

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет кораблебудування
імені адмірала Макарова

ОСНОВИ РАДІОАВТОМАТИКИ

Навчальний посібник

Миколаїв
«Іліон»
2024

УДК 621.396.6:681.5(075.8)
О-75

У К Л А Д А Ч І :

РЯБЕНЬКИЙ В. М., доктор технічних наук, професор, зав. кафедри програмованої електроніки, електротехніки і телекомунікацій Національного університету кораблебудування ім. адмірала Макарова;
БУРЯК В. С., старший викладач кафедри програмованої електроніки, електротехніки і телекомунікацій Національного університету кораблебудування ім. адмірала Макарова

РЕЦЕНЗЕНТИ :

ЧЕРНО О. О., доктор технічних наук, професор, зав. кафедри комп'ютеризованих систем управління Національного університету кораблебудування ім. адмірала Макарова
ТИМЧЕНКО В. Л., доктор технічних наук, професор, професор кафедри комп'ютеризованих систем управління Національного університету кораблебудування ім. адмірала Макарова
СТАВИНСЬКИЙ А. А., доктор технічних наук, професор, зав. кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки Миколаївського національного аграрного університету

Рекомендовано Методичною Радою

Навчально-наукового інституту автоматики та електротехніки

Рекомендовано Вченою Радою

Національного університету кораблебудування ім. адмірала Макарова

Основи радіоавтоматики : навчальний посібник / укл.
О-75 В. М. Рябенький, В. С. Буряк — Миколаїв : Іліон, 2024. — 178 с.

ISBN 978-617-534-735-5

Матеріал посібника поданий у вигляді чотирнадцяти лекцій. Він висвітлює такі теми, як загальні положення радіоавтоматики, представлення елементів радіоавтоматики у вигляді типових елементарних ланок, побудова структурних схем пристроїв радіоавтоматики та їх перетворення, поняття та основні критерії стійкості автоматичних систем з орієнтацією на частотні критерії. У навчальному матеріалі значна увага приділяється питанням статичних і динамічних помилок у системах при дії зовнішніх збурень. Розглянуті особливості побудови та аналізу імпульсних систем радіоавтоматики. Посібник призначений для студентів, які навчаються за напрямом «Електронні комунікації та радіотехніка», але в той же час він може бути рекомендований і студентам близьких спеціальностей, оскільки представлені у ньому приклади носять досить універсальний характер.

621.396.6:681.5(075.8)

ISBN 978-617-534-735-5

© Рябенький В. М., Буряк В. С., 2024
© НУК ім. адм. Макарова, 2024

ЗМІСТ

ВСТУП	5
Лекція № 1	
ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ	
ПРО СУДНОВІ ЕЛЕКТРОННІ СИСТЕМИ	6
1.1 Основні терміни та визначення	6
1.2 Види автоматичного керування	10
1.3 Режим роботи автоматичних систем	11
Питання до лекції	12
Лекція № 2	
МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС НЕПЕРЕРВНИХ СИСТЕМ	
АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ	14
Питання до лекції	21
Лекція № 3	
ПЕРЕДАТОЧНІ ФУНКЦІЇ І ЧАСТОТНІ	
ХАРАКТЕРИСТИКИ ТИПОВИХ ЛАНОК	
АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ	22
Питання та завдання до лекції	32
Лекція № 4	
СТРУКТУРНІ СХЕМИ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ	33
Питання та завдання до лекції	40
Лекція № 5	
ВПЛИВ ВІД'ЄМНОГО ЗВОРОТНОГО ЗВ'ЯЗКУ	
НА СТАТИЧНІ ПАРАМЕТРИ ЕЛЕКТРОННОЇ СИСТЕМИ	42
Питання до лекції	49
Лекція № 6	
ТИПОВІ СИСТЕМИ АВТОМАТИКИ	
РАДІОЕЛЕКТРОННИХ СИСТЕМ	51
6.1 Системи АРП	51
6.2 Система автоматичної підстройки частоти	55
6.3 Система фазової автопідстройки частоти (ФАПЧ)	57
6.4 Система автоматичного супроводження цілей	
радіолокаційною станцією (РЛС)	59

6.5	Система автоматичного вимірювання дальності до об'єкту....	63
6.6	Узагальнена структурна схема систем радіоавтоматики	65
	Питання до лекції.....	66
	Лекція № 7	
	ДИНАМІЧНІ МОДЕЛІ ЕЛЕМЕНТІВ	
	СИСТЕМ АВТОМАТИКИ	68
7.1	Фазові детектори	68
7.2	Частотні дискримінатори.....	71
7.3	Кутові дискримінатори	72
7.4	Часові дискримінатори	76
7.5	Виконавчі пристрої	77
	Питання до лекції.....	78
	Лекція № 8	
	СТІЙКІСТЬ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ АВТОМАТИКИ.....	79
8.1	Основні поняття і визначення	79
8.2	Умови стійкості лінійних систем.....	80
8.3	Критерії стійкості	83
	8.3.1 Критерій стійкості Гурвіца.....	83
	8.3.2 Критерій стійкості Михайлова.....	85
	8.3.3 Критерій стійкості Найквіста	88
8.4	Області та запаси стійкості.....	91
8.5	Коренева оцінка запасу стійкості	92
	Питання до лекції.....	93
	Лекція № 9	
	ЯКІСНІ ПОКАЗНИКИ ЕЛЕКТРОННИХ СИСТЕМ	94
9.1	Показники якості перехідного процесу.....	95
9.2	Частотні показники якості.....	96
9.3	Аналіз точності роботи електронних систем.....	99
	Питання до лекції.....	110
	Лекція № 10	
	ОСНОВИ ПРОЄКТУВАННЯ СИСТЕМ	
	ЕЛЕКТРОННОЇ АВТОМАТИКИ	111
10.1	Синтез передаточної функції розімкненої системи.....	111
10.2	Визначення передаточних функцій коригуючих пристроїв	115
11.2	Синтез систем з неповною інформацією про впливи	124
	Питання до лекції.....	129

Лекція 11	
ІМПУЛЬСНІ СИСТЕМИ.....	130
Питання до лекції.....	138
Лекція № 12	
ПРОЄКТУВАННЯ ІМПУЛЬСНИХ	
ЕЛЕКТТРОННИХ СИСТЕМ.....	139
12.1 Поняття про різницеві рівняння	139
12.2 Дискретне перетворення Лапласа, Z-перетворення та їх використання для дослідження імпульсних систем.....	141
12.3 Оцінка стійкості та якості перехідних процесів в імпульсних системах	144
Питання до лекції.....	147
Лекція № 13	
МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС ЦИФРОВИХ СИСТЕМ	148
13.1 Частотні моделі ЦАС	152
13.2 Визначення періоду квантування у цифрових системах.....	154
Питання до лекції.....	158
Лекція № 14	
ЦИФРОВІ ФІЛЬТРИ.....	159
14.1 Класифікація та характеристики цифрових фільтрів. Порівняння цифрових та аналогових фільтрів. Рекурсивні та нерекурсивні дискретні фільтри. Фільтр ковзаючого середнього. Різницеве рівняння нерекурсивного фільтру. Імпульсна характеристика цифрових фільтрів.....	159
14.2 Рекурсивні цифрові фільтри. Порівняння цифрових фільтрів (ЦФ) різних типів. Структурні схеми рекурсивних ЦФ. Умови стійкої роботи ЦФ. Синтез рекурсивного ЦФ. Білінійне Z-перетворення.....	164
14.3 Спеціальні типи цифрових фільтрів. Адаптивний цифровий фільтр. Фільтри дециматори та інтерполятори. Смугові та режекторні цифрові фільтри. Особливості аналізу та синтезу цифрових регуляторів. Цифрова обробка зображень	169
14.4 Дискретні імпульсні послідовності. Дискретизація періодичних послідовностей. Програмна реалізація алгоритмів цифрової фільтрації. Оптимальна лінійна фільтрація сигналів відомої форми	173
Питання до лекції	176
Література.....	177

ВСТУП

Зростання вимог до якості роботи автоматичних і автоматизованих систем керування радіоелектронними засобами, збільшення обсягу інформації, що обробляється, ускладнення об'єктів керування призвело до того, що аналогова техніка вже не дозволяє забезпечувати потрібну якість роботи. Сучасні системи керування радіоелектронними засобами є сукупністю складного поєднання окремих пристроїв, автоматів, приймачів і перетворювачів інформації, взаємодія яких забезпечує досягнення поставленого завдання. Вирішення складних завдань при виробленні необхідних заходів щодо керування сучасними радіотехнічними пристроями та системами під силу тільки мікропроцесорним засобам обробки інформації, що дозволяє виробити одне-єдине правильне рішення. Важливою перевагою таких систем є висока стабільність роботи, оперативність зміни алгоритму роботи після вжиття заходів на рівні апаратно-програмної реалізації у реальному масштабі часу. Розвиток засобів мікропроцесорних систем та обчислювальної техніки спричинив створення систем цифрового керування технологічними процесами та технічними об'єктами. Такі системи складаються з апаратних та програмних засобів. Зміна алгоритму керування об'єктом контролю полягає у зміні програмних засобів; апаратні ж засоби при цьому залишаються незмінними. Для таких цифрових систем характерним було прагнення до максимальної централізації розв'язуваних завдань. Але після появи мікроконтролерів були створені децентралізовані системи керування з розподілом завдань та формуванням кількох рівнів керування. Така децентралізація дещо знизила вимоги до швидкодії обчислювальних засобів, розосередила та спростила прикладне програмне забезпечення, підвищила надійність технічних засобів. Завдяки гнучкості прикладного програмного забезпечення виникла можливість реалізації керуючих алгоритмів будь-якого ступеню складності, заснованих на сучасних методах теорії дискретних систем. Створення та впровадження СЦК викликало подальший розвиток теорії автоматичного регулювання, контролю та керування, внаслідок чого виник окремий напрям. Цей напрям базується на класичних викладах теорії автоматичного регулювання, враховує процеси перетворення сигналів та питання сполучення засобів обчислювальної техніки з об'єктами контролю та керування.

Метою даного навчального посібника є розгляд питань теоретичного та прикладного характеру, пов'язаних з аналізом та синтезом систем аналогового керування. Вивчення цих питань вимагає знання основ теорії автоматичного регулювання процесів.

ЛЕКЦІЯ № 1

Загальні положення про суднові електронні системи

1.1. Основні терміни та визначення

Електронна система представляє собою сукупність складного поєднання окремих пристроїв, приймачів і перетворювачів інформації, взаємодія яких забезпечує досягнення поставленої мети. Основними напрямками використання електронних систем є військова, промислова й побутова техніка, всі види транспорту, системи забезпечення життєдіяльності людини. Завданням електронних систем є забезпечення високоякісного керування і регулювання процесами. Основою теорії автоматичного керування є теорія автоматичного регулювання.

Автоматичним регулюванням називається підтримка постійної або змінюваної за заданим законом деякої величини, що характеризує процес, яка забезпечується шляхом вимірювання стану вказаної величини при дії на неї керуючих впливів та зовнішніх збурень.

Автоматичним керуванням називається автоматичне забезпечення сукупності впливів на основі апріорної або отриманої інформації і спрямованих на підтримку або покращення функціонування керованого об'єкту у відповідності з метою керування.

Будь-який процес керування передбачає наявність *мети керування*, *об'єкта керування* і *пристрою керування*.

Мета керування – результат процесу, який повинен бути отриманим в процесі керування або по його закінченню.

Об'єкт керування (ОК) – пристрій, за допомогою якого досягається мета керування.

Пристрій керування (ПК) – об'єкт, що формує керуючі сигнали на об'єкт керування для досягнення поставленої мети.

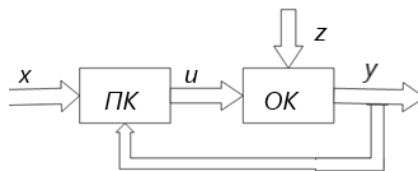


Рисунок 1.1 – Функціональна схема системи керування

Об'єкт керування та пристрій керування, які тісно взаємодіють між собою, об'єднуються у *систему керування*.

Величини, що діють на об'єкт, називаються *впливами*. Впливи, які виробляються пристроєм керування або оператором, називаються *керуючими*

впливами. Впливи, які діють на об'єкт і не залежать від системи керування, називаються *збуреннями*.

Функціональна схема системи автоматичного керування наведена на рис. 1.1. Система керування приймає керуючі (задаючі) сигнали $X\{x_0, x_1, \dots, x_N\}$, кількість яких повинна бути максимально обмеженою, але достатньою для забезпечення надійного функціонування системи і виконання її основної мети. Це можуть бути команди, що задають закон (або закони) функціонування системи, їх зміни, запуск та остановки системи тощо. До керуючих сигналів системи керування можуть входити обмежуючі датчики, сигнали від інших систем керування (зовнішні сигнали). В *ПК* частина сигналів порівнюється з вихідними сигналами $Y\{y_0, y_1, \dots, y_M\}$, внаслідок чого виробляється ряд сигналів $U\{u_0, u_1, \dots, u_M\}$, які задають режим роботи *ОК*. Сигнали U називаються *керуючими сигналами*. Робота *ОК* повинна забезпечувати максимальну відповідність сигналів Y сигналам X з урахуванням дії як зовнішніх перешкод Z , так і внутрішніх перешкод, які можуть бути обумовлені, наприклад, енергетичними перетвореннями в *ОК*.

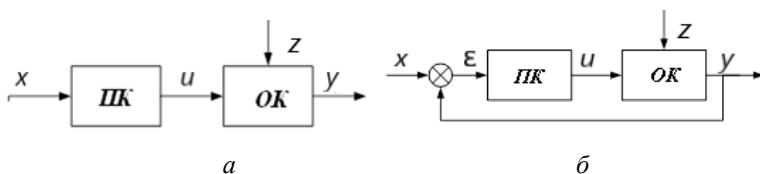


Рисунок 1.2 – Функціональні схеми розімкненої та замкнутої систем

Залежність $y = f(x)$ може розглядатись як алгоритм керування, тобто це сукупність правил, які забезпечують правильне виконання процесу керування.

Зрозуміло, що розімкнена система, функціональна схема якої наведена на рис. 1.2, *а*, не зможе повністю виконувати свої функції через наявність перешкод γ . Такий алгоритм керування називається *принципом розімкненого керування* (перешкода або збурення γ може виникати в самому *ОК*, але при побудові структурних схем його приводять на виході відповідної ланки як адитивну, а іноді – як мультиплікативну перешкоду). Цей принцип не контролює тих змін, які з'являються у вихідному сигналі через наявність непередбачуваних ситуацій – наприклад, таких, як зміни характеру та величини навантаження, наявність зовнішніх перешкод тощо.

Таким чином, **розімкнуті системи керування** – це такі системи, в яких вихідна регульована величина не змінюється за відсутності змін регулюючої величини. Вони класифікуються за наступними ознаками:

- за збуренням або за вхідним впливом (рис. 1.3, *а*);
- за заданим керуючим сигналом (за заданою програмою) (рис. 1.3, *б*);

- за керуючим сигналом і збуренням (рис. 1.3, в).

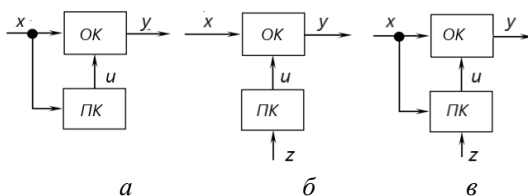


Рисунок 1.3 – Функціональні схеми розімкнених автоматичних систем

Великим недоліком таких систем є той факт, що в їхню роботу не можливо ввести корективи при наявності недопустимих відхилень вихідної величини від закладеної у проєкті. Дійсно, якщо прийняти характер передачі завади у вихідний сигнал через f_2 , то залежність вихідного сигналу від вхідного визначатиметься як:

$$y = f_1 \cdot x + f_2 \cdot z.$$

З наведеної залежності витікає, що зменшити вплив завади на вихідний сигнал можливо лише шляхом зменшення самої завади, або залежності f_2 . Завада z у випадку, що розглядається, називається *адитивною*. Прикладом появи адитивних перешкод є багатокаскадні підсилювачі потужності. Каскади попереднього підсилення в них працюють у режимі класу *A* і мають мінімальні спотворення вхідного сигналу. Останній каскад (каскад підсилення потужності) працює у режимі класу *B*. Як наслідок, у вихідній напрузі виникають вищі гармоніки, обумовлені нелінійністю останнього каскаду. Вони є чисто адитивними завадами і легко придушуються загальним зворотним зв'язком.

У практиці можливі ще більш складні ситуації, коли з'являються мультиплікативні завади, при яких помилка вихідного сигналу визначатиметься не лише доданком $f_2 \cdot z$, а й допоміжною складовою, яка обумовлена перемноженням завади z і сигналу u .

Незважаючи на вказані недоліки, принцип розімкненого керування внаслідок своєї простоти знаходить своє використання.

Принцип зворотного зв'язку. Розглянемо тільки що наведений приклад двокаскадного підсилювача, в якому другий каскад є підсилювачем класу *B*.

У схемі (рис. 1.4) заведено від'ємний зворотний зв'язок за вихідною напругою.

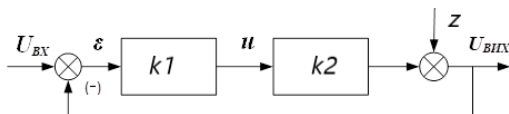


Рисунок 1.4 – Структурна схема замкненої системи

Прийmemo, що коефіцієнти підсилення сигналу кожного з каскадів k_1 і k_2 . Каскад потужності створює у вихідній напрузі спотворення, яке обумовлене його нелінійністю і може розглядатись як адитивна завада, що прикладається до виходу каскаду і всього підсилювача.

Коефіцієнт підсилення підсилювача без зворотного зв'язку:

$$K_U = \frac{U_{\text{ВИХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = k_1 k_2.$$

Відносне значення завади у вихідній напрузі:

$$\frac{\gamma}{U_{\text{ВИХ}}}.$$

Коефіцієнт підсилення підсилювача зі зворотним зв'язком:

$$K_{U3} = \frac{k_1 k_2}{1 + k_1 k_2}.$$

Коефіцієнт придушення завади у вихідній напрузі за допомогою зворотного зв'язку:

$$K_{\text{ПЗ}} = \frac{1}{1 + k_1 k_2}.$$

Робота замкненої системи полягає у тому, що вхідний сигнал у суматорі порівнюється з вихідною напругою. Це може бути виконано безпосередньо або через відповідні масштабні перетворювачі. Величина помилки ϵ , яка виникає при цьому, також містить у собі сигнал завади, який передається на вихід у протифазі, компенсуючи заваду у вихідному сигналі. Такий спосіб керування називається *керуванням за відхиленням*, а саме відхилення часто називають *помилкою системи*. У замкнених системах зменшення відхилення керованої величини від необхідного значення забезпечується незалежно від причин, що їх викликали. Ця особливість дозволяє реалізовувати системи високої точності.

Часто використовують сумісне використання розімкненого і замкненого принципів, що у ряді випадків дає кращі результати у порівнянні з системами, в яких використовується лише один спосіб. Такі системи називають *комбінованими*.

У залежності від виду керування, що описує процеси у системах, останні розділяють на *неперервні* та *дискретні*, *лінійні* та *нелінійні*, *стаціонарні* та *нестационарні*. Одна й та ж сама система може характеризуватися декількома ознаками. Прикладом може слугувати система автоматичного регулювання підсилення у радіоприймальних та радіолокаційних пристроях, яка є нелінійною нестационарною системою.

У сучасних системах керування важливу роль відіграють цифрові системи, до складу яких входять комп'ютери, мікропроцесори, мікроконтролери.

1.2. Види автоматичного керування

Стабілізація. Системи, призначені для підтримки керованої величини на заданому рівні, називають *системами стабілізації*. Розглянутий вище принцип зворотного зв'язку виконуватиме функцію стабілізації, якщо вхідна керуюча величина є стабільною. Враховуючи, що у такій системі завжди має місце помилка керування ϵ , яка залежить від контурного коефіцієнту підсилення та від величини завади, такі системи називають *статичними*. Іноді виникає необхідність у системах, в яких повинна бути відсутня статична помилка. Такі системи називають *астатичними*.

Програмне керування. При такому керуванні характер зміни вихідної величини відомий заздалегідь. Характер зміни керуючого сигналу задається або мікроконтролером, або іншим пристроєм. Розділяють програмне керування з *часовою програмою* та з *просторовою програмою*. При часовій програмі вихідна величина повинна змінюватись у залежності від часу. До таких пристроїв відносять такі, в яких задаються часові параметри зміни температури, обертів, тиску тощо. При реалізації просторових програм характер вихідного сигналу залежить від просторового зміщення, що широко використовується у металообробних верстатах.

Слідкуюче керування. Таке керування забезпечує роботу автоматичної системи, якщо алгоритм її функціонування заздалегідь не відомий. Керована величина у таких системах має відтворювати зміну деякого зовнішнього впливу. Цей вплив у слідкуючій системі змінюється довільно. Керуючі впливи та керовані величини можуть відрізнитись за своєю природою. Наприклад, керуючим впливом може бути напруга, а керованою величиною – кут повороту двигуна.

Широко використовуються слідкуючі системи просторового слідкування, які відтворюють сигнал керування у механічне переміщення. До них належать синхронно-слідкуючі системи (синхронно-слідкуючі приводи, силові слідкуючі приводи), які забезпечують синхронне та синфазне обертання механічно незв'язаних валів.

Слідкуючі системи можуть бути побудовані за будь-яким фундаментальним принципом керування й відрізнятимуться від систем програмного керування тим, що замість датчика програм у ньому використовуватиметься пристрій слідкування за зміною зовнішнього впливу. Такі системи знаходять досить широке застосування у радіотехніці та радіолокації.

У залежності від способу створення сигналу керування, системи можуть бути *пошуковими* та *безпошуковими*.

У безпошукових системах сигнал керування може вироблятися за результатами порівняння істинного та заданого значень керованої величини. У пошукових системах сигнал керування формується шляхом пробних кроків та їх порівняльного аналізу з попередніми результатами. Така процедура пошуку необхідних сигналів використовується у тих випадках, коли характеристики об'єкта керування відомі не в повній мірі. Такі системи використовують для керування об'єктами, характеристики яких носять екстремальний характер. Наприклад, пошук радіостанції, підтримання максимуму радіолокаційних сигналів тощо. У судновій практиці – когенераційні системи, що об'єднують двигуни внутрішнього згорання та парові котли, в яких екстремум досягається при забезпеченні максимального коефіцієнта корисної дії.

Системи автоматичного керування створюють, виходячи з вимог забезпечення тих чи інших показників якості. Найкращі результати у розв'язанні задач покращення якості роботи таких систем можна отримати, використовуючи способи *оптимального керування*. Слово «оптимальний» у широкому розумінні означає «найкращий відповідно до обраного критерію ефективності». Система вважається оптимальною, якщо в ній забезпечуються найкращі показники якості.

Створення оптимальних систем є досить складною задачею, але її впровадження сприяє підвищенню ефективності використання енергії.

Адаптивні системи – це такі, які в умовах непередбачуваної зміни властивостей об'єкту, зовнішніх впливів або мети керування автоматично змінюють свою структуру або параметри системи керування, забезпечуючи при цьому необхідну якість вихідних параметрів. Для забезпечення адаптації ці системи мають допоміжний пристрій, який за результатами виміру сигналів у головному контурі керування виявляє зміни властивостей зовнішніх сигналів та здійснює необхідні зміни у пристрої керування.

Необхідність використання адаптивних систем виникає тоді, коли умови функціонування системи змінюються у досить широких межах і/або за раніше не передбаченими законами.

1.3. Режими роботи автоматичних систем

Будь-яка система є неконсервативною, запас енергії якої змінюється за рахунок надходжень та витрат через окремі елементи. При відхиленні від стану рівноваги у надходженні і витратах енергії у системі виникає відхилення керованої величини від заданого значення. Це приводить в дію регулятор, який намагається зменшити відхилення керованої величини від заданого значення, через що в системі виникає *динамічний (перехідний) процес*, який може призвести до непередбачуваних наслідків. Задача розробника полягає у

створенні таких систем, в яких перехідний процес не призводив би до виходу параметрів за допустимі межі та за допустимий час.

Для забезпечення якості роботи системи у *статичних режимах* розробнику необхідно досягти необхідної точності системи, мінімізації відхилень за наявності збурень та зовнішніх перешкод. Це досягається підвищенням контурного коефіцієнта підсилення, що погіршує роботу системи у динамічних режимах.

Вимоги до замкнених систем автоматичного керування у статичних і динамічних режимах є протилежними. Тому для забезпечення розумного компромісу необхідно досліджувати системи у статичних і динамічних режимах одночасно, приймаючи необхідне компромісне рішення.

Слід враховувати, що до статичних характеристик автоматичних систем відносяться: коефіцієнт підсилення; чутливість; лінійність статичних характеристик; мінімальні та максимальні значення вхідних і вихідних параметрів та сигналів): поріг чутливості, зона нечутливості, значення параметрів насичення, робочий діапазон зміни параметрів тощо; вхідна й вихідна потужність (вхідний і вихідний опір, струм); номінальні значення параметрів; добротність.

До динамічних параметрів відносяться: ступінь астатизму; частотні характеристики; показники якості перехідних процесів (сталі часу, величини демпфування, величина перегулювання); запаси стійкості за амплітудою та фазою.

Характеристики точності: статична точність (позиційна, швидкісна, кутова та інші похибки); точність у перехідних режимах (швидкодія, точність при топових вхідних сигналах); точність при наявності збурень та завад; динамічна або флуктуаційна похибка.

Експлуатаційні характеристики: стабільність параметрів системи в умовах нормальної експлуатації; стійкість до зовнішніх збурень, а також до зміни параметрів внаслідок старіння, зміни температури, вологості, радіаційних впливів; час готовності до роботи; ремонтпридатність; безпека експлуатації; енергоємність; масогабаритні показники; вимоги до джерел живлення.

Економічні показники: надійність; вартість; повторювання параметрів в умовах виробництва; ККД; ресурс роботи; чутливість технічних параметрів до величини виробничих допусків.

Питання до лекції

1. У чому полягає принцип розімкненого керування?
2. За якими ознаками класифікують розімкнені системи?
3. Які недоліки мають розімкнені системи?

4. У чому полягає принцип зворотного зв'язку? Які його переваги перед розімкненими системами?
5. Які види автоматичного керування Вам відомі? Поясніть їх.
6. Чим відрізняються пошукові системи від безпошукових?
7. Які системи називають оптимальними?
8. Які системи називають адаптивними?
9. У чому полягають особливості статичного і динамічного режимів роботи систем?

ЛЕКЦІЯ № 2

Математичний опис неперервних систем автоматичного керування

У теорії керування досить широко використовують такі поняття, як «динамічний елемент», «динамічна система», «динамічні характеристики» тощо. Під терміном «динамічний» мається на увазі зміна параметрів елементів системи у часі. Для автоматичних систем це реакція системи на вхідний сигнал.

У загальному плані така реакція може бути описана виразом:

$$y(t) = A x(t), \quad (2.1)$$

де A – оператор елемента; $x(t)$ – вхідний сигнал; $y(t)$ – вихідна реакція.

Фактично оператор A – це правило, відповідно до якого кожному значенню вхідної величини ставиться у відповідність реалізація вихідної величини.

У більшості випадків вираз (2.1) – це диференціальне рівняння, яке описує зв'язок між входом та виходом динамічного елемента і називається *рівнянням динамічного елемента*. Відповідно, для системи вираз (2.1) характеризуватиме рівняння динамічної системи.

У залежності від коефіцієнтів диференційного рівняння, системи можуть бути *стаціонарними* і *нестаціонарними*.

У стаціонарних системах коефіцієнти диференціальних рівнянь є постійними. Якщо ці коефіцієнти лінійні, то диференціальні системи також є лінійними.

Для лінійних систем може бути застосований метод суперпозиції, який полягає у тому, що при дії на вході системи суми простих впливів типу:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) + \dots + x_N(t)$$

вихідний сигнал визначатиметься як сума реакцій на кожну складову.

При однозначній відповідності між реалізаціями вхідної та вихідної величини динамічний елемент і, відповідно, динамічна система називаються *детермінованими*. Детерміновані елементи можуть бути *лінійними* та *нелінійними*. Система, яка містить у своєму складі хоча б один нелінійний елемент, називається *нелінійною*. У залежності від характеру зміни вхідних та вихідних величин динамічних елементів у часі, системи розділяються на *неперервні* і *преривчасті*. У неперервних системах всі елементи описуються неперервними функціями часу. При квантуванні величини у часі система розглядається як преривчаста.

У динамічних елементах та системах вплив вхідного сигналу передається лише в одному напрямку – з входу на вихід – не залежно від способу з'єднання цих елементів. Ця суттєва умова дозволяє значно спростити аналіз динамічних систем.

Розв'язання диференціальних рівнянь у загальному вигляді пов'язано з обчислювальними складностями, а у деяких випадках (наприклад, у слідкуючих системах) не може бути виконано, оскільки керуючий вплив не є відомим заздалегідь. Тому дослідження систем ведеться побічними методами, що базуються на застосуванні *операційного методу Лапласа і перетворень Фур'є*. У такому випадку в теорії систем автоматики використовують наступні методи: *передаточна функція; перехідна та імпульсна перехідна функція; комплексний коефіцієнт передачі або частотна характеристика*.

Найбільш розповсюдженою формою опису лінійних динамічних елементів є лінійні диференціальні рівняння:

$$\sum_{i=0}^n a_i \frac{d^i y}{dt^i} = \sum_{j=0}^m b_j \frac{d^j x}{dt^j}, \quad (2.2)$$

де a_i, b_j – постійні коефіцієнти; x, y – вхідна та вихідна величини; $m < n$.

Рівняння (2.2) можна записати у наступному вигляді:

$$A(p) \cdot y(t) = B(p) \cdot x(t), \quad (2.3)$$

де $p = \frac{d}{dt}$; $A(p) = \sum_{i=0}^n a_i \frac{d^i y}{dt^i}$; $B(p) = \sum_{j=0}^m b_j \frac{d^j x}{dt^j}$ – лінійні диференціальні оператори.

На основі (2.2) може бути визначення передаточна функція динамічного елемента. Вважаючи початкові умови нульовими, скористаємось рівнянням Лапласа до нього.

Тоді:

$$Y(s) \sum_{i=0}^n a_i s^i = X(s) \sum_{j=0}^m b_j s^j, \quad (2.4)$$

де $Y(s), X(s)$ – зображення вихідного і вхідного сигналів.

Рівняння (2.4) є лінійним алгебраїчним рівнянням в області зображень.

Розв'язання його відносно $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{\sum_{j=0}^m b_j s^j}{\sum_{i=0}^n a_i s^i} X(s) = W(s) X(s). \quad (2.5)$$

Цей оператор називається *передаточною функцією динамічного елемента або системи*.

Особливість виразу (2.5) полягає у тому, що динамічні властивості системи не залежать від вхідного впливу, а цілком визначаються параметрами системи – коефіцієнтами a_i та b_j .

У реальних системах порядок полінома чисельника не перевищує порядок полінома знаменника і визначає фізичну реалізацію системи.

Корені полінома чисельника передаточної функції β називають *нулями*, а корені полінома знаменника λ – *полюсами системи*. Коефіцієнти передаточної функції є дійсними числами, а недійсні нулі та полюси – тільки комплексно спряжені величини у вигляді точок на площині комплексної змінної s .

Передаточна функція $W(s)$ є відношенням реакції зображення вихідної величини елемента до зображення вхідної величини при нульових початкових умовах.

Приклад. Визначити передаточну функцію ланки, що наведена на рис. 2.1.

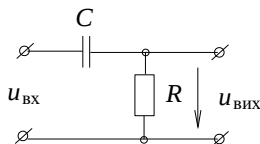


Рисунок 2.1 – Схема ланки до прикладу

Розв’язання:

Перший спосіб:

Напруга на виході схеми (рис. 2.1) описується наступним рівнянням:

$$u_{\text{ВИХ}}(t) = RC \left(\frac{du_{\text{ВХ}}(t)}{dt} - \frac{du_{\text{ВИХ}}(t)}{dt} \right).$$

Зобразимо його у вигляді:

$$u_{\text{ВИХ}}(t) + RC \frac{du_{\text{ВИХ}}(t)}{dt} = RC \frac{du_{\text{ВХ}}(t)}{dt}.$$

Виконаємо перетворення Лапласа:

$$U_{\text{ВИХ}}(s) + sRC U_{\text{ВИХ}}(s) = sRC U_{\text{ВХ}}(s)$$

або:

$$U_{\text{ВИХ}}(s) \cdot (1 + sRC) = sRC U_{\text{ВХ}}(s).$$

Передаточна функція ланки матиме вигляд:

$$\frac{U_{\text{ВИХ}}(s)}{U_{\text{ВХ}}(s)} = \frac{sRC}{1 + sRC}.$$

Другий спосіб:

Обчислимо комплексний коефіцієнт передачі диференційної ланки:

$$\dot{K}(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}.$$

Замінивши в отриманій формулі $j\omega$ на s , отримаємо ту ж саму формулу.

Знаючи передаточну функцію елемента і зображення вхідної величини, що діє на нього, легко знайти вихідну величину:

$$y(t) = L^{-1} \{ W(s) X(s) \},$$

де L^{-1} – символ зворотного перетворення Лапласа.

В якості часових характеристик динамічних систем широко використовуються перехідна та імпульсна характеристики.

Перехідна характеристика є реакцією динамічного елемента на вплив у вигляді одиничної ступінчастої функції $1(t)$ (у ряді літературних джерел вона називається *σ -функцією Хевісайда*). Один з варіантів її запису:

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0; \\ 1 & \text{при } t \geq 0. \end{cases} \quad (2.5)$$

Враховуючи, що зображення функції $1(t)$ за Лапласом дорівнює $\frac{1}{s}$, знайдемо зображення перехідної функції:

$$H(s) = \frac{W(s)}{s}. \quad (2.6)$$

Імпульсна характеристика – це реакція динамічного елемента на вплив у вигляді δ -функції:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \neq 0; \\ \infty & \text{при } t = 0. \end{cases} \quad (2.7)$$

Враховуючи, що зображення δ -функції за Лапласом дорівнює 1, знаходимо зображення імпульсної перехідної характеристики:

$$G(s) = W(s). \quad (2.8)$$

З останньої формули витікає, що імпульсна перехідна характеристика може бути визначена як зворотне перетворення Лапласа від передаточної функції динамічного елемента:

$$g(t) = L^{-1} \{ W(s) \}. \quad (2.9)$$

Імпульсна перехідна функція системи задовольняє наступним умовам:

$$g(t) = 0 \quad \text{при } t < 0;$$

$$\int_0^{\infty} |g(t)| dt < \infty.$$

Перша умова називається *умовою фізичної реалізованості системи*: вона показує, що у реальній системі перехідний процес не може виникнути раніше подачі на вхід системи одиничного імпульсу. Друга умова є *умовою стійкості системи*.

Інтервал часу, протягом якого імпульсна перехідна функція відмінна від нуля (рис. 2.2), називається *пам'яттю* або *інерційністю системи*.

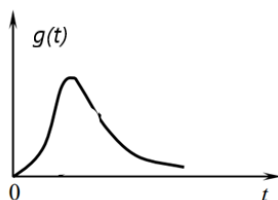


Рисунок 2.2 – Загальний вигляд імпульсної перехідної функції

Знаючи імпульсну перехідну характеристику $g(t)$, можна визначити реакцію елемента на будь-який вплив $x(t)$ за допомогою інтегралу згортки:

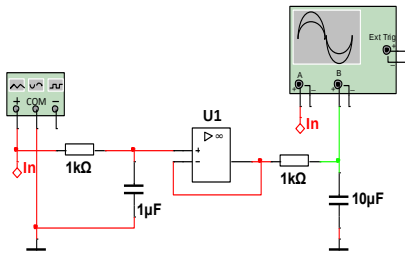
$$y(t) = \int_0^t x(t - \tau) g(\tau) d\tau.$$

Приклад. Визначити імпульсну перехідну функцію для ланки з передаточною функцією (2.10):

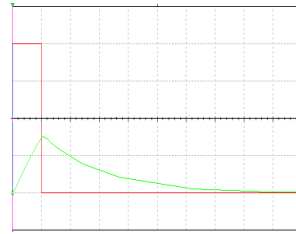
$$W(s) = \frac{1}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)}. \quad (2.10)$$

Розв'язання: Використовуючи зворотне перетворення Лапласа (2.9), знаходимо:

$$g(t) = \frac{1}{T_1 - T_2} \left[\exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) - \exp\left(-\frac{t}{T_2}\right) \right].$$

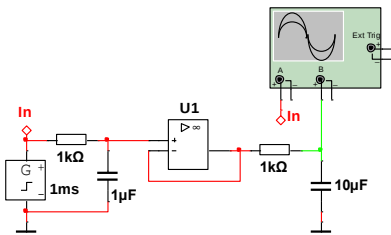


a

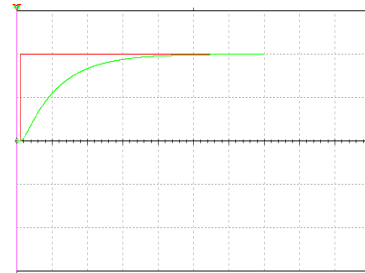


б

Рисунок 2.3 – Експериментальне визначення імпульсної перехідної функції



a



б

Рисунок 2.4 – Експериментальне визначення перехідної функції

Для проведення модельних досліджень складемо схему, яка реалізує передаточну функцію (2.20) (рис. 2.3, *a*), у програмному пакеті Multisim, і подамо на її вхід короткий імпульс. Реакція системи зображена на рис. 2.3, *б*.

Поряд з передаточною функцією $W(s)$, для опису властивостей динамічних елементів використовуються частотні характеристики, які описують властивості динамічних елементів щодо передачі гармонічних коливань. З теорії кіл відомо, що комплексна амплітуда $A_{\text{вих}}(j\omega) = A_{\text{вих}}(\omega) \exp(j\varphi_{\text{вих}}(\omega))$ вихідного сигналу системи, яка описується рівнянням (2.3), при дії на вхід гармонічного сигналу з комплексною амплітудою $A_{\text{вх}}(j\omega) = A_{\text{вх}}(\omega) \exp(j\varphi_{\text{вх}}(\omega))$ знаходиться із співвідношення:

$$A_{\text{вих}}(j\omega) = W(j\omega) A_{\text{вх}}(j\omega),$$

де $W(j\omega) = \left. \frac{B(p)}{A(p)} \right|_{p=j\omega}$ – комплексна частотна характеристика системи.

Функція $W(j\omega)$ знаходиться також з передаточної функції динамічного елемента шляхом заміни $s = j\omega$:

$$W(j\omega) = W(s) \Big|_{s=j\omega}.$$

Можна записати функцію $W(j\omega)$ у комплексній формі:

$$W(j\omega) = A(\omega) \exp(j\varphi(\omega)),$$

де:

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{A_{\text{ВНХ}}}{A_{\text{ВХ}}} - \text{амплітудно-частотна характеристика (АЧХ);}$$

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = \varphi_{\text{ВНХ}} - \varphi_{\text{ВХ}} - \text{фазочастотна характеристика (ФЧХ).}$$

Запишемо $W(j\omega)$ як функцію комплексної змінної:

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega),$$

де:

$$U(\omega) = \operatorname{Re}\{W(j\omega)\} = \frac{A_{\text{ВНХ}}}{A_{\text{ВХ}}} \cos(\varphi_{\text{ВНХ}} - \varphi_{\text{ВХ}}) - \text{дійсна частотна характеристика (ДЧХ);}$$

$$V(\omega) = \operatorname{Im}\{W(j\omega)\} = \frac{A_{\text{ВНХ}}}{A_{\text{ВХ}}} \sin(\varphi_{\text{ВНХ}} - \varphi_{\text{ВХ}}) - \text{уявна частотна характеристика (УЧХ).}$$

Функції $A(\omega)$, $\varphi(\omega)$, $U(\omega)$, $V(\omega)$ виражаються одна через іншу шляхом наступних відношень:

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}; \quad \varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\left(\frac{V(\omega)}{U(\omega)}\right);$$

$$U(\omega) = A(\omega) \cos \varphi(\omega); \quad V(\omega) = A(\omega) \sin \varphi(\omega).$$

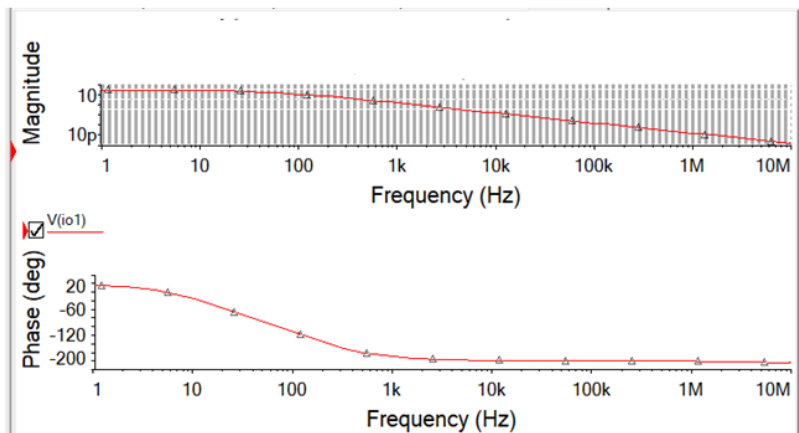


Рисунок 2.5 – Амплітудна та фазова характеристики ланки до прикладу

У теорії та практиці автоматичного керування широкого розповсюдження набули логарифмічні частотні характеристики (ЛЧХ).

Логарифмічною амплітудно-частотною характеристикою (ЛАЧХ) називається залежність:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega),$$

що будується у логарифмічному масштабі частот. Величина $L(\omega)$ вимірюється у децибелах (дБ).

Логарифмічною фазочастотною характеристикою (ЛФХ) називається залежність $\varphi(\omega)$, побудована у тому ж масштабі частот при рівномірній шкалі ординат.

У тих випадках, коли необхідно врахувати нелінійність диференціальних рівнянь, що описують роботу елементів системи, її розділяють на лінійну частину, яку описують лінійними диференціальними рівняннями, та нелінійну безінерційну, яка є функцією вхідних параметрів. Над нелінійною функцією при аналізі стійкості системи здійснюють операцію лінеаризації. Ця процедура виконується з використанням формули Тейлора, у відповідності до якої розклад нелінійної функції $y = f(x)$ має вигляд:

$$y = f(x_0) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} \cdot \Delta x, \quad (2.11)$$

де x_0 – значення вхідної змінної у точці лінеаризації; Δx – мале відхилення вхідної змінної в околиці точки лінеаризації.

Вираз (2.11) і є лінеаризованим рівнянням, яке описує нелінійний елемент.

У загальному випадку це рівняння може містити у собі не лише відхилення змінної, а й їхні похідні, тобто в результаті лінеаризації буде отримане диференціальне рівняння, перетворення Лапласа якого визначатиме передаточну функцію лінеаризованого елемента.

Питання до лекції

1. Які системи називають нелінійними? Дискретними?
2. Дайте визначення терміну «передаточна функція».
3. Дайте визначення термінам «перехідна характеристика», «імпульсна характеристика». У чому полягає їх призначення?
4. Як визначається амплітудно-частотна характеристика (АЧХ)?
5. Як визначити фазочастотну характеристику (ФЧХ)?
6. Дайте визначення ЛАЧХ і ЛФЧХ.

ЛЕКЦІЯ № 3

Передаточні функції і частотні характеристики типових ланок автоматичних систем

Елементи автоматичних систем можуть бути різними за своєю природою, за принципом дії, за конструкцією тощо. Але часто вони описуються одними й тими ж диференційними рівняннями і, відповідно, мають однакові динамічні властивості. У теорії керування важливими є власне динамічні властивості елементів, а не їхні конструктивні особливості. Тому їх класифікують за видом диференційних рівнянь, якими вони описуються. Такий підхід дозволяє звести різні системи до ряду типових динамічних ланок, з яких буде складена будь-яка система.

