$$u_{r5} = r I_{m5} \sin(5\omega t - 78^\circ) = 7,8 \sin(5\omega t - 78^\circ) \text{ B};$$

$$u_{L5} = x_{L3} I_{m5} \sin(5\omega t - \varphi_5 + 90^\circ) = 61,25 \sin(5\omega t + 12^\circ) \text{ B};$$

$$u_{C5} = x_{C5} I_{m5} \sin(5\omega t - \varphi_5 - 90^\circ) = 22,0 \sin(5\omega t - 168^\circ) \text{ B};$$

$$P_5 = U_5 I_5 \cos \varphi_5 = 40 / \sqrt{2} \cdot 0,78 / \sqrt{2} \cdot \cos 78^\circ = 3,2 \text{ Вт},$$

або ще так: $P_5 = r I_5^2 = 10 \cdot (0,78 / \sqrt{2})^2 = 3,2 \text{ Вт};$

$$Q_5 = U_5 I_5 \sin \varphi_5 = 40 / \sqrt{2} \cdot 0,78 / \sqrt{2} \cdot \sin 78^\circ = 15,3 \text{ ВАр}.$$

Миттєві значення струму в колі та напруги на елементах:

$$i = I_0 + i_1 + i_2 + i_3 = 1,4 \sin(\omega t + 85^\circ 20') + 5 \sin 3\omega t + 0,78 \sin(5\omega t - 78^\circ) \text{ A};$$

$$u_r = 1,43 \sin(\omega t + 85^\circ 20') + 50 \sin 3\omega t + 7,8 \sin(5\omega t - 78^\circ) \text{ B};$$

$$u_L = 22,4 \sin(\omega t + 175^\circ 20') + 235 \sin(3\omega t + 90^\circ) + 61,25 \sin(5\omega t + 12^\circ) \text{ B};$$

$$u_C = 50 + 202 \sin(\omega t - 4^\circ 40') + 235 \sin(3\omega t - 90^\circ) + 22,0 \sin(5\omega t - 168^\circ) \text{ B}.$$

Їх діючі значення:

$$I = \sqrt{(1,43 / \sqrt{2})^2 + (5 / \sqrt{2})^2 + (0,78 / \sqrt{2})^2} = 3,72 \text{ A};$$

$$U_r = \sqrt{(1,43 / \sqrt{2})^2 + (50 / \sqrt{2})^2 + (7,8 / \sqrt{2})^2} = 37,2 \text{ B};$$

$$U_L = \sqrt{(22,4 / \sqrt{2})^2 + (235 / \sqrt{2})^2 + (61,2 / \sqrt{2})^2} = 173 \text{ B};$$

$$U_C = \sqrt{50^2 + (202 / \sqrt{2})^2 + (235 / \sqrt{2})^2 + (22,0 / \sqrt{2})^2} = 226 \text{ B};$$

Діюче значення прикладеної напруги:

$$U = \sqrt{(50^2 + 180 / \sqrt{2})^2 + (50 / \sqrt{2})^2 + (40 / \sqrt{2})^2} = 144 \text{ B}.$$

Потужності:

активна $P = P_0 + P_1 + P_3 + P_5 = 0 + 10,5 + 125 + 3,2 = 138,7 \text{ Вт};$

реактивна $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_5 = -1128.5 + 0 + 15.3 = -113.2 \text{ ВАр};$
 повна $S = UI = 144 \cdot 3.72 = 524 \text{ ВА};$
 спотворення $T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = \sqrt{524^2 - 138.7^2 - (-113.2)^2} = 485 \text{ ВА}.$

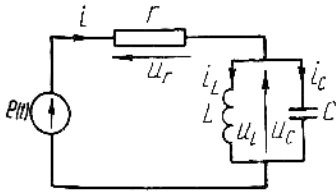


Рис. 2.8. Схема до прикладу 2.3.

Приклад 2.3. Для електричного кола, схема якого зображена на рис. 2.8, розрахувати миттєві значення струмів у вітках та напруг на ділянках кола, якщо миттєве значення ЕРС дорівнює:

$$e(t) = 100 + 80 \sin(\omega t + \pi/6) + 60 \sin(3\omega t + \pi/9) + 50 \cdot \sin(5\omega t + \pi/4) \text{ В},$$

а параметри елементів кола: $r = 3 \text{ Ом}$, $\omega L = 3 \text{ Ом}$, $1/(\omega C) = 27$

Ом.

Розв'язання. Згідно з рис. 2.6 задачу розв'язуємо методом накладання.

1. **Для нульової гармоніки** (сталого складової) $E_0 = 100 \text{ В}$.

$$I_0 = I_{L0} = \frac{E_0}{r} = \frac{100}{3} = 33,3 \text{ А}; I_{C0} = 0; U_{r0} = E_0 = 100 \text{ В}; U_{L0} = U_{C0} = 0.$$

2. **Для першої гармоніки:** $e_1 = 80 \sin(\omega t + \pi/6) \text{ В}; \dot{E}_{m1} = 80e^{j30^\circ} \text{ В};$

Комплексний опір схеми

$$\underline{z}_1 = r + \frac{j\omega L \cdot \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = 3 + \frac{j3(-j27)}{j3 - j27} = 3 + j3,38 = 4,5e^{j48^\circ 30'} \text{ Ом};$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{\underline{Z}} = \frac{80e^{j30^\circ} / \sqrt{2}}{4,5e^{j48^\circ 30'}} = 17,8 / \sqrt{2} e^{-j18^\circ 30'} = 12,6e^{-j18^\circ 30'} \text{ А};$$

$$\dot{U}_{r1} = r\dot{I}_1 = 3 \cdot 12,6e^{-j18^\circ 30'} = 37,8e^{-j18^\circ 30'} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{L1} = \dot{U}_{C1} = \dot{E}_1 - \dot{U}_{r1} = 80 / \sqrt{2} e^{j30^\circ} - 37,8e^{-j18^\circ 30'} = 42,7e^{j72^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{I}_{L1} = \dot{U}_{C1} / (j\omega L) = 42,7e^{j72^\circ} / (j3) = 14,23e^{-j18^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{C1} = \dot{U}_{C1} / \left(-j \frac{1}{\omega C} \right) = 42,7e^{j72^\circ} / (-j27) = 1,58e^{j162^\circ} \text{ А}.$$

3. **Для третьої гармоніки:**

$$e_3 = 60 \sin(3\omega t + 20^\circ) \text{ В}; \dot{E}_3 = 60 / \sqrt{2} e^{j20^\circ} \text{ В}.$$

$$\underline{Z}_3 = r + \frac{3j\omega L \cdot \frac{1}{j3\omega C}}{j3\omega L + \frac{1}{j3\omega C}} = 3 + \frac{j3 \cdot 3 \cdot \left(\frac{-j27}{3} \right)}{j3 \cdot 3 - j \frac{27}{3}} = 3 + \infty = \infty.$$

Отже, для третьої гармоніки в колі спостерігається резонанс струмів.

$$\dot{I}_3 = \dot{E}_3 / \underline{Z}_3 = 60 / \sqrt{2} e^{j20^\circ} / \infty = 0, \dot{U}_{r3} = r\dot{I}_3 = 0,$$

$$\dot{U}_{L3} = \dot{U}_{C3} = \dot{E}_3 - \dot{U}_{r3} = \dot{E}_3 - 0 = \dot{E}_3 = 60 / \sqrt{2} e^{j20^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{I}_{L3} = \dot{U}_{L3} / (j3\omega L) = 60 / \sqrt{2} e^{j20^\circ} / (j3 \cdot 3) = 4,73e^{-70^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{C3} = \dot{U}_{C3} / \left(-j \frac{x_C}{3} \right) = 60 / \sqrt{2} e^{j20^\circ} / (27/3 e^{-j90^\circ}) = 4,73e^{110^\circ} \text{ А};$$

4. **Для п'ятої гармоніки:** $e_5 = 50 \sin(5\omega t + 45^\circ) \text{ В}, \dot{E}_5 = 50 / \sqrt{2} e^{j45^\circ} \text{ В}.$

$$\underline{Z}_5 = r + \frac{j5\omega L \cdot \frac{1}{j5\omega C}}{j5\omega L + \frac{1}{j5\omega C}} = 3 + \frac{j5 \cdot 3 \cdot \frac{27}{j5}}{j5 \cdot 3 + \frac{27}{j5}} = 3 - j8,5 = 9e^{-j70^\circ 30'} \text{ Ом};$$

$$\dot{I}_5 = \dot{E}_5 / \underline{Z}_5 = 50 / \sqrt{2} e^{j45^\circ} / (9e^{-j70^\circ 30'}) = 3,94e^{j115^\circ 30'} \text{ А};$$

$$\dot{U}_{L5} = \dot{U}_{C5} = \underline{Z}_{LC} \cdot \dot{I}_5 = (-j8,5) \cdot 3,94e^{j115^\circ 30'} = 33,5e^{+j25^\circ 30'} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{r5} = r\dot{I}_5 = 3 \cdot 3,94e^{j115^\circ 30'} = 11,82e^{+j115^\circ 30'} \text{ В};$$

$$\dot{I}_{L5} = \dot{U}_{L5} / (j5\omega L) = 33,5e^{j25^\circ 30'} / (j5 \cdot 3) = 2,23e^{-j64^\circ 30'} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{C5} = \dot{U}_{C5} / \left(-j \frac{X_{C1}}{5}\right) = 33,5e^{j25^\circ 30'} / \left(-j \frac{27}{5}\right) = 6,20e^{j115^\circ 30'} \text{ А};$$

Відповідно до одержаних розрахунків миттєві значення струмів у вітках схеми та напруг на елементах становлять:

$$i_L = 33,3 + 14,223\sqrt{2} \sin(\omega t - 18^\circ) + 4,73\sqrt{2} \sin(3\omega t - 70^\circ) + 2,23\sqrt{2} \sin(5\omega t - 64^\circ 30') \text{ А};$$

$$i_C = 1,58\sqrt{2} \sin(\omega t + 162^\circ) + 4,73\sqrt{2} \sin(3\omega t + 110^\circ) + 6,2\sqrt{2} \sin(5\omega t + 115^\circ 30') \text{ А};$$

$$i = 33,3 + 12,6\sqrt{2} \sin(\omega t - 18^\circ 30') + 3,94\sqrt{2} \sin(5\omega t + 115^\circ 30') \text{ А};$$

$$u_r = 100 + 37,8\sqrt{2} \sin(\omega t - 18^\circ 30') + 11,82\sqrt{2} \sin(5\omega t + 115^\circ 30') \text{ В};$$

$$u_L = u_C = 42,7\sqrt{2} \sin(\omega t + 72^\circ) + 42,4\sqrt{2} \sin(3\omega t + 20^\circ) + 33,5\sqrt{2} \sin(5\omega t + 25^\circ 30') \text{ В};$$

Їх діючі значення можна знайти згідно з (2.14).

2.10. Заміна несинусоїдних струмів і напруг еквівалентними синусоїдами

При вивченні деяких пристрійних властивостей нелінійних електричних кіл несинусоїдні струми й напруги, які не мають постійних складових, замінюють еквівалентними синусоїдами. Діюче значення синусоїдного струму повинне дорівнювати діючому значенню несинусоїдного струму, а діюче значення синусоїдної напруги – діючому значенню несинусоїдної напруги.

Кут зсуву φ_E між еквівалентними синусоїдами напруги і струму беруть, таким, щоби активна потужність еквівалентного синусоїдного струму була рівна активній потужності несинусоїдного струму, тобто

$$\cos \varphi_E = P/(UI).$$

Приклад 2.4. Для прикладу 2.2 без урахування постійних складових напруги та струму замінити несинусоїдний струм та напругу:

$$i_{(t)} = 1,43 \sin(\omega t + 85^\circ 20') + 5 \sin 3\omega t + 0,78 \sin(5\omega t - 78^\circ) \text{ А},$$

$$u_{(t)} = 180 \sin \omega t + 50 \sin 3\omega t + 40 \sin 5\omega t \text{ В},$$

еквівалентними синусоїдами і знайти кут зсуву фаз φ_E між ними.

Розв'язання. Діюче значення синусоїдної напруги та струму:

$$U = \sqrt{\frac{180^2}{2} + \frac{50^2}{2} + \frac{40^2}{2}} = 136 \text{ В}; I = \sqrt{\frac{1,43^2}{2} + \frac{5^2}{2} + \frac{0,78^2}{2}} = 3,72 \text{ А};$$

Активна потужність несинусоїдного струму

$$P = P_1 + P_3 + P_5 = 138,7 \text{ Вт}.$$

Кут зсуву фаз між еквівалентними синусоїдами:

$$\cos \varphi_E = P/(UI) = 138,7 / (136 \cdot 3,72) = 0,273; \varphi_E = 74^\circ.$$

3. ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ

3.1. Визначення перехідних процесів

Перехідним процесом електричного кола називають електромагнетний процес, який відбувається в такому колі під час переходу від одного усталеного режиму до іншого. Змінитися режим кола може тільки через зміну його структури (вмикання, вимикання, коротке замикання віток – однієї чи певної їх сукупності) або зміну фізичних величин (значень ЕРС, параметрів елементів r , L , C). Такі зміни називають **комутаціями** електричних кіл. До усталених режимів належать режим синусоїдного, періодичного несинусоїдного, постійного струмів, а також режим відсутності струму у вітках схеми. Комутація в схемі електричного кола позначається замиканням (рис. 3.1,а), розмиканням (рис. 3.1,б) або перемиканням (рис. 3.1,в) вимикачів. Комутація електричного кола в

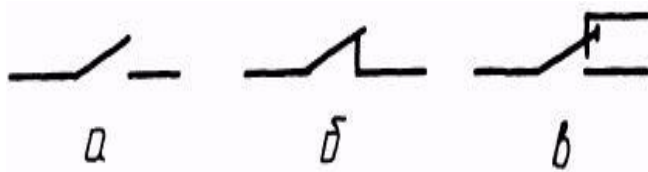


Рис. 3.1. Замикання (а), розмикання (б) та перемикання (в) вимикача в електричному колі

реальних умовах відбувається протягом певного, хоч і короткого часового інтервалу Δt . Для спрощення задачі припускають, що комутація здійснюється раптово, тобто якщо $\Delta t \rightarrow 0$. Початок відліку часу $t = 0$ приймають у момент комутації. Час, що безпосередньо прилягає до моменту комутації ліворуч, позначають $t = -0$, а праворуч $t = +0$.

Під час перехідного процесу струми у вітках кола та напруги на його ділянках визначаються не тільки **зовнішніми** джерелами енергії – ЕРС генераторів, але й **внутрішніми** джерелами – нагромаджувачами енергії магнетного поля – індуктивностями: $W_M = Li^2/2$, та електричного поля – ємностями: $W_E = Cu_c^2/2$.

Завдання дослідження перехідного процесу полягає в тому, щоби з'ясувати: 1) за яким законом; 2) як довго проходитиме перехідний процес. Так, наприклад, якщо в досліджуваній вітці деякого кола до комутації існував постійний струм I_1 , а в усталеному режимі після комутації він дорівнює I_2 , то нас буде цікавити закон зміни перехідного струму $i(t)$ між моментом комутації ($t = 0$) і тим невідомим нам моментом t_1 коли перехідний процес можна вважати вже закінченим.

Перехідні процеси переважно є швидкоплинними: тривалість їх практично становить десяті, соті, тисячні, а інколи навіть мільйонні частини секунди: порівняно рідко тривалість перехідних процесів досягає секунд і десятків секунд. Незважаючи на короткотривалість перехідних процесів, вивчення їх дуже важливе, дає змогу встановити, як змінюються за значенням й формою струми та напруги сигналів, які проходять через підсилювачі, фільтри та інші пристрої, які в мережах бувають напруги та струми при коротких замиканнях, при громових розрядах в лініях електропередавання тощо. За час перехідного процесу на окремих ділянках електричної схеми можуть виникати перенапруги і надструми, які своїми діями можуть призвести до пошкодження електричного устаткування і нещасних випадків.

3.2. Закони комутації

Розглянемо електричне коло (рис. 3.2,а), для якого за другим законом Кірхгофа після вмикання вимикача маємо:

$$L \frac{di}{dt} + ri = E. \quad (3.1)$$

Струм I та ЕРС E можуть набувати тільки скінченні (не нескінченно великі) значення. Прийmemo, що струм після вмикання вимикача змінився стрибком, тоді на

графіку його зміни (рис. 3.2,б) кут $\beta = 90^\circ$, а отже, di/dt , в цей момент часу прямує до нескінченності. Звідси випливає, що напруга на котушці теж нескінченно зростає: $u_L = L di/dt \rightarrow \infty$, і як видно з (3.1), не буде виконуватись другий закон Кірхгофа. Отже, допущення про можливість стрибкоподібної зміни струму в котушці суперечить другому закону Кірхгофа. Тому струм в котушці почне змінюватись з того значення, яке він мав у момент комутації, і при його зміні $\beta < 90^\circ$ (рис. 3.2,в), а $di/dt = m_i / m_t \cdot \operatorname{tg} \beta \neq \infty$, де m_i , m_t – масштаби струму та часу. Отже, струм в котушці не може змінитись стрибком, але напруга на індуктивності $u_L = L di/dt$ стрибком змінитись може. Це не суперечить другому закону Кірхгофа.

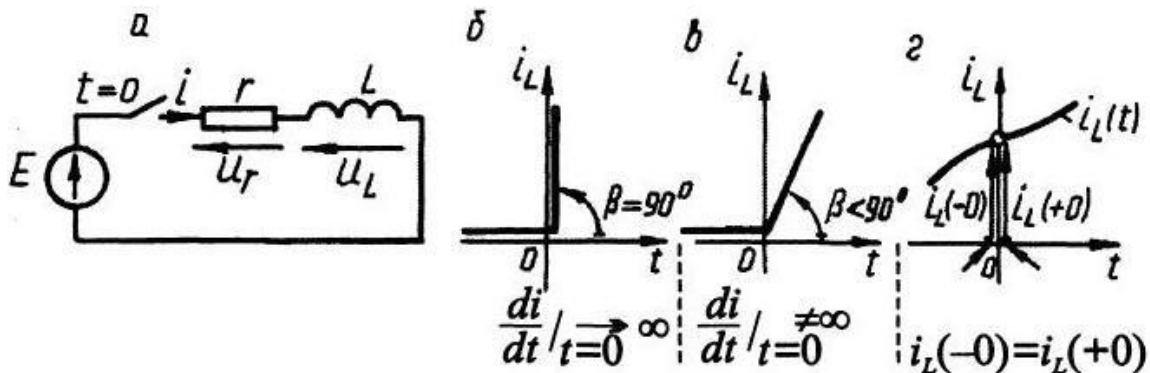


Рис. 3.2. До пояснення першого закону комутації

Отже, **перший закон комутації** можна сформулювати так: струм в індуктивності безпосередньо до комутації ($i_L(-0)$) дорівнює струмові в тій самій індуктивності безпосередньо після комутації ($i_L(+0)$):

$$\boxed{i_L(-0) = i_L(+0)}, \quad (3.2)$$

або, іншими словами, струм в котушці стрибком не змінюється. Тут $t=(-0)$ – час безпосередньо до комутації; $t = (+0)$ – безпосередньо після комутації (рис. 3.2,з).

Розглянемо схему (рис. 3.3,а), для якої за другим законом Кірхгофа після вмикання вимикача можемо записати:

$$ri + u_c = E. \quad (3.3)$$

Ураховуючи, що струм в колі з конденсатором дорівнює $i_c = C du_c/dt$, то рівність (3.3) набере вигляд:

$$rC \frac{du_c}{dt} + u_c = E \quad (3.4)$$

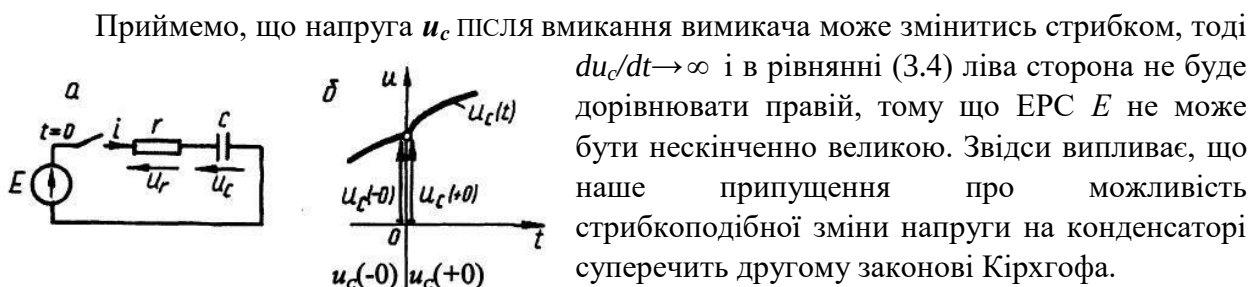


Рис. 3.3. До пояснення другого закону комутації

Приймемо, що напруга u_c ПІСЛЯ вмикання вимикача може змінитись стрибком, тоді $du_c/dt \rightarrow \infty$ і в рівнянні (3.4) ліва сторона не буде дорівнювати правій, тому що ЕРС E не може бути нескінченно великою. Звідси випливає, що наше припущення про можливість стрибкоподібної зміни напруги на конденсаторі суперечить другому закону Кірхгофа.

Отже, **другий закон комутації** формулюється так: напруга на конденсаторі безпосередньо до комутації ($u_c(-0)$) дорівнює напрузі на цьому ж конденсаторі безпосередньо після комутації ($u_c(+0)$); або, іншими словами, напруга на конденсаторі стрибком не змінюється (рис. 3,б).

$$\boxed{u_c(-0) = u_c(+0)}. \quad (3.5)$$

Закони комутації можна одержати ще з таких міркувань. В електричних колах струми та напруги не можуть досягати нескінченно великих значень. Отже, тут миттєва потужність p завжди має скінченне значення. Це означає, що в елементах електричного кола енергія електричного та магнетного полів не може змінюватися стрибкоподібно, й за такої умови потужність $p = dW/dt$ матиме скінченне значення при прямуванні Δt до нуля і зміна енергії елементів кола $\Delta W = W(+0) - W(-0)$ прямуватиме до нуля, тобто в границі

$$W(+0) = W(-0). \quad (3.6)$$

Оскільки енергія магнетного поля

$$W_M = 1/2 l i_L^2 = 1/(2L) \Psi_L^2 \quad (3.7)$$

а енергія електричного поля

$$W_E = 1/2 C u_C^2 = 1/(2C) q_C^2 \quad (3.8)$$

то рівняння (3.6) можна записати через струми та напруги, потокозчеплення котушок та заряди конденсаторів електричного кола ще в такому вигляді: то для індуктивності, ураховуючи (3.6), будемо мати:

$$I_L(+0) = I_L(-0); \quad (3.9)$$

$$\Psi_L(+0) = \Psi_L(-0) \quad (3.10)$$

аналогічно для ємності:

$$u_C(+0) = u_C(-0) \quad (3.11)$$

$$q_C(-0) = q_C(+0) \quad (3.12)$$

Рівності (3.9) та (3.11) виражають закони комутації, одержані нами вище (3.2) та (3.5). Рівності (3.10) та (3.12) називають ще узагальненими законами комутації. Отже, закони комутації можна сформулювати ще так: відповідно до (3.9) та (3.10) – **струм і потокозчеплення індуктивності в момент комутації за своїми значеннями є незмінні**; відповідно (3.11) та (3.12) – **напруга та заряд ємності в момент комутації за своїми значеннями теж є незмінні**.

Значення струму в котушці й напруги на конденсаторі в момент комутації: $i(0) = i_L(-0) = i_L(+0)$ та $u_C(0) = u_C(-0) = u_C(+0)$ називають *початковими умовами*. Якщо до комутації струми в індуктивностях і напруги на конденсаторах не дорівнювали нулеві, тобто $i_L(-0) \neq 0$, $u_C(-0) \neq 0$, то кажуть, що наявні ненульові початкові умови. Коли ж $i_L(-0) = 0$, $u_C(-0) = 0$ – то наявні нульові початкові умови.

3.3. Класичний метод аналізу перехідних процесів

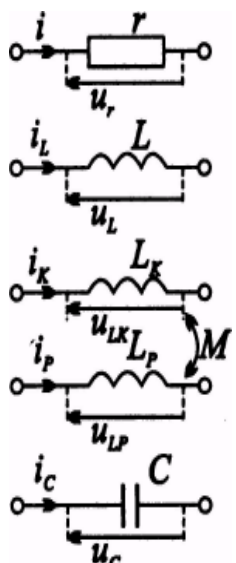
Цей метод полягає в тому, що для будь-якого лінійного скомутованого електричного кола, для миттєвих значень струмів та напруг складаємо повну систему лінійних диференційних рівнянь із сталими коефіцієнтами. Розв'язавши цю систему диференційних рівнянь, одержуємо миттєві значення струмів у вітках $i(t)$ та напруги на елементах кола $u(i)$.

