

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет кораблебудування
імені адмірала Макарова

О. О. ПАЛЬЧИКОВ

**ОСНОВИ МЕТРОЛОГІЇ
ТА ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ВИМІРЮВАНЬ**

Навчальний посібник

Рекомендовано Вченою радою НУК



ВИДАВНИЦТВО
НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
КОРАБЛЕБУДУВАННЯ
ІМ. АДМІРАЛА МАКАРОВА

2023

УДК 621.317(075.8)

П14

Автор

О. О. Пальчиков, канд. техн. наук

Рецензенти:

Б. М. Гордєєв, д-р техн. наук, головний конструктор ТОВ «АМІКО Комплект»;

В. Я. Кутковецький, д-р техн. наук, професор кафедри комп'ютерної інженерії Чорноморського національного університету імені П. Могили;

О. О. Черно, канд. техн. наук, доцент, завідувач кафедри комп'ютеризованих систем управління Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова

*Рекомендовано Вченою радою НУК ім. адмірала Макарова
як навчальний посібник
(протокол № 03 від 22.02.2019 р.)*

Пальчиков О. О.

П14 Основи метрології та електромагнітних вимірювань : навчальний посібник / О. О. Пальчиков. — Миколаїв : НУК, 2023. — 192 с.

ISBN 978-966-321-455-9

У навчальному посібнику викладено основні метрологічні поняття, основи теорії похибок і обробки результатів вимірювань. Розглянуто засоби й методи вимірювань електричних і магнітних величин. Подано методичку розрахунку аналогових електромеханічних вимірювальних приладів. Вміщено задачі і вправи для закріплення вивченого матеріалу та приклади їх розв'язку.

Призначено для студентів галузі знань 14 «Електрична інженерія» спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» та галузі знань 27 «Транспорт» спеціальності 271 «Річковий та морський транспорт» (освітньої програми «Експлуатація суднового електрообладнання і засобів автоматики»).

УДК 621.317(075.8)

© Пальчиков О. О., 2023

© Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова, 2023

ISBN 978-966-321-455-9

ЗМІСТ

ВСТУП.....	6
1. ОСНОВИ МЕТРОЛОГІЇ.....	8
1.1. Основні поняття метрології.....	8
1.2. Похибки вимірювань.....	14
1.3. Похибки цифрових вимірювальних приладів	19
1.4. Класи точності засобів вимірювань.....	24
1.5. Правила запису результатів вимірювань.....	25
2. ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ.....	26
2.1. Імовірнісний опис результатів вимірювань.....	26
2.2. Обробка результатів непрямих вимірювань.....	31
2.3. Обробка результатів сукупних вимірювань.....	33
2.4. Обробка результатів груп вимірювань.....	35
3. ЗАСОБИ ВИМІРЮВАНЬ ЕЛЕКТРИЧНИХ ВЕЛИЧИН.....	37
3.1. Міри й компаратори.....	37
3.2. Масштабні вимірювальні перетворювачі.....	41
3.3. Електромеханічні вимірювальні прилади.....	45
3.4. Електронні вимірювальні прилади.....	59
4. ОСНОВИ ПРОЄКТУВАННЯ ЕЛЕКТРО- МЕХАНІЧНИХ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПРИЛАДІВ.....	69
4.1. Проєктування магнітоелектричних вимірю- вальних приладів.....	69
4.2. Проєктування електромагнітних і електро- динамічних вимірювальних приладів.....	77

4.3. Проектування електростатичних вимірювальних приладів	81
5. ВИМІРЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРИЧНИХ ЛАНЦЮГІВ.....	87
5.1. Вимірювання складових повного електричного опору.....	87
5.2. Вимірювання частоти.....	98
5.3. Вимірювання фази.....	108
5.4. Вимірювання повної, активної та реактивної потужностей.....	113
5.5. Метрологічне забезпечення якості електроенергії.....	117
6. ВИМІРЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ МАГНІТНИХ ПОЛІВ.....	121
6.1. Основні принципи вимірювання магнітного поля.....	121
6.2. Сенсори для вимірювання індукції постійного і змінного магнітних полів.....	127
6.3. Визначення залишкової індукції і коерцитивної сили феромагнітних матеріалів.....	135
6.4. Вимірювання характеристик магнітних матеріалів.....	139
6.5. Вимірювання втрат на вихрові струми й гістерезис.....	143
7. ЗАДАЧІ І ВПРАВИ ДЛЯ ЗАКРІПЛЕННЯ ВИВЧЕНОГО МАТЕРІАЛУ.....	147
7.1. Похибки результатів вимірювань.....	147
7.2. Обробка результатів вимірювань за однократними спостереженнями.....	155
7.3. Обробка результатів багатократних спостережень при прямих вимірюваннях.....	163
7.4. Обробка результатів багатократних спостережень при непрямих вимірюваннях.....	168

7.5. Масштабні вимірювальні перетворювачі.....	171
7.6. Мостові вимірювання активного опору, індуктивності та ємності.....	173
7.7. Вимірювання активної і реактивної потужностей у мережах змінного струму.....	178
7.8. Вимірювання частоти та фазового зсуву.....	179
7.9. Вимірювання параметрів магнітного поля.....	182
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	185

ВСТУП

Фундаментальні положення метрології фіксуються за договірним принципом. Це пов'язано зі складністю реалізації еталонів, які забезпечать максимальну точність вимірювань і разом з тим рівну надійність їх відтворення в будь-якій відповідним чином обладнаній лабораторії. Тому в сучасній метрології набув популярність рух реалізації еталонів на основі фундаментальних фізичних констант. Так, еталоном сили струму у свій час були маса речовини, що виділилась за 1 с на електродах при проходженні постійного струму через електроліт; струмові ваги, засновані на силі тяжіння двох паралельних провідників. Пропонувалися еталони сили струму на квантових ефектах, коли сила струму відтворюється непрямым шляхом за відношенням еталона напруги, отриманого на основі квантового ефекту Джозефсона, і еталона електричного опору, отриманого на основі квантового ефекту Холла. Розвитком цієї ідеї стала пропозиція визначення сили струму на основі одноелектронних тунельованих осциляцій. За рішенням 26-ї Генеральної конференції з мір і ваг, що проходила 13–16 листопада 2018 року в місті Версалі, було змінено визначення ампера на «визначається фіксованою кількістю елементарних зарядів електрона $1,602176634 \cdot 10^{-19}$ Кл, що виражені смністю, яка еквівалентна А·с, коли секунда визначена як 9192631770 періодів випромінення, що відповідає переходу між двома

надтонкими рівнями основного стану атома цезія-133, який знаходиться в покої за температури 0 К».

Розвиток метрології полягає в удосконаленні теоретичних основ вимірювань, узагальненні практичного досвіду в галузі вимірювань і формуванні подальшого розвитку вимірювальної техніки. Методи обробки результатів вимірювань, точність вимірювальних приладів і спосіб отримання значення вимірюваної величини безпосередньо впливають на якість експерименту, який за критерієм Поппера є єдиною можливим способом установлення причинних зв'язків між феноменами. А тому є необхідною складовою підготовки фахівця.

1. ОСНОВИ МЕТРОЛОГІЇ

1.1. Основні поняття метрології

Метрологія (μέτρον – з грец. міра, λόγος – з грец. вчення або наука) – це наука про вимірювання, методи й засоби забезпечення їх єдності і способи досягнення необхідної точності.

Єдність вимірювань – це стан вимірювань, що характеризується тим, що їх результати виражаються в узаконених одиницях, розміри яких у встановлених межах рівні розмірам одиниць, що відтворюються первинними еталонами, а похибки результатів вимірювань відомі та із заданою ймовірністю не виходять за встановлені межі.

У процесі розвитку науки й техніки людство стикалося з новими фізичними об'єктами, властивості яких необхідно було якось характеризувати, оцінювати кількісно й використовувати в повсякденній практиці. *Фізична величина* – одна з властивостей фізичного об'єкта (фізичної системи, явища або процесу), загальна в якісному відношенні для багатьох фізичних об'єктів, але в кількісному відношенні індивідуальна для кожного з них.

Дослідним шляхом, тобто експериментально, кількісна інформація одержується за допомогою вимірювань. *Вимірювання* – сукупність операцій із застосуванням технічного засобу, зберігаючого одиницю фізичної величини із забезпеченням знаходження співвідношення (в явному або

неявному вигляді) вимірюваної величини з її одиницею й отримання значення цієї величини. *Засіб вимірювань* – технічний засіб, призначений для вимірювань, що має нормовані метрологічні характеристики, відтворює і/або зберігає одиницю фізичної величини, розмір якої беруть незмінним (у межах установленної похибки) протягом відомого інтервалу часу. Процес вимірювання будь-якої фізичної величини представлений схемою (рис. 1.1).

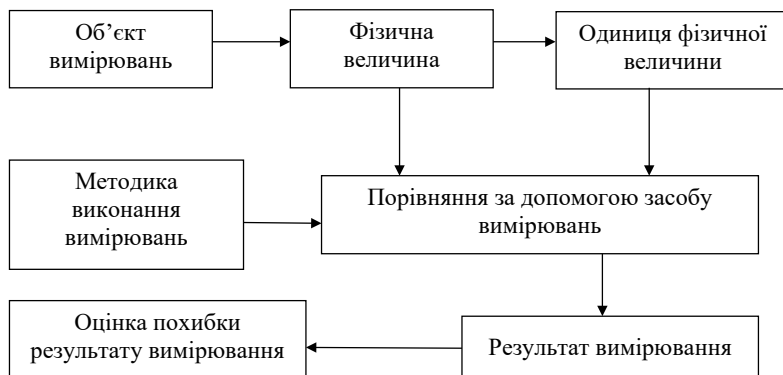


Рис. 1.1. Процес вимірювання фізичної величини

Уведення державного метрологічного контролю і нагляду в багатьох сферах діяльності та обов'язкової сертифікації продукції, робіт і послуг зумовило зміну відношення до вимірювання і засобів вимірювань, які стали розцінюватися як інструменти підвищення якості та достовірності наукових досліджень, технічних розробок, товарів, що випускаються і реалізуються споживачу. Під сертифікацією розуміється єдина форма підтвердження відповідності продукції, що випускається, установленим вимогам, головним чином – вимогам безпечності її споживання. Обов'язкові вимоги до продукції встановлюються, головним чином, у державних стандартах.

Основне рівняння вимірювання має наступний вигляд:

$$A = a [A],$$

де A – істинне значення фізичної величини; a – числове значення фізичної величини; $[A]$ – одиниця вимірювання фізичної величини.

Слід зазначити, що реальний результат вимірювання відрізняється від істинного значення фізичної величини на значення похибки вимірювання.

Для визначення розміру фізичної величини використовують деяке вимірювальне перетворення, що дозволяє встановити однозначну відповідність розміру фізичної величини та її числового значення. Вимірювана фізична величина, для якої встановлена одиниця вимірювання, має лінійне вимірювальне перетворення. Фізичні величини, для яких не знайдено лінійне вимірювальне перетворення, не мають одиниці вимірювання і не можуть бути виміряні. Їх розмір може бути тільки оцінений.

Розміри фізичних величин вимірюються й оцінюються за допомогою шкал. *Шкала фізичної величини* – це впорядкована сукупність значень фізичної величини, яка стає необхідною основою для вимірювань даної величини.

Для того, щоб установлювати відмінності кількісного вмісту властивості, що відображується фізичною величиною, у метрології введені поняття розмірності й розміру. Ці поняття пов'язані з тим, що будь-яка фізична величина може виділятися якісно й визначатися кількісно. Відображенням якісної відмінності між фізичними величинами є їх розмірність. Відповідно до міжнародного стандарту ISO 80000-1 розмірність слід позначати *dim*. Сукупність фізичних величин, утворена відповідно до прийнятих принципів, коли одні величини приймають за незалежні, а інші визначають як функції незалежних величин, називається

системою фізичних величин. Фізична величина, що входить у систему величин і визначається через основні величини цієї системи, називається *похідною*. Одиниці похідних величин виражаються через одиниці основних величин за допомогою степеневого одночлена

$$[A] = k[A_1]^{\alpha} \cdot [A_2]^{\beta} \cdot [\dots]^{\gamma} \dots,$$

де k – безрозмірний коефіцієнт пропорційності, що дорівнює 1; A_1, A_2 – одиниці вимірювань основних фізичних величин; α, β, γ – показники розмірності.

Кількісною характеристикою вимірюваної величини слугує її розмір. *Одиниця вимірювання фізичної величини* – фізична величина фіксованого розміру, якій умовно присвоєно числове значення, рівне 1, і яке застосовується для кількісного вираження однорідних з нею фізичних величин. *Значення фізичної величини* – вираз розміру фізичної величини у вигляді деякого числа прийнятих для неї одиниць. Значення вимірюваної величини A визначається числовим значенням a , яке є абстрактним числом, що входить у значення величини, і деяким розміром $[A]$, прийнятим за 1. Зменшення або збільшення $[A]$ призводить до обернено пропорційної зміни a . Числові значення вимірюваних величин залежать від того, які одиниці вимірювання використовуються. Якщо допустити свавілля у виборі одиниць, то результати вимірювань виявляться несумісними між собою. Щоб цього не сталося, одиниці вимірювання фізичних величин устанавлюються за певними правилами й закріплюються законодавчим шляхом.

Система одиниць фізичних величин – це сукупність основних і похідних одиниць фізичних величин, утворена за певними принципами. Порядок побудови систем одиниць:

1. Вибираються основні фізичні величини.
2. Устанавлюються одиниці основних фізичних величин.

3. Вибираються рівняння зв'язку і встановлюються одиниці похідних фізичних величин.

Класом системи одиниць фізичних величин називається сукупність систем одиниць, що розрізняються між собою тільки розміром, але не фізичною природою основних одиниць фізичних величин. Міжнародна система СІ базується на семи основних одиницях, розміри яких установлюються незалежно одна від одної: метр – одиниця довжини, кілограм – одиниця маси, секунда – одиниця часу, ампер – одиниця сили електричного струму, кельвін – одиниця термодинамічної температури, кандела – одиниця сили світла, моль – одиниця кількості речовини.

За кількістю виконаних спостережень або знятих показань засобами вимірювань усі вимірювання поділяються на *одноразові* та *багаторазові*. *Одноразовим* називають вимірювання, виконане один раз. У багатьох випадках на практиці виконуються саме одноразові вимірювання, якщо результат вимірювань задовольняє умовам конкретної вимірювальної задачі. *Багаторазовим* називають вимірювання фізичної величини одного розміру, результат якого отримано з кількох наступних один за одним вимірювань, тобто складений з ряду одноразових вимірювань. Багаторазове вимірювання виконують у разі, коли випадкова складова похибки однократного вимірювання може перевищити необхідне за умовами завдання значення. Виконавши ряд послідовних окремих вимірювань (спостережень, показань), отримують одне багаторазове вимірювання, похибка якого може бути зменшена методами математичної статистики.

Залежно від способу отримання результату вимірювання або числового значення вимірюваної величини всі вимірювання поділяють на *прямі*, *непрямі*, *спільні* та *сукупні*. *Прямими* називають вимірювання, у яких шукане значення фізичної величини знаходять безпосередньо з дослідних да-

них порівнянням даної величини з мірою цієї величини або відліку показань засобу вимірювання, проградуйованого в одиницях цієї величини. Прикладами прямих вимірювань можуть бути вимірювання довжини лінійкою, маси – за допомогою ваг, електричної напруги – за допомогою вольтметра. *Непрямими* називають вимірювання, у яких значення величини знаходять на підставі відомої залежності між цією величиною та іншими величинами, що піддаються прямим вимірюванням. Непрямі вимірювання виконують тоді, коли прямі вимірювання даної фізичної величини з яких-небудь причин ускладнені або навіть неможливі, або коли непрямі вимірювання дають більш точний результат у порівнянні з прямими. *Спільними* називають виконані одночасно (прямі або непрямі) вимірювання двох або декількох різномісних величин для встановлення функціональної залежності між ними (або знаходження значення вимірюваної величини при відомій залежності її від інших величин). Так, у вимірюваннях електричного активного опору високої точності слід контролювати температурний режим, на вимірювання магнітних характеристик речовини можуть впливати зовнішні електромагнітні поля. *Сукупними* називають вимірювання, у яких значення вимірюваних величин знаходяться рішенням системи рівнянь, складеної за даними повторних вимірювань декількох однойменних величин при різних поєднаннях цих величин. Для визначення значень шуканих величин число рівнянь має бути не менше числа величин.

За особливостями обробки результатів усі вимірювання поділяються на *рівноточні* й *нерівноточні*. *Рівноточними* вимірюваннями називають ряд вимірювань будь-якої величини, що виконані однаковими за точністю засобами вимірювань в одних і тих же умовах і з однаковою ретельністю.

1.2. Похибки вимірювань

У даний час найбільший розвиток отримала теорія вимірювань, заснована на понятті похибки, яка є основою для переважної кількості чинних нормативних документів у галузі метрології.

На практиці порівняння розміру вимірюваної фізичної величини з одиницею фізичної величини проходить в умовах впливу безлічі випадкових і невідповідних обставин, точно врахувати які неможливо. Тому під час вимірювання однієї і тієї ж величини постійного розміру результат порівняння a виходить весь час різним. Значення фізичної величини, отримане в результаті порівняння, є оцінкою фізичної величини у прийнятих для вимірювання даної величини одиницях. Істинне значення вимірюваної величини існує, але його визначити неможливо. Однак це поняття введено в теорію вимірювань, до того ж розрізняють істинне та дійсне значення вимірюваної фізичної величини й результат вимірювання.

Істинне значення фізичної величини – це значення фізичної величини, яке ідеальним чином характеризує в кількісному та якісному відношенні відповідну фізичну величину. *Справжнє значення фізичної величини* – значення фізичної величини, отримане експериментальним шляхом і настільки близьке до істинного значення, що в поставленій вимірювальній задачі може бути використано замість нього. *Результат вимірювання* – значення величини, отримане шляхом її вимірювання. Результат вимірювання становить собою наближену оцінку істинного значення величини.

Якість засобів і результатів вимірювань характеризують, указуючи їх похибки. *Похибка результату вимірювання* – це різниця між результатом вимірювання A та істинним (дійсним) значенням A_d вимірюваної величини

$$\Delta = A - A_d. \quad (1.1)$$

Похибка вказує границі невизначеності значення вимірюваної величини. Істинне значення застосовують під час розв'язання задач метрології. На практиці користуються дійсним значенням величини. За дійсне значення при одноразових вимірюваннях часто беруть значення, отримане за допомогою більш точного, еталонного засобу вимірювань, при багаторазових вимірюваннях – середнє арифметичне ряду окремих вимірювань (показів), які входять у даний ряд.

За способом вираження розрізняють *абсолютну, відносну і приведену похибку*. Абсолютна похибка – це похибка, виражена в одиницях вимірюваної величини і визначається відповідно до виразу (1.1). Абсолютна похибка сама собою не може бути показником точності вимірювань, так як одне і те ж значення, наприклад, $\Delta = 0,05$ мА, при $A_d = 100$ мА відповідає достатньо високій точності вимірювань, а при $A_d = 1$ мА – низькій. Тому вводиться поняття відносної похибки.

Відносна похибка – це похибка, яка виражена відношенням абсолютної похибки до дійсного значення. У багатьох випадках вона є більш наочною характеристикою оцінки якості результату вимірювання. Відносну похибку знаходять з виразу

$$\delta = \Delta/A_d = (A - A_d)/A_d$$

і виражають у відносних одиницях або у відсотках (в останньому випадку у формулі у правій частині з'являється множник 100 %).

Приведена похибка – це відносна похибка, у якій абсолютна похибка засобу вимірювання віднесена до умовно прийнятого значення A_N , постійному на всьому діапазоні вимірювань або його частині

$$\gamma = \Delta/A_N = (A - A_d)/A_N.$$

Умовно прийняте значення величини A_N називають *нормуючим значенням*. За нормуюче значення часто приймають верхню межу вимірювань.

Приведену похибку можна вважати окремих випадком відносної похибки (рис. 1.2). Указівка похибки вимірювань у вигляді приведеної похибки говорить про те, що абсолютна похибка вимірювань постійна на всьому діапазоні (піддіапазоні) вимірювань.

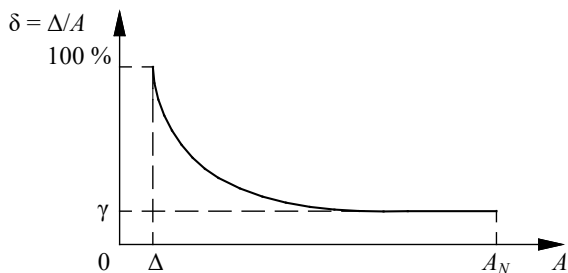


Рис. 1.2. Відносна похибка при незмінній абсолютній похибці

З визначення похибки не випливає, що вона складається з будь-яких складових. Розподіл похибки на складові введено для зручності обробки результатів вимірювань. Похибка не є постійною величиною. Установлено, що одна її частина проявляється як постійна величина, а інша змінюється непередбачено. Ці частини називають *систематичною* і *випадковою* похибками. За характером прояву слід також виділити *грубі похибки* (промахи). Класифікація похибок за характером їх прояву наведена на рис. 1.3.

Грубі похибки (промахи) – це такі похибки, які при справних засобах вимірювань і коректних діях експериментатора (оператора) не повинні проявлятися. Виникають вони тому, що результати окремих вимірювань різко відрізняються від інших. У разі одноразового вимірювання промах може бути виявлений тільки шляхом логічного аналізу

або зіставлення результату з апіорним уявленням про нього. Якщо причина промаху встановлена, то результат однократного вимірювання слід визнати помилковим і повторити вимірювання. У разі багаторазового вимірювання однієї і тієї ж величини постійного розміру промахи проявляються в тому, що результати окремих вимірювань, що входять в один ряд, різко відрізняються від інших результатів цього ряду.



Рис. 1.3. Класифікація похибок вимірювань за характером їх прояву

Якщо промахи виявляються у процесі вимірювань, то результати, що їх містять, відкидають. Найчастіше промахи виявляють під час остаточної обробки результатів вимірювань за допомогою спеціальних критеріїв. *Випадкова похибка* – складова похибки результату вимірювання, яка змінюється випадковим чином (за знаком і значенням) у серії повторних вимірювань фізичної величини постійного розміру, проведених з однаковою ретельністю в однакових умовах. У появі таких похибок не спостерігається будь-якої закономірності, вони проявляються під час

повторних спостережень у вигляді деякого розкиду отриманих результатів. Випадкові похибки не підлягають усуненню і завжди присутні в результаті вимірювань. Опис випадкових похибок можливий лише на основі теорії випадкових процесів і математичної статистики. Зменшення випадкових похибок можливо шляхом збільшення кількості спостережень.

Систематична похибка – складова похибки результату вимірювання, яка залишається постійною для даного ряду вимірювань або ж закономірно змінюється під час повторних вимірювань фізичної величини постійного розміру. Систематичні похибки можуть бути *передбачені, виявлені й вилучені* (зменшені) з результату вимірювань введенням поправок. Поправки завжди визначаються й обчислюються з деякою похибкою, частина систематичних похибок так чи інакше виявляється непоміченою, тому існує поняття невиключеної систематичної похибки. Іноді цей вид похибки називають *невиключеними залишками систематичної похибки*, що залишаються після введення поправок, які знаходяться в результаті вимірювань.

Систематичні складові похибки додаються алгебраїчно з урахуванням знаку, до того ж вони можуть одна одну частково або повністю компенсувати. Цим широко користуються під час конструювання засобів вимірювань, наприклад, зменшують вплив температури шляхом використання вузлів, температурні коефіцієнти передачі яких мають різні знаки.

Результуючу невиключену систематичну похибку знаходять шляхом додавання окремих складових за модулем, а символ « $\pm$ » виносять за дужку. Але такий спосіб додавання використовують, якщо кількість складових не більше трьох. При більшій кількості складових визначають результуючу невиключену систематичну похибку шляхом середньоквадратичного значення.

Особливе місце серед похибок посідають прогресуючі (дрейфові) похибки. Їх особливістю є те, що вони можуть бути скориговані і враховані тільки в даний момент часу, а надалі знову непередбачувано змінюються. Прогресуюча похибка є поняттям, яке не може бути зведене до понять випадкової і систематичної похибок, проте в нормативних документах її визначають як один з видів систематичної похибки.

1.3. Похибки цифрових вимірювальних приладів

Цифровий вимірювальний прилад – це засіб вимірювання, у якому вимірювана неперервна (аналогова) величина зазнає операцій дискретизації, квантування і кодування, а результат вимірювань надається у цифровій формі.

Дискретизація – операція перетворення неперервної в часі аналогової величини в послідовність вибірок, що відповідають «миттєвим» значенням вимірюваної величини в певні моменти часу.

У дискретизованому сигналі відсутні проміжні значення вхідного сигналу між мітками часу t_i та t_{i+1} . Завдяки цьому може втрачатися вимірювальна інформація про проміжні значення сигналу, тобто виникає похибка від дискретизації. Крім того, завжди існує певна, не нульова, тривалість аналого-цифрового перетворення сигналу, яка залежить від використовуваного методу перетворення та швидкодії елементної бази аналого-цифрового перетворювача (АЦП).

Тому під час дискретизації сигналу можна розглядати дві часові характеристики цього процесу:

– часовий інтервал між почерговими вимірюваннями сигналу при сталому його часі називають *періодом дискретизації сигналу* $T_d = t_{i+1} - t_i$;

– інтервал часу $T_{\text{ац}}$ аналого-цифрового перетворення сигналу – час, який необхідно витратити, щоб отримати один цифровий результат вимірювання сигналу.

Відповідно до цього при цифрових вимірюваннях розглядають похибки двох різновидів (рис. 1.4):

– похибка $\Delta_{\text{д}}(t)$, що пов'язана зі зміною вимірюваного сигналу за інтервал дискретизації;

– похибка $\Delta_{\text{ац}}(t)$, що пов'язана зі зміною сигналу за час його аналого-цифрового перетворення.

При відомому періоді дискретизації перша складова похибки однозначно залежить від властивостей зміни вимірюваного сигналу і способу подальшого використання результатів його вимірювань.

Якщо до отримання наступної вибірки A_{i+1} за поточне значення сигналу $A(t)$, береться стале значення, яке дорівнює значенню попередньої вибірки A_i при відтворенні сигналу східчастою функцією (рис. 1.5), то найбільша похибка пропорційна до найбільшої зміни сигналу на проміжку $t_i \leq t < t_{i+1}$ між почерговими вибірками

$$|\Delta_{\text{д}}(T_{\text{д}})| \leq |A(t)|_{\text{max}} T_{\text{д}}.$$

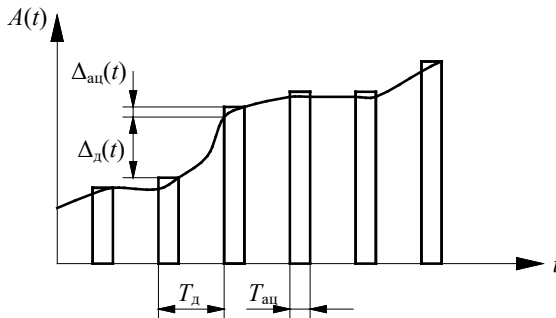


Рис. 1.4. Похибки дискретизації

Цю похибку можна зменшити, якщо зачекати до моменту часу t_{i+1} отримання наступної вибірки A_{i+1} і апроксимувати залежність зміни сигналу між почерговими вимірюваннями лінійною функцією (рис. 1.5). У цьому випадку максимальне значення похибки залежить від максимальної другої похідної сигналу (при лінійній зміні сигналу похибка відсутня)

$$|\Delta_{\text{дл}}(T_{\text{д}})| \leq \frac{|A''(t)|_{\text{max}}}{2} \left(\frac{T_{\text{д}}}{2} \right)^2.$$

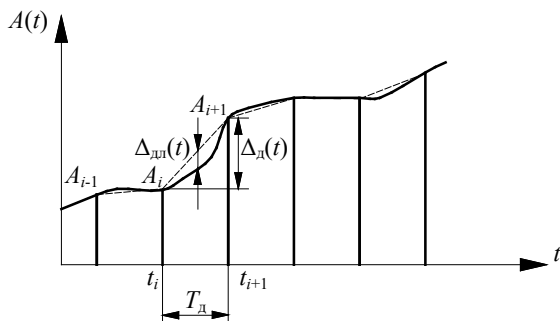


Рис. 1.5. Похибка дискретизації під час відтворення сигналу лінійними функціями

Як бачимо, ускладнення способу відтворення проміжних значень сигналу радикально зменшує динамічну похибку від дискретизації, що і становить суть теореми Найквіста.

Теоретично неможливо отримати результат вимірювання за нескінченно короткий інтервал часу, тому що при скінченній енергії була б нескінченно великою, відібрана з вимірюваного сигналу потужність. Цифрові засоби вимірювань характеризують імпульсною функцією, яка при аналого-цифровому перетворенні приймається скінченною в часі, і вона власне визначає його тривалість. У багатьох випадках результат аналого-цифрового перетворення пропорційний до середнього значення сигналу. Для зменшення

впливу зміни сигналу протягом аналого-цифрового перетворення на вході швидкодіючого АЦП використовують так званий пристрій вибірки та зберігання, що функціонує, наприклад, на принципі короткотривалого під'єднання вхідного сигналу до конденсатора. Запам'ятоване в такий спосіб значення величини втримується на виході цього пристрою так довго, як це потрібно для наступного аналого-цифрового перетворення. Очевидно, що в АЦП з пристроєм вибірки-зберігання, хоча протягом дуже короткого інтервалу часу – усе ж відбувається усереднення сигналу. Результат перетворення усереднюючих АЦП (з часовим чи частотним перетворенням), відповідно до принципу їх роботи, дорівнює середньому значенню сигналу.

Тому загалом можна прийняти, що значення вибірки сигналу в момент часу t_i є її середнє значення протягом часу перетворення $T_{\text{ац}}$

$$\bar{A}(t)_{\text{ац}} = \frac{1}{T_{\text{ац}}} \int_{-T_{\text{ац}}/2}^{T_{\text{ац}}/2} A(t) dt.$$

Похибка від такого усереднення залежить від часу усереднення $T_{\text{ац}}$ і від характеру зміни сигналу. Так, при лінійному наростанні сигналу вона дорівнює нулю. При аналого-цифровому перетворенні виникає амплітудна похибка, відносна значення якої складає

$$\delta = \frac{\bar{A}_m - A_m}{A_m} = \frac{\sin(\pi f T_{\text{ац}})}{\pi f T_{\text{ац}}} - 1 \cong -\frac{(\pi f T_{\text{ац}})^2}{3} = -\frac{(\pi f / f_{\text{ац}})^2}{3}.$$

Похибка від'ємна, оскільки амплітуда усередненого сигналу є меншою за амплітуду вхідного сигналу.

Квантування за рівнем вимірюваної величини A (рис. 1.6) полягає у визначенні квантованого й заокругленого в результаті квантування значення

$$A = \Delta_0 N_a,$$

де Δ_0 – різниця між сусідніми рівнями квантування, тобто крок квантування;

N_a – кількість рівнів квантування, який визначається кількістю двійкових або десятичних розрядів коду n і k відповідно: $N_a = 2^n$ і $N_a = 10^k$.

Максимальне числове значення результату перетворення завжди на одиницю менше за максимальну кількість розрядів.

Отже, цифровий результат містить похибку заокруглення, яку стосовно фізичних величин називають *похибкою квантування*.

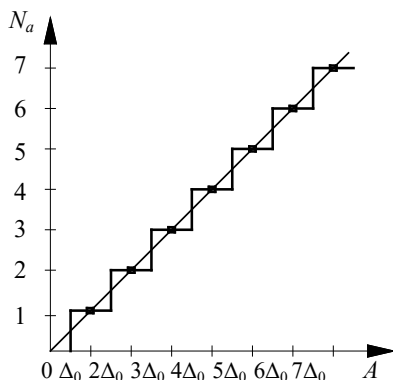


Рис. 1.6. Квантування вимірюваної величини

Спосіб заокруглення до квантованого рівня значною мірою визначається технічною реалізацією АЦП. Використовують заокруглення до ближчого рівня, більшого рівня чи меншого рівня. При заокругленні до ближчого квантованого рівня похибка квантування не перевищує

$$|\Delta_{\text{кв}}| \leq \Delta_0 / 2 ,$$

а при заокругленні до більшого чи меншого рівнів, вона може досягти розміру кванта. Це, наприклад, має місце під час вимірювань частоти періоду та інтервалів часу.

На практиці молодший розряд у певних випадках може набувати лише парних значень (тобто результат вимірювання закінчується цифрами 0; 2; 4; 6; 8) або набувати значення через 5 (тобто закінчуватися цифрами 0 та 5).

1.4. Класи точності засобів вимірювань

Клас точності – узагальнена характеристика точності засобу вимірювання, що задається межами основної приведенної або відносної похибки. Відомо багато способів задання класу точності, але найбільш часто використовують наступні чотири.

Число, яке відображає клас точності на шкалі приладу, що не супроводжується будь-якими іншими позначками (з перерахованих далі), наприклад: 2,5. Це умовне позначення нормованої приведенної похибки $\pm 2,5$. До того ж абсолютна похибка має адитивний характер – її значення не залежить від результату вимірювання (рис. 1.7,*а*).

Число, яке відображає клас точності, обведено колом, наприклад: (1,5). Це число визначає нормовану відносну похибку $\pm 1,5$ %. Гранично-допустима абсолютна похибка до того ж має чисто мультиплікативний характер (рис. 1.7,*б*).

Для цифрових вольтметрів, клас точності прийнято задавати двома числами, розділеними похилою лінією, наприклад: 0,25/0,15. Ці числа визначають коефіцієнти c і d у двочленній формулі, за якою нормують відносну похибку вольтметрів, %

$$\delta = \pm \left[c + d \left(\frac{A_N}{A} - 1 \right) \right],$$

де $c = 0,25$ %, $d = 0,15$. Абсолютна похибка до того ж має як адитивну, так і мультиплікативну складові (рис. 1.7,*в*).

Число, що позначає клас точності, супроводжується вказівкою дужки внизу, наприклад: $\underline{4}$. Це число вказує

значення приведеної похибки у відсотках від максимальної довжини шкали в міліметрах. Так задають класи точності аналогових приладів зі значно нелінійною шкалою, наприклад, омметрів.

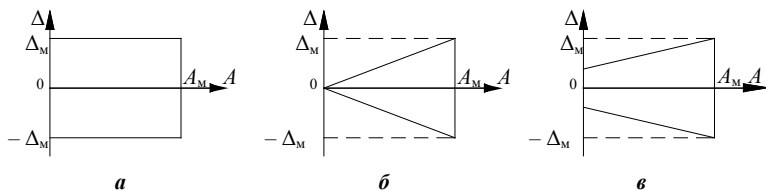


Рис. 1.7. Область гранично-допустимої абсолютної похибки засобу вимірювання для першого (а), для другого (б) і для третього (в) способів задання класу точності

1.5. Правила запису результатів вимірювань

Похибка результату вимірювання вказується двома значущими цифрами, якщо перша з них дорівнює 1 або 2, і однією – якщо перша цифра 3 і більше. Результат вимірювання округлюється до того ж десяткового розряду, яким закінчується округлене значення абсолютної похибки. Округлення проводиться лише в остаточному результаті, а всі попередні обчислення проводяться з одним-двома зайвими знаками.

Наприклад, значення сили електричного струму, яке отримане під час вимірювання, 2,65 А, похибка $\pm 0,06145$ А. При округленні результат повинен бути записаний у вигляді $I = (2,65 \pm 0,06)$ А.

2. ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ

2.1. Імовірнісний опис результатів вимірювань

У метрології результат вимірювань вважається випадковим числом. Тому для повної характеристики результату вимірювань, як випадкової величини, необхідно й достатньо знати всі можливі значення та ймовірність появи кожного з цих значень, тобто закон розподілення. На основі результатів вимірювань однієї і тієї ж постійної величини дійсне значення цієї величини може бути обчислено як середнє арифметичне значення

$$A_d = \bar{A} = \frac{\sum_{i=1}^N A_i}{N},$$

де N – кількість результатів вимірювань.

Для оцінки ступеня розкидання випадкової величини відносно її середнього значення слугує поняття середнього квадратичного відхилення результату вимірювань

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (A_i - \bar{A})^2}.$$

Для характеристики випадкових похибок результатів вимірювань використовують наступні закони розподілення (рис. 2.1): нормальний (розподілення Гауса), рівномірний

і Сімпсона. Ці закони прийнято подавати в диференційній формі, причому умова нормування функції прийнята

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\Delta) d\Delta = 1.$$

Співвідношення

$$P_{\text{дов}} = \int_{-\Delta_{\text{дов}}}^{+\Delta_{\text{дов}}} f(\Delta) d\Delta$$

визначає взаємозв'язок понять довірчого інтервалу $\Delta_{\text{дов}}$ і довірчої ймовірності $P_{\text{дов}}$ (рис. 2.1, *а*). З ймовірністю $P_{\text{дов}}$ випадкова похибка буде знаходитися в межах $-\Delta_{\text{дов}}$ до $+\Delta_{\text{дов}}$.

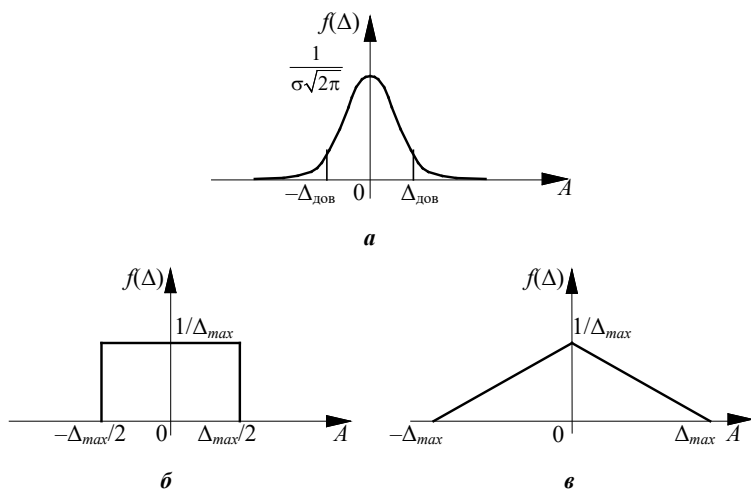


Рис. 2.1. Функція розподілення: для нормального (*а*) і рівномірного (*б*) законів, а також закону Сімпсона (*в*)

Густина ймовірності нормального закону визначається виразом

$$f(\Delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}},$$

де σ – вибіркове середньоквадратичне відхилення N вимірювань, яке залежить від стандартного відхилення на основі незміщеної оцінки дисперсії (виправлена вибіркова дисперсія) $\sigma_{\text{но}}$,

$$\sigma = \frac{\sigma_{\text{но}}}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (A_i - \bar{A})^2}.$$

Практично всі значення нормально розподілених результатів вимірювань лежать в інтервалі $[\bar{A} - 3\sigma; \bar{A} + 3\sigma]$ – так зване правило трьох сигм.