При моделюванні складних електронних систем використовуються наступні припущення:

- система умовно розбивається на максимально прості незалежні ланки;
- ланки мають направлену дію – від входу до виходу;
- ланки мають один вхід і один вихід та описуються однією передаточною функцією;
- типові ланки не мають зворотного зв'язку з виходу на вхід;
- властивості кожної ланки не впливають на попередні і наступні ланки.

До основних динамічних ланок відносяться:

- пропорційна;
- інерційна;
- ланка другого порядку;
- інтегруюча;
- диференціююча;
- ланка запізнення.

Розглянемо кожну ланку окремо.

Пропорційна ланка описується рівнянням:

$$y(t) = K \cdot x(t),$$

де K – коефіцієнт передачі ланки. Для зображень маємо:

$$Y(s) = K \cdot X(s).$$

Передаточна функція:

$$W(s) = K.$$

У загальному плані коефіцієнт K може мати розмірність, оскільки вхідна і вихідна величини можуть мати різну природу.

Частотні властивості ланки:

$$A(\omega) = K;$$

$$\varphi(\omega) = \arg K = 0;$$

$$U(\omega) = \operatorname{Re} K = K;$$

$$V(\omega) = \operatorname{Im} K = 0;$$

$$L(\omega) = 20 \lg K.$$

Годограф $W(j\omega)$ являє собою точку на реальній осі, на відстані K від початку координат.

Перехідна характеристика:

$$h(t) = K 1(t).$$

Імпульсна характеристика:

$$g(t) = K \delta(t).$$

В електронних системах в якості пропорційної ланки можуть бути використані підсилювачі, потенціометри; в механіці – редуктори.

Інерційна ланка описується диференціальним рівнянням:

$$T \frac{dy}{dx} + y = K x,$$

де K – коефіцієнт передачі; T – стала часу ланки.

Рівняння для зображень:

$$(Ts + 1) Y(s) = K X(s).$$

Тоді:

$$W(s) = \frac{K}{Ts + 1}.$$

Перехідна характеристика ланки:

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W(s)}{s} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{K}{s(Ts + 1)} \right\} = K \left[1 - \exp \left(-\frac{t}{T} \right) \right].$$

При $T \rightarrow \infty$ характеристика $h(t)$ асимптотично наближається до значення, рівного K .

Імпульсна характеристика:

$$g(t) = L^{-1} \{ W(s) \} = L^{-1} \left\{ \frac{K}{Ts + 1} \right\} = \frac{K}{T} \exp \left(-\frac{t}{T} \right).$$

Амплітудно-фазова характеристика:

$$W(j\omega) = W(s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{K}{Tj\omega + 1}.$$

Реальна та уявна складові АЧХ:

$$U(\omega) = \frac{K}{(\omega T)^2 + 1}; \quad V(\omega) = -\frac{\omega K T}{(\omega T)^2 + 1}.$$

Амплітудно-частотна характеристика:

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)} = K \left(1 + (\omega T)^2\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Фазочастотна характеристика:

$$\varphi(\omega) = \arctg \left(\frac{V(\omega)}{U(\omega)} \right) = -\arctg \omega T.$$

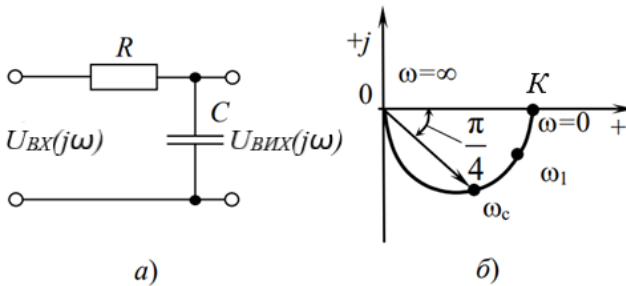


Рисунок 3.1 – Схема (а) та годограф частотної характеристики (б) для інерційної ланки

ЛАЧХ ланки:

$$L(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T)^2}.$$

При $\omega \ll \frac{1}{T}$ $L(\omega) \approx 20 \lg K$; при $\omega \gg \frac{1}{T}$ $L(\omega) \approx 20 \lg K - 20 \lg \omega T$. Тобто, ЛАЧХ інерційної ланки може бути представлена у вигляді двох відрізків (асимптот): $20 \lg K$ і $20 \lg K - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T)^2}$, що спрягаються при частоті $\omega_c = \frac{1}{T}$.

Нескладно показати, що величина помилки спряження (зрізу) дорівнює 3 дБ (рис. 3.2).

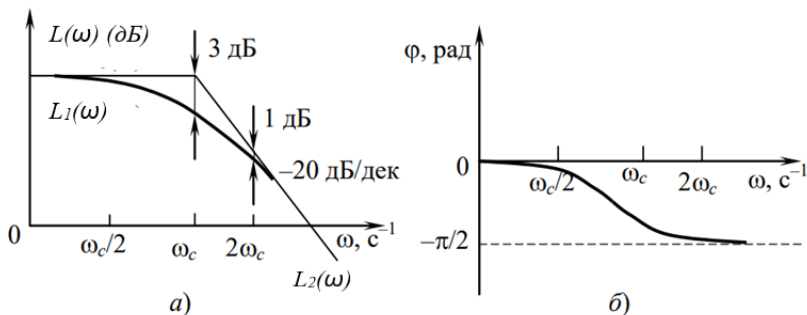


Рисунок 3.2 – Логарифмічна амплітудно-частотна (а) і фазочастотна (б) характеристики інерційної ланки

Нахил прямої $-20 \lg \omega T$ по відношенню до осі частот на одну декаду:

$$L(10\omega) - L(\omega) = -20 \lg 10\omega T + 20 \lg \omega T = -20 \text{ дБ/дек.}$$

Пряма $L(\omega)$ перетинає вісь абсцис на частоті $\frac{K}{T}$.

Прикладом інерційної ланки є одна ланка RC-фільтру.

Ланка другого порядку. Диференціальне рівняння:

$$T^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy}{dt} + y = Kx,$$

де K – коефіцієнт передачі; T – стала часу; ξ – відносний коефіцієнт загасання.

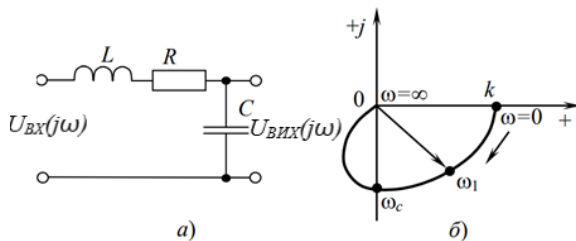


Рисунок 3.3 – Схема (а) і годограф частотної характеристики (б) для коливальної ланки

Рівняння для зображень:

$$(T^2 s^2 + 2\xi T s + 1)Y(s) = K x(s).$$

Вираз для передаточної функції:

$$W(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1}.$$

Вираз для ЛАЧХ:

$$L(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg((1 - (\omega T)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2)^{1/2}).$$

При $\omega \ll \frac{1}{T}$ і $\omega \gg \frac{1}{T}$ ЛАЧХ може бути апроксимована відрізками прямих:

$$L(\omega) = 20 \lg K \text{ при } \omega \ll \frac{1}{T};$$

$$L(\omega) = 20 \lg (\omega T)^2 \text{ при } \omega \gg \frac{1}{T}.$$

Нахил прямої:

$$20 \lg (10 \omega T)^2 + 20 \lg (\omega T)^2 = -40 \text{ дБ/дек}.$$

Асимптоти спрягаються на частоті $\omega_c = \frac{1}{T}$. Вони перетинаються з віссю

абсцис у точці $\omega_n = \frac{\sqrt{K}}{T}$.

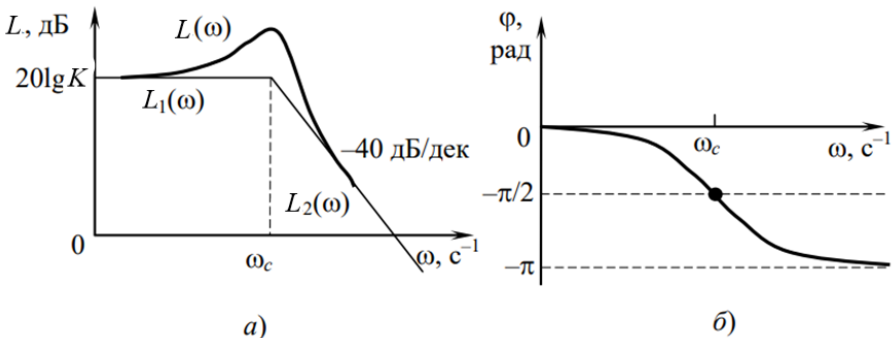


Рисунок 3.4 – Логарифмічна амплітудно-частотна (а) і фазочастотна (б) характеристики коливальної ланки

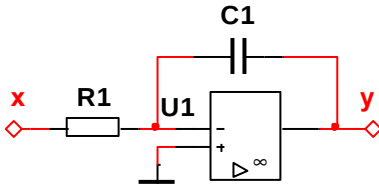
Для коливальної ланки характерною є залежність ЛАЧХ від величини ξ . У випадку, якщо $\xi > 1$, полюси передаточної функції будуть від'ємними дійсними числами, завдяки чому вона може бути представлена у вигляді добутку двох інерційних ланок. Якщо $\xi < 1$, то в околиці частоти спряження матиме місце суттєве відхилення від $L_1(\omega)$. Максимальне його значення дорівнює $-20 \lg 2\xi$.

Прикладом ланки другого порядку є послідовний коливальний контур.

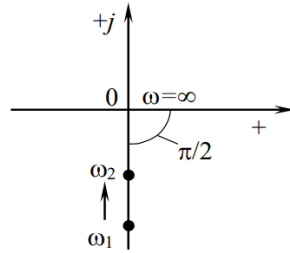
Інтегруюча ланка. Диференційне рівняння:

$$\frac{dy}{dt} = K x,$$

де K – коефіцієнт передачі.



a



б

Рисунок 3.5 – Схема (а) і годограф частотної характеристики (б) для інтегруючої ланки

Для зображення:

$$s \cdot Y(s) = K \cdot x(s).$$

Передаточна функція ланки:

$$W(s) = \frac{K}{s}.$$

Перехідна характеристика:

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W(s)}{s} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{K}{s^2} \right\} = K t.$$

Імпульсна характеристика:

$$g(t) = L^{-1} \{ W(s) \} = L^{-1} \left\{ \frac{K}{s} \right\} = K.$$

Амплітудно-фазова характеристика:

$$W(j\omega) = \frac{K}{j\omega} = -j \frac{K}{\omega} = \frac{K}{\omega} \exp \left(-\frac{\pi}{2} \right).$$

Решта показників:

$$U(\omega) = 0; \quad V(\omega) = -\frac{K}{\omega};$$

$$A(\omega) = \frac{K}{\omega}; \quad \varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}.$$

ЛАЧХ ланки:

$$L(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg \omega,$$

нахил якої:

$$-20 \lg 10 \omega + 20 \lg \omega = -20 \text{ дБ/дек.}$$

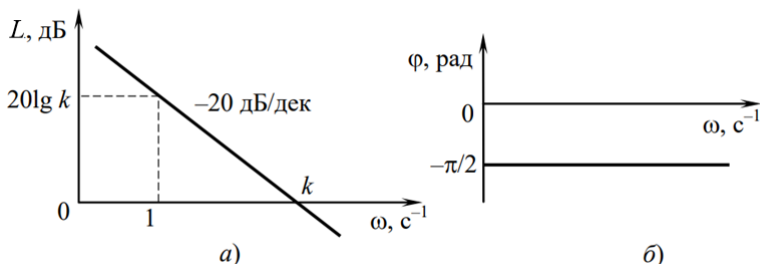


Рисунок 3.6 – Логарифмічна амплітудно-частотна (а) і фазочастотна (б) характеристики інтегруючої ланки

Тобто, ЛАЧХ інтегруючої ланки (рис. 3.6) є прямою лінією з нахилом -20 дБ/дек , що перетинає вісь частот у точці ω_K . Фазова характеристика – це пряма, що розміщена нижче осі абсцис на відстані $-\frac{\pi}{2}$ і паралельна до неї.

Прикладом може слугувати малоінерційний двигун, який перетворює вхідну напругу на кут повороту валу.

Ідеальна диференціююча ланка. Диференційне рівняння:

$$y = K \frac{dx}{dt}.$$

Диференційна ланка характерна тим, що вихідна величина у ній пропорційна швидкості зміни вхідної величини (рис. 3.7).

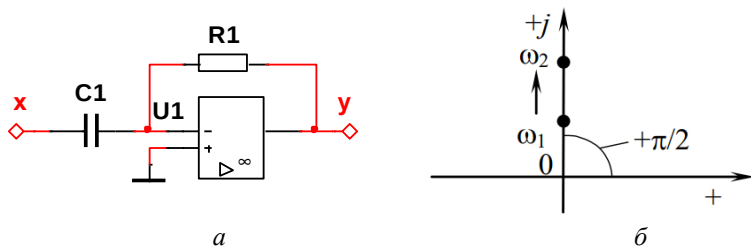


Рисунок 3.7 – Схема (а) і годограф частотної характеристики (б) ідеальної диференціюючої ланки

Рівняння у зображеннях:

$$Y(s) = K s X(s).$$

Передаточна функція:

$$W(s) = K s.$$

Перехідна характеристика:

$$h(t) = L^{-1}(K) = K \delta(t).$$

Імпульсна характеристика:

$$g(t) = L^{-1}\{K s\} = K \frac{d\delta(t)}{dt}.$$

Вираз для амплітудно-фазової характеристики:

$$W(j\omega) = j K \omega;$$

$$U(\omega) = 0;$$

$$V(\omega) = K \omega.$$

Амплітудна та фазова характеристики:

$$A(\omega) = K \omega;$$

$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}.$$

Логарифмічна амплітудна характеристика:

$$L(\omega) = 20 \lg K + 20 \lg \omega.$$

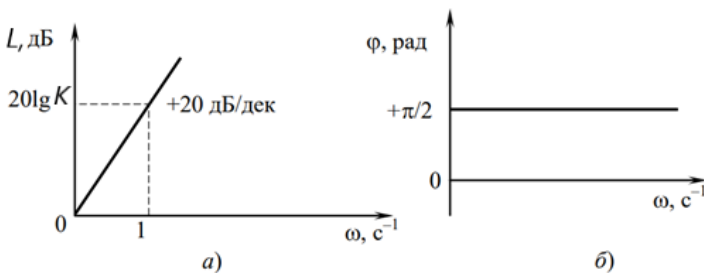


Рисунок 3.8 – Логарифмічна амплітудно-частотна (а) і фазочастотна (б) характеристики ідеальної диференціюючої ланки

Останній вираз є рівнянням прямої з нахилом відносно осі частот

$$20 \lg 10 \omega - 20 \lg \omega = +20 \text{ дБ/дек},$$

що перетинає вісь частот у точці $\omega_c = \frac{1}{K}$.

Фазовою характеристикою є пряма, паралельна осі частот і віддалена від неї на кут $+\frac{\pi}{2}$.

Ідеальну диференціюючу ланку на практиці отримати неможливо, оскільки в природі не існує жодної безінерційної системи.

Схема ланки, яка наведена на рис. 3.7, а, передбачає існування ідеального операційного підсилювача.

Реальна диференціююча ланка описується передаточною функцією:

$$W(s) = \frac{Ks}{Ts + 1}.$$

Реальним прикладом може слугувати тахогенератор, що перетворює оберт у напругу.

Форсуюча ланка. Диференціальне рівняння:

$$y = K \left(T \frac{dx}{dt} + x \right).$$

Рівняння для зображень:

$$Y(s) = K (sT + 1) X(s).$$

Передаточна функція:

$$W(s) = K (Ts + 1).$$

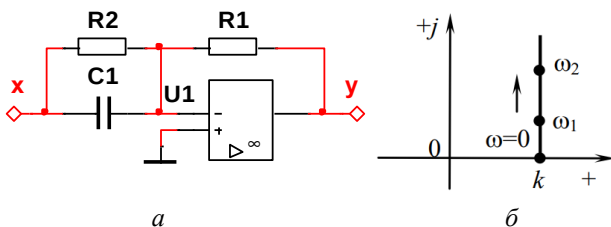


Рисунок 3.9 – Схема (а) і годограф (б) для форсуючої ланки

Перехідна характеристика ланки:

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{K(sT + 1)}{s} \right\} = K [T \delta(t) + 1(t)].$$

Імпульсна характеристика:

$$g(t) = L^{-1} \{ K(sT + 1) \} = K [T \delta(t) + \delta(t)].$$

Амплітудно-фазова характеристика:

$$W(j\omega) = K + j\omega T K.$$

Звідси:

$$U(\omega) = K; \quad V(\omega) = \omega T K.$$

Логарифмічна характеристика:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg K + 20 \lg(1 + (\omega T)^2)^{1/2};$$

$$\varphi(\omega) = \arctg V(\omega)/U(\omega) = \arctg \omega T.$$

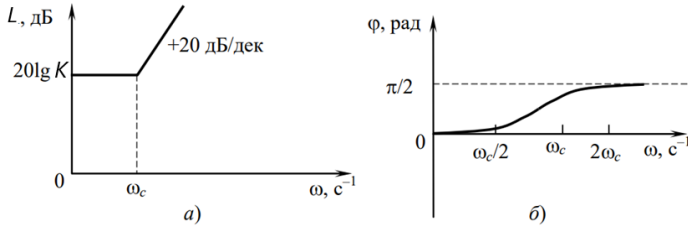


Рисунок 3.10 – Логарифмічна амплітудно-частотна (а) і фазочастотна (б) характеристики форсуючої ланки

При $\omega \ll \frac{1}{T}$ і $\omega \gg \frac{1}{T}$ ЛАЧХ може бути апроксимована відрізками прямих $20 \lg K$ і $20 \lg K + 20 \lg \omega T$. Нахил другого відрізка складає $+20$ дБ/дек. Фазовий зсув позитивний, менший ніж $+\frac{\pi}{2}$.

При $K = 1$ ЛАЧХ форсуючої ланки є дзеркальним відображенням ЛАЧХ інерційної ланки відносно осі частот.

Практична реалізація форсуючої ланки в ідеалі не можлива. На практиці ж вона реалізується за допомогою передаточної функції:

$$W(s) = K \frac{T_2 s + 1}{T_1 s + 1}$$

за умови $T_2 \gg T_1$.

Ланка із запізненням. Рівняння для цієї ланки має наступний вигляд:

$$y(t) = K x(t - \tau) \text{ при } \tau > 0.$$

Для зображень:

$$Y(s) = K X(s) \exp(-s\tau).$$

Передаточна функція:

$$W(s) = K \exp(-s\tau).$$

АФХ ланки:

$$W(j\omega) = K \exp(-j\omega\tau).$$

Решта характеристик:

$$A(\omega) = K;$$

$$\varphi(\omega) = -\omega\tau;$$

$$h(t) = K 1(t - \tau);$$

$$g(t) = K \delta(t - \tau).$$

Питання та завдання до лекції

1. Як зміниться АЧХ схеми, що наведена на рис. 3.3, а, якщо поміняти місцями індуктивність та ємність?
2. Як впливає активний опір у схемі, що наведена на рис. 3.3, а, на вигляд АЧХ в районі частоти зрізу?
3. З використанням ідеального операційного підсилювача розробіть схеми: неінвертуючого підсилювача з $K_U = 5$; інерційної ланки з $K_U = 5$, $f_z = 1$ кГц; ланки другого порядку з частотою зрізу $f_z = 1$ кГц; ідеального інтегратора.

ЛЕКЦІЯ № 4

Структурні схеми автоматичних систем

Лінійні неперервні моделі використовуються у тих випадках, коли можливо без суттєвих кількісних затрат, що можуть призвести до спотворень важливих особливостей процесів у системі, вважати всі динамічні елементи лінійними, а вхідні та вихідні змінні – неперервними функціями часу.

При описі принципу побудови складних електронних систем регулювання та послідовності їх роботи використовуються графічні представлення у вигляді функціональних і структурних схем.

Функціональна схема – це графічне зображення елемента або системи, що описує склад системи і пояснює принцип взаємодії між собою окремих складових.

Структурна схема – це графічне зображення математичної моделі системи. Структурна схема є умовним графічним зображенням елемента або системи, яке дозволяє скласти математичний опис поведінки системи. При цьому окремі ланки представляються у вигляді математичних операцій, що виконуються даною ланкою.

У загальному плані порядок дослідження систем керування включає в себе математичний опис елементів системи, дослідження їх статичних режимів і перехідних процесів.

Математичний опис, тобто отримання математичної моделі системи, починається з її розбиття на типові ланки та їх опису.

На структурних схемах АС динамічні ланки зображаються у вигляді прямокутника, всередині якого записується для лінійних ланок передаточна функція W , а для нелінійних – функціональний перетворювач $F(x)$.

Структурна схема системи представляється у вигляді з'єднання типових ланок з передаточними функціями W (рис. 4.1, а), суматорів (рис. 4.1, б) і вузлів розгалуження (рис. 4.1, в). Суматор характеризується знаком виконання операції, який встановлюється біля одного з входів.

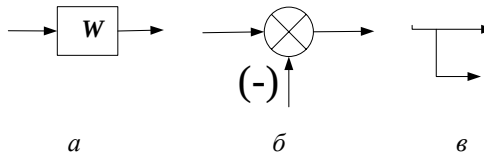


Рисунок 4.1 – Типові елементи структурних схем

При проведенні аналізу роботи електронних систем на динамічні моделі елементів, що описуються окремими ланками, накладаються наступні обмеження:

- вхідний сигнал, незалежно від його природи, подається лише на вхід ланки, а вихідний сигнал знімається лише з її виходу;
- напрямок дії сигналу – лише з входу на вихід і не має зворотної дії (це стосується суматорів);
- властивості ланок, якими описуються елементи системи та їхні параметри, не впливають на вихідну величину попередньої ланки, а властивості попередньої ланки не впливають на характеристики наступної.

Структурні схеми можуть бути досить складними. Для кращого їх розуміння виконують *структурні перетворення* – заміну окремих ділянок структурної схеми зі складним з'єднанням елементів окремими, більш простими ланками з передаточними функціями, що утворились внаслідок перетворень.

Розглянемо перетворення типових з'єднань динамічних ланок – послідовного, паралельного та зі зворотним зв'язком.

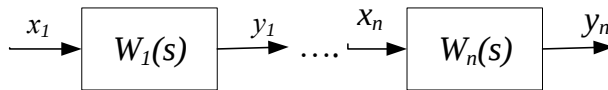


Рисунок 4.2 – Послідовне з'єднання ланок

При послідовному з'єднанні динамічних ланок вихідна величина попередньої ланки є вхідною величиною наступної ланки. Тоді:

$$Y(s) = W_n(s) X_n(s) = W_n(s) W_{n-1}(s) X_{n-1}(s) = W(s) X(s),$$

де $W(s) = \prod_{i=1}^n W_i(s)$ – еквівалентна передаточна функція.

Тобто еквівалентна передаточна функція послідовно з'єднаних ланок дорівнює добутку всіх ланок, що входять в об'єднання.

Вираз для АФХ послідовно з'єднаних ланок має вигляд:

$$W(j\omega) = \prod_{i=1}^n W_i(j\omega),$$

звідки:

$$L(\omega) = \sum_{i=1}^n L_i(\omega); \quad \varphi(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega).$$

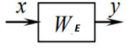
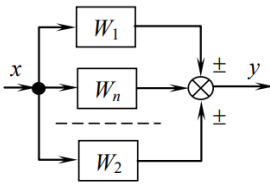
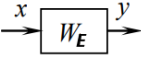
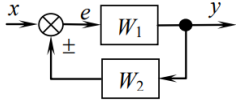
Тобто, для побудови ЛАЧХ і ЛФХ послідовно з'єднаних ланок необхідно скласти відповідні частотні характеристики кожної ланки.

Звідси витікає важливий момент, який полягає у тому, що на загальну частотну характеристику системи, котра містить послідовно включені ланки,

кожна ланка впливає в однаковій мірі, що суттєво спрощує побудову бажаних частотних характеристик.

У табл. 4.1. наведені приклади згортання передаточних функцій для різних типів їх з'єднання.

Таблиця – 4.1

№ з/п	Тип перетворення	Вихідна структурна схема	Еквівалентна структурна схема
1	Згортання послідовно з'єднаних ланок		 $W_E = W_1 W_2 \dots W_n$
2	Згортання паралельно з'єднаних ланок		 $W_E = W_1 + W_2 + \dots + W_n$
3	Згортання зустрічно-паралельно з'єднаних ланок		 $W_E = \frac{W_1}{1 \mp W_1 W_2}$

При з'єднанні динамічних ланок зі зворотним зв'язком вихідна величина ланки у прямій гілці кола є вхідною величиною ланки зворотного зв'язку, а вихідна величина ланки у гілці зворотного зв'язку зі знаком (+) (позитивний зворотний зв'язок) або (-) (від'ємний зворотний зв'язок) подається на вхід ланки у прямій гілці (рис. 4.3).

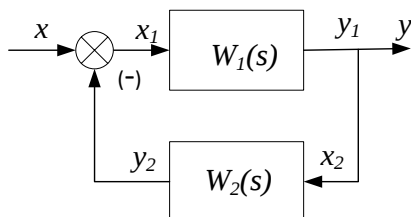


Рисунок 4.3 – Структурна схема системи зі зворотним зв'язком ланок

Рівняння, що пов'язують залежності між вхідними та вихідними сигналами, мають вигляд:

$$Y_1(s) = W_1(s) X_1(s); \quad Y_2(s) = W_2(s) X_2(s),$$

де $X_1(s)$, $X_2(s)$ – вхідні величини ланок; $Y_1(s)$, $Y_2(s)$ – вихідні величини ланок.

Рівняння зв'язків:

$$X_1(s) = X(s) \pm Y_2(s); \quad X_2(s) = Y_1(s) = Y(s).$$

Сумісне розв'язання наведених двох систем рівнянь відносно $Y(s)$ дає рівняння, що встановлює залежність вихідної величини від вхідної:

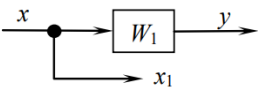
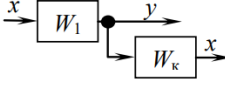
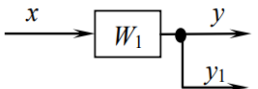
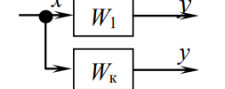
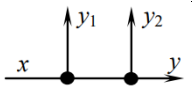
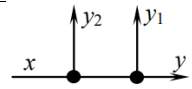
$$Y(s) = W(s) X(s),$$

де $W(s) = W_1(s) / (1 \pm W_1(s) W_2(s))$ – еквівалентна передаточна функція з'єднання динамічних ланок за допомогою зворотного зв'язку. Знак (+) відповідає від'ємному зворотному зв'язку; знак (–) – позитивному.

Наявність від'ємного зворотного зв'язку в структурі системи суттєво впливає як на статичні, так і динамічні її параметри, змінює величини та характер вхідних і вихідних опорів, стабільність системи, чутливість до внутрішніх і зовнішніх перешкод.

При виконанні структурних перетворень часто необхідно переносити точки з'єднань. У таких випадках використовують правила, що відображені у табл. 4.2.

Таблиця – 4.2

№ з/п	Тип перетворення	Вихідна структурна схема	Еквівалентна структурна схема
1	Перенесення вузла розгалуження через ланку		 $W_K = (W_1)^{-1}$
			 $W_K = W_1$
2	Перестановка вузлів розгалуження		

Правила перенесення суматорів через ланку та через аналогічні суматори наведені у табл. 4.3.

Таблиця – 4.3

№ з/п	Тип перетворення	Вихідна структурна схема	Еквівалентна структурна схема
1	Перенесення суматора через ланку в напрямку передачі сигналу		
2	Перенесення суматора через ланку в протинапрямку передачі сигналу		
3	Перестановка вузлів розгалуження		

У табл. 4.4. наведені варіанти перенесення вузла через суматор.

Таблиця – 4.4

№ з/п	Тип перетворення	Вихідна структурна схема	Еквівалентна структурна схема
1	Перенесення вузла розгалуження через суматор у напрямку передачі сигналу		
2	Перенесення вузла розгалуження через суматор проти напрямку передачі сигналу		

Існує послідовність складання структурної схеми лінійної системи:

- автоматичну систему розглядають як сукупність динамічних елементів (ланок) направленої дії;
- складають структурну схему системи;
- замінюючи типові ланки еквівалентними схемами, приводять структурну схему до виду, придатного для аналізу. При цьому зворотний зв'язок між входом та виходом залишають в явному вигляді.

При аналізі та синтезі лінійних систем широко використовується апарат передаточних функцій системи, які характеризують властивості системи в цілому.

Розглянемо приклад, коли внаслідок виконаних перетворень структурна схема системи набула вигляд (рис. 4.4).

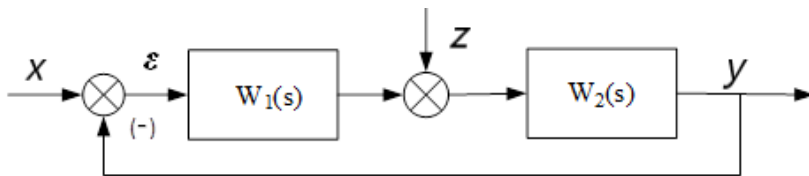


Рисунок 4.4 – Структура схема до прикладу

Використовуючи принцип суперпозиції, знаходимо:

$$Y(s) = \Phi_{xy}(s) X(s) + \Phi_{\xi y}(s) z(s);$$

$$\varepsilon(s) = \Phi_{x\varepsilon}(s) X(s) + \Phi_{\xi\varepsilon}(s) z(s);$$

де:

$$\Phi_{xy}(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)} \quad \text{— передаточна функція замкнутої системи відносно}$$

задаючого впливу;

$$W(s) = W_1(s) W_2(s) \quad \text{— передаточна функція розімкненої системи відносно}$$

задаючого сигналу;

$$\Phi_{\xi y}(s) = \frac{W_2(s)}{1 + W(s)} \quad \text{— передаточна функція замкненої системи відносно}$$

завади;

$$\Phi_{x\varepsilon}(s) = \frac{1}{1 + W(s)} \quad \text{— передаточна функція помилки замкнутої системи}$$

відносно задаючого сигналу;

$$\Phi_{\xi\varepsilon}(s) = -\frac{W_2(s)}{1 + W(s)} \quad \text{— передаточна функція помилки замкнутої системи}$$

відносно завади.

Приклад. Побудувати ЛАЧХ при наступних передаточних функціях кожної ланки:

$$W_1(s) = \frac{k_1(T_1 s + 1)}{T_1 s}; \quad W_2(s) = \frac{k_2}{T_2 s + 1}; \quad W_3(s) = \frac{k_3}{T_3 s + 1}.$$

Розв’язання: Для побудови ЛАЧХ замкнена система розмикається перед суматором і будується ЛАЧХ послідовно з’єднаних ланок (рис. 4.5).

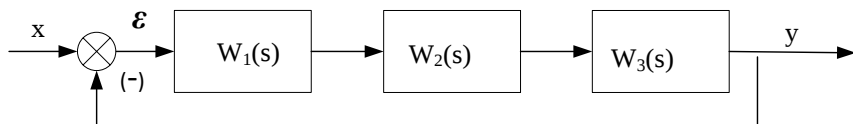


Рисунок 4.5 – Структурна схема до прикладу

Вираз для логарифмічної амплітудно-частотної характеристики:

$$L(\omega) = \sum_{i=1}^n L_i(\omega) = \sum_{i=1}^3 L_i(\omega).$$

Для фазочастотної характеристики:

$$\varphi(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega) = \sum_{i=1}^3 \varphi_i(\omega).$$

При виконанні практичних розрахунків точну ЛАЧХ розімкненої системи не знаходять, а використовують її асимптотичну апроксимацію, що являє собою прямі лінії з різними нахилами, які спрягають між собою на частотах зрізу. Похибка при цьому, як вже вказувалось раніше, лежить у межах допустимого. При побудові асимптотичної ЛАЧХ відпадає потреба будувати ЛАЧХ кожної ланки окремо, а потім складати їх.

Для цього прийнята наступна послідовність дій:

- здійснюють розрахунки частот спряження для ЛАЧХ окремих ланок і визначають параметр $20 \lg k$ (k – контурний коефіцієнт підсилення);
- будують першу асимптоту (до першої частоти спряження). Якщо система статична (тобто у ній відсутній інтегратор), то перша асимптота – це горизонтальна лінія, що знаходиться над частотною віссю на висоті $20 \lg k$. Якщо ж система астатична (як у прикладі, що розглядається), то першу асимптоту проводять до першої частоти спряження через точку з координатами $(\omega = L(\omega) = 20 \lg k)$ з нахилом -20 дБ/дек (якщо використовується одна інтегруюча ланка). Якщо в передаточних функціях використовується декілька інтегруючих і диференціюючих ланок, то крутизна нахилу визначається їх різницею. Якщо виявиться, що перша частота спряження (найменша) буде меншою за 1 (с^{-1}), то через названу вище точку пройде продовження першої асимптоти;
- проводять другу асимптоту від кінця першої асимптоти, до другої частоти спряження. Її нахил змінюється на $+20$ дБ/дек, -20 дБ/дек або

–40 дБ/дек залежно від того, чи є найменша частота частотою спряження для диференціальної, асимптотичної чи коливальної ланок;

- проводять кожну подальшу асимптоту аналогічно з другою. Зміна нахилу $(i+1)$ -ї кожної асимптоти залежить від того, для якої динамічної ланки є частотою спряження ω_i . Якщо якась частота спряження є кратною і її кратність дорівнює l , тобто мається l однакових елементарних ланок, то зміна нахилу при цій частоті повинна бути в l разів більшою, ніж при відповідній простій частоті.

Питання та завдання до лекції

1. Побудувати ЛАЧХ ланки, що описується рівнянням:

$$(a_2 s^2 + a_1 s + a_0) x_{\text{вих}} = K (b_1 s + b_0) x_{\text{вх}}$$

при:

$$a_2 = 0,106 \text{ с}^2; a_1 = 16 \text{ с}; a_0 = 500; K = 0,1; b_1 = 15 \text{ с}; b_0 = 50.$$

2. Побудувати ЛАЧХ ланки, що описується рівнянням:

$$(a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s) x_{\text{вих}} = K (b_1 s) x_{\text{вх}}$$

при:

$$a_3 = 0,0006 \text{ с}^3; a_2 = 0,106 \text{ с}^2; a_1 = 16 \text{ с}; K = 0,1; b_1 = 15 \text{ с}.$$

3. Визначити передаточні функції $W(s) = \frac{Y(s)}{X_2(s)}$; $W(s) = \frac{Y(s)}{E(s)}$ для

системи, структурну схему якої наведено на рис. 4.6.

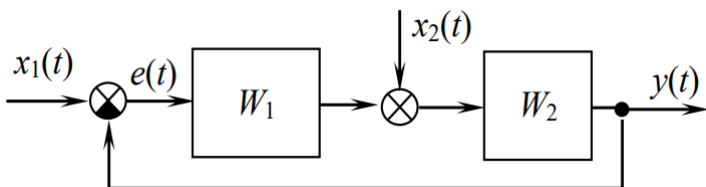


Рисунок 4.6 – Структура схема до завдання 3

4. Визначити передаточні функції $W(s) = \frac{Y(s)}{X_2(s)}$; $W(s) = \frac{Y(s)}{E(s)}$ для

системи, структурну схему якої наведено на рис. 4.7.

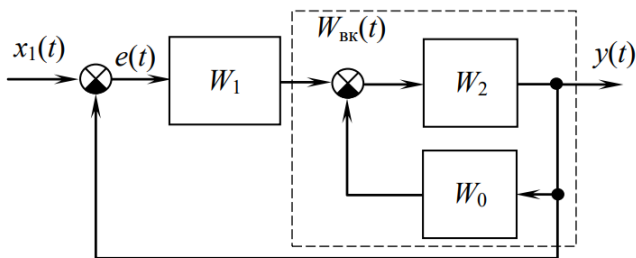


Рисунок 4.7 – Структура схема до завдання 4

5. Визначити передаточні функції $W(s) = \frac{Y(s)}{X_2(s)}$; $W(s) = \frac{Y(s)}{E(s)}$ для системи, структурну схему якої наведено на рис. 4.8.

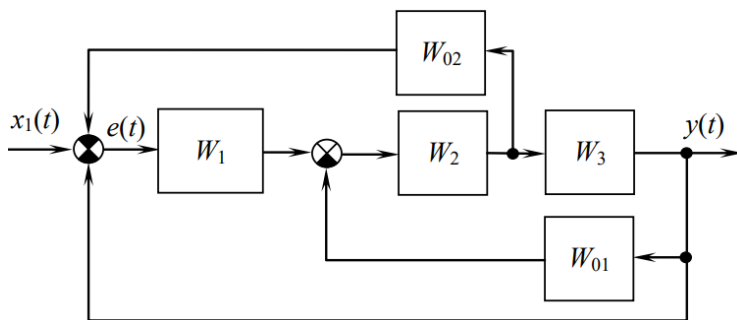


Рисунок 4.8 – Структура схема до завдання 5

ЛЕКЦІЯ № 5

Вплив від'ємного зворотного зв'язку на статичні параметри електронної системи

Сучасні електронні системи широко використовують різноманітні принципи контролю вихідних параметрів з метою забезпечення їх якісних показників. Усі вони базуються на використанні зворотних зв'язків, які забезпечуються тим, що частина контрольованого вихідного сигналу подається на керуючий вхід системи. Класичним прикладом використання зворотних зв'язків є підсилювачі.

На рис. 5.1 наведена однолінійна схема, яка ілюструє роботу підсилювача зі зворотним зв'язком. На схемі в якості керуючих і контрольованих параметрів зображені струми та напруги як сигнали, що найчастіше використовуються. Але також можуть контролюватись інші типи сигналів – наприклад, потужність, частота обертання двигуна або кут повороту його ротора, частота сигналу або його фаза у системах контролю за частотою вихідного сигналу тощо.

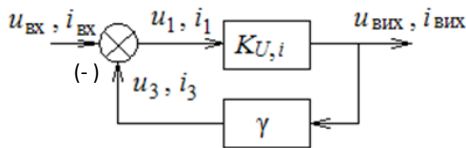


Рисунок 5.1 – Загальна структура системи зі зворотним зв'язком

Ланка, яка охоплена зворотним зв'язком, характеризується комплексним коефіцієнтом передачі $K(j\omega)$, вхідним та вихідним опорами, що можуть мати комплексний характер, діапазоном зміни вхідного сигналу (струму або напруги), діапазоном зміни вихідного сигналу. Ланка може розглядатись як узагальнений підсилювач.

Ланка зворотного зв'язку $\gamma(j\omega)$ реально включає в себе датчик вихідного сигналу, масштабний перетворювач для узгодження з вхідним сигналом.

Коефіцієнт підсилення та коефіцієнт зворотного зв'язку наведені у комплексній формі з метою підтвердження важливості як амплітудних, так і фазових характеристик.

Суматор є узагальненим пристроєм, але здебільшого він забезпечує алгебраїчну суму сигналів, що подаються на його входи.

Конкретні способи подачі сигналу зворотного зв'язку на вхід підсилювача наведені на рис. 5.2. Вони надають можливість розділити зворотні зв'язки за

способом подачі сигналу на вхід підсилювача. Це схеми з послідовним зв'язком (рис. 5.2, а), паралельним (рис. 5.2, б) і комбінованим (рис. 5.2, в).

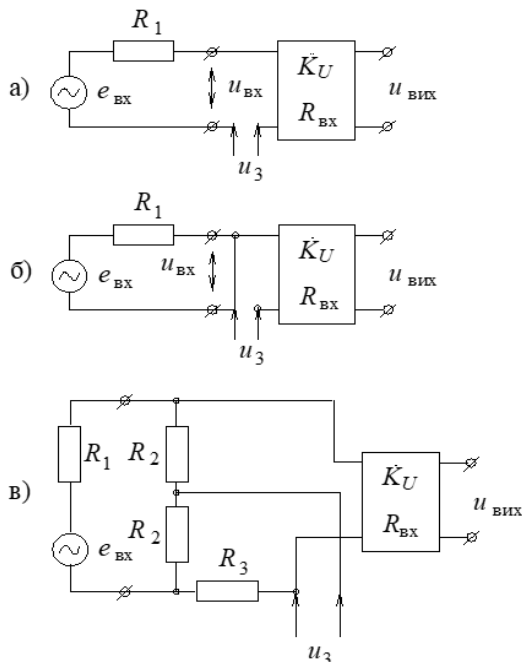


Рисунок 5.2 – Варіанти підключення сигналу зворотного зв'язку

Відповідно, у залежності від того, як знімається вихідний сигнал для зворотного зв'язку, останні розглядаються як зв'язки за вихідним струмом (рис. 5.3, а), за напругою і комбіновані.

Вказане розділення зворотних зв'язків впливає, відповідно, на вхідні та вихідні опори підсилювача по відношенню до джерела і навантаження. Якщо сигнал зворотного зв'язку u_3 подається на вхід так, що результуючий сигнал u_1 (рис. 5.1) знаходиться як арифметична різниця, тобто $u_1 = u_{\text{ВХ}} - u_3$, то такий зворотний зв'язок називається *від'ємним*. Він має призводити до зниження як сигналу u_1 , так і $u_{\text{ВЫХ}}$.

Якщо сигнал u_1 є арифметична сума $u_{\text{ВХ}}$ і u_3 , тобто $u_1 = u_{\text{ВХ}} + u_3$, то такий зворотний зв'язок називають *позитивним*.

Оцінимо вплив зворотних зв'язків на характеристики підсилювача для конкретної структури (рис. 5.3, б).

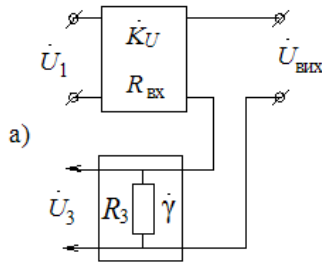


Рисунок 5.3 – Варіанти отримання сигналу зворотного зв'язку

Визначимо коефіцієнт підсилення як відношення:

$$\dot{K}_{U3} = \frac{\dot{U}_{\text{ВІДХ}}}{\dot{U}_{\text{ВХ}}}.$$

Коефіцієнт підсилення підсилювача, охопленого зворотним зв'язком, визначається виразом:

$$\dot{K}_{U3} = \frac{\dot{K}_U}{1 \mp \dot{\gamma} \dot{K}_U}, \quad (5.1)$$

де знак $(-)$ відноситься до позитивного зворотного зв'язку, а знак $(+)$ до від'ємного.

У цій лекції розглянемо лише особливості від'ємного зворотного зв'язку, який знаходить широке використання у підсилювачах і для якого формула (5.1) матиме вигляд:

$$\dot{K}_{U3} = \frac{\dot{K}_U}{1 + \dot{\gamma} \dot{K}_U}. \quad (5.2)$$

Враховуючи комплексний характер добутку $\dot{\gamma} \dot{K}_U$, необхідно зауважити, що від'ємний зворотний зв'язок матиме місце лише за умови, коли:

$$\arg[\dot{\gamma} \dot{K}_U] = 2k\pi, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (5.3)$$

Виходячи з умови (5.3), формула (5.2) може бути записана у вигляді:

$$K_{U3} = \frac{K_U}{1 + \gamma K_U}. \quad (5.4)$$

Модуль виразу $\dot{\gamma} \dot{K}_U$, наведений у знаменнику (5.4), називається *контурним коефіцієнтом підсилення*.