Для будь-якої скомутованої схеми, в якій необхідно визначити змінні величини перехідного процесу (струми у вітках і напруги на елементах схеми), можна скласти $p + s$ незалежних рівнянь для миттєвих значень струмів і напруг. За першим законом Кірхгофа для вузлів маємо $(q - 1)$ незалежних рівнянь, за другим законом Кірхгофа для контурів маємо n незалежних рівнянь і зв'язок між i та u для окремих елементів схеми дає s рівнянь. Тут q , p , n , s – відповідно кількість вузлів, віток, контурів і пасивних елементів (r , L , C) в схемі.

Усіх незалежних рівнянь, складених для скомутованого кола, буде: $(q - 1) + n + s = (q - 1) + (p - (q - 1)) + s = p + s$. Кількість невідомих величин перехідного процесу: $p -$

струмів у вітках, s – напруг на пасивних елементах схеми, і разом: $p + s$. Отже, кількість невідомих і кількість рівнянь – однакові, а значить, задача розв'язується однозначно. Вигляд рівнянь такий:

$$\left. \begin{aligned} \sum i &= 0 \dots\dots\dots (q-1) - \text{рівнянь;} \\ \sum u, e &= 0 \dots\dots\dots (n) - \text{рівнянь;} \end{aligned} \right\} \text{Разом: } (p+s) \text{ рівнянь} \quad (3.13)$$



$$\begin{aligned} u_r &= ri; \\ u_L &= L \frac{di_L}{dt}; \\ u_{LK} &= L_K \frac{di_K}{dt} + M_{KP} \frac{di_P}{dt}; \quad s - \text{рівнянь} \\ u_{LP} &= L_P \frac{di_P}{dt} + M_{PK} \frac{di_K}{dt}; \\ i_C &= C \frac{du_C}{dt}. \end{aligned}$$

Для прикладу розглянемо схему (мал. 3.4,а), в якій в момент часу $t=0$ вмикається вимикач і шунтує опір r_0 . Після комутації схема набирає вигляду, зображеного на (мал. 3.4,б). Складемо для неї систему диференціальних рівнянь для миттєвих значень струмів i та напруг u .

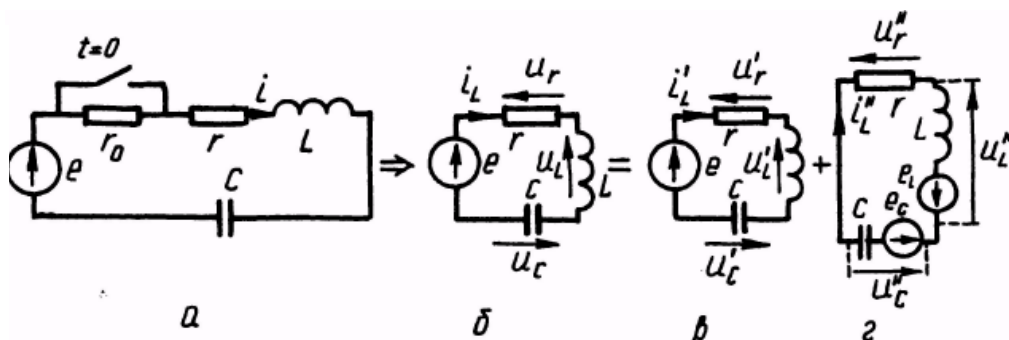


Рис. 3.4. Перехідний процес у колі r - l - C . Схеми: а – до комутації; б – після комутації; в – вимушуваних складових: i_L' , u_C' ; г – вільних складових i_L'' , u_C''

$$u_r + u_L + u_C = e; \quad (3.14)$$

$$u_r = ri; \quad (3.15)$$

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}; \quad (3.16)$$

$$i = C \frac{du_C}{dt}. \quad (3.17)$$

Кількість величин перехідного процесу: u_r , u_L , u_C , i , що відповідає $p + s = 1 + 3 = 4$; і кількість рівнянь, складених для схеми: $p + s = 1 + 3 = 4$; в цій схемі вузлів немає.

Кількість рівнянь, складених для скомутованого кола, можна скоротити до кількості реактивних елементів, наявних в схемі. Для цього підставимо (3.15) і (3.16) в (3.14) і, враховуючи, що $i = i_L$, одержимо:

$$L \frac{di_L}{dt} + ri_L + u_C = e; \quad (3.18)$$

$$i_L = C \frac{du_C}{dt} = 0; \quad (3.19)$$

Рівняння (3.18) та (3.19) – це два рівняння з двома невідомими: i_L та u_C . Струм у котушці (i_L) і напруга на конденсаторі (u_C) є визначальними величинами перехідного процесу. Якщо вони будуть знайдені, то інші змінні легко визначаються із рівнянь (3.14)–(3.17) або за схемою (рис. 3.4,б). Тому надалі, розв'язуючи задачі перехідного процесу, із повної системи диференціальних рівнянь ((3.14)–(3.17)) бажано вилючити всі невідомі, за винятком струмів в індуктивностях (i_L) та напруг на ємностях (u_C), і в остаточному результаті одержимо стільки рівнянь, скільки реактивних елементів має схема.

Система рівнянь (3.18), (3.19) є системою лінійних (з постійними коефіцієнтами) диференціальних неоднорідних (з правою частиною) рівнянь. Із математики відомо, що повне розв'язання такої системи рівнянь знаходять у вигляді суми часткового розв'язання неоднорідних рівнянь (з правою частиною) – вимушених складових величин перехідного процесу (i'_L, u'_C), і загального розв'язання відповідних однорідних рівнянь (без правої частини) – вільних складових величин перехідного процесу (i''_L, u''_C):

$$\begin{aligned} i_L &= i'_L + i''_L; \\ u_C &= u'_C + u''_C. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Знаходження вимушених величин перехідного процесу (i'_L, u'_C). Вимушені складові перехідних величин змінюються в часі за законом зміни зовнішніх вимушуючих сил (напруги чи ЕРС). Ці величини знаходять як часткове розв'язання диференціальних рівнянь (3.18), (3.19) з правою частиною:

$$\begin{aligned} L \frac{di'_L}{dt} + ri'_L + u'_C &= e; \\ i'_L = C \frac{du'_C}{dt} &= 0. \end{aligned} \quad (3.21)$$

що відповідають схемі (рис. 3.4,в). Оскільки в правій частині системи рівнянь (3.21) є напруга (чи ЕРС) джерела (зовнішня вимушуюча сила), то часткове розв'язання (знаходження i'_L та u'_C) одержується із аналізу усталеного режиму кола після комутації (якщо $t \rightarrow \infty$ після комутації, коли перехідний процес уже пройшов). Тому цей режим називають вимушеним і відповідно струми й напруги називають вимушеними складовими $i(t)_{\text{вим}}, u(t)_{\text{вим}}$ и просто i', u' . Розрахунок вимушених складових при постійних чи синусоїдних ЕРС нескладний і проводиться відомими вже нам методами.

Знаходження вільних величин перехідного процесу (i''_L та u''_C). Систему однорідних диференціальних рівнянь відносно i''_L та u''_C одержують із (3.18) та (3.19), прирівнявши їх праві частини до нуля:

$$L \frac{di''_L}{dt} + ri''_L + u''_C = 0; \quad (3.22)$$

$$i''_L = C \frac{du''_C}{dt} = 0, \quad (3.23)$$

фізично це означає, що досліджуване коло не має зовнішніх джерел електричної енергії, і процеси, що відбуваються в такому колі, проходять за рахунок запасу енергії, яка була в початковий момент часу в електричному й магнетному полях даного кола. Оскільки в

електричних колах завжди відзначається розсіювання енергії, то запас енергії, яким коло володіло в початковий момент, з часом буде вичерпаний, й електромагнетні процеси в такому колі перестануть існувати. Тому можна стверджувати, що електричні та магнетні величини – струми, напруги, магнетні потоки, які визначаються із системи рівнянь (3.22), (3.23), без правої частини з плином часу загасають за експонентою й прямують до нуля. Ці складові, які зникають з плином часу, називають вільними величинами. Отже, струми і напруги, знайдені при розв'язанні однорідних диференціальних рівнянь (3.22), (3.23), називають вільними складовими ($i_{віль}(t)$, $u_{віль}(t)$, чи просто i'' , u''). Отже, вільні складові струмів та напруг виникають в схемі за рахунок запасу магнетної енергії в котушках ($W_M = Li_L^2/2$) і електричної енергії в конденсаторах ($W_E = Cu_C^2$), які мають певне значення в момент комутації при $t=0$, і створюють ЕРС самоіндукції – e_L та ЕРС конденсатора – e_C (рис. 3.4,з).

Продиференціюємо по t рівняння (3.22) і замість (du_C/dt) підставимо його значення з рівняння (3.23). Тоді одержимо одне рівняння з одним невідомим i_L'' :

$$\frac{d^2 i_L''}{dt^2} + \frac{r di_L''}{L dt} + \frac{1}{LC} i_L'' = 0. \quad (3.24)$$

У загальному вигляді для схеми з n – реактивними елементами рівняння (3.24) запишеться так:

$$\boxed{a_n \frac{d^n y''}{dt^n} + a_{n-1} \frac{r di_L''}{L dt} + \dots + a_1 \frac{dy''}{dt} + a_0 y'' = 0}, \quad (3.25)$$

де y'' – вільна складова перехідного процесу струму (i'') чи напруги (u'').

Порядок (n) рівняння (3.25), до якого можна привести повну систему диференціальних рівнянь даного кола, завжди дорівнює кількості наявних в колі реактивних елементів (L і C): якщо котушки з'єднані послідовно – їх вважають однією котушкою, а конденсатори, з'єднані паралельно, – одним конденсатором.

Класичний метод розв'язання лінійного однорідного диференціального рівняння (3.25) відомий з математики. Записуємо його характеристичне рівняння

$$\boxed{a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + a_{n-2} \lambda^{n-2} + \dots + a_1 \lambda + a_0 = 0} \quad (3.26)$$

і знаходимо корені цього рівняння: $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$.

Залежно від характеру коренів характеристичного рівняння (3.26) розв'язання (3.25) одержується такого вигляду (запишемо для $n=3$):

а) корені λ дійсні, різні, від'ємні:

$$\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \lambda_3; \lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0, \lambda_3 < 0,$$

Тоді

$$y'' = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t} + A_3 e^{\lambda_3 t}; \quad (3.27)$$

б) корені λ дійсні, від'ємні й кратні, тобто

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda < 0,$$

тоді

$$y'' = (A_1 + A_2 + A_3) e^{\lambda_3 t} \quad (3.28)$$

в) два корені λ_1 і λ_2 комплексно спряжені, а один дійсний, від'ємний:

$$\lambda_1 = -\delta + j\omega_0, \lambda_2 = -\delta - j\omega_0, \lambda_3 < 0,$$

тоді

$$y'' = (A_1 \cos \omega_0 t + A_2 \sin \omega_0 t) e^{\delta t} + A_3 e^{\lambda_3 t} = A e^{-\delta t} \sin(\omega_0 t + \psi_y) + A_3 e^{\lambda_3 t}, \quad (3.29)$$

де A_1, A_2, A_3 , та A, ψ_y, A_3 – сталі інтегрування.

Сталі інтегрування A_1, A_2, A_3 , та A, ψ_y, A_3 визначаються з початкових умов ($i_L(0), u_C(0)$) та значень похідних величин в момент комутації: $di_L/dt|_{t=0}$ та $du_C/dt|_{t=0}$.

Характеристичне рівняння (3.26) можна одержати й іншим шляхом – безпосередньо з електричної схеми. Для цього необхідно визначити комплекс вхідного опору схеми Z_{ex} і прирівняти його до нуля, підставивши замість $j\omega$ величину λ :

$$\boxed{Z_{ex}(j\omega) \rightarrow Z_{ex}(\lambda) = 0} \quad (3.30)$$

Одержане рівняння буде повністю відповідати характеристичному рівнянню (3.26).

Дійсні частини коренів характеристичного рівняння (3.26) чи (3.30) завжди від'ємні. Вільний процес в колі без зовнішніх джерел електричної енергії (напруги чи ЕРС) описується складовими $Ae^{-\lambda t}$ і не може проходити як завгодно довго, тому що в колі немає джерел енергії, які б покривали затрати енергії в опорах на тепло, тому вільні струми (i'') загасають в часі. Процес буде загасаючим тільки тоді, коли дійсні корені характеристичного рівняння чи дійсні частини комплексних коренів є від'ємні:

$$\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0, \dots; \text{чи } \operatorname{Re}(\lambda) < 0.$$

Знаходження сталих інтегрування. При складанні однорідних диференціальних рівнянь ((3.22), (3.23) чи (3.24)), які описують вільний процес в електричному колі, ми відкидали ЕРС джерела енергії. Отже, загальні вирази для вільних складових (i_L'' чи u_C'') не залежать від того, як виникло коло і які ЕРС діють в схемі. Тому сталі інтегрування повинні бути підібрані так, щоб узгодити загальний розв'язок системи диференціальних рівнянь з початковими умовами ($i_L(0)$ і $u_C(0)$) та з діючими в схемі ЕРС.

Кожна перехідна величина ($i(t)$ чи $u(t)$) має n сталих інтегрування (n – порядок диференціального рівняння). Враховуючи, що кількість перехідних струмів і напруг дорівнює $p+s$, то загальна кількість сталих інтегрування є: $N = n(p+s)$.

Для знаходження сталих інтегрування будь-якої перехідної величини y необхідно визначити значення цієї величини $y(0)$ й всіх її $(n-1)$ похідних в момент комутації (при $t=0$), тобто визначити такі значення:

$$\left. \begin{aligned} y(0) &= y'(0) + y''(0); \\ \left(\frac{dy}{dt}\right)_{t=0} &= \left(\frac{dy'}{dt}\right)_{t=0} + \left(\frac{dy''}{dt}\right)_{t=0}; \\ \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)_{t=0} &= \left(\frac{d^2y'}{dt^2}\right)_{t=0} + \left(\frac{d^2y''}{dt^2}\right)_{t=0}; \\ &\dots\dots\dots \\ \left(\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}\right)_{t=0} &= \left(\frac{d^{n-1}y'}{dt^{n-1}}\right)_{t=0} + \left(\frac{d^{n-1}y''}{dt^{n-1}}\right)_{t=0} \end{aligned} \right\} \quad n\text{-рівнянь} \quad (3.31)$$

Вищенаведені величини $y(0), (dy/dt)_{t=0}, (d^2y/dt^2)_{t=0}, \dots, (d^{n-1}y/dt^{n-1})_{t=0}$ визначаються із початкових умов ($i_L(0), u_C(0)$) та повної (3.13) або приведеної до i_L , та u_C (3.18), (3.19) системи рівнянь перехідного процесу.

Якщо користуватись наведеною системою диференціальних рівнянь (3.18)-(3.19) відносно i_L та u_C , то сталих інтегрування будемо мати $N' = n \cdot n = n^2$, (n – кількість реактивних елементів схеми).

Якщо вже відомі $i_L(t)$ та $u_C(t)$, решту величин перехідного процесу найвигідніше визначити через $i_L(t)$ та $u_C(t)$ за системою рівнянь (3.13) чи за схемою скомутованого кола.

На закінчення відзначимо, що основною складністю класичного методу є знаходження сталих інтегрування.

Класичний метод розрахунку перехідних процесів в лінійних електричних колах можна звести до такої послідовності:

1. Розглядаємо схему до комутації, з якої визначаємо початкові умови – значення струмів у котушках і напруг на ємностях безпосередньо до комутації: $i_L(-0) = i_L(0)$, $u_C(-0) = u_C(0)$.

2. Проводимо комутацію і для скомутованого кола складаємо $p+s$ рівнянь для струмів і напруг. Одержану систему рівнянь приводимо до визначальних величин: струмів у котушках (i_L) та напруг на конденсаторах (u_C).

3. Знаходимо вимушені складові величин перехідного процесу ($i'_L(t)$) та ($u'_C(t)$) із рівнянь, одержаних в п.2 (при $t \rightarrow \infty$), або за схемою для усталеного режиму скомутованого кола.

4. Знаходимо вільні складові величини перехідного процесу i''_L , u''_C , озв'язуючи однорідне диференційне рівняння (3.25).

5. Визначаємо сталі інтегрування.

6. Із системи рівнянь, складених для скомутованого кола або безпосередньо за схемою, знаходимо решту величин перехідного процесу.

7. Будуємо графіки залежностей $i(t)$ та $u(t)$ величин перехідного процесу скомутованого кола.

Нижче розглянемо декілька прикладів розв'язання задач перехідного процесу в електричних схемах класичним методом.

3.4. Перехідні процеси при послідовному сполученні резистивно-індуктивних елементів.

У такому колі рівняння електромагнетного процесу є таке: $L di/dt + ri = e$. Залежно від вимушуючих сил та початкових умов перехідний процес в колі $r-L$ може проходити по-різному. Розглянемо деякі характерні випадки, оскільки таке коло з погляду теорії та практики перехідних процесів є одним з основних.

3.4.1. Перехідний процес в колі $r-L$ під час короткого замикання

Нехай в момент часу $t=0$ перемикач з положення 1 без розриву струму в котушці увімкнеться в положення 2 (рис. 3.5,а). При цьому коло $r-L$ закорочується, а ЕРС вимкнеться. Схема після комутації набере вигляд (рис. 3.5,б).

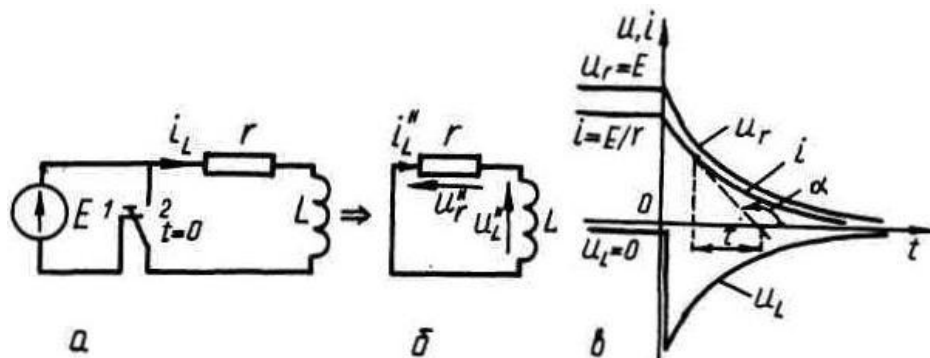


Рис. 3.5. Перехідний процес в колі $r-L$ під час короткого замикання: а – схема до комутації; б – після комутації; в – часові залежності $i(t)$ та $u(t)$

Розраховувати перехідний процес будемо згідно з алгоритмом, наведеним в п.3.3.

1. Струм в котушці до комутації $i_L(0) = I_0 = E/r$.

2. Для скомутованого кола (рис. 3.5,б) рівняння електромагнетного процесу є таким:

$$L \frac{di_L}{dt} + ri_L = 0 \quad (3.32)$$

і є однорідним (без правої частини).

3. У скомутованому колі вимушений струм $i'_L = 0$, оскільки в ньому немає вимушуючих сил (зовнішніх джерел електричної енергії u чи e).

$$u'_r = ri' = 0, \quad u'_L = L di'_L/dt = 0.$$

4. Рівняння (3.32) є одночасно рівнянням вільної складової струму

$$L \frac{di''_L}{dt} + ri''_L = 0,$$

а його характеристичне рівняння згідно з (3.26) матиме вигляд: $L\lambda + r = 0$, звідси його корінь

$$\lambda = -\frac{r}{L}$$

і відповідно до (3.27) вільна складова струму є:

$$i''_L = Ae^{\lambda t} = Ae^{-\frac{r}{L}t}.$$

Повне значення струму в скомутованому колі

$$i_L = i'_L + i''_L = 0 + Ae^{-\frac{r}{L}t} = Ae^{-\frac{r}{L}t}.$$

5. Стала інтегрування A визначається із початкової, умови при $t = 0$:

$$i_L(0) = I_0 = E/r = Ae^{-\frac{r}{L} \cdot 0} = A,$$

отже, $A = E/r$;

і, остаточно, перехідний струм в котушці під час короткого замикання кола визначається так:

$$i_L = \frac{E}{r} e^{-\frac{r}{L}t} = I_0 e^{-\frac{r}{L}t}. \quad (3.33)$$

3. Напряга на резистивному опорі

$$u_r = u''_r = ri_L = Ee^{-\frac{r}{L}t}, \quad (3.34)$$

і на котушці

$$u_L = u''_L = L \frac{di_L}{dt} = L \frac{d}{dt} \left(\frac{E}{r} e^{-\frac{r}{L}t} \right) = -Ee^{-\frac{r}{L}t}. \quad (3.35)$$

Для скомутованого кола виконується умова $u_r + u_L = 0$, що підтверджується підстановкою в це рівняння виразів напруг.

7. На рис. 3.5,в побудовано зміни в часі величин i_L , u_L , u_r відповідно до їх виразів (3.33) – (3.35). Як видно із рисунка, струм i є неперервною функцією часу. Оскільки напруга на резисторі $u_r = ri$, то вона теж неперервна. Напруга на індуктивності має розрив у момент комутації.

Із графіка та (3.33) видно, що струм в колі поступово зменшується, наближаючись до нуля за експонентою, причому зменшення струму відбудеться тим швидше, чим більше відношення r/L або чим менша зворотна величина $\tau = L/r$, яку називають **сталюю часу кола**. За час τ , як видно із (3.33) – (3.35), струм і напруга, які тут є вільними складовими,

змінюються в $e = 2,73$ раза. Чим більша стала часу, тим повільніше змінюються величини в перехідному процесі кола.

Формально відповідно до (3.33) – (3.35) перехідний процес триває нескінченно довго. Насправді він практично припиняється протягом часу $t = 4...6\tau$. Стала часу τ дорівнює довжині піддотичної в будь-якій точці кривої вільного струму чи напруги (рис. 3.5,в), оскільки, наприклад,

$$\frac{di_L''}{dt} = \frac{-I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau} = -\frac{i''}{\tau} = \operatorname{tg} \alpha,$$

де кут α - кут нахилу дотичної до осі абсцис.

Відповідно до закону збереження енергії та енергія, що виділилась в резистивному опорі r за час перехідного процесу кола, дорівнює енергії, запасеній в магнетному полі його індуктивності. Справді

$$W = \int_0^\infty ri^2 dt = \int_0^\infty r \left(I_0 e^{-\frac{r}{L}t} \right)^2 dt = 1/2 LI_0^2.$$

3.4.2. Перехідний процес під час вимкнення кола r - L

Нехай в момент часу $t = 0$ електричне коло з послідовним сполученням резистивного r та індуктивного L елементів, які до комутації були увімкнені до джерела сталої напруги, вимикається – настає його розрив. Оскільки за прийнятими у теорії перехідних процесів припущеннями комутація відбувається миттєво, струм в індуктивності мав би змінитися стрибком, що не узгоджується із законом комутації.

Насправді перехідний процес відбувається так. З моменту розходження контактів вимикача між ними виникає дуга, спричинена значною напругою, яка з'являється між цими контактами в перехідному процесі, що почався з моменту їх розходження. Дуга має резистивний опір, який зростає в міру розходження контактів, причому закон його зміни залежить теж від деяких факторів-середовища, в якому горить дуга, швидкості розходження контактів тощо. Дуга горить доти, доки вся енергія, наявна в момент комутації в магнетному полі індуктивності, виділиться в дузі та резистивному опорі r кола в тепло.

Щоб розв'язати таку задачу аналізу перехідного процесу електричного кола, треба знати вольт-амперну характеристику дуги, яка є динамічною та нелінійною. Отже, йдеться про аналіз перехідного процесу нелінійного кола. Таку задачу не можна розв'язати класичним методом.

Припустимо, що в розглядуване коло ввімкнено вольтметр з великим внутрішнім опором r_0 (рис. 3.6,а). Нехтуючи індуктивністю вольтметра, одержуємо схему скомутованого кола, зображену на рис. 3.6,б. Порівнюючи цю схему із схемою, показаною на рис. 3.5,б, бачимо, що вона відрізняється лише послідовно ввімкненим резистивним опором r_0 . Отже, перехідні струм і напруга тут теж є вільними величинами; їх вирази відрізняються від (3.32) – (3.34) тільки значенням резистивного опору.

$$i_L = I_0 e^{-\frac{r+r_0}{L}t} = \frac{E}{r} e^{-\frac{r+r_0}{L}t};$$

$$u_r = ri = E e^{-\frac{r+r_0}{L}t};$$

$$u_{r_0} = r_0 i = \frac{r_0}{r} E e^{-\frac{r+r_0}{L}t}.$$

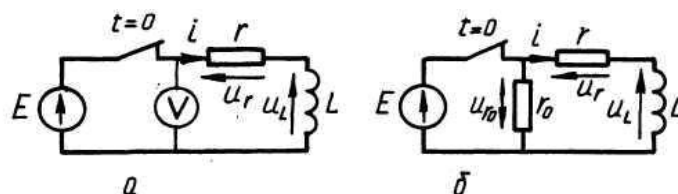


Рис. 3.3. Перехідний процес під час вимкнення кола $r - L$

Отже, величини i , u_r мають ті самі початкові значення й змінюються за такими самими законами, що й у попередньому випадку, лише з меншою сталою часу $\tau = L/(r+r_0)$, процес проходить швидше. Особливістю є те, що тут напруга u_{r0} на вольтметрі в момент комутації може досягти великого значення, оскільки $u_{r0}(0)=r_0/rE$, а $r_0 > r$, що найчастіше відзначається особливо в силових електричних колах. Якщо ця напруга вища від електричної міцності ізоляції вольтметра чи кола в точках, де вона діє, то настане пробій ізоляції. Коли це ганеться, може перегоріти котушка вольтметра, якщо для цього досить запасеної енергії магнетного поля ($W_M = \frac{1}{2}LI_0^2$) індуктивності.