Середньоквадратичне відхилення для рівномірного закону розподілу визначається виразом

$$\sigma_{\text{рівн}} = \sqrt{\frac{1}{3} \sum_{i=1}^N (A_i - \bar{A})^2} = \frac{\Delta_{\text{max}}}{2\sqrt{3}}.$$

Сума двох випадкових похибок з рівномірним законом розподілу має розподіл Сімпсона (рис. 2.1,б) і середньоквадратичне відхилення для нього визначається

$$\sigma_{\text{с}} = \sqrt{2\sigma_{\text{рівн}}^2} = \frac{\Delta_{\text{max}}}{\sqrt{6}}.$$

Цей розподіл використовують під час аналізу похибок квантування.

У разі збільшення кількості сумованих випадкових похибок відбувається «розпливання» підсумкового розподілення, і сумарна похибка буде мати розподілення, близьке до нормального. Тоді довірчі межі сумарної випадкової похибки для нормального закону розподілення складають

$$\Delta_0 = \pm t\sigma,$$

де t – коефіцієнт Стюдента, який визначається при обраній довірчій імовірності $P_{\text{дов}}$ і $(N-1)$ ступенів свободи.

Крім випадкових похибок на результат вимірювання впливають невиключені залишки систематичної по-

хибки. Довірчі межі систематичної похибки знаходять за формулою

$$\Delta_{\Sigma} = \pm k_p \sqrt{\sum_{i=1}^m \Delta_i^2}, \quad (2.1)$$

де k_p – коефіцієнт, що залежить від довірчої ймовірності $P_{\text{дов}}$ і кількості доданків m , а також від співвідношення між доданками. Ця формула є приблизною, вона отримана шляхом побудови композицій рівномірних розподілень доданків на відповідних інтервалах $\pm \Delta_i$. Значення коефіцієнта k_p наведені в табл. 2.1.

Таблиця 2.1.

Довірча ймовірність, $P_{\text{дов}}$	Значення коефіцієнта k_p при числі доданків m						Середнє
	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$	$m = 5$	...	$m = \infty$	
0,90	0,97	0,96	0,95	0,95	...	0,95	0,95
0,95	1,10	1,12	1,12	1,12	...	1,13	1,1
0,99	1,27	1,37	1,41	1,42	...	1,49	1,4

При $P_{\text{дов}}$, рівному 0,90 і 0,95, залежність коефіцієнта k_p від кількості доданків незначна, тому рекомендується брати середні значення: $k_{0,90} = 0,95$; $k_{0,95} = 1,1$. При $P_{\text{дов}} = 0,99$ залежність $k_{0,99}$ від кількості доданків та їх співвідношення істотна, тому при $m > 4$ рекомендується брати середнє значення $k_{0,99} = 1,4$, а при $m \leq 4$ можна уточнити значення за допомогою табл. 2.2. Параметр λ , який характеризує співвідношення доданків, приймається рівним найменшим з відношень границь Δ_2/Δ_1 і Δ_m/Δ_{m-1} , де $\Delta_1 \leq \Delta_2 \leq \Delta_3 \leq \Delta_4$.

При малій кількості доданків ($m \leq 4$) після знаходження межі за формулою (2.1) необхідно порівняти її з арифметичною межею і прийняти як остаточну межу менше значення.

Таблиця 2.2.

Кількість доданків, m	Значення коефіцієнта k_p при відношенні границь λ								
	$\lambda = 0$	$\lambda = 1/2$	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 3$	$\lambda = 4$	$\lambda = 5$	$\lambda = 6$	$\lambda = 7$
2	0,98	1,15	1,27	1,22	1,15	1,12	1,08	1,07	1,05
3	1,27	1,32	1,37	1,32	1,24	1,18	1,15	1,12	1,08
4	1,38	1,40	1,41	1,36	1,28	1,23	1,18	1,15	1,11

Критерії порівняння випадкової і невиключеної систематичної похибок засновані на відношенні межі сумарної невиключеної систематичної похибки Δ_{Σ} до середньоквадратичного відхилення похибки σ

$$r = \Delta_{\Sigma} / \sigma .$$

Якщо $r < 0,8$, то систематичною похибкою нехтують і як межі похибки результату беруть довірчу межу випадкової похибки. Якщо $r > 8$, то нехтують випадковою похибкою і беруть як межі похибки результату вимірювання межу сумарної невиключеної систематичної похибки.

При проміжкових значеннях відношень r ($0,8 \leq r \leq 8$) необхідно враховувати обидві складові. У цьому випадку сумарну похибку результату вимірювання можна оцінити у відповідності з виразом

$$\Delta = \pm K \left| \Delta_0 + \Delta_{\Sigma} \right| ,$$

де K – коефіцієнт, що залежить від довірчої ймовірності $P_{\text{дов}}$ і відношення r . Для значень довірчої ймовірності, рівних 0,95 і 0,99, залежність коефіцієнта K від відношення r наведена в табл. 2.3.

Таблиця 2.3.

Довірча ймовірність, $P_{\text{дов}}$	Значення коефіцієнта K при відношенні r								
	$r = 0,8$	$r = 1$	$r = 2$	$r = 3$	$r = 4$	$r = 5$	$r = 6$	$r = 7$	$r = 8$
0,95	0,76	0,74	0,71	0,73	0,76	0,78	0,79	0,80	0,81
0,99	0,84	0,82	0,80	0,81	0,82	0,83	0,83	0,84	0,85

У багатьох випадках достатньо використовувати значення $K = 0,8$ при $P_{\text{дов}} = 0,95$ і $K = 0,85$ при $P_{\text{дов}} = 0,99$.

Після обробки результатів вимірювань результат вимірювання записують у наступному вигляді:

$$A = (\bar{A} \pm \Delta)[A], P_{\text{дов}}.$$

2.2. Обробка результатів непрямих вимірювань

При непрямих вимірюваннях значення величини A знаходять розрахунковим шляхом на основі результатів вимірювань інших величин A_m , пов'язаних з шуканою величиною відомою залежністю

$$A = f(A_1, A_2, \dots, A_m). \quad (2.2)$$

Причому результати вимірювань аргументів непрямого вимірювання (величини, які знаходяться прямими вимірюваннями) повинні бути узгоджені між собою, тобто значення аргументів повинні відповідати одному і тому ж значенню вимірюваної величини. Для оцінки невиключених залишків систематичної похибки проводиться розкладення функції f , що знаходиться у правій частині формули (2.2) у ряд Тейлора, і виділення лінійної частини ряду. Хоча ряд Тейлора і не є найкращим у відношенні швидкості збіжності для лінеаризації функції. Розкладення функції f у ряд Тейлора необхідно було б проводити в околицях точки

$$(A_{d1}, A_{d2}, \dots, A_{dm}),$$

де $A_{d1}, A_{d2}, \dots, A_{dm}$ – дійсні значення аргументів.

Однак так як дійсні значення залишаються невідомими доцільно використовувати для розкладення точку

$$(A_1, A_2, \dots, A_m),$$

що визначається результатами вимірювань аргументів.

До того ж використовуються відхилення дійсних значень аргументів від їх оцінок

$$A_{di} - A_i = -\Delta_i,$$

і за допомогою ряду оцінюють дійсне значення

$$A_d = f(A_{d1}, A_{d2}, \dots, A_{dm}).$$

Тому отримуємо

$$A_d = A - \Delta = f(A_1, A_2, \dots, A_m) - \sum_{i=1}^m \frac{\partial f(A_1, A_2, \dots, A_m)}{\partial A_{di}} \Delta_i + B, \quad (2.3)$$

де $B = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \frac{\partial^2 f}{\partial A_{di}^2} \Delta_i^2 + \sum_{j=2}^m \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\partial^2 f}{\partial A_{di} \partial A_{dj}} \Delta_i \Delta_j$ – залишковий член.

З виразу (2.3) визначаються довірчі межі невиключеної систематичної похибки

$$\Delta_{c\Sigma} = \pm k_p \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial A_{di}} \Delta_i \right)^2}.$$

Аналогічно визначається середньоквадратичне відхилення результату непрямого вимірювання

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial A_{di}} \sigma_i \right)^2 + 2 \sum_{j=2}^m \sum_{i=1}^{j-1} \rho_{ij} \frac{\partial f}{\partial A_{di}} \frac{\partial f}{\partial A_{dj}} \sigma_i \sigma_j},$$

де ρ_{ij} – коефіцієнт кореляції i -ї величини з j -ю величиною.

Довірчі межі сумарної випадкової похибки для результату непрямого вимірювання складають

$$\Delta_0 = \pm t_{\text{эф}} \sigma,$$

де $t_{\text{эф}}$ – коефіцієнт Стюдента, який визначається при обраній довірчій імовірності $P_{\text{дов}}$ і $N_{\text{эф}}$ ступенів свободи,

$$N_{\text{ef}} = \frac{\left(\sum_{i=1}^m \frac{(\partial f)^2}{(\partial A_{\text{дi}})^2} \sigma_i^2 \right)^2 - 2 \left[\sum_{i=1}^m \frac{(\partial f)^4}{(\partial A_{\text{дi}})^4} \sigma_i^4 / (N+1) \right]}{\left[\sum_{i=1}^m \frac{(\partial f)^4}{(\partial A_{\text{дi}})^4} \sigma_i^4 / (N+1) \right]}.$$

2.3. Обробка результатів сукупних вимірювань

Класичним прикладом сукупних вимірювань є вимірювання ємності двох конденсаторів C_1 і C_2 за результатами вимірювання ємності кожного з них окремо, а також при паралельному й послідовному їх з'єднанні. Такий метод застосовується для зменшення систематичної похибки вимірювання, різної в різних точках діапазону вимірювання.

У цьому випадку, хоча кожне вимірювання виконується за одним спостереженням, проте в підсумку для двох невідомих матимемо систему з чотирьох рівнянь

$$\begin{cases} C_1 = Y_1 \\ C_2 = Y_2 \\ C_1 + C_2 = Y_3 \\ C_1 C_2 / (C_1 + C_2) = Y_4. \end{cases} \quad (2.4)$$

Система рівнянь (2.4) є перевизначеною системою рівнянь, одне з яких є нелінійним. Такі системи рівнянь не мають точного розв'язку. Тому на практиці прийнято замість точного розв'язку знайти вектор, який мінімізує норму нев'язки системи в якій-небудь ступені. Разом з цим системою (2.4) можна розглядати як недовизначену систему рівнянь, так як у правій частині міститься похибка кожного з результатів вимірювання. Застосуємо для цієї системи

метод лінеаризації, розглянутий для випадку непрямих вимірювань, який полягає в розкладанні всіх рівнянь системи в ряд Тейлора. У цьому випадку одержуємо такі значення часткових похідних:

$$\Delta Y_i = \frac{\partial Y_i}{\partial C_1} \Delta C_1 + \frac{\partial Y_i}{\partial C_2} \Delta C_2;$$

$$\frac{\partial Y_1}{\partial C_1} = 1; \quad \frac{\partial Y_1}{\partial C_2} = 0; \quad \frac{\partial Y_2}{\partial C_1} = 0; \quad \frac{\partial Y_2}{\partial C_2} = 1; \quad \frac{\partial Y_3}{\partial C_1} = 1; \quad \frac{\partial Y_3}{\partial C_2} = 1;$$

$$\frac{\partial Y_4}{\partial C_1} = \frac{C_2(C_1 + C_2) - C_1 C_2}{(C_1 + C_2)^2} = \frac{C_2^2}{(C_1 + C_2)^2}; \quad \frac{\partial Y_4}{\partial C_2} = \frac{C_1^2}{(C_1 + C_2)^2},$$

використовуючи які можна записати систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} 1 \cdot \Delta C_1 + 0 \cdot \Delta C_2 = \Delta Y_1 \\ 0 \cdot \Delta C_1 + 1 \cdot \Delta C_2 = \Delta Y_2 \\ 1 \cdot \Delta C_1 + 1 \cdot \Delta C_2 = \Delta Y_3 \\ \frac{C_2^2}{(C_1 + C_2)^2} \Delta C_1 + \frac{C_1^2}{(C_1 + C_2)^2} \Delta C_2 = \Delta Y_4. \end{cases} \quad (2.5)$$

Для рішення цієї системи необхідно вибрати точки розкладання $\bar{C}_1$ і $\bar{C}_2$, які близькі до вимірюваних значень Y_1 і Y_2 . Підставляючи $\bar{C}_1$ і $\bar{C}_2$ в рівняння системи (2.4), можна знайти нев'язки

$$\Delta Y_i = Y_i - f(\bar{C}_1, \bar{C}_2).$$

Підставляючи ці нев'язки у праву частину рівнянь (2.5), і просумувавши їх, отримуємо рівняння

$$\left[2 + \frac{\bar{C}_2^2}{(\bar{C}_1 + \bar{C}_2)^2} \right] \Delta C_1 + \left[2 + \frac{\bar{C}_1^2}{(\bar{C}_1 + \bar{C}_2)^2} \right] \Delta C_2 = \sum_{i=1}^4 \Delta Y_i \quad (2.6)$$

при критерії мінімуму суми квадратів відхилень від оцінюваного рішення

$$\left[(\Delta Y_1 + \Delta Y_3) + \frac{\bar{C}_2^2}{(\bar{C}_1 + \bar{C}_2)^2} \Delta Y_4 \right] \Delta C_1 + \left[(\Delta Y_2 + \Delta Y_3) + \frac{\bar{C}_1^2}{(\bar{C}_1 + \bar{C}_2)^2} \Delta Y_4 \right] \Delta C_2 = \sum_{i=1}^4 \Delta Y_i^2. \quad (2.7)$$

Вирішуючи спільно рівняння (2.6) і (2.7), одержуємо похибки вимірювання ємності двох конденсаторів за результатами сукупних вимірювань ΔC_1 і ΔC_2 .

2.4. Обробка результатів груп вимірювань

Нехай проведено M груп вимірювань значення однієї і тієї ж фізичної величини. У кожному випадку визначене дійсне значення й абсолютна похибка вимірюваної величини.

Шляхом подальшої обробки даних необхідно записати результат вимірювань. На першому етапі знаходиться дійсне значення вимірюваної величини, як середнє арифметичне значення дійсних значень $\bar{A}_i$, отриманих у кожній групі вимірювань,

$$\bar{A} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \bar{A}_i.$$

Далі знаходяться відносні похибки кожної групи вимірювань. Потім знаходяться середньозважені значення вимірюваної величини, її відносна й абсолютна похибки:

$$\bar{A}_c = \bar{A} + \frac{\sum_{i=1}^M (\bar{A}_i - \bar{A}) \cdot \left(\frac{1}{\delta_i}\right)^2}{\sum_{i=1}^M \left(\frac{1}{\delta_i}\right)^2};$$

$$\delta_c = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^M \left(\frac{1}{\delta_i}\right)^2}};$$

$$\Delta_c = \delta_c \cdot \bar{A}_c.$$

Записується результат вимірювання

$$A_c = (\bar{A}_c \pm \Delta_c).$$

3. ЗАСОБИ ВИМІРЮВАНЬ ЕЛЕКТРИЧНИХ ВЕЛИЧИН

3.1. Міри й компаратори

Міра фізичної величини – це засіб вимірювань, що призначений для відтворення і/або зберігання фізичної величини одного або декількох заданих розмірів, значення яких виражені в установлених одиницях і відомі з необхідною точністю.

Мірою електрорушійної сили (ЕРС) є *нормальний елемент* – гальванічний елемент з точно відомою та стабільною в часі ЕРС. Електролітом елемента є водяний розчин сульфату кадмію 3, додатнім електродом – ртуть 5 і сульфат закису ртуті 4, від’ємним – амальгама кадмію (розчин кадмію у ртуті) 1 у двофазовому (твердому та рідкому) стані (рис. 3.1). Нормальні елементи виготовляють як Н-подібної (рис. 3.1,*а*) так і циліндричної форми (рис. 3.1,*б*).

Залежно від стану електроліту нормальні елементи бувають *насиченими* та *ненасиченими*. У всьому робочому діапазоні температур в електроліті насичених елементів (див. рис. 3.1,*а*) є надлишок кристалів 2 сульфату кадмію, а в ненасичених елементах (рис. 3.1,*б*) – електроліт ненасичений. Між амальгамою кадмію, як і між сульфатом закису ртуті, установлені захисні коркові або пластмасові кільця, обтягнені шовковою тканиною. Балон нормального елемента

розташований у тепловирівнювальному пластмасовому або металевому корпусі. Нормальні елементи не допускають трясок, вібрацій, ударних навантажень, так як у них до того ж виникають незворотні зміни ЕРС.

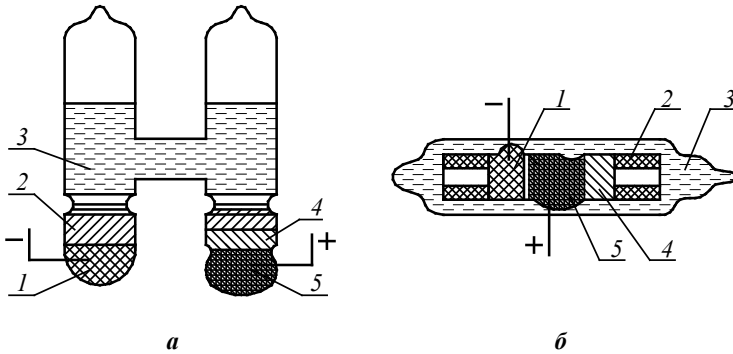


Рис. 3.1. Структура нормальних елементів

ЕРС насичених нормальних елементів за температури, відмінній від 20°C , визначаються за формулою

$$E_t = E_{20} - \left[40,6(t - 20) + 0,95(t - 20)^2 - 0,01(t - 20)^3 \right] \times 10^{-6},$$

де E_t , E_{20} – ЕРС за температури t та $+20^{\circ}\text{C}$ відповідно.

Відтворюваність ЕРС ненасичених елементів дещо гірша порівняно із насиченими, але через менше значення температурного коефіцієнта ЕРС виключається необхідність розрахунку її значення відповідно до температури довкілля.

Мірою електричного опору є вимірювальна котушка (рис. 3.2) виконана з манганіну. Манганін – це сплав міді – 84 %, марганцю – 12 %, нікелю – 3 % з домішками алюмінію та заліза, що характеризується високим питомим опором $\rho = (0,42 \dots 0,48) 10^{-6} \text{ Ом/м}$ та малою термо-ЕРС в парі з міддю – $(1,5 \dots 3) \text{ мкВ/К}$. Виводи резистивного елемента під'єднуються до струмових 1 та потенціальних 2 затиска-

чів. Уся конструкція закріплюється в металевому циліндричному корпусі, який виконує роль тепловірвнювача.

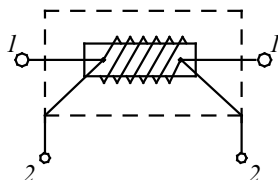


Рис. 3.2. Схема вимірювальної котушки опору

Значення електричного опору R_t для вимірювальних котушок опору під час зміни температури визначається за формулою

$$R_t = R_{20} + R_{\text{ном}} \left[\alpha(t - 20) + \beta(t - 20)^2 \right],$$

де R_{20} – значення опору за температури 20 °C; $R_{\text{ном}}$ – номінальне значення опору; α і β – температурні коефіцієнти, $\alpha = (3 \dots 40) \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ і $\beta = -(3 \dots 8) \cdot 10^{-7} \text{ K}^{-2}$.

Ступінь безреактивності міри опору характеризується постійною часу

$$\tau = L/R - RC = 5 \cdot 10^{-8} \dots 5 \cdot 10^{-5} \text{ с},$$

де L і C – відповідно залишкова індуктивність і шунтуюча ємність; R – електричний опір постійному струму.

Для зменшення сталої часу застосовується секціоноване біфілярне намотування провідників. У секції провідник складається вдвічі, так щоб початок провідника співпав з його кінцем. До того ж в обох частинах провідника протікають зустрічно рівні за значенням струми і тому створені ними магнітні поля взаємно компенсуються.

Мірами індуктивності та ємності є відповідно котушка індуктивності й конденсатор.

Компаратори (пристрої порівняння) використовуються для вимірювання електричних величин їх порівнянням

з мірами. Порівняння може здійснюватись одночасно з просторовим розділенням входів вимірюваної та зразкової величин або ж різночасно їх почерговим підключенням до входу компаратора. Одночасне порівняння використовується для порівняння однорідних величин, різночасне – для різнорідних, наприклад, постійної і змінної напруги.

Структурна схема компаратора постійної напруги наведена на рис. 3.3. Вимірювана напруга U_x через подільник напруги ПН подається до входу диференціального підсилювача ДП, до іншого входу якого подана вихідна напруга U_k багатозначної міри напруги МН. Різниця цих напруг $\Delta U = kU_x - U_k$, підсилена диференціальним підсилювачем, вимірюється вольтметром.

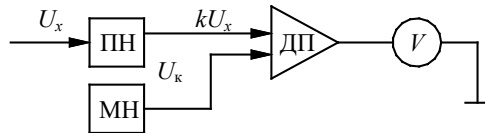


Рис. 3.3. Структурна схема компаратора постійних напруг

Структурна схема компаратора постійної та змінної напруг наведена на рис. 3.4. Основою цього компаратора є термоелектричний перетворювач ТП, який складається з нагрівного елемента та термобатареї, спаї якої знаходяться в тепловому контакті з нагрівним елементом. Компарування напруг відбувається у два етапи. На першому етапі за допомогою перемикача SW до нагрівного елемента підводять змінну напругу U_x , унаслідок чого через нагрівний елемент з опором R_n буде протікати струм $I_x = U_x / R_n$, а на виході термоперетворювача з'явиться термо-ЕРС E , значення якої буде пропорційним діючому значенню струму I_x . На другому етапі до нагрівного елемента термоперетворювача подають вихідну напругу U_k регульованого джерела постійної напруги

РДН1. Регулюванням напруги U_k досягають нульового показу НІ (нуль-індикатора). Регульоване джерело постійної напруги РДН2 виконує функцію запам'ятовуючого пристрою.

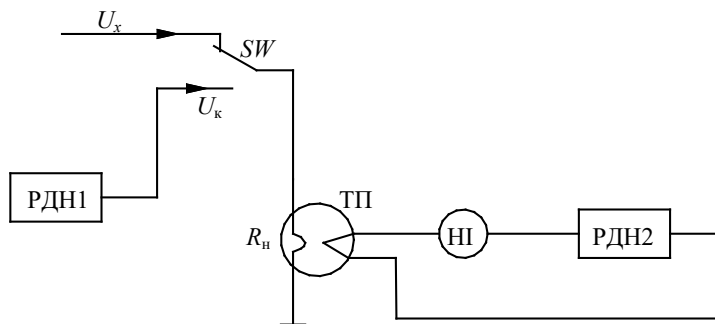


Рис. 3.4. Принципова схема компаратора змінної напруги з мірою постійної напруги

Похибка компарування напруги складає $\pm(0,005 \dots 0,02) \%$.

3.2. Масштабні вимірювальні перетворювачі

Масштабним називається такий вимірювальний перетворювач, що змінює значення електричної величини в задану кількість разів, причому вхідна і вихідна величини якого однорідні. До масштабних перетворювачів відносяться шунти, додаткові опори, подільники напруги, вимірювальні підсилювачі, вимірювальні трансформатори струму й напруги. Застосування цих перетворювачів дозволяє виготовляти прилади з різними межами вимірювань та розширювати межі вимірювань уже існуючих приладів.

Струмові шунти застосовуються для розширення границь вимірювань амперметрів шляхом зменшення у визначену кількість разів сили електричного струму, що проходить через амперметр. Шунт становить собою резистор, що підключається паралельно входу вимірювального приладу

(рис. 3.5). У цьому випадку рівняння вимірюваного струму I_1 і струму вимірювального приладу I_2 визначається

$$I_1 = I_2 \left(1 + \frac{R_{\Pi}}{R_{\text{ш}}} \right) = n I_2,$$

де R_{Π} – значення внутрішнього опору вимірювального приладу; $R_{\text{ш}}$ – значення опору шунта; n – коефіцієнт шунтування, на який потрібно помножити показання приладу, щоб отримати значення вимірювального струму I_1 , $n = I_1/I_2$.

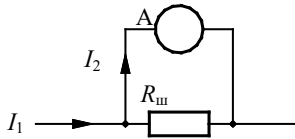


Рис. 3.5. Схема підключення шунта для розширення меж вимірювання амперметра

Вольтметри, які виготовлені на основі вимірювачів струму, мають вбудовані додаткові опори, підключені послідовно з вимірювальним механізмом.

Тоді верхня межа вимірювань отриманого вольтметра

$$U_{\text{max}} = I_{\text{max}} (R_{\Pi} + R_{\text{д}}),$$

де $R_{\text{д}}$ – значення додаткового опору, I_{max} – струм, що викликає відхилення стрілки механізму на повну шкалу.

Для зменшення напруги у визначену кількість разів застосовуються подільники напруги, що становлять собою в загальному випадку послідовне з'єднання двох опорів, що підключаються до двох точок електричного ланцюга, напругу між якими необхідно виміряти (рис. 3.6). Коефіцієнт ділення визначається за формулою

$$K_{\text{д}} = \frac{U_{\text{x}}}{U_{\text{н}}} = \frac{Z_{\text{в}} + Z_{\text{н}}}{Z_{\text{н}}},$$

де U_x – значення вимірюваної напруги; U_n – напруга вимірювального приладу; Z_v та Z_n – значення повних опорів високовольтного та низьковольтного плечей подільника відповідно.

У залежності від роду вимірюваної напруги подільники можуть бути виконані на чисто активних, ємнісних та індуктивних елементах або змішаного типу. Подільники напруги або вбудовуються в засоби вимірювань, або виготовляються як окремі засоби вимірювань.

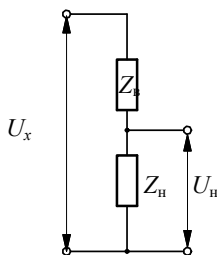


Рис. 3.6. Схема підключення подільника

Вимірювальні трансформатори струму й напруги – це статичні електромагнітні перетворювачі, які працюють у режимі близькому до короткого замикання і неробочого руху відповідно, і призначені для зменшення із заданою точністю первинних змінних струмів і напруг до значень найбільш зручних для підключення вимірювальних приладів. Конструктивно складаються з феромагнітного тороїдального осердя, а також первинної і вторинної обмоток з кількістю витків w_1 і w_2 відповідно.

Відповідно до закону повного струму можна визначити коефіцієнт перетворення трансформатора струму

$$I_1 w_1 = I_2 w_2 \Rightarrow k_I = \frac{I_1}{I_2} = \frac{w_2}{w_1},$$

де I_1 і I_2 – струми первинної і вторинної обмоток трансформатора відповідно.

Відповідно до закону електромагнітної індукції коефіцієнт перетворення трансформатора напруги визначається за формулою

$$k_U = \frac{U_1}{U_2} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2},$$

де U_1 і U_2 , а також E_1 і E_2 – напруги і ЕРС первинної і вторинної обмоток відповідно.

Під час експлуатації трансформаторів струму його вторинна обмотка повинна бути постійно замкнена на опір, що не перевищує номінальне навантаження. В іншому разі може статися пробій ізоляції, а також перегрів осердя. Тому під час перемикання у вторинному колі під навантаженням потрібно закорочувати вторинну обмотку.

Для безконтактного вимірювання змінного струму застосовуються трансформаторні кліщі. Такий вимірювальний пристрій має роз'ємний магнітопровід для охоплення провідника з вимірюваним струмом та одну обмотку, замкнену на амперметр. Під дією змінного струму в магнітопроводі створюється відповідне змінне магнітне поле. Керуючись законом повного струму, можна визначити діюче значення струму обмотки

$$I = \frac{H_x l}{w}, \quad (3.1)$$

де H_x – діюче значення напруженості магнітного кола, що викликана вимірюваним струмом; l – довжина магнітопроводу, w – кількість витків обмотки трансформаторних кліщів.

У випадку тороїдального магнітопроводу із середнім радіусом r вираз (3.1) переписується

$$I = \frac{I_x 2\pi r}{2\pi r w} = \frac{I_x}{w}.$$

Коефіцієнт трансформації в цьому разі буде

$$k_I = \frac{I_x}{I} = w.$$

3.3. Електромеханічні вимірювальні прилади

Електромеханічні вимірювальні прилади – це аналогові пристрої, у яких електромагнітна енергія, пропорційна вимірюваній величині, перетворюється в механічну енергію переміщення рухомої частини відносно нерухомої.

Рівняння динаміки рухомої частини вимірювального механізму

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = M_{об} + M_{пр} + M_{зас}, \quad (3.2)$$

де J і α – момент інерції і кут повороту рухомої частини; t – час; $M_{об}$, $M_{пр}$ і $M_{зас}$ – моменти обертання, протидії і заспокоєння відповідно.

Обертовий момент рухомої частини приладу визначається за формулою

$$M_{об} = \frac{dW_{ем}}{d\alpha},$$

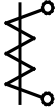
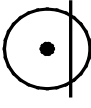
де $W_{ем}$ – енергія електромагнітного поля, що зосереджена у вимірювальному механізмі.

У залежності від способу утворення обертового моменту електромеханічні вимірювальні прилади поділяються на *магнітоелектричні, електромагнітні, електростатичні, електродинамічні, феродинамічні та індукційні*. На шкалі електромеханічного вимірювального приладу вказується символ, що відповідає принципу створення обертового моменту. Умовні позначення деяких електромеханічних приладів наведені в табл. 3.1.

У випадку відсутності протидіючого моменту рухома частина за будь-якого значення вимірюваної величини

(крім нуля) повертається до максимального положення, а тому робить вимірювання неможливим. За способом створення протидіючого моменту вимірювальні прилади поділяються на дві групи: з *механічним протидіючим моментом* і *електричним протидіючим моментом* (логометри).

Таблиця 3.1. Умовні позначення електромеханічних приладів

Найменування приладу	Умовне позначення	Найменування приладу	Умовне позначення
Прилад магнітоелектричний з рухомою рамкою		Прилад феродинамічний	
Прилад електромагнітний		Прилад індукційний	
Прилад електродинамічний		Прилад електростатичний	

У вимірювальних механізмах першої групи протидіючий момент створюється за допомогою пружного елемента (спіральної пружини, розтяжок чи підвісів), який під час повороту рухомої частини закручується. До того ж значення $M_{\text{пр}}$ визначається за формулою

$$M_{\text{пр}} = -W\alpha, \quad (3.3)$$

де W – питомий протидіючий момент, що залежить від властивостей пружного елемента.

У логометрах протидіючий момент створюється так само, як і обертовий, але пропорційно залежить від кута повороту рухомої частини. Тому логометри – це прилади, що вимірюють відношення електричних величин.

Момент заспокоєння визначається за формулою

$$M_{\text{зас}} = -P \frac{d\alpha}{dt}, \quad (3.4)$$

де P – коефіцієнт заспокоєння.

Момент заспокоєння необхідний для забезпечення плавного й аперіодичного руху рухомої частини вимірювального приладу. Від нього значною мірою залежить важливий експлуатаційний параметр електромеханічного приладу – час заспокоєння. Момент заспокоєння створюється магнітоіндукційними, рідинними або повітряними заспокоювачами.

Якщо вирази (3.3) і (3.4) підставити у рівняння (3.2) і перенести в ліву частину, то отримується диференціальне рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами, яке описує рух рухомої частини електромеханічного вимірювального приладу

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} + P \frac{d\alpha}{dt} + W\alpha = M_{\text{об}}. \quad (3.5)$$

Електромеханічні вимірювальні прилади мають значну інерційність і тому їх чутливий елемент (рамка) не встигає зреагувати на змінному струмі частотою більше 10 Гц. Унаслідок чого вони інтегрують вимірювану величину за період T непрямым шляхом через обертовий момент

$$M_{\text{об}T} = \frac{1}{T} \int_0^T M_{\text{об}} dt.$$

А тому для відповідності їх показам дійсному значенню вимірюваної величини обертовий момент повинен квадратично залежати від вимірюваної величини. В іншому випадку такі прилади будуть вимірювати лише постійну складову вимірюваної величини. До таких приладів відносяться магнітоелектричні вимірювальні прилади, які використовуються лише для вимірювань на постійному струмі.

Можлива конструкція магнітоелектричного вимірювального приладу наведена на рис. 3.7. Постійний магніт I через систему магнітопроводу 2 і полюсних наконечників 3 створює в повітряному проміжку 7 радіальне магнітне поле з постійною магнітною індукцією B . Нерухоме осердя 4 зменшує магнітний опір приладу. Під час протікання постійного струму I через рамку 6 площею S і з кількістю витків w рамка з вказівником 8 відхиляється на кут α . Струм підводиться до рамки за допомогою двох спіральних пружин. Протидіючий момент створюється спіральною пружиною 5 . Значення обертового моменту визначається за формулою

$$\begin{aligned} M_{\text{об}} &= \frac{dW_{\text{ем}}}{d\alpha} = \frac{d\left(IBSw\sin\alpha + \frac{LI^2}{2} \right)}{d\alpha} = \\ &= IBSw \frac{d\sin\alpha}{d\alpha} \approx \frac{IBSw d\alpha}{d\alpha} = IBSw, \end{aligned} \quad (3.6)$$

де L – індуктивність рамки.

На основі магнітоелектричних вимірювальних механізмів виготовляються гальванометри – прилади з неградуєваною шкалою і з високою чутливістю до струму, напруги, заряду.

Магнітоелектричні гальванометри поділяються на гальванометри постійного струму (використовуються для вимірювання малих постійних струмів і напруг, а також як нуль-індикатори в мостах і компенсаторах постійного струму), балістичні (як рухома частина виступає постійний магніт, використовуються для вимірювання електричного заряду), вібраційні (нуль-індикатори в мостах і компенсаторах змінного струму).

На основі виразів (3.5) і (3.6) рівняння динаміки рухомої частини гальванометра записується наступним чином:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{P}{J} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{W}{J} \alpha = \frac{BSw}{J} I. \quad (3.7)$$

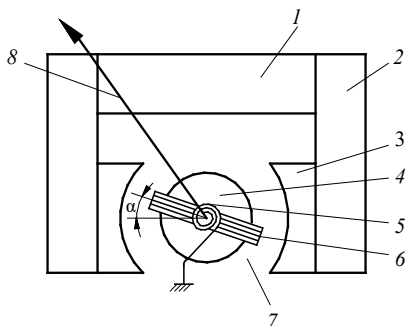


Рис. 3.7. Конструкція магнітоелектричного вимірювального приладу

Загальне рішення (3.7) визначається як

$$\alpha = \alpha_{\text{уст}} + \alpha_{\text{в}},$$

де $\alpha_{\text{уст}}$ – усталена складова кута повороту рамки,

$$\alpha_{\text{уст}} = \frac{BSw}{W} I;$$

$\alpha_{\text{в}}$ – вільна складова, що є рішенням рівняння (3.7), якщо права частина дорівнює 0.

Характеристичне рівняння виразу (3.7) і його корені при нульовій правій частині визначаються за формулою

$$k^2 + \frac{P}{J} k + \frac{W}{J} = 0;$$

$$k_{1,2} = -\frac{P}{2J} \pm \sqrt{\frac{P^2}{4J^2} - \frac{W}{J}} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}, \quad (3.8)$$

де ω_0 – частота власних коливань рухомої частини за відсутності заспокоєння; δ – коефіцієнт заспокоєння.

У залежності від співвідношення параметрів підкореного виразу (3.8) виділяють наступні режими роботи гальванометра:

– аперіодичний

$$\alpha = \alpha_{\text{уст}} + C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t} \quad \text{при} \quad \delta^2 - \omega_0^2 > 0; \quad (3.9)$$

– аперіодично-коливальний

$$\alpha = \alpha_{\text{уст}} + C_3 e^{-\delta t} \cos(t\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}) + C_4 e^{-\delta t} \sin(t\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})$$

при $\delta^2 - \omega_0^2 < 0$; (3.10)

– критичний (межевий)

$$\alpha = \alpha_{\text{уст}} + C_5 e^{-\delta t} + C_6 t e^{-\delta t} \quad \text{при} \quad \delta^2 - \omega_0^2 = 0. \quad (3.11)$$

Постійні інтегрування $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ знаходяться при початкових умовах:

$$t = 0; \quad \alpha = 0; \quad d\alpha/dt = 0.$$

Коефіцієнт заспокоєння P складається з коефіцієнта заспокоєння, викликаного тертям рамки з повітрям $P_{\text{п}}$, та коефіцієнта магнітоіндукційного заспокоєння, що визначається за формулою

$$P_{\text{м}} = \left(-\frac{wBSi}{d\alpha/dt} \right) = \frac{-wBS e}{(R_{\text{п}} + R_3)(d\alpha/dt)} =$$

$$= \frac{-wBS(-wBS)(d\alpha/dt)}{(R_{\text{п}} + R_3)(d\alpha/dt)} = \frac{w^2 B^2 S^2}{(R_{\text{п}} + R_3)},$$

де i і e – миттєві значення струму і ЕРС самоіндукції при зміні положення рамки; $R_{\text{п}}, R_3$ – відповідно електричні опори рамки гальванометра зі струмопідводом, а також зовнішнього ланцюга, на який вона замкнена і який визначається з умови роботи гальванометра у критичному режимі,

$$R_3 = \frac{w^2 B^2 S^2}{2\sqrt{JW} - P_{\text{п}}} - R_{\text{п}}.$$

На основі наведених виразів (3.9)–(3.11) ґрунтується також теорія руху балістичного гальванометра, однак постійні часу знаходяться за інших умов:

$$t = 0; \alpha = 0; \frac{d\alpha}{dt} = \frac{BSw}{J} Q,$$

де Q – електричний заряд.

Для вимірювання електричного опору магнітоелектричним вимірювальним механізмом необхідне джерело постійної напруги, тобто перетворення електричного опору у відповідне значення електричного струму:

$$I_1 = \frac{U}{R_p + R_x};$$

$$I_2 = \frac{UR_x}{R_p R_x + R_d (R_p + R_x)},$$

де I_1 і I_2 – струми рамки вимірювального механізму з опором R_p при послідовному (рис. 3.8, *а*) і паралельному (рис. 3.8, *б*) підключенні вимірювального опору R_x ; R_d – додатковий опір, підключений послідовно до джерела постійної напруги U .