Припустимо, що $K_U = 10^5$; $\gamma = 10^{-2}$. У такому випадку добуток:

$$\gamma K_U = 10^3 \gg 1.$$

Знехтувавши у знаменнику 1 порівняно з γK_U , з (5.4), одержуємо:

$$K_{U3} = \gamma^{-1}. \quad (5.5)$$

Одержана формула фізично означає наступне. При забезпечені умови $\gamma K_U \gg 1$ коефіцієнт підсилення підсилювача зі зворотним зв'язком фактично не залежить від самого підсилювача. Усі його параметри – такі, як, наприклад, нелінійність елементів, їхня нестабільність, температурна залежність коефіцієнта підсилення, наявність внутрішніх шумів – фактично не впливатимуть на параметри підсилювача зі зворотним зв'язком.

Щоб упевнитися у цьому, приймемо, що коефіцієнт γ є постійною величиною, і продиференціюємо обидві частини виразу (3.5) за K_U :

$$dK_{U3} = \frac{1}{(1 + \gamma K_{U3})^2}. \quad (5.6)$$

Розділивши вираз (5.6) на вираз (5.4), отримаємо наступну залежність:

$$\frac{dK_{U3}}{K_{U3}} = \frac{1}{1 + \gamma K_{U3}} \cdot \frac{dK_U}{K_U}.$$

з якої витікає, що відносна зміна коефіцієнта підсилення підсилювача зі зворотним зв'язком має у $(1 + \gamma K_U)$ разів менше значення, ніж відносна зміна коефіцієнта підсилення без нього.

Це впливає з фізичних особливостей роботи схеми. Допустимо, наприклад, що з якоїсь внутрішньої причини зменшився коефіцієнт підсилення K_U . У такому випадку зменшується величина $U_{\text{вих}}$ і, відповідно, U_3 . Зменшення U_3 призведе до зростання $U_1 = U_{\text{вх}} - U_3$ і наступного зростання $U_{\text{вих}}$. Реально матиме місце стабілізація того параметру, який використовується для заведення зворотного зв'язку. Якщо маємо зворотний зв'язок за напругою, то стабілізується вихідна напруга; якщо контролюється струм, то забезпечується стабільність струму. Це підтверджується і відповідною зміною вихідних опорів. Дійсно, для підсилювача без зворотного зв'язку можемо записати:

$$\Delta U_{\text{вих}} = R_{\text{вих}} \Delta I_{\text{вих}}.$$

Якщо використовується зворотний зв'язок за напругою, то вихідна напруга змінюватиметься як завдяки дії струму навантаження, так і внаслідок зміни сигналу зворотного зв'язку на вході підсилювача, тобто:

$$\Delta U_{\text{вих}} = R_{\text{вих}} \Delta I_{\text{вих}} - \gamma K_U \Delta U_{\text{вих}}.$$

Звідси маємо:

$$R_{\text{вих3U}} = \frac{\Delta U_{\text{вих3}}}{\Delta I_{\text{вих}}} = \frac{R_{\text{вих}}}{1 + \gamma K_U}. \quad (5.7)$$

Тобто зворотний зв'язок за напругою призводить до зниження вихідного опору підсилювача у $(1 + \gamma K_U)$ разів, що підтверджує попередні обґрунтування.

Аналогічно можна показати, що зворотний зв'язок за струмом навантаження призведе до відповідного зростання вихідного опору:

$$R_{\text{вихз}} = R_{\text{вих}} + R_3(1 + \gamma K_U). \quad (5.8)$$

У першому випадку завдяки зворотному зв'язку підсилювач наближається до джерела ЕРС, а у другому – до ідеального джерела струму. Ці властивості використовуються для побудови стабілізованих джерел напруги та струму.

Зрозуміло, що вказана властивість розповсюджується на будь-які вихідні параметри електронної системи, будь то момент на валу двигуна, оберти валу, кут повороту тощо.

Вхідний опір залежить від способу заведення зворотного зв'язку. За відсутності такого вхідний опір визначається вхідною напругою та струмом підсилювача:

$$R_{\text{вх}} = \frac{U_1}{I_1}.$$

При використанні послідовного способу заведення зворотного зв'язку вхідний опір:

$$R_{\text{вхз}} = \frac{U_{\text{вх}}}{I_1} = \frac{U_1 + U_3}{I_1}.$$

Оскільки $U_3 = \gamma K_U U_1$, то маємо:

$$R_{\text{вхз}} = R_{\text{вх}}(1 + \gamma K_U). \quad (5.9)$$

При використанні паралельного способу заведення зворотного зв'язку аналогічно знайдемо:

$$\frac{1}{R_{\text{вхз}}} = \frac{1}{R_{\text{вх}}} + \frac{1 + \gamma K_U}{R_3}. \quad (5.10)$$

Порівнюючи результат (5.9) і (5.10), з'ясовуємо, що послідовний спосіб заведення зворотного зв'язку еквівалентний тому, ніби послідовно з вхідним опором приєднали допоміжний, у $(1 + \gamma K_U)$ разів більший.

При паралельному способі маємо ситуацію, при якій паралельно вхідній провідності приєднується провідність в γK_U разів більше вихідної провідності ланки зворотного зв'язку.

Отримані результати показують, що зворотний зв'язок надає можливість як суттєво підвищувати вхідний опір підсилювача, так і зменшувати його до дуже низьких величин. Перший з отриманих результатів має особливе значення у тих ситуаціях, коли необхідно підвищувати вхідний опір підсилювача, щоб не

навантажувати попередні каскади або датчики сигналів, які мають високий внутрішній опір.

Від'ємний зворотній зв'язок широко використовується для покращення частотних властивостей підсилювача або організацій необхідних амплітудно-частотних характеристик.

Розглянемо спочатку вплив зворотного зв'язку на частотний діапазон роботи підсилювача. Прийемо, що частотна залежність коефіцієнта підсилення підсилювача в області високих частот описується формулою:

$$K_U(f) = \frac{K_U}{1 + j \frac{f}{f_B}},$$

де f_B – частота зрізу ЛАЧХ підсилювача в області високих частот.

При наявності загального зворотного зв'язку частотна залежність коефіцієнта підсилення, виходячи з (5.2), прийме вигляд:

$$K_{U3}(f) = \frac{K_U / (1 + \gamma K_U)}{1 + j\omega / \omega_B (1 + \gamma K_U)}.$$

З отриманої формули витікає, що одночасно зі зростанням верхньої робочої частоти зменшуватиметься коефіцієнт підсилення підсилювача.

Аналогічно можна показати, що така особливість є характерною і для області низьких частот, з тією лише різницею, що нижня робоча частота зменшуватиметься у $(1 + \gamma K_U)$ разів.

Ілюстрацією такої особливості є АЧХ багатокаскадного підсилювача з конденсаторним зв'язком між каскадами (рис. 5.4).

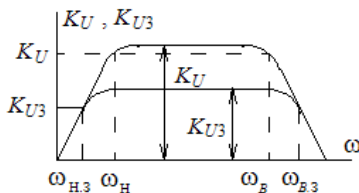


Рисунок 5.4 – АЧХ багатокаскадного підсилювача з конденсаторним зв'язком між каскадами

При визначених обмеженнях на коефіцієнти частотних спотворень для діапазонів нижніх і верхніх частот M_H і M_B діапазон робочих частот знаходиться в інтервалі $f_H - f_B$. За наявності зворотного зв'язку коефіцієнт підсилення зменшиться до величини:

$$K_{U3} = \frac{K_U}{1 + \gamma K_U}.$$

При цьому, виходячи з умови незмінності M_H і M_B , нижня робоча частота зміститься ліворуч до f_{H3} , а верхня – до f_{B3} , відповідно, праворуч від f_B . Діапазон частот, що знаходитиметься в інтервалі $f_{H3} - f_{B3}$, суттєво розшириться.

До цього часу ми розглядали одноконтурну систему, в якій є лише один контур зворотного зв'язку, що охоплює всі ланки системи. Цей зворотний зв'язок називається *головним* або *загальним*. У системі також можуть бути *місцеві* зворотні зв'язки, що охоплюють одну або декілька ланок. Виходячи з розглянутого вище, можна стверджувати, що місцеві зворотні зв'язки впливатимуть на ЛАЧХ всієї системи.

Розглянемо, наприклад, ситуацію, коли безінерційна ланка з коефіцієнтом передачі K_U охоплена ідеальною інтегральною ланкою. У такому випадку, виходячи з попередніх міркувань, знаходимо, що завдяки дії зворотного зв'язку безінерційна ланка перетвориться у диференційну ланку, тобто в певному частотному діапазоні можна вносити корекцію в загальну ЛАЧХ системи.

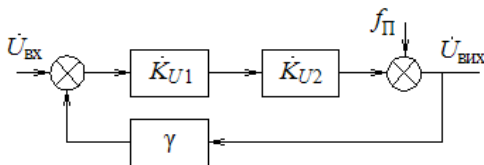


Рисунок 5.5 – Структурна схема підсилювача із внутрішньою завадою

Від'ємний зворотний зв'язок, який охоплює весь підсилювач, дає можливість знизити величину нелінійних спотворень. Якщо розглянути вищі гармонічні складові у вихідній напрузі як адитивну перешкоду f_{Π} , що створюється каскадами підсилювача K_{U1} і K_{U2} (рис. 5.5), то для вхідного сигналу коефіцієнт підсилення становить:

$$K_{U3} = \frac{K_{U1} K_{U2}}{1 + \gamma K_{U1} K_{U2}};$$

для сигналу перешкоди:

$$K_{\Pi} = \frac{K_{U2}}{1 + \gamma K_{U1} K_{U2}}.$$

Виходячи з умов лінійності підсилювача, при відсутності зворотного зв'язку маємо:

$$U_{ВЫХ} = U_{ВХ} K_{U1} K_{U2} + f_{\Pi} K_{U2}.$$

За наявності зворотного зв'язку:

$$U_{ВЫХ3} = U_{ВХ} K_{U3} + f_{\Pi} K_{\Pi}.$$

Оцінка якості вихідної напруги з придушення f_{Π} полягає у тому, що для отримання необхідного рівня корисної складової на виході, на вході можна

встановити попередній підсилювач сигналів слабкого рівня, який не вноситиме перешкод.

Оцінка придушення перешкоди визначається співвідношенням шум/сигнал або коефіцієнтом гармонік K_Γ . У підсилювачі без зворотного зв'язку відношення сигнал/шум визначається формулою:

$$K_\Gamma = \frac{f_\Pi}{U_{\text{ВХ}} K_{U1}}.$$

При введенні зворотного зв'язку і виконанні попереднього підсилення він обчислюватиметься за формулою:

$$K_{\Gamma3} = \frac{f_\Pi}{U_{\text{ВХ}} K_{U1} (1 + K_{U1} K_{U2})}.$$

Така особливість надає можливість не дуже прискіпливо відноситись до підсилювачів потужності при їх проєктуванні, незважаючи на те, що вони є головним джерелом перешкод – необхідно лише передбачувати зворотний зв'язок і забезпечувати попереднє підсилення сигналу.

З отриманих результатів витікають ще два важливі моменти. По-перше, якість роботи каскадів багатокаскадного підсилювача повинна бути тим вищою, чим ближче він до входу підсилювача. По-друге, у ланці зворотного зв'язку недопустимо встановлювати активні або малостабільні елементи, адже вони зведуть нанівець усі переваги зворотних зв'язків.

У розглянутих випадках вважають, що γ є постійним коефіцієнтом. Але у загальному плані γ – це частотно-залежний коефіцієнт, і він може суттєво впливати на частотні властивості підсилювача. Такий зворотний зв'язок називається *частотно-залежним*.

Питання до лекції

1. Як впливає зворотний зв'язок за вихідною напругою на стабільність параметрів підсилювача?
2. Як зміниться загальний коефіцієнт підсилення підсилювача напруги, якщо охопити його загальним зворотним зв'язком?
3. Які вимоги повинні пред'являтися до ланки зворотного зв'язку в одноконтурній замкненій системі?
4. Багатокаскадний підсилювач має вихідний каскад, який працює у режимі класу B і генерує вищі гармоніки у вихідній напрузі завдяки наявності зони нечутливості. При введенні загального зворотного зв'язку вищі гармоніки зникають, тобто підсилювач працює як лінійний елемент. Поясніть це явище.
5. Як впливає загальний зворотний зв'язок підсилювача на його частотну характеристику?

ЛЕКЦІЯ № 6

Типові системи автоматики радіоелектронних систем

У практиці радіоелектронних систем найбільш широке використання знаходять наступні типи автоматичних систем:

- системи автоматичного визначення на джерело радіосигналів (системи АСН). Вони знаходять використання у радіолокації, радіонавігації, радіокеруванні тощо. Призначені для вимірювання кутових координат рухомих об'єктів і відслідковування за їх просторовим положенням;

- системи автоматичного відслідковування за частотою та фазою радіосигналу (системи АПЧ і ФАПЧ). Системи АПЧ застосовуються у радіоприймальних пристроях з метою підтримки постійної проміжної частоти сигналу і в якості демодуляторів частотно-модульованих коливань; використовуються для стабілізації частоти генерованих коливань і в якості вузькосмугових переналагоджуваних за частотою фільтрів. Системи ФАП використовуються також для тих самих цілей, що і АПЧ, але відрізняються тим, що забезпечують підстройку не лише за частотою, а й за фазою коливань, тобто є більш чутливими і точними системами;

- системи автоматичного відслідковування за часовим положенням одиночних та групових радіо- і відеоімпульсів (системи АСД). Широко використовуються у радіолокації і навігації для вимірювання дальності до обраної цілі та відслідковування за її радіальним переміщенням у просторі. Забезпечують просторово-часову селекцію за дальністю декількох об'єктів;

- системи автоматичного регулювання підсилення (системи АРП). Широко використовуються у радіоприймальних пристроях різних видів для стабілізації рівня сигналу на виході підсилювачів при великому діапазоні вхідного сигналу.

6.1. Системи АРП

Системи АРП призначені для стабілізації рівня сигналу на виході підсилювачів радіоприймачів при значному динамічному діапазоні зміни вхідного сигналу. У радіоприймачах побутових та професійних призначень динамічний діапазон досягає 60–70 дБ, а у радіолокаційних приймачах він досягає 70–100 дБ. При такій зміні рівня вхідного сигналу та відсутності системи АРП порушується нормальна робота приймачів, що проявляється у перевантаженні останніх каскадів. У системах автоматичного супроводження цілі РЛС перевантаження каскадів приймача призводить до спотворення амплітудної модуляції (АМ), зниження коефіцієнта підсилення, зриву супроводження, а у ряді випадків – до повної відмови. У системах стабілізації

частоти перевантаження каскадів спричиняє зміну крутизни дискримінаційної характеристики, що різко знижує якість роботи системи.

За принципом побудови системи АРП поділяють на три основні типи:

- розімкнуті, або без зворотного зв'язку;
- замкнуті, або зі зворотним зв'язком;
- комбіновані.

Існують одно- і багатопетлеві системи АРП з неперервною і цифровою системою регулювання.

АРП без зворотного зв'язку забезпечують високу стабільність амплітуди вихідного сигналу при зміні вхідного сигналу в широких межах, але регульована величина залежить від стабільності параметрів кіл АРП.

Розімкнута системи АРП (рис. 6.1) має у своєму складі регульований підсилювач (РП), підсилювач системи АРП (ПАРП), детектор АРП для отримання керуючого впливу (ДАРП) і фільтр нижніх частот (ФНЧ), який усуває складову частот модуляції з метою усунення демодуляції АМ-радіосигналу.

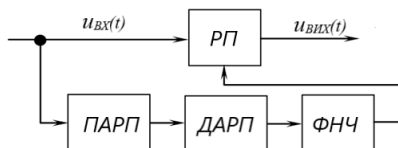


Рисунок 6.1 – Функціональна схема розімкнутої інерційної системи АРП

Для забезпечення роботи системи у часі використовується часова АРП. Часова система (рис. 6.2) містить пристрій формування керуючої напруги ЧАРП, робота якого синхронізується у часі зовнішнім імпульсом.

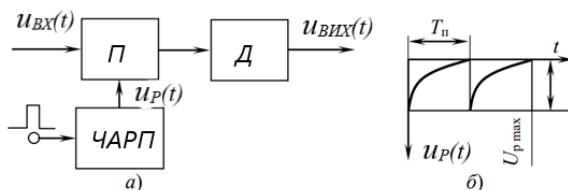


Рисунок 6.2 – Функціональна схема системи ЧАРП (а) і часова діаграма, що пояснює принцип її роботи (б)

На практиці найбільшого розповсюдження знаходять інерційні системи АРП зі зворотним зв'язком. Вони розділяються на системи неперервної дії та імпульсні системи. Усі системи можуть мати часову затримку.

Принцип роботи АРП полягає у наступному. Вхідна напруга $u_{вх}(t)$ подається на вхід підсилювача з регульованим коефіцієнтом підсилення. Вихідна напруга з підсилювача подається на вхід детектора, а потім продетектований сигнал додається до напруги затримки U_3 . Сумарна напруга U_c підсилюється підсилювачем постійного струму (ППС) і подається на фільтр нижніх частот (ФНЧ). Останній формує керуючу напругу U_y , яка змінює коефіцієнт підсилення.

Залежність коефіцієнта підсилення підсилювача від керуючої напруги називають *регулюючою характеристикою*, яка може бути апроксимована лінійною залежністю:

$$k(U_y) = k_0 - \alpha \cdot U_y, \quad (6.1)$$

де k_0 – коефіцієнт підсилення при керуючій напрузі, яка дорівнює нулю; α – крутизна регулюючої характеристики.

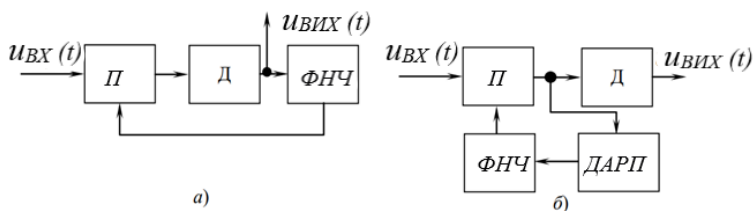


Рисунок 6.3 – Структурні схеми систем АРП неперервної дії зі зворотним зв'язком: (а) – проста з об'єднаним детектуванням; (б) – проста з розділним детектуванням

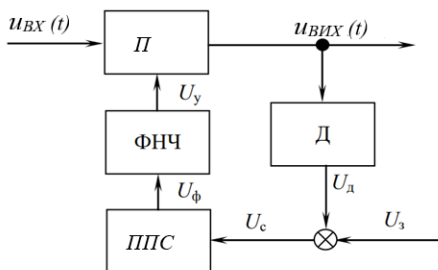


Рисунок 6.4 – Структурна схема системи підсиленої затриманої АРП зі зворотним зв'язком

Ефект стабілізації рівня вихідної напруги $u_{вих}(t)$ досягається за рахунок того, що з ростом рівня вхідної напруги зростає і керуюча напруга U_y , під дією якої, відповідно до виразу (6.1), зменшується коефіцієнт підсилення, що призводить до зниження рівня вхідного сигналу.

З метою запобігання рівня вихідного сигналу при малих вхідних впливах і забезпечення роботи системи АРП з визначеного рівня в систему подають напругу затримки U_3 . В результаті напруга керування з'явиться лише у випадку, коли напруга на виході амплітудного детектора стане більшою, ніж напруга затримки:

$$u_d = \begin{cases} u_{\text{вих}} K_d - u_3 & \text{при } u_{\text{вих}} K_d \geq u_3; \\ 0 & \text{при } u_{\text{вих}} K_d < u_3; \end{cases}$$

де K_d – коефіцієнт передачі детектора.

Фільтр нижніх частот у гілці зворотного зв'язку систем АРП призначений для передачі керуючої напруги з частотами зміни рівня вихідної напруги АРП. При цьому ФНЧ повинен бути інерційним по відношенню до частот корисної модуляції, оскільки у протилежному випадку матиме місце демодуляція корисного сигналу.

Напруга на виході системи АРП:

$$u_{\text{вих}}(t) = k(u_y) u_{\text{вх}} = (k_0 - \alpha u_y) u_{\text{вх}}. \quad (6.2)$$

Рівнянню (6.2) відповідає структурна схема АРП (рис. 6.5). На ній нелінійна ланка описується залежністю:

$$u_d - u_3 = \begin{cases} u_d - u_3 & \text{при } u_d \geq u_3; \\ 0 & \text{при } u_d < u_3. \end{cases} \quad (6.3)$$

При постійній напрузі на вході системи АРП знаходимо:

$$u_{\text{вих}} = \begin{cases} \frac{k_0 + \alpha k_{\text{ППС}} u_3}{1 + \alpha u_{\text{вх}} k_d k_{\text{ППС}}} u_{\text{вх}} & \text{при } u_d \geq u_3; \\ k_0 u_{\text{вх}} & \text{при } u_d < u_3; \end{cases}$$

де $k_{\text{ППС}}$ – коефіцієнт підсилення ППС.

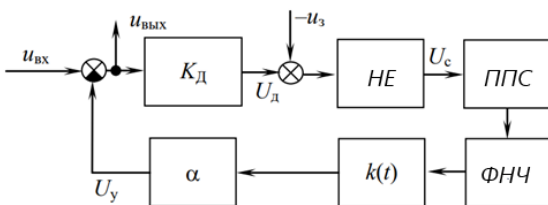


Рисунок 6.5 – Структурна схема системи АРП зі зворотним зв'язком

Останні рівняння визначають регулюючу характеристику системи АРП зі зворотним зв'язком.

На рис. 6.6 представлені амплітудні характеристики замкнутої системи АРП для випадків: 1 – без системи АРП; 2 – проста АРП; 3 – затримана АРП; 4 – підсилена та затримана АРП.

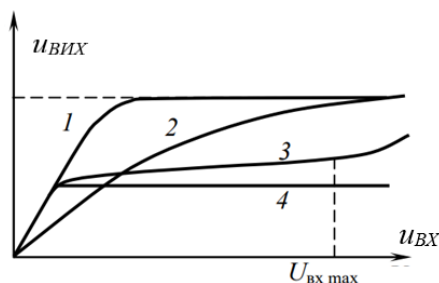


Рисунок 6.6 – Амплітудні характеристики системи АРП

На практиці у радіо- і телевізійних прийमाках бажано використовувати інерційну підсилену затриману систему АРП.

У радіолокаційних радіоприймачах використовують комбіновану систему АРП. Це обумовлено необхідністю забезпечення швидкодії АРП і досягається використанням принципів розімкненої та замкненої систем. Швидкодія визначається сталою часу ФНС.

6.2. Система автоматичної підстройки частоти

На рис. 6.7 приведена функціональна схема системи автоматичної підстройки частоти, яка дає загальне уявлення про її роботу. Необхідно побудувати структурну схему, тобто таку схему, в якій кожній математичній операції перетворення параметрів сигналів відповідає конкретна ланка.

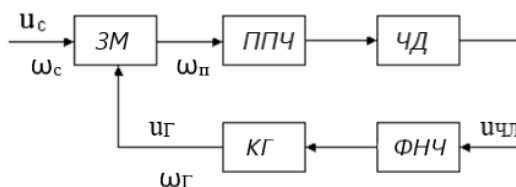


Рисунок 6.7 – Функціональна схема системи АПЧ

У системі АПЧ параметром, що відслідковується, є частота вхідного сигналу u_c – тобто ω_c . У радіоприймачах цей сигнал, що подається з підсилювача високої частоти і має частоту, що може змінюватись у широких межах. Цей сигнал подається на змішувач сигналів ЗМ, на другий вхід якого подається сигнал від гетеродина – керованого генератора КГ, який має частоту $\omega_Г$. Змішувач – це фактично безінерційний елемент, функцію якого може виконувати звичайний перемножувач двох сигналів. В результаті взаємодії цих сигналів створюється і виділяється сигнал проміжної частоти $\omega_п = \omega_c - \omega_Г$, який підсилюється до необхідної величини підсилювачем ППЧ.

Для забезпечення якісного підсилення необхідно, щоб проміжна частота $\omega_{\text{п}}$ була рівною частоті $\omega_{\text{пр}}$ настройки коливальних контурів ППЧ. Відхилення $\omega_{\text{п}}$ від $\omega_{\text{пр}}$, тобто $\Delta\omega = \omega_{\text{п}} - \omega_{\text{пр}}$, частотним детектором ЧД перетворюється на постійну напругу, яка після фільтрації фільтром низьких частот ФНЧ забезпечує підстройку частоти генератора КГ до такої величини, щоб значення $\Delta\omega$ було мінімальним.

Описана процедура роботи системи автоматичної підстройки частоти надає можливість більше конкретизувати функціональну схему системи АПЧ (рис. 6.7).

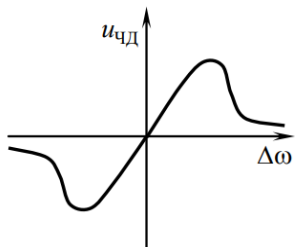


Рисунок 6.8 – Дискримінаційна характеристика частотного детектора

Напруга на виході частотного детектора є функцією відхилення проміжної частоти від номінального значення (частоти налаштування контурів ППЧ) і визначається функціональною залежністю $u_{\text{чд}} = F(\Delta\omega)$, яка називається *дискримінаційною характеристикою* (рис. 6.8). При малих значеннях $\Delta\omega$ вона лінійна і описується виразом:

$$u_{\text{чд}} = k_{\text{чд}} \Delta\omega,$$

де $k_{\text{чд}}$ – крутизна дискримінаційної характеристики.

Частотний детектор може бути побудований як з використанням послідовного резонансного контуру, так і на основі двох паралельних коливальних контурів, з рознесеними резонансними частотами у межах 10% від резонансної.

Дискримінаційну характеристику можна отримати експериментально, але слід пам'ятати, що її крутизна залежить від добротності контурів.

Оскільки частотний детектор, не залежно від його типу, містить у собі однопівперіодні випрямлячі, то вихідну напругу необхідно фільтрувати. В якості фільтрів зазвичай використовуються пасивні RC-кола з передаточною функцією типу аперіодичної ланки першого порядку $W_{\text{ф}}(s)$.

Для визначення величини коефіцієнту фільтрації ФНЧ слід виходити з наступних міркувань. Проміжні частоти радіоапаратури стандартизовані і розміщені в частотному діапазоні, в якому відсутня робота радіопередаючих

пристроїв. Це діапазон частот від 100 до 500 кГц. В той же час радіоприймальна апаратура приймає сигнали, що розміщені в частотному діапазоні в одиниці – десятки мГц і вище. Наведені цифри означають, що пульсації вихідної напруги частотного детектора за частотою будуть на порядки меншими, ніж частоти гетеродину, та впливатимуть на коливання його частоти.

Під впливом пульсацій напруги на виході фільтру $u_{\Phi} = W_{\Phi}(s) u_{\text{чд}}$ матиме місце коливання частоти гетеродину:

$$\Delta\omega_{\Gamma} = K_{\Gamma} W_{\Phi}(s) u_{\text{чд}},$$

де K_{Γ} – крутизна характеристики гетеродину.

Як результат, отримуємо структурну схему системи АПЧ, що наведена на рис. 6.9.

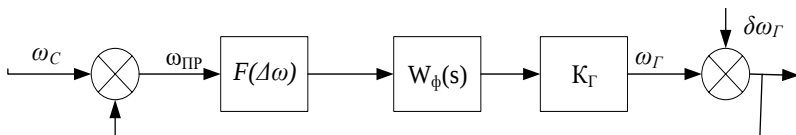


Рисунок 6.9 – Структурна схема системи АПЧ

Завада $\delta\omega_{\Gamma}$ на виході замкненої системи враховує як коливання частоти, обумовлені неідеальністю фільтрації напруги частотного детектора, так і власними (внутрішніми) коливаннями частоти генератора.

З аналізу структурної схеми можна визначити помилку регулювання як відхилення проміжної частоти від ідеального значення:

$$\Delta\omega_{\Pi} = \delta \omega_{\Gamma} (1 + R_K),$$

де $K_K = k_{\text{чд}} W_{\Phi}(s) K_{\Gamma}$ – контурний коефіцієнт підсилення системи.

6.3. Система фазової автопідстройки частоти (ФАПЧ)

Системи фазової підстройки частоти знаходять використання у радіоприймальних пристроях, у генераторах дискретної сітки частот для генерування високостабільних коливань з різними частотами та інших радіоелектронних пристроях.

Функціональна схема системи ФАПЧ, що призначена для стабілізації частоти підлеглого генератора за сигналом високостабільного еталонного генератора, наведена на рис. 6.10. Об'єктом керування у системі ФАПЧ є переналаштовуваний генератор (ПГ), частота або фаза коливань якого змінюється в залежності від частоти напруги керуючого генератора. Частота ПГ є вихідним сигналом системи ФАПЧ, на яку діє напруга еталонного генератора з частотою ω_E . Цей сигнал є керуючим впливом. Фазовий детектор (ФД) виконує функцію вимірювання різниці фаз сигналів, що подаються від ПГ і

еталонного генератора (*ЕГ*). Сигнал з *ФД* подається на керуючий пристрій (*ПК*), який змінює частоту *ПГ*, наближаючи її до частоти *ЕГ*. В усталеному режимі у системі встановлюється постійна різниця фаз між напругами *ЕГ* і *ПГ*. При цьому напруга на виході *ФД* також буде постійною. В результаті частота сигналу з *ПГ* буде рівною частоті *ЕГ*.

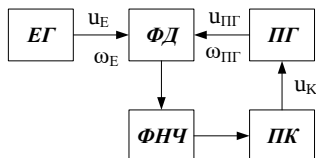


Рисунок 6.10 – Функціональна схема системи ФАПЧ

Початкова неузгодженість частот *ЕГ* і *ПГ* визначається як:

$$\Delta\omega_H = \omega_E - \omega_{PH}, \quad (6.4)$$

де ω_{PH} – початкова частота сигналу *ПГ*.

Після включення системи ФАПЧ частота сигналу *ПГ* буде описуватись виразом:

$$\omega_{PH} = \omega_{PH} - \omega_{GU}, \quad (6.5)$$

Частотна складова ω_{GU} виникає внаслідок зміни частоти *ПГ* і знаходиться з формули:

$$\omega_{GU} = k_{PH} k_{FD} u_{FD} = k_{PH} k_{FD} F(\varphi), \quad (6.6)$$

де:

k_{PH} – коефіцієнт передачі *ПГ* за частотою;

k_{PH} – коефіцієнт передачі *ПК*;

k_{FD} – коефіцієнт передачі *ФД*;

φ – різниця фаз напруг *ЕГ* і *ПГ*;

$F(\varphi)$ – дискримінаційна характеристика фазового детектора.

Важливим параметром систем ФАПЧ є величина *смуги захоплення*. Це діапазон початкової різниці частот сигналів *ЕГ* і *ПГ*, у межах якої забезпечується перехід до режиму слідування за частотою.

Для оцінки максимально допустимої різниці частот використовується *смуга утримання*, що визначається за допомогою виразу:

$$\omega_{UT} = k_{PH} k_{FD}. \quad (6.7)$$

З урахуванням (6.7) частота *ПГ* може бути визначена за допомогою формули:

$$\omega_{PH} = \omega_{PH} + \omega_{UT} F(\varphi). \quad (6.8)$$

Різниця фаз сигналів EG і $ПГ$ визначається з виразу:

$$\varphi = \varphi_0 + \int_0^t (\omega_E - \omega_{ПГ}) dt. \quad (6.9)$$

З формули (6.9) витікає, що похідна:

$$\dot{\varphi} = \omega_E - \omega_{ПГ}. \quad (6.10)$$

Рівняння (6.10) – це основне рівняння системи ФАПЧ, яке показує, що у будь-який момент часу алгебраїчна сума частот $\omega_E - \omega_{ПГ}$ є величиною постійною і дорівнює початковій різниці частот сигналів EG і $ПГ$.

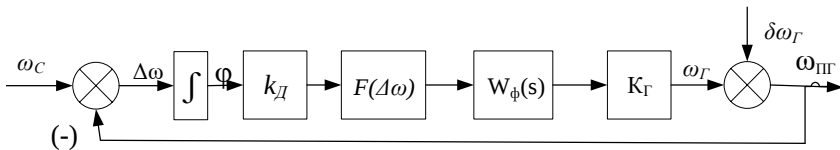


Рисунок 6.11 – Структурна схема системи ФАПЧ

Відмінність структурної схеми ФАПЧ, що наведена на рис. 6.11, від системи АПЧ обумовлена наявністю інтегратора, який призводить до усунення статичної помилки в системі. Тобто точність системи ФАПЧ значно вище, ніж АПЧ.

6.4. Система автоматичного супроводження цілей радіолокаційною станцією (РЛС)

РЛС супроводження призначена для автоматичного вимірювання складових кута відхилення лінії візир у системі координат $0, X_C, Y_C, Z_C$, що пов'язана з літальним апаратом.

Антенний пристрій РЛС встановлюється у карданному підвісі, зовнішня рамка якого обертається у горизонтальній площині, а внутрішня – у вертикальній (рис. 6.12, б). Антена пов'язана з системою координат $0, X_A, Y_A, Z_A$. Вісь $0, X_A$ нормальна до площі внутрішньої рамки карданного підвісу і співпадає з поздовжньою віссю антени. Для вимірювання кутів відхилення лінії візир у горизонтальній φ_y та у вертикальній φ_z площинах на рамках карданного підвісу використовують аналогові й цифрові датчики.

Радіолокаційні станції супроводження будуються як моноімпульсні (одноімпульсні) системи, в яких вимірювання кутових координат супроводжуваної цілі виконується за одним відбитим від цілі імпульсом.

Радіолокаційні системи – багатоканальні пристрої. Двоканальні РЛС необхідні для вимірювання складової кута відхилення лінії візир у горизонтальній площині по одному каналу і для вимірювання у вертикальній

площині – по другому. Для цього в антені РЛС у горизонтальній і вертикальній площинах формуються дві гостронаправлені діаграми направленості, які перетинаються між собою (рис. 6.12).

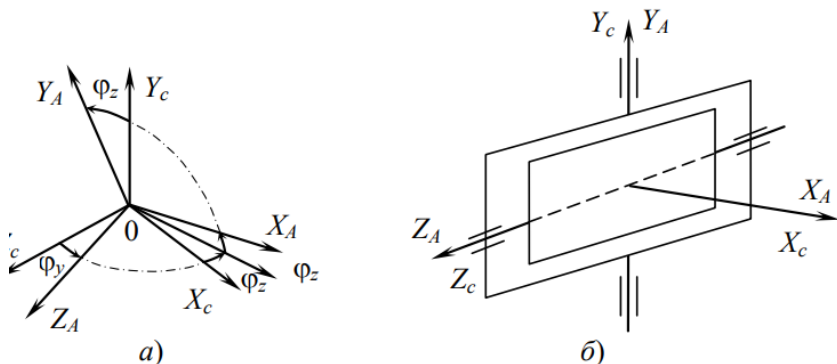


Рисунок 6.12 – Діаграма направленості кутів відхилення лінії візування (а) та схема карданного підвісу антени РЛС (б)

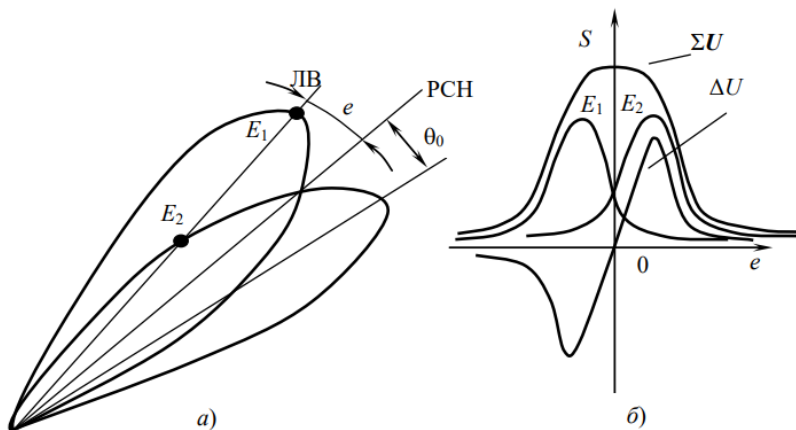


Рисунок 6.13 – Діаграма направленості РЛС (а) та пеленгаційна характеристика (б)

Діаграми направленості рознесені відносно рівносигнального напрямку (РСН) на постійний кут θ_0 . Якщо лінія візування (ЛВ) відхилена від РСН на кут e , який є сигналом неузгодженості у системі автосупроводження, то сигнали, що прийняті за діаграмами направленості, будуть різними: сигнал E_1 , прийнятий за верхньою діаграмою направленості, буде більшим, ніж сигнал E_2 , прийнятий за нижньою діаграмою:

$$E_1 = E_0 + k_A e E_0 ; \quad (6.11)$$

$$E_2 = E_0 - k_A e E_0,$$

де E_0 – сигнал, що приймається за РСН; k_A – постійний коефіцієнт.

Різниця амплітуд прийнятих сигналів:

$$E_P = E_1 - E_2 = 2 k_A e E_0 \quad (6.12)$$

пропорційна куту відхилення ліній візування від РСН.

Для того, щоб усунути вплив на вимірювання напруги, пропорційної куту відхилення e , від абсолютних значень прийнятих сигналів E_1 та E_2 , різницевий сигнал (6.12) нормується сигналом:

$$E_C = E_1 + E_2 = 2 E_0. \quad (6.13)$$

У такому випадку відношення амплітуди різницевого сигналу (6.12) до амплітуди сумарного сигналу, визначеної формулою (6.13), можна записати у вигляді:

$$\frac{E_P}{E_C} = k_A e = S. \quad (6.14)$$

Воно пропорційне куту відхилення лінії візування від РСН.

Залежність (6.14) називається *пеленгаційною характеристикою* (рис. 6.14). Ця характеристика визначає коефіцієнт передачі приймача РЛС, допустимий діапазон кута неузгодженості від РСН.

Сигнали від антен подаються на пристрій *СРП*, що виділяє суму та різницю сигналів у відповідності до (19) і (20). Ці сигнали подаються на змішувачі сумарного та різницевого сигналів $ЗМ_C$ та $ЗМ_P$ з сигналом гетеродина Γ . Далі сигнали проміжних частот подаються на відповідні підсилювачі проміжних частот *ППЧ*. Реалізація відношення (21) у моноімпульсному приймачі системи автосупроводження (рис. 6.14) забезпечується використанням системи автоматичного регулювання підсиленням (*АРП*). Сумарний сигнал (20) є також опорним сигналом для фазового детектора *ФД* системи автосупроводження, напруга на виході якого буде:

$$u_{\text{ФД}} = k_{\text{ФД}} k_A e,$$

де $k_{\text{ФД}}$ – коефіцієнт передачі фазового детектора.

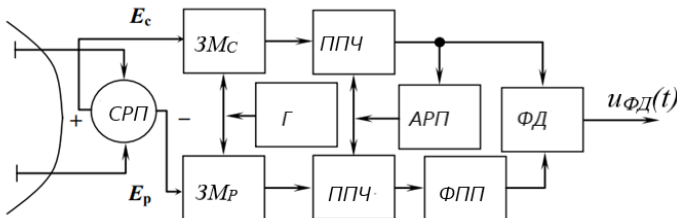


Рисунок 6.14 – Структурна схема моноімпульсного приймача системи автосупроводження

Структурна схема системи автосупроводження РЛС представлена на рис. 6.15, а.

Напруга $u_{\text{ФД}}(t)$ з приймача Π через коригуючий пристрій $КП$ подається на підсилювач потужності $\Pi\Pi$, на який одночасно подається і сигнал зворотного зв'язку. Підсилювач потужності призначений для роботи електродвигуна $ЕД$, який через редуктор $Р$ забезпечує поворот антени $А$ на кут $\varphi_A(t)$ в напрямку зменшення сигналу неузгодженості, котрий у режимі супроводження цілі не повинен перевищувати допустимого значення.

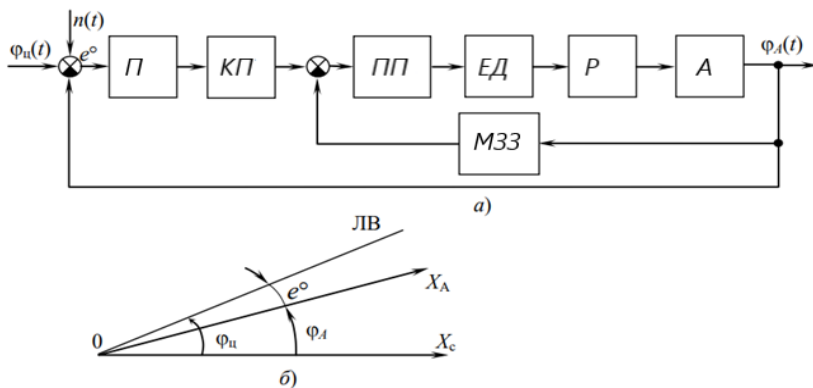


Рисунок 6.15 – Структурна схема системи автоматичного супроводження РЛС (а) і відлік кута (б)

За допомогою коригуючого пристрою, який включений після фазового детектора $КП$, а також місцевого зворотного зв'язку $МЗЗ$, забезпечується стійкість і необхідні динамічні властивості системи автосупроводження цілі радіолокаційної станції.

Система автосупроводження працює в умовах дії збурюючих впливів, основними з них є наступні: флуктуації відбитого від цілі радіолокаційного сигналу; кутовий шум, обумовлений переміщенням по цілі центра відбитого сигналу; шум перших каскадів приймача. Ці збурюючі впливи знижують точність роботи системи і враховуються в моделі системи у вигляді узагальненого збурення $n(t)$.

Регульованим параметром у системі автосупроводження цілі є відхилення осі антени РЛС φ_A від поздовжньої осі літака $0, X_c$, а керуючим впливом (вхідним сигналом) – кут відхилення лінії візування фц. Об'єкт керування – антена РЛС, стан якої (кут відхилення та його похідні) повинен змінюватися так, щоб поздовжня вісь антени з необхідною точністю була направлена на супроводжувану ціль, а похідні від її кута відхилення не перевищували допустимих значень.

6.5. Система автоматичного вимірювання дальності до об'єкту

Системи вимірювання дальності (дальноміри) РЛС призначені для вимірювання дальності до обраної цілі, інформація про які використовується в обчислювальних пристроях систем наведення літальних апаратів, навігаційних комплексів тощо.

Принцип роботи дальноміра базується на вимірювання зсуву між зондуючими імпульсами, які сліднують через інтервал T , та імпульсами, відбитими від цілі. Відбиті від цілі імпульси спотворені шумами, тому безпосереднє вимірювання дальності за часом затримки пов'язане з великими помилками. Для підвищення точності вимірювання у дальномірі формуються слідкуючі імпульси, часове положення яких відносно зондуючих імпульсів пропорційно дальності до цілі й мало залежить від шумів.

Функціональна схема дальноміра (рис. 6.16) містить часовий дискримінатор (ЧД), екстраполятор (Е), фільтр нижніх частот (ФНЧ), часовий модулятор (ЧМ) і генератор імпульсів (ГІ).

У режимі вимірювання дальності відбитий від цілі імпульс через приймач поступає на перший вхід часового дискримінатора; на другий – з генератора імпульсів подаються два, один за одним, слідкуючі імпульси. У часовому дискримінаторі виробляється напруга, пропорційна неузгодженості часового положення відбитого імпульсу відносно осі симетрії слідкуючих імпульсів:

$$u = k_d(t_R - t_n) = k_d \Delta t,$$

де:

Δt – неузгодженість у часі між відбитим та слідкуючим імпульсами;

$t_R = \frac{2R}{c}$ – час затримки відбитого імпульсу відносно зондуючого;

t_n – час затримки слідкуючих імпульсів;

R – вимірювана дальність;

c – швидкість світла.