Щоб уникнути великих перенапруг під час вимикання кіл постійного струму з великими індуктивностями (наприклад, обвиток збудження синхронних машин, машин постійного струму), ці кола перемикаються на резистивний невеликий опір.

3.4.3. Вмикання кола $r - L$ до джерела постійної ЕРС (рис. 3.7,а).

Розрахунок будемо проводити у послідовності, що наведена у п.3.3.

Значення струму в котушці до проведення комутації $i_{L(0)} = i_{L(0)} = 0$ – коло ще не увімкнене.

1. Для скомутованого кола складемо повну систему диференціальних рівнянь: $p+s=1+2=3$, що відповідає кількості невідомих величин перехідного процесу (i_L, u_r, u_L)

$$u_L + u_r = E; \quad (3.36)$$

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}; \quad (3.37)$$

$$u_r = ri_L. \quad (3.38)$$

Виключаючи невідомі u_L і u_r підстановкою (3.37) та (3.38) в (3.36) одержимо одне рівняння з одним невідомим i_L :

$$L \frac{di_L}{dt} + ri_L = E. \quad (3.39)$$

Згідно з (3.20) струм i_L є сумою двох складових – вимушеної i_L' та вільної i_L'' :

$$i_L = i_L' + i_L''$$

3. а) Рівняння (3.39) справедливе для будь-якого моменту часу скомутованого кола, й для $t \rightarrow \infty$ (після закінчення перехідного процесу) воно набере вигляд:

$$L \frac{di_L'}{dt} + ri_L' = E. \quad (3.40)$$

Оскільки ЕРС джерела E є сталою, то вимушена складова струму теж є сталою величиною $i_L = I_L = \text{const}$, а її похідна дорівнює нулеві: $di_L'/dt = dI_L'/dt = 0$. Отже, з (3.40) маємо $i_L' = E/r$.

б) Вимушену складову струму i_L' можна визначити теж безпосередньо із схеми скомутованого кола, для $t \rightarrow \infty$. Індуктивність L постійному струмові чинити опору не

буде ($x_L = L\omega = 2\pi Lf = 2\pi L \cdot 0 = 0$) і значення струму i_L' визначається тільки значеннями E та r : $i_L' = E/r$.

4. Для знаходження вільної складової струму i_L'' праву частину рівняння (3.39) прирівняємо до нуля, в результаті чого одержимо:

$$L \frac{di_L''}{dt} + ri_L'' = 0. \quad (3.41)$$

Його характеристичне рівняння $L\lambda + r = 0$, а корінь $\lambda = -r/L$. Значення струму i_L'' відповідно до (3.27) запишеться так:

$$i_L'' = Ae^{\lambda t} = Ae^{-\frac{r}{L}t} = A \exp(\lambda t).$$

Повне значення струму перехідного процесу

$$i_L = i_L' + i_L'' = \frac{E}{r} + Ae^{-\frac{r}{L}t}.$$

5. Для визначення сталої інтегрування A використаємо початкові умови: при $t = 0$ $i_L(-0) = i_L(0) = 0$ (струм в котушці до комутації дорівнював нулеві й в момент комутації згідно з першим законом комутації він не міг стрибком зрости). Отже,

$$0 = \frac{E}{r} + Ae^{-\frac{r}{L}0}, \text{ звідки } A = -\frac{E}{r}.$$

Остаточно

$$i_L = \frac{E}{r} - \frac{E}{r} e^{-\frac{r}{L}t} = \frac{E}{r} \left(1 - e^{-\frac{r}{L}t} \right). \quad (3.42)$$

3. Величини u_L та u_r відповідно до (3.37), (3.38) чи із схеми (рис. 3.7,а) дорівнюватимуть:

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} = L \frac{d}{dt} \left(\frac{E}{r} - \frac{E}{r} e^{-\frac{r}{L}t} \right) = E e^{-\frac{r}{L}t}; \quad (3.43)$$

$$u_r = ri_L = E \left(1 - e^{-\frac{r}{L}t} \right). \quad (3.44)$$

7. На рис. 3.7,б побудовано зміни в часі величин i_L, u_r, u_L за їх виразами (3.42) – (3.44).

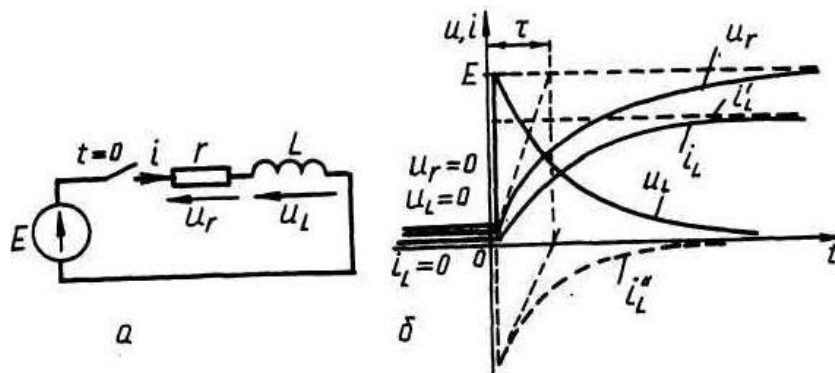


Рис. 3.7. Вмикання кола r - L до сталої ЕРС: а – схема; б- часові залежності $i(i)$ та $u(t)$

3.5. Перехідні процеси при послідовному сполученні резистивно-ємнісних елементів.

Залежно від вимушуючих сил і початкових умов перехідний процес кола $r - C$ проходитиме по-різному. Розглянемо деякі характерні випадки, оскільки таке коло з елементами $r - C$ є одним з опорних з погляду теорії, практики та методології аналізу перехідних процесів.

3.5.1. Перехідний процес під час вмикання зарядженого конденсатора на резистивний опір.

Нехай в момент часу $t = 0$ заряджений конденсатор до величини напруги $u_c(-0) = u_c(0) = E$ раптово вмикається на резистивний опір r з одночасним його вимкненням від джерела E (рис. 3.8,а). Розглянемо розряд конденсатора на резистивний опір r . Задачу розв'яжемо у послідовності за алгоритмом, наведеним у п.3.3.

1. Для нескомутованого кола (рис. 3.8,а) напруга на конденсаторі (початкові умови) $u_c(-0) = u_c(0) = E$.

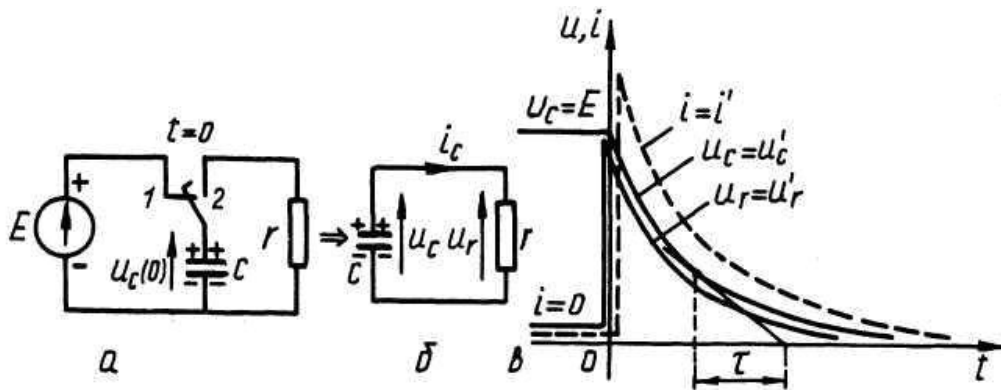


Рис. 3.8. Вмикання зарядженого конденсатора на резистивний опір: а-схема комутації; б – після комутації; в – часові залежності $i(t)$, $u(t)$

2. В скомутованому колі (рис. 3.8,б) виступають три невідомі u_c , u_r , i , й можна скласти три рівняння: $p + s = 1 + 2 = 3$:

$$u_c - u_r = 0; \quad (3.45)$$

$$u_r = r i_c; \quad (3.46)$$

$$i_c = -C \frac{du_c}{dt}. \quad (3.47)$$

Підстановкою (3.46) та (3.47) в (3.45) вилучимо невідомі u_r та i_c , одержимо одне рівняння з невідомою u_c :

$$rC \frac{du_c}{dt} + u_c = 0. \quad (3.48)$$

3. Скомутоване коло немає джерел електричної енергії, тому всі вимушені величини дорівнюватимуть нулеві: $u_c' = 0$, $u_r' = 0$, $i_c' = 0$.

4. Рівняння (3.48) є рівнянням вільних складових, тому що права частина його дорівнює нулеві, тобто:

$$rC \frac{du_c''}{dt} + u_c'' = 0$$

Характеристичне рівняння згідно з (3.26) запишеться так, $rC\lambda + 1 = 0$ звідки його корінь, $\lambda = -\frac{1}{rC}$, а стала часу $\tau = -\frac{1}{\lambda} = rC$

Вільна складова напруги на конденсаторі відповідно (3.27) є:

$$u_C'' = Ae^{\lambda t} = Ae^{-\frac{1}{rC}t}.$$

Загальний розв'язок рівняння (3.48) буде:

$$u_C = u_C' + u_C'' = 0 + Ae^{-\frac{1}{rC}t} = Ae^{-\frac{1}{rC}t}.$$

5. Стала інтегрування визначається з початкових умов: при $t = 0$ $u_C(0) = E$, тобто $E = Ae^{-\frac{1}{rC} \cdot 0}$, звідки $A=E$.

Остаточно напруга на ємності в перехідному процесі визначиться як:

$$u_C = Ee^{-\frac{1}{rC}t}. \quad (3.49)$$

3. Інші величини перехідного процесу визначаються із рівнянь (3.46) та (3.47): струм в колі

$$i_C = -C \frac{du_C}{dt} = -C \frac{d}{dt} \left(Ee^{-\frac{1}{rC}t} \right) = \frac{E}{r} e^{-\frac{1}{rC}t}; \quad (3.50)$$

напруга на резистивному опорі

$$u_r = ri = Ee^{-\frac{1}{rC}t}. \quad (3.51)$$

Як видно, для скомутованого кола виконується другий закон Кірхгофа:

$u_r - u_C = 0$, в чому легко переконатися, підставивши в це рівняння одержані вирази (3.49) та (3.51) напруг.

7. На рис. 3.8,в побудовані залежності u_C, i_C, u_r величин від часу t , які відповідають перехідному процесові під час увімкнення зарядженого конденсатора на резистивний опір.

Пряма $du_C/dt = -u_C/\tau$ є піддотичною до кривої напруги u_C . Стала часу $\tau = -1/\lambda = rC$ є довжиною піддотичної. Як видно із рисунка, напруга на конденсаторі стрибком не змінюється, в цей час струм в момент комутації змінюється стрибком. Енергія розряду конденсатора на резистивний опір r визначається як:

$$\int_0^\infty ri^2 dt = \int_0^\infty r \left(\frac{E}{r} e^{-\frac{1}{rC}t} \right)^2 dt = \frac{CE^2}{2} e^{-\frac{1}{rC}t} \Big|_0^\infty = \frac{CE^2}{2}.$$

Очевидно, що вона дорівнює енергії, нагромадженій в його електричному полі.

Резистивний опір діелектрика між пластинами конденсатора не дорівнює нескінченності, а має скінченне значення. Тому заряджений конденсатор (без закорочення його клем) саморозряджається. Наприклад, конденсатор ємністю 100 мкФ з резистивним опором діелектрика $r = 5 \cdot 10^9$ Ом Ом протягом часу, що відповідає сталій часу $\tau = rC = 5 \cdot 10^5$ с = 139 год, зменшить свій заряд, а значить, і напругу в $e \cong 2,73$ рази.

3.5.2. Вмикання кола $r - C$ на сталу ЕРС

Йдеться про зарядження конденсатора постійною напругою (рис. 3.9,а).

Згідно з п.3.3 задачу розв'язуємо у такій послідовності.

1. У нескомуто-ваному колі конденсатор не був заряджений $u_C(-0) = u_C(0) = 0$.

2. Для скомутованого кола складемо: $p+s = 1+2 = 3$ диференціальних рівнянь:

$$u_C + u_r = E; \quad (3.52)$$

$$u_r = ri; \quad (3.53)$$

$$i = C \frac{du_C}{dt}. \quad (3.54)$$

Підстановкою (3.53) та (3.54) в (3.52) вилучимо невідомі u_r та i , одержимо однерівняння з невідомою u_C :

$$rC \frac{du_C}{dt} + u_C = E. \quad (3.55)$$

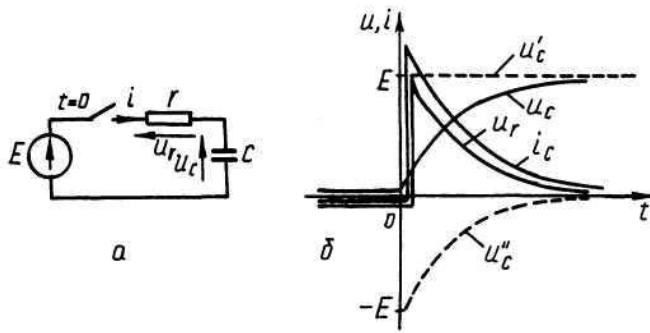


Рис. 3.9. Вмикання кола $r - C$ на сталу ЕРС: а – схема; б – часові залежності $u(t)$, $i(t)$

Згідно з (3.20) $u_C = u_C' = u_C''$.

3. а) Знаходимо вимушену складову u_C' що є сталою в часі величиною, тому що прикладена до кола напруга – ЕРС (вимушуюча сила) є сталою величиною:

$$u_C' = U_C' = f(t) = \text{const}, \quad \text{тоді} \quad du_C' / dt = 0,$$

тоді з рівняння (3.55)

$$rC \frac{du_C'}{dt} + u_C' = E.$$

знаходимо вимушену складову напруги на конденсаторі $u_C' = E$.

б) Величину u_C' можна ще визначити безпосередньо із схеми (рис. 3.9,а), розв'язавши її для усталеного режиму, коли $t \rightarrow \infty$: струм в колі при цьому $i' = 0$, спад напруги на опорі $ri' = 0$, і вся напруга генератора, прикладена до конденсатора: $u_C' = E$.

4. Вільну складову u_C'' знаходять із рівняння (3.55), прирівнявши її праву частину до нуля:

$$rC \frac{du_C''}{dt} + u_C'' = 0,$$

його характеристичне рівняння $rC\lambda + 1 = 0$, звідки $\lambda = -\frac{1}{rC}$, тоді $u_C'' = Ae^{\lambda t}$.

Повна напруга на конденсаторі $u_C = u_C' + u_C''$, чи $u_C = E + Ae^{\lambda t}$.

5. Стала інтегрування A визначається з початкових умов: при $t=0$, $u_C(0) = 0$, тоді $0 = E + Ae^{\lambda t}$, звідки $A = -E$.

Остаточна напруга на ємності в перехідному процесі визначається як:

$$u_C = E \left(1 - e^{-\frac{1}{rC}t} \right). \quad (3.56)$$

3. Знаходимо перехідні значення струму та напруги на резистивному опорі:

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = C \frac{d}{dt} \left(E - Ee^{-\frac{1}{rC}t} \right) = \frac{E}{r} e^{-\frac{1}{rC}t}; \quad (3.57)$$

$$u_r = ri = Ee^{-\frac{1}{rC}t}. \quad (3.58)$$

7. На рис. 3.9,б побудовані зміни в часі величин u_C, i, u_r , за їх виразами (3.56) – (3.58).

Стала часу кола $\tau = rC$.

3.6. Перехідний процес кола, в якому діє вимушуюча синусоїдна ЕРС

Задачу перехідного процесу такого кола розв'язуємо за тим самим алгоритмом (наведеним в 3.3), що й для кіл зі сталими ЕРС. Покажемо хід розв'язання такої задачі на

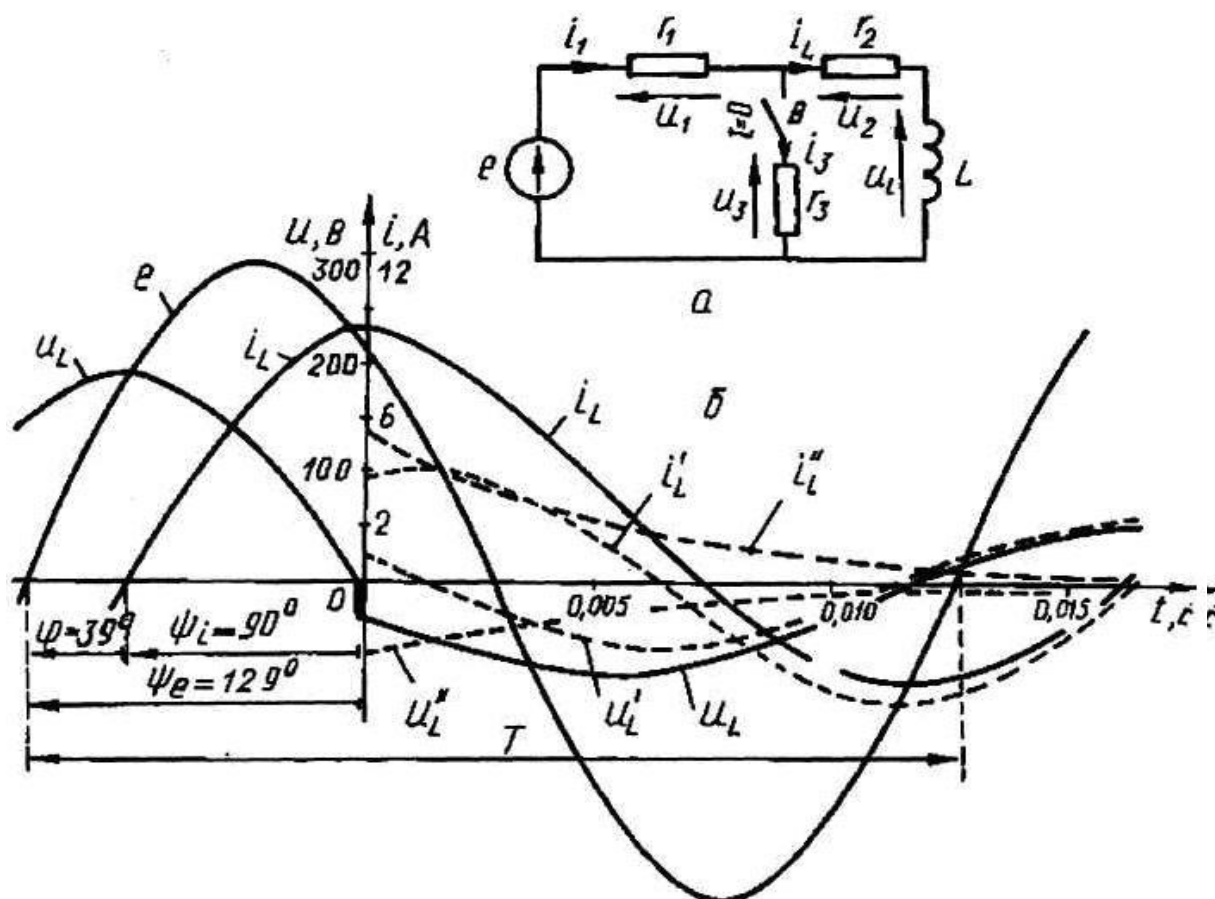


Рис. 3.10. До прикладу 3.1: а – схема; б – часові залежності $u(t)$, $i(t)$

числовому прикладі.

Приклад 3.1. Електричне коло, схема якого зображена на рис. 3.10,а, має такі параметри: $r_1 = 20$ Ом, $r_2 = 5$ Ом, $r_3 = 10$ Ом, $L = 64$ мГн. В схемі діє ЕРС $e = 220\sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_e)$ В, частотою $f = 50$ Гц. В момент часу $t = 0$, коли струм в котушці буде мати позитивне найбільше значення, вмикається вимикач В. Розрахувати всі струми та напруги перехідного процесу.

Для узгодження моменту вмикання вимикача з часом зміни ЕРС за заданої умови, що $i_L(0) = +I_{L\max}$, необхідно знати початкову фазу ЕРС ψ_e . Для цього коло розглянемо до комутації й визначимо струм в котушці $i_L(t)$.

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{E}}{r_1 + r_2 + jx_L} = \frac{220e^{j\psi_e}}{20 + 5 + j20} = 6,9^{j(\psi_e - 39^\circ)} \text{ А},$$

тут $x_L = \omega L = 2\pi fL = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 64 \cdot 10^{-3} = 20$ Ом.

Тоді

$$i_L(-t) = 6,9\sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_e - 39^\circ) \text{ А.} \quad (3.59)$$

При $t = 0$, $i_L(0) = +I_{L\max} = 6,9\sqrt{2}$,

чи

$$6,9\sqrt{2} = 6,9\sqrt{2} \sin(\omega_0 + \psi_e - 39^\circ),$$

звідки $\psi_e = 129^\circ$.

Отже, $e = 220\sqrt{2} \sin(\omega t + 129^\circ)$ В.

1. Початкові умови: струм у котушці в момент комутації:

$$i_L(-0) = i_L(0) = 6,9\sqrt{2} \sin(\omega \cdot 0 + 129^\circ - 39^\circ) = 6,9\sqrt{2} \text{ A}$$

2. Проводимо комутацію й складаємо повну систему диференціальних рівнянь скомутованого кола: $p + s = 3 + 4 = 7$. Кількість невідомих, які треба знайти, теж 7: $i_1, i_L, i_3, u_1, u_2, u_3, u_L$.

$$\left. \begin{array}{lll} 1. & i_1 - i_3 - i_L = 0; & 4. & u_1 = r_1 i_1; \\ 2. & u_3 + u_1 = e; & 5. & u_2 = r_2 i_2; & 7. & u_L = L \frac{di_L}{dt}. \\ 3. & u_L + u_2 - u_3 = 0; & 6. & u_3 = r_3 i_3; \end{array} \right\} \quad (3.60)$$

Одержану систему рівнянь (3.60) зведемо до однієї невідомої i_L . Отримаємо

$$\frac{r_1 + r_3}{r_3} L \frac{di_L}{dt} + \frac{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}{r_3} \cdot i_L = e. \quad (3.61)$$

3. Розрахуємо вимушену складову струму i_L' .

а) спочатку знайдемо i_L' із рівняння (3.61). Для цього рівняння (3.61) запишемо в символічному вигляді:

$$\frac{r_1 + r_3}{r_3} L j \omega \dot{I}'_L + \frac{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}{r_3} \cdot \dot{I}'_L = \dot{E}',$$

Звідки

$$\begin{aligned} \dot{I}'_L &= \frac{\dot{E}}{\frac{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}{r_3} + \frac{r_1 + r_3}{r_3} \cdot j x_L} = \frac{220 e^{j129^\circ}}{20 \cdot 5 + 20 \cdot 10 + 5 \cdot 10 + \frac{20 + 10}{10} \cdot j 20} = \\ &= 3,15 e^{j69^\circ} \text{ A}, \end{aligned}$$

а його миттєве значення:

$$i_L = 3,15\sqrt{2} \sin(\omega t + 69^\circ) \text{ A}.$$

б) Вимушену складову i_L' визначимо ще безпосередньо із скомутованої схеми, розв'язуючи задачу усталеного режиму. Струм у нерозгалуженій частині кола

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{r_1 + \frac{r_3(r_2 + jx_L)}{r_3 + r_2 + jx_L}} = \frac{220 e^{j129^\circ}}{20 + \frac{10(5 + j20)}{10 + 5 + j20}} = 7,8 e^{j145^\circ} \text{ A}.$$

Напруга на паралельній ділянці кола

$$\dot{U}_3 = \dot{I}_1 \cdot \frac{r_3(r_2 + jx_L)}{r_3 + r_2 + jx_L} = 7,8 e^{j22^\circ} \cdot \frac{10(5 + j20)}{10 + 5 + j20} = 64 e^{j145^\circ} \text{ V}.$$

Струм в котушці

$$\dot{I}'_L = \frac{\dot{U}_3}{r_2 + jx_L} = \frac{64 e^{j145^\circ}}{5 + j20} = 3,14 e^{j69^\circ} \text{ A}.$$

та його миттєве значення

$$i'_L = 3,14\sqrt{2} \sin(\omega t + 69^\circ).$$

4. Вільну складову струму i_L'' знаходимо з рівняння (3.61), якщо його праву частину прирівняти до нуля:

$$\frac{r_1 + r_3}{r_3} L \frac{di_L''}{dt} + \frac{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}{r_3} \cdot i_L'' = 0.$$

Його характеристичне рівняння

$$\frac{r_1 + r_3}{r_3} L \lambda + \frac{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}{r_3} = 0.$$

Звідки

$$\lambda = -\frac{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}{(r_1 + r_3) \cdot L} = -\frac{20 \cdot 5 + 20 \cdot 10 + 5 \cdot 10}{(20 + 10) \cdot 64 \cdot 10^{-3}} = -183 \frac{1}{c}.$$

Стала часу $\tau = -1/\lambda = 5,5 \cdot 10^{-3}$ с. Тривалість перехідного процесу

$$\Delta t = 4\tau = 22 \cdot 10^{-3} = 0,022 \text{ с.}$$

Покажемо, що характеристичне рівняння можна одержати з виразу комплексу вхідного опору схеми:

$$\underline{Z}_{BX} = Z(j\omega) = \eta + \frac{r_3(r_2 + j\omega L)}{r_3 + r_2 + j\omega L},$$

куди замість $j\omega$ підставимо λ і прирівняємо до нуля: $\underline{Z}_{BX} \Big|_{j\omega=\lambda} = \eta + \frac{r_3(r_2 + \lambda L)}{r_3 + r_2 + \lambda L} = 0$, звідки

$$\lambda = -\frac{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}{(r_1 + r_3) \cdot L}.$$

Вимушена складова струму, відповідно до (3.27), буде $i_L'' = Ae^{\lambda t} = Ae^{-183t}$.