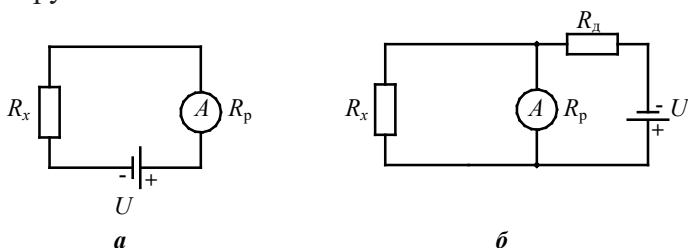


Рис. 3.8. Електричні схеми магнітоелектричних омметрів для вимірювання опорів до 100 МОм (*а*) і 1кОм (*б*)

Для вимірювання синусоїдального змінного струму магнітоелектричним механізмом використовуються одно-

півперіодні і двопівперіодні випрямлячі з відповідними коефіцієнтами формфактора:

$$k_{\phi 1} = \frac{I_d}{I_{C1}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}};$$

$$k_{\phi 2} = \frac{I_d}{I_{C2}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}},$$

де I_d – діюче значення синусоїдального змінного струму, що пропорційний амплітуді змінного струму I_m ,

$$\begin{aligned} I_d &= I_m \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 \left(\frac{2\pi t}{T} \right) dt} = \\ &= I_m \sqrt{\frac{1}{T} \left[\frac{-4 \sin \left(\frac{2\pi t}{T} \right) \cos \left(\frac{2\pi t}{T} \right)}{2 \frac{2\pi}{T}} \right]_{t=0}^{t=\frac{T}{4}} + \frac{1}{2} \int_0^T \sin^0 \left(\frac{2\pi t}{T} \right) dt} = \\ &= I_m \sqrt{\frac{T}{2T}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}; \end{aligned}$$

I_{C1} і I_{C2} – середні значення змінного струму відповідно одно- і двопівперіодного та двопівперіодного випрямляча, що реєструє прилад,

$$\begin{aligned} I_{C1} &= \frac{2}{T} I_m \int_0^{\frac{T}{4}} \sin \left(\frac{2\pi t}{T} \right) dt = -\frac{2}{T} \frac{T}{2\pi} I_m \cos \left(\frac{2\pi t}{T} \right) \Big|_{t=0}^{t=\frac{T}{4}} = -\frac{I_m}{\pi} (0 - 1) = \frac{1}{\pi} I_m; \\ I_{C2} &= \frac{4}{T} I_m \int_0^{\frac{T}{4}} \sin \left(\frac{2\pi t}{T} \right) dt = \frac{2}{\pi} I_m. \end{aligned}$$

Крім синусоїдальних струмів магнітоелектричним вимірювальним приладом з перетворювачем можна вимірювати

й інші типи гармонічних сигналів з урахуванням, що шкала приладу проградуєвана у відповідності до вимірювання змінного синусоїдального струму:

- прямокутні двополярні з формфактором $k_\phi = 1$;
- пилоподібні з формфактором $k_\phi = \left(\frac{I_M}{\sqrt{3}} \right) / \left(\frac{I_M}{2} \right) = \frac{2}{\sqrt{3}}$;
- однополярні меандри з формфактором $k_\phi = \frac{1}{\sqrt{k_3}}$,

де k_3 – коефіцієнт заповнення, величина зворотня прогальності.

Електромагнітні вимірювальні прилади за принципом дії поділяються на прилади відштовхуючої (рис. 3.9) та втягуючої дії (рис. 3.10). У приладі відштовхуючої дії два феромагнітних коаксіальних осердя 2, 3 розіркненої форми, що виконані з магнітом'якого матеріалу, намагнічуються одно- йменно в циліндричній котушці 1 з вимірюваним струмом і відштовхуються один відносно одного. Нерухоме осердя 2 закріплено разом з циліндричною котушкою. Показчик 5 закріплений на вісі 4 і рухомому осердді 3. У приладі втягуючої дії (рис. 3.10) прямокутна котушка 1 намагнічує рухоме осердя 2, що ексцентрично закріплено на вісі 3 і яке під дією струму вимірювальної котушки втягується до неї.

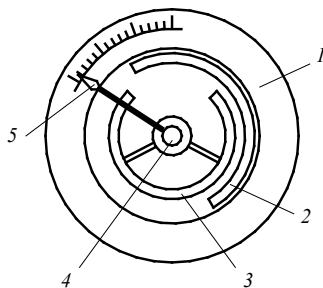


Рис. 3.9. Конструкція електромагнітного приладу відштовхуючої дії

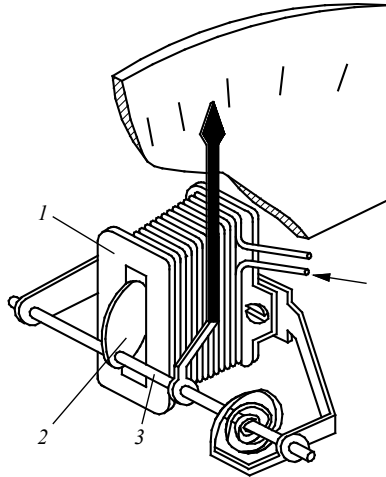


Рис. 3.10. Конструкція електромагнітного приладу втягуючої дії

Значення обертового моменту при протіканні постійного I та синусоїдального $i = I_m \sin(\omega t)$ струмів:

$$M_{об=} = \frac{d\left(\frac{LI^2}{2}\right)}{d\alpha} = \frac{I^2}{2} \frac{dL}{d\alpha};$$

$$M_{об\sim} = \frac{d\left(\frac{LI_m^2 \sin^2(\omega t)}{2}\right)}{d\alpha} = \frac{I_d^2}{2} \frac{dL}{d\alpha}.$$

У вимірювальних механізмах відштовхуючої дії змінюється однорідність магнітного поля в котушці, а в механізмах втягуючої дії змінюється магнітний опір магнітного ланцюга.

В електростатичних вимірювальних приладах (рисунок 3.11) обертовий момент створюється в результаті взаємодії рухомої 1 і закріпленої 2 заряджених пластин.

Обертовий момент при прикладенні постійної напруги U та синусоїдальної напруги $u = U_m \sin(\omega t)$ визначається за формулою

$$M_{об\sim} = \frac{d\left(\frac{CU^2}{2}\right)}{d\alpha} = \frac{U^2}{2} \frac{dC}{d\alpha};$$

$$M_{об\sim} = \frac{d\left(\frac{CU_m^2 \sin^2(\omega t)}{2}\right)}{d\alpha} = \frac{U_d^2}{2} \frac{dC}{d\alpha},$$

де C – електрична ємність конденсатора змінної ємності.

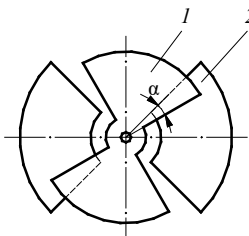


Рис. 3.11. Конструкція електростатичного вимірювального приладу

В електродинамічних (рис. 3.12) і феродинамічних вимірювальних приладах обертовий момент виникає в результаті взаємодії магнітного поля системи нерухомих 1 і рухомих 2 котушок зі струмами. У феродинамічних приладах нерухомі котушки розташовані на шихтованому осердді з магнітом'яких матеріалів, що збільшує обертовий момент вимірювального механізму. Однак разом з тим збільшуються похибки через нелінійність кривої намагнічування і гістерезис, які важко компенсувати.

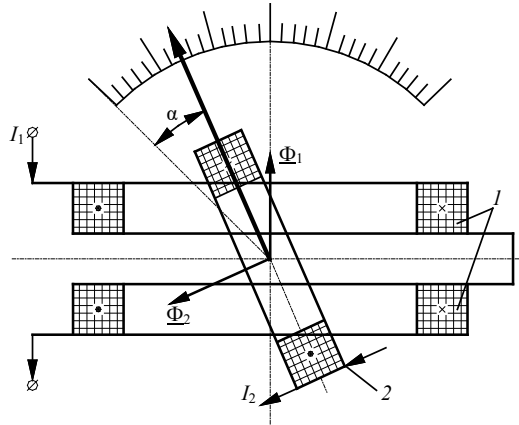


Рис. 3.12. Конструкція електродинамічного вимірювального приладу

Обертовий момент під час протікання постійних струмів I_1 і I_2 або синусоїдальних струмів $i_1 = I_{m1} \sin(\omega t)$; $i_2 = I_{m2} \sin(\omega t - \phi)$ нерухомої і рухомої котушок відповідно:

$$M_{об} = \frac{d \left(\frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} + M_{12} I_1 I_2 \right)}{d\alpha} = I_1 I_2 \frac{dM_{12}}{d\alpha}; \quad (3.12)$$

$$M_{об} = \frac{d \left(\frac{L_1 I_{m1}^2 \sin^2(\omega t)}{2} + \frac{L_2 I_{m2}^2 \sin^2(\omega t - \phi)}{2} + M_{12} I_{m1} I_{m2} \sin(\omega t) \sin(\omega t - \phi) \right)}{d\alpha} =$$

$$= \frac{d \left[0,5 M_{12} I_{m1} I_{m2} (\cos \phi - \cos(2\omega t - \phi)) \right]}{d\alpha} = I_{d1} I_{d2} \cos \phi \frac{dM_{12}}{d\alpha}, \quad (3.13)$$

де L_1 , L_2 – індуктивності нерухомої і рухомої котушки відповідно; M_{12} – взаємна індуктивність; ϕ – кут зсуву фаз між струмами i_1 і i_2 .

В індукційних вимірювальних приладах обертовий момент створюється взаємодією між нерухомими у просторі

магнітними потоками і струмами індукованими цими потоками в рухомій частині. З огляду на це, такі вимірювальні прилади можуть застосовуватися лише для вимірювань на змінному струмі. Індукційні вимірювальні прилади поділяються на однопоточні (амперметри, вольтметри) та багатопоточні (лічильники електричної енергії). Обертовий момент індукційних вимірювальних приладів може створюватися на основі обертового або бігового магнітного полів. Але найбільшого застосування індукційні вимірювальні прилади знайшли як лічильники енергії змінного струму.

Лічильник електричної енергії (рис. 3.13) складається з «П»-подібного осердя 1 з обмоткою, яка вимірює струм I (підключається послідовно з навантаженням), «Б»-подібного осердя 2 з обмоткою, яка вимірює напругу U (підключається паралельно до навантаження), алюмінієвого диска 5, відлікового механізму 3 і постійного магніту 4 для забезпечення необхідної частоти обертання диска. Для зменшення втрат магнітопровід виконується шихтованим. Для створення бігового магнітного поля необхідне зміщення магнітних потоків у просторі та за фазою. Цей необхідний фазовий зсув для відповідності вимірюваної потужності з обертовим моментом лічильника досягається неробочим магнітним потоком, який не замикається через диск і не створює обертового моменту. Відліковий механізм лічильника виконує функцію інтегратора за часом. Обертовий момент індукційного лічильника на основі закону Ампера визначається за формулою

$$\begin{aligned} M_{об} &= C_n (I_{2U} \Phi_I \sin \alpha_1 + I_{2I} \Phi_U \sin \alpha_2) \approx \\ &\approx C_n \left[I_{2U} \Phi_I \sin (\pi - \phi + \delta - \theta + \theta_U) + I_{2I} \Phi_U \sin \left(\frac{\pi}{2} - \phi + \delta - \theta + \theta_I \right) \right] = \\ &= C_n [I_{2U} \Phi_I \sin (\phi - \delta + \theta - \theta_U) + I_{2I} \Phi_U \cos (\phi - \delta + \theta - \theta_I)] = \\ &= C_n I_{2I} \Phi_U \cos (\phi - \delta + \theta - \theta_I), \end{aligned}$$

де Φ_r , Φ_U – діючі значення потоків послідовної і паралельної обмоток лічильника відповідно; I_{2r} , I_{2U} – діючі значення струмів, індукованих в алюмінієвому диску відповідно струмами послідовної і паралельної обмоток лічильника відповідно; C_λ – конструктивний коефіцієнт лічильника, який залежить від розташування полюсів; α_1 , α_2 – кути між векторами Φ_I і I_{2U} , Φ_U і I_{2I} відповідно; δ , θ , θ_U , θ_I – кути між векторними величинами на рис. 3.14; φ – фазовий зсув, викликаний навантаженням.

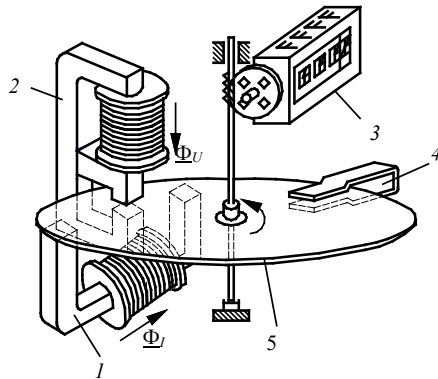


Рис. 3.13. Конструкція індукційного лічильника електроенергії

На рис. 3.14 надана векторна діаграма струмів, напруг і магнітних потоків індукційного лічильника.

На векторній діаграмі індукційного лічильника зображені наступні вектори: повний Φ , неробочий Φ_λ і робочий Φ_U магнітні потоки, що створені струмом I_U паралельної обмотки; вектори струму й потоку послідовної обмотки I , Φ_r ; вектори індукованих ЕРС і струмів паралельною і послідовною обмотками E_{2U} , I_{2U} , E_{2r} , I_{2r} . Реактивний і активний опори паралельної обмотки на векторній діаграмі позначені як x і r .

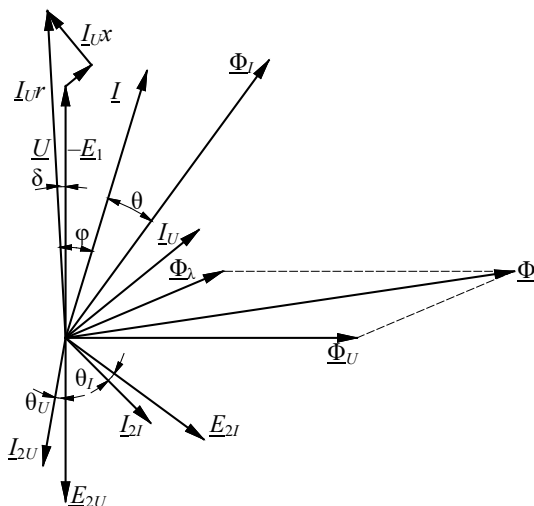


Рис. 3.14. Векторна діаграма струмів, напруг і магнітних потоків індукційного лічильника

3.4. Електронні вимірювальні прилади

Електронні вимірювальні прилади поділяються на аналогові й цифрові. Спільним для вказаних вимірювальних приладів є наявність вхідного пристрою, який забезпечує перетворення рівня вхідного аналогового сигналу і великий вхідний опір від 10 МОм до 10 ГОм, а також електронного каскаду для підвищення чутливості і зменшення похибки вимірювання. На виході електронного каскаду підключається магнітоелектричний або цифровий вимірювальний пристрій.

Для вимірювання змінної напруги в широкому частотному діапазоні за високої чутливості застосовуються селективний принцип вимірювання напруги (рис. 3.15) за допомогою смугового фільтра перебудови.

Вимірюваний сигнал u_x з частотою f_c через вхідний перетворювач ВП і проміжний підсилювач ПП надходить до

змішувача Зм, у якому перетворюється частотний спектр вимірюваного сигналу. На виході змішувача формується сигнал з частотою $f_{\text{ЗМ}}$

$$f_{\text{ЗМ}} = f_{\Gamma} - f_{\text{с}},$$

де f_{Γ} – частота синусоїдального сигналу гетеродину Γ (генератора електричних коливань з високою стабільністю частоти й амплітуди, а також спектральною чистотою гармонічних коливань).

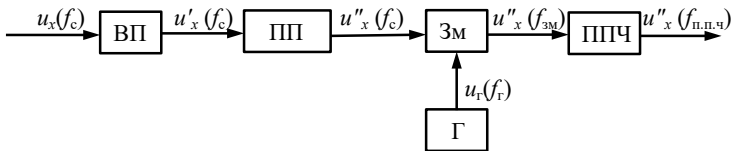


Рис. 3.15. Селективний принцип вимірювання змінної напруги

Підсилювач проміжної частоти ППЧ є смуговим фільтром, що налаштований на фіксовану частоту, через що на виході ППЧ формується лише складова вихідного сигналу змішувача з частотою $f_{\text{п.п.ч.}}$. Цей сигнал відповідає гармонічній складовій вимірюваного сигналу з частотою

$$f_{\text{с}} = f_{\Gamma} - f_{\text{п.п.ч.}}$$

Цифрові засоби вимірювальної техніки виникли через потреби практики в суттєвому підвищенні точності, швидкодії і чутливості засобів вимірювань. Розглянемо приклад: необхідно розробити вимірювальний прилад з наведеною похибкою $\gamma = 10^{-3}$, ураховуючи, що абсолютна похибка відліку показів за шкалою аналогового приладу визначається ціною ділення шкали. Відстань між поділками шкали $\Delta l = 0,5$ мм. Тоді довжина шкали складає

$$L_{\text{max}} = \frac{\Delta l}{\gamma} = \frac{0,5}{10^{-3}} = 500 \text{ мм.}$$

У випадку застосування цифрового відлікового пристрою результат вимірювання представляється трьома знаковими індикаторами.

Цифрові засоби вимірювальної техніки (рис. 3.16) складаються з вхідного аналогового перетворювача АП вхідного сигналу до електричної вихідної величини, аналого-цифрового перетворювача (АЦП) (перетворює електричну величину з виходу АП у цифровий код), блока керування, цифрового відлікового пристрою ЦВП, а також комплексу шин внутрішнього та зовнішнього інтерфейсів. Аналоговим перетворювачем може виступати детектор, формувач імпульсів, фільтр.

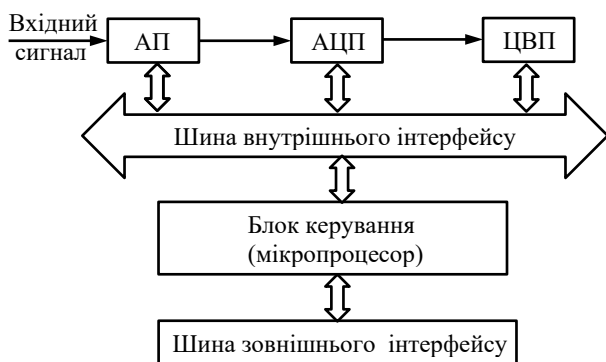


Рис. 3.16. Узагальнена структурна схема цифрового вимірювального приладу

Принцип аналого-цифрового перетворення побудований на основі операції порівняння двох однорідних сигналів за допомогою компаратора. Розрізняють наступні типи аналого-цифрового перетворення: часоімпульсне, частотно-імпульсне, кодоімпульсне й паралельне.

Часоімпульсні АЦП формують імпульс, тривалість якого пропорційна вимірюваній напрузі. Для перетворення

вимірюваної напруги в часовий інтервал можуть застосовуватися генератор лінійно наростаючої напруги або система джерела опорної напруги, генератора частоти й інтегратора.

Останній спосіб перетворення напруги знайшов використання в інтегруючих вольтметрах. Структура принципу перетворення напруги в інтервал часу наведена на рис. 3.17.

У момент часу t_1 пристрій керування ПК відкриває ключ К1 на інтервал заданої довжини $t_{\Gamma\text{Ч}}$, який формується генератором частоти ГЧ, і тоді на інтегратор надходить вимірювана напруга

$$U_{\text{к1}} = U'_x = kU_x.$$

де k – коефіцієнт, що визначається АП.

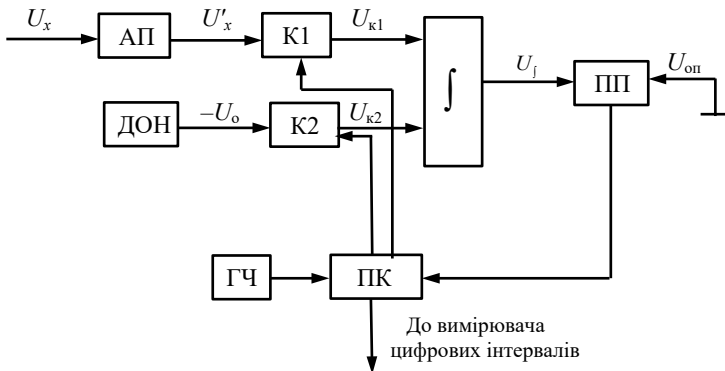


Рис. 3.17. Структурна схема перетворення напруги в інтервал часу

Напруга на виході інтегратора складає

$$U_f = k \int_0^{t_2} U_x dt,$$

де t_2 – час, у який вузол ПК закриває ключ К1.

У момент t_2 відкривається ключ К2, подаючи на інтегратор напругу від джерела опорної напруги ДОН $U_{\text{к2}} = -U_o$.

До того ж на виході інтегратора напруга U_f починає зменшуватися з постійною швидкістю. У момент часу t_3 , коли $U_f = U_{оп} = 0$, пристрій порівняння ПП закриває ключ К2. Отже, вимірювана напруга повністю визначається часом

$$t_x = t_3 - t_2 = \frac{t_{г.ч}}{U_0} U_{хсп},$$

де $U_{хсп}$ – середнє за час $t_{гч}$ значення вхідної напруги.

Тривалість імпульсів, що надходять з пристроїв керування вимірюється цифровим вимірювачем часових інтервалів. Вимірювач часових інтервалів (рис. 3.18) складається з опорного генератора частоти ОГЧ, часового селектора ЧС, пристрою керування ПК, лічильника імпульсів ЛІ. Опорний генератор частоти – міра частоти на кварцевому резонаторі з частотою сигналу $1 \dots 10$ МГц. Нормуєме значення відносної похибки частоти ОГЧ складає $\delta_{огч} = \pm (10^{-7} \dots 10^{-6})$ протягом міжповірочного інтервалу часу 1 рік. Часовий селектор пропускає імпульси до лічильника імпульсів ЛІ поки є сигнал від пристрою керування ПК, що обумовлений стартом і стоп-імпульсами. Кількість імпульсів, що надійшли до лічильника

$$N_x = t_x f_0,$$

де t_x – вимірюваний інтервал часу; f_0 – частота сигналу вузла ОГЧ.

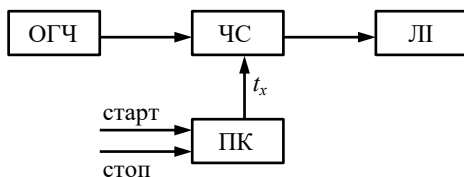


Рис. 3.18. Спрощена структурна схема вимірювача часових інтервалів

Похибка вимірювання визначається за формулою

$$\delta = \pm \left(\delta_{\text{о.г.ч}} + \frac{1}{N_x} \right).$$

Схематично послідовність часоімпульсного аналого-цифрового перетворення зображується так:

$$U_x \rightarrow t_x \rightarrow N_x \rightarrow \text{код}.$$

Частотно-імпульсні АЦП формують послідовність імпульсів, частота слідування яких пропорційна вимірюваній напрузі. Послідовність такого перетворення

$$U_x \rightarrow f_x \rightarrow N_x \rightarrow \text{код}.$$

Кількість імпульсів, що надійшли до лічильника вимірювача частоти

$$N_x = f_x t_0,$$

де f_x – частота вимірюваного сигналу; t_0 – крок квантування за часом.

Кодоімпульсні АЦП реалізують операцію зрівноваження і працюють на основі цифро-аналогового перетворювача (ЦАП), що виконує операцію перетворення коду до напруги. Вхідний код ЦАП формує за певним алгоритмом і порівнює його вихідну напругу $U_{\text{ца.п}}$ з вимірюваною напругою U_x . При досягненні умови $U_{\text{ца.п}} = U_x$ (у межах рівня квантування) отриманий код подається на вихід АЦП. Схематично послідовність перетворення зображується так:

$$U_x \rightarrow \begin{array}{c} \overbrace{\leftarrow U_{\text{ца.п}} \rightarrow} \\ \text{код} \end{array} \rightarrow.$$

Різновидом кодоімпульсних АЦП є сигма-дельта АЦП, які реалізують різницю $U_x - U_{\text{ца.п}}$.

Кодоімпульсні вольтметри змінного струму виконуються за допомогою перетворення змінної напруги в постійну

або з безпосереднім вимірюванням амплітуди напруги змінного струму.

В АЦП паралельного перетворення за допомогою джерела опорної напруги й сукупності компараторів (кількістю на одиницю менша за кількість рівнів квантування) зі зміщеними один відносно одного рівнями спрацювання – виконується операція кодифікації вимірюваної напруги.

Серед указаних АЦП найбільшою швидкістю відзначаються паралельні АЦП до 10^{10} вимірювань/с, а найбільшою точністю сигма-дельта АЦП до 24 бітів.

Цифрові осцилографи призначені для спостереження форми й вимірювання параметрів електричних сигналів і побудовані на основі швидкодіючих АЦП паралельного або паралельно-послідовного типів і цифрових запам'ятовуючих пристроїв, де перетворені в певний момент часу в код вхідні миттєві значення аналогового сигналу зберігаються на час, необхідний для дослідження. Для отримання зображення на екрані осцилографа коди зчитуються із запам'ятовуючого пристрою. До того ж досліджуваний сигнал може відображатися як на екрані електронно-променевої трубки, так і на пласкому матричному екрані, виконаному на рідких кристалах або світлодіодах.

В основі цифрових мультиметрів лежить та чи інша мікросхема АЦП. Розглянемо мікросхему АЦП серії 7106.

Такі мікросхеми забезпечують:

- гарантоване відображення нульових показань на всіх межах вимірів за вхідної напруги, рівній 0 В;
- визначення полярності вхідного сигналу;
- типове значення вхідного струму, рівне 1 пА;
- значення дрейфу нуля складає менше 1 мкВ/°С;
- низьку напругу власних шумів, менше 15 мкВ.

Вони мають вбудовані схеми синхронізації й опорної напруги. Споживана від джерела живлення потужність

складає менше 10 мВт. Напруга живлення мікросхеми може бути не більше 15 В (типове значення 9 В).

Для роботи такої мікросхеми не вимагається застосування зовнішніх активних елементів. В її склад входять сім декодерів семисегментних рідкокристалічних дисплеїв, драйвери дисплея, схеми формування опорної напруги й синхронізації. Розрядність дисплея – 3,5, висота цифр – 13 або 22 мм. Для побудови найпростішого вольтметра, крім даної мікросхеми, вимагається десять пасивних компонентів та індикатор.

На рис. 3.19 зображена типова схема підключення мікросхеми АЦП серії 7106.

Під час створення схем електронних пристроїв на основі такої мікросхеми застосовують наступні формули для розрахунку:

- частота тактового генератора $f_{\text{OSC}} = 0,45/(RC)$, до того ж величини ємкості C і опору R повинні складати $C > 50$ пФ, $R > 50$ кОм; типові значення $f_{\text{OSC}} = 48$ кГц;
- період генерованих коливань $t_{\text{OSC}} = (RC)/0,45$;
- частота синхроімпульсів при інтегруванні вхідного сигналу $f_{\text{CLOCK}} = f_{\text{OSC}}/4$;
- період інтегрування $t_{\text{INT}} = 1000 \cdot 4/f_{\text{OSC}}$;
- оптимальний інтегруючий струм $I_{\text{INT}} = 4,0$ мкА;
- типова аналогова вхідна напруга для максимальних показань цифрової шкали $V_{\text{INT}} = 200$ мВ або 2,0 В;
- опір інтегруючого резистора $R_{\text{INT}} = V_{\text{INT}}/I_{\text{INT}}$ (рис. 3.19 – R2);
- ємність інтегруючого конденсатора $C_{\text{INT}} = t_{\text{INT}} \cdot I_{\text{INT}}/V_{\text{INT}}$ (рис. 3.19 – C3);
- розмах вихідної інтегральної напруги $V_{\text{INT}} = t_{\text{INT}} \cdot I_{\text{INT}}/C_{\text{INT}}$;

- максимальний розмах V_{INT} : $(V/-0,5 \text{ В}) < V_{INT} < (V/+/-0,5 \text{ В})$; типове значення $V_{INT} = 2,0 \text{ В}$;
- показання дисплея: $COUNT = 1000 \cdot V_{IN} / V_{REF}$, де V_{IN} – вхідна напруга, а V_{REF} – опорна напруга;
- значення вхідної напруги у звичайному режимі: $(V/-+1 \text{ В}) < V_{IN} < (V/+/-0,5 \text{ В})$;
- ємність конденсатора автообнуління: $0,01 \text{ мкФ} \leq C_{AZ} \leq 1,0 \text{ мкФ}$.

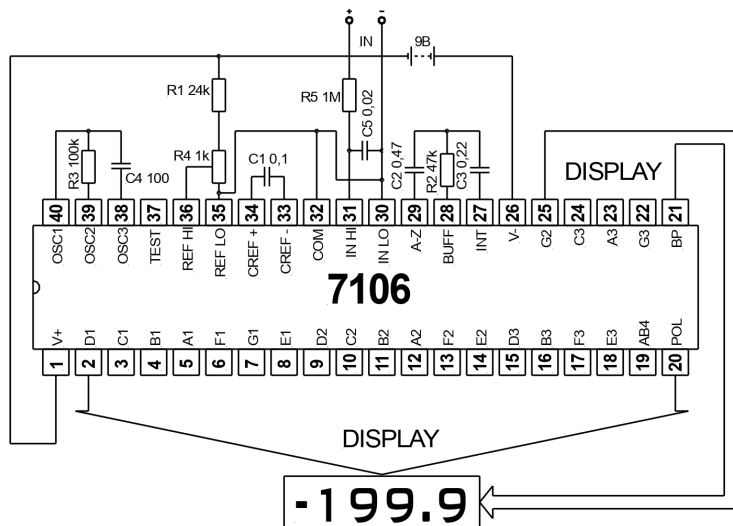


Рис. 3.19. Схема підключення АЦП серії 7106

У мікросхемі є внутрішній перетворювач, який однополярну напругу живлення $\pm 9 \text{ В}$ перетворює у двополярну, величина якої в загальній точці відносно первинного джерела складає: $V_{GND} = \pm 4,5 \text{ В}$.

Під час вимірювання напруги мультиметром однією із складових загальної похибки є похибка, що виникає внаслідок одночасного прикладення напруги до опорного конденсатора (знаходиться в аналоговій частині мікросхеми АЦП)

і до паразитних ємностей між його виводами і загальним проводом.

Вимірювання дійсних значень напруги цифровими вимірювальними приладами базується на виразі

$$U_d = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{d=1}^n U_d^2} \quad \text{при } n > 2 \text{ і } n \text{ не кратне } m,$$

де U_d – дискретне значення напруги;

n – кількість відліків (кількість дискретних значень напруги);

m – кількість періодів вимірювання.

Вимірювання активної потужності цифровими ватметрами базується на виразі

$$P = \frac{1}{n} \sum_{d=1}^n U_d I_d.$$

Найбільш точними цифровими ватметрами є ватметри, у яких реалізовується синхронна дискретизація з m не кратною n і $n \geq 3$.

4. ОСНОВИ ПРОЄКТУВАННЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПРИЛАДІВ

4.1. Проектування магнітоелектричних вимірювальних приладів

На першому етапі вибирається конструкція магнітної системи вимірювального приладу, наприклад, із запропонованих систем із зовнішнім магнітом (рис. 4.1,*а* і *б*) або системи з внутрішньорамковим магнітом (рис. 4.1,*в*). Потім задаються орієнтовні геометричні розміри. Розрахунок магнітних систем, тобто визначення значень магнітних потоків в усіх елементах магнітопроводу, може здійснюватися на основі закону Ома для магнітного ланцюга з урахуванням нелінійності магнітопроводу (рис. 4.2) і розмагнічуючої характеристики постійного магніту (рис. 4.3):

$$F = R_{\mu} \cdot \Phi;$$
$$R_{\mu} = \frac{l_{\text{ел}}}{\mu_{\text{ел}} \cdot S_{\text{ел}}}, \quad (4.1)$$

де F і Φ – падіння магніторушійної сили й магнітний потік в елементах магнітного ланцюга відповідно; R_{μ} – магнітний опір елемента магнітного ланцюга; $l_{\text{ел}}$, $S_{\text{ел}}$ і $\mu_{\text{ел}}$ – відповідно середня довжина, середня площа поперечного перерізу

й магнітна проникненість речовини елемента магнітного ланцюга.

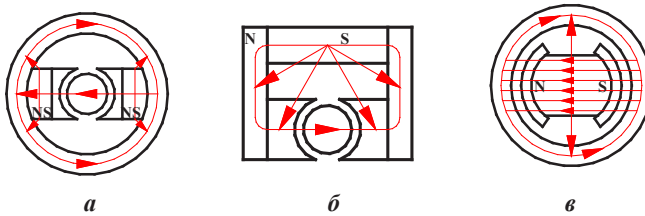


Рис. 4.1. Конструкції магнітної системи вимірювального приладу

Приклади магнітних схем заміщення відповідно до магнітних систем рис. 4.1, *а*, *б* і *в*, наведені на рис. 4.4, *а*, *б* і *в*. Зі збільшенням деталізації схем заміщення зростає точність розрахунку магнітної системи вимірювального приладу. Під час складання схем заміщення необхідно враховувати зменшення площі поперечного перерізу магнітопроводу відносно площі перерізу постійного магніту на коефіцієнт заповнення магнітопроводу електротехнічною сталлю k_{zc} .

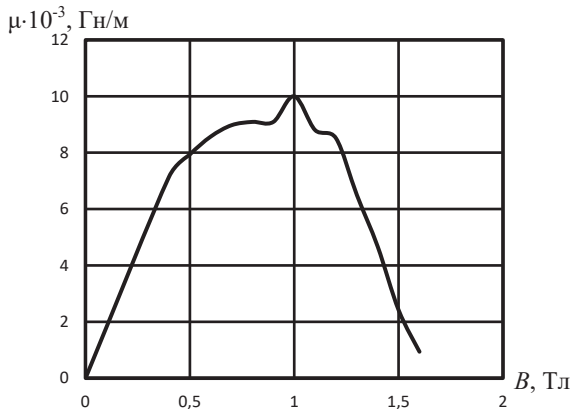


Рис. 4.2. Залежність магнітної проникненості від магнітної індукції для електротехнічної сталі 2013

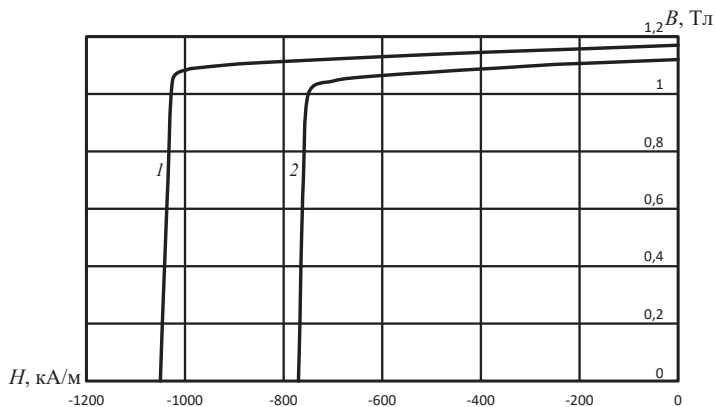


Рис. 4.3. Крива розмагнічування постійного магніту N33 з матеріалу Неодим-Залізо-Бор (NdFeB) за температур: 1 – 20 °C; 2 – 60 °C.

Після закінчення розрахунку перевіряється значення індукції в робочому повітряному проміжку $B_{\delta} = \Phi_{\delta}/S_{\delta}$ (рекомендовані значення 0,2...1,0 Тл). Надто малі значення магнітної індукції в повітряному проміжку призводять до невиправданого збільшення маси й габаритів вимірювального приладу. До того ж значна індукція в елементах магнітного ланцюга призводить до насичення магнітної системи, що зумовлює обрання більшої довжини постійного магніту. Під час розрахунків магнітної системи бажано керуватися критерієм мінімуму габаритів і маси при тому ж значенні магнітної індукції в робочому повітряному проміжку.

У подальшому розраховується необхідне значення максимального обертового моменту за критерієм

$$M_{max} = k_y m, \quad (4.2)$$

де k_y – коефіцієнт урівноваженості, $k_y > 4$; m – маса рухомої частини.

Приймається максимальний кут $\alpha_{\max}$, який охоплюється шкалою вимірювального приладу магнітоелектричної системи. Для магнітних систем наведених на рис. 4.1, *а* і *б* максимальний кут шкали становить 90° , а для магнітної системи на рис. 4.1, *в* – 60° .

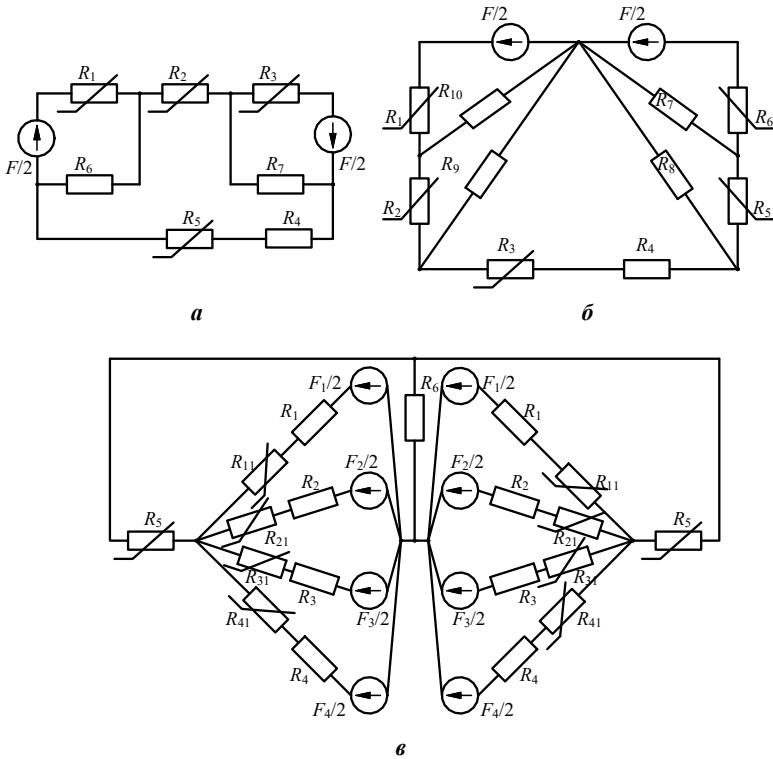


Рис. 4.4. Схеми заміщення магнітних систем

Визначається передаточне відношення за максимальними робочими струмом і напругою під час роботи приладу відповідно в режимі амперметра й вольтметра:

$$k_I = \frac{\alpha_{\max}}{I_{\max}}; \quad k_U = \frac{\alpha_{\max}}{U_{\max}}.$$

У випадку вольтметра береться максимальний струм, що протікає через прилад, і за його значенням розраховується відповідний додатковий опір

$$r_d = \frac{U_{\max}}{I_{\max}}.$$

Далі розрахунок вольтметра повністю відповідає розрахунку амперметра.

Розраховується необхідна кількість витків

$$w = \frac{M_{\max}}{I_{\max} B_{\delta} S_p},$$

де S_p – площа рамки (визначається за результатом розрахунку магнітного ланцюга).

Виходячи з максимального струму $I_{\max}$ і прийнятої щільності струму J (у середньому $J = 3 \text{ А/мм}^2$), розраховується діаметр неізолюваного обмоткового проводу рамки зі струмом

$$d = \sqrt{\frac{4 I_{\max}}{\pi J}}. \quad (4.3)$$

З номінального ряду проводів обирається найближчий більший стандартний діаметр неізолюваного проводу і береться відповідна йому площа поперечного перерізу q .

Площа поперечного перерізу рамки зі струмом визначається за формулою

$$S_o = \frac{qw}{k_3},$$

де k_3 – коефіцієнт заповнення проводом обмоткового вікна, $k_3 = 0,6 \dots 0,7$.

Далі береться кількість витків рамки за довжиною n_a і висотою n_c обмоткового вікна і за потреби корегується площа обмоткового вікна S_o . Також виконується перевірка

можливості розташування розрахованого обмоткового вікна в робочому повітряному проміжку магнітної системи перетворювача, якщо перевірка не виконується, то вводяться відповідні корективи. Загалом порядок розрахунку магнітної системи вимірювального приладу наведений на рис. 4.5.