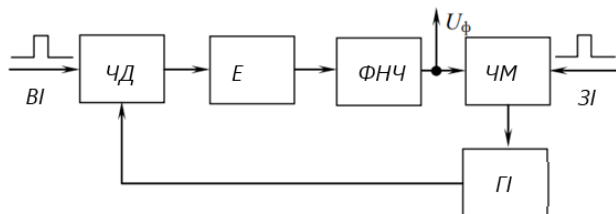


Рисунок 6.16 – Функціональна схема дальноміра імпульсної РЛС

Якщо часова неузгодженість Δt не рівна нулю, то у часовому дискримінаторі формуються два імпульси, тривалість яких визначається виразами:

$$\tau_1 = \frac{\tau}{2} - \Delta t; \quad \tau_2 = \frac{\tau}{2} + \Delta t.$$

Діаграми формування імпульсів у часовому дискримінаторі наведені на рис. 6.17.

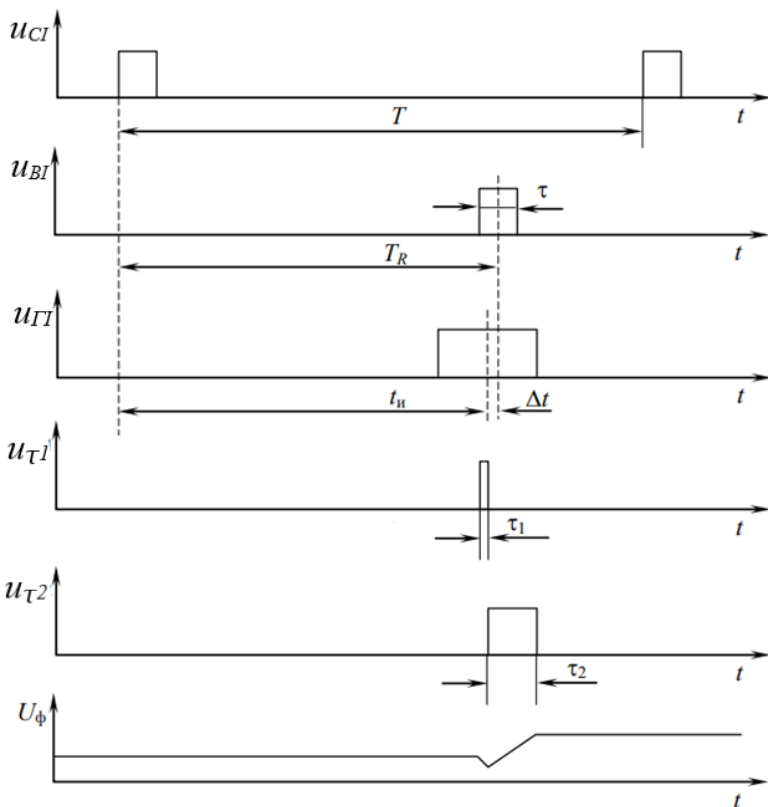


Рисунок 6.17 – Діаграми формування імпульсів у часовому дискримінаторі

Імпульси з тривалістю τ_1 і τ_2 детектуються, а різниця отриманих напруг є вихідною напругою часового дискримінатора.

На кожному періоді вимірювання дальності напруга з виходу часового дискримінатора фіксується екстраполятором і скидається до нуля перед приходом наступної пари імпульсів. Напруга з екстраполятора через ФНЧ подається на часовий модулятор, який зондує імпульсом, затриманим на

час, пропорційний сигналу з ФНЧ, запускає генератор імпульсів (ГІ), який формує два слідуючі імпульси. Отриманий замкнутий контур зводить неузгодженість Δt до мінімального значення, яке визначає помилку вимірювання дальності.

Для підвищення точності вимірювання дальності включають два інтегратори. У такій системі помилка вимірювання дальності при вимірюванні відстані до цілі за лінійним законом дорівнює нулю.

Інформація про вимірювану дальність може бути отримана лише у дискретні моменти часу, на відстані одного періоду повторення, тому розглянутий дальномір відноситься до класу імпульсних систем радіоавтоматики (рис. 6.18).

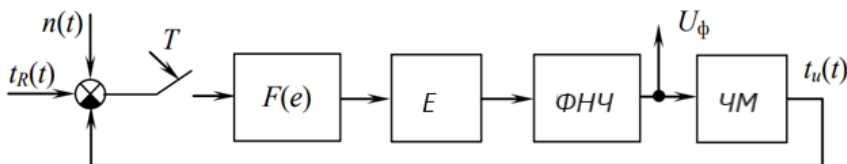


Рисунок 6.18 – Структурна схема дальноміра

Для забезпечення роботи в імпульсному режимі до структурної схеми дальноміра включено дискретизатор (δ -імпульсний ключ). Ланка з характеристикою $F(e)$ відповідає часовому дискримінатору (вид цієї характеристики залежить від відношення сигнал/шум і тривалості імпульсів; $n(t)$ – випадкова завада, яка погіршує якість роботи дальноміра).

6.6. Узагальнена структурна схема систем радіоавтоматики

Аналізуючи всі розглянуті структурні схеми систем радіоавтоматики, можна відмітити їхню схожість. Аналогія структурних схем дозволяє скласти узагальнену структурну схему систем РА (рис. 6.19).

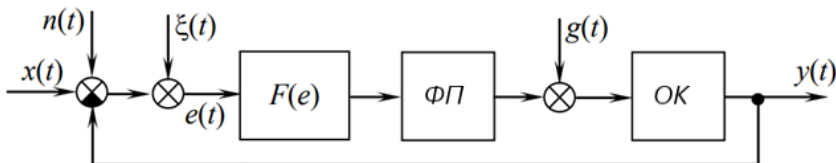


Рисунок 6.19 – Узагальнена структурна схема системи РА

На ній прийняті наступні позначення: $x(t)$ – вхідний сигнал або керуючий вплив (кут повороту лінії візування у системі автоматичного супроводження цілі РЛС, частота еталонного генератора у систем ФАПЧ тощо); $y(t)$ – вихідний

сигнал або регульований параметр (кут повороту антени РЛС, частота підлеглого генератора тощо); $e(t)$ – сигнал неузгодженості або сигнал помилки.

Робота систем РА проходить в умовах дії різних перешкод.

На узагальненій схемі вплив перешкод враховується шляхом включення збурюючого впливу $n(t)$. Цей вплив може мати декілька складових, наприклад, у системі автоматичного супроводження цілі РЛС вона складається з флуктуацій відбитого від цілі сигналу; впливу, що виникає внаслідок переміщення центру відбиття радіолокаційного сигналу від поверхні цілі; шумів перших каскадів електронних приладів приймача тощо.

Збурюючий вплив $g(t)$ поступає на об'єкт керування системи РА. Цей вплив в основному обумовлений змінами умов оточуючого середовища (температури, тиску, вологості, вітру тощо) і флуктуаціями джерел живлення.

Одним із суттєвих недоліків неперервних систем РА є дрейф нуля і характеристик регулювання окремих вузлів.

В узагальненій структурній схемі вплив дрейфу нуля враховується сигналом зсуву $\xi(t)$. Наприклад, у системах автоматичного супроводження цілі РЛС цей сигнал враховує дрейф нуля пеленгаційної характеристики.

Функціональні пристрої систем РА, вказані в узагальненій структурній схемі, включають пристрої вимірювання сигналу помилки, виконавчі та коригуючі пристрої, що призначені для створення необхідних динамічних характеристик (наприклад, фільтр нижніх частот) ОК – об'єкт керування (антена РЛС, перелаштовуваний генератор у системі ФАПЧ). $F(e)$ – дискримінатор, який має нелінійну характеристику. При малих сигналах помилки амплітудна характеристика може бути лінійною. Форма дискримінаційної характеристики залежить від амплітуди сигналу помилки, що призводить до небажаних змін динамічних характеристик систем РА. Для виключення такої залежності здійснюється нормування сигналу за амплітудою, що досягається включенням АРП або обмежувачів амплітуд.

Іноді у системах радіокерування зустрічаються системи, структурні схеми яких відрізняються від розглянутої узагальненої схеми – наприклад, системи автоматичного супроводження бортових РЛС. Вони виготовляються як комплексні системи, в яких для підвищення точності використовуються допоміжні канали. У таких випадках розглянута структурна схема при аналізі систем радіоавтоматики є основною для аналізу її якісних показників.

Питання до лекції

1. Яке призначення системи АРП?
2. За яким принципом діляться системи АРП?
3. Дайте визначення розімкнутої і замкнутої системи АРП.

4. Поясніть призначення системи ФАПЧ.
5. Поясніть призначення системи частотної автопідстройки частоти.
6. У чому полягає різниця між системами АПЧ та ФАПЧ?
7. Поясніть призначення системи супроводження цілі РЛС.
8. Поясніть призначення системи визначення відстані РЛС.
9. Поясніть призначення вузлів узагальненої структури РЛС.

ЛЕКЦІЯ № 7

Динамічні моделі елементів систем автоматики

7.1. Фазові детектори

Фазовим детектором (ФД) називається пристрій, призначений для перетворення різниці фаз двох синусоїдальних коливань $u_1(t) = U_M \cdot \sin(\omega t + \varphi_1)$ та $u_2(t) = U_M \cdot \sin(\omega t + \varphi_2)$ з однаковими частотами у напругу. Основною характеристикою ФД є залежність вихідної напруги:

$$U_{\text{ФД}} = f(\varphi),$$

де $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$. Функція $f(\varphi)$ – періодична.

У системах радіоавтоматики знаходять використання ФД двох типів – балансні (векторомірні) і параметричні. У більшості випадків перевага надається балансним.

Напруга на виході балансного ФД створюється за рахунок векторної суми та різниці двох напруг – еталонної напруги $u_{\text{ЕТ}}(t) = u_1(t) = U_1 \sin(\omega t)$ та вхідної напруги $u_2(t) = u_{21}(t) = u_{22}(t) = U_2 \sin(\omega t + \varphi)$.

На рис. 7.1 наведені принципова схема ФД та векторні діаграми, що пояснюють його роботу. За відсутності фазової модуляції між вхідним сигналом $u_2(t)$ та еталонним $u_{\text{ЕТ}}(t)$ встановлений фазовий кут 90° . В результаті напруги, що подаються на діоди $VD1$ і $VD2$, відповідно u_1 і u_2 , визначаються як геометрична сума $u_{\text{ЕТ}}$ і u_2 (рис. 7.1, б). За відсутності фазового зміщення вхідного сигналу вектори напруг u_1 і u_2 однакові за амплітудою і, відповідно, будуть однаковими напруги після випрямлення, тобто напруги $U_{\text{ВІХ}}$ на клеммах **а** і **б** по відношенню до загальної шини.

Якщо фаза сигналу u_m зміниться, наприклад, убік відставання на кут φ , то векторна діаграма також зміниться. В результаті вектор напруги u_1 зросте до u_1' , а вектор напруги u_2 зменшиться до u_2' . Після випрямлення напруга на клемі **а** зросте, а на клемі **б** – зменшиться. Зміна фази напруги u_m в іншому напрямку призведе до зміни полярності вихідної напруги.

$$u_1(t) + u_2(t) = U_1 \sin(\omega t + \varphi_1);$$

$$u_1(t) - u_2(t) = U_2 \sin(\omega t + \varphi_2),$$

де:

$$U_1 = \sqrt{U_1^2 + 2U_1U_2 \cos \varphi + U_2^2};$$

$$U_2 = \sqrt{U_1^2 - 2U_1U_2 \cos \varphi + U_2^2}.$$

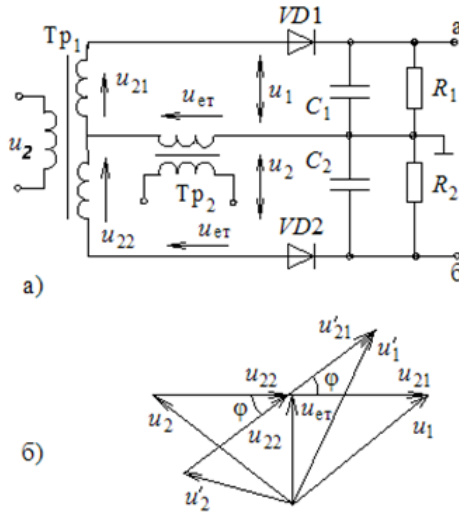


Рисунок 7.1 – Принципова схема (а) і векторні діаграми (б), що пояснюють роботу ФД

Сума і різниця напруг, що прикладаються до ФД, визначаються виразами:

$$\psi_1 = \arctg \frac{U_2 \sin \varphi}{U_1 + U_2 \cos \varphi}; \quad \psi_2 = -\arctg \frac{U_2 \sin \varphi}{U_1 - U_2 \cos \varphi}.$$

Вихідна напруга ФД $U_{\text{ФД}}$ визначається як різниця між напругами у точках а і б (рис. 7.1):

$$U_{\text{ФД}} = k_{\text{В}}(U_1 - U_2) \approx 2k_{\text{В}} \frac{U_1 U_2 \cos \varphi}{\sqrt{U_1^2 - U_2^2}}, \quad (7.1)$$

$k_{\text{В}}$ – коефіцієнт перетворення змінної напруги однопівперіодного випрямляча у постійну. Вигляд дискримінаційної характеристики ФД наведено на рис. 7.2.

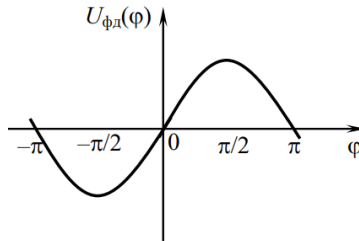


Рисунок 7.2 – Дискримінаційна характеристика ФД

У випадку, якщо $U_1 > U_2$, формула (7.1) може бути представлена у вигляді:

$$U_{\text{ФД}} = k_B U_2 \cos \varphi \approx k \cos \varphi. \quad (7.2)$$

Лінеаризоване за Тейлором для точки рівняння (7.2) прийме вигляд:

$$U_{\text{ФД}} = \cos \varphi - \sin \varphi_0 \Delta \varphi.$$

При малих відхиленнях фази від φ_0 приріст напруги на виході ФД визначатиметься виразом:

$$\Delta U_{\text{ФД}} = U_{\text{ФД}} - k \cos \varphi_0 = k_{\text{ФД}} \Delta \varphi,$$

де $k_{\text{ФД}} = -k \sin \varphi_0$ – коефіцієнт передачі ФД.

Якщо врахувати фільтруючі властивості RC -кіл зі сталою часу $T_{\text{ФД}} = RC$, то передаточну функцію фазового детектора можна записати у вигляді:

$$W_{\text{ФД}}(s) = \frac{k_{\text{ФД}}}{1 + T_{\text{ФД}} s}.$$

Недолік розглянутого фазового детектора полягає у його нелінійній характеристиці перетворення.

Для побудови ФД з лінійною залежністю вихідного сигналу від різниці фаз краще використовувати цифрові способи їх побудови.

На рис. 7.2 наведено фрагмент схеми, що пояснює ідеологію побудови таких ФД.

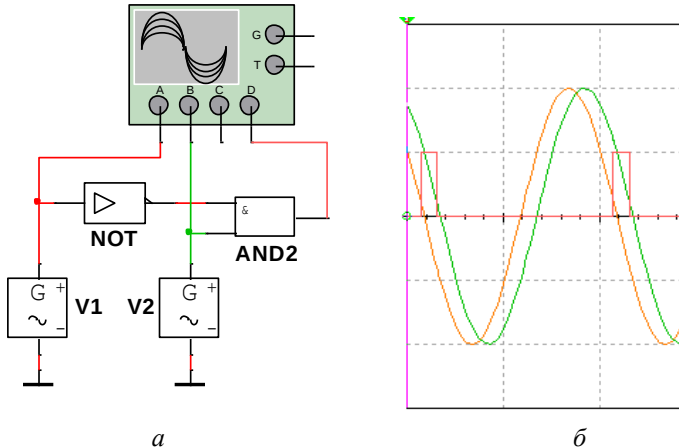


Рисунок 7.2 – Фрагмент схеми для побудови цифрових ФД (а) та часові діаграми (б), що пояснюють його роботу

Дві напруги з джерел V_1 і V_2 подаються на логічний елемент 2І (AND2) (перша – через інвертор NOT), внаслідок чого на виході останнього формується імпульс, тривалість якого пропорційна різниці фаз цих сигналів.

Отримання вихідної напруги може бути забезпечено різними шляхами. Наприклад, сформований імпульс, обумовлений різницею фаз, заповнюється високочастотним пакетом, який потім за допомогою лічильника перетворюється у цифровий код. Останній можна перетворити в аналогову напругу за допомогою цифро-аналогового перетворювача. Точність вимірювання кутової різниці буде тим більшою, чим вища частота імпульсів заповнення.

7.2. Частотні дискримінатори

Дискримінатори призначені для вимірювання сигналу неузгодженості та перетворення його в напругу. Розділяють частотні і часові дискримінатори. *Частотні дискримінатори (ЧД)* – це пристрої, вихідна напруга яких залежить від перехідної частоти ω_0 :

$$u_{\text{ЧД}}(t) = f(\omega - \omega_0).$$

За способом задання перехідної частоти ЧД розділяються на дві групи. У дискримінаторах першої групи перехідна частота визначається налаштуванням еталонного фільтру (коливального контуру). У ЧД другої групи перехідна частота дорівнює частоті коливальної напруги з еталонного генератора.

Найбільш часто використовують першу групу дискримінаторів з фазовим детектором (рис. 7.3), в якій фазоповоротний пристрій (ФП) робить зсув фази сигналу на $\frac{\pi}{2}$. У такому частотному детекторі вхідний сигнал розділяється на дві складові u_1 і u_2 , зсув фаз між якими при точній настройці контура на перехідну частоту дорівнює $\frac{\pi}{2}$. При відхиленні частоти вхідного сигналу від перехідної частоти зсув фаз змінюється у відповідності з фазовою характеристикою резонансного контура. В результаті змінюватиметься напруга на виході ЧД.

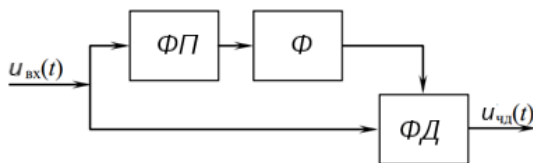


Рисунок 7.3 – Функціональна схема частотного дискримінатора

Безпосередньо зі схеми (рис. 7.3) витікає, що на ФД подаються напруги:

$$u_1(t) = u(t) = U_C \cos[(\omega_0 + \Delta\omega)t + \varphi];$$

$$u_2(t) = U_C \cdot |W_\Phi(j\omega)| \cdot \sin \left[(\omega_0 + \Delta\omega)t + \varphi + \frac{\pi}{2} + \varphi_\Phi(\Delta\omega) \right];$$

де $\Delta\omega$ – відхилення частоти напруги від перехідної частоти; $\varphi_\Phi(\Delta\omega)$ – фазовий зсув, що створюється фільтром; $|W_\Phi(j\omega)|$ – модуль АЧХ фільтру.

Знаючи вирази для напруг на вході ФД, за аналогією з попереднім, знаходимо напругу на виході ЧД як напругу на виході ФД (рис. 7.3).

В результаті отримуємо дискримінаційну характеристику ЧД:

$$u_{\text{ЧД}}(t) = 2k_{\text{ФД}} \cdot U_C \cdot |W_\Phi(j\omega)| \cdot \sin[\varphi_\Phi(\Delta\omega)] = 2k_{\text{ФД}} \cdot U_C \cdot \text{Im}\{W_\Phi(j\omega)\},$$

де $\text{Im}\{W_\Phi(j\omega)\}$ – уявна складова характеристики фільтру.

Більш широко використовується нормована характеристика:

$$F(\varphi) = 2k_{\text{ФД}} \cdot \frac{u_{\text{ЧД}}}{U_C} \cdot \text{Im}\{W_\Phi(j\omega)\}.$$

Загальний вигляд дискримінаційної характеристики наведено на рис. 7.4.

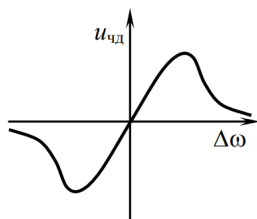


Рисунок 7.4 – Дискримінаційна характеристика ЧД

При малих значеннях відхилення частоти її можна вважати лінійною і записати у вигляді:

$$F(\varphi) = k_{\text{ЧД}} \Delta\omega,$$

де $k_{\text{ЧД}}$ – коефіцієнт передачі ЧД.

Звідси знаходимо його передаточну функцію:

$$W_{\text{ЧД}}(s) = k_{\text{ЧД}},$$

яка є справедливою для лінійної ділянки характеристики.

7.3. Кутові дискримінатори

Кутові дискримінатори (пеленгатори) використовуються у системах автоматичного супроводження за напрямком для вимірювання неузгодженості між поздовжньою віссю антени РЛС та напрямком на рухому ціль і перетворення цієї неузгодженості в електричний сигнал. Дискримінатором за

допомогти антени РЛС формується одна скануюча діаграма направленості, максимум якої зміщений від продовжній осі антени (рис. 7.5).

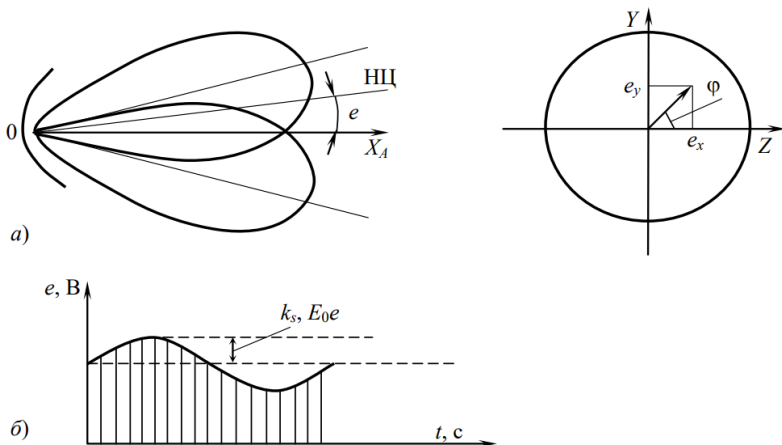


Рисунок 7.5 – Принцип кінчного сканування із визначенням складових помилок (а) та виділенням сигналу помилок (б)

Якщо напрям на ціль співпадає з поздовжньою віссю ОХ, то ціль опромінюється імпульсами однієї й тої ж потужності, тому амплітуда відбитих від неї імпульсів буде постійною. Якщо ж напрямок на ціль не співпадає з поздовжньою віссю антени, то у моменти часу, розділені інтервалом, рівним половині періоду сканування, відбиті від цілі імпульси матимуть різні амплітуди, тобто матиме місце модуляція відбитого сигналу за амплітудою з частотою сканування. При незначних відхиленнях від поздовжньої вісі, що направлена на ціль, модуляція буде лінійною:

$$E(t) = E_0 [1 + k_s e \cos (\omega_{\text{ск}} t + \varphi)],$$

де:

$E(t)$ – амплітуда сигналу, відбитого від цілі та прийнятого у момент часу t ;

E_0 – середня амплітуда імпульсів за період сканування;

k_s – постійний коефіцієнт;

$\omega_{\text{ск}}$ – частота сканування;

e – кутова неузгодженість (значення, яке характеризує відхилення напрямку на ціль);

φ – кут відхилення напрямку на ціль.

Якщо прийняти $\varphi \neq 0$, то при $t \neq 0$ (рис. 7.5, б) можемо записати:

$$E(t) = E_0 [1 + k_s e \cos \varphi \cos(\omega_{\text{ск}} t) + k_s e \sin \varphi \sin(\omega_{\text{ск}} t)].$$

Сигнал $E(t)$ подається на два фазові детектори. Опорними напругами є два синусоїдальні сигнали, які мають фазовий зсув між собою 90° . Опорні напруги знімаються з генератора, кінематично пов'язаного з пристроєм обертання діаграми направленості так, що частота обертання діаграми направленості і генератора опорних напруг одна й та ж сама.

На виході одного з фазових детекторів виникає напруга:

$$u_{\text{ФД1}} = k_{\text{ФД}} k_s e \cos \varphi = k_{\text{КД}} e_x,$$

на виході другого:

$$u_{\text{ФД2}} = k_{\text{ФД}} k_s e \sin \varphi = k_{\text{КД}} e_y,$$

де $k_{\text{КД}}$ – коефіцієнт передачі кутового дискримінатора.

Залежність напруги на виході фазового детектора від сигналу неузгодженості називається *пеленгаційною характеристикою дискримінатора*.

Передаточна функція кутового дискримінатора з урахуванням інерційності фазового детектора має вигляд:

$$W_{\text{КД}}(s) = \frac{k_{\text{КД}}}{1 + T_{\text{ФД}} s}.$$

У кутовому дискримінаторі з конічним скануванням прийом відбитих імпульсів проходить послідовно через проміжки часу, які дорівнюють періоду сканування. За цей проміжок часу сигнал через властивість відбиття цілі змінюється, що призводить до зниження точності вимірювання кута неузгодженості.

У моноімпульсних кутових дискримінаторах прийом відбитих імпульсів від цілі виконується одночасно чотирма антенами, дві з яких призначені для пеленгації цілі в одній площині, а дві інші – у другій. Оскільки у кожній площині використовуються по два незалежні канали, то амплітудні флуктуації відбитого сигналу не впливають на точність вимірювання кута неузгодженості.

В залежності від способу обробки прийнятих сигналів, моноімпульсні дискримінатори розділяються на фазові та сумарно-різницеві дискримінатори.

Розглянемо роботу моноімпульсного кутового дискримінатора на прикладі сумарно-різницевого способу обробки. У такому дискримінаторі напрям на ціль визначається шляхом порівняння фаз сигналів, що приймаються одночасно двома антенами (рис. 7.6).

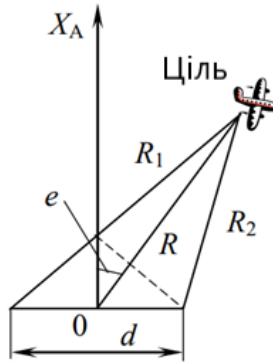


Рисунок 7.6 – Метод фазової пеленгації

Метод порівняння фаз полягає в оцінці:

$$R_1 = R + \frac{d}{2} \sin(e); \quad R_2 = R - \frac{d}{2} \sin(e);$$

де R_1, R_2 – відстані від антени до цілі; d – відстань між центрами антен.

Різниця відстаней $\Delta R = R_1 - R_2 = d \sin(e)$ дозволяє знайти різницю фаз:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta R = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(e), \quad (7.3)$$

де λ – довжина електромагнітної хвилі у відкритому просторі.

Використовуючи (7.3), визначається кутова неузгодженість через різницю фаз прийнятих сигналів:

$$e = \arcsin\left(\frac{\lambda \Delta\varphi}{2\pi d}\right). \quad (7.4)$$

Вираз (7.4) буде справедливим у випадку, коли відстань між центрами антен не перевищуватиме діаметру антени.

Принцип роботи сумарно-різницевого фазового моноімпульсного дискримінатора розглянемо на прикладі моноімпульсного приймача системи автосупроводження (рис. 7.6).

Сигнали, прийняті антенами, подаються на хвильовий міст, з одного із виходів якого знімається сумарний сигнал, а з другого – різницевий. Ці сигнали надходять на перетворювачі частоти, складовими яких є змішувачі ЗМс, ЗМР і гетеродина. На виходах змішувачів створюються сумарний та різницевий сигнали проміжної частоти, які підсилюються підсилювачем проміжної частоти. Для стабілізації рівнів сигналів сумарного і різницевого каналів у дискримінатор введено пристрій автоматичного регулювання підсилення. Різницева напруга подається на фазовий детектор, опорним сигналом якого є сумарна напруга.

Для забезпечення нормальної роботи ФД у різницевий канал включено фазоповоротну схему. Напряга на виході ФД:

$$u_{\text{ФД}} = \frac{k_{\text{ФД}} k_p \sin \Delta\varphi}{k_c (1 + \cos \Delta\varphi)} = k_{\text{ФД}} \frac{k_p}{k_c} \operatorname{tg}\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right). \quad (7.5)$$

де k_p , k_c – коефіцієнти підсилення різницевого і сумарного сигналів.

З урахуванням (7.3), вираз (7.5) прийме вигляд:

$$u_{\text{ФД}}(e) = k_{\text{ФД}} \frac{k_p}{k_c} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin(e)\right).$$

Реально кутові дискримінатори знаходять використання для формування систем з конічним скануванням діаграми направленості (з послідовним порівнянням сигналів) і моноімпульсних (з миттєвим порівнянням сигналів).

7.4. Часові дискримінатори

Часові дискримінатори призначені для вимірювання часових неузгодженостей між відбитими від цілі і зондуєчими імпульсами та перетворення неузгодженості у пропорційне значення напруги. Зв'язок вихідного сигналу дискримінатора з вхідним сигналом визначається часовою неузгодженістю Δt (рис. 7.7). Часова неузгодженість дорівнює різниці часу затримки слідкуючих імпульсів Δt_i .

У часовому дискримінаторі створюються два імпульси, тривалості яких визначаються виразами:

$$\tau_1 = \frac{\tau}{2} - \Delta t; \quad \tau_2 = \frac{\tau}{2} + \Delta t.$$

Після згладження цих імпульсів створюється усереднена різниця напруг:

$$u_{\text{ВД}} = u_0 \frac{\tau_1 - \tau_2}{T}, \quad (7.6)$$

де U_0 – амплітуда імпульсів.

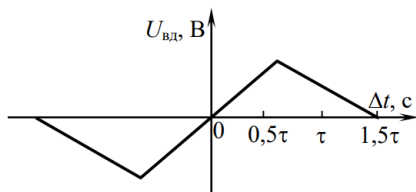


Рисунок 7.7 – Дискримінаційна характеристика часового дискримінатора

Вираз (7.6) буде справедливим при виконанні умови, що $|\Delta t| \leq \frac{\tau}{2}$.

При $|\Delta t| > \frac{\tau}{2}$ напруга $u_{ВД}$ зменшується і при $\Delta t = 1,5\tau$ стає рівною нулю

(рис. 7.7).

Системи радіоавтоматики працюють в умовах дії зовнішніх перешкод, тому при аналізі їхнього впливу на якісні показники слід враховувати нелінійні характеристики дискримінатора.

7.5. Виконавчі пристрої

У системах електронної і радіоавтоматики використовуються різні типи виконавчих пристроїв, призначених для виконання функцій, що задаються електричними сигналами. Це можуть бути як електронні пристрої, так і електромеханічні – двигуни постійного та змінного струму, крокові двигуни, різного типу реле, контактори тощо. Якість роботи виконавчих пристроїв характеризується їхніми характеристиками «вхід – вихід» або регулюючими характеристиками.

Стосовно розглянутих систем, у кожній з них існує свій пристрій керування і, відповідно, свої керуючі параметри.

Наприклад, для систем АРП пристроєм керування є підсилювачі зі змінним коефіцієнтом підсилення, а керуючим параметром – коефіцієнт підсилення. Його регулююча характеристика наведена на рис. 7.8, а. Для систем ФАПЧ виконавчим пристроєм є генератор, а керуючий параметр – частота генератора. (рис. 7.8, б).

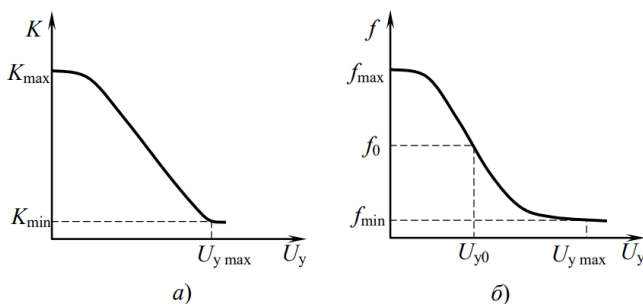


Рисунок 7.8 – Регулюючі характеристики керованого підсилювача (а) і генератора (б)

Кожен з них характеризується крутизною характеристики S як відношення приросту вихідного параметру до вхідного, діапазоном керуючих і вихідних сигналів, а також динамічним діапазоном – як відношенням максимального значення вихідного параметра до його мінімального значення.

У системах керування антенами РЛС використовуються електричні двигуни постійного та змінного струму (рис. 7.9), електромагнітні порошкові муфти та інші пристрої. При використанні двигуна постійного струму, що працює на деяке навантаження Н, на обмотку збудження подається постійна напруга від джерела постійного струму, а на обмотку якоря подається керуюча напруга від підсилювача потужності. Напруга на обмотці якоря є вхідним сигналом для двигуна, а кут повороту якоря – вихідним. Залежність частоти обертання якоря двигуна Ω від вхідної напруги називається *характеристикою регулювання* (рис. 4.9, б).

Спрощена передаточна функція двигуна без урахування впливу напруги збудження, протидіючої електрорушійної сили, визначається виразом:

$$W_d(s) = \frac{\varphi(s)}{U_{\text{я}}(s)} = \frac{k_d}{s(1 + T_M s)},$$

де:

$\varphi(s)$ – перетворення Лапласа для кутового відхилення якоря;

$U_{\text{я}}(s)$ – перетворення Лапласа для відхилення напруги на обмотці якоря.

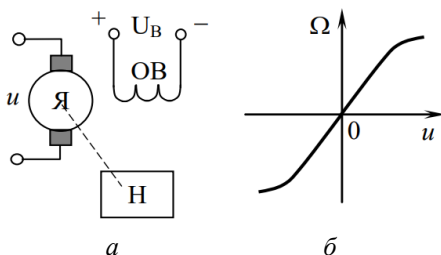


Рисунок 7.9 – Схема включення (а) і характеристика регулювання (б) електричного двигуна постійного струму

Параметри передаточної функції k_d і T_M можуть бути визначені як теоретично, так і експериментально.

Питання до лекції

1. Що таке фазовий детектор?
2. Яке призначення мають частотні, кутові, часові дискримінатори?
3. Наведіть приклади виконавчих пристроїв.

ЛЕКЦІЯ № 8

Стійкість лінійних систем автоматики

8.1. Основні поняття і визначення

Будь-яка електронна система працює в умовах дії зовнішніх керуючих впливів та завад. Реакція системи на їхню дію може бути різною, в залежності як від структури системи, так і від параметрів її елементів. Головне завдання системи – максимально точно, з мінімальними помилками «відпрацьовувати» дію керуючих впливів.

Якщо керуючі впливи не змінюються, то при відсутності збурень вважається, що система перебуває або працює у статичному режимі.

При їх наявності або зміні система перебуватиме у динамічному (перехідному) режимі до нового статичного. *Процес переходу від одного статичного режиму до іншого називається перехідним процесом.*

Перехід системи до нового статичного режиму забезпечуються її стійкістю. Стійкість – це головна якісна властивість систем автоматичного керування, без якого вона непрацездатна. *Фактично поняття стійкості системи означає, що процеси у системі з часом ($t \rightarrow \infty$) переходять до конкретних величин при будь-яких початкових умовах.*

Якість системи при переході з одного стійкого стану до іншого оцінюється при дії на неї керуючого впливу типу одиничного стрибка або δ -імпульсу.

На рис. 8.1 наведено приклад реакції системи (перехідної характеристики) на дію керуючого впливу типа одиничного стрибка.

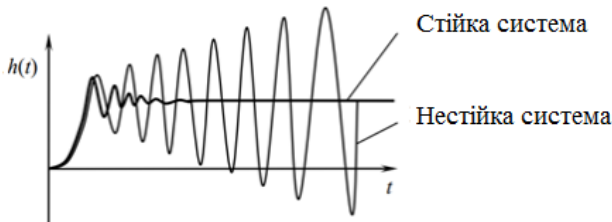


Рисунок 8.1 – Перехідні характеристики системи

Для стійкої системи справедливою є рівність:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = k.$$

На рис. 8.2 наведено приклад оцінки стійкості системи за допомогою імпульсної перехідної характеристики.

Для оцінки стійкості системи необхідно дослідити вільну складову розв'язання однорідного рівняння (8.1):

$$(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s^1 + a_0) y = 0. \quad (8.2)$$

Загальним розв'язанням однорідного рівняння (8.2) є сума часткових рішень, які визначаються значеннями коренів характеристичного рівняння:

$$D = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s^1 + a_0 = 0. \quad (8.3)$$

Коефіцієнти рівняння (8.3) залежать лише від параметрів системи, параметрів її ланок та способів їх з'єднання.

Кожному дійсному кореню α_i відповідає часткове розв'язання виду:

$$A_i \exp(\alpha_i t). \quad (8.4)$$

Кожному дійсному кореню α_i кратності k відповідає k часткових рішень виду:

$$(A_{i+k-1} t^{k-1} + A_{i+k-2} t^{k-2} + \dots + A_{i+1} t + A_i) \exp(\alpha_i t). \quad (8.5)$$

Кожній парі комплексно-спряжених коренів $\alpha_i + j\beta_i$ і $\alpha_i - j\beta_i$ відповідає два часткових рішення виду:

$$(A_i \sin \beta_i t + B_i \cos \beta_i t) \exp(\alpha_i t) = C_i \exp(\alpha_i t) \sin(\beta_i t + \psi_i). \quad (8.6)$$

де α_i , β_i – постійні величини; A , B , C , ψ_i – сталі інтегрування – завжди обмежені за абсолютною величиною і залежать лише від параметрів системи, способів з'єднання елементів і визначаються з системи алгебраїчних рівнянь, складених на основі початкових умов.

Якщо характеристичне рівняння системи не має кратних коренів, то тоді корені обчислюються приблизно, і розв'язання характеристичного рівняння (8.3) відповідно (8.4) – (8.6) матимуть лише складові виду:

$$A_i \exp(\alpha_i t) \text{ та } C_i \exp(\alpha_i t) \sin(\beta_i t + \psi_i). \quad (8.7)$$

До прикладу, маємо характеристичне рівняння виду (8.3), корні якого α_1 і α_2 мають кратність 2. У такому випадку вільна складова регульованої величини у відповідності до (8.4) і (8.5) матиме вигляд:

$$y(t) = A_1 \exp(\alpha_1 t) + (A_2 + A_3 t) \exp(\alpha_2 t).$$

Із розв'язання рівняння (8.3) витікає, що при позитивному значенні одного з коренів значення $y(t)$ необмежено зростатиме, тобто система буде нестійкою.

Не складно у такий спосіб показати, що при наявності комплексно-спряжених коренів з позитивною дійсною частиною матиме місце зростаючий коливальний процес. Звідси витікає, що для того, щоб система була стійкою, необхідно і достатньо, щоб усі корені мали від'ємну дійсну частину.

Якщо при розв'язанні характеристичного рівняння буде отримано лише один нульовий корінь або пара чисто уявних коренів, і при цьому решта коренів матимуть від'ємну дійсну частину, то система знаходитиметься на межі стійкості і розв'язання (8.3) матиме постійну величину A_1 або гармонічну складову з постійною амплітудою.

Якщо система нелінійна, то навіть при наявності нульових або чисто уявних коренів про її стійкість можна судити лише після дослідження її нелінійних рівнянь.

Як і будь-яке комплексне число корені характеристичного рівняння можна зобразити у вигляді точок на комплексній площі (рис. 8.3).

За розміщенням коренів характеристичного рівняння легко оцінювати стійкість системи. Для стійкості лінійної або лінеаризованої системи необхідно і достатньо, щоб усі корені характеристичного рівняння лежали у лівій напівплощі комплексної площини.

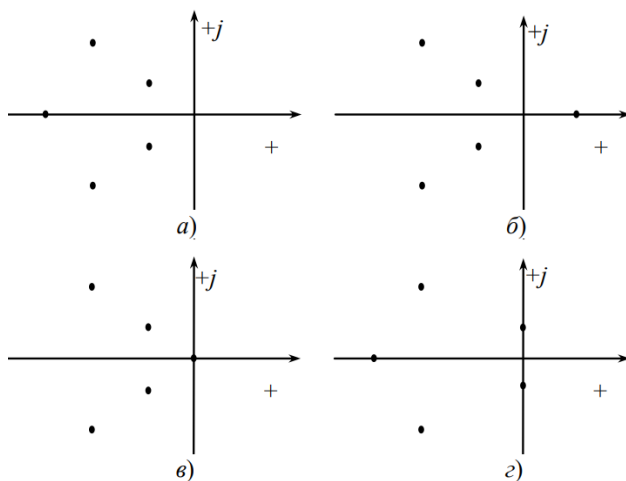


Рисунок 8.3 – Розміщення коренів характеристичного рівняння п'ятого порядку для стійкої системи (а); нестійкої системи (б); системи, що знаходиться на межі стійкості (в); системи, що знаходиться на межі стійкості при $a_0 = 0$ (г)

У такому випадку уявна вісь є межею стійкості. Якщо на уявній осі знаходиться один або декілька коренів, то система знаходиться на межі стійкості (рис. 8.3, в, г). Перший випадок матиме місце при $a_0 = 0$. Якщо один або декілька коренів знаходяться у правій напівплощині графіку, то система нестійка (рис. 8.3, б).

Приклад. Оцінити стійкість системи першого порядку, передаточна функція якої має вигляд:

$$W(s) = \frac{1}{Ts + 1}.$$

Розв'язання: Характеристичне рівняння $Ts + 1 = 0$ матиме лише один корінь $\alpha = \frac{1}{T}$, який буде від'ємним при $T > 0$.

Як наслідок, позитивний коефіцієнт характеристичного рівняння для системи першого порядку є необхідною і достатньою умовою стійкості.

Приклад. Знайти умови стійкості для системи другого порядку:

$$W(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}.$$

Розв'язання: Характеристичне рівняння системи:

$$T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1 = 0.$$

Корені рівняння:

$$\alpha_{1,2} = -\frac{\xi}{T} \pm \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{T}.$$

Звідси витікає, що корені можуть бути від'ємними у випадку, коли знаки коефіцієнтів ξ і T співпадають або, іншими словами, позитивні значення коефіцієнтів характеристичного рівняння є необхідною і достатньою умовою стійкості.

8.3. Критерії стійкості

Точно визначити корені характеристичних рівнянь можливо лише для систем не більше четвертого порядку. Тому був розроблений ряд способів, які дозволяють оцінити стійкість систем за видом характеристичного рівняння системи або її частотної характеристики. Ці способи називають *критеріями стійкості*.

8.3.1. Критерій стійкості Гурвіца

Цей критерій знаходить широке використання при аналізі систем третього і четвертого порядків при відомих параметрах системи. Крім цього, він дозволяє отримати аналітичні вирази для межі області можливих значень будь-якого параметру системи, при яких зберігається стійкий стан системи.

Це алгебраїчний критерій, який передбачає розгляд характеристичного рівняння (8.3) замкненої системи у стандартній формі:

$$D(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s^1 + a_0 = 0.$$

З його коефіцієнтів за наступним правилом складається матриця Гурвіца: на головній діагоналі зверху вниз вписують коефіцієнти характеристичного рівняння від a_{n-1} до a_0 включно. У кожному стовбці вниз від діагоналі записують коефіцієнти при зростаючих степенях оператора Лапласа s , а вверху – при зменшуваних. Недостатність елементів в таблиці заповнюються нулями. Інший спосіб заповнення таблиці полягає у тому, що в кожен рядок справа від головної діагоналі розміщують коефіцієнти при зменшуваних через одну ступінь s , а зліва від головної діагоналі розміщують коефіцієнти при зростаючих через одну ступінь оператора Лапласа s , тобто a_{n-1} , a_{n-3} , a_{n-5} .