Повний струм котушки перехідного процесу:

$$i_L = i_L' + i_L'' = 3,15\sqrt{2} \sin(\omega t + 69^\circ) + Ae^{-183t}.$$

5. Стала інтегрування A визначається з початкових умов: при $t=0$, $i_L(0) = 6,9\sqrt{2}$. Отже, маємо

$$6,9\sqrt{2} = 3,15\sqrt{2} \sin(\omega \cdot 0 + 69^\circ) + Ae^{-183 \cdot 0},$$

звідки $A = 5,2875 \cong 5,29$.

Остаточний перехідний струм котушки є таким:

$$i_L = 3,15\sqrt{2} \sin(\omega t + 69^\circ) + 5,29e^{-183t} \text{ А.}$$

3. Решту величин перехідного процесу знаходимо із системи рівнянь (3.60) або безпосередньо із схеми скомутованого кола (рис. 3.10,а).

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} = 64 \cdot 10^{-3} \frac{d}{dt} [3,14\sqrt{2} \sin(\omega t + 69^\circ) + 5,29e^{-183t}] =$$

$$= 63,3\sqrt{2} \sin(\omega t + 159^\circ) - 61,24e^{-183t} \text{ В;}$$

$$u_2 = r_2 i_2 = 15,75\sqrt{2} \sin(\omega t + 69^\circ) + 26,43e^{-183t} \text{ В;}$$

$$u_3 = u_L + u_2 = 66,0\sqrt{2} \sin(\omega t + 145^\circ) + 35,0e^{-183t} \text{ В;}$$

$$i_3 = u_3 / r_3 = 6,6\sqrt{2} \sin(\omega t + 145^\circ) + 3,5e^{-183t} \text{ А;}$$

$$i_1 = i_L + i_3 = 8,1\sqrt{2} \sin(\omega t + 123^\circ) + 1,8e^{-183t} \text{ А;}$$

$$u_1 = r_1 i_1 = 162,0\sqrt{2} \sin(\omega t + 123^\circ) + 36e^{-183t} \text{ В;}$$

7. На рис. 3.10,б побудовані криві залежностей $i_L(t)$ та $u_L(t)$.

Перехідний процес в електричному колі після комутації проявляється вільною складовою i_L'' (чи i_C''), яка виникає за рахунок магнетної енергії в котушці $W_M = 1/2 L i_L^2$ (чи електричної енергії конденсатора $W_E = 1/2 C u_C^2$). Якщо комутацію провести в момент часу, коли струм в котушці відсутній: $i_L(0) = 0$, $W_M = 0$ (чи напруга на конденсаторі відсутня $u_C(0) = 0$, $W_E = 0$), то відразу настане усталений режим. В наведеному вище прикладі, при послідовному сполученні нескомутованого кола, як впливає з (3.59), усталений режим настане відразу за умови, що початкова фаза ЕРС $\psi_e = \varphi$. При цьому

$$i_L(-0) = 6,9\sqrt{2} \sin(\omega \cdot 0 - 39^\circ + 39^\circ) = 0$$

і стала інтегрування $A=0$.

Найбільше значення вільна складова буде мати, коли комутація здійснюється в момент часу, при якому струм в котушці буде мати максимальне значення, для наведеного прикладу, якщо $\psi_e - \varphi = \pi/2$ чи $\psi_e = \pi/2 + \varphi$. В цей момент в котушці буде максимальний запас енергії:

$$W_{M \max} = 1/2 L I_{L \max}^2.$$

Аналогічні висновки можна навести для кола з конденсатором. Вільна складова напруги на конденсаторі u_C'' тут вже визначається запасом електричної енергії конденсатора в момент комутації.

Приклад 3.2. Розглянемо електричну схему з двома реактивними елементами (L і C , $n=2$) (рис. 3.11), $r_1 = r_3 = 10$ Ом, $L_1 = 0,1$ Гн, $C = 200$ мкФ. До схеми прикладена ЕРС $e = 220\sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_e)$ В частотою $f = 50$ Гц. В момент часу ($t = 0$), при якому струм котушки $I_L = 0,5 I_{L \max}$ має позитивне значення і наростає, вмикається вимикач. Розрахувати перехідний процес в електричному колі й визначити $i_1 = i_L(t)$, $i_2(t)$, $i_3(t)$, $u_L(t)$ та $u_C(t)$.

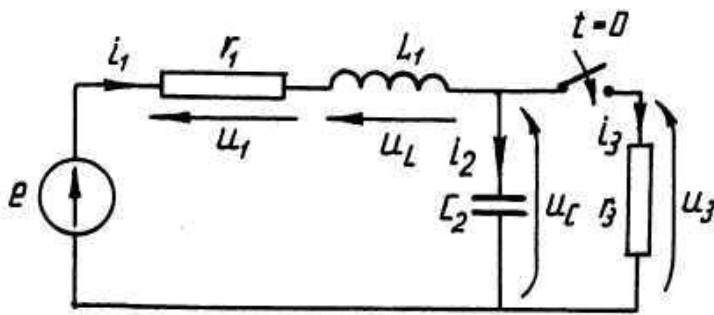


Рис. 3.11. Схема з двома реактивними L та C елементами.

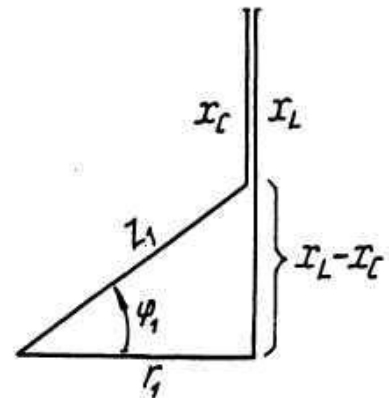


Рис. 3.12. Трикутник опорів схеми (рис. 3.11) для $t < 0$

Задачу розв'яжемо згідно з алгоритмом, наведеним в п. 3.3.

Для погодження моменту вмикання вимикача з часом зміни ЕРС за заданої умови, що $i_L(0) = +0,5 I_{L \max}$, необхідно знайти початкову фазу ЕРС ψ_e . Для цього коло розглядаємо до комутації й визначаємо струм в котушці $i_L(t)$.

Попередньо визначаємо:

$$x_L = \omega L = 2\pi fL = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,1 = 31,4 \text{ Ом};$$

$$x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 200 \cdot 10^{-6}} = 16,0 \text{ Ом}.$$

Із трикутника опорів (рис. 3.12) знаходимо:

$$Z = \sqrt{r_1^2 + (x_L - x_C)^2} = \sqrt{10^2 + (31,4 - 16,0)^2} = 18,3 \text{ Ом}; \quad \varphi = +57^\circ.$$

$$i_1 = \frac{E_m}{\sqrt{r_1^2 + (x_L - x_C)^2}} \cdot \sin(\omega t + \psi_e - \varphi) = \frac{220\sqrt{2}}{18,3} \cdot \sin(\omega t + \psi_e - 57^\circ) =$$

$$= 17,0 \cdot \sin(\omega t + \psi_e - 57^\circ) \text{ А}.$$

При $t = 0$, $i_L(0) = 0,5 I_{L \max} = 0,5 \cdot 17,0 = 8,5 \text{ А}.$

Тоді $8,5 = 17,0 \cdot \sin(\omega \cdot 0 + \psi_e - 57^\circ)$,

Або

$$\sin(\psi_e - 57^\circ) = 0,5, \text{ звідки } \psi_e = 87^\circ.$$

Отже, ЕРС $e = 220\sqrt{3} \sin(\omega t + 87^\circ) \text{ В}$.

1. Визначаємо початкові умови: струм в котушці й напругу на конденсаторі в момент комутації.

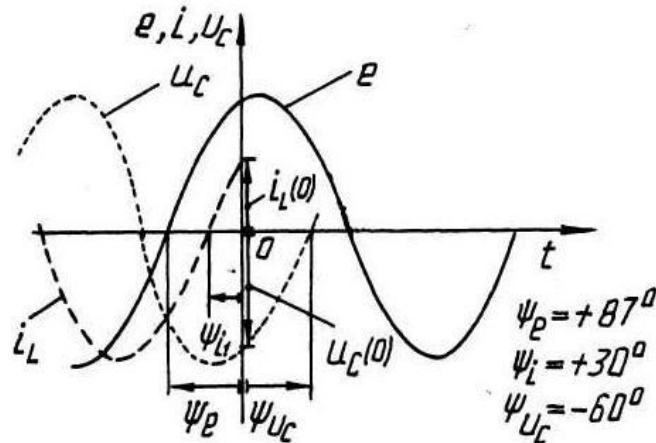


Рис. 3. 13. Значення $e(0)$, $i_L(0)$ та $u_C(0)$ для схеми (рис. 3.11) в момент комутації

$$i_L(0) = 17,0 \cdot \sin(\omega t + 87^\circ - 57^\circ) = 17,0 \cdot \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ А.}$$

$$u_C(t) = I_L X_C \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 30^\circ - 90^\circ) = 17 \cdot 16 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ) = 272 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ) \text{ В.}$$

$$\text{При } t = 0, i_L(0) = 8,5 \text{ А; } u_C(0) = 272 \times \sin(\omega \times 0 - 60^\circ) = -235 \text{ В.}$$

Отже, $i_L(0) = 8,5 \text{ А}$, $u_C(0) = -235 \text{ В}$.

На рис. 3.13 зображені $e(t)$, $u_C(t)$, $i_L(t)$ при $t < 0$, та їх величини в момент комутації ($i_L(0)$, $u_C(0)$).

2. Проведемо комутацію і для скомутованого кола складемо повну систему диференціальних рівнянь:

$p + s = 3 + 4 = 7$. Кількість невідомих, які треба визначити: $i_1, i_2, i_3, u_1, u_2, u_3$ — теж 7.

$$\left. \begin{array}{ll} 1) i_1 - i_2 - i_3 = 0; & 5) u_L = L \frac{di_1}{dt}; \\ 2) u_C + u_L + u_1 = e; & 6) i_2 = C \frac{du_C}{dt}; \\ 3) u_C - u_3 = 0; & 7) u_3 = r_3 i_3. \\ 4) u_1 = \eta i_1; \end{array} \right\} \quad (3.62)$$

Одержану систему рівнянь (3.62) зведемо до двох невідомих ($i_L = i_1$ та u_C), а решту невідомих (i_2, i_3, u_1, u_L, u_3) вилучимо, одержимо:

$$\left. \begin{array}{l} L \frac{di_L}{dt} + \eta i_L + u_C = e; \\ r_3 i_L - C r_3 \frac{du_C}{dt} - u_C = 0. \end{array} \right\} \quad (3.63)$$

Згідно з (3.20) маємо: $i_L = i_L' + i_L''$;

$$u_C = u_C' + u_C''.$$

3. Розрахуємо вимушені складові (i_L' та u_C') величин перехідного процесу.

а) За системою рівнянь (3.63).

Оскільки прикладена до кола вимушуюча ЕРС є синусоїдною функцією часу, то й струм i_C' та напруга u_C' теж будуть синусоїдними й, відповідно, відображатимуться комплексними величинами:

$$e = Em \cdot \sin(\omega t + \psi_e) \rightarrow \dot{E};$$

$$i'_L = I'_L \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_L}) \rightarrow \dot{I}'_L;$$

$$u'_C = U'_C \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \psi_{u'_C}) \rightarrow \dot{U}'_C;$$

Відобразивши рівняння (3.63) для усталеного режиму комплексними числами, одержимо:

$$\left. \begin{aligned} j\omega L \dot{I}'_L + r_1 \dot{I}'_L + \dot{U}'_C &= \dot{E} \\ r_3 \dot{I}'_L - j\omega C r_3 \dot{U}'_C - \dot{U}'_C &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.64)$$

Підставимо числові значення в (3.64):

$$\left. \begin{aligned} j314 \cdot 0,1 \cdot \dot{I}'_L + 10 \cdot \dot{I}'_L + \dot{U}'_C &= 220e^{j87^\circ}; \\ 10 \cdot \dot{I}'_L - j314 \cdot 200 \cdot 10^{-6} \cdot \dot{U}'_C - \dot{U}'_C &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Розв'язавши цю систему рівнянь, одержимо вимушені складові величини перехідного процесу:

$$\dot{I}'_L = 6,9e^{j29,5^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{U}'_C = 58,6e^{-j2,5^\circ} \text{ B}.$$

їх миттєві значення

$$\left. \begin{aligned} i'_{L=} 6,9\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 29,5) \text{ A}; \\ u'_{C=} 58,6\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 2,5^\circ) \text{ B}. \end{aligned} \right\} \quad (3.65)$$

б) Вимушені складові i'_L та u'_C можна визначити безпосередньо за схемою скомутованого кола. Вважаючи, що перехідний процес вже відбувся, можна прийняти, що $i_L'' = 0$, $u_C'' = 0$, а $i_L = i'_L$, $u_C = u'_C$. Визначимо $\dot{I}_L$ та $\dot{U}_C$.

Повний опір схеми:

$$\underline{Z}_1 = \eta + jx_L + \frac{r_3(-jx_C)}{r_3 - jx_C} = 10 + j31,4 + \frac{10(-j16)}{10 - j16} =$$

$$= 10 + j31,4 + (7,2 - j4,5) = 17,2 + j27,0 = 32,0e^{j57,5^\circ} \text{ Ом}.$$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{E}}{\underline{Z}_1} = \frac{220e^{j87^\circ}}{32,0e^{j57,5^\circ}} = 6,9e^{j29,5^\circ} \text{ A}.$$

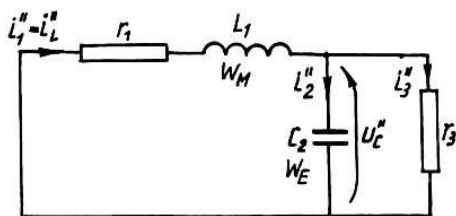
$$\dot{U}_C = \dot{I}_L \underline{Z}_{ab} = 6,9e^{j29,5^\circ} (7,2 - j4,5) = 58,6e^{-j2,5^\circ} \text{ B}.$$

Отже, маємо ті самі значення, що і в п. (а) (3.65):

$$\left. \begin{aligned} i'_{L=} 6,9\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 29,5) \text{ A}; \\ u'_{C=} 58,6\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 2,5^\circ) \text{ B}. \end{aligned} \right\}$$

4. Визначимо вільні складові величини перехідного процесу i_L'' та u_C'' . Для цього праву частину рівнянь (3.63) прирівняємо до нуля, одержимо:

$$\left. \begin{aligned} L \frac{di''_L}{dt} + \eta i''_L + u''_C &= 0; \\ r_3 i''_L - Cr_3 \frac{du''_L}{dt} - u''_C &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.66)$$



Система рівнянь (3.66) відповідає схемі, зображеній на рис. 3.14. Струми, які виникають в цій схемі, зумовлені запасом магнетної енергії котушки ($W_M = Li_L^2(0)/2$) та запасом електричної енергії конденсатора

($We = Cu_C^2(0)/2$) в момент комутації, тобто при $t = 0$.

Характеристичне рівняння системи (3.66) матиме такий вигляд:

$$\left\| \begin{pmatrix} L\lambda + \eta \\ r_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -Cr_3\lambda - 1 \end{pmatrix} \right\| = 0, \text{ або } (L\lambda + r_1)(-Cr_3\lambda - 1) - (1)(r_1) = 0.$$

чи
$$CLr_3\lambda^2 + (L + CLr_1r_3)\lambda + (r_1 + r_3) = 0.$$

Підставимо числові значення, одержимо:

$$(200 \cdot 10^{-6} \cdot 0,1 \cdot 10)\lambda^2 + (0,1 + 200 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 10)\lambda + (10 + 10) = 0,$$

і після спрощення $1 \cdot 10^{-4} \cdot \lambda^2 + 6 \cdot 10^{-2} \cdot \lambda + 10 = 0$.

Корені останнього рівняння є такі:

$$\lambda_{1/2} = (-300 \pm j100) \frac{1}{c}.$$

Вільні складові величини i_L та u_C згідно з (3.29) запишуться так:

$$\left. \begin{aligned} i_L &= A_1 e^{-300t} \cdot \sin(100t + v_1) A; \\ u_C &= A_2 e^{-300t} \cdot \sin(100t + v_2) B; \end{aligned} \right\} \quad (3.67)$$

Повний струм котушки (i_L) та напруга конденсатора (u_C) з врахуванням (3.65) та (3.67) будуть:

$$\left. \begin{aligned} i_L &= 6,9\sqrt{2} \sin(\omega t + 29,5^\circ) + A_1 e^{-300t} \cdot \sin(100t + v_1) A; \\ u_C &= 58,6\sqrt{2} \sin(\omega t - 2,5^\circ) + A_2 e^{-300t} \cdot \sin(100t + v_2) B; \end{aligned} \right\} \quad (3.68)$$

5. Визначимо сталі інтегрування (A_1, A_2, v_1, v_2), згідно з системою рівнянь (3.31).

Підставивши значення початкових умов $i_L(0) = 8,5 A$, $u_C(0) = -235 B$ в рівняння (3.68), одержимо:

$$\left. \begin{aligned} 8,5 &= 6,9\sqrt{2} \sin 29,5^\circ + A_1 \sin v_1; \\ -235 &= 58,6\sqrt{2} \sin(-2,5^\circ) + A_2 \sin v_2; \end{aligned} \right\}$$

або після спрощення:

$$\left. \begin{aligned} A_1 \sin v_1 &= 3,7; \\ A_2 \sin v_2 &= -231,4; \end{aligned} \right\} \quad (3.69)$$

Візьмемо ($n-1=2-1=1$) першу похідну величин i_L та u_C , відповідно до (3.68) отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_L}{dt} &= 6,9\sqrt{2} \cos(\omega t + 29,5^\circ) - 300 A_1 e^{-300t} \cdot \sin(100t + v_1) + A_1 \cdot 100 e^{-300t} \cdot \cos(100t + v_1) \\ \frac{du_C}{dt} &= 58,6\sqrt{2} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t - 2,5^\circ) - 300 A_2 e^{-300t} \cdot \sin(100t + v_2) + A_2 \cdot 100 e^{-300t} \cdot \cos(100t + v_2) \end{aligned} \right\} \quad (3.70)$$

Обчислимо значення величин виразів (3.70) при $t=0$. Значення $di_L/dt|_{t=0}$ та $du_C/dt|_{t=0}$ знайдемо із системи рівнянь (3.63). Одержимо:

$$\begin{aligned} \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0} &= \left. \frac{e - u_C - \eta i_1}{L} \right|_{t=0} = \frac{220\sqrt{2} \sin 87^\circ - (-235) - 10 \cdot 8,5}{0,1} = 461 A/c; \\ \left. \frac{du_C}{dt} \right|_{t=0} &= \left. \frac{r_3 i_L - u_C}{Cr_3} \right|_{t=0} = \frac{10 \cdot 8,5 - (-235)}{220 \cdot 10^{-6} \cdot 10} = 16 \cdot 10^4 B/c. \end{aligned}$$

Підставляючи ці значення (при $t = 0$) в (3.70), отримаємо

$$\left. \begin{aligned} 461 &= 2680 + (-330 A_1 \cdot \sin v_1 + 100 A_1 \cdot \cos v_1); \\ 16 \cdot 10^4 &= 2600 + (-330 A_2 \cdot \sin v_2 + 100 A_2 \cdot \cos v_2). \end{aligned} \right\}$$

або після спрощення:

$$\left. \begin{aligned} -22,2 &= -3A_1 \cdot \sin v_1 + A_1 \cdot \cos v_1; \\ 15,74 \cdot 10^2 &= -3A_2 \cdot \sin v_2 + A_2 \cdot \cos v_2. \end{aligned} \right\} \quad (3.71)$$

Розв'язуючи сумісно систему рівнянь (3.69) та (3.71), одержимо сталі інтегрування:

$$\begin{aligned} A_1 &= -11,0 \text{ A}; & v_1 &= -18^\circ 25' \\ A_2 &= -910,0 \text{ B}; & v_2 &= -14^\circ 45' \end{aligned}$$

Тепер струм в котушці та напруга на конденсаторі остаточно матимуть такі значення:

$$\left. \begin{aligned} i_L &= 6,9\sqrt{2} \sin(\omega t + 29^\circ 30') - 11,0e^{-300t} \cdot \sin(100t - 18^\circ 25') \text{ A}; \\ u_C &= 58,6\sqrt{2} \sin(\omega t - 2^\circ 30') + 910e^{-300t} \cdot \sin(100t - 14^\circ 45') \text{ B}; \end{aligned} \right\} \quad (3.72)$$

3. Визначимо решту величин перехідного процесу. Це можна здійснити за системою рівнянь (3.62) або за схемою скомутованого кола.

$$i_3 = \frac{u_3}{r_3} = \frac{u_C}{r_3} = 5,86\sqrt{2} \sin(\omega t - 2^\circ 30') + 91 \cdot e^{-300t} \cdot \sin(100t + 14^\circ 45') \text{ A};$$

$$i_C = C \frac{du_C}{dt},$$

або

$$i_C = i_L - i_3 = 3,65\sqrt{2} \sin(\omega t + 88^\circ) - 102e^{-300t} \cdot \sin(100t + 14^\circ 50') \text{ A};$$

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} = 216\sqrt{2} \sin(\omega t + 119^\circ 30') - 346e^{-300t} \cdot \sin(100t + 37^\circ) \text{ B};$$

6. На рис. 3.15 зображений графік залежності $i_L(i)$ відповідно до 3.72.