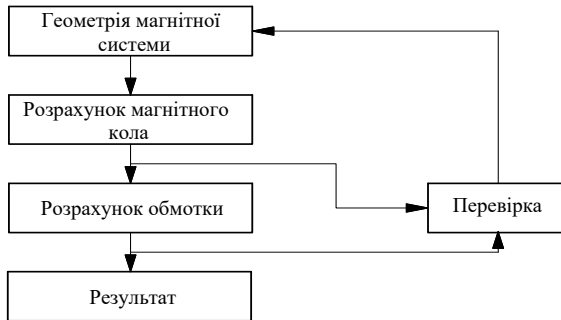


Рис. 4.5. Блок-схема розрахунку магнітної системи вимірювального приладу

Відповідно до рис. 4.6 середня довжина витка обмотки рамки визначається за формулою

$$l_p = 2h + \pi(D + c).$$

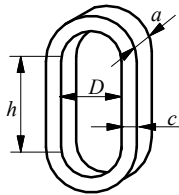


Рис. 4.6. Геометричні розміри рамки зі струмом

Електричний опір рамки зі струмом визначається за формулою

$$r_p = \frac{w \cdot l_p}{\sigma_m \cdot q},$$

де σ_m – питома провідність міді при очікуваному значенні температури.

Розраховується потужність, що виділяється в рамці зі струмом,

$$P = I_{\max}^2 r_p.$$

Температура перегріву обмотки визначається за формулою

$$T = \frac{P}{k_T \cdot S_{\text{охл}}},$$

де k_T – коефіцієнт тепловіддачі, $k_T = (1,1 \dots 1,2) \cdot 10^{-3}$ Вт/(см²·с);
 $S_{\text{охл}}$ – площа поверхні, що охолоджується,

$$S_{\text{охл}} = \pi(D + 2c)a + 2ha.$$

Розраховується постійна часу заспокоєння за формулою

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_{\Sigma} \alpha_{\max}}{M_{\max}}},$$

де J_{Σ} – момент інерції рухомої частини.

Для магнітних систем із зовнішнім розташуванням постійного магніту (рис. 4.1, **а** і **б**) визначається за формулою

$$J_{\Sigma} = 0,5(\rho_k ac + 0,263\rho_m qw)D^2(\pi D + 4h),$$

де ρ_k і ρ_m – питомі густини матеріалів каркаса рамки й обмотки відповідно.

У подальшому розраховується шкала приладу. У залежності від класу точності вимірювального механізму визначається число поділок шкали

$$n = \frac{100}{2\gamma},$$

де γ – клас точності приладу у відсотках.

Розраховується довжина шкали

$$L_{\text{ш}} = nb_{\text{д}},$$

де $b_{\text{д}}$ – відстань між поділками шкали.

Причому довжина шкали для класу точності 0,5 не повинна бути менше ніж 90...100 мм, а для класу точності 0,2 – не менше ніж 150 мм.

Визначається радіус шкали за формулою

$$R_{\text{ш}} = \frac{180L_{\text{ш}}}{\pi\alpha_{\text{max}}}.$$

Визначається ціна поділки приладу за формулою

$$a_I = \frac{I_{\text{max}}}{n}; \quad a_U = \frac{U_{\text{max}}}{n}.$$

Похибка шкали визначається за формулою

$$\gamma_{\text{ш}} = \frac{100 \cdot k_{\text{н.ш}} \cdot \Delta_{\text{с.т.р.}}}{L_{\text{ш}}},$$

де $k_{\text{н.ш}}$ – коефіцієнт нерівномірності шкали, $k_{\text{н.ш}} = 1,3$; $\Delta_{\text{с.т.р.}}$ – сумарна товщина кінця стрілки і відмітки шкали, $\Delta_{\text{с.т.р.}} = 0,1...0,15$ мм.

Температурна похибка магнітоелектричного амперметра практично дорівнює нулю, оскільки зміна пружних властивостей пружини від температури компенсується зміною магнітного потоку постійного магніту. Для усунення температурної похибки магнітоелектричних вольтметрів застосовуються електричні й магнітні ланцюги температурної компенсації.

4.2. Проектування електромагнітних і електродинамічних вимірювальних приладів

Проектування електромагнітних вимірювальних приладів розглянемо на прикладі механізмів втягуючої дії. Для визначення моменту втягування осердя до котушки необхідно розрахувати залежність індуктивності L від кута втягування осердя в котушку α . Індуктивність котушки визначається за формулою

$$L = \frac{\Psi}{I_m} = \frac{w\Phi}{I_m} = \frac{w^2\Phi}{F} = \frac{w^2}{R_{\mu\text{ко}}}, \quad (4.4)$$

де Ψ – потокозчеплення котушки; I_m – максимальне значення постійного струму чи амплітудне змінного струму обмотки котушки; Φ і F – магнітний потік і магніторушійна сила (при вимірюваннях на змінному струмі – амплітудні значення), що створюються котушкою; $R_{\mu\text{ко}}$ – магнітний опір магнітної системи котушки й осердя.

Магнітний опір необхідно розраховувати для ряду положень осердя в діапазоні від $\alpha_{\min}$ до $\alpha_{\max}$. Для цього будується ряд ескізів магнітної системи, приклад такого ескізу наведено на рис. 4.7, де 1 – рухоме осердя, 2 – котушка. За ескізами визначаються відповідні середні довжини і площі елементів магнітного ланцюга (найменша кількість елементів 4) і розраховуються за формулою (4.1) складові сукупного магнітного опору системи. Під час розрахунків необхідно враховувати вплив форми котушки на середню довжину лобових частин магнітного потоку (рис. 4.7) при перерізах котушки під різними кутами відносно площини рухомого осердя (указане явище можна враховувати осередненням) і залежність магнітної проникненості осердя від напруженості та індукції магнітного поля (рис. 4.8). Варто зазначити, що користуючись розгалуженими схемами заміщення магнітного

ланцюга котушки, потрібно індуктивність визначати лише за магнітним потоком Φ_k , який виконує корисну роботу, тобто втягуючу дію

$$L = \frac{w^2 \Phi_k}{F}.$$

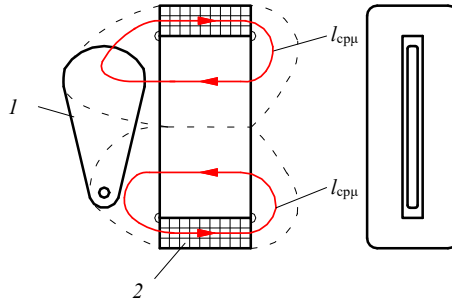


Рис. 4.7. Ескіз магнітної системи котушки й осердя

За значеннями індуктивності, розрахованими за виразом (4.4) при відомих кутових положеннях осердя будується графік $L = f(\alpha)$. За отриманим графіком визначається кутовий розмір шкали, при якому вимірювана величина буде змінюватися за заданим законом. Для магнітної системи, наведеної на рис. 4.7, рекомендований кутовий розмір шкали складе 60° . На вид шкали також впливає форма рухомого осердя.

Під час визначення максимального втягуючого моменту, похідну $dL/d\alpha$ можна знаходити графічно за залежністю $L = f(\alpha)$. Максимальний втягуючий момент визначається за формулою

$$M_{max} = \frac{I_{max} w^2}{2} \frac{dL}{d\alpha}.$$

Якщо умова (4.2) не виконується, то збільшується кількість витків.

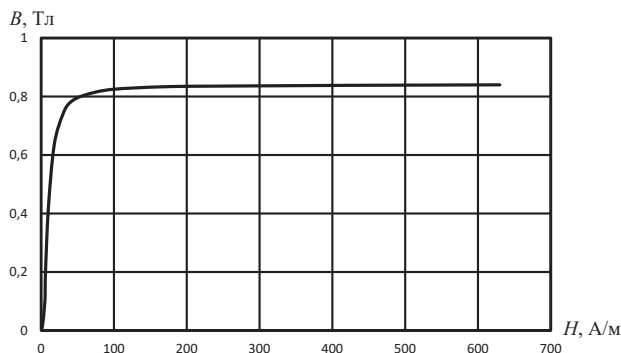


Рис. 4.8. Крива намагнічування пермалюю марки 50НХС

Температурна похибка вольтметрів від власного нагріву робочої котушки розраховується за формулою

$$\gamma_T = -T(\beta_{\text{ц}} + 0,5 \cdot \beta_w),$$

де $\beta_{\text{ц}}$ і β_w – температурні коефіцієнти електричного ланцюга вимірювального приладу (складається з опорів котушки $r_{\text{к}}$ і додаткового резистора $r_{\text{д}}$) і пружин протидії відповідно,

$$\beta_{\text{ц}} = \frac{0,4 \cdot r_{\text{к}}}{r_{\text{к}} + r_{\text{д}}}; \quad \beta_w = -0,025.$$

Для амперметрів дану похибку можна не розраховувати.

Частотні похибки усуваються ємнісною компенсацією індуктивності вимірювального механізму. Похибка від гістерезису під час вимірювання постійних струмів і напруг складає 0,1 %. Похибка від вихрових струмів під час вимірювання змінних струмів і напруг складає 0,05 %.

Загалом розрахунок електродинамічних вимірювальних приладів схожий з розрахунком електромагнітних вимірювальних приладів. Відмінність полягає лише у визначенні обертового моменту приладу.

Взаємна індуктивність визначається за формулою

$$M_{12} = \frac{\Psi_{21}}{I_1} = \frac{w_2 \Phi_{12}}{I_1} = \frac{w_1 w_2 \Phi_{12}}{F_1} = \frac{w_1 w_2}{R_{12}},$$

де Ψ_{21} – потокозчеплення витків рухомої котушки з частиною повного потоку Φ_{12} нерухомої котушки.

Магнітний опір взаємної індуктивності визначається за виразом (4.1) і для круглих котушок (рис. 4.9) становить

$$R_{\mu 12} \approx \frac{2\sqrt{R_1^2 + l^2}}{\mu_n \pi R_2^2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} = \frac{2\sqrt{R_1^2 + l^2}}{\mu_n \pi R_2^2 \sin(\alpha)}, \quad (4.5)$$

де μ_n – магнітна проникність повітря.

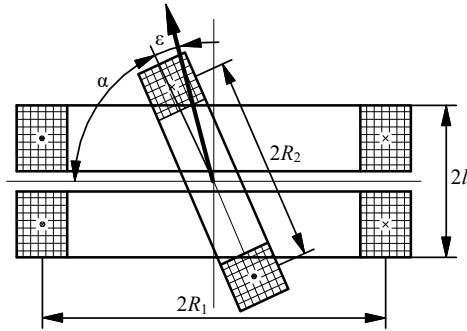


Рис. 4.9. Конструкція електродинамічного вимірювального приладу

За виразом (4.5) будується графік залежності $M_{12} = f(\alpha)$ у діапазоні значень кута від 0 до 180° при різних співвідношеннях R_1 , R_2 , l і обирається графік, ділянка якого відповідає рівномірній шкалі вимірювального приладу, тобто $dM_{12}/d\alpha = \text{const}$. Звичайно кутовий розмір такої ділянки близький до 90° . При значно меншій рівномірній ділянці вводять зміщення стрілки вимірювального приладу на бра-

куючий до 90° кут ϵ , хоча при цьому на початку шкали буде спостерігатися деяка нерівномірність.

Обрані співвідношення вимірювального приладу використовуються в подальшому розрахунку, зокрема для визначення максимального обертового моменту

$$M_{\max} = I_{\max 1} I_{\max 2} \cos \phi \frac{dM_{12}}{d\alpha},$$

де $I_{\max 1}$ і $I_{\max 2}$ – максимальні значення струмів нерухомої і рухомої котушок відповідно.

Кутова похибка (для електродинамічних ватметрів) і похибка від взаємної індуктивності усувається ємнісною компенсацією індуктивності рухомої котушки. Для зменшення температурної похибки застосовуються електричні схеми термокомпенсації.

4.3. Просектування електростатичних вимірювальних приладів

Електростатичні вимірювальні прилади використовуються загалом як вольтметри з малим власним споживанням потужності та широким частотним діапазоном ($20 \dots 35 \cdot 10^6$ Гц). Електростатичні вольтметри (рис. 4.10), принцип дії яких ґрунтується на зміні ємності конденсатора за рахунок зміни площі його обкладок, вимірюють постійні і змінні напруги від 10 до 1000 В. Для розширення меж вимірюваної змінної напруги застосовується ємнісний подільник напруги (рис. 4.11). Як діелектрик використовується повітря.

Виходячи з припущення про рівномірність електричного поля між пластинами конденсатора, визначається ємність вимірювального перетворювача

$$C = \frac{\epsilon \cdot n \cdot S}{d},$$

де ε – діелектрична проникність повітря, $\varepsilon = 8,855 \times 10^{-12}$ Ф/м; S – активна площа електродів; n – кількість активних сторін рухомих електродів (для конструкції вимірювального приладу, зображеного на рис. 4.10, a $n = 2$); d – відстань між електродами.

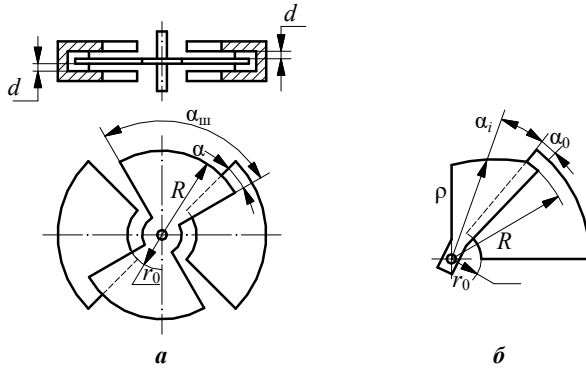


Рис. 4.10. Схеми розташування системи електродів для вольтметра з квадратичною шкалою (а) і для вольтметра з рівномірною шкалою (б)

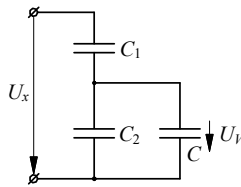


Рис. 4.11. Схема підключення електростатичного вольтметра до ємнісного подільника напруги

Відстань між пластинами конденсатора вибирається з розрахунку електричної міцності повітря при півторакратному перевантаженні вольтметра.

Зміна ємності при повороті рухомої частини на кут α для конструкції, наведеної на рис. 4.10, a складає

$$\frac{dC}{d\alpha} = \frac{\varepsilon \cdot n}{d} \frac{dS}{d\alpha} = \frac{\varepsilon \cdot n (R^2 - r_0^2)}{2d}, \quad (4.6)$$

де R і r_0 – зовнішній і внутрішній радіуси електрода.

Однак за даним законом (4.6) рівномірну шкалу створити неможливо.

Під час створення приладу з рівномірною шкалою можна керуватися законом виду

$$\frac{dC}{d\alpha} = \frac{k_\alpha}{\alpha + K_\alpha \alpha_{max}}, \quad (4.7)$$

де k_α і K_α – відповідні коефіцієнти,

$$k_\alpha = \frac{\varepsilon \cdot n (R^2 - r_0^2) K_\alpha \alpha_{max}}{2d};$$

$$K_\alpha = 2K_U \frac{K_U (k_{н.ш}^2 - 1) + \sqrt{(k_{н.ш}^2 - 1)(1 - K_U^2)}}{1 - k_{н.ш}^2 \cdot K_U^2}.$$

Коефіцієнт K_U – це відношення напруг у крайніх точках рівномірної ділянки шкали,

$$K_U = \frac{U_1}{U_{max}} \approx 0,25.$$

Теоретичний коефіцієнт нерівномірності шкали $k_{н.ш}$ береться в межах $k_{н.ш} = 1,3 \dots 1,5$.

Тоді відповідно до (4.7) радіус рухомого електрода (рис. 4.10,б) визначається за формулою

$$\rho = \sqrt{\frac{K_\alpha \alpha_{max} (R^2 - r_0^2)}{\alpha_i + K_\alpha \alpha_{max}} + r_0^2},$$

де α_i – поточне значення кута рухомого електрода.

Кутові розміри секторів беруться в залежності від кількості рухомих електродів m , наприклад, при $m = 2$ кутовий розмір сектора як і шкали приладу складає $\alpha_{max} = 90^\circ$.

Максимальний обертовий момент приладу визначається за формулою

$$M_{max} = \frac{U_{max}^2}{2} \frac{k_\alpha}{\alpha_{max} (1 + K_\alpha)}.$$

Як перевірка використовується вираз

$$M_{max} \geq m^3,$$

де m – маса рухомого електрода.

Якщо перевірка не виконується, тоді необхідно збільшувати геометричні розміри електродів та відстань між ними.

Ємність вимірювального механізму при повному відхиленні рухомої частини визначається за формулою

$$C_{max} = \frac{\varepsilon n (R^2 - r_0^2)}{2d} \left[\alpha_0 + K_\alpha \alpha_{max} \ln \left(\frac{1}{K_\alpha} + 1 \right) \right],$$

де α_0 – початковий кут перекриття електродів, $\alpha_0 = 5^\circ$.

Розтяжки приладу обираються за навантаженням ємнісним струмом при максимальній частоті вимірюваної напруги

$$I_{\epsilon max} = 3\pi f C_{max} U_{max} < I_d,$$

де I_d – допустимий струм у розтяжках.

За формулою (4.3) і за допустимим струмом у розтяжках визначається діаметр проводу розтяжки. Для проводу зі сплаву ПлСр-20 можна прийняти щільність струму $J = 0,4 \text{ А/мм}^2$.

Утрати потужності у вимірювальному приладі визначаються за формулою

$$P = U_{max} I_{\epsilon max} \operatorname{tg} \delta = U_{max}^2 \omega C_{max} \operatorname{tg} \delta,$$

де $\operatorname{tg} \delta$ – тангенс кута діелектричних утрат повітряного конденсатора.

Температуру перегріву приладу можна визначити за формулою

$$T = \frac{P}{k_t \cdot S_{\text{охл}}},$$

де $S_{\text{охл}}$ – площа поверхні, що охолоджується, $S_{\text{охл}} \approx 2 \cdot n \cdot S$.

В електростатичних вольтметрах до 1000 В відстань між електродами невелика. Тому для запобігання їх короткого замикання при випадкових поштовхах і ударах установлюється захисний опір. Значення захисного опору визначається за формулою

$$r_3 = \frac{1,5U_{\max}}{I_{\epsilon \max}}.$$

Сукупна ємність приладу визначається за наступною формулою

$$C_{\Sigma} = C_{\max} + C_{\pi},$$

де C_{π} – паразитна ємність між нерухомим електродом та екраном, береться приблизно $C_{\pi} = 8 \dots 12$ пФ.

Похибки від контактної різності потенціалів, ємнісного струму і температурна похибка визначаються за формулами

$$\gamma_k = \frac{U_k}{U_{\max}} \cdot 100\%;$$

$$\gamma_{\epsilon} = \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \omega C_{\Sigma} r_3}} - 1 \right) \cdot 100\%;$$

$$\gamma_T = -0,5T(\beta_w - \beta_c),$$

де U_k – різниця потенціалів, що обумовлена різністю робіт виходу електронів з поверхні електродів до діелектрика, наприклад, при зміні полярності вимірюваної напруги,

$U_k = 20 \dots 50$ мВ; β_w – термopужний коефіцієнт розтяжок, для сплаву ПлСр-20 береться $\beta_w = -0,025$ %/°C; β_c – температурний коефіцієнт зміни ємності, $\beta_c = -2 \cdot 10^{-4}$ %/°C.

Сумарна основна похибка приладу знаходиться за формулою

$$\gamma_{\Sigma} = \sqrt{\gamma_{ш}^2 + \gamma_k^2 + \gamma_c^2 + \gamma_T^2}.$$

5. ВИМІРЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРИЧНИХ ЛАНЦЮГІВ

5.1. Вимірювання складових повного електричного опору

Повний електричний опір – це векторна величина, яка є відношенням векторів напруги на елементі електричного ланцюга і струму, що протікає через нього,

$$\underline{z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L = R - \frac{j}{\omega C} + j\omega L, \quad (5.1)$$

де R – активний електричний опір ланцюга, що характеризує здатність електричного ланцюга до незворотніх перетворень енергії (наприклад, перетворення електричної енергії в механічну в електричних двигунах, у хімічну при електrolізі чи заряді акумуляторів, у теплову – нагрів провідників); ω – колова (циклічна) частота, яка пропорційна частоті змінного струму f , $\omega = 2\pi f$; C і L – електрична ємність та індуктивність, які характеризують електромагнітні явища, що проходять без незворотної втрати енергії; j – оператор повороту на 90° вектора струму відносно вектора напруги в бік відставання першого відносно другого.

Відповідно до виразу (5.1) модуль повного електричного опору можна виміряти методом вольтметра й амперметра

$$|z_x| = \frac{U_V}{I_A} = \sqrt{R_x^2 + X_x^2},$$

де U_V і I_A – діючі значення напруги і струму, які отримані за показами вольтметра й амперметра відповідно; R_x і X_x – відповідно модулі активної та реактивної складових вимірюваного електричного опору.

Однак за відсутності інформації щодо складових повного опору R_x та X_x залишається невідомим фазовий зсув

$$\phi = \pm \arctg \left(\frac{X_x}{R_x} \right).$$

Знак « $\pm$ » визначається переважаючою складовою індуктивною або ємнісною в сукупному реактивному опорі.

Фазовий зсув і модуль повного електричного опору можна знайти, якщо виконати методом вольтметра й амперметра два вимірювання при різних частотах змінного струму (наприклад, при змінному струмі з частотою 50 Гц і постійному струмі), а також скласти й розв'язати відповідну систему рівнянь. Характер реактивної складової можна визначити осцилографічним способом, спостерігаючи зміну струму при прикладенні напруги.

Вимірювання активного електричного опору малого значення здійснюється за схемою на рис. 5.1,а, а великого за схемою на рис. 5.1,б.

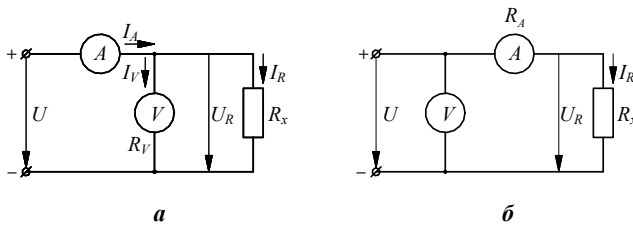


Рис. 5.1. Схеми вимірювання активного опору методом вольтметра й амперметра

Вимірювання електричної ємності великого й малого значення здійснюється за схемами на рис. 5.2,*а* і 5.2,*б* відповідно.

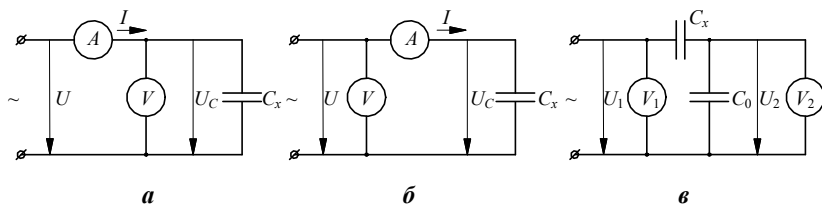


Рис. 5.2. Схеми вимірювання ємності методом вольтметра й амперметра

При відомій частоті джерела живлення вимірювана ємність знаходиться за формулою

$$C_x = \frac{I_A}{\omega U_V}.$$

На рис. 5.2,*в* показано схему вимірювання ємності від долей пікофарад методом двох вольтметрів. У цьому випадку вимірювана ємність знаходиться за формулою

$$C_x = \frac{C_0 U_{V2}}{U_{V1} - U_{V2}},$$

де U_{V1} і U_{V2} – діючі значення напруг, виміряні вольтметрами V_1 і V_2 відповідно, C_0 – зразкова ємність.

Вимірювання індуктивності котушки методом вольтметра й амперметра можливо лише, коли її активний опір буде набагато меншим за реактивний опір, і може здійснюватися за схемами, наведеними на рис. 5.3. Вимірювана індуктивність визначається за формулою

$$L_x = \frac{U_V}{\omega I_A}.$$

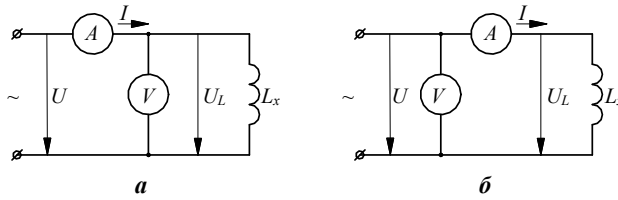


Рис. 5.3. Схеми вимірювання індуктивності методом вольтметра й амперметра

При збільшенні частоти точність вимірювання зменшується через вплив власної ємності C_x котушки індуктивності і вхідної ємності C_V вольтметра. Тоді сукупний реактивний опір визначається за формулою

$$X_x = \frac{\omega L_x}{1 - \omega^2 L_x (C_x + C_V)}.$$

Тобто, при частоті близькій до резонансу цей реактивний опір прямуватиме до нескінченності і значення виміряної індуктивності буде більше ніж її дійсне значення.

Спосіб вимірювання взаємної індуктивності наведено на рис. 5.4. Вимірювана взаємна індуктивність визначається за формулою

$$M_x = \frac{U_V}{\omega I_A}.$$

Похибка вимірювання складових повного електричного опору методом вольтметра й амперметра складає 0,5...10 % на низьких частотах.

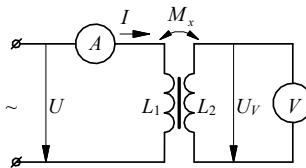


Рис. 5.4. Схема вимірювання взаємної індуктивності методом вольтметра й амперметра

Для підвищення точності вимірювань складових повного електричного опору застосовується мостовий метод вимірювань. Найпростіший електричний міст складається з чотирьох послідовно поєднаних опорів, джерела живлення, підключеного в одну з діагоналей утвореного квадрата, та нуль-індикатора (показника рівноваги), підключеного в іншу діагональ. Ділянка електричного ланцюга між застискачами діагоналей живлення і вимірювання називається *плечем моста*. Як нуль-індикатори на постійному струмі застосовуються гальванометри, а на змінному струмі – осцилографи. Застосування менш чутливих засобів вимірювання, наприклад, вольтметра або амперметра призводить до похибки урівноваження моста.

Якщо електричний міст урівноважений (рис. 5.5), тобто потенціали точок А і В рівні, то струм через нуль-індикатор не протікає, і справедливі наступні рівняння:

$$\begin{cases} \underline{I}_1 \underline{z}_1 = \underline{I}_2 \underline{z}_2 \\ \underline{I}_1 \underline{z}_3 = \underline{I}_2 \underline{z}_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\underline{I}_1 \underline{z}_4}{\underline{z}_3} \underline{z}_1 = \underline{I}_2 \underline{z}_2 \\ \underline{I}_1 = \frac{\underline{I}_2 \underline{z}_4}{\underline{z}_3} \end{cases} \Rightarrow \underline{z}_1 \underline{z}_4 = \underline{z}_2 \underline{z}_3. \quad (5.2)$$

Рівняння (5.2) можна записати в показниковій формі

$$z_1 e^{j\phi_1} z_4 e^{j\phi_4} = z_2 e^{j\phi_2} z_3 e^{j\phi_3}. \quad (5.3)$$

У цьому разі умова рівності (5.3) записується як дві скалярні умови рівності модулів і фазових зсувів повних електричних опорів, підключених у плечі моста:

$$z_1 z_4 = z_2 z_3; \quad \phi_1 + \phi_4 = \phi_2 + \phi_3.$$

Рівняння (5.2) можна представити в комплексній формі запису

$$(R_1 \pm jX_1)(R_4 \pm jX_4) = (R_2 \pm jX_2)(R_3 \pm jX_3). \quad (5.4)$$

Тоді за виразом (5.4) умова рівності моста представляється як баланс дійсної та уявної частин повних електричних опорів відповідно:

$$R_1 R_4 \mp X_1 X_4 = R_2 R_3 \mp X_2 X_3 ;$$

$$X_4 R_1 + X_1 R_4 = X_3 R_2 + X_2 R_3 .$$

Найпростішим мостом є одинарний міст постійного струму (рис. 5.6). Рівняння рівноваги цього моста записується у вигляді наступної формули:

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1} .$$

Міст Уїтстона застосовується для вимірювання активних електричних опорів у межах $1 \dots 10^8$ Ом. Похибка вимірювання активного опору до 100 Ом мостом Уїтстона складає $(5 \dots 100) \cdot 10^{-6}$.

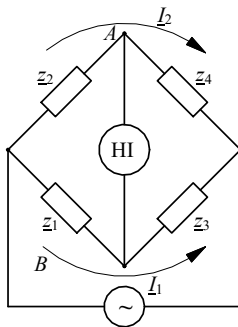


Рис. 5.5. Схема моста на повних електричних опорах

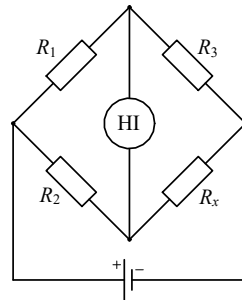


Рис. 5.6. Схема моста постійного струму (Уїтстона)

Подвійний міст постійного струму (рис. 5.7) використовується для вимірювання малих опорів. Цей міст дозволяє виключити вплив з'єднувального проводу R_6 і підвищити точність вимірювання, так як при малому вимірювальному

опорі R_2 і R_x співмірні з опором R_6 . Рівняння рівноваги моста Томсона можна знайти з наступних рівнянь:

$$\begin{cases} I_x R_x + I_4 R_4 = I_3 R_3 \\ I_2 R_2 + I_5 R_5 = I_1 R_1 \\ I_6 R_6 = I_4 R_4 + I_5 R_5 \end{cases} \quad \begin{cases} I_1 = I_3 \\ I_x = I_2 \\ I_4 = I_5 \end{cases} \quad \{ I_6 = I_x - I_4.$$

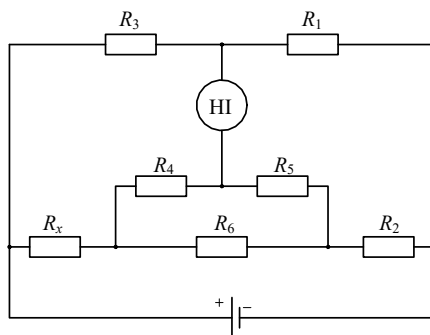


Рис. 5.7. Схема подвійного моста постійного струму (Томсона)

Вимірюваний опір знаходиться за формулою

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1} + \frac{R_5 R_6}{R_4 + R_5 + R_6} \left(\frac{R_3}{R_1} - \frac{R_4}{R_5} \right).$$

За умови

$$\frac{R_3}{R_1} = \frac{R_4}{R_5}$$

вимірюваний опір виражається як

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1}.$$

Похибка вимірювання активного опору в діапазоні від 10 мкОм до 1 Ом складає не менше 0,05 %, для опорів від 1 Ом похибка складає 0,02 %.

Для вимірювання активного опору й індуктивності ко-
тушки може застосовуватися метод порівняння з мірою, ре-
алізований на основі електричного мосту змінного струму
(рис. 5.8):

$$R_x = \frac{R_1 R_3}{R_2};$$

$$L_x = \frac{L_1 R_3}{R_2}.$$

Недоліками вищевказаного способу є важкість розробки
еталонних індуктивностей.

У мості Максвела-Віна (рис. 5.9) реалізоване порівнян-
ня індуктивності з ємністю. При рівновазі моста вимірювані
величини визначаються за формулами

$$R_x = \frac{R_1 R_3}{R_2};$$

$$L_x = C_2 R_1 R_3.$$

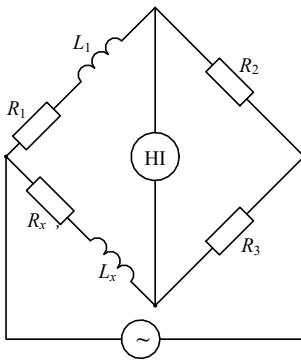


Рис. 5.8. Схема моста змінного струму
для вимірювання індуктивності
методом порівняння

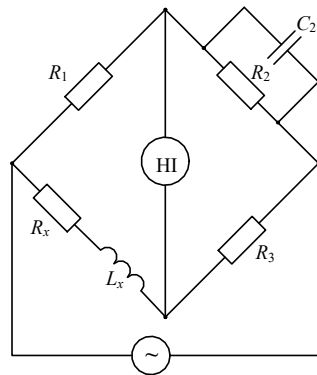


Рис. 5.9. Схема моста Максвела-Віна

Даний міст застосовується для котушок з добротністю (відношення реактивного до активного опорів котушки) нижче 10. При добротності вище 10 застосовується міст Хей (рис. 5.10). Вимірювані величини цього мосту знаходяться як розв'язок системи рівнянь

$$\begin{cases} R_x = \frac{R_1 R_3}{R_2} - \frac{L_x}{C_2 R_2} \\ L_x = \frac{R_x}{\omega^2 R_2 C_2} \end{cases}.$$

Недоліками моста Хей є залежність урівноваженості моста від частоти джерела живлення.

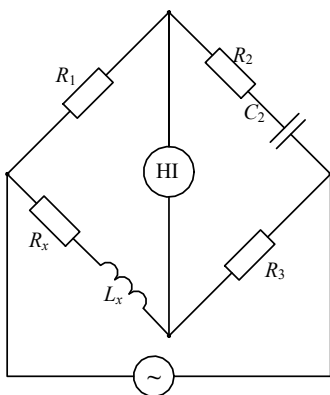


Рис. 5.10. Схема моста Хей

Мост Оуена наведений на рис. 5.11. Вимірювані величини визначаються за формулами

$$R_x = \frac{R_1 C_1}{C_2};$$

$$L_x = C_1 R_1 R_2.$$

Зазначений міст використовується для визначення диференціальної індуктивності при одночасному протіканні постійного і змінного струмів у котушці із залізним осердям.

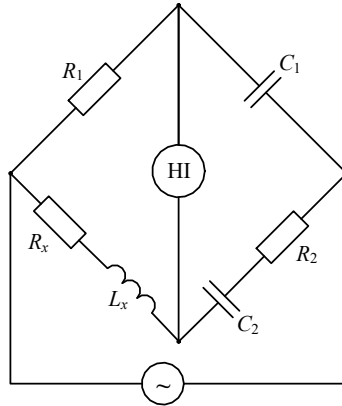


Рис. 5.11. Схема моста Оуена

Міст Кемпбелла (рис. 5.12) застосовується для вимірювання взаємної індуктивності. Міст зрівноважується у два етапи: на першому етапі зрівноважуються індуктивність і опори котушок, на другому етапі зрівноважуються взаємні індуктивності. Вимірювана взаємна індуктивність визначається за формулою

$$M_x = \frac{M_1 R_3}{R_2}.$$

Мостові схеми наведені на рис. 5.8–5.11 можуть бути використані для вимірювання взаємної індуктивності між двома котушками методом двократного вимірювання. Спочатку котушки з'єднуються послідовно й погоджено. У цьому випадку виміряна загальна індуктивність складає

$$L_{\text{зг}} = L_1 + L_2 + 2M_x, \quad (5.5)$$

де L_1 і L_2 – індуктивності котушок.

Потім котушки з'єднуються послідовно й зустрічно, та їх виміряна загальна індуктивність складає

$$L_{\text{зв}} = L_1 + L_2 - 2M_x. \quad (5.6)$$

З виразів (5.5) і (5.6) знаходиться взаємна індуктивність

$$M_x = \frac{L_{\text{зв}} - L_{\text{зг}}}{4}.$$

Найпростішими мостами для визначення параметрів конденсатора є мости наведені на рис. 5.13 і 5.14, у яких параметри невідомого конденсатора порівнюються з відповідними мірами. Вимірювані величини визначаються за формулами

$$R_x = \frac{R_1 R_3}{R_2};$$

$$C_x = \frac{R_2 C_1}{R_3}.$$

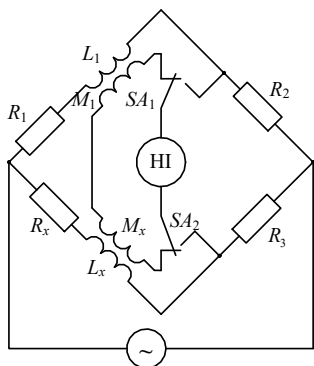


Рис. 5.12. Схема моста Кемпбелла

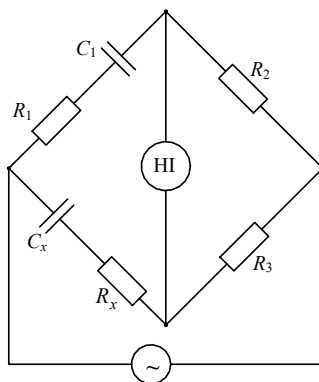


Рис. 5.13. Схема моста для вимірювання ємності методом порівняння при послідовному підключенні

Для точного визначення кута діелектричних втрат і ємності конденсатора застосовують мост Шерінга (рис. 5.15). Вимірювані величини визначаються за формулами

$$R_x = \frac{C_2 R_3}{C_1};$$

$$C_x = \frac{C_1 R_2}{R_3}.$$

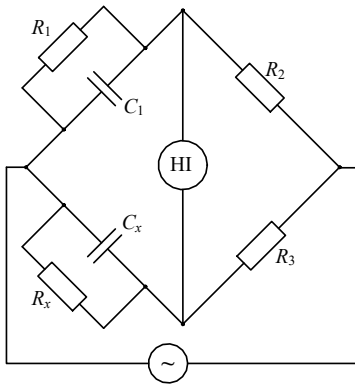


Рис. 5.14. Схема моста для вимірювання ємності методом порівняння при паралельному підключенні

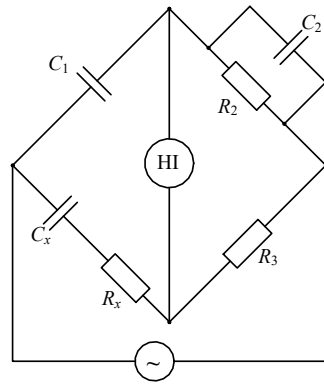


Рис. 5.15. Схема моста Шерінга

5.2. Вимірювання частоти

Під результатом вимірювання розуміється деяке середнє значення частоти за час вимірювання. Методи вимірювання частоти електричних сигналів поділяються на метод безпосереднього спостереження вимірюваного сигналу, метод перезаряду конденсатора, метод, оснований на зміні реактивних опорів при зміні вимірюваної частоти, та метод порівняння з відомою зразковою частотою. При безпосередньому спостереженні вимірюваної частоти сигнал, частоту

якого необхідно виміряти, подається на вхід осцилографа, вмикається часова розгортка, налаштовується зображення на екрані осцилографа й вимірюється період сигналу T_x (найменша за шкалою часу відстань, через яку періодичний сигнал повторює свої значення). Значення вимірюваної частоти в цьому випадку визначається за формулою

$$f_x = 1/T_x.$$

Приклад вимірювання періоду меандру наведений на рис. 5.16.

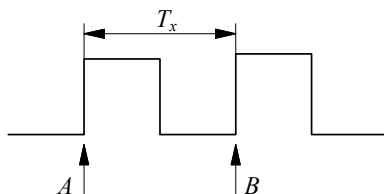


Рис. 5.16. Вимірювання періоду прямокутного сигналу

Даний метод застосовують для вимірювання частоти до 100 МГц. Перевагою методу є наочність та можливість вимірювання частоти сигналу з високим рівнем вищих гармонік без розділення його на окремі гармоніки.