Після проведених операцій квадратна матриця H розміром $\dim H = n \times n$ матиме вигляд:

$$H = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 & 0 \\ a_n & a_{n-2} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_{n-1} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & a_2 & a_0 \end{bmatrix}. \quad (8.8)$$

Умови стійкості за критерієм Гурвіца: *Для стійкості лінійної системи необхідно і достатньо, щоб при $a_n > 0$ всі n визначників, що отримуються з матриці Гурвіца H , були позитивними, тобто:*

$$\Delta_1 = a_{n-1} > 0; \Delta_2 = \det \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix} > 0; \Delta_3 = \det \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} > 0; \quad (8.9)$$

$$\Delta_n = \det H = a_0 \Delta_{n-1} > 0.$$

Умова межі стійкості, у відповідності до критерію Гурвіца, має вигляд:

$$\Delta_n = \det H = a_0 \Delta_{n-1} = 0. \quad (8.10)$$

Приклад. Оцінити стійкість системи третього порядку, передаточна функція розімкненої частини якої має вигляд:

$$W(s) = \frac{k}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}.$$

Розв'язання: Характеристичне рівняння замкненої системи у відповідності до (8.3) має вигляд:

$$a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0.$$

Складемо матрицю Гурвіца для системи третього порядку:

$$H = \begin{bmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 + k \end{bmatrix}.$$

Умови стійкості системи у відповідності до критерія Гурвіца і (8.9) наступні:

$$\begin{cases} \Delta_1 = a_2 > 0; \\ \Delta_2 = a_1 a_2 > a_3 (a_0 + k); \\ \Delta_3 = \det H = a_0 \Delta_2. \end{cases} \quad (8.11)$$

Оскільки позитивність всіх коефіцієнтів характеристичного рівняння витікає з необхідності умови, то умова стійкості системи третього порядку має вигляд (8.11).

Критерій Гурвіца переважно знаходить використання з дослідженням систем у таких програмних пакетах, як MathCAD і MathLab, що пристосовані для роботи з матрицями. Також він використовується у тих випадках, коли необхідно знайти умови збудження генераторних схем.

8.3.2. Критерій стійкості Михайлова

Критерій стійкості Михайлова знаходить використання при дослідженні замкнутих лінійних систем з постійними параметрами.

При аналізі умов стійкості розглядається характеристичний комплекс системи $D(j\omega)$, який отримується з характеристичного полінома (8.3):

$$D = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s^1 + a_0$$

заміною s на $j\omega$ і приймає вигляд:

$$D(j\omega) = a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_1 (j\omega)^1 + a_0.$$

У ньому виділяються дійсна і уявна частини, а також амплітуда і фаза:

$$D(j\omega) = R_D(\omega) + j I_D(\omega) = A_D(\omega) \exp(j\varphi_D(\omega)).$$

Для конкретного числового значення $\omega = \omega_1$ характеристичний комплекс представляє собою комплексне число, яке можна зобразити на комплексній площині у вигляді вектора, що з'єднує початок координат з точкою, координати якої $R_D(\omega_1)$, $I_D(\omega_1)$.

При зміні частоти ω від 0 до ∞ кінець вектора $D(j\omega)$ описуватиме на комплексній площині деяку криву, яку називають *годографом Михайлова*. Причому, починається годограф у точці з координатами a_0 , j_0 (рис. 8.4).

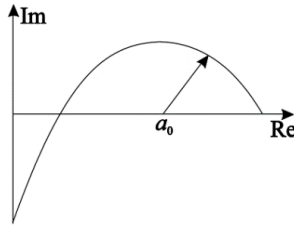


Рисунок 8.4 – Годограф Михайлова

Формулювання критерію. Для стійкості системи необхідно і достатньо, щоб годограф Михайлова при зміні ω від 0 до ∞ починався на дійсній осі у точці a_0 і проходив послідовно проти часової стрілки n квадрантів, не перетворюючись в нуль, і прагнув до ∞ в n -му квадранті.

Доказ критерію базується на тому, що поліном $D(j\omega)$ може бути представлений як добуток простих співмножників:

$$D(j\omega) = (j\omega - \lambda_1) \cdot \dots \cdot (j\omega - \lambda_n),$$

де λ_n – корені характеристичного рівняння, кожен з яких має свою амплітудну $A_{Dn}(\omega)$ і фазову $\Phi_{Dn}(\omega)$ характеристики.

Тому загальна амплітудна і фазова характеристики матимуть вигляд:

$$A_D(\omega) = \prod_{n=1}^N A_n(\omega);$$

$$\Phi_D(\omega) = \sum_{n=1}^N \Phi_n(\omega).$$

Якщо корені знаходяться у лівій напівплощині комплексної площини, то кількість квадрантів, що охоплюватиме годограф, буде $N\frac{\pi}{2}$, а при $\omega \rightarrow \infty$ значення $A_D(\omega) \rightarrow \infty$. Вигляд годографа Михайлова для стійкої та нестійких систем третього порядку наведено на рис. 8.5.

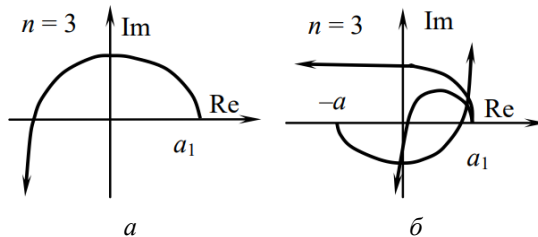


Рисунок 8.5 – Приклади годографів Михайлова для стійкої (а) і нестійких (б) систем

Система знаходитиметься на межі стійкості, якщо годограф Михайлова при деякому значенні частоти ω_0 приймає нульове значення, тобто при виконанні умови:

$$R_D(\omega_0) = 0; \quad I_D(\omega_0) = 0;$$

де ω_0 – частота незагасаючих коливань.

Приклад. Система з передаточною функцією:

$$W(s) = \frac{2}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$$

охоплена одиничним зворотним зв'язком. Оцінити стійкість системи з використанням годографа Михайлова.

Розв'язання: Визначаємо передаточну функцію замкненої системи:

$$W(s) = \frac{2}{s^3 + 2s^2 + 2s + 3}.$$

Записуємо її характеристичний поліном:

$$D(s) = s^3 + 2s^2 + 2s + 3.$$

Знаходимо вираз для годографа Михайлова заміною $s = j\omega$:

$$D(j\omega) = -j\omega^3 - 2\omega^2 + 2j\omega + 3.$$

Представимо годограф у наступному вигляді:

$$D(j\omega) = R_D(\omega) + jI_D(\omega) = (3 - 2\omega^2) + j(2\omega - \omega^3).$$

Для побудови годографа обчислюються значення дійсної та уявної частин при конкретних значеннях частоти. Результати зведені у таблицю.

Таблиця – 8.1

ω	0	1	1,22	1,41		∞
$R_D(\omega)$	3	1	0	-1		$-\infty$
$I_D(\omega)$	0	1	0,61	0		$-\infty$

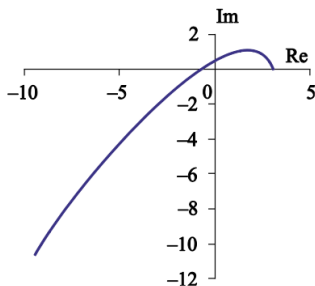


Рисунок 8.6 – Годограф Михайлова до прикладу

На рис. 8.6. наведено графік годографа Михайлова для даного прикладу.

Годограф, у відповідності до рисунку, проходить послідовно три квадранти і прагне до нескінченності у третьому квадранті, тобто система стійка.

8.3.3. Критерій стійкості Найквіста

Принципова різниця критерію Найквіста полягає у використанні частотних характеристик системи, що досліджується. Спочатку цей критерій був орієнтований для дослідження підсилювачів зі зворотним зв'язком.

Оскільки підсилювачі проєктувались, виходячи з їхніх заданих частотних властивостей, то такий підхід передбачав, що частотна характеристика системи вже відома як проєктна або як експериментальна. Тому в подальшому вважатимемо, що частотна характеристика розімкненої системи вже відома і має вигляд:

$$W(s) = \frac{B_0(s)}{A_0(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0}, \quad m \leq n. \quad (8.12)$$

У виразі (8.12) $A_0(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0$ – характеристичний поліном.

Розглянемо структурну схему замкнутої системи з передаточною функцією $W_0(s)$, охопленою одиничним зворотним зв'язком (рис. 8.7).

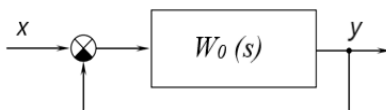


Рисунок 8.7 – Структурна схема замкнутої системи

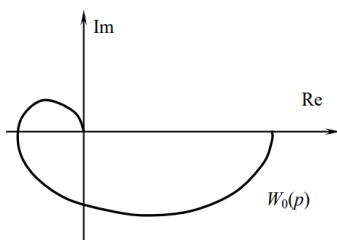


Рисунок 8.8 – АФХ розімкненої системи

Передаточна функція $W_0(s)$ характеризується своєю АФХ (рис. 8.8).

Передаточна функція замкнутої системи:

$$W(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{W_0(s)}{1 + W_0(s)} = \frac{B_0(s)}{A_0(s) + B_0(s)}, \quad (8.13)$$

де $A(s) = A_0(s) + B_0(s)$ – характеристичний поліном замкнутої системи.

Для отримання критерію стійкості вводиться допоміжна функція:

$$W_d(s) = 1 + W_0(s) = \frac{A_0(s) + B_0(s)}{A_0(s)} = \frac{A(s)}{A_0(s)}. \quad (8.14)$$

Як видно з (8.14), чисельник допоміжної передаточної функції являє собою характеристичний поліном замкненої системи, а знаменник – характеристичний поліном розімкненої системи. Оскільки $\dim B_0(s) \leq \dim A_0(s)$, то $A(s)$ має порядок суми поліномів $\dim A_0(s) = n$. Як наслідок, у допоміжній передаточній функції $W_d(s)$ поліноми чисельника і знаменника мають один порядок n .

Замінімо в (8.14) s на $j\omega$:

$$W_d(j\omega) = \frac{A(j\omega)}{A_0(j\omega)}. \quad (8.15)$$

Розглянемо кут повороту вектору $W_d(j\omega)$ при зміні частоти від 0 до ∞ .

Якщо замкнена система стійка, то загальний приріст фази чисельника (8.15) буде:

$$\varphi(\omega) = n \frac{\pi}{2}. \quad (8.16)$$

При стійкій розімкненій системі фаза у знаменнику буде:

$$\varphi_0(\omega) = n \frac{\pi}{2}. \quad (8.17)$$

Результуючий кут повороту вектору $W_d(j\omega)$:

$$\varphi_d(\omega) = \varphi(\omega) - \varphi_0(\omega) = 0. \quad (8.18)$$

Таким чином, для стійкості замкненої системи (при стійкій розімкненій) повинна виконуватись умова (8.18).

Ця властивість має просту геометричну інтерпретацію: допоміжна частотна характеристика не повинна охоплювати початок координат. Оскільки $W_d(j\omega)$ відрізняється від $W_0(j\omega)$ на одиницю, то для оцінки стійкості можна використовувати амплітудно-фазову характеристику розімкненої системи.

Формулювання критерію Найквіста: Для стійкості замкненої системи необхідно і достатньо, щоб амплітудно-фазова характеристика стійкої розімкненої системи при зміні частоти ω від 0 до ∞ не охоплювала точку з координатами $(-1; j0)$.

Розімкнена система може бути нестійкою, але це не означає, що нестійкою буде і замкнена система.

В останньому випадку формулювання критерію Найквіста буде наступним: Для стійкості замкненої системи необхідно і достатньо, щоб АФХ нестійкої розімкненої системи при зміні частоти ω від 0 до ∞ охоплювала точку з координатами $(-1; j0)$ у позитивному напрямку $\frac{r}{2}$ разів, де r – кількість

коренів характеристичного рівняння розімкненої системи з позитивною дійсною частиною (рис. 8.9).

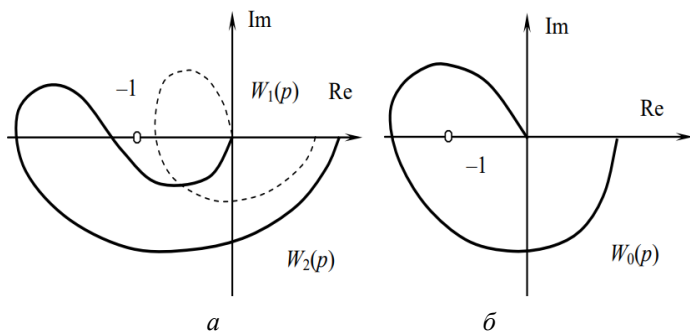


Рисунок 8.9 – АЧХ системи для оцінки стійкості за критерієм Найквіста

Критерій Найквіста може бути використаний і в тих випадках, коли розімкнена система містить у своєму складі інтегратор, тобто має наступну передаточну функцію:

$$W_0(s) = \frac{B_0(s)}{s A_0(s)}. \quad (8.19)$$

Для перевірки стійкості замкненої системи можна використовувати логарифмічні частотні характеристики розімкненої системи.

Критерій Найквіста у даному випадку інтерпретується наступним чином: Для замкненої системи необхідно і достатньо, щоб на частотах, де ЛАЧХ є позитивною, фазова характеристика розімкненої системи не перетинала вісь 180° або перетинала її парну кількість разів. Замкнена система перебуває на межі стійкості, якщо на тій же частоті, на якій амплітудна характеристика дорівнює нулю, фазова характеристика розімкненої системи має кут зсуву -180° .

Приклад. Побудувати ЛАЧХ розімкненої системи (рис. 8.10), що містить послідовно з'єднані чотири ланки з передаточними функціями:

$$W_1(s) = \frac{1}{s}; \quad W_2(s) = k_2(T_2 s + 1); \quad W_3(s) = \frac{k_3}{T_3 s + 1}; \quad W_4(s) = \frac{k_4}{T_4 s + 1},$$

$$\text{де: } T_2 = \frac{1}{\omega_2}; \quad T_3 = \frac{1}{\omega_3}; \quad T_4 = \frac{1}{\omega_4}.$$



Рисунок 8.10 – Структурна схема до прикладу

Розв'язання: Визначаємо загальний коефіцієнт підсилення у логарифмічному масштабі:

$$K = 20 \lg(k_2 k_3 k_4).$$

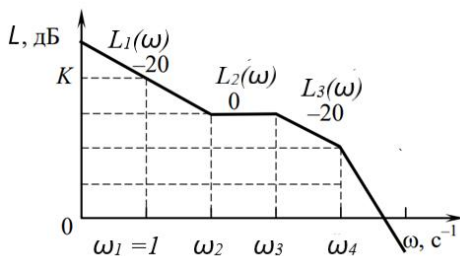


Рисунок 8.11 – Логарифмічна АЧХ до прикладу

8.4. Обласі та запаси стійкості

При складанні математичної моделі завжди робиться ряд допусків та спрощень. Тому параметри реальної системи дещо відрізнятимуться від розрахункових. З часом вони можуть змінюватись в деякому діапазоні, але все це не повинно впливати на стійкість системи. Тому для нормальної її роботи необхідно передбачати деякий запас за зміною параметрів, який визначатиме запас стійкості.

Розглянемо лінійну стаціонарну систему загального виду, яка описується узагальненим рівнянням виду (8.1), та відповідне їй характеристичне рівняння (8.3), що має n коренів a_i .

Областю стійкості за параметрами будемо називати множину матриць (8.9), для яких виконується загальна умова стійкості.

На практиці слід враховувати зміну одного-двох параметрів системи.

Запасом стійкості називається діапазон значень параметрів, при яких не порушуються умови стійкості.

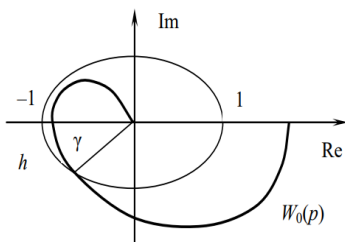


Рисунок 8.12 – Визначення запасів стійкості за АФХ

Розглянемо частотні технології оцінки запасу стійкості у відповідності з критерієм Найквіста. Спочатку розглянемо особливість визначення запасу стійкості на основі АФХ (рис. 8.12).

Якщо побудувати коло одиничного радіусу в координатах АФХ, то з графіка можемо зробити висновок, що запас за амплітудою h – це відстань між значенням годографа на дійсній осі (Re) і точкою з координатами $(-1, j0)$. Він показує, на скільки можна підняти коефіцієнт підсилення розімкненої системи, щоб вона досягла межі стійкості.

Запас за фазою визначається точкою перетину траєкторії годографа з колом одиничного радіусу. Фазовий кут γ показує, на скільки можна змінити фазу системи без порушення умов стійкості.

В інженерних розрахунках зазвичай запас за амплітудою закладається на рівні 30...60% від розрахункового значення АФХ. Запас за фазою закладається практично з такими ж значеннями.

Аналогічно і більш практично запаси стійкості можна визначити за логарифмічними характеристиками розімкненої системи (рис. 8.13).

У даному випадку запас стійкості за амплітудою, позначений як ΔL , знаходиться на частоті, на якій фазовий зсув $\varphi(\omega) = -\pi$. Запас стійкості за фазою $\Delta\varphi$ знаходиться на частоті зрізу ω_c , на якій $20 \lg K = 0$.

Інженерні рекомендації запасів стійкості: $\Delta L = (10-15)$ дБ; $\Delta\varphi = (30-60)^\circ$.

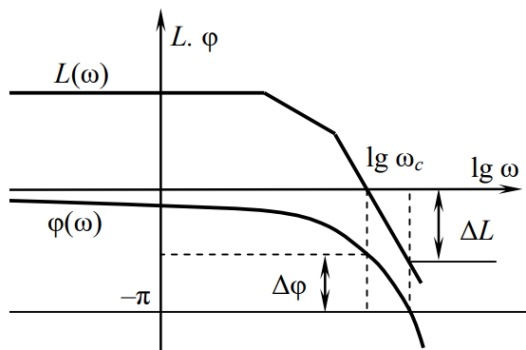


Рисунок 8.13 – Визначення запасів стійкості за ЛАЧХ

8.5. Коренева оцінка запасу стійкості

Запаси стійкості системи тісно пов'язані з параметрами перехідного процесу – такими, як його характер, тривалість тощо. Вигляд перехідних процесів у системі визначається коренями характеристичного рівняння (8.3), причому коливального характеру надають комплексно-спряжені корені:

$$\lambda_{i,i+1} = \alpha_i \pm j\beta_i,$$

де дійсна складова визначає швидкість загасання, а уявна – частоту коливань (рис. 8.14).

Пара коренів з самим широким сектором буде давати складову процесу з найбільшими коливаннями, тому в якості оцінки стійкості використовується величина: $\gamma = \frac{\alpha}{\beta}$, яка може змінюватись в діапазоні від нуля до нескінченності.

Чим менше γ (тобто, більше уявна частина кореня), тим ближче система до межі стійкості. При $\gamma = 0$ вона знаходиться на межі стійкості, а при $\gamma = \infty$ системам буде абсолютно стійка.

Таким чином, коренева оцінка запасу стійкості γ характеризує, на скільки можна змінювати корені характеристичного рівняння без втрати стійкості системи. Така оцінка використовується на етапі проектування.

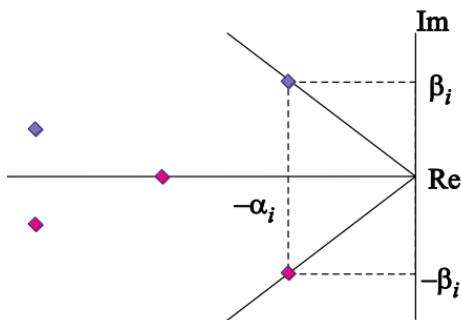


Рисунок 8.14 – Розподіл коренів в системі

Питання до лекції

1. Який процес називається перехідним?
2. Сформулюйте поняття стійкості динамічної системи.
3. Чим відрізняється перехідний процес у системі при дії на неї керуючого впливу типу одиничного стрибка і типу дельта-функції?
4. Як визначається стійкість системи за коренями характеристичного рівняння?
5. Сформулюйте умови стійкості за критерієм Гурвіца.
6. Сформулюйте умови стійкості за критерієм Михайлова.
7. Сформулюйте умови стійкості на основі критерія Найквіста з використанням АФХ.
8. Сформулюйте умови стійкості за ЛАЧХ.
9. Поясніть термін «запас стійкості».

ЛЕКЦІЯ № 9

Якісні показники електронних систем

Стійкість не є єдиним критерієм, на основі якого проєктуються електронні системи. Не менш важливими показниками є точність роботи системи, характер перехідних процесів після дії керуючих впливів та збурень, частотні властивості тощо.

Закони зміни керуючих сигналів та завад попередньо не відомі, тому якість роботи навіть спроектованої і виготовленої системи визначають на основі побічних ознак, наприклад, за реакцією на стандартні керуючі впливи – такі, як синусоїдальний сигнал, дельта-імпульс, ступінчастий сигнал.

Динамічна помилка роботи системи оцінюється при керуючому впливі виду:

$$x(t) = \sum_{i=0}^k a_i t^i.$$

Якість роботи електронних систем при дії випадкових сигналів характеризуються за сумарною середньоквадратичною помилкою.

У системах автоматичної стабілізації вхідний сигнал є постійною величиною, тому головними показниками якості таких систем виступають характеристики перехідних процесів та загальна середньоквадратична помилка.

Якість роботи слідкуючих систем, вхідний сигнал яких є випадковим процесом, оцінюється не лише за перехідним процесом, а й за частотними характеристиками, динамічною точністю роботи і сумарною середньою квадратичною помилкою.

Для оцінки якості роботи електронних систем також використовуються побічні методи. Вони базуються на обчисленні інтегральних оцінок. Широко використовується квадратична інтегральна оцінка:

$$J = \int_0^{\infty} \left\{ e^2(t) + a_1 \dot{e}^2(t) + a_2 \ddot{e}^2(t) + \dots + a_{2k} \ddot{e}^{2k}(t) \right\} dt, \quad (9.1)$$

де $e(t)$ – помилка системи, яка визначається різницею вхідного сигналу $x(t)$ і вихідного сигналу $y(t)$; a_i – постійні коефіцієнти; $\dot{e}$, $\ddot{e}$, ... – похідні від помилки.

Якість роботи електронної системи визначається інтегральною оцінкою (9.1). Чим менша її величина, тим більш якісно працює система.

Змінюючи значення коефіцієнтів a_i , можна змінювати вплив окремих складових на загальну помилку системи.

Використання інтегральних оцінок має свої складності, оскільки не для кожної системи вони є ідеальним критерієм. До того ж, виконання обчислень, що закладені в (9.1), далеко не завжди можливі.

9.1. Показники якості перехідного процесу

Перехідні процеси є елементом функціонування будь-якої електронної системи. Тому показники якості динамічних режимів відіграють важливу роль у роботі систем. Наприклад, у системах автоматичного супроводження цілі РЛС не припустимі великі кути відхилення антени від встановленого значення, оскільки може мати місце зрив супроводження цілі. Для підвищення надійності роботи механічних вузлів обмежуються амплітуди і кількість коливань антени в перехідних режимах.

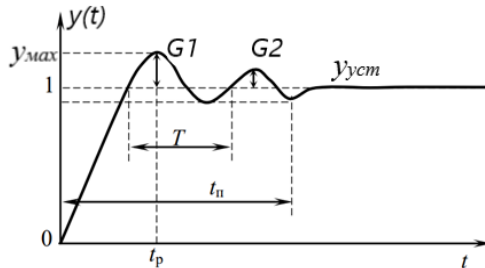


Рисунок 9.1 – Графік перехідного процесу

До основних показників якості перехідного процесу в електронних системах відносяться наступні параметри (рис. 9.1):

- *тривалість перехідного процесу* t_n – дорівнює інтервалу часу з моменту подачі сигналу до моменту часу, коли вихідний параметр відрізнятиметься від його статичного значення не більше ніж на 5%;

- *перерегулювання* $\delta = \frac{y_{\max} - y_{\text{уст}}}{y_{\text{уст}}} \cdot 100\%$ – визначається відношенням

різниці між максимальним значенням вихідного параметра у перехідному процесі та його значенням у стійкому стані;

- *час встановлення першого максимуму вихідного сигналу* t_p – характеризує швидкість його зміни у перехідному процесі;

- *частота коливань у перехідному процесі* $\omega_n = \frac{2\pi}{T}$, де T – період коливань;

- *коливальність перехідного процесу* – визначається як відношення сусідніх максимумів перехідної характеристики $k = \frac{G_1}{G_2} \cdot 100\%$.

Окрім вказаних показників, також визначається кількість коливань, що мають місце протягом перехідного процесу.

Для знаходження перехідного процесу використовуються модельні дослідження або обчислення за допомогою ЕОМ.

Приклад. Обчислити перехідний процес у системі, передаточна функція якої в розімкненому стані визначається виразом:

$$W(s) = \frac{K(1+T_1 s)}{s(1+T_2 s)}.$$

Параметри елементів: $T_1 = 0,04$ с; $T_2 = 0,1$ с; $K = 200$.

Передаточна функція замкненої системи:

$$W_3(s) = \frac{200(1+0,04s)}{s(1+0,1s) + 200(1+0,04s)}.$$

Перетворення Лапласа для відхилення вихідного сигналу при зміні вхідного на $\Delta x \cdot 1(t)$:

$$L(s) = \frac{200(1+0,04s)}{0,1s^2 + 9s + 200} \cdot \frac{\Delta x}{s}.$$

Полюси системи: $\alpha_1 = -40$; $\alpha_2 = -50$.

Використовуючи зворотне перетворення Лапласа, знаходимо:

$$y(t) = \Delta x [1 + 3 \exp(-40t) - 4 \exp(-50t)].$$

З графіку перехідного процесу системи (рис. 9.2) видно, що тривалість перехідного процесу $t_n = 0,75$ с; $\delta = 1,08$.

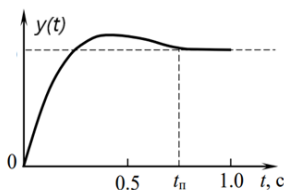


Рисунок 9.2 – Графік перехідного процесу системи

9.2. Частотні показники якості

Частотні показники якості роботи системи визначаються за АЧХ замкнутої системи (рис. 9.3). АЧХ системи нормуються відносно значення АЧХ на частоті, рівній нулю, тобто її початкове значення дорівнює одиниці. При цьому слід відмітити, що в астатичних системах значення цієї характеристики при частоті, рівній нулю, дорівнює одиниці, а в статичних системах $-\frac{K}{1+k}$.

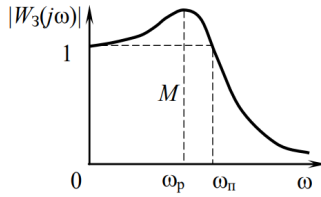


Рисунок 9.3 – Нормована АЧХ замкнутої системи

До частотних показників якості роботи системи відносяться наступні параметри:

- *смуга пропускання* ω_n – діапазон частот, в якому АЧХ має значення, більші або рівні одиниці. Якщо АЧХ замкнутої системи в усьому частотному діапазоні менше одиниці, то смуга визначається на рівні 0,7;
- *резонансна частота* ω_p – частота, що відповідає максимуму АЧХ замкнутої системи. Вона задає частоту коливань у перехідному процесі;
- *показник коливальності* M – максимальне значення АЧХ замкнутої системи. Цей показник не повинен перевищувати два і відповідає коливальності перехідного процесу системи.

Частотні показники замкнутої та розімкнутої систем пов'язання між собою відношенням:

$$W_3(j\omega) = \frac{W_p(j\omega)}{1 + W_p(j\omega)} = \left[1 + \frac{1}{|W_p(j\omega)|} \exp(-j\varphi_p(\omega)) \right]^{-1}, \quad (9.2)$$

де $|W_p(j\omega)|$, $\varphi_p(\omega)$ – АЧХ і ФЧХ розімкнутої системи.

З останнього виразу знаходимо, що:

$$|W_3(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{|W_p(j\omega)|^2} + \frac{2}{|W_p(j\omega)|} \cos \varphi_p(\omega)}}; \quad (9.3)$$

$$\varphi_3(\omega) = \arctg \frac{\sin \varphi_p(\omega)}{|W_p(j\omega)| + \cos \varphi_p(\omega)}$$

або при $\Delta\varphi(\omega) = \pi - \varphi_p(\omega)$ – ФЧХ і ФЧХ розімкнутої системи:

$$|W_3(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{|W_p(j\omega)|^2} + \frac{2}{|W_p(j\omega)|} \cos \Delta\varphi_p(\omega)}}; \quad (9.4)$$

$$\varphi_3(\omega) = -\arctg \frac{\sin \Delta\varphi_p(\omega)}{|W_p(j\omega)| - \cos \Delta\varphi_p(\omega)}.$$

З (9.3) та (9.4) витікає, що у діапазоні частот, в якому $|W_p(j\omega)| > 1$, АЧХ замкнутої системи дорівнює 1, а ФЧХ мало відрізняється від нуля. У діапазоні частот, де $|W_p(j\omega)| < 1$, характеристики $|W_3(j\omega)|$ і $\varphi_3(\omega)$ співпадають з характеристиками розімкнутої системи.

На частоті, що дорівнює смузі пропускання, АЧХ замкнутої системи рівна одиниці. Тоді, відповідно (9.4):

$$|W_{\Pi}(j\omega)| = \frac{1}{2 \cos \Delta\varphi_{\Pi}(\omega)} . \quad (9.5)$$

У діапазоні частот зрізу і пропускання ЛАЧХ розімкнутої системи має нахил -20 дБ/дек. Тому ФЧХ в цьому частотному діапазоні змінюється незначно і можна прийняти, що $\Delta\varphi(\omega_{\Pi}) = \Delta\varphi$. Тоді (9.5) набуде вигляд:

$$|W_{\Pi}(j\omega)| = \frac{1}{2 \cos \Delta\varphi} .$$

Смуга пропускання і частота зрізу пов'язані співвідношенням:

$$20 \lg \frac{\omega_{\Pi}}{\omega_3} = -20 \lg |W_p(j\omega_{\Pi})| .$$

Звідси:

$$\omega_{\Pi} = 2 \omega_3 \cos \Delta\varphi . \quad (9.6)$$

Значення показника коливальності системи можна визначити, якщо дослідити на максимум вираз (9.4). У діапазоні частот, в якому розміщена резонансна частота, ФЧХ розімкнутої системим змінюється незначно і приблизно дорівнює цій характеристиці на частоті зрізу. Тому для знаходження максимуму (9.4) можна знайти похідну цього виразу за $|W_p(j\omega)|$ і результат прирівняти до нуля. В результаті отримаємо, що максимум АЧХ замкнутої системи матиме місце при:

$$|W_p(j\omega)| = \frac{1}{\sin \Delta\varphi} .$$

Підставивши отримане значення у вираз (9.4), знайдемо, що коливальність системи пов'язана із запасом стійкості за фазою виразом:

$$M = \frac{1}{\sin \Delta\varphi} . \quad (9.7)$$

Приклад. Оцінити частотні показники якості системи, передаточна функція якої в розімкнутому вигляді:

$$W_p(j\omega) = \frac{40(1 + 25j\omega)}{j\omega(1 + 0,5j\omega) + (1 + 0,025j\omega)^2} .$$

Розв’язання: На основі побудови ЛАЧХ розімкнутої та замкнутої систем (рис. 9.4) бачимо, що запас стійкості за фазою дорівнює 0,89 рад; $\omega_n = 12,5 \text{ с}^{-1}$; $M = 1,2$.

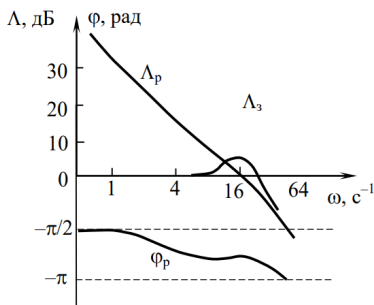


Рисунок 9.4 – Оцінка частотних показників системи до прикладу

Оцінка показників за формулами (9.6) і (9.7) дозволяє отримати наступні результати: $\omega_n = 12,6 \text{ с}^{-1}$; $M = 1,28$. Тобто оцінка параметрів АЧХ за цими формулами забезпечує достатню для практичних задач точність.

9.3. Аналіз точності роботи електронних систем

Електронні системи можуть бути *статичними* або *астатичними*. У статичних системах помилка у стійкому режимі не рівна нулю, а в астатичних – дорівнює нулю (рис. 9.5).

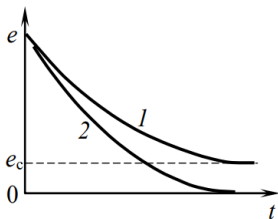


Рисунок 9.5 – Часові залежності помилок статичної (1) та астатичної (2) систем

Передаюча функція астатичної системи відносно сигналу має вид:

$$x(t) = c \cdot 1(t).$$

У відповідності з визначенням передаючої функції відносно помилки:

$$E(s) = W_e(s) X(s) = \frac{W_e(s) c}{s}.$$

Помилка, що має місце у сталому режимі, називається *статичною*, на основі теореми перетворення Лапласа про кінцеве значення функції має вигляд:

$$e_c = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} W_e(s) c. \quad (9.8)$$

З (9.8) витікає, що статична помилка дорівнює нулю у тому випадку, коли передаточна функція по відношенню до помилки містить множник s (має місце нуль у точці $s = 0$); у протилежному випадку статична помилка не рівна нулю.

Для астатичної системи відносно інших видів сигналу передаточна функція помилки для системи з астатизмом ν -го порядку містить множник s^ν (має нуль ν -го порядку у точці $s = 0$). У такій системі помилка в сталому режимі дорівнює нулю при вхідному сигналі $x(t) = c \cdot t^{\nu-1}$. З передаточної функції помилки витікає, що система має порядок ν астатизму, якщо передаточна функція розімкнутої системи містить ν інтеграторів.

Приклад. Знайти передаточні функції та помилку в системі ФАПЧ (рис. 6.11), в якій ФНЧ описується передаточною функцією:

$$W_{\text{ФНЧ}}(s) = \frac{k(1+T_2 s)}{1+T_1 s}.$$

Розв'язання: Всі ланки у колі сигналу помилки від $\Delta\omega$ до $\omega_{\text{г}}$ включені послідовно, тому:

$$W_p(s) = \frac{k(1+T_2 s)}{s(1+T_1 s)(1+T_{\text{ФД}} s)}, \quad (9.9)$$

де k – загальний коефіцієнт передачі системи; $T_{\text{ФД}}$ – стала часу фазового детектора.

Передаточна функція замкненої системи:

$$W_3(s) = \frac{k(1+T_2 s)}{s(1+T_1 s)(1+T_{\text{ФД}} s) + k(1+T_2 s)}.$$

Передаточна функція системи відносно помилки:

$$W_e(s) = \frac{k(1+T_2 s)(1+T_{\text{ФД}} s)}{s(1+T_1 s)(1+T_{\text{ФД}} s) + k(1+T_2 s)}.$$

З отриманих формул витікає, що система має перший порядок астатизму, тому її статична помилка дорівнює нулю.

При сигналі типу $\omega = c \cdot t$ помилка визначається за формулою:

$$e = \lim_{s \rightarrow 0} s W_e(s) \frac{c}{s^2} = \frac{c}{k}.$$

Цей вираз визначає динамічну помилку системи.

Звідси витікає, що, наряду з статичними помилками, які були розглянуті вище, точність роботи систем характеризується динамічними, а також перехідними та середньоквадратичними помилками (рис. 9.6).

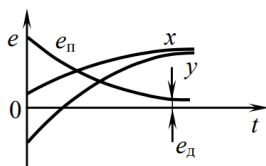


Рисунок 9.6 – Часові залежності динамічної та перехідної помилок електронних систем

Динамічна помилка e_d – помилка у сталому режимі роботи системи при дії на неї нестационарного сигналу.

Перехідна помилка e_p – помилка при роботі системи у перехідному процесі, який виникає при відпрацюванні початкової неузгодженості.

Динамічна точність роботи системи визначається при повільних змінах вхідних сигналів (впливах, кількість похідних від яких обмежена).

Перехідні процеси в електронних системах загасають значно швидше, порівняно зі змінами повільного процесу, тому й досягається усталений динамічний режим роботи системи.

У відповідності до визначення передаточної функції по відношенню до помилки перетворення Лапласа для помилки системи визначається з відношення:

$$E(s) = W_e(s) X(s) = [C_0 + C_1 s + 0,5 C_2 s^2 + \dots + k^{-1} C_k s^k] X(s) \quad (9.10)$$

або в області дійсної змінної:

$$e(t) = C_0 x(t) + C_1 \dot{x}(t) + 0,5 C_2 \ddot{x}(t) + \dots + \frac{1}{k!} C_k x^{(k)}(t). \quad (9.11)$$

Кількість доданків в останньому виразі обмежено, оскільки сигнал $x(t)$ є впливом, що змінюється повільно.

Для знаходження невідомих коефіцієнтів C_k , які називаються *коефіцієнтами помилок*, відомі три способи.

Першим способом ці коефіцієнти обчислюються за формулою:

$$C_k = k! \frac{d^k}{ds^k} W_e(s) \Big|_{s=0}.$$

Другим способом коефіцієнти помилок знаходяться шляхом ділення чисельника передаточної функції системи відносно помилки на її знаменник.

Найбільш простим є третій спосіб. Суть його полягає у наступному.

Передаточна функція системи відносно помилки представляється у вигляді:

$$W_e(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}.$$

Перемножимо поліном знаменника на $W_e(s)$ з (9.10), отримаємо:

$$\begin{aligned} [a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0][C_0 + C_1 s + 0,5C_2 s^2 + \dots + k^{-1}C_k s^k] = \\ = b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0. \end{aligned} \quad (9.12)$$

Прирівнюючи коефіцієнти при однакових ступенях s зліва і справа виразу (9.13), знаходимо формули для послідовного обчислення коефіцієнтів помилок:

$$C_0 = \frac{b_0}{a_0}; \quad C_1 = \frac{1}{a_0}(b_1 - a_1 C_0); \quad C_2 = \frac{2}{a_0}(b_2 - a_2 C_0 - a_1 C_1).$$

В інженерних розрахунках коефіцієнти помилок простіше розраховувати через коефіцієнти передаточної функції розімкнутої системи:

$$W_p(s) = \frac{K}{s^v} \frac{d_m s^m + d_{m-1} s^{m-1} + \dots + d_1 s + d_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}. \quad (9.13)$$

У табл. 9.1 наведені формули для розрахунку перших трьох коефіцієнтів помилок статичних та астатичних систем через параметри передаточної функції (9.13).

Таблиця – 9.1

v	C_i	Розрахункові формули
0	C_0	$\frac{1}{1+K}$
	C_1	$K \frac{b_1 - d_1}{(1+K)^2}$
	C_2	$2K \left[\frac{b_2 - d_2}{(1+K)^2} + \frac{b_1(b_1 - d_1)}{(1+K)^3} + K \frac{2d_1(b_1 - d_1)}{(1+K)^3} \right]$
1	C_0	0
	C_1	$\frac{1}{K}$
	C_2	$2 \left[\frac{b_1 - d_1}{K} + \frac{1}{K^2} \right]$
2	C_0	0
	C_1	0
	C_2	$\frac{2}{K}$

Коефіцієнти помилок мають свої назви. Коефіцієнт C_0 називається *коефіцієнтом помилки за положенням*; C_1 – *коефіцієнт помилки за швидкістю*, а C_2 – відповідно, *коефіцієнт помилки за прискоренням*.

З аналізу особливостей передаточних функцій астатичних систем витікає, що у таких системах ν перших коефіцієнтів помилки дорівнюють нулю, де ν означає порядок астатизму системи.

При аналізі роботи електронних систем, поряд з обчисленням помилок при дії повільних сигналів, також слід оцінювати точність при гармонічних впливах. У такому випадку використовувати метод коефіцієнтів помилок неприпустимо, оскільки кількість похідних від гармонічного сигналу необмежена. Тут слід використовувати частотні характеристики. За АЧХ помилки обчислюються амплітуда коливань помилки, а за ФЧХ – зсув коливань помилки відносно вхідного сигналу.

Приклад. Знайти динамічну помилку при вхідному сигналі $x(t) = \alpha_1 t + \alpha_2 t^2$ слідуєщої системи, передаточна функція якої у розімкнутому стані визначається виразом:

$$W_0(s) = \frac{K(1 + T_2 s)}{s(1 + T_1 s)(1 + T_3 s)}.$$

Розв’язання: Коефіцієнти помилок обчислюються за формулами табл. 9.1:

$$C_0 = 0; \quad C_1 = \frac{1}{K}; \quad C_2 = 2 \left(\frac{T_1 + T_3 - T_2}{K} - \frac{1}{K^2} \right).$$

Динамічна помилка системи, у відповідності до виразу (9.11), обчислюється за виразом:

$$e(t) = \frac{1}{K} (\alpha_1 + \alpha_2 t) + \frac{1}{K} \left(T_1 + T_3 - T_2 - \frac{1}{K} \right) \alpha_2.$$

З отриманого виразу витікає, що при збільшенні коефіцієнта підсилення системи і включення форсуєщої ланки помилка зменшується. Збільшення сталих часу інерційних ланок погіршує динамічну помилку системи.

Якість роботи системи при випадкових впливах оцінюється за сумарною середньоквадратичною помилкою. У більшості випадків закон розподілу помилки систем можна вважати нормальним, тому для розрахунку сумарної середньоквадратичної помилки достатньо врахувати математичне очікування і кореляційну функцію помилки, або її спектральну щільність.

Перш ніж розглядати методи обчислення сумарної середньоквадратичної помилки, встановимо, через які передаточні функції у вираз сумарної помилки входять сигнал і завада, приймаючи, що на вхід системи подається вплив виду:

$$f(t) = x(t) + n(t),$$

де $x(t)$ – випадковий сигнал керування; $n(t)$ – завада випадкового характеру.

Сумарна помилка системи (рис. 9.7):

$$e_{\Sigma} = -x(t) - y(t),$$

де $y(t)$ – вихідний сигнал системи.

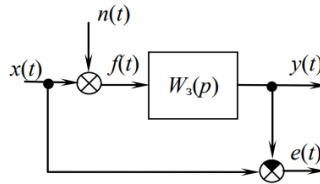


Рисунок 9.7 – Визначення сумарної помилки системи

Перетворення Лапласа для сумарної помилки має вигляд:

$$E(s) = X(s) - W_3(s) F(s) = W_e(s) X(s) - W_3(s) n(s). \quad (9.14)$$

З (9.14) витікає, що сумарна помилка складається з двох складових, одна з яких, що визначає точність відтворення сигналу, залежить від передаточної функції відносно помилки; друга, що обумовлена дією завади, – від передаточної функції замкнутої системи.

При аналізі середньої квадратичної помилки обмежимося випадком, коли сигнал і завада являються стаціонарними випадковими функціями. При цьому математичне очікування вважатимемо рівним нулю, а випадковий сигнал керування представимо у вигляді:

$$x(t) = m_x + \bar{x}(t),$$

де:

m_x – математичне очікування сигналу керування;

$\bar{x}(t)$ – центрована випадкова складова сигналу керування.

Математичне очікування сумарної помилки розраховується за теоремою про кінцеве значення функції:

$$m_e = \lim_{s \rightarrow 0} s W_e(s) m_x(s). \quad (9.15)$$

Точність системи відносно випадкових складових сигналу та завади оцінюється дисперсією помилки:

$$\sigma_e^2 = M [e^2(t)] = R_e(\tau) \Big|_{\tau=0}, \quad (9.16)$$

де σ_e^2 – дисперсія помилки; σ_e – середня квадратична помилка системи; M – символ математичного очікування; $R_e(\tau)$ – автокореляційна функція помилки.

Для стаціонарних ергодичних процесів автокореляційну функцію помилки можна знайти як середнє у часі від добутку випадкових складових помилки, розділених у часі τ :

$$R_e(\tau) = \bar{e}(t) \bar{e}(t + \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \bar{e}(t) \bar{e}(t + \tau) dt. \quad (9.17)$$

Автокореляційна функція сигналу помилки, як це витікає з рис. 9.6, визначається двома факторами – наявністю завади і наявністю керуючого впливу.