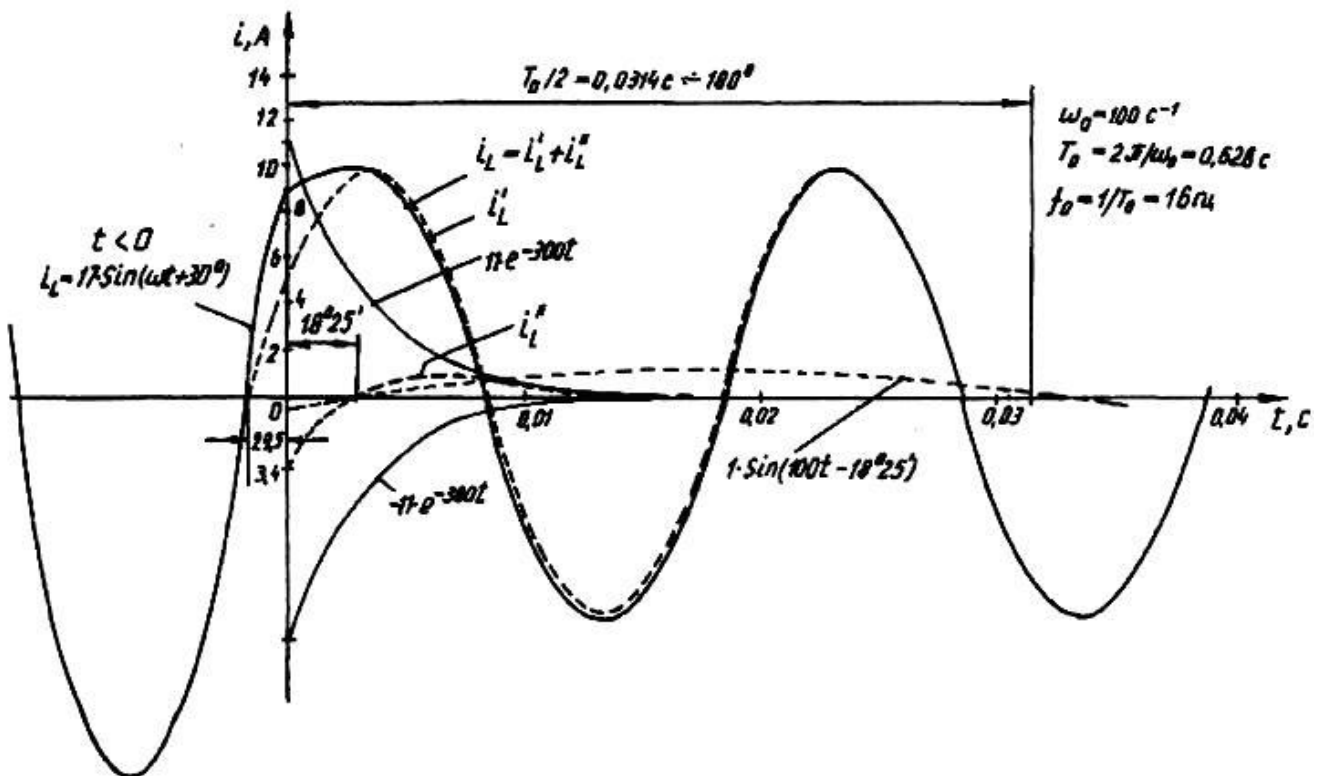


Рис. 3.15. Часові залежності струму i_L та його складових i_L' та i_L'' схеми (рис. 3.11)

Основна література:

1. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. Ч.1. Линейные электрические цепи. – М.: Энергия, 1981.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи: Учебник для вузов. – М.: Высш. шк., 1984.
3. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Ч.1,2. – М.: Энергия, 1981.
4. Основы теории цепей: Учебник для вузов/Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. – М.: Энергоатомиздат, 1989.

Додаткова література:

1. Малинівський С.М. Загальна електротехніка: Підручник. – Львів : Видавництво “Бескид Біт”, 2003.
2. Сборник задач по теории электрических цепей/Под ред. П.А. Ионкина. – М.: Энергоатомиздат, 1989.
3. Татур Т.А., Татур В.Е. Установившиеся и переходные процессы в электрических цепях: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. школа, 2001.
4. Шебес М.Р., Каблукова М.В. Задачник по теории линейных электрических цепей. – М.: Высш. школа, 1998.

КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ

Завдання 1.

РОЗРАХУНОК ТРИФАЗНОГО КОЛА

1.1. Мета і призначення роботи: вивчення методів розрахунку симетричних і несиметричних трифазних електричних кіл, що містять статичне навантаження, підключене до симетричної трифазної мережі.

Розрахунок несиметричних трифазних кіл із статичним навантаженням можна виконувати відомими методами розрахунку, наприклад методами контурних струмів або вузлових потенціалів, або методом перетворень.

1.2. Зміст роботи:

1.2.1. Визначити струми кола – лінійні і фазні.

1.2.2. Побудувати векторну діаграму струмів і напруг електричного ланцюга,

1.2.3. Визначити свідчення ватметрів.

1.2.4. Скласти баланс активних і реактивних потужностей. Частота напруги мережі $f = 50$ Гц.

1.3. Вихідні дані:

Номер схеми (табл. 1.1) відповідає порядковому номеру, під яким прізвище студента записане в груповому журналі.

Таблиця 1.1

п	Схема	п	Схема
1		15	
2		16	

3		17	
4		18	
5		19	
6		20	

7		21	
8		22	
9		23	
10		24	

11		25	
12		26	
13		27	
14		28	

Числові дані параметрів елементів схем приведені в таблиці 1.2, номер варіанту N вибирають по останній цифрі номера групи, для груп 241-244 – по сумі цифр номера групи.

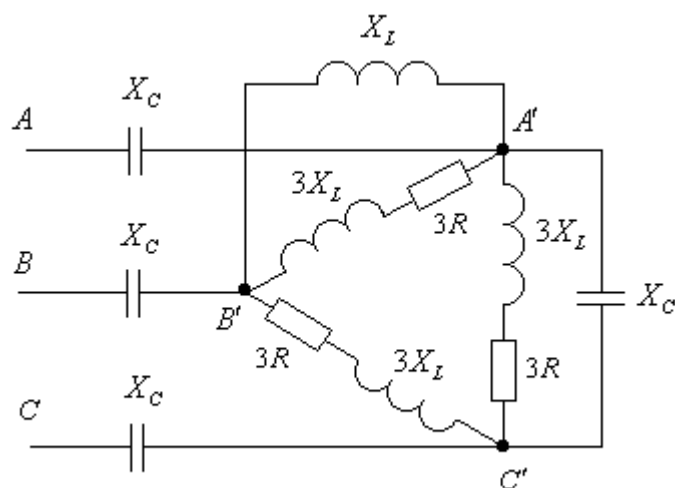
Таблиця 1.2

	Значення для варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$U_{\text{л}}, \text{В}$	220	380	110	220	380	110	220	380	110	220
$R, \text{Ом}$	20	30	10	20	30	10	20	30	10	20
$X_L, \text{Ом}$	40	50	30	40	50	30	40	50	30	40
$X_C, \text{Ом}$	50	60	40	50	60	40	50	50	40	50

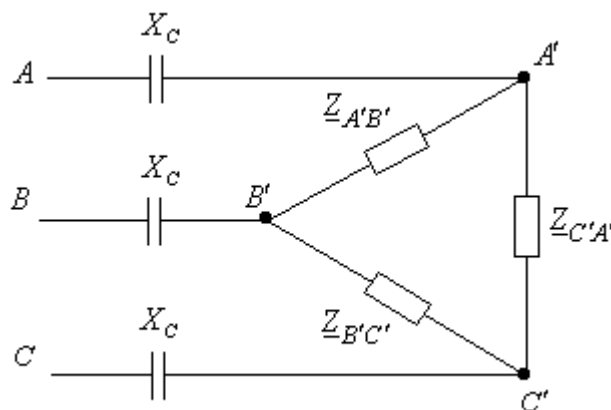
1.4. Приклад виконання завдання 1:Вихідні дані:Строчка даних 4, схема 11: $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}, R = 20 \text{ Ом}, X_L = 40 \text{ Ом}, X_C = 50 \text{ Ом}.$

1.

Замінімо симетричну „зірку” опорів $(R + jX_L)$ на еквівалентний „трикутник”, враховуючи, що $Z_{\text{mp}} = 3Z_{\text{зв}}$. Отримаємо схему



Перетворимо паралельну сполуку елементів у гілках „трикутника”



Знаходимо опори у гілках „трикутника”.

$$\underline{Z}_{A'B'} = \frac{3(R + jX_L) \cdot jX_L}{3R + j(3X_L + X_L)} = \frac{3 \cdot (20 + j40) \cdot j40}{3 \cdot 20 + j(3 \cdot 40 + 40)} = \frac{3 \cdot (20 + j40) \cdot j40}{60 + j160} =$$

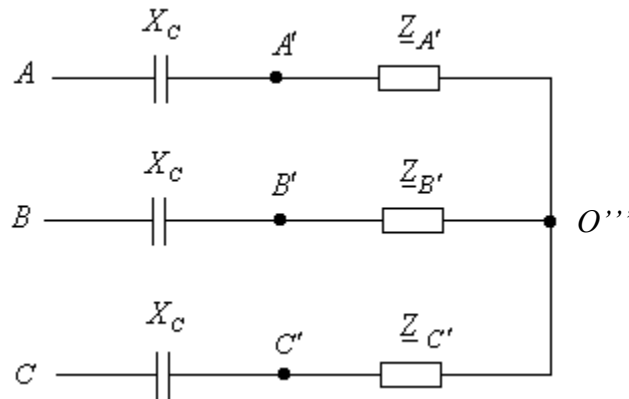
$$= 3,288 + j31,233 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{B'C'} = 3(R + jX_L) = 3 \cdot (20 + j40) = 60 + j120 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{CA'} = \frac{3(R + jX_L) \cdot (-jX_C)}{3R + j(3X_L - X_C)} = \frac{3 \cdot (20 + j40) \cdot (-j50)}{3 \cdot 20 + j(3 \cdot 40 - 50)} = \frac{3 \cdot (20 + j40) \cdot (-j50)}{60 + j70} =$$

$$= 17,647 - j70,588 \text{ Ом};$$

Перетворимо „трикутник” опорів в еквівалентну „зірку”.



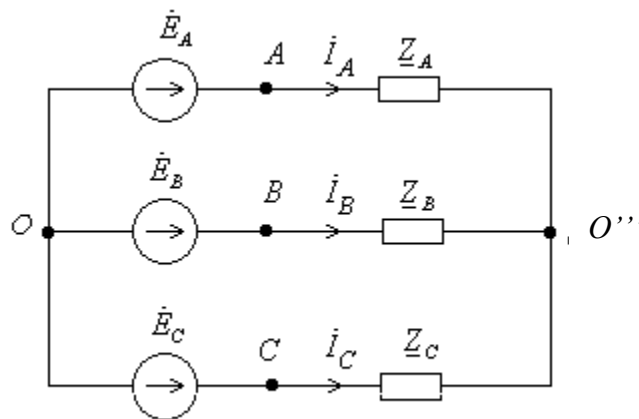
$$\underline{Z}_{A'} = \frac{\underline{Z}_{A'B'} \cdot \underline{Z}_{C'A'}}{\underline{Z}_{A'B'} + \underline{Z}_{B'C'} + \underline{Z}_{C'A'}} = \frac{(3,288 + j31,233) \cdot (17,647 - j70,588)}{3,288 + j31,233 + 60 + j120 + 17,647 - j70,588} =$$

$$= \frac{(3,288 + j31,233) \cdot (17,647 - j70,588)}{80,935 + j80,645} = 16 - j12 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{B'} = \frac{\underline{Z}_{B'C'} \cdot \underline{Z}_{A'B'}}{\underline{Z}_{A'B'} + \underline{Z}_{B'C'} + \underline{Z}_{C'A'}} = \frac{(60 + j120) \cdot (3,288 + j31,233)}{80,935 + j80,645} = -8 + j36 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{C'} = \frac{\underline{Z}_{C'A'} \cdot \underline{Z}_{B'C'}}{\underline{Z}_{A'B'} + \underline{Z}_{B'C'} + \underline{Z}_{C'A'}} = \frac{(17,647 - j70,588) \cdot (60 + j120)}{80,935 + j80,645} = 46 - j72 \text{ Ом};$$

Максимально спростимо схему.



Визначаємо значення опорів у фазах:

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_{A'} - jX_C = 16 - j12 - j50 = 16 - j62 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_B = \underline{Z}_{B'} - jX_C = -8 + j36 - j50 = -8 - j14 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_C = \underline{Z}_{C'} - jX_C = 46 - j72 - j50 = 46 - j122 \text{ Ом}$$

Визначаємо значення джерел фазних ЕРС.

$$\dot{E}_A = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} \approx 127 \text{ В.}$$

$$\dot{E}_B = \dot{E}_A e^{-j120^\circ} = 127 e^{-j120^\circ} = -63,5 - j110 \text{ В.}$$

$$\dot{E}_C = \dot{E}_A e^{j120^\circ} = 127 e^{j120^\circ} = -63,5 + j110 \text{ В.}$$

Для розрахунку застосуємо метод двох вузлів. Знаходимо між вузлову напругу

$$\dot{U}_{O''O} = \frac{\frac{\dot{E}_A}{Z_A} + \frac{\dot{E}_B}{Z_B} + \frac{\dot{E}_C}{Z_C}}{\frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C}} = \frac{\frac{127}{16-j62} + \frac{-63,5-j110}{-8-j14} + \frac{-63,5+j110}{46-j122}}{\frac{1}{16-j62} + \frac{1}{-8-j14} + \frac{1}{46-j122}} =$$

$$= -7,443 - j94,97 \text{ В.}$$

Знаходимо струми у фазах згідно закону Ома.

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A - \dot{U}_{O''O}}{Z_A} = \frac{127 + 7,443 + j94,97}{16 - j62} = -0,911 + j2,404 = 2,571e^{j110,754^\circ} \text{ А.}$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B - \dot{U}_{O''O}}{Z_B} = \frac{-63,5 - j110 + 7,443 + j94,97}{-8 - j14} = 2,534 - j2,556 = 3,599e^{-j45,248^\circ} \text{ А.}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C - \dot{U}_{O''O}}{Z_C} = \frac{-63,5 + j110 + 7,443 + j94,97}{46 - j122} = -1,623 + j0,152 = 1,63e^{j174,65^\circ} \text{ А.}$$

Знаходимо потенціали вузлів A', B', C' .

$$\dot{\phi}_{A'} = \dot{E}_A - \dot{I}_A \cdot (-jX_C) = 127 - (-0,911 + j2,404) \cdot (-j50) = 6,8 - j45,55 \text{ В.}$$

$$\dot{\phi}_{B'} = \dot{E}_B - \dot{I}_B \cdot (-jX_C) = -63,5 - j110 - (2,534 - j2,556) \cdot (-j50) = 64,3 + j16,7 \text{ В.}$$

$$\dot{\phi}_{C'} = \dot{E}_C - \dot{I}_C \cdot (-jX_C) = -63,5 + j110 - (-1,623 + j0,152) \cdot (-j50) = -71,1 + j28,85 \text{ В.}$$

Потенціал вузла O'' дорівнює $\dot{\phi}_{D''} = \dot{\phi}_{A'} = 6,8 - j45,55 \text{ В.}$

Знаходимо струми:

$$\dot{I}_{B''} = \frac{\dot{\phi}_{B'} - \dot{\phi}_{D''}}{jX_L} = \frac{64,3 + j16,7 - 6,8 + j45,55}{j40} = 1,556 - j1,438 = 2,11e^{-j42,743^\circ} \text{ А.}$$

$$\dot{I}_{C''} = \frac{\dot{\phi}_{C'} - \dot{\phi}_{D''}}{-jX_C} = \frac{-71,1 + j28,85 - 6,8 + j45,55}{-j50} = -1,488 - j1,558 = 2,154e^{j226,316^\circ} \text{ А.}$$

Згідно першому закону Кірхгофа знаходимо

$$\dot{I}_{A''} = -(\dot{I}_{B''} + \dot{I}_{C''}) = -(1,556 - j1,438 - 1,488 - j1,558) =$$

$$= -0,068 + j2,996 = 2,997e^{j91,3^\circ} \text{ А.}$$

Тепер знаходимо струми, що залишилися, також згідно першому закону Кірхгофа:

$$\dot{I}_{A'} = \dot{I}_A - \dot{I}_{A''} = -0,843 - j0,592 = 1,03e^{j215,079^\circ} \text{ А.}$$

$$\dot{I}_{B'} = \dot{I}_B - \dot{I}_{B''} = 0,978 - j1,118 = 1,485e^{-j48,821^\circ} \text{ А.}$$

$$\dot{I}_{C'} = \dot{I}_C - \dot{I}_{C''} = -0,135 + j1,71 = 1,715e^{-j94,514^\circ} \text{ А.}$$

Визначимо потенціал вузла O' :

$$\dot{\phi}_{D'} = \dot{\phi}_{A'} - \dot{I}_{A'} \cdot (R + jX_L) = 6,8 - j45,55 - (-0,843 - j0,592) \cdot (20 + j40) \approx 0$$

2. Векторна діаграма, побудована в масштабі, наведена нижче.

3. Знаходимо показання ватметрів.

$$\dot{U}_{AB} = \dot{E}_A - \dot{E}_B = 220e^{j30^\circ} \text{ В; } \dot{U}_{CB} = \dot{E}_C - \dot{E}_B = 220e^{j90^\circ} \text{ В;}$$

$$P_{W1} = \operatorname{Re} \left(\dot{U}_{AB}^* \dot{I}_A \right) = \operatorname{Re} \left(220e^{j30^\circ} \cdot 2,571e^{-j110,754^\circ} \right) = \operatorname{Re} \left(565,62e^{-j80,754^\circ} \right) =$$

$$= 565,62 \cos(-80,754^\circ) = 90,88 \text{ Вт.}$$

$$P_{W2} = \operatorname{Re} \left(\dot{U}_{CB}^* \dot{I}_C \right) = \operatorname{Re} \left(220e^{j90^\circ} \cdot 1,63e^{-j174,65^\circ} \right) = \operatorname{Re} \left(358,6e^{-j84,65^\circ} \right) =$$

$$= 358,6 \cos(-84,65^\circ) = 33,44 \text{ Вт.}$$

4. Складемо баланс потужностей.

Повна потужність джерела

$$\begin{aligned}\tilde{S}_{\text{дж}} &= \sum_{i=1}^n \dot{E}_i^* I_i = \dot{E}_A^* I_A + \dot{E}_B^* I_B + \dot{E}_C^* I_C = \\ &= 127 \cdot 2,571 e^{-110,754^\circ} + 127 e^{-120^\circ} \cdot 3,599 e^{45,248^\circ} + 127 e^{120^\circ} \cdot 1,63 e^{-j174,65^\circ} = \\ &= 124,34 - j915,23 \text{ В} \cdot \text{А}\end{aligned}$$

Потужність споживача

— *активна*

$$P_{\text{спож}} = \sum_{i=1}^n R_i I_i^2 = (I_{A'}^2 + I_{B'}^2 + I_{C'}^2) \cdot R = (1,03^2 + 1,485^2 + 1,715^2) \cdot 20 = 124,15 \text{ Вт}$$

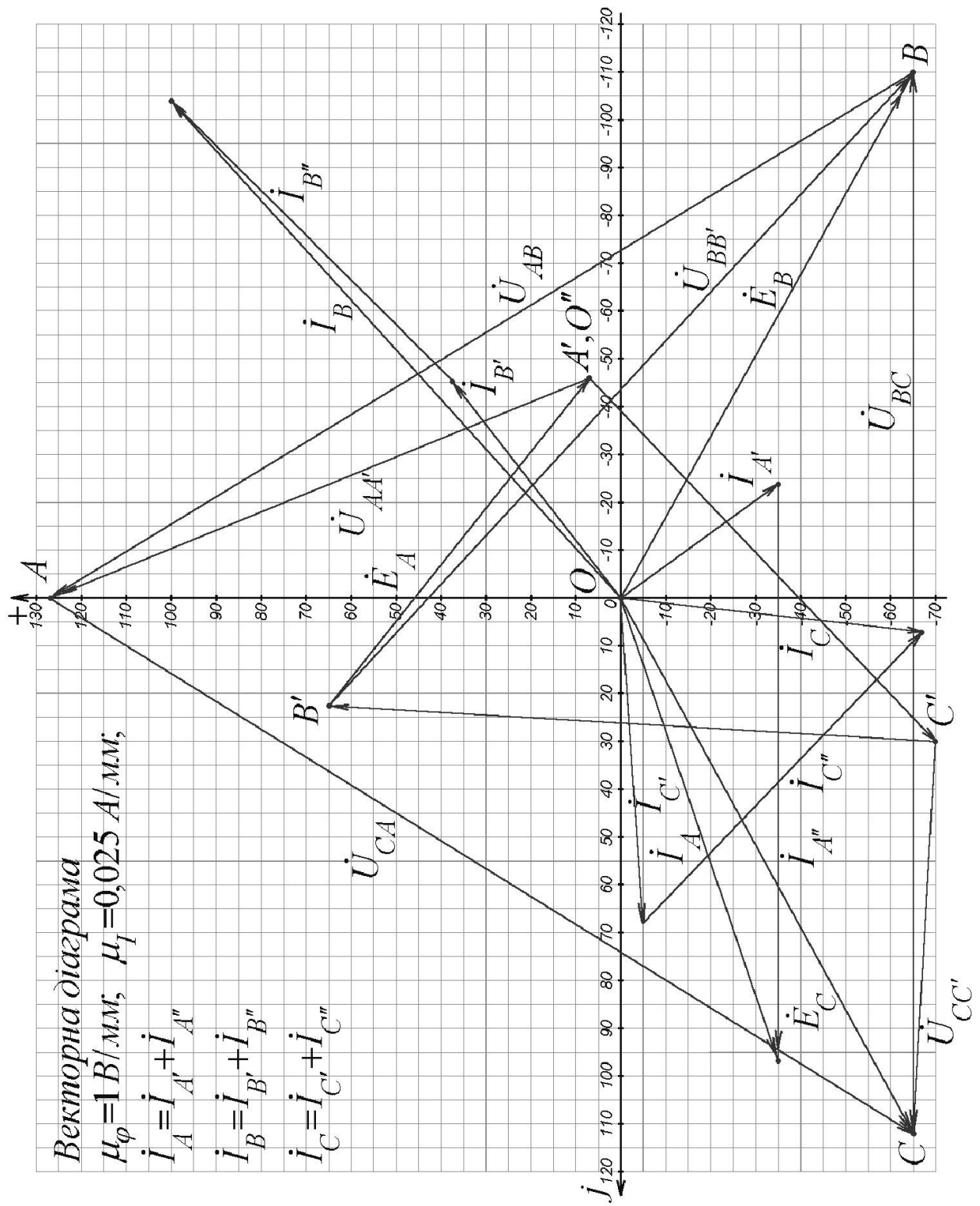
— *реактивна*

$$\begin{aligned}Q_{\text{спож}} &= \sum_{i=1}^n X_i I_i^2 = (I_{A'}^2 + I_{B'}^2 + I_{C'}^2 + I_{B''}^2) \cdot X_L - (I_A^2 + I_B^2 + I_C^2 + I_{C''}^2) \cdot X_C = \\ &= (1,03^2 + 1,485^2 + 1,715^2 + 2,119^2) \cdot 40 - (2,571^2 + 3,599^2 + 1,63^2 + 2,154^2) \cdot 50 = \\ &= 427,90 - 1342,97 = -915,07 \text{ ВАр}\end{aligned}$$

— *повна*

$$\tilde{S}_{\text{спож}} = P_{\text{спож}} + jQ_{\text{спож}} = 124,15 - j915,07 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Як видно із розрахунку, $\tilde{S}_{\text{дж}} \approx \tilde{S}_{\text{спож}}$, отже, баланс потужностей дотримується.



Завдання 2.

РОЗРАХУНОК ЛІНІЙНИХ КІД ПРИ НЕСИНУСОЇДАЛЬНИХ НАПРУГАХ І СТРУМАХ

2.1. Мета і призначення роботи: вивчення методів розрахунку лінійних електричних кіл при несинусоїдальних напругах і струмах, ознайомлення з особливостями розрахунку несинусоїдального режиму в трифазних колах.

В результаті завдання студент повинен уміти представити періодичні несинусоїдальні напруги і струми у вигляді ряду Фур'є, розрахувати діючі і максимальні значення струмів і напруг, визначити потужності в несинусоїдальних ланцюгах.

2.2. Зміст роботи:

Для лінійного електричного ланцюга (табл. 2.1), підключеного до періодичної несинусоїдальної напруги (табл. 2.2), необхідно:

2.2.1. Розкласти вхідну напругу $u(t)$ в ряд Фур'є. Постійну складову і чотири члена ряду Фур'є можна розрахувати аналітично або узяти з математичного довідника.

2.2.2. Розрахувати миттєві значення струмів гілок ланцюга.

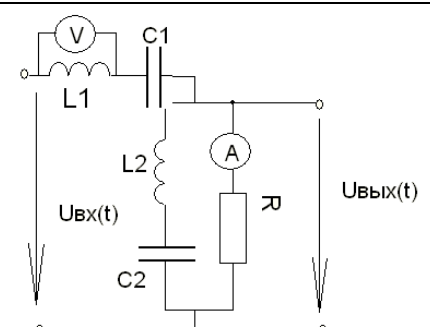
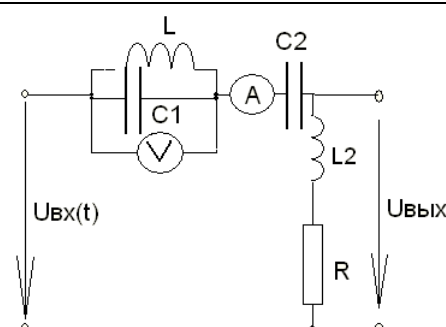
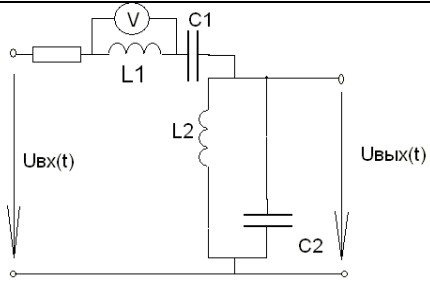
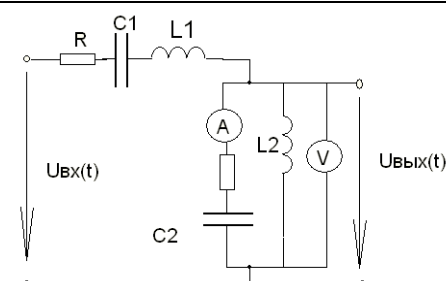
2.2.3. Визначити свідчення електродинамічних амперметра і вольтметра (див. табл.2.1).