Метод вимірювання частоти шляхом перезаряду конденсатора полягає у вимірюванні струму розряду конденсатора, що поперемінно перемикається із зарядження на розрядження з частотою, рівною вимірюваній.

Конденсатор C (рис. 5.17) заряджається до напруги U_1 і розряджається до напруги U_2 . За одне перемикання на заряд (положення перемикання 1) і розряд (положення перемикання 2) кількість електричного заряду, що підводиться до конденсатора і віддається ним мікроамперметру,

$$Q = CU,$$

де U – різницева напруга, $U = U_1 - U_2$.

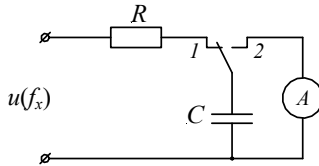


Рис. 5.17. Схема вимірювання частоти методом перезаряду конденсатора

При перемиканні f раз за секунду електричний заряд, що протікає через мікроамперметр в 1 с, дорівнює $Q = I_A/f$, звідки $f = I_A/(CU)$.

За умовою, що частота перемикань f дорівнює вимірюваній частоті f_x , тоді покази приладу пропорційні f_x . Напруга, до якої встигає зарядитися конденсатор при різних значеннях ємності й частоти, не може залишатися постійною. Так само конденсатор повністю не розряджається. Ця невідзначеність усувається за допомогою схеми, у якій напруга на конденсаторі при заряді не перевищує деякої постійної величини $U_{\text{зар}}$, а при розряді – не може стати менше деякої постійної величини $U_{\text{розр}}$. У цьому випадку вимірювана частота визначається за формулою

$$f_x = I_A/[C(U_{\text{зар}} - U_{\text{розр}})].$$

Нижня границя вимірюваних частот обмежується початком механічних коливань стрілки міліамперметра в такт з вимірюваною частотою і складає 10 Гц, а верхня – кінцевим часом перемикання конденсатора із зарядження на розрядження і паразитними ємностями схеми, співмірними на верхніх частотах з ємністю конденсатора. Верхня границя вимірюваних частот даним методом складає до 1 МГц, а сумарна похибка складає $\pm(1,5 \dots 2) \%$.

Вимірювання частоти за допомогою вольтметра (рис. 5.18) є найбільш простим непрямим способом вимірю-

вання частоти, який оснований на залежності опору реактивних елементів від частоти змінного струму.

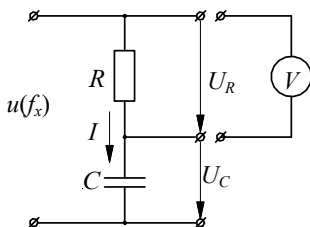


Рис. 5.18. Схема вимірювання частоти методом вольтметра

До джерела коливань частоти f_x підключається ланцюг з послідовно підключеними безреактивним резистором R і конденсатором C з малими втратами, параметри яких точно відомі. Високоомним вольтметром змінного струму V з границею вимірювань, близькою до значення вхідної напруги, по черзі вимірюються напруги U_R і U_C на відповідних елементах ланцюга.

Оскільки

$$U_R = IR;$$

$$U_C = I/(2\pi f_x C),$$

де I – струм ланцюга.

Тоді з відношення напруг U_R/U_C знаходиться значення частоти

$$U_R/U_C = 2\pi f_x RC \Rightarrow f_x = [1/2\pi RC](U_R/U_C).$$

Вхідний опір вольтметра повинен принаймні в 10 разів перевищувати опір кожного з елементів ланцюга. Однак вплив вольтметра можна виключити, якщо використовувати його лише як індикатор рівності напруг $U_R = U_C$, що досягається, наприклад, плавною зміною опору R . Ефективність методу залежить від точності підбору номіналів і якості елементів RC -ланцюга.

Частота може вимірюватися мостовим способом на основі залежності врівноваженості моста від реактивного опору, підключеного в одне з його плечей. На рис. 5.19 наведені схеми мостів для вимірювання частоти.

Умова рівноваги для мостових схем, наведених на рис. 5.19, *а* і *б* відповідно:

$$R_3 \left(R_1 + 1 / (j\omega_x C_1) \right) = \frac{R_2 R_4}{1 + j\omega_x C_4 R_4}; \quad (5.7)$$

$$\frac{R_1 R_3}{1 + j\omega_x C_3 R_3} = R_2 \left(R_4 + 1 / (j\omega_x C_4) \right). \quad (5.8)$$

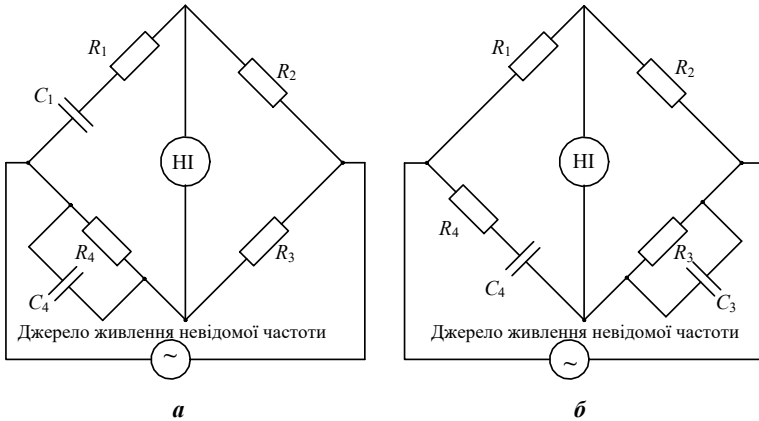


Рис. 5.19. Мостові схеми для вимірювання частоти

Розкриваючи дужки і прирівнюючи дійсні та уявні частини виразу (5.7), а також виразу (5.8), отримуємо відповідні системи рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{R_2}{R_3} = \frac{R_1}{R_4} + \frac{C_4}{C_1}; \\ C_1 C_4 = \frac{1}{\omega_x^2 R_1 R_4} \end{cases} \quad (5.9)$$

$$\begin{cases} \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3} + \frac{C_3}{C_4} \\ C_3 C_4 = \frac{1}{\omega_x^2 R_3 R_4} \end{cases} \quad (5.10)$$

Невідома частота із систем (5.9) і (5.10) визначається за формулами

$$f_x = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1 R_4 C_1 C_4}};$$

$$f_x = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_3 R_4 C_3 C_4}}.$$

Мостовий метод застосовується для вимірювання частот від десятків герц до сотен кілогерц. Похибка вимірювань складає 0,5...1 %.

Спосіб, заснований на явищі електричного резонансу, застосовується для вимірювання низьких, високих, ультрависоких і надвисоких частот. Під час настроювання послідовного коливального контуру плеча моста (рис. 5.20) у резонанс з вимірюваною частотою опір плеча становиться чисто активним і рівним R_3 . Налаштування виконується за допомогою конденсатора змінної ємності, шкала якого градується в одиницях частоти. Рівновага моста встановлюється за умови рівності $R_1 R_3 = R_2 R_4$.

Як індикатор використовується детекторний або цифровий вольтметр, а на частотах 100...5000 Гц – телефон. До недоліків цього способу відносяться важкість виконання котушок індуктивності для низьких частот і неможливість отримання нульових показань індикатора через вплив сторонніх електромагнітних полів на котушку. Похибка вимірювань складає 0,5...1 %.

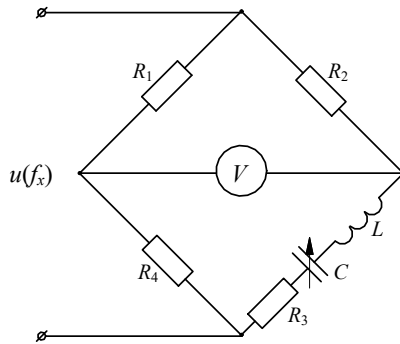


Рис. 5.20. Схема вимірювання частоти способом електричного резонансу в мостовій схемі

Інший спосіб вимірювання частоти резонансним методом наведений на рис. 5.21. На схемі L_0 – змінна котушка індуктивності, C_0 – конденсатор змінної ємності, C_1 – підстроєчний конденсатор, C_2 – конденсатор з ємністю, що на порядок менша за ємність конденсатора C_1 .

У момент резонансу, який фіксується вольтметром (максимальна напруга на ємності C_2), вимірювана частота визначається за формулою

$$f_x = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0 C_0}}.$$

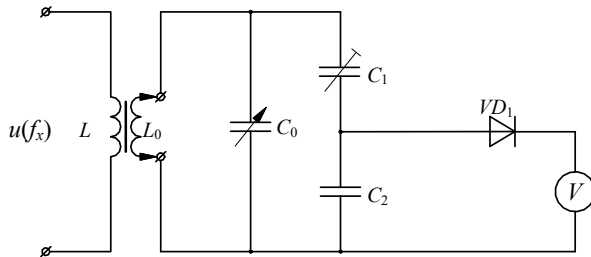


Рис. 5.21. Схема резонансного частотоміра з коливальним контуром

Вимірювання частоти синусоїдального сигналу може базуватися на використанні фігур Ліссажу. До того ж невідомою частота порівнюється з точно відомою частотою, а фігури Ліссажу використовуються для визначення відношення між частотами.

Для отримання фігури Ліссажу вимикається часова розгортка осцилографа, сигнал невідомої частоти подається на вертикальний вхід осцилографа (Y), а вихід від генератора частоти високої точності під'єднується до горизонтального входу осцилографа (X). Чутливість обох входів регулюють так, щоб відтворена на екрані картина заповнювала весь екран. Частота генератора зразкової частоти підбирається так, щоб на екрані осцилографа вийшло стаціонарне зображення. Це відбувається при фіксованому цілочисельному відношенні між частотами двох вхідних сигналів. У загальному випадку отримане зображення залежить від відношення частот і фазових співвідношень двох вхідних сигналів, але завжди виконується умова

$$\frac{f_{\text{зр}}}{f_x} = \frac{N_x}{N_y},$$

де $f_{\text{зр}}$ – зразкова частота; N_x та N_y – максимальні кількості перетинів горизонтальної та вертикальної опорних ліній відповідно.

На рис. 5.22 показані деякі фігури Ліссажу. Даний метод застосовується при кратності вимірюваної і зразкової частот не більше 10, оскільки велику кількість перетинів з горизонтальною і вертикальною вісями важко порахувати.

Гетеродинний спосіб вимірювання частоти заснований на застосуванні як джерела зразкової частоти гетеродину, що перебудовується. Для вимірювання високих і надвисоких частот як компаратор застосовують змішувач та індикатор (рис. 5.23). Напруги порівнюваних частот подають

на вхід змішувача, на виході якого отримуються коливання комбінованих частот виду

$$f = mf_x \pm nf_{\text{зр}},$$

де m і n – цілі числа.

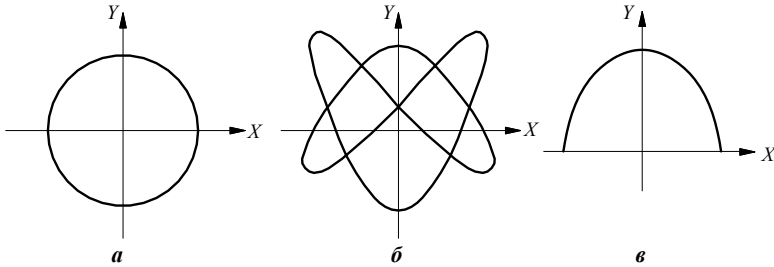


Рис. 5.22. Приклади фігур Ліссажу для відношень частот:
 $a - 1:1$; $б - 3:2$; $в - 2:1$

Змінюючи частоту гетеродину, домагаються появи сигналу різницевої частоти

$$\Delta f = mf_x - nf_{\text{зр}}.$$

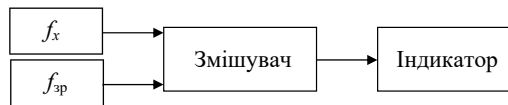


Рис. 5.23. Структурна схема вимірювання високих і надвисоких частот гетеродинним способом

Момент нульового биття можна помітити за найменшою частотою коливання стрілки аналогового вольтметра або зображення на екрані осцилографа. У цей момент значення частоти визначається за формулою

$$f_x = (\Delta f \pm nf_{\text{зр}})/m. \quad (5.11)$$

Якщо частота гетеродину $f_{\text{зр}}$ близька до f_x , то найбільш сильний сигнал нульового биття отримується при $m = n = 1$. У цьому випадку вимірювана частота визначається виразом

$$f_x = f_{\text{зр}} + \Delta f.$$

Частота биття визначається як кількість періодів коливань стрілки вольтметра чи зображення на екрані осцилографа q за деякий проміжок часу t_p

$$\Delta f = q/t_p.$$

При гетеродинному способі нерідко застосовують гетеродини, основна частота яких у багато разів нижче вимірюваної. У цьому випадку у виразі (5.11) величини m і n невідомі і визначення дійсного значення частоти буде неоднозначним. Для усунення неоднозначності необхідно проводити два вимірювання, у результаті яких розраховують номер гармоніки гетеродину.

Для цього після отримання нульового биття знімають показання шкали налаштування гетеродину $f_{\text{гер1}}$, потім збільшують частоту гетеродину до отримання наступного нульового биття і знову знімають показання шкали настройки гетеродину $f_{\text{гер2}}$. Перші биття отримані при додаванні напруг вимірюваної частоти f_x і $(n + 1)$ -ї гармоніки частоти гетеродину, другі – при додаванні напруг частоти f_x і n -ї гармоніки частоти гетеродину. Виходячи з цього, можна отримати вираз

$$(n + 1)f_{\text{гер1}} = nf_{\text{гер2}}.$$

Тоді номер гармоніки n визначається за формулою

$$n = f_{\text{гер1}} / (f_{\text{гер2}} - f_{\text{гер1}}).$$

Значення вимірюваної частоти знаходиться за формулою

$$f_x = nf_{\text{гер2}}.$$

Похибка вимірювання частоти гетеродинним способом визначається за формулою

$$\delta = \pm \sqrt{\delta_{\text{шк}}^2 + \delta_{\text{гет}}^2 + \delta_{\text{інд}}^2},$$

де $\delta_{\text{шк}}$ – похибка шкали налаштування гетеродину; $\delta_{\text{гет}}$ – нестабільність частоти гетеродину за час вимірювання; $\delta_{\text{інд}}$ – похибка індикатора нульового биття.

5.3. Вимірювання фази

Для гармонічного коливання $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_0)$ фаза φ визначається аргументом синусоїдальної функції, що лінійно залежить від часу,

$$\varphi = \omega t + \varphi_0,$$

де φ_0 – початкова фаза.

Якщо два синусоїдальні сигнали з однаковою частотою f затримані в часі один відносно одного, то між ними існує постійний фазовий зсув.

Кут зсуву фаз визначається осцилографічними методами, а також методом сумарних і різницевих напруг. З осцилографічних методів найбільш розповсюдженими є метод лінійної розгортки і метод еліпса. Похибка вимірювання фази осцилографічними методами складає $2 \dots 5^\circ$.

У методі лінійної розгортки вимірювання кута зсуву фаз між двома сигналами визначається за зображенням цих сигналів на екрані осцилографа (рис. 5.24), часова розгортка якого ввімкнена, а на два входи подані досліджувані сигнали. Синхронізація генератора часової розгортки повинна здійснюватися одним із вхідних сигналів. У такому випадку, вимірявши час затримки між сигналами t_x , визначається фазовий зсув за формулою

$$\varphi_x = 2\pi t_x / T.$$

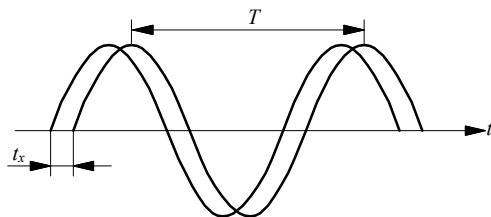


Рис. 5.24. Вимірювання фазового зсуву між двома сигналами

Метод еліпса базується на використанні фігур Ліссажу. При рівних амплітудах і частотах сигналів на двох входах осцилографа зміна фазового зсуву від 0° до 180° приводить до зміни форми фігури Ліссажу від прямої лінії через еліпс до кола (рис. 5.25).

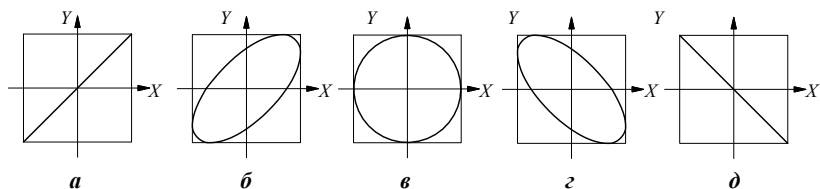


Рис. 5.25. Вплив фазового зсуву на форму фігур Ліссажу:
 $a - 0^\circ$; $б - 30^\circ$ або 330° ; $в - 90^\circ$ або 270° ; $г - 150^\circ$ або 210° ; $д - 180^\circ$

Якщо на входи осцилографа X і Y подані відповідно сигнали $u_1 = U_{m1} \sin(\omega t)$ і $u_2 = U_{m2} \sin(\omega t \pm \varphi)$, тоді отримана крива визначається (рис. 5.26) за формулою

$$X = S_1 U_{m1} \sin(\omega t);$$

$$Y = S_2 U_{m2} \sin(\omega t \pm \varphi),$$

де S_1 і S_2 – чутливості осцилографа за горизонтальною і вертикальною вісями відповідно.

У момент часу $t = 0$ еліпс перетинає вісь Y в точці

$$Y_1 = \pm S_2 U_{m2} \sin(\varphi).$$

При $\omega t \pm \varphi = 90^\circ$ і $\omega t \pm \varphi = 270^\circ$

$$Y_2 = \pm S_2 U_{m2}.$$

Тоді фазовий зсув між сигналами визначається за формулою

$$\phi = \arcsin(Y_1/Y_2).$$

Під час визначення фазового зсуву необхідно враховувати орієнтацію еліпса у відповідності з рис. 5.26.

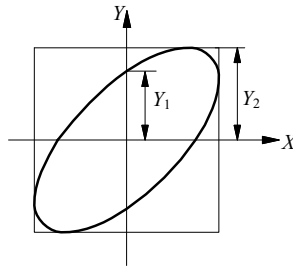


Рис. 5.26. Вимірювання фазового зсуву за допомогою фігури Ліссажу

На результуючу похибку вимірювання фази методом еліпса впливають наступні складові: похибка асиметрії каналів, похибка лінійних вимірювань, похибка нелінійності, похибка, що зумовлена впливом вищих гармонік.

Метод сумарних і різницевих напруг вимірювання фазового зсуву (рис. 5.27) полягає у вимірюванні амплітуд напруг кожного сигналу та їх сумарної або від'ємної напруги. Тоді на основі теореми косинусів фазовий зсув знаходиться за формулою

$$\phi = \arccos \left[\pm \left(U_{m\Sigma(\Delta)}^2 - U_{m1}^2 - U_{m2}^2 \right) / (2U_{m1}U_{m2}) \right],$$

де U_{m1} і U_{m2} – амплітудні значення напруг 1-го та 2-го сигналів відповідно; $U_{m\Sigma(\Delta)}$ – амплітудне значення суми (різниці) напруг двох сигналів.

Результуюча похибка лежить у межах від 1° до 10° .

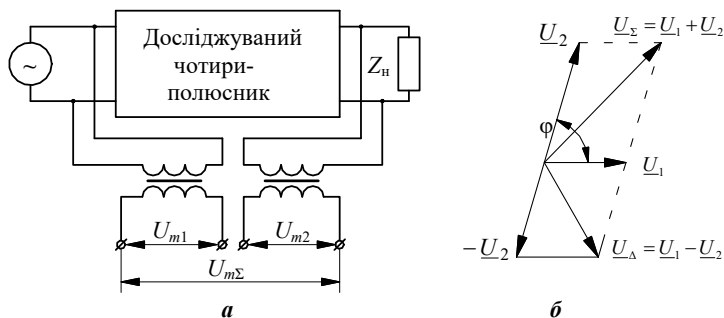


Рис. 5.27. Схема вимірювання зсуву фаз методом додавання і віднімання напруг (*а*) і векторна діаграма (*б*)

Іншою реалізацією методу сумарної і різницевої напруг вимірювання фазового зсуву є використання балансного фазового детектора (рис. 5.28), принцип дії якого оснований на вимірюванні сумарної і різницевої напруг з одночасним їх детектуванням.

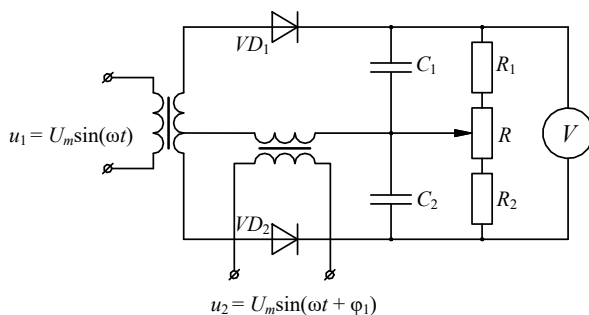


Рис. 5.28. Схема балансного фазового детектора

Балансний фазовий детектор працює в режимі амплітудного детектування, а як індикатор використовується електронний вольтметр. Вимірювані напруги вирівнюються і калібруються за значенням. У процесі роботи до діодів VD_1 і VD_2 прикладені сума й різниця напруг відповідно:

$$u_1 + u_2 = U_m \left[\sin \omega t + \sin(\omega t + \phi) \right] = 2U_m \cos\left(-\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right);$$

$$u_1 - u_2 = U_m \left[\sin \omega t - \sin(\omega t + \phi) \right] = 2U_m \sin\left(-\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right).$$

Опори резисторів і ємності конденсаторів C_1 і C_2 обираються такими, щоб $RC_1 = RC_2 \gg T$, де T – період вимірюваних напруг.

Напруги на конденсаторах C_1 і C_2 у сталому режимі рівні амплітудним значенням сумарної і різницевої напруг:

$$U_{C_1} = 2U_m \left| \cos\left(-\frac{\phi}{2}\right) \right|;$$

$$U_{C_2} = 2U_m \left| \sin\left(-\frac{\phi}{2}\right) \right|.$$

Тоді показання вольтметра пропорційні вимірюваному зсуву фаз:

$$U_V = 2U_m \left[\left| \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \right| - \left| \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \right| \right].$$

На рис. 5.29 наведена залежність показань вольтметра у відносних одиницях від кута фазового зсуву. Перевагою цієї схеми фазового детектора є практично лінійна залежність вихідної напруги від фазового зсуву. Двозначність відліку усувається додатковим вимірюванням, при якому u_2 зсувається за допомогою лінії затримки на фіксований невеликий кут. Результуюча похибка фазових детекторів складає не більше $\pm(2\dots3)^\circ$.

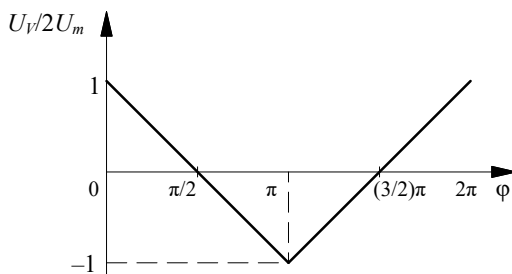


Рис. 5.29. Графік залежності напруги від зсуву фаз

5.4. Вимірювання повної, активної та реактивної потужностей

Повна потужність вимірюється методом вольтметра й амперметра:

$$S_I = UI;$$

$$S_{III} = (U_{AB}I_A + U_{BC}I_B + U_{CA}I_C) / \sqrt{3},$$

де S_I , S_{III} – повні потужності одно- і трифазного електричного ланцюга відповідно; U і I – фазні напруга і струм однофазного електричного ланцюга; U_{AB} , U_{BC} і U_{CA} – лінійні напруги між фазами A і B , B і C та C і A відповідно; I_A , I_B і I_C – струми фаз A , B і C .

В однофазних ланцюгах змінного струму приладами вимірюється середня за період (для неперервних сигналів) або за цикл (для амплітудно-модульованих сигналів) активна потужність

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt,$$

де u , i , p – миттєві значення напруги, струму та потужності.

Теорема Блонделя встановлює наукову основу вимірювання активної потужності в багатofазних ланцюгах:

кількість ватметрів, необхідних для вимірювань загальної активної потужності на одиницю менша ніж кількість ліній у багатофазній системі, якщо в ній застосований загальний нульовий провід для всіх лінійних проводів, а для отримання результуючої активної потужності показники приладів арифметично додаються.

Наприклад, значення активної потужності трифазного споживача без нульового проводу навіть при несиметрії струмів та напруг може бути визначена

$$P_{\Sigma} = P_{w1} + P_{w2} = U_{\phi 1} I_{\phi 1} \cos(30^{\circ} + \phi_1) + U_{\phi 2} I_{\phi 2} \cos(30^{\circ} - \phi_2),$$

де P_{w1} і P_{w2} – вимірювана активна потужність першим і другим ватметром відповідно; $U_{\phi 1(2)}$, $I_{\phi 1(2)}$ – значення лінійної напруги та фазного струму для першого (другого) ватметрів; $\phi_{1(2)}$ – кут між фазною напругою і струмом першого (другого) ватметра.

При повній симетрії фазних напруг і струмів, а також кутів між ними трифазної мережі за показами двох ватметрів можна визначити коефіцієнт потужності споживача при відомій лінійній (фазній) напрузі.

Похибки підключення ватметрів за схемами **a** і **б** рис. 5.30 визначаються відповідно:

$$\delta_a = \frac{P_U}{P_n}; \quad \delta_b = \frac{P_I}{P_n},$$

де P_U та P_I – потужності, що споживаються паралельним та послідовним колами ватметра відповідно; P_n – потужність, яку споживає навантаження.

Реактивна потужність трифазного споживача за повної симетрії вимірюється одним ватметром. Струмове коло вмикається послідовно в одну з трьох ліній, а коло напруги під'єднується до інших двох ліній (рис. 5.31)

$$Q_{\Sigma} = \sqrt{3}P_{w1} = \sqrt{3}U_{BC}I_A \cos(90^{\circ} - \phi).$$

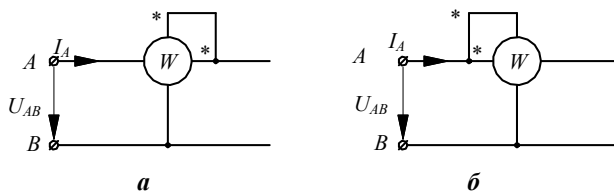


Рис. 5.30. Схеми підключення ватметрів, що відрізняються положенням затискачів паралельного ланцюга

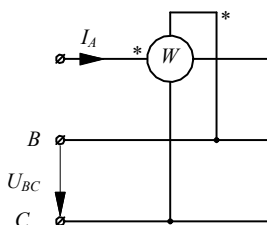


Рис. 5.31. Схема підключення ватметра для вимірювання реактивної потужності

При простих асиметриях, наприклад асиметрії струмів, три- і чотирипровідних ланцюгів застосовується метод трьох ватметрів для визначення сукупної реактивної потужності споживача, що підключені за тим же правилом, що в методі одного приладу

$$Q_{\Sigma} = (P_{w1} + P_{w2} + P_{w3}) / \sqrt{3}.$$

Реактивна потужність може бути виміряна непрямым способом за результатами вимірювання сукупної повної S_{Σ} і сукупної активної P_{Σ} потужностей

$$Q_{\Sigma} = \sqrt{S_{\Sigma}^2 - P_{\Sigma}^2}.$$

Високочастотна активна потужність вимірюється поглинаючим способом. До того ж прилад вимірює лише потужність, що розсіяна на датчику, а інша частина потужності

відбивається внаслідок неузгодженості імпедансів високо-частотного джерела й датчика:

$$P_{\text{п}} = P_{\text{в}} + P_{\text{р}} = k_{\text{в}}^2 P_{\text{п}} + P_{\text{р}}; \quad P_{\text{р}} = P_{\text{п}} (1 - k_{\text{в}}^2),$$

де $P_{\text{п}}$ – падаюча активна потужність; $P_{\text{р}}$ – розсіяна активна потужність на датчику; $P_{\text{в}}$ – активна потужність відбиття, коефіцієнт відбиття допускається в межах $k_{\text{в}} = 0 \dots 0,05$.

На частотах нижче 100 МГц розсіяна активна потужність вимірюється падінням напруги на зразковому опорі

$$P_{\text{р}} = \frac{U^2}{R_{\text{з}}}.$$

Імпульсна активна потужність може бути виміряна, якщо відомі середня потужність послідовності імпульсів $P_{\text{с}}$, а також довжина і частота повторення імпульсів (для обчислення коефіцієнта заповнення $k_{\text{з}}$) і коефіцієнт форми імпульсу $k_{\text{ф}}$

$$P_{\text{ім}} = \frac{P_{\text{с}} k_{\text{ф}}}{k_{\text{з}}}.$$

Середня потужність періодично повторюючих імпульсів може бути виміряна калориметричним чи болометричним методом за умови, якщо постійні часу цих методів великі в порівнянні з періодом повторення імпульсів вимірюваного сигналу. Вимірювання тривалості імпульсу й періоду повторення виконуються осцилографічним способом. У випадку, якщо форма імпульсу відрізняється від прямокутної, вводиться коефіцієнт форми, який розраховується як відношення амплітуди вимірюваного імпульсу до амплітуди еквівалентного за енергією прямокутного імпульсу.

Загальна похибка вимірювання імпульсної потужності цим методом при прямокутній формі імпульсів і постійній прогальності складає 5...10 %.

5.5. Метрологічне забезпечення якості електроенергії

Під якістю електроенергії розуміють ступінь відповідності її параметрів певним установленим нормам значень. Для країн СНД міждержавний стандарт ГОСТ 32144-2013 установлює норми та показники якості електроенергії. 20 травня 2014 року в Україні був прийнятий міжнародний європейський стандарт організації «CENELEC» – «EN 50160:2010». Цей стандарт набрав чинності 1 жовтня 2014 року під назвою «ДСТУ EN 50160:2014» – «Характеристики напруги в системах електропостачання загального призначення». У цьому стандарті норми, щодо якості електроенергії, офіційно гармонізовані зі стандартами Європейського Союзу. У США працює стандарт «IEEE Std 1159 2009 Recommended Practice for Monitoring Electric Power Quality».

До основних показників якості електроенергії відносяться: відхилення частоти, коливання напруги, несинусоїдальність напруги, несиметрія напруг трифазних мереж.

Нормально допустиме відхилення частоти напруги змінного струму складає $\pm 0,2$ Гц, а гранично-допустиме – $\pm 0,4$ Гц. Вимірювання відхилення частоти Δf здійснюють наступним чином: для кожного i -го спостереження за встановлений проміжок часу вимірюють дійсне значення частоти f_i і обчислюють усереднене значення частоти Δf_y як результат усереднення N спостережень на проміжку часу 20 с за формулою

$$f_y = \frac{\sum_{i=1}^N f_i}{N}.$$

Причому кількість спостережень повинна бути не менше 15.

Відхилення частоти визначають як

$$\Delta f = f_y - f_{\text{ном}},$$

де $f_{\text{ном}}$ – номінальне значення частоти.

Відхилення лінійної чи фазної напруги від її номінального значення $U_{\text{ном}}$ характеризується показником усталеного відхилення напруги ΔU на виводах приймачів електроенергії, нормально допустиме значення якого складає $\pm 5\%$, а гранично-допустиме – $\pm 10\%$.

Відхилення напруги розраховується за формулою

$$\Delta U = \frac{U_y - U_{\text{ном}}}{U_{\text{ном}}} 100\%,$$

де U_y – усереднене середньоквадратичне значення напруги за N спостережень (але не менше 18) за інтервал часу в одну хвилину,

$$U_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N U_i^2}{N}}.$$

Коливання напруги характеризується розмахом зміни напруги, частотою повторення зміни напруги, інтервалом між змінами напруги та дозою флікера.

Несинусоїдальність напруги характеризується коефіцієнтом спотворення форми кривої напруги та коефіцієнтом n -ї гармонічної складової. Коефіцієнт спотворення синусоїдальної кривої напруги K_U визначається за формулою

$$K_U = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^m U_n^2}}{U_1} 100\%,$$

де U_1 – діюче значення напруги основної частоти; U_n – діюче значення n -ї гармоніки; m – порядковий номер останньої гармоніки напруги (зазвичай $m = 40$).

Значення коефіцієнта n -ї гармонічної складової визначається за формулою

$$K_{U_n} = \frac{U_n}{U_1} 100 \ %.$$

Оцінюють значення цих коефіцієнтів як результат усереднення N їх вимірювань на інтервалі часу в 3 с. Кількість вимірювань повинна бути не менше ніж 9.

Для визначення несинусоїдальності напруги використовують спектральні аналізатори та вимірювачі нелінійних спотворень електричних сигналів. Спектральний аналізатор – це система цифрових фільтрів, що базується на опрацюванні миттєвих значень дискретизованих сигналів. Вимірювач нелінійних спотворень електричних сигналів – це прилад на основі високочастотного фільтра, який відокремлює сигнал основної гармоніки від сумарного сигналу.

Несиметрія трифазної системи напруг характеризується коефіцієнтом несиметрії напруг за зворотною послідовністю та коефіцієнтом несиметрії напруг за нульовою послідовністю відповідно

$$K_{2U} = \frac{U_2}{U_1} 100 \ %;$$

$$K_{0U} = \frac{U_0}{U_1} 100 \ %,$$

де U_1 , U_2 і U_0 – діючі значення фазних напруг прямої, зворотної і нульової послідовностей відповідно.

Прийнято, що нормально допустиме значення вказаних коефіцієнтів в електричних мережах з номінальною лінійною напругою 380 В становить 2 %.

Вимірювання фазних напруг прямої, зворотної і нульової послідовностей здійснюється відповідно до виразів:

$$\underline{U}_1 = \frac{1}{3} \left(\underline{U}_{BA} + \underline{U}_{CB} \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \right); \quad (5.12)$$

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3} \left(\underline{U}_{BA} + \underline{U}_{CB} \cdot e^{-j\frac{\pi}{3}} \right); \quad (5.13)$$

$$\underline{U}_0 = \frac{1}{3} (\underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C). \quad (5.14)$$

Вимірювальні прилади, які реалізують вирази (5.12)–(5.14), називають *фільтрами* (рис. 5.32).

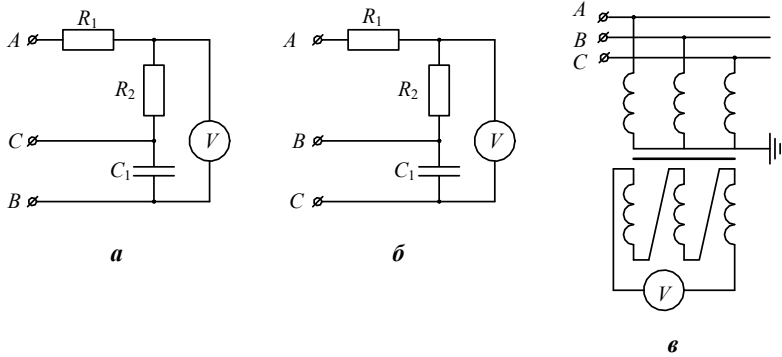


Рис. 5.32. Фільтри фазних напруг прямої (*a*), зворотної (*б*) і нульової (*в*) послідовностей

6. ВИМІРЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ МАГНІТНИХ ПОЛІВ

6.1. Основні принципи вимірювання магнітного поля

Методи вимірювання параметрів магнітного поля в залежності від типу використовуваного фізичного явища прийнято поділяти на *індуктивні, механічні і квантові*.

У приладах і способах, що використовують явище електромагнітної індукції, вимірювальним перетворювачем слугує стаціонарна або рухома котушка, витки якої зчеплюються з магнітним потоком, який вимірюється. Такі котушки називаються *вимірювальними котушками*.

Для вимірювання магнітної індукції у зразку витки вимірювальної котушки повинні охоплювати зразок і щільно прилягати до його поверхні. При вимірюваннях напруженості магнітного поля на поверхні зразка котушка має щільно прилягати до поверхні зразка і бути пласкою. Під час проведення вимірювань в однорідних магнітних полях площа перерізу вимірювальної котушки у площині витків може бути значною, а в неоднорідних магнітних полях цю площу намагаються якомога зменшити.

Нехай вимірювальна котушка з поперечним перерізом S і обмоткою, що має w витків, розміщена в магнітному полі з індукцією B (рис. 6.1).

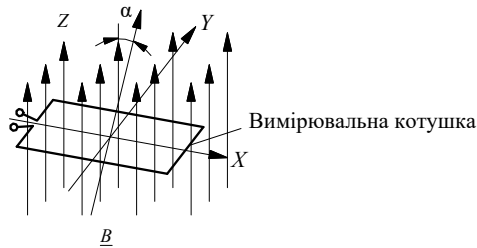


Рис. 6.1. Вимірювальна котушка в магнітному полі

Потокозчеплення в такому випадку визначається за формулою

$$\Psi = BSw \cos \alpha = H \mu S w \cos \alpha, \quad (6.1)$$

де H – напруженість магнітного поля; α – кут між напрямом вектора напруженості магнітного поля і нормалі до площини котушки; μ – абсолютна магнітна проникненість середовища, у якій діє магнітне поле, яка складається з добутку магнітної постійної $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м і відносної магнітної проникненості середовища μ_c ,

$$\mu = \mu_0 \mu_c.$$

При зміні потоку Φ у вимірювальній котушці індукуються ЕРС

$$e = -d\Psi/dt = -w(d\Phi/dt). \quad (6.2)$$

З аналізу виразів (6.1) і (6.2) випливає, що ЕРС буде виникати при зміні H , α , S , μ_c . Також слід пам'ятати, що для зразків незамкненої форми потокозчеплення може змінюватися при зміні розмагнічуючого фактора. У цьому випадку сумарне магнітне поле буде визначатися за формулою

$$H_\Sigma = H - 4\pi\eta J,$$

де η – коефіцієнт розмагнічування; J – намагнічення зразка.

Зміну потокозчеплення в цьому випадку можна здійснювати замиканням і розмиканням магнітного кола зразка

за допомогою матеріалів з високою магнітною проникністю.

У залежності від типу перетворення індуктивні вимірювання магнітного поля поділяються на активні при рухомій вимірювальній котушці у просторі, які проходять із залученням додаткової енергії ззовні (при зміні H , α , S , μ_c , η) і на пасивні при нерухомій у просторі котушці, які протікають при поглинанні енергії з електромагнітного поля (при зміні H). Метод, оснований на зміні відносної магнітної проникності μ_c називається *фероіндуктивним* і характеризується наявністю у вимірювальній котушці осердя з магнітного матеріалу і додаткової обмотки (обмотки збудження). Вхідний перетворювач такого методу називається *ферозондом*, і більш детально буде розглядатися в наступній главі.

У змінному магнітному полі при синусоїдальній зміні в часі t напруженості магнітного поля в нерухомій котушці буде індукуватися ЕРС:

$$e = -wBS \cos \alpha \cdot \frac{d \sin(2\pi ft)}{dt} = -2\pi f wBS \cos \alpha \sin\left(2\pi ft + \frac{\pi}{2}\right),$$

де f – частота зміни магнітного поля.