Для виявлення автокореляційної характеристики помилки для кожного з вказаних факторів використовується теорема згортки. після чого визначають середнє квадратичне значення помилки, прийнявши в кореляційній функції $\tau = 0$. Враховуючи, що між сигналом помилки та завадою може мати місце взаємний кореляційний зв'язок, дисперсія помилки визначатиметься, виходячи з формули:

$$\sigma_e^2 = \sigma_{ex}^2 + \sigma_{en}^2 + \sigma_{exn}^2 + \sigma_{enx}^2, \quad (9.18)$$

де:

σ_{ex}^2 – дисперсія помилки, обумовлена неточністю відпрацювання системою керуючого впливу;

σ_{en}^2 – складова дисперсії помилки, обумовлена дією завади;

σ_{exn}^2 , σ_{enx}^2 – складові дисперсії помилки, обумовлені взаємним кореляційним зв'язком між керуючим сигналом і помилкою.

Дисперсія помилки може бути обчислена і через її спектральну щільність, яка пов'язана з кореляційною функцією через перетворення Вінера-Хінчина:

$$S_e(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_e(\omega) \exp(-j\omega\tau) d\tau.$$

Спектральна щільність помилки системи з урахуванням спектрально-кореляційного зв'язку між сигналом та завадою визначається за формулою:

$$S_e(\omega) = |W_e(j\omega)|^2 S_x(\omega) + |W_3(j\omega)|^2 S_n(j\omega) + \\ + W_e(-j\omega) W_3(j\omega) S_{xn}(\omega) + W_e(j\omega) W_3(-j\omega) S_{nx}(\omega),$$

де:

$S_x(\omega)$ – спектральна щільність сигналу;

$S_n(j\omega)$ – спектральна щільність завади;

$S_{xn}(\omega)$, $S_{nx}(\omega)$ – взаємні спектральні щільності.

Враховуючи зворотнє перетворення Вінера-Хінчина:

$$R_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_e(\omega) \exp(-j\omega\tau) d\omega,$$

отримуємо (без урахування взаємно-кореляційних зв'язків):

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[|W_e(j\omega)|^2 S_x(\omega) + |W_3(j\omega)|^2 \right] d\omega = \sigma_{ex}^2 + \sigma_{en}^2. \quad (9.19)$$

Зрозуміло, результат, за наявності взаємних кореляційних зв'язків, буде тим же, що відповідає формулі (9.18).

У випадку, коли сигнал та завада не корельовані, тобто їхні взаємні кореляційні функції і взаємні спектральні щільності рівні нулю, у виразі (9.18) третя і четверта складові зникають. Перша складова у (9.18) залежить як від АЧХ помилки системи, так і від статистичних характеристик сигналу, тобто вона визначає середньоквадратичну помилку відтворення сигналу $x(t)$. Друга складова залежить від АЧХ замкнутої системи і характеристик завади та характеризує помилку, що обумовлена дією завади $n(t)$.

Величину:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{m_e^2 + \sigma_e^2} \quad (9.20)$$

називають *сумарною середньоквадратичною помилкою системи*.

Обчислення середньоквадратичної помилки через її автокореляційну функцію досить складно, що обумовлено як необхідністю знаходження імпульсної перехідної функції системи, так і значним обсягом та складністю обчислень. Тому практично вказану помилку обчислюють через спектральну щільність помилки.

У практиці проектування електронних систем часто мають місце випадки, коли заваду можна розглядати як білий шум з рівномірною спектральною щільністю у межах смуги пропускання системи. У такому випадку складова дисперсії помилки системи, обумовленої завадою, визначається за формулою:

$$\sigma_{en}^2 = \frac{S_n(0)}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |W_3(j\omega)|^2 d\omega.$$

Величину:

$$f_{\text{ЕФ}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |W_3(j\omega)|^2 d\omega; \quad \omega_{\text{ЕФ}}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |W_3(j\omega)|^2 d\omega \quad (9.21)$$

називають *ефективною смугою пропускання системи*. Вона є основою прямокутника, площа якого дорівнює площі обмеженої графіком квадрата АЧХ (рис. 9.8).

Дисперсія помилки, що обумовлена дією завади, обчислюється виразом:

$$\sigma_{en}^2 = \frac{S_n(\omega) \omega_{\text{ЕФ}}}{\pi}. \quad (9.22)$$

Формули для розрахунку ефективної смуги пропускання електронних систем, що досить часто зустрічаються у практиці, наведені у табл. 9.2.

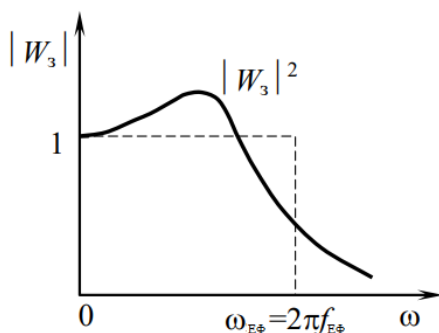


Рисунок 9.8 – Визначення ефективної смуги пропускання системи

Таблиця – 9.2

$W_P(s)$	$f_{\text{ЕФ}}$
$\frac{K}{s}$	$\frac{K}{2}$
$\frac{K}{1+sT}$	$\frac{K^2}{2T(1+K)}$
$\frac{K}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$\frac{K}{2(T_1+T_2+KT_1T_2)}$
$\frac{K(1+sT_2)}{s(1+sT_1)}$	$\frac{K(T_1+KT_2^2)}{2T_1(1+KT_2)}$
$\frac{K(1+sT_2)}{s^2}$	$\frac{1+KT_2^2}{2T_2}$

При аналізі точності роботи електронних систем у реальних умовах виникають складності моделювання завод. Для їх усунення використовують формуючий фільтр, який дозволяє сформувати сигнал заводи із заданими частотними властивостями з білого шуму. Характеристики формуючого фільтру для стаціонарних випадкових сигналів визначаються у наступній послідовності.

Оскільки спектральна щільність сигналу є дрібно-раціональною функцією частоти, то вона може бути представлена у вигляді двох комплексно-спряжених співмножників:

$$S_x(\omega) = N_x \psi(j\omega) \psi(-j\omega).$$

Передаточна функція формуючого фільтру має вигляд:

$$W_\Phi(\omega) = \psi(j\omega) \Big|_{j\omega=s}.$$

Для розрахунку коефіцієнтів передаточної функції формуючого фільтру формулу для спектральної щільності сигналу слід записати у вигляді:

$$S_x = N_x \frac{c_{2m}(j\omega)^{2m} + \dots + c_2(j\omega)^2 + c_0}{d_{2n}(j\omega)^{2n} + \dots + d_2(j\omega)^2 + d_0} = N_x \left| \frac{b_m(j\omega)^m + \dots + b_1 j\omega + b_0}{a_n(j\omega)^n + \dots + a_1 j\omega + a_0} \right|. \quad (9.23)$$

Обчисливши квадрат модулю у лівій частині виразу (9.23) та порівнявши коефіцієнти при однакових ступенях частоти справа і зліва, отримаємо рівняння для визначення коефіцієнтів передаточної функції формуючого фільтру a_i , b_i .

Формуючий фільтр і досліджувана система утворюють деяку розширену систему (рис. 9.9), на вхід якої одночасно з сигналом керування подається звада з виходу формуючого фільтру.

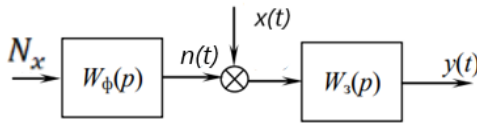


Рисунок 9.9 – Схема включення формуючого фільтру

Приклад. Знайти передаточну функцію формуючого фільтру для сигналу, спектральна щільність якого:

$$S_k(\omega) = N_k \frac{1 + T_{k0}^2 \omega^2}{\omega^2 (T_k^4 \omega^4 + 4\xi_k^2 T_k^2 \omega^2 + 1)}.$$

Розв'язання: У відповідності до (9.19), отримуємо:

$$\frac{1 + T_{k0}^2 \omega^2}{\omega^2 (T_k^4 \omega^4 + 4\xi_k^2 T_k^2 \omega^2 + 1)} = \left| \frac{b_0 + b_1 j\omega}{\omega [(a_2(j\omega)^2 + a_1 j\omega + a_0)]} \right|^2.$$

З останнього виразу знаходимо:

$$b_0 = 1; \quad b_1 = T_{k0};$$

$$a_0 = 1; \quad a_1^2 = 2T_k^2(1 + 2\xi_k^2); \quad a_2 = T_k^2.$$

Передаточна функція формуючого фільтру матиме вигляд:

$$W_{\Phi k}(\omega) = N_k \frac{1 + T_{k0} s}{s(T_k^2 s^2 + 2\xi_k T_k s + 1)},$$

$$\text{де } 2\xi_k = \sqrt{2(2\xi_k^2 + 1)}.$$

На вхід формуючого фільтру необхідно подати сигнал зі спектром білого шуму та спектральною щільністю N_k .

Приклад. Визначити середньоквадратичну помилку системи автоматичного супроводження цілі РЛС, передаточна функція якої у замкнутому стані має вигляд:

$$W_3(\omega) = \frac{1 + T_2 s}{(1 + T_1 s)(1 + T_3 s)},$$

де $T_1 = 0,37$ с; $T_2 = 0,5$ с; $T_3 = 0,14$ с.

На схему надходять:

- сигнал, обумовлений переміщенням супроводжуваної цілі відносно РЛС, що встановлена на літаку. Математичне очікування і спектральна щільність випадкової складової цього сигналу визначається виразами:

$$m_x = \alpha t; \quad S_x(\omega) = \frac{N_x}{\omega^2 (1 + T_x^2 \omega^2)},$$

де $\alpha = 0,0175$ рад $\cdot$ с $^{-1}$; $N_x = 3,05 \cdot 10^{-4}$ рад $^2 \cdot$ с; $T_x = 20$ с;

- випадковий вплив, що виникає внаслідок коливань літака відносно центру мас. Спектральна щільність цього впливу:

$$S_x(\omega) = N_x \frac{1 + T_{x0}^2 \omega^2}{\omega (T_x^4 \omega^4 + 4\xi^2 T_x^2 \omega^2 + 1)},$$

де $N_x = 0,15 \cdot 10^{-4}$ рад 2 ; $T_x = 0,4$ с; $T_{x0} = 2,5$ с; $4\xi^2 = 1$;

- кутовий шум, обумовлений тим, що центр відбиття радіолокаційного сигналу переміщується випадково по супроводжуваній цілі. Цей шум можна вважати білим шумом з рівнем спектральної щільності:

$$S_{y\omega} = \left(\frac{0,25L}{R} \right)^2,$$

де L – геометричний розмір цілі; R – дальність до цілі;

- завади, обумовлені тепловим шумом приймача РЛС і флуктуаціями відбитого від цілі сигналу. Ці впливи при аналізі можна вважати білими шумами й об'єднати в одну заваду з рівнем спектральної щільності $S_\Phi = N_\Phi = 0,31 \cdot 10^{-6}$ рад/с.

Розв'язання: Математичне очікування (динамічна помилка системи) у відповідності до (9.15):

$$m_e = \min_{s \rightarrow \infty} s W_e(s) \frac{\alpha}{s^2} = T_1 + T_3 - T_2 = 0,17 \cdot 10^{-2} \text{ рад},$$

де $W_e(s) = 1 - W_3(s)$ – передаточна функція помилки системи автоматичного супроводження цілі.

Дисперсія помилки системи відносно випадкової складової сигналу обчислюється за формулою (9.19), в якій спектральна щільність під знаком інтеграла:

$$S_{ex}(\omega) = N_x |W_e(j\omega)W_{\Phi x}(j\omega)|^2.$$

де $W_{\Phi x}(j\omega) = \frac{1}{j\omega(1+j\omega T_x)}$ – частотна характеристика формуючого фільтру сигналу.

Таким чином, дисперсія помилки відносно сигналу визначатиметься відповідно до (9.18):

$$\sigma_e^2 = \sigma_{ex}^2 + \sigma_{en}^2 + \sigma_{exp}^2 + \sigma_{enx}^2.$$

Питання до лекції

1. Перерахуйте показники якості електронних систем.
2. Яка реакція системи на стрибкоподібний сигнал?
3. Які методи використовуються для оцінки показників якості систем?
4. Перерахуйте основні показники якості перехідного процесу.
5. Перерахуйте частотні показники якості роботи електронних систем.
6. Чим відрізняються статичні та астатичні системи з точки зору помилки регулювання?
7. Дайте визначення ефективної смуги пропускання електронної системи.

ЛЕКЦІЯ № 10

Основи проєктування систем електронної автоматики

Задача проєктування складних електронних систем полягає у виборі структурних схем, їх параметрів та способів технічної реалізації за умови забезпечення вимог, обумовлених призначенням і технічними характеристиками. Однією з можливих вимог може бути задання показників якості роботи системи – таких, як статична, динамічна та середньоквадратична помилка. Але для цього необхідно, щоб були відомі характеристики керуючих сигналів та завад.

У практиці наукових досліджень використовуються методи синтезу систем з використанням різних оптимізуючих критеріїв, які є досить складними для практичного використання.

Розглянемо метод синтезу електронних систем з умови забезпечення допустимих помилок у статичних режимах та забезпечення необхідних показників якості у динамічних режимах. Такий метод синтезу називають *динамічним синтезом*.

Поряд з вимогами до процесу функціонування, до систем ставляться вимоги щодо їх складності. Завжди бажано, щоб система була якомога простішою, а вимоги до елементів системи – мінімальними.

В якості функціонала складності системи частот використовують наступний інтеграл:

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^{2\nu} |W_0(j\omega)|^2 d\omega, \quad (10.1)$$

де ν – порядок астатизму.

Чим менше значення інтеграла (10.1), тим нижчими є вимоги до пристроїв системи.

Поряд з вимогами до якості роботи системи, що проєктується, встановлюються досить жорсткі вимоги до її надійності, стабільності характеристик при зміні умов оточуючого середовища, масо-габаритних показників і т.п.

10.1. Синтез передаточної функції розімкнутої системи

Синтез електронних систем має за мету вибір її структури і параметрів так, щоб забезпечити задані вимоги до якості регулювання. При цьому об'єкт регулювання є відомим, тобто відомі його характеристики (математичний опис), а іноді – обрані основні функціональні елементи регулятора.

Синтез об'єкту регулювання є лише одним з етапів проєктування системи.

Перш ніж розв'язувати задачі синтезу, необхідно виконати наступне:

- дослідження об'єкту регулювання для визначення його динамічних властивостей та умов, в яких він використовуватиметься. Динамічні властивості визначають теоретично або на основі експериментальних досліджень і фіксують у вигляді диференційного рівняння або передаточних функцій;

- складання вимог до якості регулювання. Вимоги визначаються призначенням об'єкта, а також досвідом проектування та експлуатації системи подібного класу;

- вибір основних елементів регулятора та визначення їх динамічних властивостей.

При синтезі електронних систем виходять з умови, що у важливих характеристиках керуючих та збурюючих впливів визначені допустимі значення помилок за положенням, швидкістю, прискоренням, шириною смуги пропускання, а також допустима коливальність системи. Вимоги до вказаних помилок формулюються у вигляді нерівностей вказаних помилок максимально допустимим:

$$e_k \leq e_{\text{кл}}. \quad (10.2)$$

На першому етапі задача синтезу систем полягає у визначенні *бажаної передаточної функції розімкнутої системи*, яка дозволяє забезпечити задані вимоги до електронної системи. Зрозуміло, що бажану передаточну функцію розімкнутої системи слід формувати у найбільш простій формі. Вона може мати вигляд:

- для статичних систем:

$$W_{\text{РБС}}(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)^k (T_2 s + 1) \prod_{i=1}^n (T_i s + 1)}, \quad (10.3)$$

де $k = 1, 2$;

- для астатичних систем з астатизмом першого порядку:

$$W_{\text{РБС}}(s) = \frac{K(T_2 s + 1)}{s(T_1 s + 1)^k (T_3 s + 1) \prod_{i=1}^n (T_i s + 1)}; \quad (10.4)$$

- для астатичних систем з астатизмом другого порядку:

$$W_{\text{РБС}}(s) = \frac{K(T_2 s + 1)}{s^2(T_3 s + 1) \prod_{i=1}^n (T_i s + 1)}. \quad (10.5)$$

Задача синтезу електронної системи зводиться до визначення за заданими показниками якості параметрів бажаної передаточної функції K, T_1, T_2, T_3 .

Ланки зі сталою часу T_1 у такій функції враховують вплив на проєктовану систему пристроїв з малими сталими часу.

Перш ніж розглядати методику знаходження параметрів передаточної функції, виконаємо аналіз типових логарифмічних АЧХ, що відповідають передаточним функціям (10.4) (рис. 10.1). На цих характеристиках виділяється три діапазони частот.

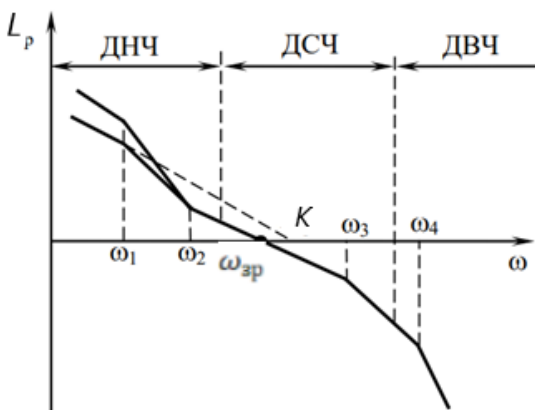


Рисунок 10.1 – ЛАЧХ розімкнутої системи

Вигляд характеристики у діапазоні низьких частот (ДНЧ) характеризує точність роботи системи відносно керуючого впливу.

У діапазоні середніх частот (ДСЧ) знаходиться частота зрізу. У цьому діапазоні частот вигляд характеристики задає запас стійкості за фазою, смугу пропускання, показники якості перехідного процесу.

Вигляд характеристик у діапазоні високих частот (ДВЧ) впливає на запас стійкості у системі.

Знайдемо параметри бажаної передаточної функції системи з астатизмом першого порядку (формула 10.4). Для цієї формули параметр K означає частоту, на якій ЛАЧХ з нахилом -20 дБ/дек перетинає частотну вісь і має відповідну розмірність. За заданим значенням коливальності системи обчислюємо запас стійкості за фазою:

$$\Delta\varphi = \arcsin\left(\frac{1}{M}\right). \quad (10.6)$$

Необхідне значення смуги пропускання та формула (9.6) дають можливість розрахувати частоту зрізу системи, що проєктується:

$$\omega_{зр} = \frac{\omega_{п}}{2 \cos \Delta\varphi}.$$

За допустимими значеннями помилок за швидкістю та за прискоренням знаходять коефіцієнти помилок:

$$C_0 = 0; \quad C_1 = \frac{e_{x1}}{\dot{x}}; \quad C_2 = \frac{2e_{x2}}{\ddot{x}},$$

де e_{x1} , e_{x2} – помилки, обумовлені дією першої і другої похідної керуючих впливів $\dot{x}$, $\ddot{x}$.

Коефіцієнт помилки за швидкістю визначає коефіцієнт підсилення у системі:

$$K = \frac{1}{C_1}. \quad (10.7)$$

Для знаходження сталих часу T_1 і T_2 встановимо зв'язок частот ω_1 і ω_2 із коефіцієнтом підсилення та частотою зрізу.

З рис. 10.1 витікає, що:

$$L(\omega_1) = 20 \lg \frac{K}{\omega_1}; \quad L(\omega_2) = 20 \lg \frac{\omega_{3p}}{\omega_2}. \quad (10.8)$$

Нахил характеристики між частотами ω_1 і ω_2 дорівнює -40 дБ/дек, тому:

$$L(\omega_1) - L(\omega_2) = 40 \lg \frac{\omega_2}{\omega_1}. \quad (10.9)$$

З виразів (10.8) і (10.9) знаходимо:

$$\frac{K}{\omega_{3p}} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (10.10)$$

Сталі часу T_1 та T_2 також можна знайти з виразу для коефіцієнта помилки за прискоренням:

$$C_2 \approx 2 \frac{T_1 - T_2}{K}. \quad (10.11)$$

З формул (10.10) і (10.11) знаходимо:

$$T_2 = \frac{K C_2 \omega_{3p}}{2(K - \omega_{3p})}; \quad T_1 = \frac{K T_2}{\omega_{3p}}. \quad (10.12)$$

Стала часу T_3 визначається з умови забезпечення запасу стійкості у системі, що проєктується:

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} - \arctg(\omega_{3p} T_1) + \arctg(\omega_{3p} T_2) - \arctg(\omega_{3p} T_3) - \sum_{i=1}^n \arctg(\omega_{3p} T_i). \quad (10.13)$$

При високих вимогах до точності роботи систем не завжди можливо забезпечити задані умови, використовуючи функцію (10.4). Тому в таких випадках слід переходити до більш складної передаточної функції при $k = 2$.

Коефіцієнт підсилення у такому випадку обчислюється за формулою (10.7), а сталі часу T_1 та T_2 – у відповідності до формул:

$$T_2 = \frac{K C_2}{4} \left(\sqrt{\frac{K}{\omega_{3p}}} - 1 \right)^{-1}; \quad T_1 = T_2 \sqrt{\frac{K}{\omega_{3p}}}. \quad (10.13)$$

Сталу часу T_3 знаходять з формули:

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} - 2 \operatorname{arctg}(\omega_{3p} T_1) + 2 \operatorname{arctg}(\omega_{3p} T_2) - \operatorname{arctg}(\omega_{3p} T_3) - \sum_{i=1}^n \operatorname{arctg}(\omega_{3p} T_i).$$

Аналогічно обчислюються параметри бажаних передаточних функцій статичних електронних систем, а також систем з астатизмом другого порядку.

10.2. Визначення передаточних функцій коригуючих пристроїв

Після вибору і визначення параметрів бажаної передаточної функції розімкнутої системи необхідно визначити передаточні функції коригуючих пристроїв, попередньо визначивши передаточні функції функціонально необхідних пристроїв проєктованої системи. Наприклад, стосовно радіотехнічних систем до таких пристроїв відносяться: фазовий детектор і генератор змінної частоти в системі ФАПЧ; гетеродин і частотний дискримінатор у системі АПЧ; кутовий дискримінатор і антена з виконавчим пристроєм та підсилювачем потужності в системі автоматичного супроводження цілі РЛС.

Передаточну функцію розімкнутої системи без коригуючих пристроїв, складену з передаточних функцій функціонально необхідних пристроїв системи називається *вихідною передаточною функцією*.

Включення в електронну систему коригуючих пристроїв означає включення в алгоритм керування, який формується регулятором системи, допоміжних сигналів, пропорційних сигналу помилки, похідним і інтегралам від нього, а також сигналів, пропорційних похідним від вихідного сигналу. З фізичної точки зору включення допоміжних сигналів приводить до компенсації впливу на якість роботи системи найбільш інерційних пристроїв системи, в результаті чого і досягаються задані показники якості її роботи.

Розділяють три способи включення коригуючих пристроїв: послідовний (рис. 10.2, а), паралельний (рис. 10.2, б) і за схемою зі зворотним зв'язком (рис. 10.2, в). Вибір того чи іншого способу включення коригуючого пристрою залежить від можливості технічної реалізації та вимог до стабільності характеристик системи.

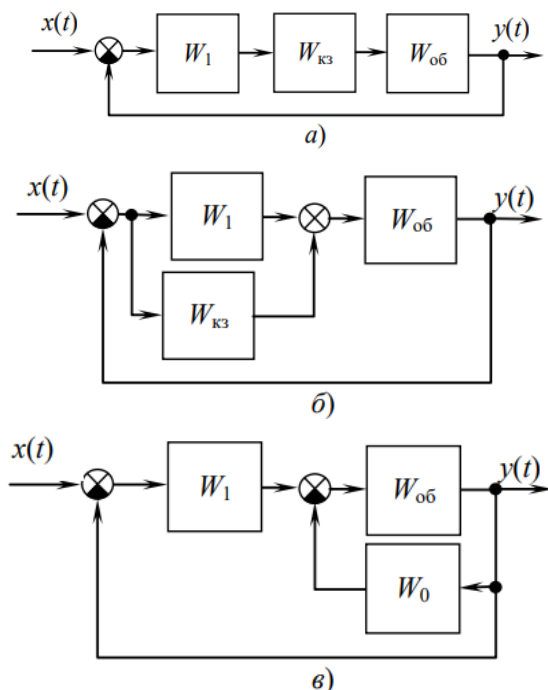


Рисунок 10.2 – Способи включення коригуючих пристроїв

Синтез електронних систем базується на визначенні передаточної функції коригуючого пристрою, включеного послідовно в коло сигналу помилки системи. Передаточна функція цього пристрою повинна бути такою, щоб виконувалась умова:

$$W_{РБ}(s) = W_{РВ}(s) W_{К}(s). \quad (10.14)$$

де:

$W_{РБ}(s)$ – бажана передаточна функція системи;

$W_{РВ}(s)$ – вихідна передаточна функція;

$W_{К}(s)$ – передаточна функція послідовного коригуючого пристрою.

З (10.14) знаходимо:

$$W_{К}(s) = \frac{W_{РБ}(s)}{W_{РВ}(s)}. \quad (10.15)$$

З (10.15) витікає, що чим більше ланок вихідної передаточної функції включено у бажану передаточну функцію системи, тим простіше передаточна функція коригуючої ланки. Число ланок вихідної функції, які можна ввести у

бажану передаточну функцію, визначається заданим запасом стійкості за фазою.

Якщо в системі використовується коригуючий пристрій, що включається в коло зворотного зв'язку, то його передаточна функція має вигляд:

$$W_{PB}(s) = W_{PB}(s) W_{K3}(s) = \frac{W_P(s)}{1 + W_{OB}(s) W_0(s)}, \quad (10.16)$$

звідки:

$$W_0(s) = \frac{1}{W_{OB}(s)} \left[\frac{1}{W_{K3}(s)} - 1 \right], \quad (10.17)$$

де у даному випадку: $W_P(s) = W_1(s) W_{OB}(s)$; $W_{OB}(s)$ – передаточна функція об'єкту керування, тобто пристрою, що охоплюється зворотним зв'язком.

Якщо використовується коригуючий пристрій, що включається паралельно з будь-яким елементом системи, то його передаточна функція з урахуванням рис. 10.23, б визначається як:

$$W_{PB}(s) = W_{PB}(s) + W_K(s) W_{OB}(s). \quad (10.18)$$

Тоді:

$$W_K(s) = W_1(s) [W_{K3}(s) - 1]. \quad (10.19)$$

У сучасних електронних системах використовують всі три способи включення коригуючих пристроїв. Це пояснюється тим, що в ряді випадків передаточна функція одного пристрою може бути настільки складною, що її важко реалізувати технічно. Окрім цього, для покращення стабільності роботи системи відносно змін умові оточуючого середовища і коливань напруги джерел живлення, необхідно найбільш нестабільні й інерційні пристрої системи охопити зворотним зв'язком. При цьому передаточна функція послідовного коригуючого пристрою, що обчислюється за формулою (10.15), має вигляд:

$$W_{K3}(s) = W_{K31}(s) W_{K32}(s). \quad (10.20)$$

Один зі співмножників цього виразу – наприклад, перший – реалізується за допомогою послідовного коригуючого пристрою, а другий – з використанням еквівалентного коригуючого пристрою в колі зворотного зв'язку, передаточна функція якого визначається за формулою (10.17).

При синтезі електронних систем часто має місце ситуація, коли передаточні функції коригуючих пристроїв не задовільняють умовам фізичної реалізованості. Зрозуміло, що у таких випадках бажана передаточна функція, через спрощення передаточних функцій коригуючих пристроїв, може бути реалізована лише приблизно. При цьому необхідно забезпечити співпадіння ЛЧХ розімкнутої системи в області низьких і середніх частот з бажаними.

Неспівпадіння допустимо лише в області високих частот. Після спрощення передаточних функцій коригуючих пристроїв необхідно побудувати ЛЧХ спроектованої системи і перевірити виконання заданих показників якості системи.

Здебільшого в електронних системах використовують коригуючі пристрої у колах постійного струму. Коригуючі пристрої у колах змінного струму встановлюються рідко, оскільки вони складні і для їх нормальної роботи необхідні джерела енергії з високою стабільністю частоти, що в ряді випадків забезпечити не можливо.

На рис. 10.3, *а, б* показані схема і ЛЧХ ланки із запізненням за фазою, яка використовується в електронних системах як послідовний коригуючий пристрій.

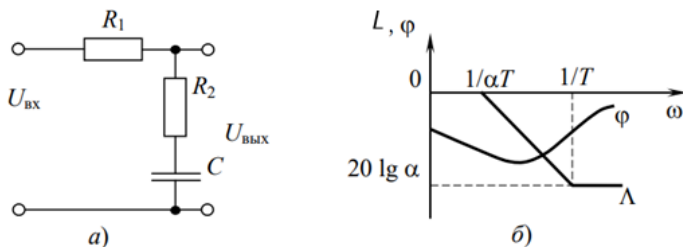


Рисунок 10.3 – Схема (*а*) та ЛЧХ (*б*) коригуючої ланки

Її передаточна функція має вигляд:

$$W(s) = \frac{1 + sT}{1 + s\alpha T}, \quad (10.21)$$

де: $T = R_2 C$ – стала часу ланки; $\alpha = \frac{R_1 + R_2}{R_2}$.

На рис. 10.4, *а, б* наведені схема і ЛЧХ послідовної коригуючої ланки із випередженням за фазою, передаточна функція якого:

$$W(s) = \beta \frac{1 + sT}{1 + s\beta T}, \quad (10.22)$$

де $T = R_1 C$; $\beta = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$.

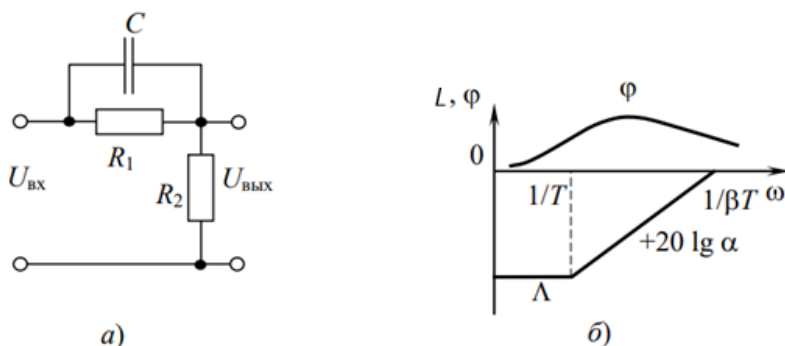


Рисунок 10.4 – Схема (а) і ЛЧХ (б) коригуючої ланки із випередженням за фазою

У системах автоматики використовують також послідовні коригуючі ланки, приклад схеми якої наведено на рис. 10.5. Передаточна функція ланки:

$$W(s) = \frac{(1 + T_2 s)(1 + T_3 s)}{(1 + T_1 s)(1 + T_4 s)}. \quad (10.23)$$

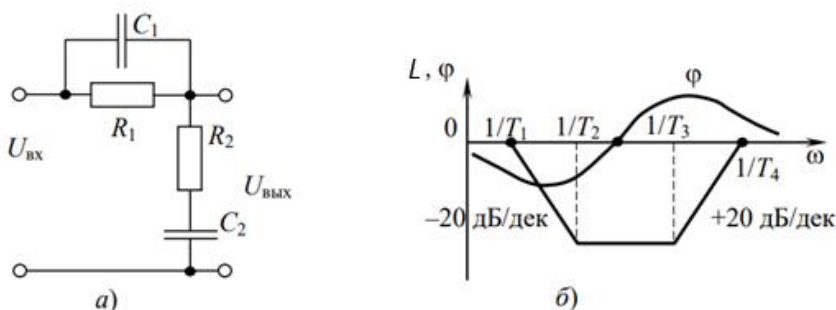


Рисунок 10.5 – Схема (а) та ЛЧХ (б) комбінованої коригуючої ланки

Опори і конденсатори обираються такими, щоб виконувалась умова:

$$T_1 > T_2 > T_3 > T_4.$$

Для забезпечення цієї умови необхідно, щоб $C_2 > C_1$ і $R_1 > R_2$. Тоді опори і конденсатори розраховуються за відомими сталими часу:

$$T_1 = R_1 C_1 + (R_1 + R_2) C_2; \quad T_2 = R_2 C_2; \quad T_3 = R_1 C_1; \quad T_4 \approx \frac{R_1 C_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (10.24)$$

В якості коригуючих зворотних зв'язків використовують жорсткі та гнучкі зв'язки.

Жорсткий зворотний зв'язок не містить диференціюючих ланок. Розглянемо його вплив на характеристики окремих ланок системи. Якщо зворотним зв'язком охопити інерційну ланку, то отримаємо:

$$W(s) = \frac{k}{1 + sT},$$

де $k = \frac{k_1}{1 + k_1 k_0}$; $T = \frac{T_1}{1 + k_1 k_0}$; k_1, T_1 – коефіцієнт передачі та стала часу інерційної ланки, охопленої зворотним зв'язком; k_0 – коефіцієнт передачі ланки зворотного зв'язку.

Звідси витікає, що при охопленні інерційної ланки жорстким зворотним зв'язком тип ланки не змінюється, але коефіцієнт підсилення та стала часу зменшуються у $(1 + k_1 k_0)$ разів.

Якщо жорстким зворотним зв'язком з коефіцієнтом передачі k_0 охопити інтегруючу ланку з коефіцієнтом передачі k_1 , то отримаємо інерційну ланку з такими параметрами: $k = \frac{1}{k_0}$; $T = \frac{1}{k_1 k_0}$, тобто змінюється тип ланки. Відповідно, таких зв'язок необхідно використовувати у тих випадках, коли необхідно понизити порядок астатизму, тобто відключити вплив інтегруючої ланки в системі.

Гнучкий зворотний зв'язок містить диференціюючі ланки, тому вони діють лише у перехідних процесах, що понижує точність системи у сталому режимі. Оцінимо вплив гнучкого зворотного зв'язку на характеристики різних ланок. Якщо таким зв'язком з передаточною функцією:

$$W_0(s) = \frac{T_0 s}{1 + T_0 s} \quad (10.25)$$

охопити безінерційну ланку, то отримаємо ланку з передаточною функцією:

$$W_1(s) = \frac{k_1(1 + T_0 s)}{1 + T_0 s(1 + k_1)}, \quad (10.26)$$

де k_1 – коефіцієнт передачі інтегруючої ланки.

Звідси витікає, що охоплення безінерційної ланки гнучким зворотним зв'язком еквівалентно включенню в коло сигналу помилки системи послідовної ланки із запізненням за фазою.

Якщо гнучким зворотним зв'язком з передаточною функцією (10.25) охопити інтегруючу ланку, то отримаємо:

$$W_1(s) = \frac{k(1 + T_0 s)}{s(1 + T s)}, \quad (10.27)$$

де: $k = \frac{k_1}{1 + k_1 T_0}$; $T = \frac{T_0}{1 + k_1 T_0}$; k_1 – коефіцієнт передачі інтегруючої ланки.

З (10.27) витікає, що охоплення інтегруючої ланки гнучким зворотним зв'язком еквівалентний послідовному включенню в коло сигналу помилки системи ланки із випередженням за фазою; астатизм системи при цьому не зменшується.

Для створення такого виду зв'язку використовуються тахогенератори, гіроскопічні датчики частоти обертання, RC-кола.

На рис. 10.5, а наведено RC-коло, передаточна функція якого відповідає формулі (10.25). Сигнал на виході такої ланки в деякому частотному діапазоні пропорційний першій похідній від вхідної напруги.

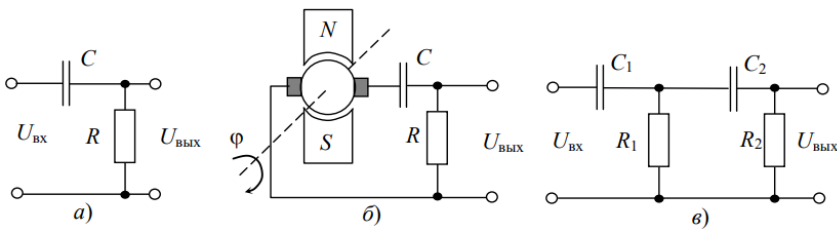


Рисунок 10.6 – Ланки з гнучким зворотним зв'язком

В електронних системах використовуються гнучкі зворотні зв'язки, вихідний сигнал яких пропорційний другій похідній вхідного сигналу зворотного зв'язку. Такий зворотний зв'язок формується за допомогою тахогенератора і диференціюючої ланки (рис. 10.6, б), якщо вхідним сигналом зворотного зв'язку є кут повороту, або за допомогою пасивних RC-ланок (рис. 10.6, в). Якщо на вхід подається сигнал струму, то передаточна функція такого кола:

$$W(s) = \frac{T_1 T_2 s^2}{T_1 T_2 s^2 + \left[T_2 \left(1 + \frac{R_1}{2} \right) + T_1 \right] s + 1}, \quad (10.28)$$

де: $T_1 = R_1 C_1$; $T_2 = R_2 C_2$.

При $R_1 \ll R_2$ формула (10.28) може бути представлена у вигляді:

$$W(s) = \frac{T_1 T_2 s^2}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}. \quad (10.29)$$

Приклад. Синтезувати систему автоматичного супроводження цілі РЛС (рис. 10.7). Знайти передаточні функції коригуючих пристроїв з умови забезпечення у системі смуги пропускання, рівної 10 с^{-1} . Показник

коливальності не повинен перевищувати 1,4. Помилка за положенням дорівнює нулю. Помилка за швидкістю – не більше $0,175 \cdot 10^{-2}$ рад. Помилка за прискоренням – не більше $0,87 \cdot 10^{-2}$ рад при максимальних значеннях похідних сигналу $0,175 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$ і $0,35 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-2}$.

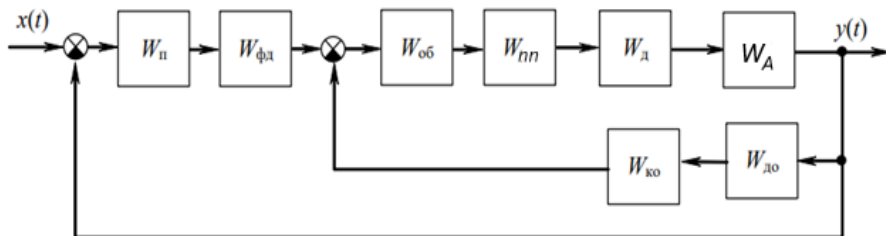


Рисунок 10.7 – Структурна схема системи автосупроводження цілі РЛС

Розв’язання: Передаточна функція початкової частини системи:

$$W_p(s) = W_{\Pi}(s)W_{\Phi\Delta}(s)W_{\Pi\Pi}(s)W_A(s), \quad (10.30)$$

$$\text{де } W_{\Pi}(s) = \frac{k_{\Pi}}{1 + T_{\Pi}s}; \quad W_{\Phi\Delta}(s) = \frac{k_{\Phi\Delta}}{1 + T_{\Phi\Delta}s}; \quad W_{\Pi\Pi}(s) = \frac{k_{\Pi\Pi}}{1 + T_{\Pi\Pi}s}; \quad W_A(s) = \frac{k_A}{s(1 + T_A s)} -$$

передаточні функції приймача, фазового детектора, підсилювача потужності та антени з двигуном і редуктором.

Параметри пристроїв початкової частини системи такі: $k_{\Pi} = 0,035 \frac{\text{В}}{\text{рад}}$;

$$k_{\Phi\Delta} = 0,8; \quad k_{\Pi\Pi} = 10; \quad k_A = 14,3 \frac{\text{рад}}{\text{с} \cdot \text{В}}; \quad T_{\Pi} = T_{\Phi\Delta} = T_{\Pi\Pi} = 0,01 \text{ с}; \quad T_A = 0,02 \text{ с}.$$

Загальний коефіцієнт передачі початкової частини системи:

$$k_3 = k_{\Pi} k_{\Phi\Delta} k_{\Pi\Pi} k_A = 4. \quad (10.31)$$

З урахуванням вимог до системи і формул (10.6) і наступних до (10.7), знаходимо:

$$\Delta\varphi = 0,785 \text{ рад/сек}; \quad \omega_{\text{зр}} = 7 \text{ с}^{-1}; \quad C_0 = 0; \quad C_1 = 0,01 \text{ с}; \quad C_2 = 0,05 \text{ с}^2; \quad K = 100 \text{ с}^{-1}.$$

В якості бажаної передаточної функції розімкнутої системи приймемо функцію (10.4) при $k = 2$.

Усі частоти спряження передаточних функцій пристроїв початкової частини системи автоматичного супроводження (10.30) більше необхідної частоти зрізу, тому для спрощення коригуючих пристроїв включимо

передаточну функцію початкової частини системи до складу бажаної передаточної функції. В результаті отримаємо:

$$W_{\text{РБ}}(s) = \frac{K(1+sT_2)^2}{s(1+sT_1)^2(1+sT_3)(1+sT_{\Pi})(1+sT_{\text{ФД}})(1+sT_{\text{ПП}})(1+sT_{\text{А}})}. \quad (10.32)$$

Сталі часу T_1 , T_2 , T_3 обчислюються за формулами (10.13).

Тоді $T_1 = 1,7$ с; $T_2 = 0,45$ с; $T_3 = 0,015$ с.

Оскільки T_3 незначно відрізняється від сталої часу антени, то можемо прийняти $T_3 = T_{\text{А}}$.

Передаточну функцію послідовного коригуючого пристрою знайдемо, використовуючи формулу (10.15):

$$W_{\text{КЗ}}(s) = k_{\text{КЗ}} \frac{1+sT_2}{1+sT_1}, \quad (10.33)$$

де $k_{\text{КЗ}} = \frac{K}{k_3}$ – коефіцієнт передачі коригуючої ланки.

Перший співмножник у виразі (8.33) реалізуємо за допомогою послідовного коригуючого пристрою. Другий – через еквівалентний зворотний зв'язок, передаточну функцію якого розрахуємо за формулою (10.17).

В результаті маємо:

$$W_0(s) = k_0 \frac{s^2(1+sT_{\Pi})(1+sT_{\text{А}})}{1+sT_2} \approx \frac{k_0 s^2}{1+sT_2}, \quad (10.34)$$

де $k_0 = \frac{T_1 - T_2}{k_{\Pi} k_{\text{А}}}$ – коефіцієнт передачі кола зворотного зв'язку.

У (10.34) знехтувано сталими часу T_{Π} і $T_{\text{А}}$, оскільки відповідні їм частоти спряження набагато більші частоти зрізу.

Зворотний зв'язок з передаточною функцією (10.34) реалізується за допомогою тахогенератора і диференціюючої RC-ланки зі сталою часу, яка дорівнює T_2 . Передаточна функція кола такого зворотного зв'язку має вигляд:

$$W_0(s) = \frac{k_0 s^2 T_2}{1+sT_2}.$$

Оскільки при синтезі системи автоматичного супроводження були допущені спрощення, то необхідно перевірити виконання заданих вимог. Для цього будується ЛАЧХ спроектованої системи та ЛАЧХ, яка відповідає передаточній функції, що наведена на рис. 10.8.

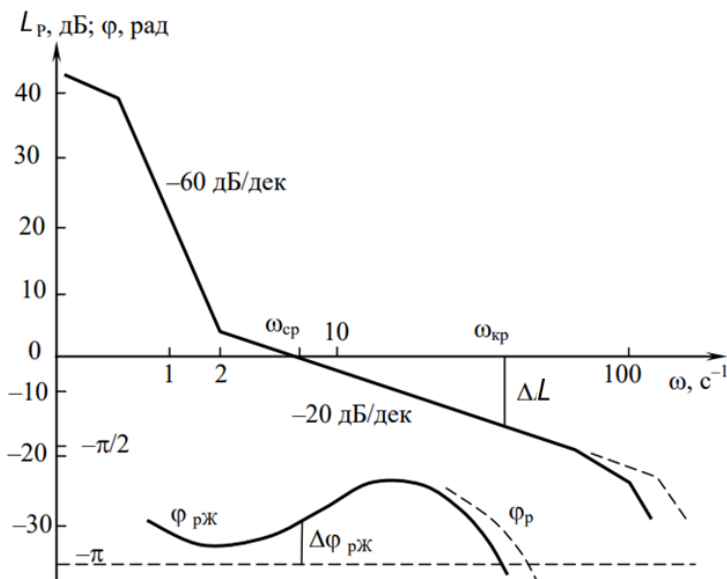


Рисунок 10.8 – ЛАЧХ системи автосупроводження цілі

З порівняння характеристик видно, що виконуються всі задані показники якості роботи системи.