2.2.4. Знайти активну потужність, що віддається джерелом.

2.2.5. Побудувати криву вихідної напруги і визначити його діюче значення.

2.2.6. Обчислити для змінної складової прикладеної напруги коефіцієнти форми, спотворення, амплітуди.

Таблиця 2.1

К	Схема	К	Схема
1		4	
2		5	

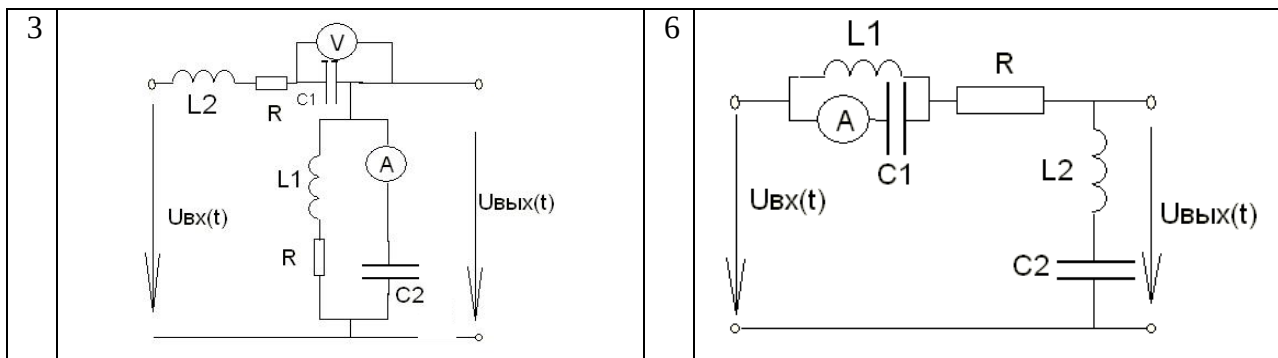
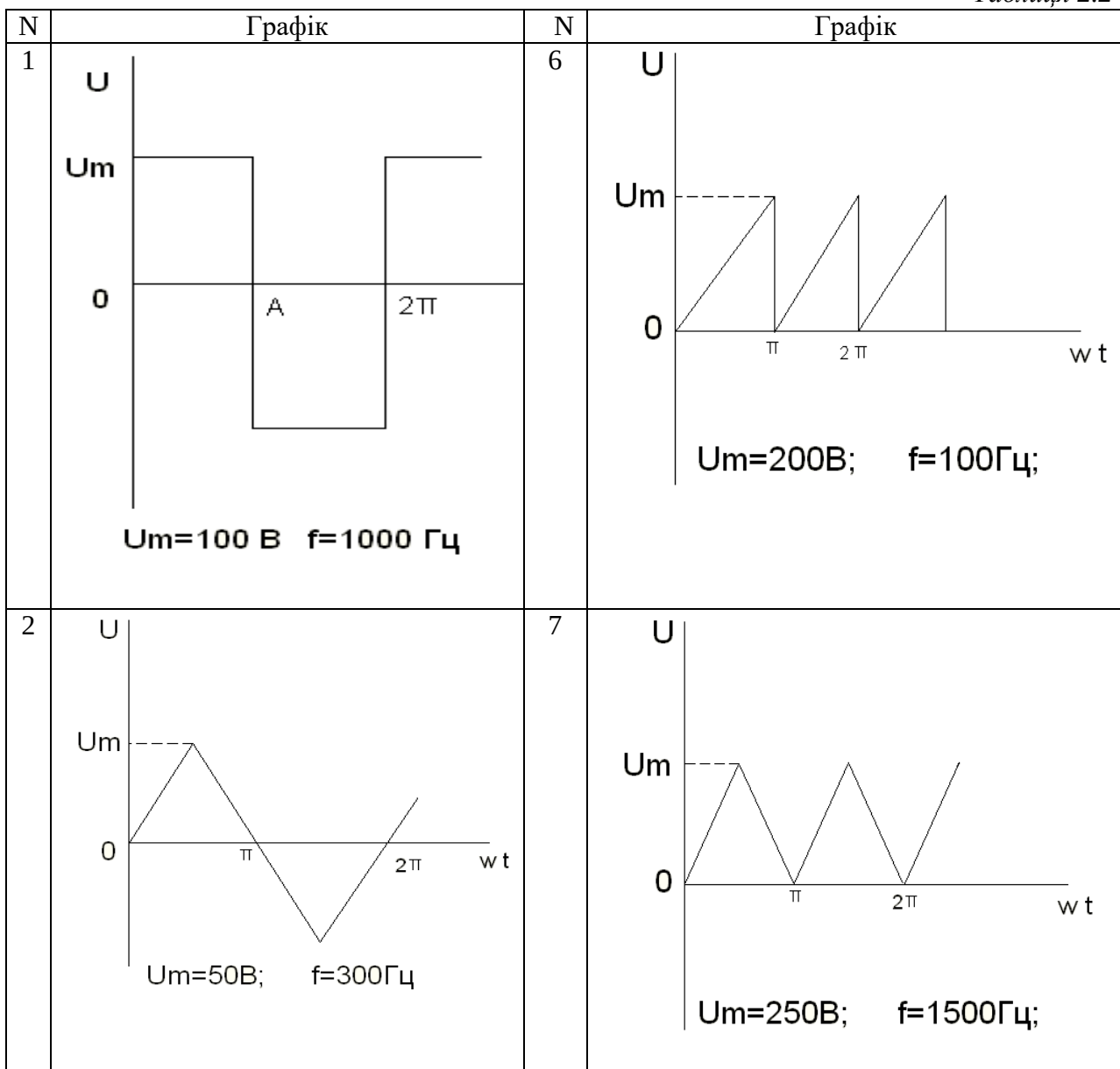
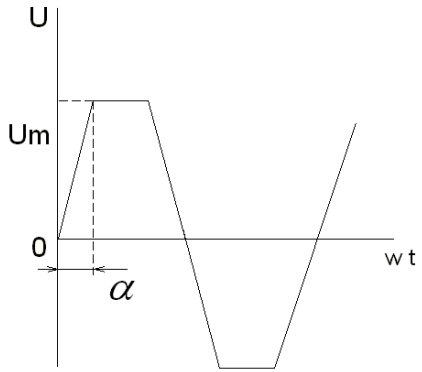
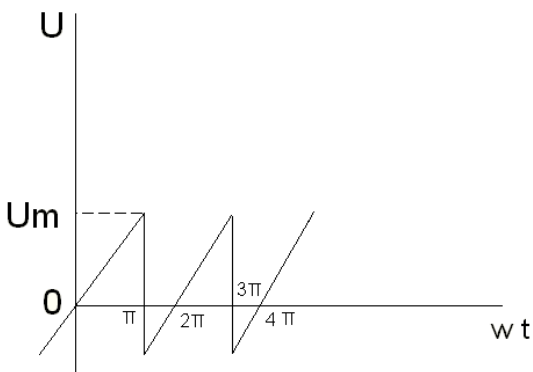
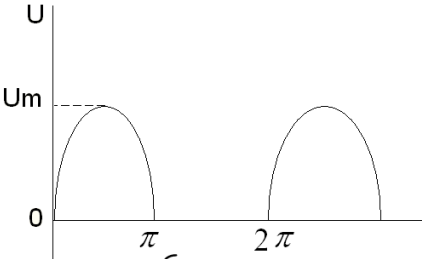
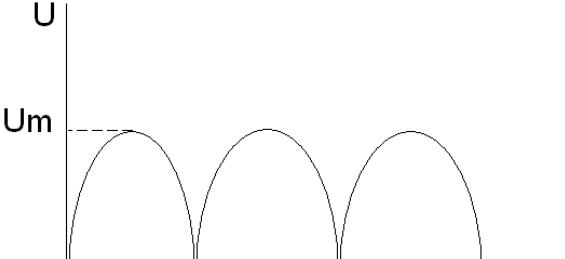
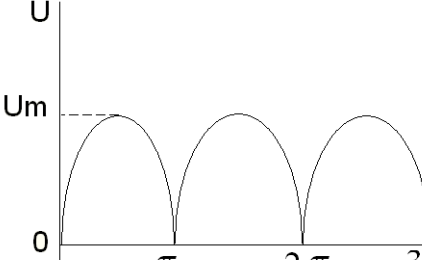
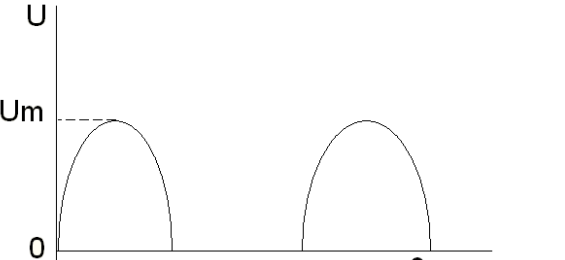


Таблица 2.2



3	 $U_m=200\text{В}; \quad f=50\text{Гц}; \quad \alpha = 45^0$	8	 $U_m=220\text{В}; \quad f=150\text{Гц};$
4	 $U = \begin{cases} U_m \sin \omega t & 0 \leq \omega t \leq \pi \\ 0 & \pi \leq \omega t \leq 2\pi \end{cases}$ $U_m=300\text{В}; \quad f=800\text{Гц}$	9	 $U = U_m \sin \omega t$ $U_m=100\text{В}; \quad f=1000\text{Гц};$
5	 $U_m=100\text{В}; \quad f=1000\text{Гц};$	10	 $U = \begin{cases} U_m \sin \omega t & 0 \leq \omega t \leq \pi \\ 0 & \pi \leq \omega t \leq 2\pi \end{cases}$ $U_m=300\text{В}; \quad f=1200\text{Гц}$

2.2.7. Вважаючи задану схему однією фазою симетричного трифазного ланцюга, при з'єднанні генератора і навантаження зіркою з нейтральним дротом визначити діючі значення лінійної напруги і струму в нейтральному дроті. При розрахунку вважати, що постійна складова фазної напруги і опір нейтрального дроту рівні нулю.

2.3. Вибір початкових даних

2.3.1. Вибір схеми (табл. 2.1) і виду періодичної несинусоїдальної кривої (табл. 2.2) виконують по коефіцієнту N (N – остання цифра в номері групи, для груп 241-244 N – сума цифр в номері групи) і табл. 2.3, де n – порядковий номер, під яким прізвище студента записане в груповому журналі, до – номер схеми на табл.2.1.

2.3.2. Значення L_1 , L_2 і R вибирають таким чином: $L_1 = 2n$ мГн; $L_2 = (12-n)$ мГн; $R = 10N$ Ом.

2.3.3. Величини ємностей C_1 і C_2 вибирають по табл.2.4 відповідно до номерів n і N , Місткості задані в мікрофарадах.

Таблиця 5.3

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
k	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3
n	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28		
k	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4		

Таблиця 5.4

k	Ємності C_1/C_2 , мкФ, для варіантів N				
	1	2	3	4	5
1	10/50	10/30	20/100	20/150	10/20
2	5/30	5/10	10/50	20/100	9/15
3	8/40	7/25	15/80	15/130	8/17
4	10/25	8/15	12/90	18/120	5/20
5	6/35	9/25	17/85	20/90	10/10
6	7/20	10/20	20/50	17/140	7/7
k	Ємності C_1/C_2 , мкФ, для варіантів N				
	6	7	8	9	10
1	30/100	10/50	15/100	10/100	20/40
2	15/100	8/30	20/80	5/100	15/25
3	25/70	7/45	17/50	8/70	10/40
4	20/90	6/50	15/120	10/50	20/20
5	30/80	9/30	23/90	7/90	8/30
6	15/80	5/50	22/70	6/110	7/30

2.4. Приклад виконання завдання 2:

Вихідні дані:

Строчка даних 1, схема 4, графік – рис.1: $L_1=2n=2 \cdot 11=22$ мГн; $L_2=12-n=12-7=5$ мГн;
 $R=10 \cdot N=10 \cdot 9=90$ Ом; $C_1=7$ мкФ; $C_2=90$ мкФ;

1.

$$U_{bx}(\omega t) = \frac{4}{\pi} U_{\max} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \frac{1}{7} \sin 7\omega t + \dots \right);$$

$$\dot{U}_{bxm(0)} = 0;$$

$$\dot{U}_{bxm(1)} = \frac{4 \cdot U_{\max}}{\pi} = \frac{4 \cdot 100}{3,14} = 127,324 \text{ В};$$

$$\dot{U}_{bxm(3)} = \frac{4 \cdot U_{\max}}{3\pi} = \frac{4 \cdot 100}{3 \cdot 3,14} = 42,411 \text{ В};$$

$$\dot{U}_{bxm(5)} = \frac{4 \cdot U_{\max}}{5\pi} = \frac{4 \cdot 100}{5 \cdot 3,14} = 25,465 \text{ В};$$

$$\dot{U}_{bxm(7)} = \frac{4 \cdot U_{\max}}{7\pi} = \frac{4 \cdot 100}{7 \cdot 3,14} = 18,189 \text{ В}.$$

2. Визначимо значення для кожної гармоніки:

$$X_{L(k)} = k\omega L; \quad X_{C(k)} = \frac{1}{k\omega C};$$

$$\omega = 2\pi f; \quad \omega = 2 \cdot 3,14 \cdot 1000 = 6280 \frac{1}{\text{с}}.$$

Результати розрахунків наведені в таблиці:

k	$X_{L1(k)}$	$X_{C1(k)}$	$X_{L2(k)}$	$X_{C2(k)}$
0	0	∞	0	∞
1	138,23	22,74 8	6,283	1,76 9
3	414,69	7,583	18,85	0,59
5	691,15	4,55	31,41 6	0,35 4
7	967,61 1	3,25	43,98 2	0,25 3

Знайдемо загальні опори кола:

$$\underline{Z}_{(k)} = R + j(X_{L2(k)} - X_{C2(k)}) + \frac{jX_{L1(k)} \cdot (-jX_{C1(k)})}{j(X_{L1(k)} - X_{C1(k)})};$$

$$\underline{Z}_0 = \infty;$$

$$\underline{Z}_{(1)} = 90 + j(6,283 - 1,769) + \frac{j138,23 \cdot (-j22,748)}{j(138,23 - 7,583)} = 90 - 22,715j = 92,822e^{-j14,169^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{(3)} = 90 + j(18,85 - 0,59) + \frac{j414,69 \cdot (-j7,583)}{j(414,69 - 7,583)} = 90 + 10,536j = 90,615e^{j6,677^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{(5)} = 90 + j(31,416 - 0,354) + \frac{j691,15 \cdot (-j4,55)}{j(691,15 - 4,55)} = 90 + 26,482j = 93,815e^{j16,396^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{(7)} = 90 + j(43,982 - 0,253) + \frac{j967,611 \cdot (-j3,25)}{j(967,611 - 325)} = 90 + 40,468j = 9868e^{j2421^\circ} \text{ Ом}.$$

Знаходимо струми:

$$\dot{I}_{m(k)} = \frac{\dot{U}_{bxm(k)}}{\underline{Z}_{(k)}};$$

$$\dot{I}_{1m(k)} = \dot{I}_{m(k)} \frac{-jX_{C1(k)}}{j(X_{L1(k)} - X_{C1(k)})};$$

$$\dot{I}_{2m(k)} = \dot{I}_{m(k)} \frac{jX_{L1(k)}}{j(X_{L1(k)} - X_{C1(k)})};$$

$$\dot{I}_{m(0)} = \dot{I}_{1m(0)} = \dot{I}_{2m(0)} = 0;$$

$$\dot{I}_{m(1)} = \frac{127,324}{90 - 22,715j} = 1,33 + 0,336j = 1,372e^{j14,17^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{m(3)} = \frac{42,441}{90 + 10,536j} = 0,465 - 0,05j = 0,468e^{-j6,677^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{m(5)} = \frac{25,465}{90 + 26,482j} = 0,26 - 0,077j = 0,271e^{-j16,396^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{m(7)} = \frac{18,189}{90 + 40,468j} = 0,168 + 0,076j = 0,184e^{-j24,21^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{1m(1)} = (1,33 + 0,336j) \frac{(-22,748j)}{j(138,23 - 22,748)} = -0,262 - 0,066j = 0,27e^{-j165,82^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{1m(3)} = (0,465 - 0,05j) \frac{(-7,583j)}{j(414,69 - 7,583)} = -0,009 + 0,0009j = 0,009e^{j173,86^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{1m(5)} = (0,26 - 0,077j) \frac{(-4,55j)}{j(691,15 - 4,55)} = -0,0017 + 0,0005j = 0,0018e^{j163,5^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{1m(7)} = (0,168 - 0,076j) \frac{(-3,25j)}{j(697,611 - 3,789)} = -0,00057 + 0,00026j = 0,00062e^{j155,66^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{2m(1)} = (1,33 + 0,336j) \frac{j138,23}{j(138,23 - 22,748)} = 1,592 + 0,402j =$$

$$= 1,642 e^{14,178^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_{2m(3)} = (0,465 - 0,05j) \frac{j \cdot 414,69}{j(414,69 - 7,583)} = 0,474 - 0,051j = 0,476 e^{-6,13^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_{2m(5)} = (0,26 - 0,077j) \frac{j \cdot 691,15}{j(691,15 - 4,55)} = 0,262 - 0,078j = 0,273 e^{-16,497^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_{2m(7)} = (0,168 - 0,076j) \frac{j \cdot 967,611}{j(967,611 - 3,25)} = 0,169 - 0,076j = 0,185 e^{-24,34^\circ} \text{ A}$$

Миттєві значення струмів у гілках кола

$$i(t) = 1,372 \sin(\omega t + 14,17^\circ) + 0,468 \sin(3\omega t - 6,68^\circ) +$$

$$+ 0,271 \sin(5\omega t - 16,396^\circ) + 0,184 \sin(7\omega t - 24,21^\circ) \text{ A}$$

$$i_1(t) = 0,27 \sin(\omega t - 165,82^\circ) + 0,009 \sin(3\omega t + 173,86^\circ) +$$

$$+ 0,0018 \sin(5\omega t + 163,5^\circ) + 0,00062 \sin(7\omega t + 155,66^\circ) \text{ A}$$

$$i_2(t) = 1,642 \sin(\omega t + 14,178^\circ) + 0,476 \sin(3\omega t - 6,13^\circ) +$$

$$+ 0,273 \sin(5\omega t - 16,497^\circ) + 0,185 \sin(7\omega t - 24,34^\circ) \text{ A}$$

3.

$$\dot{U}L_1 m(\kappa) = \dot{I}_1 m(\kappa) j \omega L_1(\kappa)$$

$$U L_1 m(0) = 0$$

$$U L_1 m(1) = (-0,26 - 0,066j) \cdot j \cdot 138,23 = 9,123 - 35,94j = 37,079e^{-75,757^\circ} \text{ B}$$

$$U L_1 m(3) = (-0,009 + 0,0009j) \cdot j \cdot 414,69 = -0,373 - 3,732j = 3,75e^{-95,71^\circ} \text{ B}$$

$$U L_1 m(5) = (-0,0017 + 0,0005j) \cdot j \cdot 691,15 = -0,346 - 1,175j = 1,225e^{-106,39^\circ} \text{ B}$$

$$U L_1 m(7) = (-0,00057 + 0,00026j) \cdot j \cdot 967,611 = -0,252 - 0,552j = 0,61e^{-114,52^\circ} \text{ B}$$

$$A = \sqrt{\sum \frac{|Im(\kappa)|^2}{2}} = \sqrt{\frac{1,37^2 + 0,478^2 + 0,271^2 + 0,184^2}{2}} = 1,051 \text{ A}$$

$$V = \sqrt{\sum \frac{|U L_1 m(\kappa)|^2}{2}} = \sqrt{\frac{37,079^2 + 3,75^2 + 1,225^2 + 0,61^2}{2}} = 26,37 \text{ B, де}$$

4.

$$P_{ucm} = U_{(0)} \cdot I_{(0)} + \sum \frac{U_{bxc}(\kappa) \cdot Im(\kappa)}{2} \cos \varphi(\kappa); \varphi(\kappa) = \Psi_{ubxc}(\kappa) -$$

$$- \Psi \dot{I}(\kappa); \quad P_{ucm} = 0 + \frac{1}{2} 127,324 \cdot 1,372 \cos(-14,17^\circ) + 42,441 \cdot$$

$$0,468 \cos 6,68^\circ + 25,465 \cdot 0,271 \cos 16,396^\circ + 18,189 \cdot 0,184 \cos(14,21^\circ) = 99,375 \text{ Bm}$$

Потужність користувача $P_{кор.} = I^2 R$

$$P_{кор.} = \frac{1,37^2 + 0,468^2 + 0,271^2 + 0,184^2}{2} \cdot 90 = 99,392 \text{ Bm}$$

5.

$$\dot{U}_{\text{вх}m(k)} = \dot{I}_{m(k)} (R + j\omega L_2 C\kappa)$$

$$\dot{U}_{\text{вх}m(0)} = 0$$

$$\dot{U}_{\text{вх}m(1)} = (1,33 + 0,336j)(90 + j \cdot 6,283) = 117,59 + 38,596j = 123,761e^{18,17^\circ} B$$

$$\dot{U}_{\text{вх}m(3)} = (0,465 - 0,05j)(90 + j \cdot 18,85) = 42,793 + 4,265j = 43e^{5,692^\circ} B$$

$$\dot{U}_{\text{вх}m(5)} = (0,26 - 0,077j)(90 + j \cdot 31,416) = 25,819 + 1,238j = 25,849e^{2,748^\circ} B$$

$$\dot{U}_{\text{вх}m(7)} = (0,168 - 0,076j)(90 + j \cdot 43,982) = 18,463 + 0,549j = 18,47e^{1,7^\circ}$$

$$U_{\text{вх} \text{діюч.}} = \sqrt{\sum \frac{|U_{\text{вх}m(\kappa)}|^2}{2}} = \sqrt{\frac{123,761^2 + 25,849^2 + 43^2 + 18,47^2}{2}} = 95,328 B$$

$$U_{\text{вх}(t)} = 123,761 \sin(\omega t + 18,17^\circ) + 43 \sin(3\omega t + 5,692^\circ) + 25,849 \sin(5\omega t + 2,746^\circ) + 18,47 \sin(7\omega t + 1,7^\circ).$$

Графік $U_{\text{вх}}$ представлений нижче

6)

$$K_f = \frac{U_{\text{діюч.}}}{U_{\text{ср.}}} = \frac{U_{\text{max}}}{U_{\text{max}}} = 1 - \text{коефіцієнт форми}$$

$$K_a = \frac{U_{\text{max}}}{U_{\text{діюч.}}} = \frac{U_{\text{max}}}{U_{\text{max}}} = 1 - \text{коефіцієнт амплітуди}$$

$$K_b = \frac{U_{(1)}}{U_{\text{діюч}}} = \frac{4U_{\text{max}}|\pi|}{U_{\text{max}}\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} - \text{коефіцієнт викривлення}$$

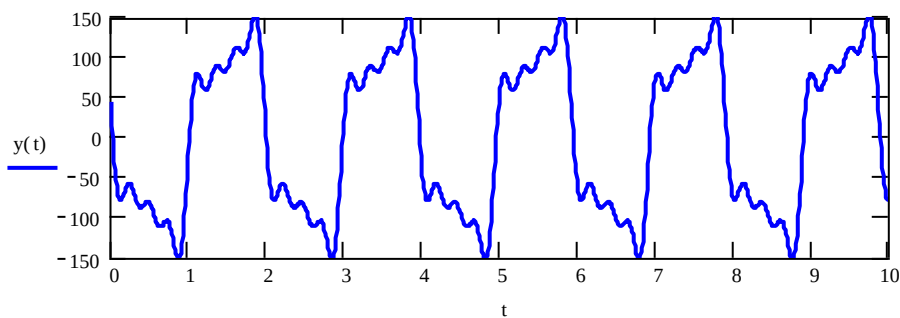
7.

$$U_u = \sqrt{3} \sqrt{\frac{U_{\text{вх}}^2 m(1) + U_{\text{вх}}^2 m(5) + U_{\text{вх}}^2 m(7)}{2}} =$$

$$= \sqrt{3} \sqrt{\frac{127,324^2 + 25,465^2 + 18,189^2}{2}} = 160,58 B$$

$$I_N = 3I_{(3)} = 3 \frac{Im(3)}{\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot 0,468}{\sqrt{2}} = 0,993 A.$$

$$y(t) := 123.761 \sin(6280t + 18.17\text{deg}) + 43 \sin(3 \cdot 6280 \cdot t + 5.693\text{deg}) + 25.849 \sin(5 \cdot 6280 \cdot t + 2.746\text{deg}) + 18.47 \sin(7 \cdot 6280t + 1.7\text{deg})$$



Завдання 3.

РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ЛІНІЙНИХ КОЛАХ ІЗ ЗОСЕРЕДЖЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

3.1. Мета і призначення роботи: закріплення знань, одержаних студентами на лекціях і практичних заняттях по розділу «Розрахунки перехідних процесів в лінійних електричних колах із зосередженими параметрами з постійними і синусоїдальними джерелами». У роботі використовуються класичний і операторний методи.

3.2. Зміст роботи

Коло містить джерело постійної і синусоїдальної ЕРС і два ключі. Передбачається, що до першої комутації (замикання або розмикання першого ключа) коло знаходиться в сталому режимі. Необхідно:

3.2.1. Визначити класичним методом закони зміни струмів і напруг на реактивних елементах після замикання ключа K_1 . Після завершення перехідного процесу від комутації ключа K_1 походить комутація ключа K_2 ;

3.2.2. Визначити операторним методом струми і напруги на реактивних елементах після комутації ключа K_2 ;

3.2.3. побудувати на одному графіку закони зміни струмів і напруги після цих двох комутацій.

2.3. Вибір схеми і параметрів елементів

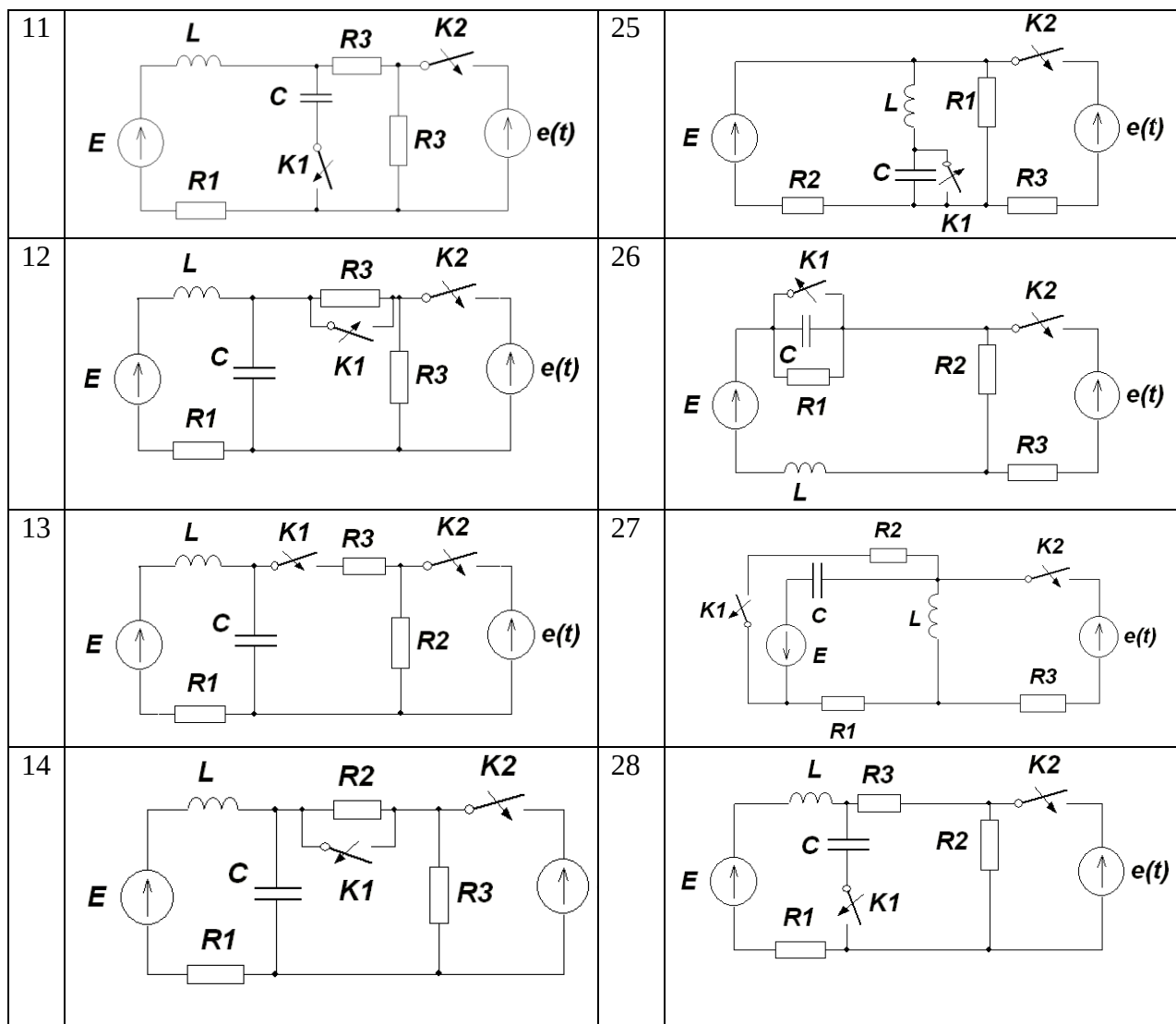
Номер схеми (табл.3.1) відповідає номеру n , під яким студент записаний в груповому журналі. Величини ЕРС знаходять з наступних співвідношень: $E=20\text{ N B}$; $e=20\sin(\omega t+\psi_e)$, де $\psi_e=10N$ град;

N – остання цифра номера групи, для груп 241-244 N рівна сумі цифр номера групи. Значення параметрів елементів схем знаходять з табл. 3.2.

Таблиця 3.1

п	Схема	п	Схема
1		15	
2		16	
3		17	

4		18	
5		19	
6		20	
7		21	
8		22	
9		23	
10		24	



Таблиця 3.2

N	R ₁	R ₂	R ₃	L,	C,	ω,	N	R ₁	R ₂	R ₃	L,	C,	ω,
	ОМ			мГн	мкФ	с ⁻¹		ОМ			мГн	мкФ	с ⁻¹
1	10	50	15	50	100	1000	6	15	55	18	35	300	650
2	5	100	20	20	150	500	7	6	45	25	45	280	850
3	8	80	10	30	200	800	8	14	30	22	55	130	650
4	12	70	14	40	80	900	9	7	75	20	60	170	600
5	9	60	18	25	250	700	10	13	90	16	90	220	1100

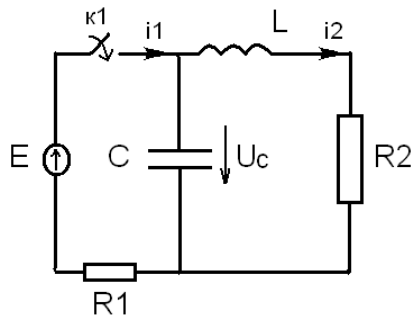
3.4. Приклад виконання завдання 3:

Вихідні дані:

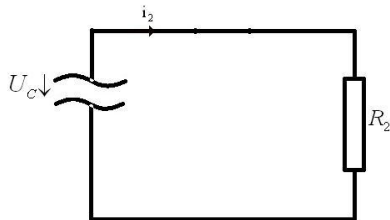
Строчка даних 8, схема 1: $E=160$ В; $e=160\sin(\omega t + \Psi_e)$; $\Psi_e=80^\circ$; $R_1=14$ Ом; $R_2=30$ Ом; $R_3=22$ Ом; $L=55$ мГн; $C=130$ мкФ; $\omega=650$ с⁻¹.

1. Визначити класичним методом закони зміни струмів і напруг на реактивних елементах після замикання ключа K_1 .

Комутація ключа



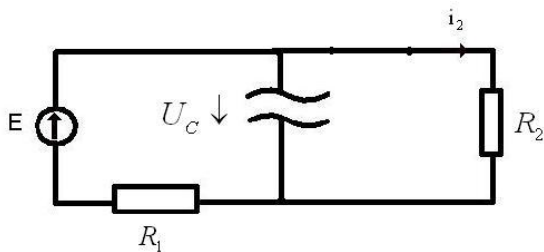
1.1. Визначення незалежних початкових умов:



$$U_C(0-) = U_C(0) = 0$$

$$i_2(0-) = i_2(0) = 0$$

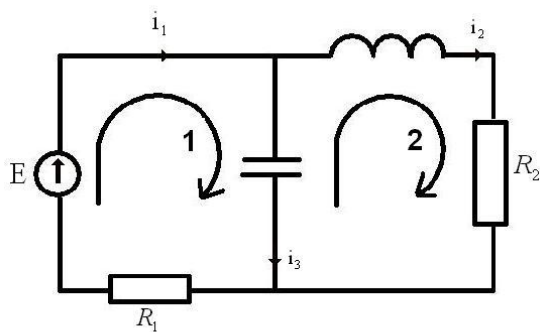
1.2. Визначення примушених складових із розрахунку установленого режиму кола після комутації



$$i_{2np} = \frac{E}{R_1 + R_2} = 3.636 \quad \text{A}$$

$$U_{Cnp} = R_2 \cdot i_{2np} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E = 109.091 \quad \text{В}$$

1.3. Визначення вільних складових



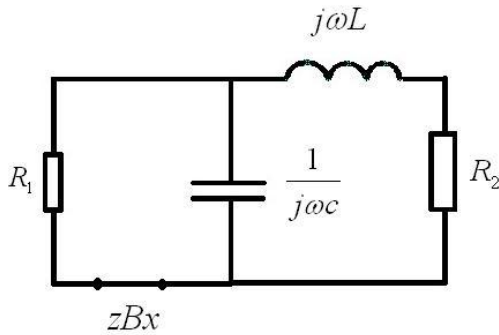
Система рівнянь по закону Кірхгофа:

$$\begin{cases} i_1 := i_2(t) + i_3(t) \\ i_1(t) \cdot R_1 + U_C(t) = E \\ i_2(t) \cdot R_2 + L \cdot \frac{di_2(t)}{dt} - U_C = 0 \end{cases}$$

$$U_C = U_C(0) + \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i_3 dt$$

$$i_2 = i_{2np} + i_{2cB}$$

Визначимо вхідний опір:



$$Z_{Bx}(i\omega) = R_1 + \frac{\frac{1}{i\omega \cdot C} \cdot (1i \cdot \omega \cdot L + R_2)}{\frac{1}{1i \cdot \omega \cdot C} + 1i \cdot \omega \cdot L + R_2}$$

$$Z_{Bx}(p) = 0 \quad 1i\omega \rightarrow p$$

$$R_1 \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R_2 \right) + \frac{1}{p \cdot C} \cdot (p \cdot L + R_2) = 0$$

$$R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot p \cdot L + \frac{R_1}{p \cdot C} + \frac{R_2}{p \cdot C} + \frac{p \cdot L}{p \cdot C} = 0$$

$$p^2 \cdot R_1 \cdot L \cdot C + p(R_1 \cdot R_2 \cdot C + L) + R_1 + R_2 = 0$$

Підставимо початкові дані:

$$p^2(14 \cdot 55 \cdot 10^{-3} \cdot 130 \cdot 10^{-6}) + p(14 \cdot 30 \cdot 130 \cdot 10^{-6} + 55 \cdot 10^{-3}) + (14 + 30) = 0$$

$$p^2 \cdot 1.001 \cdot 10^{-4} + p \cdot 0.1096 + 44 = 0$$

$$D := 0.1096^2 - 4 \cdot 1.001 \cdot 44 = -5.6054 \cdot 10^{-3}$$

Так як $D < 0$, то отримуємо комплексні корні.

$$p_1 := -547.453 - 1i \cdot 373.976$$

$$p_2 := -547.453 + i \cdot 373.976$$

$$i_2 cB(t) = e^{-547.453t} (A_1 \cdot \cos(373.976 \cdot t) + A_2 \cdot \sin(373.976 \cdot t)) \quad A$$

$$U_c cB(t) = e^{-547.453t} (B_1 \cdot \cos(373.976 \cdot t) + B_2 \cdot \sin(373.976 \cdot t)) \quad B$$

В кожному виразі по дві невідомі. Похідна по часу:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} i_2 cB(t) = e^{-547.453t} [(-547.453 \cdot A_1 - 373.976 \cdot A_2) \cdot \sin(373.976 \cdot t) + \\ + (373.976 \cdot A_1 - 547.453 \cdot A_2) \cdot \cos(373.976 \cdot t)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} U_c cB(t) = e^{-547.453t} [(-547.453 \cdot B_1 - 373.976 \cdot B_2) \cdot \sin(373.976 \cdot t) + \\ + (373.976 \cdot B_1 - 547.453 \cdot B_2) \cdot \cos(373.976 \cdot t)] \end{aligned}$$

Отже, отримуємо дві системи:

$$\begin{cases} i_2(t) = i_2 np(t) + i_2 cB(t) \\ \frac{d}{dt} i_2(t) = \frac{d}{dt} i_2 np + \frac{d}{dt} i_2 cB(t) \end{cases} \quad \begin{cases} U_c(t) = U_c np(t) + U_c cB(t) \\ \frac{d}{dt} U_c(t) = \frac{d}{dt} U_c np(t) + \frac{d}{dt} U_c cB(t) \end{cases}$$

Роздивимося системи рівнянь для моменту часу $t=0$. Використовуючи також систему рівнянь, розроблених по законам Кірхгофа, знайдемо:

$$\left. \frac{d}{dt} i_2(t) \right|_{t=0} = \frac{U_c(0) - i_2(0) \cdot R_2}{L} = 0$$

$$i_1(0) = \frac{E - U_c(0)}{R_1} = \frac{160 - 0}{14} = 11.429 \quad A$$

$$i_3(0) = i_1(0) - i_2(0) = 11.429 - 0 = 11.429 \quad A$$

$$\left. \frac{d}{dt} U_c(t) \right|_{t=0} = \frac{i_3(0)}{C} = \frac{11.429}{130 \cdot 10^{-6}} = 8.792 \times 10^4 \quad \frac{B}{c}$$

Для моменту $t=0$:

$$\begin{cases} 0 = 3.636 + A_1 \\ 0 = 0 + 373.976 \cdot A_2 - 547.453 \cdot A_1 \end{cases} \quad \begin{cases} 0 = 109.091 + B_2 \\ 8.792 \cdot 10^4 = 0 + 373.976 \cdot B_2 - 547.453 \cdot B_1 \end{cases}$$

З цих двох систем знайдемо невідомі коефіцієнти:

$$A_1 = -3.636 \quad A_2 = -5.323 \quad B_1 = -109.096 \quad B_2 = 75.381$$

Закони зміни струму і напруги в реактивних елементах після комутації ключа K1:

$$i_2(t) = 3.636 + e^{-547.453t} (-5.323 \cdot \sin(373.976 \cdot t) - 3.636 \cdot \cos(373.976 \cdot t)) \quad A$$

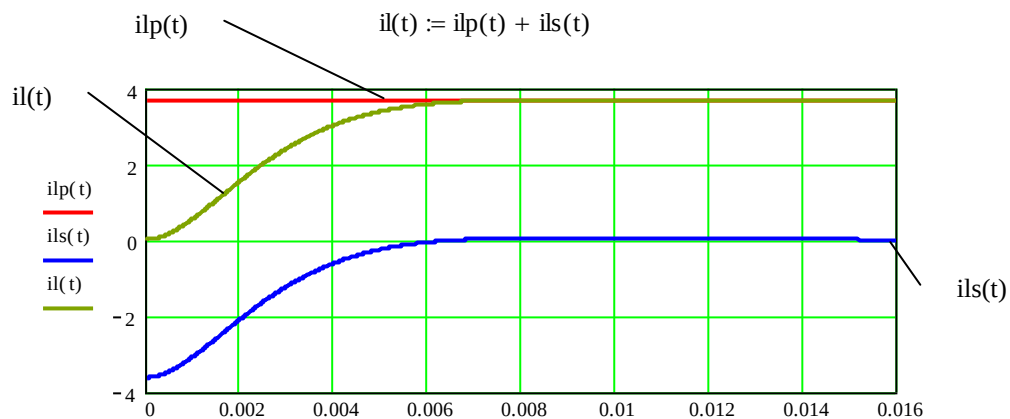
$$U_C(t) = 109.091 + e^{-547.453t} (75.381 \cdot \sin(379.973 \cdot t) - 109.096 \cdot \cos(373.976 \cdot t)) \quad B$$

$$U_1(t) = L \cdot \frac{d}{dt} i_2(t) = e^{-547.453t} \cdot 235.06 \cdot \sin(373.976 \cdot t) \quad B$$

$$i_3(t) = C \cdot \frac{d}{dt} U_C(t) = e^{-547.453t} (-0.061 \cdot \sin(373.976 \cdot t) + 11.429 \cdot \cos(373.976 \cdot t)) \quad A$$

$$ilp(t) := 3.636$$

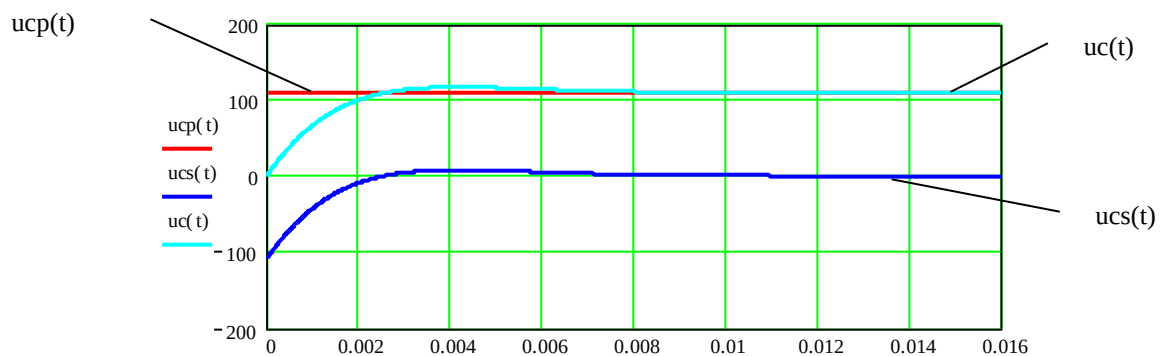
$$ils(t) := e^{-547.453 \cdot t} \cdot (-5.323 \cdot \sin(373.976 \cdot t) - 3.636 \cdot \cos(373.976 \cdot t))$$



$$ucp(t) := 109.096$$

$$ucs(t) := e^{-547.453 \cdot t} \cdot (75.381 \cdot \sin(379.976 \cdot t) - 109.096 \cdot \cos(373.976 \cdot t))$$

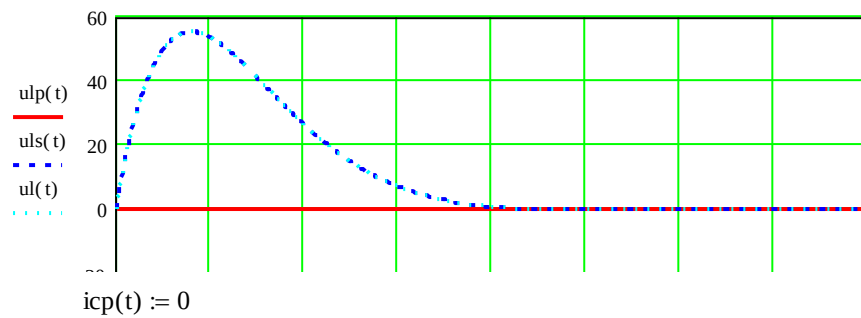
$$uc(t) := ucp(t) + ucs(t)$$



$$ulp(t) := 0$$

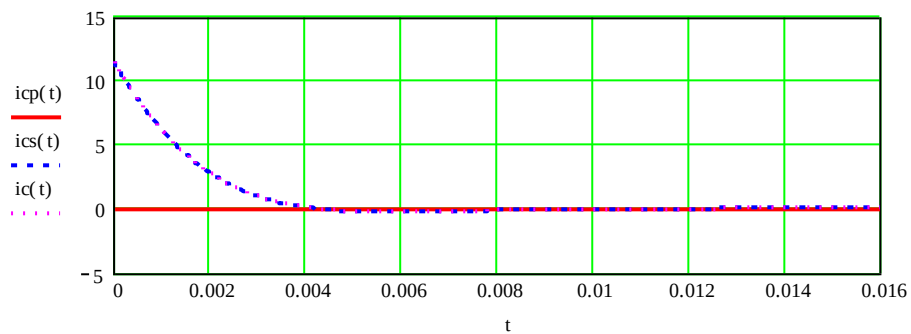
$$uls(t) := e^{-547.453 \cdot t} \cdot (235.06 \cdot \sin(373.976 \cdot t))$$

$$ul(t) := ulp(t) + uls(t)$$

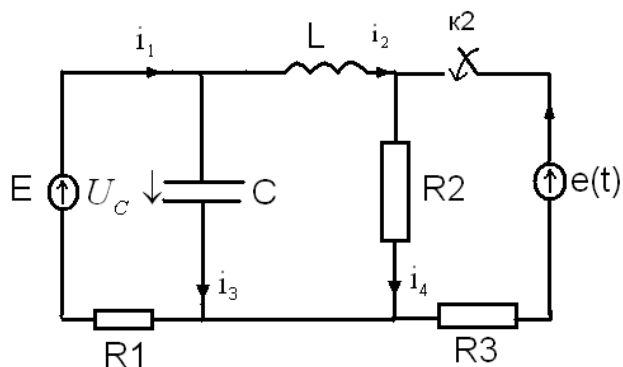


$$ics(t) := e^{-547.453 \cdot t} \cdot (-0.061 \cdot \sin(373.976 \cdot t) + 11.429 \cdot \cos(373.976 \cdot t))$$

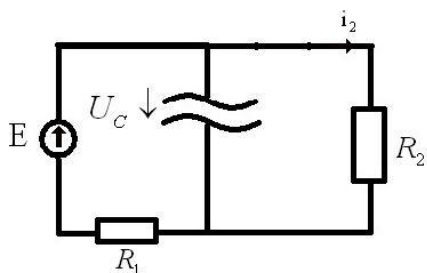
$$ic(t) := icp(t) + ics(t)$$



2. Визначити операторним методом струми і напруги на реактивних елементах після комутації ключа K_2 .



2.1. Визначення незалежних початкових умов:



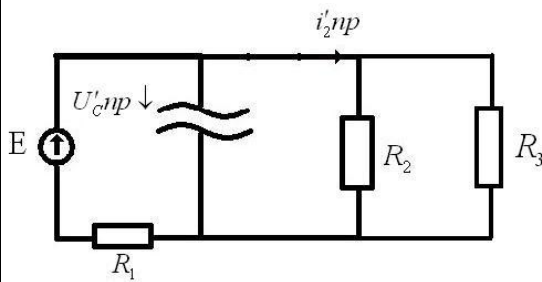
$$i_2(0) = \frac{E}{R_1 + R_2} = 3.636 \quad \text{A}$$

$$U_C(0) = R_2 \cdot i_2(0) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E = 109.091 \quad \text{V}$$

2.2. Визначення примушених складових: так як в колі діють два джерела ЕРС різної

частоти, то для розрахунку використовують метод накладання.