При швидкому видаленні вимірювальної котушки з постійного магнітного поля, яке діє перпендикулярно до площини її витків, у ній буде створюватися ЕРС:

$$e = -wS\Delta B.$$

Ця ЕРС може фіксуватися чутливим приладом, наприклад *гальванометром*. При вимірюванні зміни ЕРС за допомогою балістичного гальванометра необхідно, щоб час дії імпульсу ЕРС не перевищував $1/20$ періоду власних коливань рухомої частини гальванометра. Зміну магнітної індукції ΔB за проміжок часу $(t_2 - t_1)$ можна вимірювати за допомогою інтегруючого перетворювача:

$$|\Delta B| = \frac{1}{wS} \int_{t_1}^{t_2} e dt.$$

Вимірювання на основі зміни α , S , η здійснюється за допомогою вимірювальних генераторів.

При розміщенні вимірювальної котушки в постійному магнітному полі і наступних змінах кута α ЕРС буде визначатися:

– стрибкоподібне, наприклад, від значення $\alpha = 0$ до 90° або від $\alpha = 0$ до 180°

$$e = -wBS \text{ і } e = -2wBS \text{ відповідно;}$$

– безперервна зміна зі швидкістю $\omega = d\alpha / dt$

$$e = -BSw(d \cos \alpha / dt) = BSwsin \alpha (d\alpha / dt);$$

– періодичні крутильні коливання від $+\alpha$ до $-\alpha$

$$e = -2wBS \cos \alpha.$$

Недоліком способу обертання вимірювальної котушки зі швидкістю ω є наявність колектора й наводок (призводять до зміщення і флуктуації нуля вимірювальної котушки) від електродвигуна. Колектор можна ліквідувати, наприклад, при обертанні короткозамкненого металевго кільця, відносно нерухомої котушки. У цій нерухомій котушці наводиться ЕРС:

$$e = -wBS \frac{d[\sin(2\pi ft) \cos(2\pi ft)]}{dt} = -2\pi fwBS \sin\left(4\pi ft + \frac{\pi}{2}\right).$$

Схема цього генератора була запропонована Барнетом. Такий вимірювальний генератор має подвійну частоту ЕРС по відношенню до частоти обертання короткозамкненого кільця. Це пояснюється тим, що магнітне поле кільця змінюється з однією і тією ж частотою як за модулем, так і за

напрямом. До недоліків такого генератора слід віднести значні габарити, що, наприклад, унеможливорює використання такого генератора для вимірювання постійного магнітного поля в повітряному проміжку колекторних машин постійного струму.

Прикладом вимірювального перетворювача, який працює на основі зміни площі магнітного потоку, є *уніполярний генератор*. Такий генератор складається з металевого диска радіусом r , а вихідна постійна ЕРС знімається з вісі й периферії диску за допомогою щіток, і складає

$$E = -0,5\omega r^2 B \cos \alpha.$$

Магнітні потенціалометри застосовуються для вимірювання різниці магнітних потенціалів у двох точках простору й напруженості магнітного поля на поверхні зразка. М'які потенціалметри становлять собою тонку гнучку пластинку з ізоляційного матеріалу. На цю пластинку рівномірно намотується обмотка з тонкої мідної проволочки. Обмотка намотується таким чином, щоб початок та її кінець виводились у середній частині. Кінці обмотки під'єднують до балістичного гальванометра. На кінцях пластини розташовані планки, що запобігають розмотуванню обмотки. Якщо такий потенціалметр помістити в постійне неоднорідне магнітне поле, причому його кінці будуть розташовуватися в точках з різними магнітними потенціалами, то повне потокозчеплення визначиться як

$$\Psi = \int_a^b d\Psi = \mu_0 w S H_n ,$$

де H_n – різниця напруженостей магнітного поля між двома точками a і b .

При вилученні потенціалометра з магнітного поля виникне ЕРС, яке буде пропорційне зміні потокозчеплення.

Вимірювання магніторушійної сили може здійснюватися за допомогою пояса Роговського. Пояс Роговського становить собою котушку з рівномірно розподіленими по довжині витками, яка повинна охоплювати осердя з обмоткою, магніторушійна сила якої вимірюється. Принцип дії пояса Роговського аналогічний трансформаторам струму й оснований на законі повного струму:

$$\oint Hdl = i_p w_p,$$

де l – довжина осердя, магніторушійна сила якого вимірюється; i_p і w_p – струм і кількість витків пояса Роговського.

В основу електродинамічного (механічного) методу вимірювання напруженості магнітного поля покладений ефект взаємодії магнітного поля і рамки зі струмом. Якщо котушку з w витками і площею перерізу S підвісити в однорідному постійному магнітному полі H на тонкій нитці, то при пропусканні через витки котушки струму силою I котушка повернеться на деякий кут θ . У момент рівноваги буде справедливе наступне рівняння:

$$k(\theta - \varphi) = wI\mu HS \sin \varphi, \quad (6.3)$$

де k – пружна константа нитки; φ – кут між нормаллю до площини котушки й направленням поля; $(\theta - \varphi)$ – кут закручування нитки.

При розташуванні площини перерізу рамки під прямим кутом до напруженості магнітного поля, тобто, коли $\theta = 0$ і $\varphi = 0$, обертовий момент відсутній. Обертовий момент, який діє на рамку, буде максимальним у той момент, коли кут $\varphi = 90^\circ$. У цьому випадку відношення (6.3) набуде наступного вигляду:

$$k(\theta - 90) = wI\mu HS. \quad (6.4)$$

За формулою (6.4) визначається значення напруженості магнітного поля при відомому куті θ закручування нитки. Точність вимірювання буде тим більше, чим менше постійна k .

Квантові методи вимірювання параметрів магнітного поля розглянемо на прикладі метода ядерного магнітного резонансу. Таким методом вимірюється напруженість магнітного поля. Якщо атоми речовини помістити в постійне однорідне магнітне поле з напруженістю H , то вектори магнітних моментів атомів будуть прецесувати навколо напрямку прикладеного поля. Циклічна частота прецесії визначається за формулою

$$\omega = \gamma H,$$

де γ – гіромагнітне відношення атома, тобто відношення магнітного моменту атома до його моменту кількості руху.

При прикладенні змінного магнітного поля перпендикулярно до вимірюваного постійного магнітного поля, на магнітний момент атома буде діяти пара сил, що буде намагатися збільшити кут прецесії магнітного моменту. У момент резонансу, коли частота прецесії стане рівною частоті змінного поля, проєкція середнього магнітного моменту на площину перпендикулярну постійному магнітному полю досягне максимального значення.

6.2. Сенсори для вимірювання індукції постійного і змінного магнітних полів

В основу установок для досліджень складного розподілу магнітного поля електричних машин і апаратів покладено датчики, які реагують на значення індукції в даній точці досліджуваного об'єкта. До таких сенсорів відносяться: датчики Холла, магнітоопори і ферозонди.

Ефект Холла виникає при впливі магнітного поля на струм, що протікає через напівпровідник. Для спрощення розглянемо напівпровідник пластинчастої форми, у якому носіями заряду є тільки електрони, при допущенні, що вони рухаються з однаковою швидкістю $\underline{v}_n$. При виборі системи координат, як на рис. 6.2, вираз сили Лоренца $\underline{F}$ записується як

$$\underline{F} = e(\underline{E} - [\underline{v}_n \times \underline{B}]), \quad (6.5)$$

де $\underline{B}$ – вектор індукції зовнішнього магнітного поля; e – заряд електрона; $\underline{E}$ – вектор напруженості електричного поля в напівпровіднику.

З формули (6.5) повна швидкість електронів, отримана в результаті дії електромагнітного поля, складає

$$\underline{v}_n = -\mu_n \underline{E} + \mu_n [\underline{v}_n \times \underline{B}], \quad (6.6)$$

де μ_n – рухливість електронів.

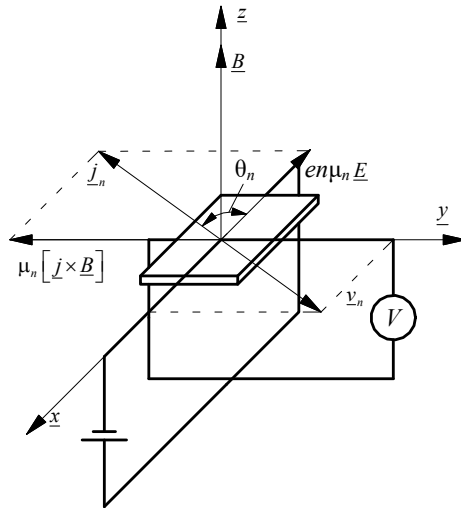


Рис. 6.2. Пояснення щодо виникнення ефекту Холла в напівпровіднику

У відповідності з (6.6) отримується вираз для щільності струму, що тече в датчику при дії електромагнітного поля

$$\underline{j}_n = -en\underline{v}_n = en\underline{\mu}_n \underline{E} - en\underline{\mu}_n [\underline{v}_n \times \underline{B}] = \sigma_n \underline{E} + \mu_n [\underline{j}_n \times \underline{B}], \quad (6.7)$$

де σ_n – питома електрична провідність; n – концентрація електронів у напівпровіднику.

У результаті отримане векторне рівняння для щільності струму в датчику. Якщо кут між щільністю струму $\underline{j}_n$ і напрямом електричного поля $\underline{E}$ позначити як кут Холла θ_n , то

$$\operatorname{tg} \theta_n = -\mu_n B.$$

При малих кутах θ_n , можна прийняти, що $\operatorname{tg} \theta_n \approx \theta_n$.

Позначимо

$$\underline{B}/B = \underline{b},$$

де $\underline{b}$ – одиничний вектор за напрямом індукції $\underline{B}$.

Тоді формула (6.7) набуде наступного вигляду:

$$\begin{aligned} \underline{j}_n &= \sigma_n \underline{E} + [\underline{j}_n \times \underline{b}] \theta_n = \sigma_n \underline{E} + \left[\left(\sigma_n \underline{E} + [\underline{j}_n \times \underline{b}] \theta_n \right) \times \underline{b} \right] \theta_n \approx \\ &\approx \sigma_n \underline{E} + \left[\left(\sigma_n \underline{E} + \sigma_n [\underline{E} \times \underline{b}] \theta_n \right) \times \underline{b} \right] \theta_n = \\ &= \sigma_n \underline{E} + \sigma_n \theta_n [\underline{E} \times \underline{b}] + \sigma_n \theta_n^2 (\underline{E} \underline{b}) \times \underline{b} - \sigma_n \theta_n^2 \underline{E}. \end{aligned} \quad (6.8)$$

При виведенні формули (6.8) прийнято $\underline{j}_n \approx \sigma_n \underline{E}$. Унаслідок того, що в напрямку $\underline{y}$ не протікає струм, тоді $\underline{E}$ не буде паралельно вісі $\underline{x}$.

Якщо $\underline{j}_n = \underline{j}$ і $\underline{j} \parallel \underline{x}$, то розв'язок рівняння (6.8) відносно $\underline{E}$ має наступний вигляд:

$$\underline{E} = (1 + \theta_n^2) \rho_n \underline{j} - \rho_n \theta_n [\underline{j} \times \underline{b}] - \rho_n \theta_n^2 \underline{b} \times (\underline{j} \underline{b}), \quad (6.9)$$

де ρ_n – питомий опір датчика Холла.

Запишемо вектор (6.9) у проєкціях

$$\begin{cases} E_x = (1 + \theta_n^2) \rho_n j_x; \\ E_y = -\rho_n \theta_n j_x; \\ E_z = 0. \end{cases} \quad (6.10)$$

При розмірах пластини датчика Холла $a \times b \times c$ проєкція щільності струму на вісь x

$$j_x = I_x / (bc).$$

Рухливість електронів у напівпровіднику визначається за формулою

$$\mu_n = R_{Hn} / \rho_n,$$

де R_{Hn} – коефіцієнт Холла, $R_{Hn} = -\frac{1}{en}$.

На основі (6.10) запишемо систему рівнянь датчика Холла в загальному вигляді, при якому носіями заряду є не тільки електрони, але й дірки з концентрацією p і рухливістю μ_p

$$\begin{cases} U_x = R_x I_x + \frac{R_H}{\rho} \frac{1}{bc} I_x B_z^2; \\ U_y = -\frac{R_H}{c} I_x B_z; \\ U_z = 0, \end{cases}$$

де ρ – сумарний питомий опір носіїв заряду для напівпровідника; R_H – сумарний коефіцієнт Холла для напівпровідника зі змішаною провідністю, який пропорційний коефіцієнту розсіювання A носіїв струму у кристалічній решітці

$$R_H = -\frac{A}{e} \frac{n\mu_n^2 - p\mu_p^2}{(n\mu_n + p\mu_p)^2}.$$

Напруга U_x складається з омічного падіння напруги на пластині й напруги, що виникає в результаті поздовжнього ефекта Холла. Ця складова зазвичай мала в порівнянні з $R_x I_x$. Напруга U_y – це напруга, що виникає в результаті поперечного ефекту Холла. Саме пропорційність цієї напруги магнітній індукції покладена в основу роботи датчиків Холла. У випадку, коли кут між $\underline{j}$ і $\underline{B}$ не є прямим, з'являється складова напруги U_z . Це явище називається *планарним ефектом Холла* і описується наступною формулою:

$$U_z = -\frac{R_H^2}{\rho b} IB^2 \sin(2\psi),$$

де ψ – кут між $\underline{j}$ і $\underline{B}$.

«Ефект магнітоопору» (ефект Гаусса) – залежність питомого опору напівпровідника від магнітного поля. Це явище викликане через те, що носії струму, що переміщуються в напівпровіднику під дією електричного поля не мають однакових швидкостей. Швидкості носіїв струму різняться і підкоряються розподілу, що відповідає статистиці Фермі-Дірака. У результаті цього поперечне поле Холла компенсує вплив сили Лоренца тільки на носії струму, що мають середню швидкість. Тому будуть існувати носії струму (зі швидкістю, більшою чи меншою за середню), траєкторія яких буде викривлена, що призведе до збільшення числа зіткнень (скорочення довжини вільного пробігу) і тим самим – до підвищення питомого опору напівпровідника. Згідно з Вайсом і Велькером приращення питомого опору в напівпровіднику відносно питомого опору за відсутності магнітного поля ρ_0 для випадку слабких магнітних полів (тобто за умови $\mu B \ll 1$) записується формулою:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \left(\frac{3\pi}{8}\right)^2 B^2 \left[\frac{4\mu_n^3 n + \mu_p^3 p}{\pi\mu_n n + \mu_p p} - \left(\frac{\mu_n^2 n - \mu_p^2 p}{\mu_n n + \mu_p p} \right)^2 \right].$$

Найвищу можливу величину $\Delta\rho/\rho_0$ в даному напівпровіднику можна знайти з наступного виразу:

$$\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right)_{\max} = \left(\frac{3}{8}\right)^2 4\pi \left[\mu_n \mu_p + \frac{(\mu_n - \mu_p)^2}{\pi} \right] B^2.$$

З цих формул випливає, що приріст опору в області малих магнітних полів пропорційний квадратам рухливості й магнітної індукції.

Хардінг запропонував наближену формулу для опису ефекту магнітоопору у великому діапазоні значень індукції

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \frac{CB^2}{1 + \mu^2 B^2},$$

де C – деяка константа.

Явище магнітоопору залежить також від форми зразка.

Ферозонди є різновидом фероіндуктивних перетворювачів. Принципова схема ферозонда з пермалоевим осердям і поздовжнім збудженням наведена на рис. 6.3. У ферозондах поле збудження діє на магнітну проникність речовини. Однак, якщо поле збудження неоднорідне, а форма осердя відрізняється від еліпсоїдальної, то одночасно зі зміною проникненості речовини змінюється коефіцієнт розмагнічування осердя η , тому в рівняння ферозонда вводиться сукупний параметр $\mu^* = f(\mu, \eta)$.

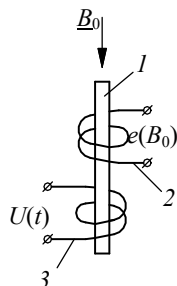
Значний внесок у розвиток теорії ферозондів був зроблений Є.М. Лангвагеном, який увів поняття магнітної анізотропії і запропонував розкладення в ряд Тейлора не скалярну $B(H_z)$, а векторну $\underline{B}(\underline{H}_z)$ функцію. Тут і далі фізичні величини з індексом 0 відносяться до параметрів вимірюваного магнітного поля, 1 – поля й обмотки збудження, 2 – поля і вторинної обмотки.

Рівняння ферозонда має вигляд:

$$e = -w_2 S_i \dot{I}_w^0 \frac{d}{dt} \left\{ \mu_{ik}^* \left[\underline{H}_1(t) \times \underline{B}_0 \right] \right\}, \quad (6.11)$$

де S_i – площа поперечного перерізу в напрямку одиничного вектора $\dot{I}_w^0$; μ_{ik}^* – сукупність компонентів тензора $\underline{\mu}^*$.

Рис. 6.3. Фероіндукційний перетворювач з магнітним збудженням:
1 – феромагнітне осердя; 2 – вимірювальна обмотка; 3 – обмотка збудження



Розглянемо роботу ферозонда на моделі (рис. 6.4) на основі формули (6.11) при припущенні, що складова сукупного параметра не змінюється за віссю аплікату. Модель складається з двох осердь, що виконані з ізотропного феромагнітного матеріалу. На осердях розміщені первинна і вторинна обмотки, що підключені за схемою диференційного ферозонда.

Матриця тензора $\underline{\mu}^*$ при достатньому збудженні має наступний вигляд:

$$\left(\mu_{ik}^* \right) = \begin{pmatrix} \mu_{xx}^* & 0 \\ 0 & \mu_{yy}^* \end{pmatrix}, \quad (6.12)$$

де μ_{xx}^* – складова сукупного параметра за віссю абсцис, яка називається також диференційною складовою,

$$\mu_{xx}^* = \mu_d^* = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB_0}{dH_1};$$

μ_{yy}^* – складова сукупного параметра за віссю ординат, яка також називається *нормальною магнітною проникненістю осердя*,

$$\mu_{yy}^* = \mu^* = \frac{1}{\mu_0} \frac{B_0}{H_1}.$$

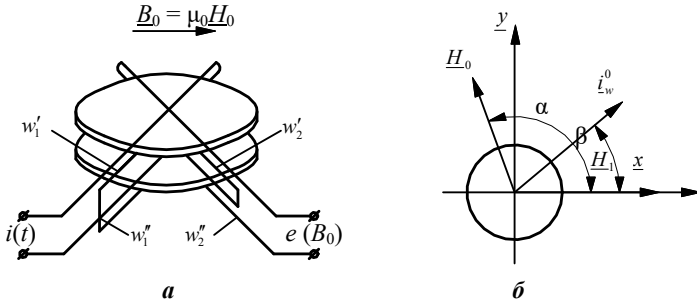


Рис. 6.4. Ферозонд з дисковими осердями (а) і векторна діаграма (б), що пояснює особливості його роботи

Різниця між диференційною і нормальною складовою вказує на наявність наведеної анізотропії обмоткою збудження. З виразу (6.11) з урахуванням (6.12) при припущенні, що вектор вимірюваного поля $\underline{B}_0 = \text{const}$ лежить у площині осердь $S_{\text{дд}}$ (рис. 6.4), отримуємо вираз для вихідної ЕРС ферозонда:

$$e = -2w_2 S_{\text{дд}} B_0 \frac{d}{dt} \left| \frac{\mu_{\text{д}}^* - \sin \alpha \sin \beta}{\mu^* \cos \alpha \cos \beta} \right|, \quad (6.13)$$

де α і β – кути між векторами $\underline{H}_0$ і $\underline{H}_1$ та $\underline{i}_w^0$ і $\underline{H}_1$ відповідно.

Для поздовжнього збудження $\underline{H}_0 \parallel \underline{H}_1$ з виразу (6.13) маємо

$$e = -2w_2 S_{\text{дд}} B_0 \cos \beta \frac{d\mu_{\text{д}}^*}{dt}.$$

При поперечному збудженні $\underline{H}_0 \perp \underline{H}_1$ з виразу (6.13) маємо

$$e = -2w_2 S_{\text{дл}} B_0 \sin \beta \frac{d\mu^*}{dt}.$$

При способі збудження обертовим полем $\underline{H}_1 = f(t)$, $|\underline{H}_1| = \text{const}$, яке можна отримати при використанні двох нерухомих ортогональних обмоток, у які подані синусоїдальні струми з циклічною частотою ω , а також зміщені за фазою на 90° , вихідна ЕРС ферозонда визначається за формулою

$$\begin{aligned} e &= -2w_2 S_{\text{дл}} B_0 \frac{d}{dt} \left[\frac{\mu_{\text{д}}^* + \mu^*}{2} \cos \phi + \frac{\mu_{\text{д}}^* - \mu^*}{2} \cos(2\omega t - \phi) \right] = \\ &= 2\omega w_2 S_{\text{дл}} B_0 H_1 \frac{d\mu^*}{dt} \Big|_{H=H_1} \sin(2\omega t - \phi), \end{aligned}$$

де ϕ – початкова фаза, $\phi = \alpha - \beta$.

Для однозначного визначення ЕРС на виході ферозонда необхідно мати дані про залежність параметрів $\mu_{\text{д}}^*$ і μ^* від напруженості магнітного поля для конкретного матеріалу. Для спрощення математичного апарату описання залежності B_2 від H_0 приймають, що перемагнічування осердь проходить за граничною гістерезисною петлею. Тоді залежність B_2 від H_0 береться за основною кривою намагнічування. Наявність гістерезису приводить лише до зміни початкової фази $\mu_{\text{д}}^*$ від t .

6.3. Визначення залишкової індукції і коерцитивної сили феромагнітних матеріалів

Залишкова індукція B_r і коерцитивна сила H_c є важливими характеристиками феромагнітного матеріалу. Значення

цих величин визначається пересіченням петлі гістерезису з всіма координат.

Залишкову індукцію вимірюють у тому ж намагнічуючому пристрої, у якому намагнічувався зразок, наприклад в електромагніті. Для цього зразок намагнічують до насичення, а потім після вимкнення струму вимірюють на поверхні зразка напруженість магнітного поля. При рівності нулю напруженості магнітного поля індукція у зразку буде дорівнювати B_r . Після цього зразок разом з вимірювальною обмоткою швидко прибирають з міжполюсного простору електромагніту. Отримане відхилення α_1 рамки балістичного гальванометра буде пропорційно різниці залишкової індукції B_r і деякої індукції B_1 на розмагнічуваній ділянці петлі, положення якої залежить від розмагнічуючого фактора зразка. Потім миттєво знімають вимірювальну обмотку із зразка, відхилення α_2 рамки балістичного гальванометра пропорційно індукції B_1 . Залишкову індукцію розраховують за формулою

$$B_r = \frac{C_6 R}{w S} (\alpha_1 + \alpha_2),$$

де C_6 – балістична постійна гальванометра; R – загальний опір ланцюга гальванометра; w – кількість витків вимірювальної обмотки; S – площа поперечного перерізу зразка.

Коерцитивна сила балістичним методом вимірюється наступним чином: зразок разом з вимірювальною котушкою вставляють у намагнічуючий соленоїд і намагнічують до насичення. Потім струм у намагнічуючому ланцюзі зменшують до нуля, після чого створюють невелике розмагнічуюче поле. Зриваючи котушку зі зразка, відзначають відхилення рамки балістичного гальванометра. Якщо відхилення не дорівнює нулю, то змінюють розмагнічуюче поле в бік зменшення або збільшення і знову зривають котушку. Так

роблять до тих пір, поки не встановлять таке значення розмагнічуючого поля, при якому стрілка приладу не відхиляється. Це значення розмагнічуючого поля чисельно дорівнює величині коерцитивної сили зразка.

Розглянемо інший спосіб визначення коерцитивної сили. Зразок поміщають у скляну трубку, яку вставляють усередину намагнічуючої (первинної) обмотки, і намагнічують до насичення. Вимірювальну (вторинну) обмотку за допомогою електромеханічного вібратора приводять у зворотно-поступальний рух, близький до гармонійних коливань. Після вимкнення струму в первинній обмотці завдяки існуванню залишкового магнітного потоку у вторинній обмотці збуджується ЕРС, яка після підсилення подається на вхід вольтметра. При пропущенні через первинну обмотку струму протилежного напрямку ця ЕРС поступово зменшується. Коли напруженість магнітного поля, створюваного струмом у первинній обмотці, стане дорівнювати величині коерцитивної сили зразка, ЕРС у вторинній обмотці буде дорівнювати нулю. Таким методом можна виміряти коерцитивну силу до $4 \cdot 10^4$ А/м.

Аналогічним чином коерцитивну силу можна виміряти за ЕРС, що виникає при обертанні намагнічуючої котушки навколо досліджуваного зразка. У промисловості використовують коерцитиметр для вимірювання коерцитивної сили у зразках листової електротехнічної сталі, що застосовується для виготовлення силових трансформаторів та електродвигунів (рис. 6.5).

Досліджуваний зразок з листової електротехнічної сталі розташовують у намагнічуючому соленоїді. До кінців зразка примикають ярма, виконані з трансформаторної сталі. Ці ярма через феродатчик замикають магнітний ланцюг. Для кращого контакту між ярмами й досліджуваним зразком використовують пружини. Феродатчик має дві обмотки:

збудження і вимірювальну. Осердя феродатчика складається з двох поздовжніх стрижнів перерізом 4 см^2 , які з'єднані на кінцях поперечними перетинками. Обмотку збудження намотують на кожен стрижень, а вимірювальна обмотка розташовується зверху і охоплює таким чином обидва стрижня. Живлення обмоток збудження здійснюється від стабілізованого джерела змінного струму. У ланцюг вимірювальної обмотки входить нульовий прилад – гальванометр і два випрямляча, які з'єднані зустрічно й паралельно.

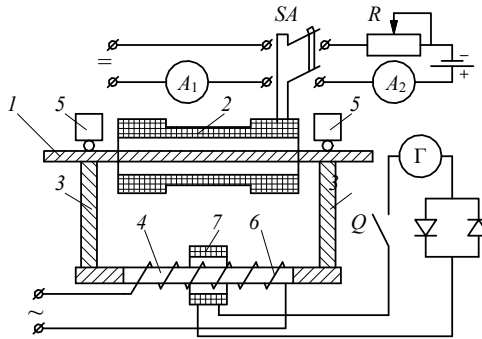


Рис. 6.5. Схема коерцитиметра:

1 – зразок; 2 – соленоїд; 3 – ярмо; 4 – феродатчик; 5 – пружини;
6 – обмотка збудження; 7 – вимірювальна обмотка

Вимірювання коерцитивної сили проводиться в наступний спосіб: за допомогою перемикача SA соленоїд приєднують до потужного джерела постійного струму. Після цього намагнічуючий струм вимикають, і обмотку соленоїда приєднують до акумулятора, який є джерелом розмагнічуючого струму. Якщо тепер замкнути ключ Q , то стрілка приладу відхилиться. За допомогою реостата збільшують розмагнічуючий струм до тих пір, поки стрілка не повернеться в нульове положення. У цей момент за міліамперметром A_2 відраховують величину розмагнічуючого струму i_p . Коерцитивну силу розраховують за формулою

$$H_c = \frac{wi_p}{l},$$

де w – кількість витків соленоїда; l – довжина зразка.

6.4. Вимірювання характеристик магнітних матеріалів

Статичні характеристики одержуються в постійних або квазіпостійних магнітних полях. На них впливають магнітні властивості самого матеріалу й технологія виготовлення виробу. Магнітний матеріал під час відсутності зовнішнього магнітного поля може мати сумарний вектор намагніченості рівним нулю, хоча окремі його області можуть бути намагнічені до насичення. Якщо ж його помістити в зовнішнє магнітне поле, вектори намагніченості окремих областей повернуться в напрямку прикладеного поля, і загалом матеріал стане джерелом додаткового поля.

Динамічні характеристики отримують у змінних магнітних полях. На ці характеристики впливають вихрові струми, магнітна в'язкість, втрати на гістерезис, амплітуда магнітної індукції і частота зміни магнітного поля. Для феритів, електротехнічних холоднокатаних текстурованих сталей і деяких пермалоїв частота 50 Гц достатньо низька, щоб вважати динамічну петлю перемагнічування близькою до статичної петлі гістерезиса (визначається при повільній циклічній зміні напруженості магнітного поля) і отримувати з неї основні параметри сердечників з точністю, достатньою для виконання більшості інженерних розрахунків.

При визначенні статичних і динамічних характеристик магнітний ланцюг повинен бути замкнутий, і мати форму близьку до тороїда (рис. 6.6). Тороїдальний магнітопровід, зображений на рис. 6.6, має дві обмотки: намагнічуючу

й вимірювальну, з кількістю витків w_1 і w_2 відповідно. Напруженість магнітного поля за довжиною тороїда

$$H = \frac{I_1 w_1}{\pi D},$$

де I_1 – струм намагнічуючої обмотки; D – середній логарифмічний діаметр тороїда, який пропорційний зовнішньому і внутрішньому діаметрам тороїда D_3 і D_B – відповідно

$$D = \frac{D_3 - D_B}{\ln \frac{D_3}{D_B}} \approx \frac{D_3 + D_B}{2}.$$

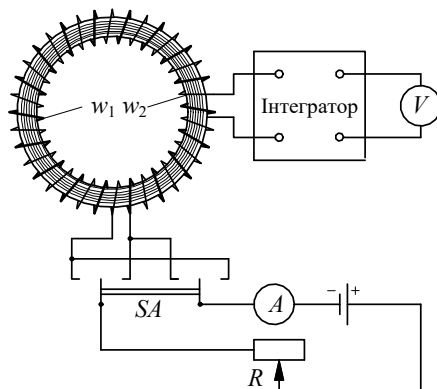


Рис. 6.6. Вимірювання статичної характеристики магнітного матеріалу

Перед зняттям основної (комутаційної) кривої намагнічування необхідно тороїдальний зразок розмагнітити. Наприклад, нагрівши зразок вище точки Кюрі або ж пропускаючи по намагнічуючій обмотці змінний струм з частотою 50 Гц з поступовим зменшенням струму аж до нуля.

За схемою досліду (рис. 6.6) основна крива намагнічування (рис. 6.7) може бути визначена шляхом послідовного

стрибкоподібного збільшення струму в намагнічувальній обмотці при одночасній фіксації відповідних прирощень магнітної індукції за допомогою інтегратора, напруга на виході якого пропорційна результуючому значенню магнітної індукції на кожному кроці.

Прирощення напруженості та індукції магнітного поля при збільшенні струму на величину ΔI_1 :

$$\Delta H = \frac{w_1}{\pi D} \Delta I_1,$$

$$\Delta B = \frac{1}{w_2 S} \int e_{w_2} dt,$$

де e_{w_2} – миттєве значення ЕРС вимірювальної котушки з індуктивністю L при збільшенні струму на ΔI_1 , $e_{w_2} = -L(\Delta I_1/\Delta t)$; S – площа поперечного перерізу зразка.

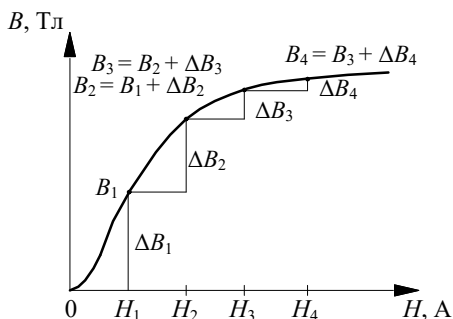


Рис. 6.7. Отримання статичної кривої намагнічування

Динамічні характеристики магнітних матеріалів можна отримати осцилографічно за схемою на рис. 6.8. Змінюючи амплітуду й частоту струму намагнічуючої обмотки, на екрані осцилографа отримується ряд петель гістерезису.

На горизонтальний і вертикальний входи осцилографа подається напруга u_H , яка знімається з опору R_H і пропорційна миттєвому значенню напруженості магнітного поля, і напруга u_B , яка знімається з виходу інтегратора і пропорційна миттєвому значенню магнітної індукції. У даному випадку як інтегратор виступає RC ланка.

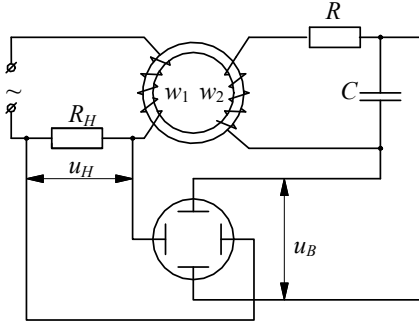


Рис. 6.8. Схема для визначення петлі гістерезису магнітного матеріалу осцилографічним способом

За умови $R \gg 1/(\omega C)$ і опір навантаження дуже великий, що має місце на вході осцилографа, то напруга на конденсаторі складає

$$u_B = \frac{1}{RC} \int e_{w_2} dt = -\frac{w_2 S}{RC} B(t).$$

Напруга, яка подається на горизонтальний вхід, складає

$$u_H = \frac{\pi D R_H}{w_1} H(t).$$

Осцилографічним способом можна отримати динамічні петлі перемагнічування в частотному діапазоні до 100 кГц. Для зменшення похибки під час вимірювання напруженості магнітного поля матеріалу бажано підключати вимірювальну обмотку на високоомне навантаження.

У промисловості досить часто необхідно досліджувати велику кількість стандартних зразків різної форми для визначення кривої намагнічування і петлі гістерезису. Такі вимірювання виконуються за методом ярма, уперше запропонований Гопкінсом. Він полягає в тому, що досліджуваний зразок замикається на кінцях рамою з магнітом'якого матеріалу для утворення замкнутого магнітного ланцюга. На зразку знаходяться намагнічувальна й вимірювальна обмотки. Точність вимірювання збільшується при зменшенні повітряного проміжку між рамою та зразком і при якомога більшій магнітній проникненості рами.

6.5. Вимірювання втрат на вихрові струми й гістерезис

Якщо феромагнітний матеріал піддається періодичному перемагнічуванню, то в ньому виникають утрати енергії на гістерезис і вихрові струми. Ці втрати залежать від частоти й напруженості змінного магнітного поля та від магнітних і електричних властивостей феромагнітного матеріалу. Повні втрати можна знайти калориметричним (вимірюється тепло, що виділяється при перемагнічуванні), потенціометричним і мостовим (вимірюється активна складова повного опору котушки досліджуваного зразка) методами.

Однак найбільш розповсюдженим методом вимірювання втрат магнітних матеріалів у промисловості є ватметричний метод за допомогою апарата Епштейна (рис. 6.9). Основи метода були закладені російським ученим М.О. Доливо-Добровольським.

Досліджуваний масивний зразок розміром 30x500 мм набирають зі смуг. Смуги нарізають з листового ізотропного матеріалу. Далі групують їх у 4 пакети: два зі смуг, що нарізані поздовж прокату, а два – поперек. Ці пакети щільно

прилягають один до одного, утворюючи замкнений магнітний ланцюг. Пакети з однаково нарізаних смуг розміщують паралельно. Смуги анізотропної сталі нарізають поздовж напрямку прокату. Число смуг у квадратному зразку, що утворений з 4 пакетів, повинно бути кратним 4, а мінімальна кількість смуг повинна бути рівна 12.

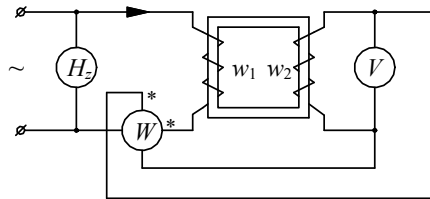


Рис. 6.9. Принципова схема апарата Епштейна

На кожній стороні квадрата розміщена двообмоткова котушка. Первинна і вторинна обмотки цієї котушки мають по 600 витків кожна і з'єднуються між собою послідовно. У ланцюг первинної намагнічуючої обмотки w_1 підключають струмову обмотку ватметра. У вторинній обмотці є вольтметр, який вимірює діючі значення ЕРС, що індукуються в цій обмотці.

Вимірювання повних втрат проводять за допомогою ватметра, увімкненого у схему двообмоткового апарату. Повні втрати на гістерезис і вихрові струми в досліджуваному матеріалі розраховуються за формулою

$$P_{\text{гв}} = \left(P - \frac{E_2^2}{R_2} \right) \left(1 + \frac{r_2}{R_2} \right), \quad (6.14)$$

де P – показання ватметра; E_2 і r_2 – діюче значення напруги й опір у вторинній обмотці; R_2 – загальний опір вольтметра й обмотки напруги ватметра.

Під час технічних вимірювань звичайно опори r_2 і R_2 підбирають такими, щоб відношення r_2/R_2 було набагато менше одиниці, і тому ними можна знехтувати.

Повні втрати у феромагнітних матеріалах визначають при максимальному значенні індукції, величину якої можна розрахувати за формулою

$$B_m = \frac{E_2}{\pi\sqrt{2}kw_2fS}, \quad (6.15)$$

де k – коефіцієнт сплюснення, що залежить від форми кривої ЕРС у вторинній обмотці (при синусоїдальній формі $k = 1$); f – частота змінного струму; S – площа поперечного перерізу зразка.

Процес вимірювання повних втрат на двообмотковому апараті Епштейна полягає в наступному: спочатку обирається значення максимальної індукції, при якій будуть визначені втрати, і за формулою (6.15) розраховують величину ЕРС у вторинній обмотці апарата. Потім задають струм у первинній обмотці таким чином, щоб покази вольметра стали рівними значенню величини E_2 . Надалі вимірюють потужність і розраховують за формулою (6.14) втрати на гістерезис і вихрові струми. Для досягнення більшої точності може використовуватися котушка для компенсації магнітного потоку, що знаходиться не у зразку. Указана компенсаційна котушка має первинну обмотку з кількістю витків не більше 50 і опором не більше 0,05 Ом, а також вторинну обмотку з опором не більше 3 Ом. Обмотки укладаються на циліндричний каркас з немагнітного ізоляційного матеріалу довжиною 25...35 мм і діаметром 40...60 мм. Вісь котушки повинна бути перпендикулярна до площини силових ліній зразка. За відсутності такої котушки вводять поправку на зовнішній магнітний потік зразка. Дійсне значення магнітної індукції можна розрахувати за формулою

$$B_d = B - \mu_0 H \left(\frac{S_0}{S} - 1 \right),$$

де H – напруженість магнітного поля зразка; S_0 – площа поперечного перерізу вторинної обмотки.

Також слід урахувувати, що при великих значеннях магнітної індукції форма кривої ЕРС може значно відрізнятися від синусоїдальної, тому для підвищення точності методу бажано використовувати осцилограф, за допомогою якого визначається середнє значення ЕРС.

Якщо потрібно провести розділення повних втрат на втрати гістерезису і втрати на вихрові струми, то необхідно знати повні втрати для двох значень частот. Відомо, що для зразків невеликої товщини, коли можна знехтувати поверхневим ефектом, втрати гістерезису залежать від першого ступеня частоти, а втрати на вихрові струми – від другого ступеня частоти, тобто справедливі рівності:

$$P_r = \eta B_m^\alpha V f;$$

$$P_v = b B_m^2 V f^2,$$

де η і b – коефіцієнти втрат на гістерезис і вихрові струми відповідно; V – об'єм зразка; α – показник, що залежить від матеріалу зразка, $\alpha \approx 1,6 \dots 3,2$.