11.2. Синтез систем з неповною інформацією про впливи

Раніше, при розгляді динамічного синтезу систем, приймалось, що характеристики керуючих впливів та завад відомі, тобто задані їх математичні очікування і спектральні щільності випадкових складових. На практиці це не завжди так. Характеристики впливів, відомі не повністю. Більш того, вони змінюються в процесі роботи системи. Тому показники якості роботи системи можуть бути гіршими, ніж розрахункові.

Побудова електронних систем з використанням принципів адаптації дозволяє виключити залежність показників якості роботи від зміни характеристик впливу та нестабільності параметрів пристроїв. Широко використовують робастні системи. Технічна реалізація таких систем порівняно з адаптивними набагато простіша, що є суттєвою перевагою.

Синтез робастних систем може бути виконаний різними методами. Стосовно до задач синтезу електронних систем переваги має метод, оснований на відомих середніх квадратичних значеннях керуючого впливу і його похідних. Даний метод не пов'язаний з конкретною формою спектральної щільності керуючого сигналу, тому його зміна не призводить до зниження точності роботи системи.

Метод зводиться до вибору частотної характеристики помилки за умови неперевищення середньою квадратичною помилкою заданого значення. Після цього можна сформулювати вимоги до частотної характеристики розімкнутої системи.

Дисперсія помилки відносно керуючого впливу визначається як:

$$\sigma_{ex}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |w_e(j\omega)|^2 S_x(\omega) d\omega \leq D_{e0}, \quad (10.35)$$

де $w_e(j\omega)$ – частотна характеристика системи відносно помилки; D_{e0} – допустиме значення дисперсії помилки.

Зобразимо квадрат АЧХ помилки у наступному вигляді:

$$|w_e(j\omega)|^2 = c_0 + c_1 \omega^2 + c_2 \omega^4 + \dots + c_n \omega^{2n}. \quad (10.36)$$

Тоді дисперсія помилки (10.35):

$$\sigma_{ex}^2 = c_0 D_0 + c_1 D_1 + c_2 D_2 + \dots + c_n D_n, \quad (10.37)$$

де D_0 – дисперсія керуючого впливу; $D_1 \dots D_n$ – дисперсії похідних; c_i – постійні коефіцієнти.

Задача синтезу системи полягає у виборі характеристики $w_e(j\omega)$, що задовільняє умові (10.35). Якщо відома лише дисперсія керуючого впливу, то з (10.37) витікає, що $c_0 = \frac{D_{e0}}{D_0}$ і частотна характеристика помилки системи, що проєктується, повинна задовільняти умові:

$$|w_e(j\omega)| \leq |w_{e0}(j\omega)| = \sqrt{\frac{D_{e0}}{D_0}} = \frac{\sigma_{e0}}{\sigma_0}, \quad (10.38)$$

де $|w_{e0}(j\omega)|$ – АЧХ помилки, що складена на основі апріорних даних про керуючий вплив.

Звідси витікає, що помилка не повинна перевищувати значення (10.38) у діапазоні частот, в якому можливі спектральні складові керуючого впливу.

У тому випадку, якщо відома лише дисперсія першої похідної керуючого впливу D_1 , то $c_1 = \frac{D_{e0}}{D_1}$ і частотна характеристика помилки системи, що проєктується, повинна задовільняти умові:

$$|w_e(j\omega)| \leq |w_{e0}(j\omega)| = \omega \sqrt{\frac{D_{e0}}{D_1}} = \omega \frac{\sigma_{e0}}{\sigma_1}. \quad (10.39)$$

Якщо відома лише дисперсія другої похідної керуючого впливу, то:

$$|w_e(j\omega)| \leq |w_{e0}(j\omega)| = \omega^2 \sqrt{\frac{D_{e0}}{D_2}} = \omega^2 \frac{\sigma_{e0}}{\sigma_2}. \quad (10.40)$$

Від обмежень, що накладаються на АЧХ помилки, можна перейти до вимог, яким має задовольняти частотна характеристика розімкнутої системи, що проектується, оскільки витікає, що:

$$W_p(j\omega) = \frac{W_3(j\omega)}{W_e(j\omega)}. \quad (10.41)$$

Оскільки на частотах, що менше частоти зрізу $|W_3(j\omega)| \approx 1$, то умови (10.38) – (10.40) виконуються, якщо:

$$|W_{p0}(j\omega)| \geq \frac{1}{|W_{e0}(j\omega)|}, \quad (10.42)$$

а ФЧХ розімкнутої системи може бути довільною.

На частотах, більших частоти зрізу, $|W_3(j\omega)| \approx |W_p(j\omega)|$, і тому вигляд частотної характеристики розімкнутої системи не впливає на точність електронної системи і може бути довільним, але при цьому повинні виконуватись вимоги до запасу стійкості.

Виконання умови (10.42) гарантує, що динамічна помилка буде не більше заданої.

Очевидно, що виразам (10.38) і (10.42) відповідає пряма лінія на рис. 10.9, паралельна осі частот і розміщена на відстані від неї на $20 \lg \frac{\sigma_{e0}}{\sigma_0}$; умовам (10.39) і (10.42) – пряма з нахилом -20 дБ/дек, яка перетинає вісь абсцис на частоті, рівній $\left(\frac{\sigma_{e0}}{\sigma_1}\right)^{-1}$, а умовам (10.40) і (10.42) – пряма з нахилом -40 дБ/дек,

яка починається на осі абсцис з частоти $\sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_{e0}}}$. Ці прямі створюють заборонену область, в якій не повинна розміщуватись низькочастотна частина ЛАЧХ розімкнутої системи, що проектується. Частоти, які відповідають точкам зламу забороненої області, обчислюються за допомогою формул:

$$\omega_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_0}; \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}}; \quad \omega_3 = \sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_{e0}}}. \quad (10.43)$$

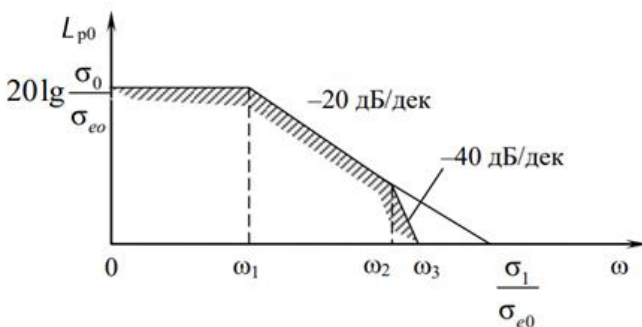


Рисунок 10.9 – ЛАЧХ забороненої області відносно динамічної помилки

Розглянемо обмеження на вид АЧХ розімкнутої системи, що проектується, через дію завади, спектральна щільність якої є відомою і постійною у межах смуги пропускання системи (завада у вигляді «білого шуму»).

Дисперсія помилки, обумовлена завадою, визначається у вигляді:

$$\sigma_{en}^2 = N_{\Pi} f_{\text{ЕФ}}, \quad (10.44)$$

де $f_{\text{ЕФ}}$ – ефективна смуга пропускання системи; N_{Π} – рівень спектральної щільності «білого шуму» завади.

Задача синтезу електронної системи полягає у тому, щоб сумарна середня квадратична помилка не перевищувала допустимого значення:

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_{ex}^2 + \sigma_{en}^2} \leq \sigma_{e0}, \quad (10.45)$$

де σ_{en} – середньоквадратична помилка через дію завади.

Умова (10.45) накладає протилежні вимоги до системи, що проектується. З одного боку, середня квадратична помилка відносно сигналу повинна бути менше σ_{e0} , оскільки у протилежному випадку не буде виконана умова (10.45), а з другого боку – не повинна перевищувати цього значення і складова помилки σ_{en} . Тому ефективна смуга пропускання проектованої системи визначається нерівністю:

$$f_{\text{ЕФ}} \leq \frac{\sigma_{e0}^2}{N_{\Pi}}. \quad (10.46)$$

Звідси витікає, що при синтезі електронної системи необхідно забезпечити одночасне виконання умов (10.42) і (10.46). Якщо ці умови одночасно виконати не можливо, то при заданому значенні σ_{e0} розв'язання задачі проектування робастної електронної системи не існує.

Визначимо, які обмеження накладає умова (10.46) на АЧХ розімкнутої системи. З цією метою розглянемо типову логарифмічну АЧХ, низькочастотні

ділянки якої містять асимптоти з нахилом -20 , -40 або -60 дБ/дек. При цьому завжди в області частоти зрізу нахил ЛАЧХ дорівнює -20 дБ/дек, оскільки тільки у цьому випадку можливо забезпечити необхідний запас стійкості за фазою.

Для електронних систем з такими нахилами ЛАЧХ розімкнутої системи ефективна смуга пропускання системи з достатньою для практики точністю визначається за формулою:

$$f_{\text{ЕФ}} \leq \frac{l \omega_0}{2}, \quad (10.47)$$

де ω_0 – частота, яка відповідає точці перетину асимптоти ЛАЧХ із нахилом -20 дБ/дек з віссю абсцис; l – коефіцієнт, рівний 1, 2 або 3 в залежності від нахилу асимптоти, для якої визначена частота ω_0 .

Відповідно (10.46) і (10.47):

$$\omega_0 \leq \frac{2\sigma_{\text{е0}}^2}{l N_{\Pi}}. \quad (10.48)$$

Цей вираз визначає крайнє допустиме положення ЛАЧХ розімкнутої системи, що проектується, тобто межу забороненої області, в якій не повинна розміщуватись ЛАЧХ розімкнутої системи.

Побудова забороненої області виконується наступним шляхом.

На осі абсцис (рис. 10.10) через точку $\omega_0 \leq \frac{2\sigma_{\text{е0}}^2}{l N_{\Pi}}$ проводять пряму з

нахилом -20 дБ/дек, а через точки $\frac{\omega_0}{2}$ та $\frac{\omega_0}{3}$ – прямі з нахилами -40 та -60 дБ/дек. В результаті формується заборонена область, яку заштриховано на рис. 10.10, а.

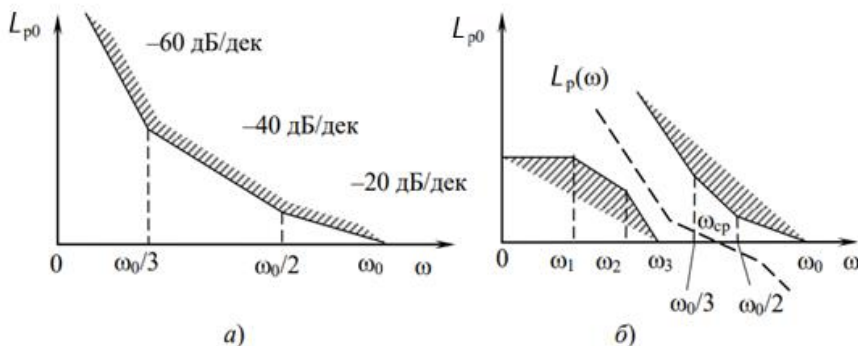


Рисунок 10.10 – ЛАЧХ забороненої області відносно збурючого впливу (а) і ЛАЧХ загальної забороненої області (б)

Вимоги до точності роботи проєктованої системи відносно збурюючих впливів виконується, якщо її ЛАЧХ не заходить у заборонену область.

На рис. 10.10, б показані дві заборонені області, визначені раніше. Для забезпечення заданої точності проєктованої системи необхідно, щоб обрана ЛАЧХ розімкнутої системи не розміщувалась у заборонених областях і задовільняла вимогам за запасами стійкості. На рис. 10.10, б така характеристика показана пунктиром. Якщо заборонені області перекриваються, то синтез робастної системи при заданих показниках точності неможливий. Для гарантованого отримання заданої точності необхідно забезпечити деякий інтервал між лівою і правою забороненими областями, мінімальна ширина якого повинна складати близько чверті декади.

Питання до лекції

1. Як визначається передаточна функція розімкнутої системи?
2. Як визначити передаточну функцію потрібного коригуючого пристрою?
3. Яким чином здійснюється синтез систем з неповною інформацією про впливи?

ЛЕКЦІЯ № 11

Імпульсні системи

Переважає більшість суднових електронних систем як інформаційного, так і енергетичного характеру мають у своєму складі імпульсні елементи. Це можуть бути як імпульсні стабілізатори напруги на основі широтно-імпульсних перетворювачів, високочастотні перетворювачі електроенергії на основі керованих випрямлячів, інверторів, перетворювачів частоти, так і велика кількість інформаційних перетворювачів часу, кутових положень, частоти тощо в імпульсні послідовності з різними видами модуляції.

Замкнені системи, як відомо з попереднього матеріалу, містять ряд датчиків, регуляторів, перетворювачів сигналів, коригуючих пристроїв і можуть мати досить складні функціональні та структурні схеми. Але будь-яка складна замкнута система за допомогою еквівалентних перетворень може бути приведена до одноконтурної.

Відповідно, так само може бути виконано перетворення імпульсної системи, з тією лише особливістю, що імпульсний перетворювач повинен бути виділеним окремою ланкою.

Розглянемо, як приклад, імпульсний стабілізатор напруги, функціональну схему якого представимо, як показано на рис. 11.1.

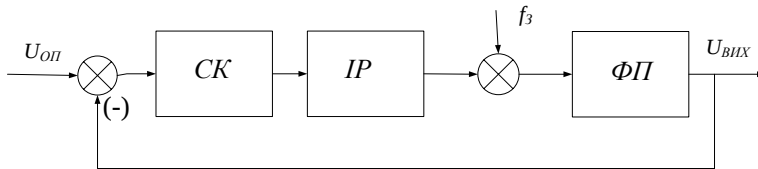


Рисунок 11.1 – Функціональна схема імпульсного стабілізатора напруги

Функціональна схема містить три функціональних модулі – *систему керування (СК)* імпульсним регулятором, *безпосередньо імпульсний регулятор напруги (ІР)* та *фільтруючий пристрій (ФП)*. На виході імпульсного регулятора діє зовнішня завада f_z , яка враховує дію коливань напруги живлення.

Розглянемо більш детально функцію імпульсного регулятора та його математичний опис.

Імпульсна послідовність характеризується формою імпульсів (рис. 11.2), їхньою тривалістю t_i , наявністю пауз між одиночними імпульсами t_n . В якості паузи приймається нульовий рівень напруги чи струму або такий рівень, який прирівнюється до нульового (рис. 11.2). Якщо тривалість імпульсів та пауз між ними у послідовності не змінюється, то говорять про *періодичну послідовність*, яка характеризується *періодом*:

$$T = t_i + t_n, \quad (11.1)$$

коефіцієнтом заповнення:

$$\gamma = \frac{t_i}{T} \quad (11.2)$$

та скважністю:

$$q = \frac{1}{\gamma}.$$

Будь-який з параметрів імпульсів може змінюватись в залежності від способу керування імпульсною послідовністю. Спосіб керування називається *модуляцією*. Імпульсні регулятори можуть мати *амплітудно-імпульсну модуляцію (АІМ)*, *широтно-імпульсну модуляцію (ШІМ)*, *частотно-імпульсну модуляцію (ЧІМ)*. Іноді можуть комбінуватися декілька видів модуляції.

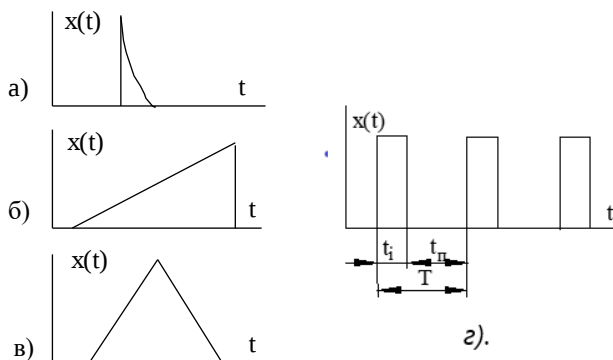


Рисунок 11.2 – Форми та параметри імпульсів

Функція, що встановлює залежність між модульованим параметром і відповідними значеннями вхідної змінної, називається *статичною характеристикою імпульсного елемента*.

Приклад. Визначити статичну характеристику імпульсного елемента, що генерує імпульсну послідовність, показану на рис. 11.2, з.

Розв’язання: Генерація імпульсної послідовності забезпечується за допомогою компаратора, на один вхід якого подається пилоподібна напруга, аналогічна рис. 11.2, б, із амплітудою U_M та періодом T , а на другий – керуюча напруга U_K . Компаратор на виході генерує імпульс t_i , початок якого співпадає з початком пилоподібної напруги, а закінчується – при рівності миттєвих значень пилоподібної та керуючої напруг. Враховуючи пропорцію:

$$\frac{U_K}{U_M} = \frac{t_i}{T} = \gamma,$$

а також амплітуду імпульса U_0 , отримуємо залежність між напругою на виході імпульсного перетворювача $U_{\text{вих}}$ та керуючою напругою:

$$U_{\text{вих}} = \frac{U_0 U_{\text{к}}}{U_{\text{м}}}. \quad (11.3)$$

При лінійній формі пилоподібної напруги функціональна залежність (11.3) (статична характеристика) також буде лінійною.

У теоретичних дослідженнях часто використовуються ідеалізації імпульсів. Перша з них – це *функція включення* або *функція Хевісайда*. У загальному випадку функція включення, зміщена відносно початку осі координат на величину t_0 (рис. 1.5), записується у вигляді:

$$\sigma(t - t_0) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_0; \\ 0,5 & \text{при } t = t_0; \\ 1 & \text{при } t > t_0. \end{cases} \quad (11.4)$$

У теорії сигналів функції включення широко використовуються для опису розривних та імпульсних сигналів. Наприклад, імпульсний сигнал прямокутної форми записується так:

$$V(t, \xi) = \frac{\sigma\left(t + \frac{\xi}{2}\right) - \sigma\left(t - \frac{\xi}{2}\right)}{\xi}. \quad (11.5)$$

Межа функції $V(t, \xi)$ при $\xi \rightarrow 0$ носить назву *дельта-функції* або *функції Дірака*:

$$\delta(t) = \lim_{\xi \rightarrow 0} V(t, \xi).$$

Послідовність дельта-імпульсів, відповідно, описуватиметься виразом:

$$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT). \quad (11.6)$$

На структурних схемах систем автоматичного керування послідовність (11.6) має одне з зображень, наведених на рис. 11.3.



Рисунок 11.3 – Зображення дельта-імпульсних ключів на структурних схемах

На рис. 11.4 $\varepsilon(t)$, $\varepsilon^*(t)$ – позначення неперервного та дискретного сигналів:

$$\varepsilon^*(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \varepsilon(nT) \delta(t - nT).$$

Особливість дельта-імпульсу полягає у тому, що при будь-якій величині параметру ξ його площа:

$$S = \int_{-\infty}^{\infty} V(t) dt = 1 \quad (11.7)$$

залишається незмінною при $\xi \rightarrow 0$.

Іншою особливістю функції Дірака є те, що її розмірність відповідає розмірності частоти.

Для передачі інформації імпульсною послідовністю остання модулюється за аналогією з синусоїдою. У залежності від модульованого параметру, розрізняють модуляції *амплітудно-імпульсну (АІМ)*, *широтно-імпульсну (ШІМ)* та *часово-імпульсну*, яка поділяється на *фазо-імпульсну (ФІМ)* і *частотно-імпульсну (ЧІМ)*.

Рисунок 11.4 ілюструє особливості модуляції імпульсної послідовності $x(t)$ (рис. 11.4, б) функцією $x_{\mu}(t)$ (рис. 11.4, а) відповідно при АІМ ($x_A(t)$, рис. 11.4, в), ШІМ ($x_{\text{ш}}(t)$, рис. 11.4, г), ЧІМ ($x_{\text{ч}}(t)$, рис. 11.4, д).

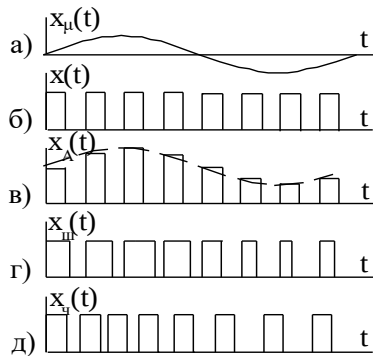


Рисунок 11.4 – Способи модуляції імпульсної послідовності

Перевага імпульсних сигналів порівняно з аналоговими полягає у тому, що при однаковій середній потужності імпульсного і аналогового сигналів у першому випадку вся їхня енергія концентрується в інтервалі тривалості імпульсу. Тому при коротких імпульсах миттєве значення потужності в імпульсі набагато перевищує її середнє значення. Завдяки цьому відносний вплив зовнішніх факторів на сигнал є значно меншим.

Використання процесів модуляції неможливе без наявності зворотних процесів – виділення інформаційного сигналу з модульованого. Такі процеси називаються *демодуляцією* або *детектуванням*.

При передачі інформації часто використовуються операції перетворення неперервного сигналу в імпульсний та навпаки. Ця операція досить наочно ілюструється на рис. 11.5, в.

Для перетворення аналогового сигналу в імпульсну форму необхідно здійснити *дискретизацію (квантування) за часом*. Це означає, що неперервний час осі t замінюється дискретним з кроком (періодом квантування) T (рис. 11.5).

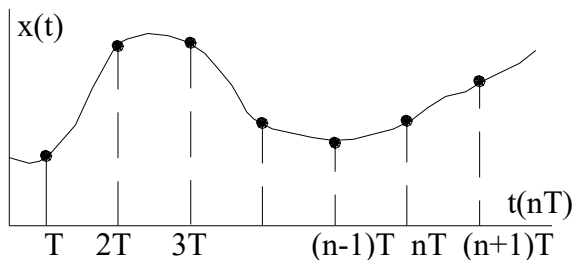


Рисунок 11.5 – Приклад дискретизації за часом

У залежності від способів реалізації дискретизації за часом, сформована імпульсна послідовність може мати різний математичний опис. При перетворенні інформаційних сигналів для цього використовують дельта-функцію (1.6), завдяки особливості її згортки:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t - nT) dt = x(nT). \quad (11.8)$$

Ця особливість відображає фільтруючу властивість дельта-функції і полягає у тому, що після виконання операцій множення та інтегрування, функція $x(t)$ буде визначеною лише у точках дискретизації за часом nT (тобто функція визначається з точністю до кроку дискретизації nT). Функція (1.8) називається *дискретною*. Величина кроку дискретизації за часом обирається у відповідності з необхідною точністю відтворення неперервного сигналу. За теоремою В.А. Котельникова, максимальна частота сигналу, який може бути відновлений з дискретної послідовності, не може перевищувати величину:

$$f_{\Gamma P} \leq \frac{1}{2T}. \quad (11.9)$$

Спрощена графічна ілюстрація теореми В.А. Котельникова демонструється на рис. 11.6.

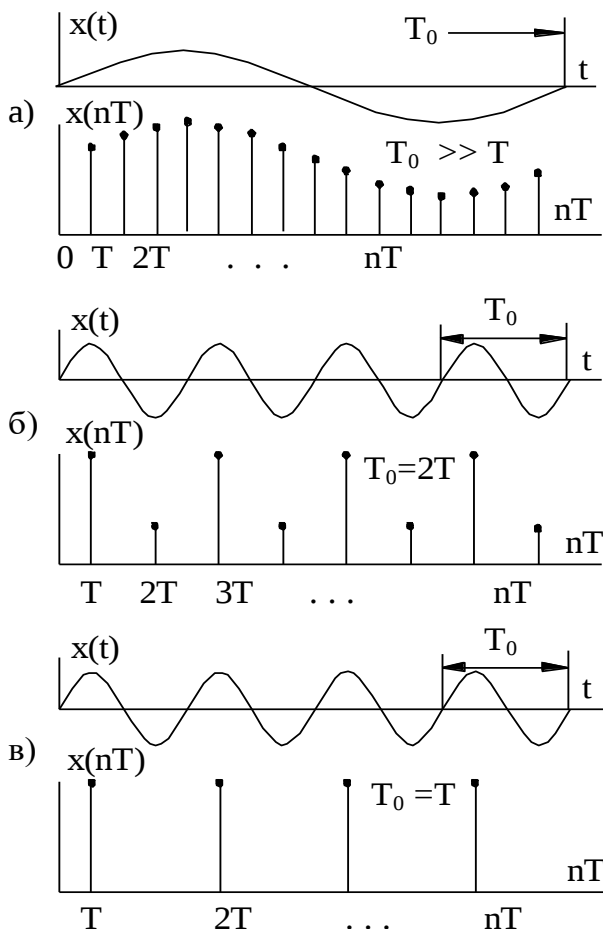


Рисунок 11.6 – Графічна ілюстрація теореми Котельникова

Точність відтворення сигналу з імпульсної послідовності тим вища, чим вища частота дискретизації відносно верхньої частоти спектру інформаційного сигналу. Іншими словами, дискретизація за часом не пов'язана з втратою інформації, якщо частота дискретизації $f_d = \frac{1}{T}$ як мінімум у два рази перевищує верхню частоту спектру сигналу f_b . Крок дискретизації T може бути як постійним, так і змінним залежно від вимог, які ставляться при відновленні сигналу.

Дискретні значення функції $x(nT)$ можуть використовуватись для відновлення сигналу.

Знову ж таки, на практиці використовується широка гама методів відновлення сигналу з квантованої послідовності δ -імпульсів. Це може бути лінійна апроксимація (рис. 11.7, а), ступінчаста апроксимація (рис. 11.7, б) або перетворення в імпульсні послідовності із заданими видами модуляції (рис. 11.7, в).

Відновлення сигналу, що описується дельта-імпульсною послідовністю, до параметрів і форми, аналогічних імпульсам імпульсного елемента автоматичної системи, забезпечується формуючим елементом. Тобто, формуючий елемент характеризується тим, що його реакція на дію дельта-імпульса співпадає з імпульсами на виході реального імпульсного елемента. Така реакція називається імпульсною перехідною функцією, або ваговою функцією $w_B(t)$. Відповідно, передаточна функція формуючого елемента є перетворенням Лапласа імпульсної перехідної функції.

Приклад. Визначити передаточну функцію формуючого елемента, на виході якого імпульси повинні мати прямокутну форму (рис. 1.2, з) і тривалість sT .

Розв'язання: Функцію $w_B(t)$ представимо у вигляді:

$$w_B(t) = \sigma(t) - \sigma(t - \gamma T).$$

Зображення функції Хевісайда за Лапласом:

$$L\{\sigma(t)\} = \frac{1}{s}.$$

Зображення зміщеної функції:

$$L\{\sigma(t - \gamma T)\} = \frac{1}{s} \exp(-s\gamma T).$$

Знаходимо передаточну функцію формуючого елемента:

$$W_\Phi(s) = \frac{1 - \exp(-s\gamma T)}{s}. \quad (11.10)$$

При $\gamma = 1$ формула (11.10) набуде вигляд:

$$W_\Phi(s) = \frac{1 - \exp(-sT)}{s}. \quad (11.11)$$

Формуючий елемент (11.11) називають *фіксатором*. Графік вихідного сигналу на його виході показано на рис. 11.7, б. Він фактично виконує функцію перетворення дискретного сигналу в неперервний. На рис. 11.7, в зображено графік вихідного сигналу на виході формуючого елемента (11.10).

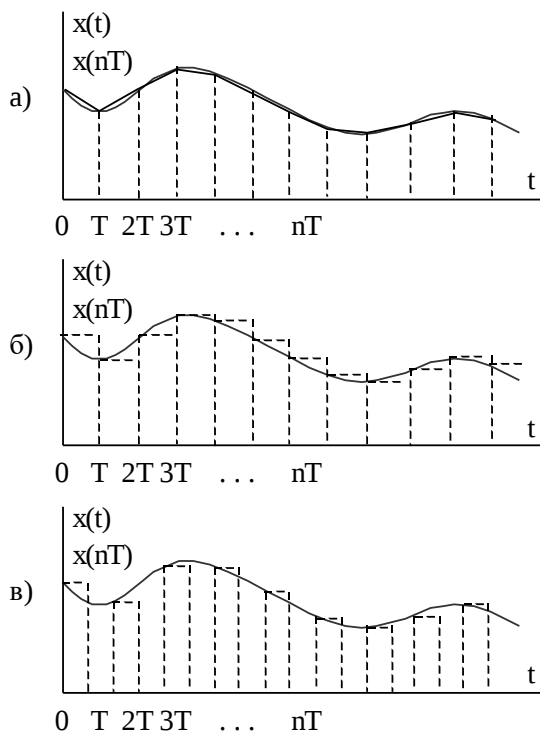


Рисунок 11.7 – Графік напруги на виході фіксатора

Виходячи з викладеного, можна зобразити структурну схему імпульсного елемента з формуючим елементом як частину імпульсної автоматичної системи з урахуванням коефіцієнта підсилення керуючого сигналу (рис. 11.8).

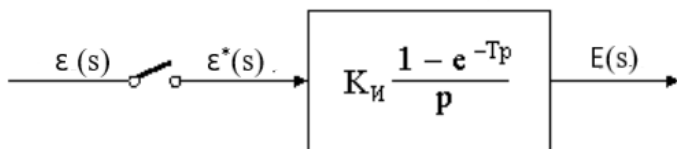


Рисунок 11.8 – Структурна схема імпульсного елемента з фіксатором

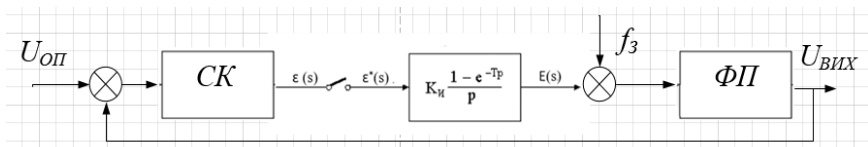


Рисунок 11.9 – Структурна схема імпульсного стабілізатора

У реальних системах в якості формуючих елементів використовуються фільтри, які частково згладжують пульсації частоти комутації імпульсного елемента. Особливість таких систем полягає у тому, що частково придушені пульсації частоти комутації по каналу зворотного зв'язку надходять на вхід системи керування і впливають на її точність.

Друга особливість наведеної структури полягає у тому, що в ній мають місце як дискретні, так і неперервні сигнали, тобто система є *дискретно-неперервною*. Такого роду системи досліджуються з використанням дискретного перетворення Лапласа, внаслідок чого реакція системи на керуючі або збурюючі впливи отримується у вигляді дискретної вихідної функції. Після цього за допомогою зворотного дискретного перетворення знаходиться реакція системи як неперервна функція.

Питання до лекції

1. Назвіть приклади електронних систем з імпульсними елементами.
2. Поясніть призначення імпульсних елементів в електронних системах.
3. Що являє собою статична характеристика імпульсного елемента?
4. Поясніть призначення формуючого елемента.
5. Як визначається передаточна функція формуючого елемента?
6. У чому полягає особливість фіксатора?

ЛЕКЦІЯ № 12

Проектування імпульсних електронних систем

12.1. Поняття про різницеві рівняння

Переважаюча більшість перетворень дискретних сигналів носять нелінійний характер, що може суттєво ускладнювати задачі аналізу та синтезу замкнених систем. Але для оцінки їхньої стійкості, коли аналізується не коливальний процес, а умови збудження коливальних, у переважній більшості випадків достатньо розглядати системи у лінійному плані, замінюючи нелінійні види модуляції (ШІМ, ЧІМ та інші) лінійною амплітудною модуляцією.

Виходячи з наведених рисунків, квантовані сигнали можуть описуватись різницеви́ми сигналами, які з високою точністю замінюють диференційні рівняння у дискретних (комп'ютерних) системах.

Відомо, що швидкість зміни неперервної функції визначається її першою похідною. Швидкість зміни дискретної функції $x(nT)$ характеризуватиметься її першою різницею, розділеною на період дискретності T . Тобто, аналогом похідних для дискретних функцій є різниці, а інтегралів – суми.

Наприклад, диференційне рівняння типу:

$$T \frac{dx}{dt} + x = k u$$

може бути представлено у вигляді:

$$T \frac{\Delta x}{\Delta t} + x = k u,$$

де Δx – приріст амплітуди сигналу; Δt – крок квантування.

Приріст Δx визначається як різниця між значеннями функції протягом одного кроку квантування.

Часто у різницевих рівняннях вказують тактовий інтервал T . У такому випадку рівняння (12.1) запишеться у вигляді:

$$\Delta x(nT) = x(nT + T) - x(nT).$$

Кожній неперервній функції відповідає еквівалентна дискретна. Приклад такої відповідності наведено на рис. 11.1.

Неперервна функція	Дискретна функція
$x(t)$	$x(nT)$
$1(t)$	$1(nT)$
At	AnT
At^2	$A(nT)^2$
e^{-at}	e^{-anT}
$\sin \omega t$	$\sin \omega nT$

Рисунок 12.1 – Відповідність неперервних і дискретних функцій

Дискретні функції не є однозначними – їм можуть відповідати різні неперервні або навіть розривні функції, якщо тільки їх ординати в моменти часу $t = nT$ дорівнюють значенням функції $x(nT)$. Для усунення такої неоднозначності вводяться зміщені дискретні функції, які дозволяють оцінювати процеси в інтервалі періоду дискретності.

Друга різниця, або різниця другого порядку, визначається як:

$$\Delta^2 x(n) = \Delta x(n+1) - \Delta x(n)$$

або:

$$\Delta^2 x(n) = x(n+2) - 2x(n+1) + x(n).$$

Відповідно, різниця k -го порядку:

$$\Delta^k x(n) = \Delta^{k-1} x(n+1) - \Delta^{k-1} x(n).$$

Приклад. Дана дискретна функція $x(nT) = AnT$ (рис.12.2).

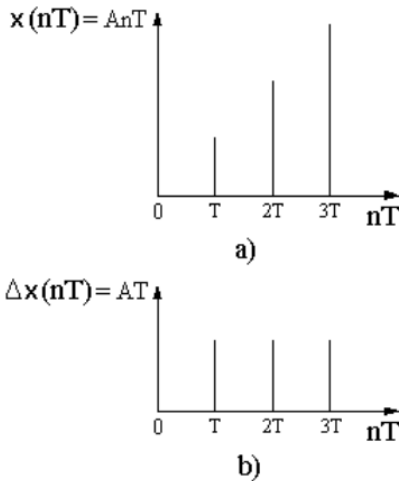


Рисунок 12.2 – Дискретна функція до прикладу та її перша різниця

Її перша різниця:

$$\Delta x(nT) = A(nT + T) - AnT = AT$$

є одиничною ступінчастою дискретною функцією. Друга та вищі різниці цієї функції дорівнюють нулю.

На практиці частіше використовують різницю із запізненням, яка легше реалізується технічними засобами:

$$\nabla x(nT) = x(nT) - x(nT - T) = \Delta x(nT) \exp(-sT).$$

Відомо, що дослідження динаміки неперервних систем базується на складанні та розв'язанні диференційних рівнянь. Динамічні процеси в дискретних САУ описуються різницевиими рівняннями. Лінійне неоднорідне різницеве рівняння з постійними коефіцієнтами має наступний вигляд:

$$c_m \Delta^m x_{\text{ВВХ}}(nT) + c_{m-1} \Delta^{m-1} x_{\text{ВВХ}}(nT) + \dots + c_1 \Delta x_{\text{ВВХ}}(nT) + c_0 x_{\text{ВВХ}}(nT) = \\ = b_0 x_{\text{ВХ}}(nT) + b_1 \Delta x_{\text{ВХ}}(nT) + \dots + b_{k-1} \Delta^{k-1} x_{\text{ВХ}}(nT) + b_k \Delta^k x_{\text{ВХ}}(nT),$$

де $x_{\text{ВХ}}(nT)$ – відома дискретна функція (задаючий вплив); $x_{\text{ВВХ}}(nT)$ – дискретна функція виходу (розв'язання рівняння); b, c – постійні коефіцієнти.

12.2. Дискретне перетворення Лапласа, Z-перетворення та їх використання для дослідження імпульсних систем

Використання перетворення Лапласа, завдяки його однозначному зв'язку з частотними властивостями систем, відкрило широкі можливості аналізу та синтезу неперервних автоматичних систем. Цей підхід, зрозуміло, можливо використати і для дискретних систем, використовуючи дискретне перетворення Лапласа.

Нагадаємо, що пряме перетворення Лапласа (знаходження зображення) неперервної функції $x(t)$ – оригіналу має вигляд:

$$X(s) = L[x(t)] = \int_0^{\infty} x(t) e^{-st} dt. \quad (12.1)$$

Оскільки імпульсний сигнал може бути представленим у вигляді промодульованої послідовності дельта-функцій:

$$x^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \delta(t - nT), \quad (12.2)$$

то зображення сигналу-оригіналу $x^*(t)$ з точки зору дискретного перетворення Лапласа визначатиметься за допомогою формули:

$$X^*(s) = D[x^*(t)] = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \exp(-snT). \quad (12.3)$$

Якщо у виразі (12.3) виконати заміну $z = \exp(-sT)$, то отримаємо формальне Z-перетворення:

$$X(z) = Z[x(nT)] = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) z^{-n}. \quad (12.4)$$

З останньої формули видно, що z-перетворення пов'язано зі спектром дискретного сигналу аналогічно зв'язку між перетворенням Лапласа неперервного сигналу з його перетворенням Фур'є. Тому перехід від спектру дискретного сигналу до його z-перетворення аналогічний переходу від перетворення Фур'є до перетворення Лапласа для неперервного сигналу.

З формул (12.1) і (12.4) видно, що:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} [T X(z)] = X(s),$$

тому z-перетворення іноді називають *узагальненим перетворенням Лапласа*.

Приклад. Визначити z-зображення одиничної ступінчастої функції $x(nT) = 1(nT)$.

Розв'язання: У відповідності до формули (12.2) маємо:

$$X^*(s) = \sum_{n=1}^{\infty} 1(nT) \exp(-snT) = 1 + e^{-sT} + e^{-2sT} + \dots = \frac{1}{1 - e^{-sT}} = \frac{e^{sT}}{e^{sT} - 1}.$$

Z-перетворення отриманої функції:

$$X(z) = \frac{z}{z - 1}.$$

Приклад. Задана експоненціальна функція $x(nT) = \exp(anT)$. Знайти її z-зображення.

Розв'язання:

$$X^*(s) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{anT} e^{-snT} = \frac{1}{1 - e^{-sT} e^{aT}} = \frac{e^{sT}}{e^{sT} - e^{aT}};$$

$$X(z) = Z[e^{anT}] = \frac{z}{z - e^{aT}}.$$

У довідковій літературі з автоматики містяться об'ємні таблиці дискретного перетворення Лапласа і z-перетворення.

У табл. 12.1 наведені зображення деяких функцій, які найчастіше зустрічаються у практиці проектування.

Важливо пам'ятати, що зображення дискретних функцій є функціями e^{sT} , а не s , як це має місце у перетворенні Лапласа для неперервних функцій. Тому і виникла необхідність переходу до аргументу $z = \exp(sT)$, який є періодичною функцією частоти. Тому дискретне зображення і частотні спектри дискретних функцій також є періодичними функціями частоти з періодом 2π .

Таблиця – 12.1

$x(t)$	$X(s)$	$X(nT)$	$X(z)$
$\delta(t)$	1	$\delta(nT)$	1
$\delta(t - kT)$	e^{-ksT}	$\delta(nT - kT)$	z^{-k}
1(t)	$\frac{1}{s}$	1(nT)	$\frac{z}{z-1}$
t	$\frac{1}{s^2}$	nT	$\frac{T^2}{(z-1)^2}$
$\frac{t^2}{2}$	$\frac{1}{s^3}$	$\frac{(nT)^2}{2}$	$\frac{T^2}{2} \cdot \frac{z(z+1)}{(z-1)^2}$
$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{s+\alpha}$	$e^{-\alpha nT}$	$\frac{z}{z-e^{-\alpha T}}$
$e^{\alpha t}$	$\frac{1}{s-\alpha}$	$e^{\alpha nT}$	$\frac{z}{z-e^{\alpha T}}$
$1-e^{-\alpha t}$	$\frac{\alpha}{s(s+\alpha)}$	$1-e^{-\alpha nT}$	$\frac{(1-e^{-\alpha T})z}{(z-1)(z-e^{-\alpha T})}$

Оскільки для розв'язання задач аналізу та синтезу імпульсних систем необхідно знати передаточні функції їхніх структурних модулів, то необхідно вміти їх визначати на основі використання Z-перетворення.

Передаточна функція будь-якого структурного елемента імпульсної системи у плані використання Z-перетворення може бути визначена як відношення:

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)},$$

де $Y(z)$, $X(z)$ – відповідно, z-перетворення вхідної та вихідної величин структурного елемента.

Для визначення передаточної функції $W(z)$ за відомою передаточною функцією приведеної неперервної частини $W(s)$ виконуються наступні кроки.

За передаточною функцією $W(s)$ шляхом використання зворотного перетворення Лапласа знаходиться вагова функція приведеної неперервної частини:

$$w(t) = L^{-1} \{ W(s) \}.$$

За ваговою функцією $w(t)$ визначають аналітичний вираз для відповідної дискретної вагової функції $w(nT)$.

Передаточну функцію $W(z)$ отримують як Z -перетворення дискретної вагової функції приведеної неперервної частини:

$$W(z) = Z \{ w(nT) \}.$$

Передаточна функція замкнутої імпульсної системи дозволяє обчислити реакцію замкнутої системи $y(nT)$ на керуючий сигнал $x(nT)$. Її знаходять, я і в неперервних системах, у відповідності з рівнянням замикання через дискретну передаточну функцію розімкнутої системи:

$$W_3(z) = \frac{W_p(z)}{1 + W_p(z)}.$$

Передаточну функцію замкнутої системи можна зобразити у вигляді відношення двох поліномів відносно змінної z :

$$W_3(z) = \frac{b_k z^k + b_{k-1} z^{k-1} + \dots + b_1 z + b_0}{c_m z^m + c_{m-1} z^{m-1} + \dots + c_1 z + c_0}.$$

Запишемо цей вираз у розгорнутому вигляді:

$$(c_m z^m + c_{m-1} z^{m-1} + \dots + c_1 z + c_0) Y(z) = (b_k z^k + b_{k-1} z^{k-1} + \dots + b_1 z + b_0) X(z).$$

Ліва частина цього рівняння являє собою характеристичний поліном замкнутої імпульсної системи.

В результаті переходу від зображення до оригіналу з останньої формули легко перейти до відповідного різницевого рівняння системи:

$$\begin{aligned} c_m y(nT + mT) + \dots + c_1 y(nT + T) + c_0 y(nT) = \\ = b_k x(nT + kT) + \dots + b_1 x(nT + T) + b_0 x(nT). \end{aligned}$$

Аналогічно можна отримати різницеве рівняння розімкнутої системи за передаточною функцією $W_p(z)$.

Передаточна функція системи по відношенню до помилки визначається шляхом, аналогічним тому, як і для неперервних систем. Знаючи керуючий вплив і передаточну функцію відносно помилки, можна оцінити динамічну точність системи, тобто знайти дискретну функцію помилки.