1)



$$i'_{2np} = \frac{E}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} = 5.994 \text{ A}$$

$$u'_{Cnp} = i'_{2np} \cdot \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 76.078 \text{ B}$$

Розробимо систему рівнянь по методу контурних токів:

$$\begin{cases} \dot{I}_{11}(R_1 - i \cdot X_C) - \dot{I}_{22}(-i \cdot X_C) = 0 \\ -\dot{I}_{22}(-i \cdot X_C) + \dot{I}_{22}[R_2 + i \cdot (X_L - X_C)] - \dot{I}_{33} \cdot R_2 = 0 \\ -\dot{I}_{22} \cdot R_2 + \dot{I}_{33}(R_2 + R_3) = -\dot{E}_m \end{cases}$$

$$X_L = \omega \cdot L = 35.75 \text{ Ом}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = 11.834 \text{ Ом}$$

$$\dot{E}_m = 160 \cdot e^{i \cdot 80} \text{ B}$$

Підставимо в систему отриманні значення:

$$\begin{cases} \dot{I}_{11} \cdot (14 - i \cdot 11.834) - \dot{I}_{22} \cdot (-i \cdot 11.834) = 0 \\ -\dot{I}_{11} \cdot (-i \cdot 11.834) + \dot{I}_{22} \cdot (30 + i \cdot 23.916) - \dot{I}_{33} \cdot 30 = 0 \\ -\dot{I}_{22} \cdot 30 + \dot{I}_{33} \cdot (30 + 22) = 160 \cdot e^{i \cdot 80} \end{cases}$$

Рішивши цю систему, отримаємо:

$$\dot{I}_{11} = -1.548 + i \cdot 0.791 = 1.738 \cdot e^{i \cdot 152.918} \text{ A}$$

$$\dot{I}_{22} = -2.484 - i \cdot 1.039 = 2.692 \cdot e^{-i \cdot 157.29} \text{ A}$$

$$\dot{I}_{33} = -1.967 - i \cdot 3.63 = 4.129 \cdot e^{-i \cdot 118.455} \text{ A}$$

Визначення примушених складових:

$$\dot{I}_{2np_m} = \dot{I}_{22} = 2.692 \cdot e^{-i \cdot 157.29} \text{ A}$$

$$\dot{I}_{3np_m} = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{22} = 0.936 + i \cdot 1.831 = 2.056 \cdot e^{i \cdot 62.918} \text{ A}$$

$$\dot{U}_{Cnp_m} = \dot{I}_{2np_m} \cdot (-i \cdot X_C) = 2.056 \cdot e^{i \cdot 62.918} \cdot 11.834 \cdot e^{-i \cdot 90} = 24.331 \cdot e^{-i \cdot 27.082} \text{ B}$$

$$\dot{U}_{Lnp_m} = \dot{I}_{3np_m} \cdot i \cdot X_L = 2.056 \cdot e^{-i \cdot 157.29} \cdot 35.75 \cdot e^{i \cdot 90} = 96.239 \cdot e^{-i \cdot 67.29} \text{ B}$$

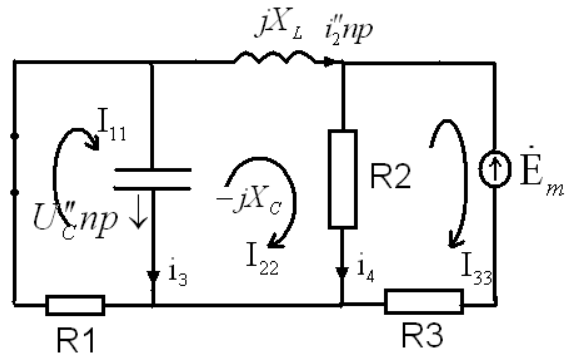
За допомогою методу накладання отримаємо миттєві значення вимушених складових:

$$i_{2np}(t) = 5.994 + 2.692 \cdot \sin(650 \cdot t - 157.29) \text{ A}$$

$$u_{Cnp}(t) = 76.084 + 24.331 \cdot \sin(650 \cdot t - 27.082) \text{ B}$$

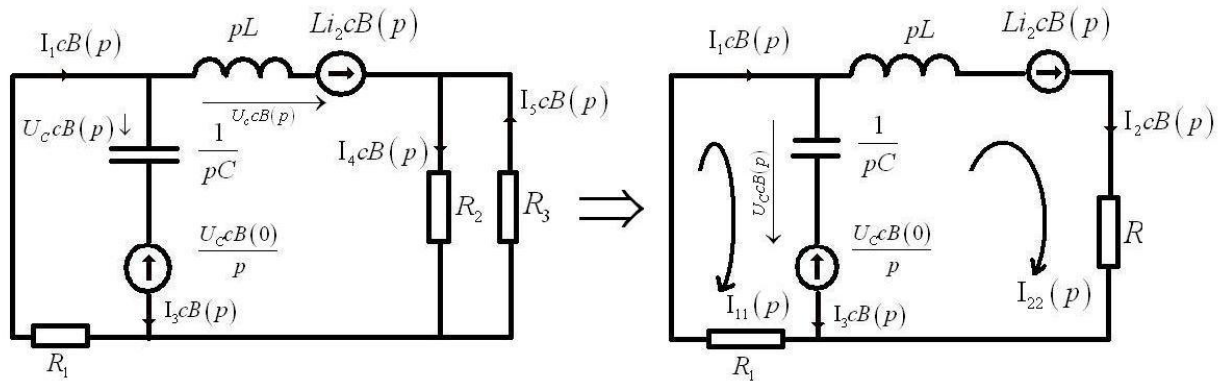
$$u_{Lnp}(t) = 96.239 \cdot \sin(650 \cdot t - 67.29) \text{ B}$$

2)



$$i_{3np}(t) = 2.056 \cdot \sin(650 \cdot t + 62.918) \text{ A}$$

Розрахунок вільних складових операторним методом. Складемо операторну схему заміщення для вільного режиму:



$$R := \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \quad R = 12.692 \text{ Ом}$$

При $t=0$:

$$i_{2np}(0) = 5.994 + 2.692 \cdot \sin(-157.29) = 4.953 \text{ A}$$

$$u_{cnp}(0) = 76.084 + 24.331 \cdot \sin(-27.082) = 65.007 \text{ В}$$

Звідси:

$$i_{2cB}(0) = i_2(0) - i_{2np}(0) = 3.636 - 4.953 = -1.317 \text{ A}$$

$$u_{cB}(0) = u_c(0) - u_{cnp}(0) = 109.091 - 65.007 = 44.084 \text{ В}$$

$$L \cdot i_{2cB}(0) = 55 \cdot 10^{-3} \cdot (-1.317) = -0.072 \text{ Гн} \cdot \text{A}$$

Система рівнянь по методу контурних струмів:

$$\begin{cases} I_{22}(p) \cdot \left(R_1 + \frac{1}{p \cdot C} \right) - I_{22}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} \right) = \frac{-U_{cB}(0)}{p} \\ -I_{22}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} \right) + I_{22}(p) \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C} \right) = L \cdot i_{2cB}(0) + \frac{U_{cB}(0)}{p} \end{cases}$$

Підставимо в систему числові значення та запишемо в матричній формі:

$$\begin{pmatrix} 14 + \frac{10^6}{130 \cdot p} & \frac{-10^6}{130 \cdot p} \\ \frac{-10^6}{130 \cdot p} & 12.6923 + 55 \cdot 10^{-3} + \frac{10^6}{130 \cdot p} \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{11}(p) \\ I_{22}(p) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-44.084}{p} \\ -0.072545 + \frac{44.084}{p} \end{pmatrix}$$

Рішення системи методом Крамера:

$$\Delta(p) = \left(14 + \frac{10^6}{130 \cdot p} \right) \cdot \left(12.6923 + 55 \cdot 10^{-3} \cdot p + \frac{10^6}{130 \cdot p} \right) - \frac{10^6}{130 \cdot p} \cdot \frac{10^6}{130 \cdot p} =$$

$$= \frac{1}{p} \cdot (0.77 \cdot p^2 + 600.7691 \cdot p + 205325.3)$$

$$\Delta_1(p) = \left(\frac{-44.089}{p} \right) \cdot \left(12.6923 + 55 \cdot 10^{-3} \cdot p + \frac{10^6}{130 \cdot p} \right) + \frac{10^6}{130 \cdot p} \cdot \left(-0.072545 + \frac{44.089}{p} \right) =$$

$$= \frac{1}{p} \cdot (-2.4249 \cdot p - 1117.6293)$$

$$\Delta_2(p) = \left(14 + \frac{10^6}{130 \cdot p}\right) \cdot \left(-0.072545 + \frac{44.089}{p}\right) - \frac{10^6}{130 \cdot p} \cdot \frac{44.089}{p} =$$

$$= \frac{1}{p} \cdot (-1.01563 \cdot p + 59.2075)$$

Знаходимо операторні зображення вільних складових:

$$I_2 cB(p) = I_{22}(p) = \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} = \frac{-1.01563 \cdot p + 59.2075}{0.77 \cdot p^2 + 600.7691 \cdot p + 205325.3} = \frac{-1.319 \cdot p + 76.893}{p^2 + 780.22 \cdot p + 266656.23}$$

$$I_3 cB(p) = I_{11}(p) - I_{22}(p) = \frac{\Delta_1(p) - \Delta_2(p)}{\Delta(p)} = \frac{-1.40927 \cdot p - 1176.8368}{0.77 \cdot p^2 + 600.7691 \cdot p + 205325.3} =$$

$$= \frac{-1.830 \cdot p - 1528.359}{p^2 + 780.22 \cdot p + 266656.23}$$

$$U_c cB(p) = I_3 cB(p) \cdot \frac{1}{p \cdot C} + \frac{U_c cB(0)}{p} = \frac{-1.830 \cdot p - 1528.359}{p^2 + 780.22 \cdot p + 266656.23} \cdot \frac{10^6}{130 \cdot p} + \frac{44.089}{p} =$$

$$= \frac{44.089 \cdot p + 20322.197}{p^2 + 780.22 \cdot p + 266656.23}$$

$$U_L cB(p) = I_2 cB(p) \cdot p \cdot L - L \cdot i_2 cB(0) = \frac{-1.319 \cdot p + 76.893}{p^2 + 780.22 \cdot p + 266656.23} \cdot 55 \cdot 10^{-3} + 0.072545 =$$

$$= \frac{60.83 \cdot p + 19344.576}{p^2 + 780.22 \cdot p + 266656.23}$$

Перехід від зображень до оригіналів початкових величин:

$$F(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \rightarrow f(t) = \sum \frac{F_1(p_k)}{F_2(p_k)} \cdot e^{p_k \cdot t} \quad F_2(p) = 0$$

$$p^2 + 780.22 \cdot p + 266656.23 = 0$$

$$D = 780.22^2 - 4 \cdot 266656.23 = -4.579 \times 10^5$$

Так як $D < 0$, то корні комплексні спряжені:

$$p_1 = -390.11 + i \cdot 338.335$$

$$p_2 = -390.11 - i \cdot 338.335$$

Перехід від зображення до оригіналу:

$$\frac{A \cdot p + B}{p^2 + a_1 \cdot p + a_2} \rightarrow e^{\alpha \cdot t} \cdot \left(A \cdot \cos(\beta \cdot t) + B - \frac{A \cdot a_1}{\beta} \cdot \sin(\beta \cdot t) \right)$$

$$\alpha := -390.11$$

$$\beta := 338.335$$

Вільні складові:

$$i_2 cB(t) = e^{-390.11t} \cdot (10.617 \cdot \sin(338.335 \cdot t) - 1.319 \cdot \cos(338.335 \cdot t)) \quad A$$

$$u_c cB(t) = e^{-390.11t} \cdot (9.229 \cdot \sin(338.335 \cdot t) + 44.089 \cdot \cos(338.335 \cdot t)) \quad B$$

$$u_L cB(t) = e^{-390.11t} \cdot (-12.963 \cdot \sin(338.335 \cdot t) + 60.83 \cdot \cos(338.335 \cdot t)) \quad B$$

$$i_3 cB(t) = e^{-390.11t} \cdot (-2.407 \cdot \sin(338.335 \cdot t) - 1.830 \cdot \cos(338.335 \cdot t)) \quad A$$

Закони зміни струмів і напруг на реактивних елементах після комутації ключа К2:

$$i_2(t) = i_2 np(t) + i_2 cB(t) \quad i_3(t) = i_3 np(t) + i_3 cB(t)$$

$$u_L(t) = u_L np(t) + u_L cB(t) \quad u_C(t) = u_C np(t) + u_C cB(t)$$

$$i_2(t) = 5.994 + 2.692 \cdot \sin(650 \cdot t - 157.29) + e^{-390.11t} \cdot (10.617 \cdot \sin(338.335 \cdot t) - 1.319 \cdot \cos(338.335 \cdot t)) \quad A$$

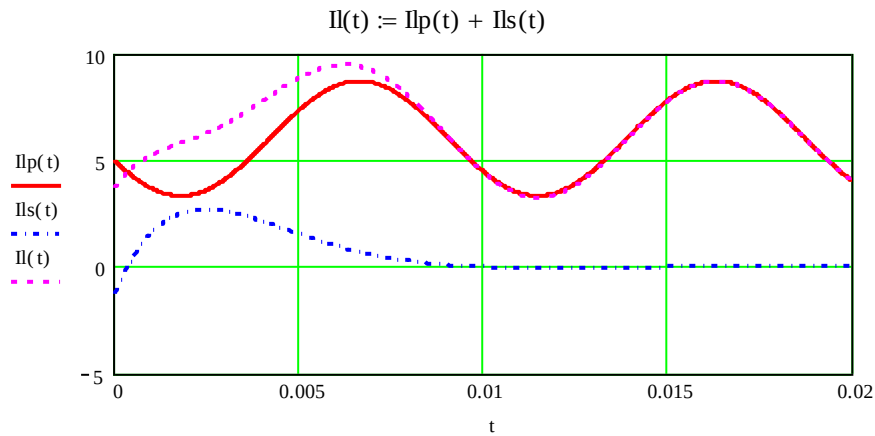
$$u_C(t) = 76.084 + 24.331 \cdot \sin(650 \cdot t - 27.082) + e^{-390.11t} \cdot (9.229 \cdot \sin(338.335 \cdot t) + 44.089 \cdot \cos(338.335 \cdot t)) \quad \text{B}$$

$$u_L(t) = 96.239 \cdot \sin(650 \cdot t - 67.29) + e^{-390.11t} \cdot (-12.963 \cdot \sin(338.335 \cdot t) + 60.83 \cdot \cos(338.335 \cdot t)) \quad \text{B}$$

$$i_3(t) = 2.056 \cdot \sin(650 \cdot t + 62.918) + e^{-390.11t} \cdot (-2.407 \cdot \sin(338.335 \cdot t) - 1.830 \cdot \cos(338.335 \cdot t)) \quad \text{A}$$

$$I_{lp}(t) := 5.994 + 2.692 \cdot \sin\left(650 \cdot t - 157.29 \cdot \frac{\pi}{180}\right)$$

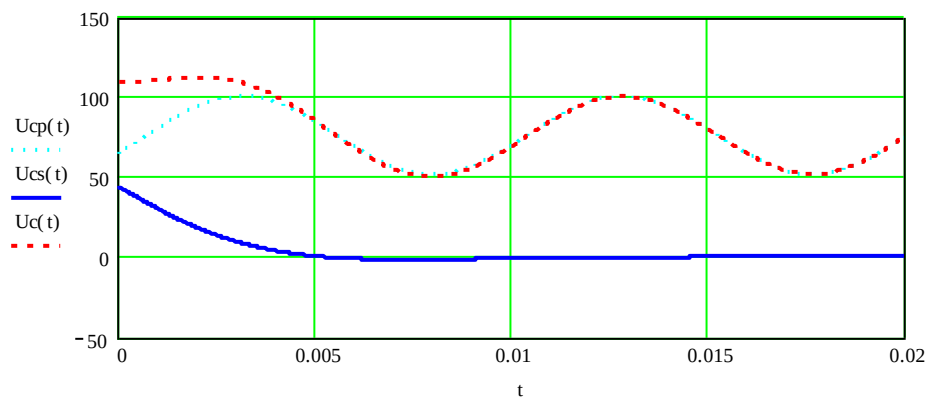
$$I_{ls}(t) := e^{-390.11t} \cdot (10.617 \cdot \sin(338.335 \cdot t) - 1.319 \cdot \cos(338.335 \cdot t))$$



$$U_{cp}(t) := 76.084 + 24.331 \cdot \sin\left(650 \cdot t - 27.29 \cdot \frac{\pi}{180}\right)$$

$$U_{cs}(t) := e^{-390.11t} \cdot (9.229 \cdot \sin(338.335 \cdot t) + 44.089 \cdot \cos(338.335 \cdot t))$$

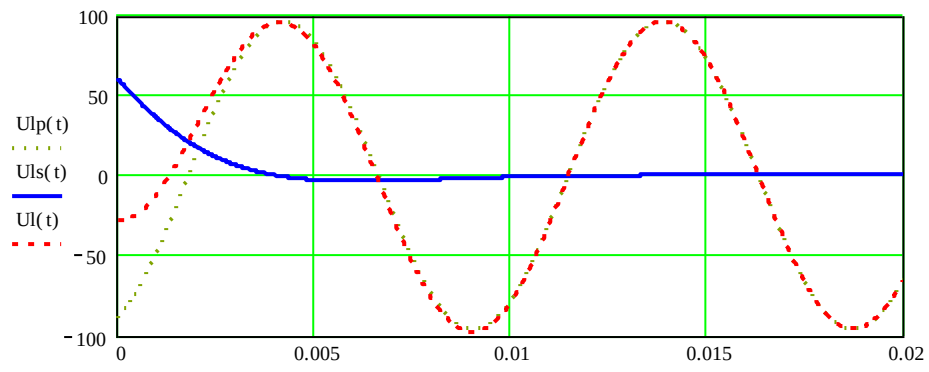
$$U_c(t) := U_{cp}(t) + U_{cs}(t)$$



$$U_{lp}(t) := 96.239 \cdot \sin\left(650 \cdot t - 67.29 \cdot \frac{\pi}{180}\right)$$

$$U_{ls}(t) := e^{-390.11t} \cdot (-12.963 \cdot \sin(338.335 \cdot t) + 60.83 \cdot \cos(338.335 \cdot t))$$

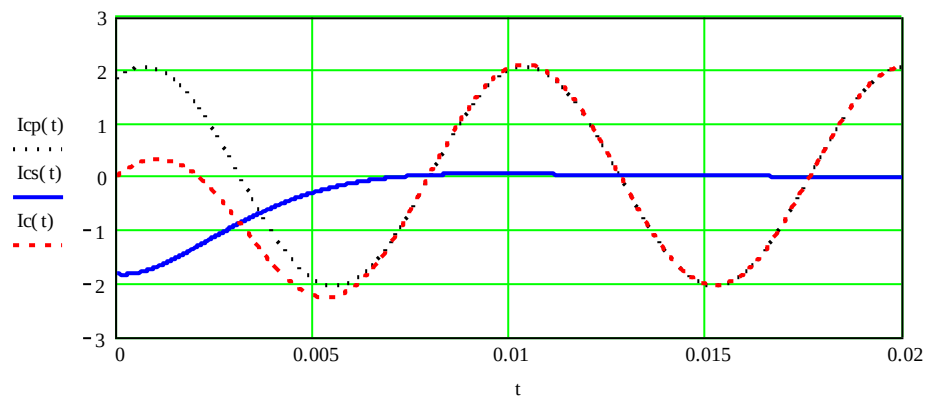
$$U_l(t) := U_{lp}(t) + U_{ls}(t)$$



$$I_{cp}(t) := 2.056 \cdot \sin\left(650 \cdot t + 62.918 \cdot \frac{\pi}{180}\right)$$

$$I_{cs}(t) := e^{-390.11 \cdot t} \cdot (-2.407 \cdot \sin(338.335 \cdot t) - 1.830 \cdot \cos(338.335 \cdot t))$$

$$I_c(t) := I_{cp}(t) + I_{cs}(t)$$



ПИТАННЯ ДО ЕКЗАМЕНУ

1. Дайте визначення *трифазного кола* та його елементів. Наведіть схеми з'єднання генератора та навантаження в трифазних колах.
2. Що розуміють під *лінійними нульовими проводами*, *лінійними* та *фазними напругами* і *струмами*? Наведіть співвідношення між цими величинами при з'єднанні навантаження в „зірку” та „трикутник”.
3. Якими перевагами пояснюється широке розповсюдження трифазних кіл в електроенергетиці?
4. Як Ви поясните, що напруги, котрі одержують від трифазних кіл, можуть бути представлені таким рядом: 127; 220; 380; 660; ... В?
5. Які функції нульового проводу в системі „зірка-зірка” при несиметричному навантаженні?
6. При яких способах з'єднання генератора з навантаженням лінійний струм дорівнює фазному? Лінійна напруга дорівнює фазній?
7. Наведіть векторні діаграми фазних і лінійних струмів (фазних і лінійних напруг) при з'єднанні навантаження за схемами „зірка” і „трикутник”.
8. Що розуміють під *миттєвою*, *активною*, *реактивною* і *повною потужностями* трифазної системи? Наведіть відповідні аналітичні вирази.
9. Наведіть схеми вимірювання активної і реактивної потужностей в симетричній трифазній системі.
10. Чому при симетричному навантаженні розрахунок можна вести лише на одну фазу? Наведіть приклад розрахунку розгалуженого симетричного трифазного кола методом еквівалентних перетворень однієї фази.
11. Охарактеризуйте умови одержання обертового магнітного поля в трифазній (двофазній) системі.
12. Як розкласти несиметричну трифазну систему на три складові? Як називаються ці складові?
13. Як визначити фазні величини несиметричної трифазної системи через симетричні складові?
14. Зобразьте схеми заміщення несиметричної трифазної системи для складових прямої, зворотної і нульової послідовностей фаз.
15. Поясніть, чому фазний опір асинхронного двигуна неоднаковий для різних послідовностей.
16. Охарактеризуйте основні закономірності, властиві симетричним складовим фазних величин.
17. Зобразьте схеми вимірювання активної потужності в несиметричних трифазних колах.
18. Зобразьте устрій та опишіть принцип дії синхронної машини (режим генератора та двигуна).
19. Зобразьте устрій та опишіть принцип дії асинхронного двигуна.
20. Зобразьте якісні векторні діаграми фазних напруг і струмів для несиметричних режимів трифазного кола зі з'єднанням навантаження за схемою „зірка” з нульовим проводом та без нульового проводу. Несиметрія викликана обривом або к.з. однієї фази.
21. Зобразьте якісні векторні діаграми фазних напруг і струмів для несиметричних режимів трифазного кола зі з'єднанням навантаження за схемою „трикутник”. Несиметрія викликана обривом одного фазного або лінійного проводу.
22. Назвіть причини виникнення періодичних несинусоїдальних струмів (напруг) в електричних колах.

23. Запишіть загальний вигляд розкладання періодичної несинусоїдальної функції в ряд Фур'є. Наведіть вирази для коефіцієнтів ряду.
24. Дайте визначення *максимального, діючого, середнього, середнього по модулю* значень періодичної несинусоїдальної функції. Як вимірюються ці значення періодичних несинусоїдальних напруг і струмів?
25. Дайте визначення *комплексної амплітуди ряду Фур'є*. Наведіть відповідні аналітичні співвідношення.
26. Викладіть основні положення, на яких базується методика розрахунку лінійних кіл при періодичних несинусоїдальних діях.
27. Наведіть вирази для визначення діючого значення несинусоїдального струму: а) через миттєве значення; б) через гармонічний склад.
28. Охарактеризуйте фізичний зміст діючого значення несинусоїдального струму.
29. Приладами якої системи можна вимірювати: а) діюче значення несинусоїдального струму; б) середнє по модулю значення; в) амплітудне значення.
30. Дайте визначення і запишіть аналітичні вирази для розрахунку: а) коефіцієнту несинусоїдальності; б) коефіцієнту спотворення.
31. Охарактеризуйте наступні складові повної потужності в колі несинусоїдального струму: а) активну потужність; б) реактивну потужність; в) потужність спотворення.
32. Запишіть аналітичний вираз для повної потужності в колі з несинусоїдальним струмом.
33. Запишіть аналітичний вираз для активної потужності в колі з несинусоїдальним струмом.
34. Запишіть аналітичний вираз для реактивної потужності в колі з несинусоїдальним струмом.
35. Запишіть аналітичний вираз для потужності спотворення в колі з несинусоїдальним струмом.
36. Охарактеризуйте основні закономірності, властиві вищим гармонікам в трифазному колі при з'єднанні генератора і навантаження в „зірку” (з нейтральним проводом або без нього).
37. Охарактеризуйте основні закономірності, властиві вищим гармонікам в трифазному колі при з'єднанні генератора і навантаження в „трикутник”.
38. Чим можна пояснити, що при симетричному навантаженні трифазної системи „зірка-зірка” для протікання струмів третіх гармонік необхідний нульовий провід?
39. Зобразьте схеми та охарактеризуйте принцип дії наступних фільтрів: а) фільтрів нижчих частот; б) резонансних вибіркокових фільтрів.
40. Охарактеризуйте взаємозв'язок між формами періодичних несинусоїдальних струмів і напруг: а) в резистивному елементі; б) в індуктивному елементі; в) в ємнісному елементі.
41. Дайте визначення *перехідному процесу*.
42. В чому полягає класичний метод розрахунку перехідних процесів?
43. Що розуміють під вимушеними і вільними струмами та напругами?
44. Сформулюйте закони (правила) комутації.
45. Дайте визначення *незалежним та залежним початковим умовам*.
46. Які способи складання характеристичного рівняння Ви знаєте?
47. Поясніть, чому при складанні характеристичного рівняння шляхом прирівнювання нулю вхідного опору $Z(p) = N(p)/M(p)$ в загальному випадку чисельник і знаменник дробу не можна скорочувати на спільний множник?
48. Чим визначається число коренів характеристичного рівняння?
49. Викладіть сутність класичного методу розрахунку і принцип складання рівнянь для визначення сталих інтегрування.

50. Опишіть порядок розрахунку перехідного процесу в колі класичним методом в загальному випадку.
51. Що таке *постійна часу* в RC- і RL-колах першого порядку?
52. Яким може бути і від чого залежить характер перехідного процесу в RLC-колі другого порядку?
53. Наведіть вирази для прямого і зворотного перетворень Лапласа.
54. Запишіть відомі Вам співвідношення між $f(t)$ і $F(p)$, а також теореми операторного методу і граничні співвідношення.
55. Наведіть приклади кіл з „некоректною” комутацією. В чому полягає сутність розрахунку перехідних процесів при „некоректних” комутаціях?
56. Сформулюйте узагальнені закони комутації.
57. Запишіть вираз закону Ома в операторній формі.
58. Запишіть вирази законів Кірхгофа в операторній формі.
59. Наведіть операторні схеми заміщення ділянок кола.
60. В чому полягають особливості розрахунку перехідних процесів операторним методом при синусоїдальному джерелі?