Будується залежність виду

$$\frac{P}{B_m V f} = (\eta B_m^{\alpha-1} + b B_m f). \quad (6.16)$$

Вираз (6.16) – це рівняння прямої. Точка перетину прямої з віссю ординат дасть значення величини $\eta B_m^{\alpha-1}$, а тангенс кута нахилу цієї прямої визначить значення $b B_m f$.

7. ЗАДАЧІ І ВПРАВИ ДЛЯ ЗАКРІПЛЕННЯ ВИВЧЕНОГО МАТЕРІАЛУ

7.1. Похибки результатів вимірювань

7.1.1. Приклади розв'язання типових задач

Задача № 1

Є три засоби вимірювань: ЗВ1, ЗВ2, ЗВ3. Позначення їх класів точності, відповідно – 0,5; 0,2; 0,1/0,05. Представити для кожного з цих засобів вимірювальної техніки вираження граничних значень основної абсолютної, відносної основної та основної приведенної похибок. При цьому значення вимірюваної величини позначте як x , а нормуюче значення як x_N .

Рішення

Відповідно до наведених класів точності засобів вимірювань та визначень основної абсолютної $\Delta_{o.n}$, відносної основної $\delta_{o.n}$ та основної приведенної похибок $\gamma_{o.n}$ маємо наступні результати:

$$\text{ЗВ1: } \Delta_{o.n} = 0,005 x_N; \delta_{o.n} = (0,5 x_N / x) \% ; \gamma_{o.n} = 0,5 \% ;$$

$$\text{ЗВ2: } \Delta_{o.n} = 0,002 x; \delta_{o.n} = 0,2 \% ; \gamma_{o.n} = (0,2 / x_N) \% ;$$

$$\text{ЗВ3: } \Delta_{o.n} = 0,0005 x + 0,0005 x_N;$$

$$\delta_{o.n} = 0,1 \% + 0,05 \% [(x_N / x) - 1];$$

$$\gamma_{o.n} = (0,05 x / x_N + 0,05) \% .$$

Задача № 2

Визначити абсолютну похибку омметра класу точності 2,5, шкала якого показана на рис. 7.1.

Рішення

Визначається довжина шкали при припущенні, що довжина стрілки $R = 20$ мм, а кут, який охоплює шкала – 90°

$$l_{max} = \pi \cdot 2 \cdot R / 4 = \pi \cdot 2 \cdot 20 / 4 = 31,4 \text{ мм.}$$

Визначається абсолютна похибка в міліметрах шкали

$$\Delta_{mm} = (\gamma / 100) \cdot l_{max} = (2,5 / 100) \cdot 31,4 = 0,785 \text{ мм.}$$

За шкалою визначається абсолютна похибка в омах

$$\Delta = [(\Omega_2 - \Omega_1) / l_{12}] \cdot \Delta_{mm} = [(500 - 300) / 2,75] \cdot 0,785 = 57 \text{ Ом.}$$

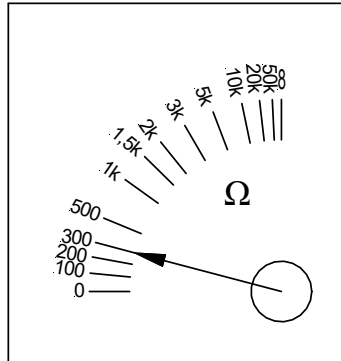


Рис. 7.1. Шкала омметра

Задача № 3

Потрібно вибрати один з двох піддіапазонів вимірювань магнітоелектричного вольтметра класу точності $1,0 - (0 \dots 15) \text{ В}$ і $(0 \dots 30) \text{ В}$, так щоб мінімізувати максимальну, без урахування знака, похибку вимірювання напруги, значення якої близько до 10 В . Вимірювання проводяться за нормальних умов, похибка відліку нехтується через

мінімальне значення, внутрішній опір джерела напруги R_U не перевищує 10 Ом, струм повного відхилення для зазначених піддіапазонів вимірювань $I_{п.в} = 3 \text{ мА}$.

Рішення

Максимальна похибка визначається як сума абсолютної основної похибки та абсолютної максимальної зваженої похибки:

$$|\Delta_{\max}| = \Delta_{\text{о.п}} + |\Delta_{\text{звmax}}|;$$

$$\Delta_{\text{о.п}} = 0,01 \gamma_{\text{о.п}} U_N;$$

$$|\Delta_{\text{звmax}}| = U R_U / R_V,$$

де $\gamma_{\text{о.п}}$ – приведена похибка (визначається класом точності), $\gamma_{\text{о.п}} = 1 \%$; U_N – значення напруги верхньої межі діапазону вимірювань; U – напруга, при якій максимальна похибка, $U = 10 \text{ В}$; R_V – опір вольтметра, $R_V = U_N / I_{п.в}$.

Для $U_N = 15 \text{ В}$

маємо $|\Delta_{\max}| = 0,01 \cdot 1 \cdot 15 + 10 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 10^{-3} / 15 = 0,17 \text{ В}$.

Для $U_N = 30 \text{ В}$

маємо $|\Delta_{\max}| = 0,01 \cdot 1 \cdot 30 + 10 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 10^{-3} / 30 = 0,31 \text{ В}$.

Отже, вибирається перший піддіапазон.

Задача № 4

Номінальна функція перетворення ЦАП має такий вигляд: $I_{\text{ном}} = [4 + 16 (N/N_{\max})] \text{ мА}$, де N – код на вході ЦАП, $N_{\max} = 2^m - 1$, $m = 16$ – кількість двійкових розрядів вхідного коду ЦАП. Нормуюче значення для входу – $N_{\max}$, для виходу – $I_N = 20 \text{ мА}$. Після подачі на вхід ЦАП кода $N = 2^{14}$ визначено дійсне значення вихідного струму $I_d = 8,002 \text{ мА}$. Розрахувати абсолютну, відносну, приведену похибки для входу і виходу ЦАП $\Delta_{\text{вх}}, \delta_{\text{вх}}, \gamma_{\text{вх}}, \Delta_{\text{вих}}, \delta_{\text{вих}}, \gamma_{\text{вих}}$ відповідно.

Рішення

Відповідно до визначення абсолютної, відносної, приведеної похибок вони розраховуються наступним чином:

$$\Delta_{\text{вих}} = I_{\text{ном}} - I_{\text{д}} = [4 + 16 \cdot 2^{14} / (2^{16} - 1)] - 8,002 = -0,0019 \text{ мА};$$

$$\delta_{\text{вих}} = \Delta_{\text{вих}} \cdot 100 \% / I_{\text{д}} = -0,0019 \cdot 100 \% / 8,002 = -0,024 \%;$$

$$\gamma_{\text{вих}} = \Delta_{\text{вих}} \cdot 100 \% / I_{\text{N}} = -0,0019 \cdot 100 \% / 20 = -0,0097 \%;$$

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{вх}} &= N_{\text{р}} - N = (I_{\text{д}} - 4) N_{\text{max}} / 16 - 2^{14} = \\ &= (8,002 - 4) (2^{16} - 1) / 16 - 2^{14} = 16392 - 16384 = 8. \end{aligned}$$

$$\delta_{\text{вх}} = \Delta_{\text{вх}} \cdot 100 \% / N = 8 \cdot 100 \% / 2^{14} = 0,049 \%;$$

$$\gamma_{\text{вх}} = \Delta_{\text{вх}} \cdot 100 \% / N_{\text{N}} = 8 \cdot 100 \% / (2^{16} - 1) = 0,012 \%.$$

7.1.2. Задачі

7.1.2.1. Визначити дійсне значення струму $I_{\text{д}}$ в електричному ланцюзі, якщо стрілка міліамперметра відхилилася на $\alpha_0 = 37$ поділок, якщо ціна поділки $C_{I_0} = 2 \text{ мА/под}$, а поправка для цієї точки $\Delta = -0,3 \text{ мА}$.

7.1.2.2. Покази вольтметра з діапазоном вимірювань від 0 В до 150 В дорівнюють 51,5 В. Покази зразкового вольтметра, увімкненого паралельно з першим – 50,0 В. Визначити відносну і приведену похибки робочого вольтметра.

7.1.2.3. За приведеною похибкою визначити клас точності міліамперметра, який необхідний для вимірювання струму від 0,1 мА до 0,5 мА (відносна похибка вимірювання не повинна перевищувати 1 %).

7.1.2.4. Визначте відносну похибку вимірювання на початку шкали (для 30 поділок) для приладу класу точності 0,5, що має шкалу 100 поділок.

7.1.2.5. Визначити приведену похибку амперметра, якщо його діапазон вимірювань від -5 А до $+5 \text{ А}$, значення

відмітки шкали, що перевіряється, дорівнює 3 А, а дійсне значення вимірюваної величини – 2,98 А.

7.1.2.6. Визначити відносні похибки вимірювання напруги змінного струму вольтметром при положеннях перемикача на постійному і змінному струмах, якщо прилад показує в першому випадку 128 В, у другому – 120 В при напрузі 127 В.

7.1.2.7. Вольтметром з діапазоном показів (0...30) В і межею допустимої приведеної похибки 0,5 % виконано вимірювання напруги. Отримане значення дорівнює 9,5 В. Після визначення більш точним вольтметром дійсного значення напруги з'ясувалося, що відносна похибка першого вольтметра склала 1,5 %.

Чи не суперечить це заявленій для першого вольтметра точності?

7.1.2.8. Є три засоби вимірювань: 3В1, 3В2, 3В3. Позначення їх класів точності, відповідно – 2,5; 1,5; 0,25/0,15. Представити для кожного з цих засобів вимірювальної техніки вираження граничних значень основної абсолютної, відносної основної та основної приведеної похибок. До того ж значення вимірюваної величини позначити як x , а нормуюче значення – як x_N .

7.1.2.9. Є три засоби вимірювань: 3В1, 3В2, 3В3. Позначення їх класів точності, відповідно – 0,1; 2,5; 0,25/0,15. Представити для кожного з цих засобів вимірювальної техніки вираження поправок. До того ж значення вимірюваної величини позначити як x , а нормуюче значення – як x_N .

7.1.2.10. Визначити абсолютну похибку омметра класу точності 1,5, шкала якого показана на рис. 7.2.

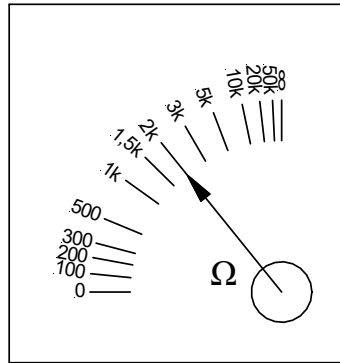


Рис. 7.2. Шкала омметра

7.1.2.11. Визначити абсолютну похибку омметра класу точності 1, шкала якого показана на рис. 7.3.

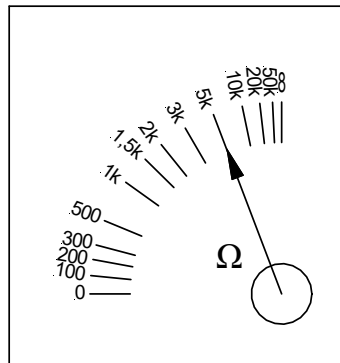


Рис. 7.3. Шкала омметра

7.1.2.12. Потрібно вибрати один з двох піддіапазонів вимірювань магнітоелектричного вольтметра класу точності $0,5 - 0 \dots 125$ В і $(0 \dots 250)$ В, так щоб мінімізувати максимальну, без урахування знака, похибку вимірювання напруги, значення якої близько до 100 В. Вимірювання проводяться за нормальних умов, похибка відліку нехтується через мі-

німальне значення, внутрішній опір джерела напруги R_U не перевищує 200 Ом, струм повного відхилення для зазначених піддіапазонів вимірювань $I_{п.в} = 10$ мА.

7.1.2.13. Номінальна функція перетворення ЦАП має такий вигляд: $I_{ном} = [1,03 + 25,5(N/N_{max})]$ мА, де N – код на вході ЦАП, $N_{max} = 2^m - 1$, $m = 8$ – число двійкових розрядів вхідного коду ЦАП. Після подачі на вхід ЦАП кода $N = 2^6$ визначено дійсне значення вихідного струму $I_d = 7,4$ мА. Розрахувати поправку виходу ЦАП.

7.1.2.14. Вимірювач опору підключається до об'єкта вимірювання за допомогою двопровідної лінії зв'язку. Опір кожного з проводів не перевищує 10 мОм. Вплив опору проводів на результати вимірювань не враховується (що призводить до похибки методу). Знайдіть нижню межу діапазону вимірювань, для якого похибка методу за модулем не перевищує 0,001 %.

7.1.2.15. Опір ізоляції між вхідними затискачами вимірювача опору кінцевий, причому вплив цієї обставини на результати вимірювань не враховується (що призводить до похибки методу). Діапазон вимірювань – від 10 Ом до 1 ГОм. Установіть обмеження для опору ізоляції, яке забезпечить максимальне значення модуля похибки методу 0,01 %.

7.1.2.16. Потужність P , яка споживається навантаженням (Н) від джерела постійного струму (Д), вимірюється опосередковано за допомогою вольтметра (V) і амперметра (A) (рис. 7.4). До того ж не враховується вплив на результат вимірювання внутрішнього опору приладів, що призводить до похибки методу.

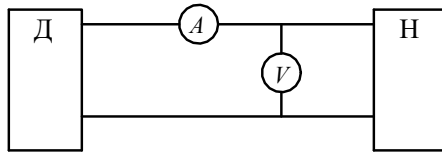


Рис. 7.4. Схема вимірювання потужності навантаження

Визначте значення відносної похибки методу, якщо $I_A = 100$ мА, $U_V = 1,00$ В, $R_V = 1$ кОм, $R_A = 0,1$ Ом.

7.1.2.17. Оцінити систематичну похибку вимірювання напруги U_x джерела, що обумовлена наявністю внутрішнього опору вольтметра. Внутрішній опір джерела напруги $R_U = 50$ Ом; опір вольтметра $R_V = 5$ кОм; покази вольтметра $U_V = 12,2$ В.

7.1.2.18. Вимірюється потужність трифазного струму двома ватметрами. Яка найбільша похибка вимірювання, якщо стрілка першого ватметра показує 120 поділок і похибка цього приладу становить не більше 0,5 %, а стрілка другого ватметра показує 40 поділок і похибка приладу 1 %?

7.1.2.19. Вивести вираз для визначення відносної похибки методу вимірювання активного опору за схемою наведеної на рис. 7.5,а.

7.1.2.20. Вивести вираз для визначення відносної похибки методу вимірювання активного опору за схемою наведеної на рис. 7.5,б.

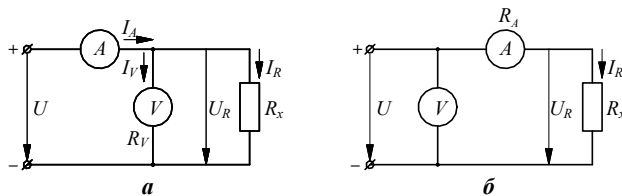


Рис. 7.5. Схеми вимірювання активного опору

7.1.2.21. Визначте сумарний опір двох послідовно з'єднаних зразкових котушок опорів $R_1 = (10 \pm 0,05)$ і $R_2 = (1 \pm 0,02)$ Ом.

7.1.2.22. Оцініть крок квантування АЦП з діапазоном вимірювання ± 1 В, що має 8 двійкових розрядів.

7.1.2.23. Скільки рівнів квантування повинен мати АЦП для 5-ти розрядного цифрового вольтметра?

7.1.2.24. Скільки має десяткових розрядів АЦП з 2000 квантів?

7.2. Обробка результатів вимірювань за однократними спостереженнями

7.2.1. Приклади розв'язання типових задач

Задача № 1

У процесі однократного вимірювання ємності конденсатора отримано значення $C = 1,25$ нФ. Попередньо оцінено середньоквадратичне відхилення вимірювання ємності $\sigma_C = 0,03$ нФ і границі невиключених залишків двох складових систематичної похибки $\Delta_{c1} = 0,01$ нФ і $\Delta_{c2} = 0,02$ нФ. Визначити довірчі границі сумарної похибки результату вимірювання ($P_d = 0,95$).

Рішення

1. Розраховуються довірчі границі випадкової похибки вимірювання

$$\Delta_0 = t \cdot \sigma_C = 1,95996 \cdot 0,03 = 0,059 \text{ нФ},$$

де коефіцієнт Стюдента $t = 1,95996$ при довірчій імовірності $P_d = 0,95$ і кількості ступенів свободи $N-1 = \infty$ (табл. 7.1).

2. Оскільки дані про вид розподілення невиключених систематичних похибок відсутні, то їх розподілення приймається за рівномірне. Визначаються довірчі границі невиключених систематичних похибок

$$\begin{aligned}\Delta_{c\Sigma} &= k_p \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^2 \Delta_i^2} = 1,1 \cdot \sqrt{\Delta_{c1}^2 + \Delta_{c2}^2} = \\ &= 1,1 \cdot \sqrt{(0,01)^2 + (0,02)^2} = 0,025 \text{ нФ.}\end{aligned}$$

Коефіцієнт k_p береться рівним 1,1 для довірчої ймовірності $P_d = 0,95$ і кількості невиключених систематичних похибок $m = 2$.

Знаходиться сума невиключених систематичних похибок

$$\Delta'_{c\Sigma} = \sum_{i=1}^2 \Delta_i = 0,01 + 0,02 = 0,03 \text{ нФ.}$$

Для $m \leq 4$ як оцінка границь невиключеної систематичної похибки береться менше із значень $\Delta_{c\Sigma}$ і $\Delta'_{c\Sigma}$

$$\Delta_{c\Sigma} = 0,025 \text{ нФ.}$$

3. Для оцінки довірчих границь сумарної похибки необхідно обчислити відношення

$$r = \Delta_{c\Sigma} / \sigma_C = 0,025 / 0,03 = 0,833.$$

Таблиця 7.1. Значення коефіцієнта t для випадкової величини A , що має розподіл Стюдента з $N-1$ ступеннями свободи

N-1	P_{α}											
	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,127	0,257	0,392	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845

Продовж. табл. 7.1

$N-1$	P_{α}											
	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99
21	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,127	0,256	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,127	0,256	0,390	0,532	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,127	0,256	0,390	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,707
25	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,127	0,256	0,389	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,699	2,042	2,457	2,750
∞	0,12566	0,25335	0,38532	0,52440	0,67449	0,84162	1,03643	1,28155	1,64485	1,95996	2,32634	2,57582

Тоді

$$\Delta = K \cdot (\Delta_{c\Sigma} + \Delta_0) = 0,76 \cdot (0,025 + 0,059) = 0,064 \text{ нФ},$$

де K – коефіцієнт, значення якого визначається за табл. 2.3, так як r лежить в інтервалі від 0,8 до 8.

4. Результат вимірювання записується в наступному вигляді:

$$C = (1,25 \pm 0,06) \text{ нФ}, \quad P_d = 0,95,$$

так як довірчий інтервал симетричний.

Задача № 2

Резонансна частота коливального контуру визначалася шляхом однократного вимірювання індуктивності $L = 0,35$ мГн і ємності $C = 6,5$ нФ котушки індуктивності й конденсатора з подальшим розрахунком за формулою $f = 1 / (2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C})$. На підставі попередніх вимірювань частоти аналогічних контурів відома оцінка складової систематичної похибки вимірювання частоти $\sigma_f = 0,13$ кГц, границі невиключених залишків систематичної похибки вимірювання індуктивності $\Delta_{cL} = 0,01$ мГн і ємності $\Delta_{cC} = 0,10$ нФ. Визначити довірчі границі похибки непрямого вимірювання частоти з довірчою ймовірністю $P_d = 0,95$.

Рішення

1. Розраховується значення результату непрямого вимірювання частоти:

$$\begin{aligned} f &= 1 / (2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}) = \\ &= 1 / (2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{0,35 \cdot 10^{-3} \cdot 6,5 \cdot 10^{-9}}) = 105,5 \text{ кГц}. \end{aligned}$$

2. Розраховуються оцінки часткових систематичних похибок непрямого вимірювання індуктивності та ємності:

$$\begin{aligned} E_L &= (\partial f / \partial L) \cdot \Delta_{cL} = -\Delta_{cL} / (4\pi \cdot \sqrt{C \cdot L^3}) = \\ &= -0,01 \cdot 10^{-3} / (4 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{6,5 \cdot 10^{-9} \cdot 0,35^3 \cdot 10^{-9}}) = -1,507 \text{ кГц}; \\ E_C &= (\partial f / \partial C) \cdot \Delta_{cC} = -\Delta_{cC} / (4\pi \cdot \sqrt{C^3 \cdot L}) = \\ &= -0,10 \cdot 10^{-9} / (4 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{6,5 \cdot 10^{-27} \cdot 0,346 \cdot 10^{-3}}) = -0,812 \text{ кГц}. \end{aligned}$$

3. Знаходяться довірчі границі невиключеної систематичної похибки результату вимірювання. Оскільки дані про вид розподілення невиключених систематичних похибок відсутні, то їх розподілення приймається за рівномірне.

Тоді

$$\Delta_{c\Sigma} = k_p \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^2 E_i^2} = 1,1 \sqrt{(1,507)^2 + (0,812)^2} = 1,883 \text{ кГц},$$

так як при довірчій імовірності $P_d = 0,95$ значення $k_p = 1,1$.

Сума часткових систематичних похибок непрямого вимірювання

$$\Delta'_{c\Sigma} = E_L + E_C = 1,507 + 0,812 = 2,319 \text{ кГц}.$$

4. За оцінку границь невиключених систематичних похибок береться менше з $\Delta_{c\Sigma}$ і $\Delta'_{c\Sigma}$

$$\Delta_{c\Sigma} = 1,883 \text{ кГц}.$$

5. Оцінюються довірчі границі випадкової похибки вимірювання

$$\Delta_0 = t \cdot \sigma_f = 1,95996 \cdot 0,13 = 0,255 \text{ кГц},$$

так як для однократних вимірювань кількість ступенів свободи $N - 1 = \infty$ і $P_d = 0,95$ коефіцієнт Стьюдента t береться рівним $t = 1,95996$ (табл. 7.1).

6. Для оцінки довірчих границь сумарної похибки необхідно обчислити відношення

$$r = \Delta_{c\Sigma} / \sigma_C = 1,833 / 0,13 = 14,485.$$

Так як $r > 8$, то можна знехтувати Δ_0 , і тоді $\Delta = \Delta_{c\Sigma}$.

7. Результат вимірювання записується в наступному вигляді:

$$f = (105,5 \pm 1,9) \text{ кГц}, \quad P_d = 0,95.$$

7.2.2. Задачі

7.2.2.1. У процесі однократного вимірювання ємності конденсатора отримано значення $C = 2,714$ нФ. Попередньо оцінено середньоквадратичне відхилення вимірювання ємності $\sigma_C = 0,027$ нФ і границі невиключених залишків двох складових систематичної похибки $\Delta_{c1} = 0,009$ нФ і $\Delta_{c2} = 0,017$ нФ. Визначити довірчі границі сумарної похибки результату вимірювання ($P_d = 0,99$).

7.2.2.2. У процесі однократного вимірювання джерела напруги отримано значення $U = 15,4$ В. Попередньо оцінено середньоквадратичне відхилення вимірювання напруги $\sigma_U = 0,05$ В і границі невиключених залишків двох складових систематичної похибки $\Delta_{c1} = 0,02$ В і $\Delta_{c2} = 0,03$ В. Визначити довірчі границі сумарної похибки результату вимірювання ($P_d = 0,95$).

7.2.2.3. У процесі однократного вимірювання опору резистора отримано значення $R = 565$ Ом. Попередньо оцінено середньоквадратичне відхилення вимірювання опору $\sigma_R = 2$ Ом і границі невиключених залишків двох складових систематичної похибки $\Delta_{c1} = 0,8$ Ом і $\Delta_{c2} = 1$ Ом. Визначити довірчі границі сумарної похибки результату вимірювання ($P_d = 0,95$).

7.2.2.4. У процесі однократного вимірювання сили струму отримано значення $I = 12,348$ мА. Попередньо оцінено середньоквадратичне відхилення вимірювання струму $\sigma_I = 0,08$ мА і границі невиключених залишків двох складових систематичної похибки $\Delta_{c1} = 0,02$ мА і $\Delta_{c2} = 0,03$ мА. Визначити довірчі границі сумарної похибки результату вимірювання ($P_d = 0,99$).

7.2.2.5. Послідовно з резистором увімкнений амперметр класу точності 0,5 з діапазоном показань (0...5) А. Показання амперметра $I = 2$ А; істотна тільки основна похибка приладу. Номінальне значення опору резистора $R = 1$ Ом; межа

допустимого відносного відхилення реального опору від номінального $\delta_R = 0,5 \%$. Визначте потужність розсіювання резистора $P_{\text{роз}}$. Представити результат у вигляді довірчого інтервалу для довірчої ймовірності $P_d = 0,95$.

7.2.2.6. Паралельно з'єднані два конденсатори C_1 і C_2 з наступними номінальними значеннями ємностей і межами допустимого відносного відхилення реальної ємності від номінальної: $C_1 = 2$ нФ; $C_2 = 2,7$ нФ; $\delta_{C_1} = 0,2 \%$; $\delta_{C_2} = 1 \%$. Визначте утворену сукупну ємність C_2 . Представити результат у вигляді довірчого інтервалу для довірчої ймовірності $P_d = 0,99$.

7.2.2.7. Кут зсуву фаз між двома синусоїдальними напругами вимірюється за допомогою електронно-променевого осцилографа методом еліпса. До того ж кут, який шукається, розраховується за формулою $\varphi = \arcsin (H_1/H_2)$, де H_1 – відстань між точками перетину еліпса з вертикальною січною, проведеною через центр еліпса; H_2 – висота прямокутника, у який вписується еліпс.

Виміряні значення – $H_1 = 45$ мм, $H_2 = 45$ мм. Товщина променя осцилографа – $b = 1$ мм. Вважаючи, що істотна тільки візуальна похибка вимірювання (тобто похибка вимірювання відстаней, граничне значення якої $\Delta = 0,4 \cdot b$), представити вимірювання кута зсуву фаз у вигляді довірчого інтервалу для довірчої ймовірності $P_d = 0,95$.

7.2.2.8. Визначте значення взаємної індуктивності двох котушок індуктивності M , межі довірчого інтервалу похибки вимірювання для довірчої ймовірності $P_d = 0,95$ і представте результат вимірювання. Виміряні значення сумарної індуктивності котушок при згідному і зустрічному їх підключенні: $L_{\text{зг}} = 0,365$ Гн; $L_{\text{зс}} = 0,305$ Гн. Взаємна індуктивність обчислюється за формулою $M = (L_{\text{зг}} - L_{\text{зс}})/4$. Межа відносної похибки вимірювання індуктивності дорівнює $1,0 \%$.

7.3. Обробка результатів багатократних спостережень при прямих вимірюваннях

7.3.1. Приклади розв'язання типових задач

Задача № 1

Обробити ряд результатів спостережень U_i (табл. 7.2), що отримані за результатами багаторазових прямих вимірювань напруги, і оцінити випадкову похибку вимірювання, вважаючи результати виправленими й рівноточними. Довірку ймовірність прийняти $P_d = 0,95$.

Таблиця 7.2.

i	1	2	3	4	5
U_i , В	32,701	32,743	32,785	32,679	32,845

Рішення

1. Так як в умові завдання зазначено, що результати вимірювання є виправленими й рівноточними, то проводити виняток систематичних похибок немає необхідності.

2. Обчислюється середнє арифметичне значення результатів спостережень

$$\bar{U} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N U_i = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 U_i = 32,731 \text{ В.}$$

Значення $\bar{U}$ береться за результат вимірювання.

3. Визначаються випадкові відхилення V_i результатів окремих спостережень за формулою

$$V_i = U_i - \bar{U}.$$

Результати проміжних розрахунків заносяться до табл. 7.3.

Таблиця 7.3.

i	1	2	3	4	5
V_i	-0,03	0,012	0,054	-0,052	0,014
V_i^2	$0,9 \cdot 10^{-3}$	$0,144 \cdot 10^{-3}$	$2,916 \cdot 10^{-3}$	$2,704 \cdot 10^{-3}$	$0,196 \cdot 10^{-3}$

4. Обчислюється незміщена оцінка дисперсії

$$\sigma_{\text{но}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N V_i^2} = 0,041 \text{ В.}$$

5. Визначається оцінка середнього квадратичного відхилення результату вимірювання

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N V_i^2} = \frac{\sigma_{\text{но}}}{\sqrt{N}} = \frac{0,041}{\sqrt{5}} = 0,018 \text{ В.}$$

6. За допомогою критерію «трьох сигм» перевіряється наявність грубих похибок. У розв'язуваній задачі $3\sigma_U = 3 \cdot 0,018 = 0,055 \text{ В}$ і, як видно з табл. 3, грубі похибки відсутні.

7. Висувається гіпотеза про належність результатів спостережень нормальному розподілу й перевіряється ця гіпотеза. При кількості результатів спостережень $N \leq 15$ належність до нормального розподілу не перевіряють.

8. За заданою довірчої ймовірності P_d і кількості ступенів свободи $(N-1)$ розподілу Стюдента визначається коефіцієнт t за табл. 7.1.

Для нашої задачі ($P_d = 0,95$ і $N-1 = 4$) значення $t = 2,776$.

Розраховується довірна границя випадкової похибки результату вимірювання

$$\Delta_0 = t \cdot \sigma_U = 2,776 \cdot 0,018 = 0,05 \text{ В.}$$

9. Результат вимірювання записується в наступному вигляді:

$$U = (32,73 \pm 0,05) \text{ В; } P_d = 0,95.$$

Задача № 2

Проведені три групи вимірювань опору однієї тієї ж зразкової котушки й отримані наступні результати:

$$R_1 = (100,145 \pm 0,005) \text{ Ом}; R_2 = (100,115 \pm 0,200) \text{ Ом};$$

$$R_3 = (100,162 \pm 0,010) \text{ Ом}.$$

Шляхом подальшої обробки даних записати результат вимірювання.

Рішення

1. Знаходиться істинна величина опору як середнє арифметичне значення

$$R = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m R_i = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 R_i = 100,141 \text{ Ом}.$$

2. Знаходяться відносні похибки

$$\delta_i = \frac{\Delta_i}{R_i} \cdot 100\%;$$

$$\delta_1 = 0,005\%; \quad \delta_2 = 0,2\%; \quad \delta_3 = 0,01\%.$$

3. Знаходиться середньозважене значення опору

$$\bar{R}_c = R + \frac{\sum_{i=1}^m (R_i - R) \cdot \left(\frac{1}{\delta_i}\right)^2}{\sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{\delta_i}\right)^2} = 100,148 \text{ Ом}.$$

4. Обчислюється середньозважена відносна похибка

$$\delta_c = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{\delta_i}\right)^2}} = 0,0045\%.$$

5. Середньозважена абсолютна похибка

$$\Delta_c = \frac{\delta_c \cdot \bar{R}_c}{100\%} = 0,0045 \text{ Ом.}$$

6. Записується результат вимірювання

$$R_c = (100,148 \pm 0,005) \text{ Ом.}$$

7.3.2. Задачі

7.3.2.1. Обробити ряд результатів спостережень U_i (табл. 7.4), що отримані за результатами багаторазових прямих вимірювань напруги, і оцінити випадкову похибку вимірювання, вважаючи результати виправленими й рівноточними. Довірчу ймовірність прийняти $P_d = 0,95$.

Таблиця 7.4.

i	1	2	3	4	5
$U_i, \text{В}$	15,412	15,456	15,467	15,477	15,487

7.3.2.2. Обробити ряд результатів спостережень R_i (табл. 7.5), що отримані за результатами багаторазових прямих вимірювань опору резистора, і оцінити випадкову похибку вимірювання, вважаючи, що випадкова похибка розподілена за нормальним законом, а результати є виправленими й рівноточними. Довірчу ймовірність прийняти $P_d = 0,95$.

Таблиця 7.5.

i	1	2	3	4	5
$R_i, \text{Ом}$	561	563	565	566	567

7.3.2.3. Обробити ряд результатів спостережень C_i (табл. 7.6), що отримані за результатами багаторазових прямих вимірювань ємності конденсатора, і оцінити випадкову похибку вимірювання, вважаючи результати виправ-

леними й рівноточними. Довірчу ймовірність прийняти $P_d = 0,99$.

Таблиця 7.6.

i	1	2	3	4	5
C_i , нФ	2,699	2,705	2,710	2,714	2,719

7.3.2.4. Обробити ряд результатів спостережень C_i (табл. 7.6), що отримані за результатами багаторазових прямих вимірювань ємності конденсатора, і оцінити випадкову похибку вимірювання, вважаючи, що випадкова похибка розподілена за нормальним законом, а результати є виправленими й рівноточними. Довірчу ймовірність прийняти $P_d = 0,95$.

7.3.2.5. Проведені три групи вимірювань ємності одного того ж зразкового конденсатора й отримані наступні результати:

$$C_1 = (2,710 \pm 0,001) \text{ нФ}; \quad C_2 = (2,711 \pm 0,002) \text{ нФ};$$

$$C_3 = (2,709 \pm 0,001) \text{ нФ}.$$

Шляхом подальшої обробки даних записати результат вимірювання.

7.3.2.6. Проведені три групи вимірювань опору одного того ж зразкового резистора й отримані наступні результати:

$$R_1 = (565,5 \pm 0,3) \text{ Ом}; \quad R_2 = (566,0 \pm 0,4) \text{ Ом};$$

$$R_3 = (566,3 \pm 0,5) \text{ Ом}.$$

Шляхом подальшої обробки даних записати результат вимірювання.

7.3.2.7. Проведені три групи вимірювань напруги одного того ж зразкового джерела напруги й отримані наступні результати:

$$U_1 = (15,50 \pm 0,08) \text{ В}; U_2 = (15,40 \pm 0,05) \text{ В};$$

$$U_3 = (15,61 \pm 0,12) \text{ В}.$$

Шляхом подальшої обробки даних записати результат вимірювання.

7.4. Обробка результатів багатократних спостережень при непрямим вимірюваннях

7.4.1. Приклади розв'язання типових задач

Задача № 1

Потужність постійного струму P вимірювалася непрямым методом, шляхом багатократних вимірювань напруги U і струму I з урахуванням залежності $P = U \cdot I$. Струм I та напруга U піддавалися прямим вимірюванням $N = 7$. У процесі обробки результатів прямих вимірювань визначені: середні арифметичні значення $\bar{U} = 24,9 \text{ В}$ і $\bar{I} = 2,877 \text{ мА}$; оцінки середніх квадратичних відхилень $\sigma_U = 0,21 \text{ В}$ і $\sigma_I = 0,028 \text{ мА}$. Проведена також оцінка коефіцієнта кореляції між похибками вимірювання напруги і струму $\rho_{UI} = 0,75$.

Визначити випадкову похибку результату непрямого вимірювання з довірчою ймовірністю $P_d = 0,95$ і записати результат.

Рішення

1. Знаходиться значення результату непрямого вимірювання потужності

$$P = \bar{U} \cdot \bar{I} = 24,9 \cdot 2,877 = 71,637 \text{ мВт}.$$

2. Визначаються часткові випадкові похибки непрямого вимірювання

$$E_I = \frac{\partial P}{\partial I} \sigma_I = \bar{U} \cdot \sigma_I = 24,9 \cdot 0,028 = 0,697 \text{ мВт};$$

$$E_U = \frac{\partial P}{\partial U} \sigma_U = \bar{I} \cdot \sigma_U = 2,877 \cdot 0,21 = 0,604 \text{ мВт.}$$

3. Обчислюється оцінка середнього квадратичного відхилення результату непрямого вимірювання

$$\begin{aligned} \sigma_P &= \sqrt{E_U^2 + E_I^2 + 2E_U E_I \rho_{UI}} = \\ &= \sqrt{0,604^2 + 0,697^2 + 2 \cdot 0,604 \cdot 0,697 \cdot 0,75} = 1,217 \text{ мВт.} \end{aligned}$$

4. Визначається значення коефіцієнта Стюдента t для заданої довірчої ймовірності P_d і числа спостережень N .

При $N < 30$ попередньо повинно бути визначено так зване «ефективне» число ступенів свободи розподілення Стюдента, для розв'язуваної задачі визначається наступним чином:

$$\begin{aligned} N_{\text{эф}} &= \frac{(E_U^2 \cdot \sigma_U^2 + E_I^2 \cdot \sigma_I^2)^2 - 2[(E_U^4 \cdot \sigma_U^4 + E_I^4 \cdot \sigma_I^4)/(N+1)]}{(E_U^4 \cdot \sigma_U^4 + E_I^4 \cdot \sigma_I^4)/(N+1)} = \\ &= \frac{(0,604^2 \cdot 0,21^2 + 0,697^2 \cdot 0,028^2)^2 - 2[(0,604^4 \cdot 0,21^4 + 0,697^4 \cdot 0,028^4)/(7+1)]}{(0,604^4 \cdot 0,21^4 + 0,697^4 \cdot 0,028^4)/(7+1)} = \\ &= 6,379. \end{aligned}$$

Для розв'язуваної задачі при $N_{\text{эф}} = 6,379$ і $P_d = 0,95$ з табл. 7.1 знаходиться значення $t = 2,416$.

5. Обчислюється довірна границя випадкової похибки результату непрямого вимірювання

$$\Delta_0 = t \cdot \sigma_P = 2,416 \cdot 1,217 = 2,94 \text{ мВт.}$$

6. Записується результат вимірювання:

$$P = (71,6 \pm 2,9) \text{ мВт,} \quad P_d = 0,95.$$

7.4.2. Задачі

7.4.2.1. Опір резистора R_x визначався шляхом багатократних вимірювань падіння напруги на ньому U_x і падіння напруги U_0 на послідовно з'єднаному з ним зразковому резисторі $R_0 = 5$ кОм з подальшим розрахунком за формулою $R_x = R_0 U_x / U_0$. При обробці результатів прямих вимірювань U_x і U_0 отримані середні арифметичні значення $\bar{U}_x = 32,4$ В, $\bar{U}_0 = 1,9$ В; оцінки середніх квадратичних відхилень $\sigma_{U_x} = 0,19$ В і $\sigma_{U_0} = 0,029$ В. Часткові похибки некорельовані. Число спостережень при прямих вимірюваннях $N = 7$.

Оцінити випадкову похибку результату непрямого вимірювання опору R_x з довірчою ймовірністю $P_d = 0,95$ і записати результат.

7.4.2.2. Ємність послідовного з'єднання конденсаторів C_Σ вимірювалася непрямым методом, шляхом багатократних вимірювань ємностей конденсаторів C_1 і C_2 . Ємності C_1 і C_2 піддавалися прямим вимірам $N = 5$. У процесі обробки результатів прямих вимірювань визначені: середні арифметичні значення $\bar{C}_1 = 2$ нФ і $\bar{C}_2 = 2,7$ нФ; оцінки середніх квадратичних відхилень $\sigma_{C_1} = 0,05$ нФ і $\sigma_{C_2} = 0,06$ нФ. Кореляція між похибками вимірювання ємностей конденсаторів відсутня.

Визначити випадкову похибку результату непрямого вимірювання з довірчою ймовірністю $P_d = 0,95$ і записати результат.

7.4.2.3. Опір резистора R вимірювався методом вольтметра й амперметра, покази приладів яких знімалися 5 разів. У процесі обробки результатів прямих вимірювань визначені: середні арифметичні значення $\bar{U} = 230,3$ В і $\bar{I} = 15,4$ А; оцінки середніх квадратичних відхилень $\sigma_U = 1,5$ В і

$\sigma_I = 0,4$ А. Проведена також оцінка коефіцієнта кореляції між похибками вимірювання струму й напруги $\rho_{IU} = 0,75$.

Визначити випадкову похибку результату непрямого вимірювання з довірчою ймовірністю $P_d = 0,95$ і записати результат.

7.4.2.4. Потужність постійного струму P вимірювалася непрямым методом, шляхом п'ятикратних вимірювань струму й опору ланцюга. У процесі обробки результатів прямих вимірювань визначені: середні арифметичні значення $\bar{I} = 150,7$ мА і $\bar{R} = 200,5$ Ом; оцінки середніх квадратичних відхилень $\sigma_I = 1,7$ мА і $\sigma_R = 0,5$ Ом. Проведена також оцінка коефіцієнта кореляції між похибками вимірювання струму й опору $\rho_{IR} = 0,75$.

Визначити випадкову похибку результату непрямого вимірювання з довірчою ймовірністю $P_d = 0,95$ і записати результат.

7.4.2.5. Реактивна потужність змінного струму Q вимірювалася непрямым методом, шляхом п'ятикратних вимірювань активної потужності P і коефіцієнта потужності $\cos\phi$. У процесі обробки результатів прямих вимірювань визначені: середні арифметичні значення $\bar{P} = 150$ Вт і $\cos\phi = 0,81$; оцінки середніх квадратичних відхилень $\sigma_P = 1$ Вт і $\sigma_{\cos\phi} = 0,01$. Проведена також оцінка коефіцієнта кореляції між похибками вимірювання активної потужності й коефіцієнта потужності $\rho_{P\cos\phi} = 0,75$.

Визначити випадкову похибку результату непрямого вимірювання з довірчою ймовірністю $P_d = 0,95$ і записати результат.

7.5. Масштабні вимірювальні перетворювачі

7.5.1. Визначити значення опору струмового шунта, при якому межа вимірювання струму амперметром зростає в 5 разів, якщо внутрішній опір приладу склав 0,4 Ом.

7.5.2. Визначити значення внутрішнього опору амперметра, якщо струм електричного ланцюга складає 15 А, струм вимірювального ланцюга – 1,5 А, опір шунта – 0,05 Ом.

7.5.3. Визначити коефіцієнт шунтування, якщо внутрішній опір амперметра склав 0,2 Ом, а шунта – 0,1 Ом.

7.5.4. Вольтметр був виготовлений на основі вимірювача струму. Визначити верхню межу вимірювань отриманого вольтметра, якщо максимальний струм вимірювача струму склав 30 А, його внутрішній опір – 0,2 Ом, а додатковий опір – 10 Ом.

7.5.5. Визначити додатковий опір, який потрібно підключити до вимірювача струму для вимірювання напруги 30 В, якщо струм, що викликає зміну положення стрілки механізму на повну шкалу склав 1,5 А, внутрішній опір магнітоелектричної системи – 0,1 Ом.

7.5.6. Визначити коефіцієнт подільника напруги, якщо опір високовольтного й низьковольтного плечей подільника 8 Ом і 4 Ом відповідно.

7.5.7. Визначити значення плечей подільника напруги, якщо необхідно виміряти напругу величиною 6 кВ, а напруга вимірювального ланцюга склала 220 В. До високовольтного плеча підключена ємність 6,8 мФ.

7.5.8. Вивести вираз для визначення відносної похибки методу вимірювання напруги електростатичним вольтметром, підключеного через ємнісний подільник за схемою наведеною на рис. 7.6.

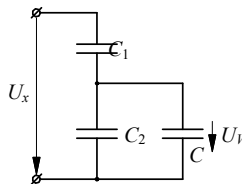


Рис. 7.6. Схема вимірювання напруги за допомогою ємнісного подільника

7.5.9. Сила струму електричного ланцюга вимірюється за допомогою трансформатора струму. Визначити значення струму ланцюга, якщо кількість витків первинної і вторинної обмоток трансформатора склало 2 і 10 витків відповідно, показання амперметра склало 8 поділок при шкалі в 15 поділок, а максимально вимірюваний струм амперметра – 1,5 А.

7.5.10. Номінальна потужність трансформатора струму складає 100 В·А, номінальне значення струму у вторинному ланцюзі – 50 А. Визначити номінальне навантаження трансформатора.

7.5.11. Визначити кількість витків первинної обмотки трансформатора напруги, якщо вимірювана напруга електричного ланцюга склала 220 В, напруга у вимірювальному ланцюзі – 22 В, а кількість витків вторинної обмотки – 30.

7.5.12. Визначити потужність електричного ланцюга, якщо показання ватметра склало 200 Вт. Ватметр підключений до електричного ланцюга через трансформатори напруги і струму з коефіцієнтами трансформації 3 і 4 відповідно.

7.6. Мостові вимірювання активного опору, індуктивності та ємності

7.6.1. За допомогою моста постійного струму (рис. 7.7) вимірюється опір R_1 . Визначити його значення, якщо $R_2 = 50$ Ом, $R_3 = 20$ Ом, $R_4 = 10$ Ом.

7.6.2. За допомогою моста постійного струму (рис. 7.7) вимірюється опір R_2 . Визначити його значення, якщо $R_1 = 40$ Ом, $R_3 = 80$ Ом, $R_4 = 100$ Ом.

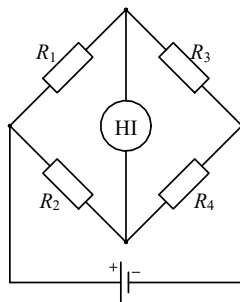


Рис. 7.7. Схема моста постійного струму

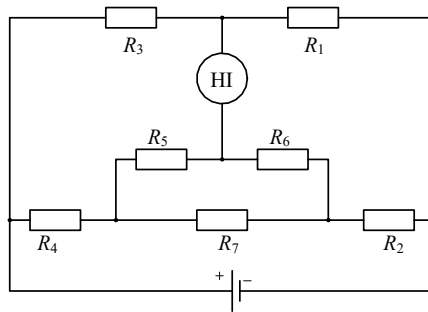
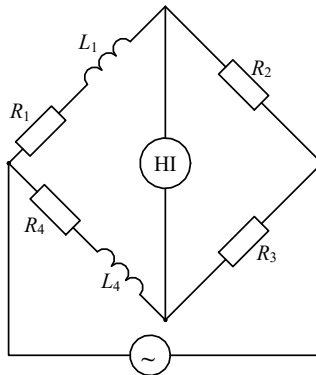


Рис. 7.8. Схема подвійного моста постійного струму

7.6.3. За допомогою подвійного моста постійного струму (рис. 7.8) вимірюється опір R_4 . Знайти його значення, якщо $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 0,5 \text{ Ом}$, $R_3 = 1 \text{ Ом}$, $R_5 = 1 \text{ Ом}$, $R_6 = 2 \text{ Ом}$, $R_7 = 0,1 \text{ Ом}$.

7.6.4. Активний опір та індуктивність котушки R_4 і L_4 вимірюються за допомогою моста змінного струму методом порівняння (рис. 7.9). Знайти параметри вимірюваної котушки, якщо $R_1 = 7 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 2 \text{ Ом}$, $L_1 = 100 \text{ мкГн}$.



7.9. Схема моста змінного струму для вимірювання індуктивності методом порівняння

7.6.5. За допомогою моста змінного струму Максвела-Віна (рис. 7.10) вимірюються активний опір та індуктивність котушки R_4 і L_4 . Знайти параметри вимірюваної котушки, якщо $R_1 = 50$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 20$ Ом, $C_2 = 100$ нФ.

7.6.6. За допомогою моста змінного струму Хейя (рис. 5.11) вимірюються активний опір та індуктивність котушки R_4 і L_4 . Знайти параметри вимірюваної котушки, якщо $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 2$ Ом, $C_2 = 1$ мкФ, а частота струму в мосту 50 Гц.

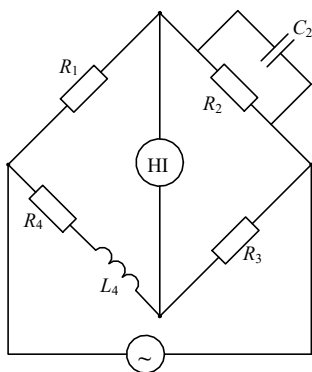


Рис. 7.10. Схема моста Максвела-Віна

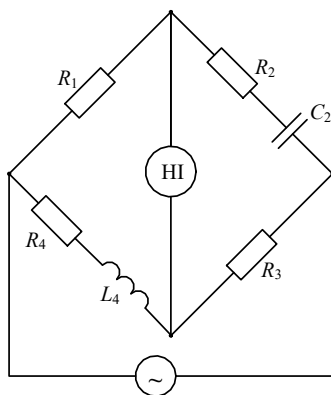


Рис. 7.11. Схема моста Хейя

7.6.7. За допомогою моста змінного струму Оуена (рис. 7.12) вимірюються активний опір та індуктивність котушки R_4 і L_4 . Знайти параметри вимірюваної котушки, якщо $R_1 = 1$ кОм, $R_2 = 2$ кОм, $C_1 = 1$ нФ, $C_2 = 2$ нФ.

7.6.8. За допомогою моста Кемпбелла (рис. 7.13) вимірюється взаємна індуктивність котушок M_2 . Визначити значення вимірюваної взаємної індуктивності, якщо $R_2 = 25$ Ом, $R_3 = 50$ Ом, $M_1 = 50$ мГн.

7.6.9. Ємність конденсатора C_4 вимірюється за допомогою моста змінного струму методом порівняння (рис. 7.14). Знайти ємність вимірюваного конденсатора,

якщо внутрішнім опором конденсатора можна знехтувати, опори $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 10 \text{ Ом}$, ємність $C_1 = 2 \text{ мкФ}$.

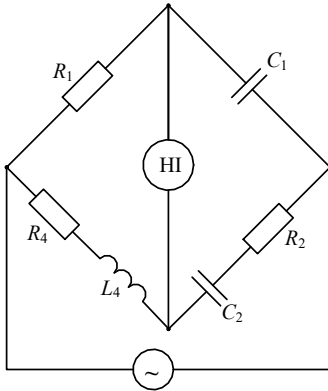


Рис. 7.12. Схема моста Оуена

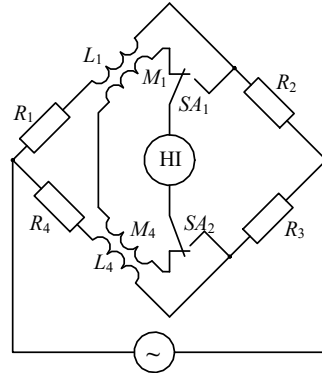


Рис. 7.13. Схема моста Кемпбелла

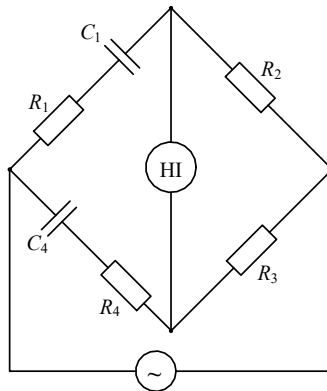


Рис. 7.14. Схема моста для вимірювання ємності методом порівняння при послідовному включенні

7.6.10. Ємність і активний опір конденсатора C_4 і R_4 вимірюються за допомогою моста змінного струму методом порівняння (рис. 7.15). Знайти параметри вимірюваного конденсатора, якщо опори $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 50 \text{ Ом}$, $R_3 = 25 \text{ Ом}$, ємність $C_1 = 10 \text{ мкФ}$.

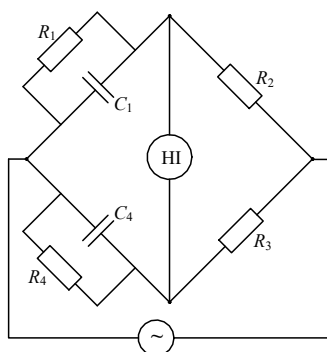


Рис. 7.15. Схема моста для вимірювання ємності методом порівняння при паралельному підключенні

7.6.11. За допомогою моста змінного струму Шерінга (рис. 7.16) вимірюються ємність та активний опір конденсатора C_4 і R_4 . Знайти параметри вимірюваного конденсатора, якщо $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $C_1 = 15 \text{ мкФ}$; $C_2 = 1 \text{ мкФ}$.

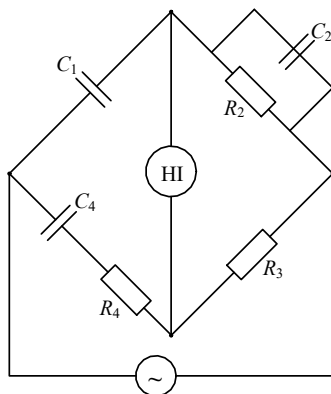


Рис. 7.16. Схема моста Шерінга

7.7. Вимірювання активної і реактивної потужностей у мережах змінного струму

7.7.1. Визначити коефіцієнт потужності трифазної мережі без нульового проводу при симетричному навантаженні за показами двох ватметрів 777,8 Вт і 1063 Вт відповідно.

7.7.2. Визначити реактивну потужність трифазної мережі без нульового проводу при симетричному навантаженні за показами двох ватметрів –550 Вт і 550 Вт відповідно.

7.7.3. Визначити кут між струмом і напругою фази трифазної мережі без нульового проводу при симетричному навантаженні за показами двох ватметрів 550 Вт і 1100 Вт відповідно.

7.7.4. Визначити кут між струмом і напругою фази, коефіцієнт потужності й реактивну потужність трифазної мережі без нульового проводу при симетричному навантаженні за показами двох ватметрів 0 Вт і 952,6 Вт відповідно.

7.7.5. Реактивна потужність трифазного споживача з асиметрією струмів вимірюється за допомогою трьох ватметрів з показами 100 Вт, 200 Вт і 300 Вт відповідно. Визначити реактивну потужність споживача.

7.7.6. Визначити високочастотну потужність, якщо потужність розсіяна в засобі вимірювання з 5 % коефіцієнтом відбиття складає 10 Вт.

7.7.7. Покази засобу вимірювання високочастотної потужності складають 1 Вт. Визначити вхідну потужність, якщо ефективний коефіцієнт корисної дії датчика і його коефіцієнт відбиття складають 95 % і 2 % відповідно.

7.7.8. Визначити активну потужність трифазної мережі з нульовим проводом, якщо два ватметра показують кожний по 100 кВт, а третій – 57,375 кВт.

7.8. Вимірювання частоти та фазового зсуву

7.8.1. Визначити частоту напруги сигналу за його графіком, який отримано осцилографічно (рис. 7.17).

7.8.2. Визначити частоту змінного струму за його графіком, який отримано осцилографічно (рис. 7.18).

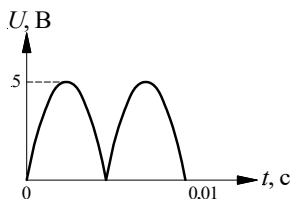


Рис. 7.17. Зображення на екрані осцилографа

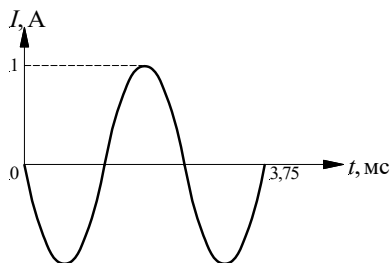


Рис. 7.18. Зображення на екрані осцилографа

7.8.3. Визначити частоту напруги, яку виробляє двополюсний синхронний генератор, якщо тахометр має показання 300 с^{-1} .

7.8.4. Частота синусоїдального сигналу вимірюється методом порівняння з частотою вимірювального генератора високої точності, яка складає 50 Гц і подана до горизонтального входу осцилографа. Визначити значення вимірюваної частоти, якщо на екрані осцилографа утворилося наступне зображення (рис. 7.19).

7.8.5. Частота синусоїдального сигналу вимірюється методом порівняння з частотою вимірювального генератора високої точності, яка складає 50 Гц і подана до горизонтального входу осцилографа. Визначити значення вимірюваної частоти та фазового зсуву між сигналами високої і низької частоти, якщо на екрані осцилографа утворилося наступне зображення (рис. 7.20).

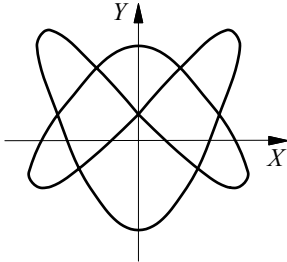


Рис. 7.19. Зображення на екрані осцилографа

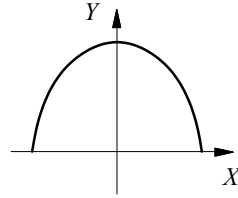


Рис. 7.20. Зображення на екрані осцилографа

7.8.6. Визначити фазовий зсув між двома сигналами, якщо їх амплітуди й частоти рівні, і отримане наступне зображення осцилограми (рис. 7.21).

7.8.7. Визначити фазовий зсув між двома сигналами з однаковою частотою й амплітудою за осцилограмою (рис. 7.22).

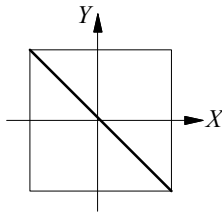


Рис. 7.21. Зображення на екрані осцилографа

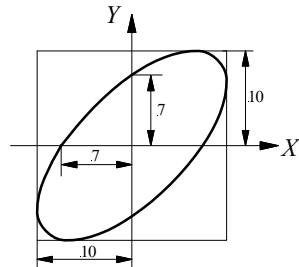


Рис. 7.22. Зображення на екрані осцилографа

7.8.8. Визначити частоту сигналу, що вимірюється за допомогою цифрового частотометра з гетеродинним перетворювачем частоти, якщо частота слідування імпульсів кварцевого генератора 8 МГц, а фільтр перебудови виділив 11 гармоніку генератора, до того ж показ цифрового частотометра склав 140 МГц.

7.8.9. Визначити частоту сигналу, що вимірюється за допомогою цифрового частотометра з гетеродинним перетворювачем частоти, якщо частота слідування імпульсів кварцевого генератора 10 МГц, а фільтр перебудови виділив 5 гармоніку генератора, до того ж показ цифрового частотометра склав 70 МГц.

7.8.10. Визначити фазовий зсув між двома напругами, якщо він вимірюється за допомогою метода різності напруг. Амплітуди напруг складають 30 В, а різницева напруга – 5 В.

7.8.11. Визначити фазовий зсув між двома напругами, якщо він вимірюється за допомогою метода різності напруг. Амплітуди напруг складають 10 В і 8 В, а сумарна напруга – 15 В.

7.8.12. При вимірюванні резонансним способом частоти виявилось, що значення індуктивності та ємності становлять 50 мГн і 21,2 мкФ відповідно. Визначити значення вимірюваної частоти.

7.8.13. При вимірюванні резонансним способом частоти виявилось, що значення індуктивності та ємності становлять 720 мГн і 80 мкФ відповідно. Визначити значення вимірюваної частоти.

7.8.14. Визначити фазовий зсув чотириполюсника на частоті синусоїдального сигналу 100 Гц за результатами двох дослідів: 1 – покази вольтметра і амперметра склали 15 В і 270 мА при частоті 50 Гц; 2 – покази вольтметра і амперметра – 15 В і 290 мА при частоті 25 Гц.

7.8.15. Визначити фазовий зсув чотириполюсника на частоті синусоїдального сигналу 1 кГц за результатами вимірювань на змінному й постійному струмах: 1 – покази вольтметра й амперметра склали 5 В і 100 мА при частоті 50 Гц; 2 – покази вольтметра й амперметра – 10 В і 600 мА при частоті 0 Гц.

7.9. Вимірювання параметрів магнітного поля

7.9.1. Визначити значення магнітної індукції, яка вимірюється за допомогою датчика Холла, якщо вихідна напруга становить 0,3 В, товщина датчика Холла – 0,1 мм, коефіцієнт Холла – $400 \text{ см}^3/\text{Кл}$, а вхідний струм – 200 мА.

7.9.2. Визначити вихідну напругу датчика Холла, який розміщено в постійному магнітному полі з магнітною індукцією 0,25 Тл, вхідний струм – 100 мА, товщина датчика Холла – 0,15 мм, а коефіцієнт Холла – $250 \text{ см}^3/\text{Кл}$.

7.9.3. Магнітна індукція вимірюється за допомогою магніторезистора, який має опір за відсутності магнітного поля 500 Ом і чутливість – 2,5 кОм/Тл. Визначити магнітну індукцію, якщо показання омметра 5,25 кОм.

7.9.4. Коерцитивна сила постійного магніту вимірюється за допомогою котушки з детектором зникнення намагніченості на основі датчика Холла. Коли гальванометр зафіксував зникнення напруги Холла, з амперметра зняли показання струму в котушці, що становив 5 А. Визначити значення коерцитивної сили постійного магніту, якщо котушка містить 800 витків, а її довжина – 5 см.

7.9.5. Коерцитивна сила постійного магніту вимірюється за допомогою котушки з детектором зникнення намагніченості на основі датчика Холла. Коли гальванометр зафіксував зникнення напруги Холла, з амперметра зняли показання струму в котушці, що становив 1 А. Визначити значення коерцитивної сили постійного магніту, якщо котушка містить 1200 витків, а її довжина – 7,5 см.

7.9.6. Визначити магнітну індукцію та напруженість постійного магнітного поля, якщо вимірювальна котушка з 2 витків і перерізом 161 см^2 обертається від приводного синхронного двигуна з кутовою швидкістю 314 с^{-1} і напру-

га на її виводах складає 5 В, що отримана за допомогою вольтметра, проградуйованого в діючих значеннях.

7.9.7. Визначити магнітну індукцію та напруженість змінного магнітного поля, якщо одновиткова вимірювальна котушка з перерізом 75 см^2 має діюче значення напруги на її виводах 1 В. Відомо, що частота змінного поля складає 60 Гц.

7.9.8. Визначити індукцію постійного магнітного поля, якщо при видаленні вимірювальної котушки з магнітного поля стрілка гальванометра, проградуйованого у значеннях напруги, сягнула 0,1 В. Котушка має 25 витків, а її переріз складає 20 см^2 .

7.9.9. Визначити намагнічуючу силу обмотки змінного струму, що вимірювалась поясом Роговського з 200-ми витками, якщо зареєстроване діюче значення сили струму склало 5 А.

7.9.10. Визначити напруженість постійного магнітного поля, що вимірюється шляхом ядерного магнітного резонансу, якщо зменшення напруги в резонансному контурі спостерігають при частоті 16 МГц, а гіромагнітне відношення атомів галію $6,42 \cdot 10^7 \text{ Тл/с}$.

7.9.11. Визначити напруженість постійного магнітного поля, що вимірюється електродинамічним методом, якщо вимірювальна котушка має один виток і переріз 10 см^2 , її максимальний кут відхилення 3° , постійний струм, що проходить по котушці, становить 5 мА і коефіцієнт пружності нитки – 96 нДж.

7.9.12. Визначити різницю магнітних потенціалів у двох точках простору, якщо вимірювальна котушка містить один виток, її перетин 1 мм^2 , а гальванометр, проградуйований у значеннях напруги, показав 0,05 мкВ.

7.9.13. Визначити намагнічуючу силу обмотки постійного струму, якщо при увімкненні струму кидок струму

в поясі Роговського з 300-ми витками, який зафіксував гальванометр, склав 6 А.

7.9.14. Визначити залишкову індукцію постійного магніту, якщо при видаленні магніта з вимірювальною котушкою з магнітного поля, стрілка гальванометра, проградуйованого у значеннях напруги, сягнула 0,5 В. Котушка має 480 витків, а її переріз складає 8 см^2 .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Артамонов, Ю. С.** Электрические измерения [Текст] / Ю. С. Артамонов, В. В. Гребенникова. – Магнитогорск : МГТУ, 2012. – 117 с.
2. **Арутюнов, В. О.** Расчет и конструирование электроизмерительных приборов [Текст] / В. О. Арутюнов. – М. – Л. : Государственное энергетическое издательство, 1956. – 552 с.
3. **Аш, Ж.** Датчики измерительных систем [Текст] : в 2 кн. Кн. 1 / Ж. Аш ; пер. с фр. – М. : Мир, 1992. – 480 с.
4. **Аш, Ж.** Датчики измерительных систем [Текст] : в 2 кн. Кн. 2 / Ж. Аш ; пер. с фр. – М. : Мир, 1992. – 424 с.
5. **Белошицкий, А. П.** Метрология и измерения [Текст] / А. П. Белошицкий ; под общ. ред. С. В. Лялькова. – Мн. : БГУИР, 1999. – 72 с.
6. **Бишард, Е. Г.** Аналоговые электроизмерительные приборы [Текст] / Е. Г. Бишард, Е. А. Киселева, Г. П. Лебедев и др. – М. : Высшая школа, 1991. – 415 с.
7. **Васильев, В. П.** Аналитическая химия [Текст] : в 2 ч. Ч. 1. Гравиметрический и титриметрический методы анализа : учеб. для химико-технол. спец. вузов / В. П. Васильев. – М. : Высшая школа, 1989. – 320 с.
8. **Виглеб, Г.** Датчики [Текст] / Г. Виглеб. – М. : Мир, 1989. – 196 с.

9. **Грановский, В. А.** Динамические измерения. Основы метрологического обеспечения [Текст] / В. А. Грановский. – Л. : Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1984. – 224 с.

10. **Грановский, В. А.** Методы обработки экспериментальных данных при измерениях [Текст] / В. А. Грановский, Т. Н. Сирая. – Л. : Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990. – 288 с.

11. **Гутников, В. С.** Интегральная электроника в измерительных устройствах [Текст] / В. С. Гутников. – Л. : Энергия. Ленингр. отд-ние, 1980. – 248 с.

12. Давачі : довідник [Текст] / за ред. З. Ю. Готри та О. І. Чайковського. – Львів : Каменяр, 1995. – 312 с.

13. **Джексон, Р. Г.** Новейшие датчики [Текст] / Р. Г. Джексон. – М. : Техносфера, 2007. – 384 с.

14. **Елизаров, А. С.** Электрорадиоизмерения [Текст] / А. С. Елизаров. – Мн. : Высшая школа, 1986. – 320 с.

15. **Захаров, И. П.** Теоретическая метрология : учебное пособие [Текст] / И. П. Захаров. – Харьков : Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники, 2000. – 174 с.

16. Измерения в электронике : справочник [Текст] / под ред. В. А. Кузнецова. – М. : Энергоатомиздат, 1987. – 512 с.

17. **Ким, К. К.** Метрология, стандартизация, сертификация и электроизмерительная техника [Текст] / К. К. Ким, Г. Н. Анисимов, В. Ю. Барбарович, Б. Я. Литвинов. – СПб. : Питер, 2006. – 368 с.

18. **Кобус, А.** Датчики Холла и магниторезисторы [Текст] / А. Кобус, Я. Тушинский. – М. : Энергия, 1971. – 352 с.

19. Конструирование приборов [Текст] : в 2 кн. Кн. 2 / под ред. В. Краузе. – М. : Машиностроение, 1987. – 379 с.

20. **Корсун, В. І.** Метрологія, стандартизація, сертифікація, акредитація [Текст] / В. І. Корсун, В. Т. Белан,

Н. В. Глухова. – Д. : Національний гірничий університет, 2011. – 147 с.

21. **Кушнир, Ф. В.** Электрорадиоизмерения [Текст] : учеб. пособие для вузов / Ф. В. Кушнир. – Л. : Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1983. – 320 с.

22. **Ленцман, В. Л.** Метрология, техническое регулирование и радиоизмерения [Текст] / В. Л. Ленцман. – СПб. : Изд-во «Теледом» ГОУВПО СПбГУТ. – СПб, 2010. – 96 с.

23. **Марусина, М. Я.** Основы метрологии, стандартизации и сертификации [Текст] / М. Я. Марусина, В. Л. Ткалич, Е. А. Воронцов, Н. Д. Скалецкая. – СПб. : СПбГУ ИТМО, 2009. – 164 с.

24. **Мейзда, Ф.** Электронные измерительные приборы и методы измерений [Текст] / Ф. Мейзда. – М. : Мир, 1990. – 535 с.

25. Метрологія та вимірювальна техніка [Текст] / під ред. Є. С. Поліщука. – Львів : Видавництво «Бескид Біт», 2003. – 544 с.

26. **Миляев, Д. В.** Аналоговые измерительные устройства [Текст] / Д. В. Миляев. – Томск : Изд-во Томского политехнического университета, 2009. – 251 с.

27. **Новиков, В. А.** Сборник задач по расчету погрешности и электрических измерений [Текст] / В. А. Новиков, В. Ю. Кончаловский. – М. : МЭИ, 2006. – 36 с.

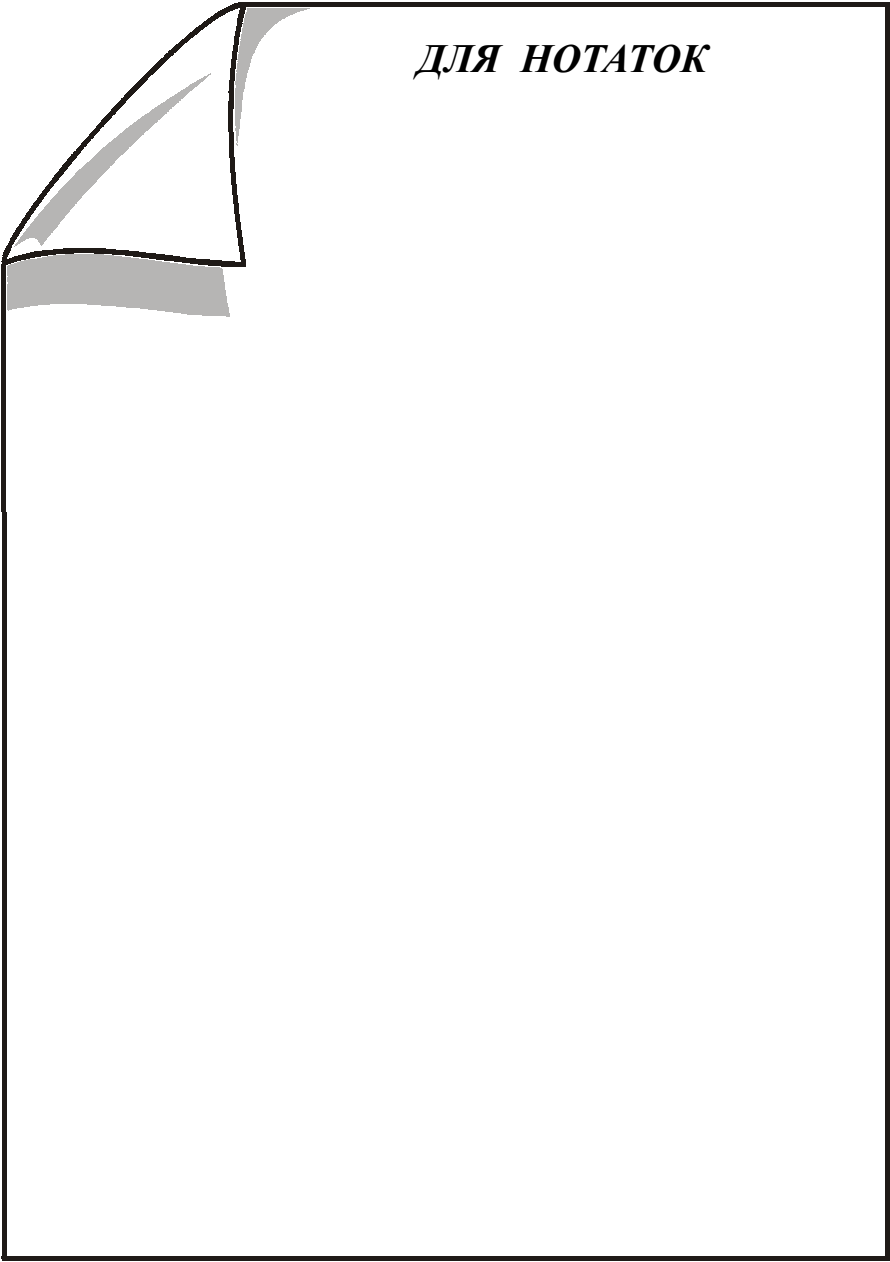
28. **Новицкий, П. В.** Оценка погрешностей результатов измерений [Текст] / П. В. Новицкий, И. А. Зограф. – Л. : Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1981. – 304 с.

29. **Орнатский, П. П.** Автоматические измерения и приборы (аналоговые и цифровые) [Текст] / П. П. Орнатский. – К. : Вища школа, 1986. – 504 с.

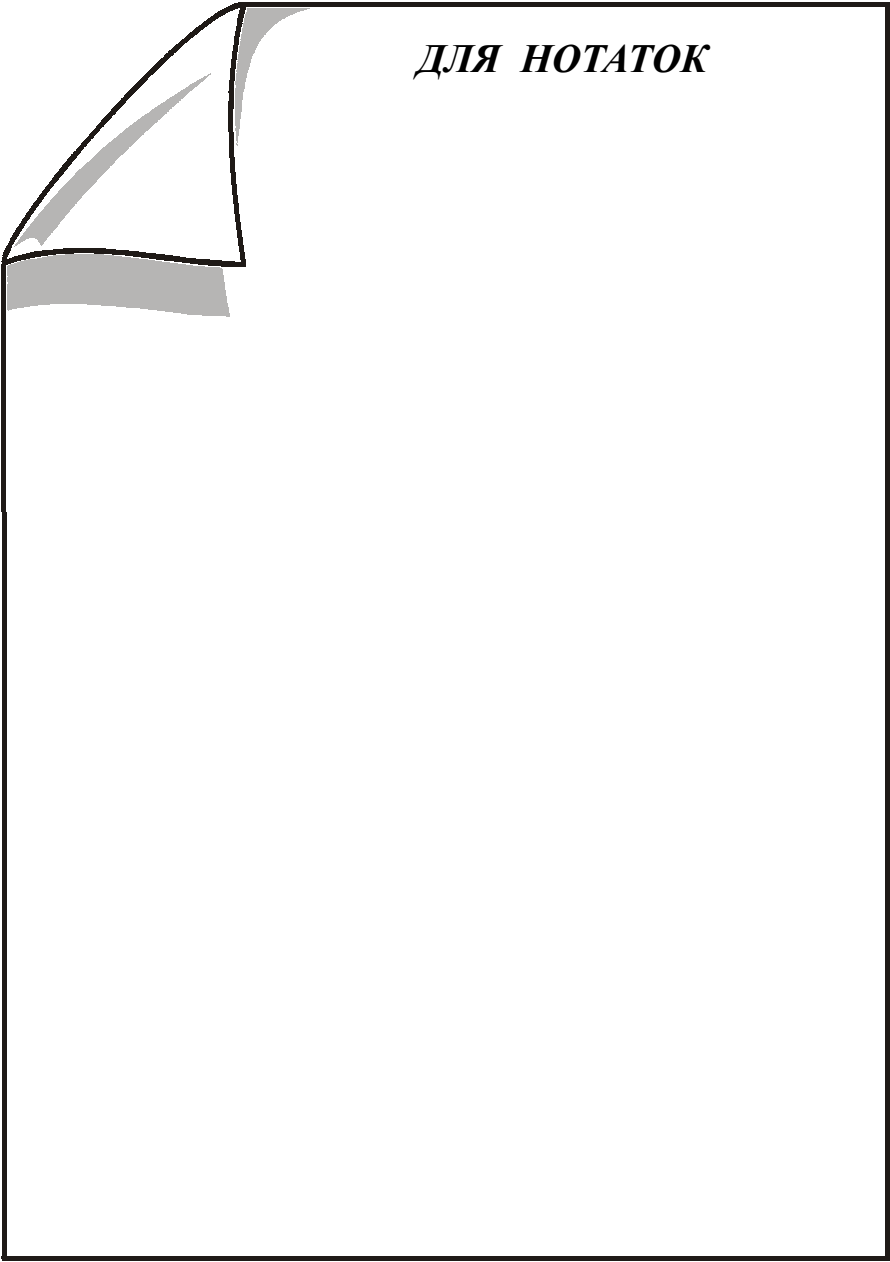
30. Основы метрологии и электрические измерения [Текст] / под ред. Е. М. Душина. – Л. : Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1987. – 480 с.

31. **Попов, В. С.** Электрические измерения (с лабораторными работами) [Текст] / В. С. Попов. – М. : Энергия, 1974. – 400 с.
32. **Рабинович, С. Г.** Погрешности измерений [Текст] / С. Г. Рабинович. – Л. : Энергия, 1978. – 262 с.
33. **Ратхор, Т. С.** Цифровые измерения. Методы и схемотехника [Текст] / Т. С. Ратхор. – М. : Техносфера, 2004. – 376 с.
34. **Спектор, С. А.** Электрические измерения физических величин: методы измерений [Текст] / С. А. Спектор. – Л. : Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1987. – 320 с.
35. Справочник по радиоэлектронике : в 3 т. Т. 2 [Текст] / под ред. А. А. Куликовского. – М. : Энергия, 1968. – 536 с.
36. Средства измерений параметров магнитного поля [Текст] / А. В. Афанасьев, Н. В. Студенцов, В. Н. Хорев, Е. Н. Чечурина. – Л. : Энергия. Ленингр. отд-ние, 1979. – 320 с.
37. Цифровые осциллографы серии DS1000E, DS1000D. Руководство пользователя. RIGOL UGA07401-3331, июль 2008. – 184 с.
38. **Чечерников, В. И.** Магнитные измерения [Текст] / В. И. Чечерников. – М. : Изд-во Московского ун-та, 1969. – 388 с.
39. Электрические измерения : учебник для вузов [Текст] / под ред. А. В. Фремке и Е. М. Душина. – Л. : Энергия. Ленингр. отд-ние, 1980. – 392 с.
40. Элементы приборных устройств. Ч. 1. Расчеты [Текст] / под ред. О. Ф. Тищенко. – М. : Высшая школа, 1978. – 328 с.

ДЛЯ ЗАДАТОК



ДЛЯ ЗАДАТОК



ДЛЯ ЗАДАТОК

Навчальне видання

ПАЛЬЧИКОВ Олег Олегович

ОСНОВИ МЕТРОЛОГІЇ ТА ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ВИМІРЮВАНЬ

Навчальний посібник

Редактор *О. Г. Костенко*

Технічний редактор *М. О. Паненко*

Комп'ютерне верстання *В. В. Москаленко*

Формат 60×84/16. Ум. друк. арк. 11,2. Тираж 100 прим. Вид. № 15. Зам. № 1605-14.

Видавець і виготівник Національний університет кораблебудування
імені адмірала Макарова

просп. Героїв України, 9, м. Миколаїв, 54025

E-mail : publishing@nuos.edu.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6402 від 19.09.2018 р.