12.3. Оцінка стійкості та якості перехідних процесів в імпульсних системах

Розглянуті у попередніх розділах основні принципи побудови стійких замкнутих систем автоматичного регулювання є справедливими і стосовно імпульсних з урахуванням особливостей останніх. Вони, як відомо, базуються на тому принципі, що вільна складова розв'язання диференційного рівняння, що описує систему, повинна з часом загасати. Аналогічно до неперервних систем, оцінку стійкості імпульсної системи виконують на основі дослідження характеристичного рівняння замкнутої системи:

$$M(z) = c_m z^m + c_{m-1} z^{m-1} + c_1 z + c_0.$$

Це алгебраїчне рівняння має m коренів z_i на площині z . Але, оскільки змінна z виникла у зв'язку з підстановкою $z = \exp(s_i t)$, то кожен корінь z_i пов'язаний з коренем s_i виразом підстановки. При цьому, наприклад, кореню $s_i = 0$ відповідає корінь $z_i = 1$, а кореням з від'ємними дійсними частинами відповідають корені $|z_i| < 1$. Звідси витікає формулювання математичної умови стійкості: *замкнута імпульсна система буде стійкою, якщо всі корені її характеристичного рівняння лежать всередині кола одиничного радіусу, побудованого на початку координат комплексної площини z* (рис. 12.3, точки z_1, z_2, z_3, z_4, z_5).

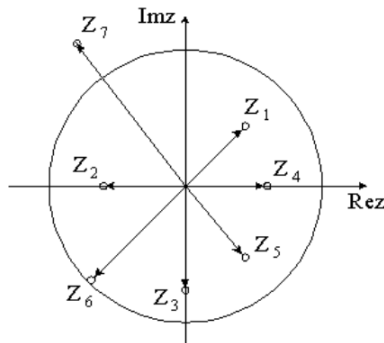


Рисунок 12.3 – Комплексна площина Z

Якщо корінь лежить на дузі кола з радіусом $R = 1$, то система перебуває на межі стійкості (точка z_6 на рис. 12.3).

Якщо корені $|z_i| > 1$, то система нестійка (точка z_7 на рис. 12.3).

Недолік розглянутого підходу до оцінки стійкості замкнутих імпульсних систем полягає у тому, що при $m > 3$ виникають значні складнощі з обчисленнями. Тому на практиці використовують критерії якості, які дозволяють оцінювати стійкість імпульсних систем без визначення коренів.

Оскільки до імпульсних систем можливо використовувати будь-який з відомих критеріїв стійкості, характерних для неперервних систем, то проблема використання частотних критеріїв полягає у встановленні зв'язку між параметрами z і ω .

Для цього використовують перетворення полінома $M(z)$ у поліном $M(\omega)$ шляхом підстановки:

$$z = \frac{1 + \omega}{1 - \omega}.$$

Таке перетворення дозволяє відобразити одиничне коло площі Z в ліву частину комплексної площини s , аналогічну області стійкості неперервних систем на площині s .

До характеристичного рівняння $M(\omega) = 0$, яке також має порядок m , можна застосувати алгебраїчні критерії стійкості Вишнеградського і Гурвіца. Оцінимо стійкість двох конкретних систем.

Приклад. Імпульсна система першого порядку має характеристичне рівняння:

$$M(z) = c_1 z + c_0 = 0.$$

Визначити умови стійкості такої системи.

Розв'язання: Приведемо перетворення полінома до $M(\omega)$:

$$M(\omega) = c_1 \frac{1 + \omega}{1 - \omega} + c_0 = 0$$

або:

$$(c_1 - c_0)\omega + (c_1 + c_0) = 0.$$

Система першого порядку буде стійкою, якщо коефіцієнти її характеристичного рівняння будуть позитивними, тобто:

$$(c_1 - c_0) > 0; \quad (c_1 + c_0) > 0.$$

Оцінимо стійкість імпульсної системи, що наведена на рис. 12.1.

Характеристичне рівняння системи:

$$M(z) = z + (K_V T - 1) = 0;$$

$$M(\omega) = \omega(2 - K_V T) + K_V T = 0.$$

Умови стійкості:

$$K_V T > 0; \quad K_V T < 2.$$

Друга умова розкриває важливу властивість імпульсних систем – їхня стійкість залежить не тільки від загального коефіцієнта підсилення у розімкнутому стані K_V , що є характерним для неперервних систем, а й від періоду дискретності T : чим більша величина T , тим складніше забезпечити стійкість системи при незмінній величині коефіцієнта підсилення.

Приклад. Характеристичне рівняння імпульсної системи другого порядку:

$$M(z) = c_2 z^2 + c_1 z + c_0 = 0.$$

Визначити умови стійкості системи.

Розв'язання: Переходимо до змінної ω :

$$M(\omega) = (c_2 - c_1 + c_0) \omega^2 + (2c_2 - 2c_0) \omega + (c_2 + c_1 + c_0) = 0.$$

Система буде стійкою, якщо коефіцієнти її характеристичного рівняння позитивні:

$$(c_2 - c_1 + c_0) > 0; \quad (c_2 - c_0) > 0; \quad (c_2 + c_1 + c_0) > 0.$$

Отримані нерівності дозволяють оцінити стійкість імпульсної системи.

Дослідження стійкості систем третього і вищих порядків виконується за допомогою критерія Гурвіца.

Показники якості статичних і динамічних режимів імпульсних систем однакові. Оцінку показників якості динамічних процесів оцінюють за реакцією $h(nT)$ на одиничну ступінчасту функцію $x(nT) = 1(nT)$, z -зображення якої:

$$X(z) = Z\{1(nT)\} = \frac{z}{z-1}.$$

Зображення перехідної функції замкнутої імпульсної системи $W_3(s)$:

$$H(z) = Z\{h(nT)\} = \frac{z}{z-1} W_3(z).$$

З наведеної формули витікає, що зображення замкнутої імпульсної системи можна в загальному плані розглядати як відношення двох поліномів, тобто для знаходження $H(z)$ достатньо знати z -зображення передаточної функції замкнутої системи $W_3(z)$. Потім за зображенням знайти оригінал $h(nT)$, тобто виконати операції зворотного z -перетворення. Така задача часто розв'язується методом розкладання функції у ступеневий ряд по від'ємних ступенях z (діленням поліному чисельника на поліном знаменника). Коефіцієнти отриманого ступеневого ряду дорівнюватимуть дискретним значенням імпульсної перехідної функції у моменти часу $t = nT$. Інший метод вимагає розкладання виразу $H(z)$ на прості дробі.

Точність імпульсної системи оцінюється величиною помилки в усталеному режимі. Для розрахунку помилки необхідно знати зображення задаючого впливу і передаточну функцію помилки.

Питання до лекції

1. Сформулюйте математичну умову стійкості замкнутої імпульсної системи.
2. Сформулюйте критерій стійкості Гурвіца.
3. Що таке Z -перетворення? Наведіть приклади.

ЛЕКЦІЯ № 13

Математичний опис цифрових систем

Для передачі інформації здебільшого використовуються імпульси або цифрові послідовності. Обумовлено це тим, що такі сигнали за своєю енергією значно перевищують рівень шумів та завад, які мають місце при їх прийомі та у самій електронній апаратурі і легко можуть бути виділені з суміші сигнал-шум. Після обробки сигналів за допомогою ЕОМ або мікроконтролерів формується керуюча інформація, яка подається через цифро-аналогові перетворювачі на об'єкти керування.

У пристроях енергетичної електроніки, до яких слід віднести керовані випрямлячі, інвертори різних типів, регулятори змінної напруги, широтно-імпульсні перетворювачі тощо, вихідна напруга або струм мають досить складну форму, яка частково фільтрується пристроями неперервної дії та подається через канали зворотного зв'язку на вхід цифрових пристроїв керування.

В обох випадках інформаційний сигнал, який отримується на виході мікроконтролера, ЕОМ або пристрою енергетичної електроніки $x_{\text{ВІХ}}(t)$, може бути представлений у вигляді квантованої у часі послідовності δ -імпульсів:

$$x_{\text{ВІХ}}(nT) = \sum_{n=0}^{\infty} x_{\text{ВІХ}}(t) \delta(t - nT).$$

Якщо у подальшому імпульсна послідовність подається на цифро-аналоговий перетворювач, який виконує функцію екстраполятора, то вихідна послідовність приймає форму, що наведена на рис. 11.7, б.

Математична модель ЕОМ може бути представлена у вигляді:

$$W_{\text{ЕОМ}}(z) = \frac{x_{\text{ВІХ}}(z)}{x_{\text{ВХ}}(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_k z^{-k}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_m z^{-m}}. \quad (13.1)$$

З (13.1) отримуємо різницеве рівняння у z -формі:

$$x_{\text{ВХ}}(z)(b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_k z^{-k}) = x_{\text{ВІХ}}(z)(a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_m z^{-m}). \quad (13.2)$$

Різницеве рівняння у часовій формі:

$$\begin{aligned} b_0 x_{\text{ВХ}}(n) + b_1 x_{\text{ВХ}}(n-1) + \dots + b_k x_{\text{ВХ}}(n-k) = \\ = a_0 x_{\text{ВІХ}}(n) + a_1 x_{\text{ВІХ}}(n-1) + \dots + a_m x_{\text{ВІХ}}(n-m). \end{aligned} \quad (13.3)$$

Фактично рівняння (13.3) є алгоритмом роботи ЕОМ, за яким формується поточне значення вихідного сигналу при відомих значеннях вхідного у різні моменти часу, інформація про які зберігається у пам'яті комп'ютера.

Таким чином, ЕОМ виконує функцію цифрового фільтру з передаточною функцією $W_{\text{ЕОМ}}(z)$. Властивості цього фільтру визначаються передаточною

функцією. Якщо в усталеному режимі (при $z = 1$) $W_{\text{ЕОМ}}(1)$ являє собою кінцеве число, то такий фільтр відповідатиме статичній ланці. Якщо ЕОМ має інтегрувальні властивості, то знаменник передаточної функції $W_{\text{ЕОМ}}(z)$ повинен мати множник $(z - 1)$. Взагалі ж вид необхідної передаточної функції ЕОМ визначається за результатами синтезу автоматичної системи у відповідності з вимогами до точності та динамічних властивостей системи.

При математичному описі цифрової САУ необхідно враховувати коефіцієнти передачі цифрових перетворювачів – ЦАП та АЦП. Простіше за все прийняти добуток їх коефіцієнтів перетворення за 1.

Якщо прийняти, що неперервна частина, яка приймає сигнали керування від ЕОМ, має передаточну функцію $W_H(s)$, то разом з екстраполятором матимемо зведену неперервну частину системи:

$$W_{\text{НЗ}}(s) = W_H(s) W_E(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} W_H(s). \quad (13.4)$$

Враховуючи, що $z = e^{sT}$, можемо записати:

$$W_{\text{НЗ}}(s) = \frac{z - 1}{z} \left[\frac{W_H(s)}{s} \right]. \quad (13.5)$$

Оскільки цифрова САУ є дискретною системою, то необхідно знайти дискретний аналог передаточної функції $W_{\text{НЗ}}(s)$. Для цього можна скористатись таблицями z -перетворення для передаточних функцій, тобто:

$$W_{\text{НЗ}}(s) = \frac{z - 1}{z} Z \left\{ \frac{W_H(s)}{s} \right\}. \quad (13.6)$$

Дискретну передаточну функцію $W_{\text{НЗ}}(z)$ можна визначити безпосередньо, використовуючи таблиці z -перетворень. Якщо ж передаточна функція досить складна і не має типових перетворень, її слід розкласти на прості.

Приклад. Задана передаточна функція неперервної частини цифрової системи:

$$W_H(s) = \frac{k}{s}.$$

Знайти z -передаточну функцію зведеної неперервної частини цифрової САУ з фіксатором.

Розв'язання: Передаточна функція зведеної неперервної частини:

$$W_{\text{НЗ}}(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \cdot \frac{k}{s} = \frac{z - 1}{z} \cdot \frac{k}{s^2}.$$

Після безпосереднього використання таблиць z -перетворень знаходимо:

$$W_{\text{НЗ}}(z) = \frac{z - 1}{z} Z \left\{ \frac{k}{s^2} \right\} = \frac{z - 1}{z} \cdot \frac{kTz}{z - 1} = \frac{kT}{z - 1}.$$

Приклад. Визначити z -передаточну функцію зведеної неперервної частини цифрової САУ, якщо неперервна частина має передаточну функцію:

$$W_H(s) = \frac{k}{s(T_0 s + 1)},$$

а дискретний вихід ЕОМ характеризується фіксатором.

Розв'язання: Розкладемо спочатку $W_H(s)$ на прості складові методом невизначених коефіцієнтів:

$$W_H(s) = \frac{k}{s(T_0 s + 1)} = \frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{T_0 s + 1}.$$

Після приведення до спільного знаменника і порівняння лівої та правої частин знаходимо:

$$A = k; \quad B = -kT_0; \quad C = -kT_0^2.$$

З урахуванням отриманих коефіцієнтів, отримуємо:

$$\begin{aligned} W_{H3}(z) &= \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{k}{s^2} - \frac{kT_0}{s} + \frac{kT_0^2}{T_0 s + 1} \right\} = \frac{k(z-1)}{z} \left[\frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{T_0 z}{z-1} + \frac{T_0 z}{z-d} \right] = \\ &= \frac{k(T - T_0 + dT_0)z + (1-d)T_0 - Td}{(z-1)(z-d)}, \end{aligned}$$

де $d = \exp\left(\frac{T}{T_0}\right).$

Якщо у цифровій системі крок квантування T дуже малий по відношенню до інерційності неперервної частини, то при визначенні $W_{H3}(z)$ замість використання таблиць z -перетворень можна користуватись такими порадами.

Враховуючи, що звичайна передаточна функція інтегруючої ланки $\frac{1}{s}$, можна використати одну з найбільш розповсюджених формул приблизного переходу від неперервних передаточних функцій до дискретних:

$$s \cong \frac{z-1}{Tz}, \quad (13.7)$$

або ж більш точний перехід:

$$s \cong \frac{z-1}{0,5T(z+1)}. \quad (13.8)$$

Заміна (13.7) відповідає чисельному інтегруванню за методом прямокутників, а підстановка (13.8) – чисельному інтегруванню за методом трапецій.

При достатньо високій частоті дискретності (малому кроці квантування) наближені способи переходу дають результати, що є близькими до точних

дискретних передаточних функцій. Цей висновок також зберігається у тому випадку, коли найбільша стала часу неперервної функції значно більша за крок квантування.

Перейдемо до математичного опису цифрової САУ. Для цього розглянемо її структурну схему (рис. 13.1).

Z-передаточна функція розімкнутої САУ $W(z)$ визначається як добуток z-передаточної функції ЕОМ та зведеної неперервної частини:

$$W(z) = D(z) Z \{ W_{\text{НЗ}}(s) W_{\text{Н}}(s) \}.$$

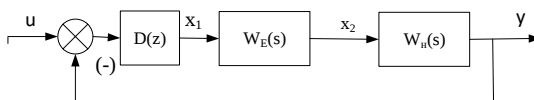


Рисунок 13.1 – Структурна схема замкненої цифрової САУ

У загальному вигляді z-передаточна функція замкнутої структури цифрової САУ (рис. 13.1) може бути записана у вигляді:

$$W_3(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_1 z + b_0}{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0}.$$

Звідси отримуємо різницеве рівняння замкнутої цифрової САУ в z-формі:

$$\begin{aligned} u(z)(b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_1 z + b_0) = \\ = y(z)(a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0) \end{aligned} \quad (13.9)$$

або у часовій формі:

$$\begin{aligned} a_n y(i+n) + a_{n-1} y(i+n-1) + \dots + a_0 y(i) = \\ = b_m u(i+m) + b_{m-1} u(i+m-1) + \dots + b_0 u(i). \end{aligned} \quad (13.10)$$

Це рівняння визначає залежність між дискретними значеннями вихідної величини у та вхідної величини u системи, тобто описує поведінку цифрової системи у часі. Розв'язання цього рівняння відносно вихідної величини x виконується за допомогою зворотного z-перетворення або шляхом розкладання z-зображення керованої величини у ряд Лорана.

Важливо також знати, як поводитиметься цифрова САУ в усталеному режимі, а саме: чому дорівнюватиме усталене значення керованої величини та якою буде усталена похибка системи. Обидві ці величини можна визначити, користуючись теоремою про кінцеве значення оригіналу дискретного перетворення Лапласа:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} y(iT) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) y(z). \quad (13.11)$$

Щоб скористатись цією теоремою, запишемо спочатку z -зображення керованої величини y :

$$y(z) = W_3(z) u(z). \quad (13.12)$$

Тепер вираз (13.11) прийме вигляд:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} y(iT) = \lim_{z \rightarrow 1} W_3(z) u(z) (z-1). \quad (13.13)$$

Цей вираз дозволяє за допомогою передаточної функції $W_3(z)$ замкнутої цифрової системи та z -зображення вхідної величини $u(z)$ знайти усталене значення керованої величини.

Якщо на вхід системи подається одиничний ступінчастий сигнал, z -зображення якого:

$$u(z) = \frac{z}{z-1},$$

то вираз (13.13) набуває вигляд:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} y(iT) = \lim_{z \rightarrow 1} W_3(z).$$

Отже, враховуючи, що $z \rightarrow 1$, усталене значення керованої величини можна знайти, якщо у z -передаточну функцію $W_3(z)$ замкнутої системи підставити значення $z = 1$.

Наприклад, якщо:

$$W_3(z) = \frac{1,2}{z+0,6},$$

то:

$$y_{уст} = \frac{1,2}{1+0,6} = 0,75.$$

Таким чином, якщо на вхід цифрової САУ подається одиничний ступінчастий сигнал, то усталену похибку системи можна знайти після підстановки у вираз для передаточної функції значення $z = 1$.

13.1. Частотні моделі ЦАС

Для одержання частотно-залежної передаточної функції слід зробити підстановку:

$$z = e^{j\omega T} = \cos \omega T + j \sin \omega T. \quad (13.14)$$

Так, частотна характеристика розімкнутої системи:

$$W(z) = W(e^{j\omega T}).$$

Частотні характеристики при цьому є періодичними функціями частоти.

Більш зручним інструментом для одержання частотних характеристик (зокрема, логарифмічних частотних характеристик) є використання

псевдочастоти. Для цього використовується лінійне ω перетворення, за допомогою якого коло одиничного радіуса $e^{j\omega T}$ відображається на уявну вісь площини комплексної величини ω .

Для перетворення використовується підстановка:

$$z = \frac{1 + \omega}{1 - \omega} \quad (13.15)$$

або

$$\omega = \frac{z - 1}{z + 1}. \quad (13.16)$$

Зробивши підстановку (13.14), одержуємо:

$$\omega = \frac{e^{j\omega T} - 1}{e^{j\omega T} + 1} = j \operatorname{tg}\left(\frac{\omega T}{2}\right) = j \lambda \frac{T}{2},$$

де $\lambda = \frac{2}{T} \operatorname{tg}\left(\frac{\omega T}{2}\right)$ являє собою абсолютну псевдочастоту.

При використанні псевдочастоти побудова частотних характеристик є більш зручною, оскільки при зміні кругової частоти у діапазоні $0 \leq \omega \leq \frac{\pi}{T}$ псевдочастота змінюється у діапазоні $0 < \lambda < \infty$. Це робить частотні характеристики дискретних систем подібними до частотних характеристик неперервних систем. Більш того, для малих значень частот $\omega < \frac{2}{T}$ псевдочастота практично співпадає зі звичайною частотою, тобто $\lambda \approx \omega$. Це зручно при розгляді низькочастотної частини характеристики, яка визначає показники точності роботи системи.

За аналогією з розглянутими раніше:

$$W(j\lambda) = P(\lambda) + jQ(\lambda).$$

Псевдо-АЧХ:

$$A(\lambda) = \left(P^2(\lambda) + Q^2(\lambda) \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Логарифмічна амплітудна:

$$L(\lambda) = 20 \lg A(\lambda).$$

Фазова:

$$\theta(\lambda) = \operatorname{arctg}\left(\frac{Q(\lambda)}{P(\lambda)}\right).$$

Приклад. z -передаточна функція розімкнутої цифрової системи:

$$W(z) = \frac{kT}{z-1}.$$

Знайти вирази для АЧХ, ЛАЧХ, ФЧХ.

Розв'язання: Робимо підстановку (13.15):

$$W(e^{j\omega T}) = \frac{kT(1-\omega)}{2\omega} = -\frac{kT}{2} - j\frac{k}{\lambda}.$$

АЧХ:

$$A(\lambda) = \frac{k}{\lambda} \sqrt{1 + \frac{T^2 \lambda^2}{4}}.$$

ЛАЧХ:

$$L(\lambda) = 20 \lg \frac{k}{\lambda} \sqrt{1 - \frac{T^2 \lambda^2}{4}}.$$

ФЧХ:

$$\theta(\lambda) = -\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{\lambda T}{2}.$$

13.2 Визначення періоду квантування у цифрових системах

У цифрових САУ частота квантування не є робочою частотою ЕОМ. Частота квантування реально це та частота, з якою подаються сигнали керування на об'єкт керування. Між цими сигналами об'єкт залишається не керованим і здійснює свій рух за інерцією та під впливом збурюючих сигналів. зрозуміло, що від частоти квантування залежить точність керування та чутливість до дії перешкод. Якщо інтервал часу T досить великий, то погіршується якість керування та знижується стійкість системи, а при досить малому значенні T зростає завантаження обчислювальних ресурсів.

Для ряду технологічних процесів є приблизні рекомендації, відповідно до яких обирається частота подачі керуючих сигналів на об'єкт керування.

У загальному плані існує приблизний критерій, який дозволяє визначити T на основі використання співвідношення:

$$T \leq 0,1 T_1,$$

де T_1 – максимальна стала часу об'єкту керування.

Однак цей критерій є досить приблизним, оскільки у ньому не враховані інші сталі часу об'єкту керування.

Розглянемо критерій визначення T , виходячи з умови забезпечення необхідної точності керування.

Мірою невизначеності об'єкта $e(t)$ відносно його положення в момент nT є різниця:

$$e(t) = x(t) - x(nT), \quad nT < t < (n+1)T. \quad (13.16)$$

У цифрових системах міра невизначеності положення об'єкта повинна бути обмежена, тобто:

$$|e(t)| \leq \varepsilon,$$

де ε – постійна величина, що визначає точність керування.

Для розрахунку T необхідно знати величину максимальної швидкості зміни керованої величини x протягом часу T . Для цього представимо координату $x(t)$ у вигляді розкладання у ряд Тейлора:

$$x(t+T) = x(t) + \frac{dx(t)}{dt}T + \frac{d^2x(t)}{dt^2}T^2 + \dots \quad (13.17)$$

Беручи до уваги лише перші два члени розкладання у ряд, отримаємо:

$$e(t)_{\max} = x(t+T) \approx x(t) \pm \left| \frac{dx(t)}{dt}T \right| \leq \varepsilon.$$

Звідси витікає обмеження на величину періоду квантування для стаціонарних об'єктів:

$$T_{\min} \leq \frac{\varepsilon}{\frac{dx(t)}{dt}}, \quad (13.18)$$

де $\frac{dx(t)}{dt}$ – максимальна швидкість зміни керованої величини x .

Отже, для визначення періоду квантування необхідно знати можливі швидкості зміни вихідної величини об'єкта.

Нехай на вході об'єкта діє гармонічний сигнал $u(t) = \sin \omega t$, тоді вихідний сигнал об'єкта визначається так:

$$x(t) = A(\omega) \sin(\omega t + \varphi),$$

де $A(\omega)$ – АЧХ об'єкта.

Швидкість зміни $x(t)$ у часі також матиме гармонічний характер:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \omega A(\omega) \cos(\omega t + \varphi).$$

Амплітуда швидкості дорівнюватиме:

$$\left| \frac{dx(t)}{dt} \right|_{\max} = \omega A(\omega) = B(\omega). \quad (13.19)$$

Шляхом зміни частоти сигналу $u(t)$ можна побудувати залежність максимальних швидкостей зміни вихідної величини.

Отримана характеристика $B(\omega)$ може розглядатись як верхня межа можливих або бажаних швидкостей на виході об'єкта.

B -характеристика об'єкта, що знайдена за його передаточною функцією, є відносною величиною. Для того, щоб виразити її у фізичних величинах, треба помножити її на базове значення розмірної вхідної величини u_0 :

$$B^*(\omega) = u_0 B(\omega). \quad (13.20)$$

Для визначення мінімального T згідно з (13.18) необхідно обчислити максимальне значення B -характеристики, тобто $B_{\max}$, яке знаходиться шляхом диференціювання функції $B(\omega)$ за частотою з подальшим розв'язанням рівняння:

$$\frac{dB(\omega)}{d\omega} = 0.$$

Як наслідок, на основі (13.18), (13.19), (13.20) визначимо, що:

$$T_{\min} \leq \frac{\varepsilon}{B_{\min} u_0} = \frac{0,02 \dots 0,05}{B_{\min} u_0}.$$

Для типових динамічних ланок вирази B -характеристик та формул для розрахунку $B_{\max}$, які необхідні для обчислень, зведені у табл. 13.1.

Таблиця – 13.1

$W(s)$	$\omega_{\max}$	$B_{\max}$
$\frac{k}{T_0 s + 1}$	∞	$\frac{k}{T_0}$
$\frac{k}{s(T_0 s + 1)}$	0	k
$\frac{k}{T_0^2 s^2 + 2T_0 d s + 1}$	$\frac{1}{T_0}$	$\frac{k}{2dT_0}$
$\frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$	$\frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}$	$\frac{k}{T_1 + T_2}$

Розглянуті способи визначення T не придатні для систем керування об'єктами, передаточна функція яких вміщує динаміку в чисельнику або які необхідно описувати диференційними рівняннями, що мають похідні у правій частині.

Зупинимося на розгляді критерію, який забезпечить відновлення сигналу на виході такого об'єкту з певною необхідною частотою. Це є актуальним для систем з високим коефіцієнтом загасання, для яких другорядні сталі часу

визначають додаткове загасання. Нехай передаточна функція об'єкта має вигляд:

$$W_0(s) = \frac{k(bT_0 s + 1)}{T_0^2 s^2 + 2dT_0 s + 1}, \quad (13.21)$$

де d – коефіцієнт загасання; $\frac{1}{bT_0}$ – нуль (корінь) чисельника.

Представимо через $\omega_c = \frac{q}{bT_0}$ найвищу частоту сигналу в рад/сек, яку необхідно відновити на виході системи. Прийmemo:

$$\omega \gg \frac{1}{bT_0}; \quad \omega_c > \frac{1}{T}.$$

Передаточна функція (13.21) при $s = j\omega$ для частоти $\omega = \omega_c$ може бути записана так:

$$W_0(j\omega) = \frac{k(1 + jbq)}{1 - q^2 + 2jdq}, \quad (13.22)$$

при проходженні через об'єкт з частотною передаточною функцією (13.22) гармонічна складова сигналу з частотою ω_c послаблюється на певну величину, яку позначимо через θ . Сигнали з частотою $\omega > \omega_c$ мають коефіцієнт послаблення більший ніж в θ разів, а величина модуля АФХ об'єкта у цьому випадку буде меншою, ніж попередньо обрана величина $\frac{1}{\theta}$.

Прирівнюючи модуль $|W_0(j\omega)|$ до величини $\frac{1}{\theta}$:

$$k \sqrt{\frac{1 + b^2 q^2}{1 - 2q^2 + q^4 + 4q^2 d^2}} = \frac{1}{\theta}, \quad (13.23)$$

знаходимо величину q . У такому випадку всі компоненти з частотами $\omega > \frac{q}{T_0}$ послаблюватимуться більш ніж у θ разів.

Період квантування обирається таким, щоб за можливістю не втрачалась інформація, яка знаходиться у неперервній функції. Згідно з теоремою Котельникова, якщо корисний сигнал $x(t)$ не містить складових з частотами, вищими за ω_c , то, здійснивши квантування з кроком $T = \frac{\pi}{\omega_c}$, можна бути впевненим, що дискретна функція точно відобразить неперервну функцію, тобто втрати інформації при квантуванні не буде. Звідси є можливість задавати мінімум періоду квантування $T_{\min}$ таким чином, щоб відновлювались компоненти з частотами, вдвічі більшими за максимальну частоту ω_c :

$$T_{\min} = \frac{\pi}{\omega_c} = \frac{\pi T_0}{q}.$$

Вибір величини θ у виразі (13.23) є деякою мірою довільним. При значенні $\theta = 31$ буде забезпечене відновлення сигналу на виході об'єкта з достатньо високими гармонічними складовими.

Питання до лекції

1. Що являє собою математичний опис цифрової системи?
2. Як виглядає математична модель ЕОМ?
3. Як отримати частотну характеристику цифрової системи? Який вигляд вона має?
4. Що таке «псевдочастота»? Які особливості її використання?
5. Як визначається період квантування у цифрових системах?

ЛЕКЦІЯ № 14

Цифрові фільтри

14.1. Класифікація та характеристики цифрових фільтрів. Порівняння цифрових та аналогових фільтрів. Рекурсивні та нерекурсивні дискретні фільтри. Фільтр ковзаючого середнього. Різницеве рівняння нерекурсивного фільтру. Імпульсна характеристика цифрових фільтрів

Цифрова обробка сигналів (ЦОС) – це перетворення сигналів, представлених у цифровій формі. Будь-який аналоговий сигнал може бути підданий дискретизації у часі і квантуванню за рівнем, тобто представлений у цифровій формі. За допомогою математичних алгоритмів вхідний сигнал перетвориться в деякий інший сигнал, який має необхідні властивості.

Обробка сигналів у часовій області широко використовується в сучасних електронних системах. Основні завдання ЦОС:

- *лінійна фільтрація* – селекція сигналу в частотній області; синтез фільтрів, узгоджених з сигналами; частотне розділення каналів; коректори характеристик каналів;
- *спектральний аналіз* – обробка мовних, звукових, сейсмічних, гідроакустичних сигналів; розпізнавання образів;
- *частотно-часовий аналіз* – компресія зображень, гідро- і радіолокація, різноманітні завдання виявлення сигналу;
- *адаптивна фільтрація* – обробка мови, зображень, розпізнавання образів, придушення шумів;
- *нелінійна обробка* – обчислення кореляції, медіанна фільтрація; синтез амплітудних, фазових, частотних детекторів, обробка мови, векторне кодування;
- *високошвидкісна обробка* – інтерполяція (збільшення) та децимація (зменшення) частоти дискретизації у високошвидкісних системах телекомунікацій, аудіосистемах;
- *отримання згорток*.

Цифрова фільтрація є одним з найбільш потужних інструментальних засобів ЦОС. Крім очевидних переваг усунення помилок у фільтрі, пов'язаних з флуктуаціями параметрів пасивних компонентів у часі і за температурою, дрейфом характеристик операційних підсилювачів (в активних фільтрах) тощо, цифрові фільтри здатні задовольняти таким технічним вимогам за своїми параметрами, яких було б надзвичайно важко або навіть неможливо досягти в аналоговому виконанні. Крім того, характеристики цифрового фільтру можуть бути легко змінені програмно. Тому вони широко використовуються у

телекомунікаціях, у системах адаптивної фільтрації – таких, як: придушення відлуння в модемах, придушення шуму, розпізнавання мови.

Цифровий фільтр, що працює в реальному масштабі часу, оперує з дискретними за часом даними в протилежність неперервному сигналу, що обробляється аналоговим фільтром. При цьому черговий відлік, відповідний відгуку фільтру, формується по закінченні кожного періоду дискретизації. Внаслідок дискретної природи сигналу, що обробляється, на відліки даних найчастіше посилаються за їхніми номерами: наприклад, відлік 1, відлік 2, відлік 3 і т.д.

На рис. 14.1 представлений низькочастотний сигнал, що містить високочастотний шум, який має бути відфільтрований. Спочатку сигнал повинен бути оцифрований за допомогою АЦП для отримання вибірки $x(n)$. Далі ця вибірка надходить на цифровий фільтр, який у даному випадку є НЧ-фільтром. Відліки вихідних даних $y(n)$ використовуються для відновлення аналогового сигналу з використанням ЦАП з низьким рівнем помилкового сигналу.

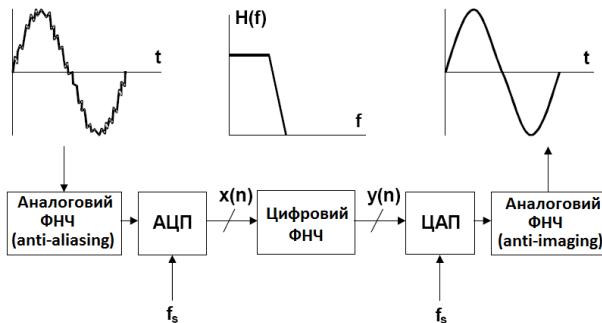


Рисунок 14.1 – Процес фільтрування низькочастотного сигналу з високочастотним шумом

У дискретних системах, навіть з високим ступенем надлишкової дискретизації, потрібна наявність аналогових ФНЧ перед АЦП і після ЦАП для усунення ефекту накладання спектру. Більш того, з ростом частоти, сигнали виходять за рамки можливостей доступних АЦП, і цифрова фільтрація стає неможливою. Але на вкрай високих частотах і активна аналогова фільтрація теж неможлива через обмеження, пов'язані зі смугою пропускання і спотвореннями операційних підсилювачів, і в цих випадках вимоги фільтрації задовольняються пасивними елементами.

Існує два основних типи цифрових фільтрів: фільтри зі скінченною імпульсною характеристикою (СІХ) і фільтри з нескінченною імпульсною

160

характеристикою (НІХ). Як випливає з термінології, ця класифікація відноситься до імпульсних характеристик фільтрів. Змінюючи ваги коефіцієнтів і кількість ланок СІХ-фільтру, можна реалізувати практично будь-яку частотну характеристику. СІХ-фільтри можуть мати такі властивості, які неможливо досягти методами аналогової фільтрації (зокрема, досконалу лінійну фазову характеристику). Але високоефективні СІХ-фільтри будуються з великим числом операцій множення та накопичення, і тому вимагають використання швидких і ефективних процесорів цифрової обробки сигналів DSP. З іншого боку, НІХ-фільтри мають тенденцію імітувати принцип дії традиційних аналогових фільтрів зі зворотним зв'язком. Тому їх імпульсна характеристика має нескінченну тривалість. Завдяки використанню зворотного зв'язку, НІХ-фільтри можуть бути реалізовані з меншою кількістю коефіцієнтів, ніж СІХ-фільтри. Іншим способом реалізації СІХ- або НІХ-фільтрації є ґратчасті фільтри, які часто використовуються в задачах обробки мови. Цифрові фільтри застосовуються в системах адаптивної фільтрації, завдяки своїй швидкодії і простоті зміни характеристик впливом на його коефіцієнти. Основні види цифрових фільтрів:

- фільтр ковзаючого середнього;
- фільтри зі скінченною імпульсною характеристикою (лінійна фаза, легкість проєктування, значні обчислювальні витрати);
- фільтри з нескінченною імпульсною характеристикою (засновані на класичних аналогових фільтрах, висока обчислювальна ефективність);
- ґратчасті фільтри (можливі СІХ або НІХ);
- адаптивні фільтри.

Елементарною формою КІХ-фільтру є фільтр ковзаючого середнього (moving average), структура якого представлена на рис. 14.2.

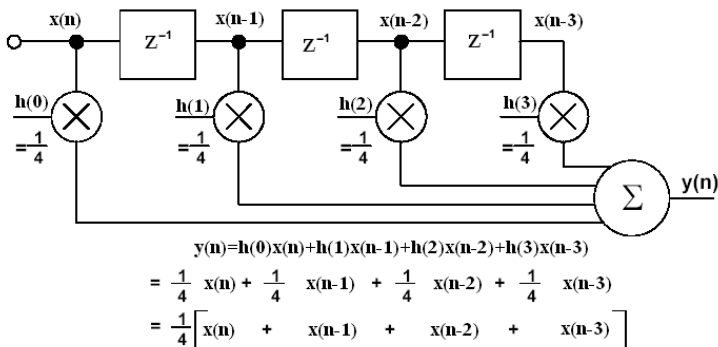


Рисунок 14.2 – Структура фільтру ковзаючого середнього

Вхідні відліки $x(n)$ пропускаються через ряд регістрів пам'яті (позначених z^{-1} відповідно до подання елемента затримки при z -перетворенні). Першим кроком роботи фільтру є запам'ятовування перших чотирьох відліків $x(0)$, $x(1)$, $x(2)$, $x(3)$ у регістрах. Ці величини помножуються на 0,25 і потім додаються для одержання першого відліку на виході $y(3)$. Початкові значення виходів $y(0)$, $y(1)$ і $y(2)$ некоректні, оскільки не всі регістри заповнені до отримання вхідного значення $x(3)$. З усіх можливих лінійних фільтрів, фільтр ковзаючого середнього дає найнижчий рівень шуму при заданій крутості фронту імпульсу. Це показано на рис. 14.3, де рівень шуму знижується в міру збільшення порядку фільтру. Важливо, що час реакції фільтру на ступінчастий вплив від 0% до 100% дорівнює добутку загальної кількості ланок фільтру на період дискретизації.

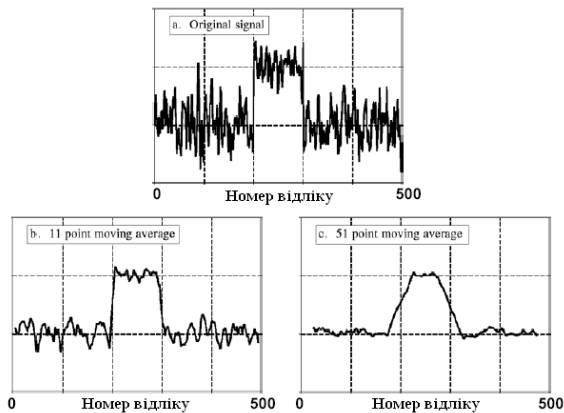


Рисунок 14.3 – Зниження рівня шуму в міру збільшення порядку фільтру

Частотна характеристика простого фільтру ковзаючого середнього виражається функцією $\frac{\sin x}{x}$. Вона представлена в лінійному масштабі на рис. 14.4. Збільшення кількості ланок при реалізації фільтру звужує основний пелюсток, але істотно не зменшує амплітуду бокових пелюстків частотної характеристики, що дорівнює приблизно -14 дБ для фільтру з 11 і з 31 лініями затримки (довжиною буферу). Ці фільтри не підходять у тому випадку, де потрібне значне ослаблення сигналу у смузі затримки.

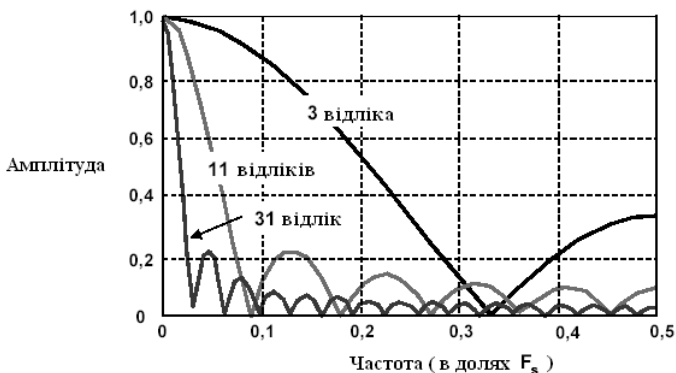


Рисунок 14.4 – Частотна характеристика простого фільтру ковзаючого середнього

Можна істотно поліпшити ефективність простого СІХ-фільтру ковзаючого середнього, обираючи різні значення коефіцієнтів замість рівних значень. Крутість спаду амплітудно-частотної характеристики може бути збільшена додаванням більшої кількості ланок у фільтр, а характеристики смуги затримки поліпшуються вибором належних коефіцієнтів фільтру. Сутність проектування СІХ-фільтру зводиться до вибору відповідних коефіцієнтів і необхідної кількості ланок при формуванні бажаної частотної характеристики фільтру $H(f)$. Для перетворення необхідної частотної характеристики $H(f)$ у набір СІХ-коефіцієнтів є різні алгоритми і програмні пакети. Більшість цих програмних засобів розроблено для персональних комп'ютерів і доступно на ринку. Ключовою теоремою проектування СІХ-фільтру є твердження, що коефіцієнти $h(n)$ СІХ-фільтру є квантованими значеннями імпульсної характеристики цього фільтру. Відповідно, імпульсна характеристика є дискретним перетворенням Фур'є від $H(f)$. Структурна схема СІХ-фільтру наведена на рис. 14.5.

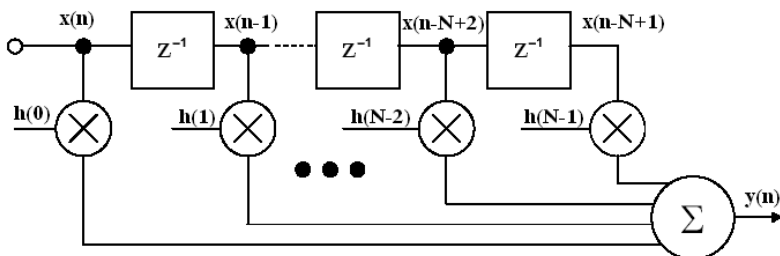


Рисунок 14.5 – Структурна схема СІХ-фільтру

СІХ-фільтр працює відповідно до рівняння, що описує згортку:

$$Y(n) = h(k) \cdot x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k) \cdot x(n-k),$$

де $h(k)$ – масив коефіцієнтів фільтру та $x(n-k)$ – вхідний масив даних фільтру. Число N у рівнянні являє собою кількість ланок і визначає ефективність фільтру. СІХ-фільтр із числом ланок N вимагає N циклів (операцій) множення з накопиченням. Завдяки сучасним засобам САПР, проектування СІХ-фільтрів виконується відносно просто. У дискретній системі операція згортки може бути представлена рядом операцій множення з накопиченням. Операція згортки в часовій або частотній області еквівалентна множенню «крапки на крапку» у відповідній дуальній області. Наприклад, згортка в часовій області еквівалентна множенню в частотній області. Очевидно, що фільтрація в частотній області може бути виконана множенням на 1 всіх частотних компонентів у смузі пропускання і множенням на 0 всіх частотних компонентів у смузі затримки. І навпаки, згортка у частотній області еквівалентна множенню «крапки на крапку» у часовій області. Функція передачі в частотній області (1 або 0) може бути відображена в часову область із використанням дискретного перетворення Фур'є (ДПФ).

14.2. Рекурсивні цифрові фільтри. Порівняння цифрових фільтрів (ЦФ) різних типів. Структурні схеми рекурсивних ЦФ. Умови стійкої роботи ЦФ. Синтез рекурсивного ЦФ. Білінійне Z-перетворення

Фільтри зі скінченною імпульсною характеристикою (СІХ-фільтри) не мають реальних аналогових еквівалентів. Найближчою аналогією є фільтр ковзаючого середнього зі зважуванням. Крім того, частотні характеристики СІХ-фільтрів мають тільки нулі й не мають полюсів. З іншого боку, НІХ-фільтри мають традиційні аналогові еквіваленти (фільтри Батерворта, Чебишева, еліптичний і Бесселя), і можуть бути проаналізовані та синтезовані з використанням традиційних методів проектування фільтрів. НІХ-фільтри одержали таку назву, тому що їхні імпульсні характеристики розтягнуті на нескінченному часовому інтервалі. Це обумовлено тим, що дані фільтри є рекурсивними, тобто використовують зворотний зв'язок. Хоча НІХ-фільтри можуть бути реалізовані з меншою ніж СІХ-фільтри кількістю обчислень, НІХ-фільтри не можуть мати таких характеристик, якими володіють СІХ-фільтри. Більше того, НІХ-фільтр не має лінійної фазової характеристики. Але обчислювальні переваги НІХ-фільтру втрачаються, коли вихідний сигнал фільтру піддається децимації, оскільки в цьому випадку щоразу доводиться обчислювати заново значення вихідної величини. НІХ-фільтри зазвичай

реалізуються за допомогою ланок другого порядку, які називаються біквadratними фільтрами, тому що описуються біквadratними рівняннями в z -області. Фільтри високого порядку проєктують, використовуючи каскадування біквadratних ланок. Наприклад, фільтр шостого порядку потребує трьох біквadratних ланок.

Фільтри з нескінченною імпульсною характеристикою мають наступні ознаки:

- мають зворотний зв'язок (рекурсія);
- імпульсна характеристика має нескінченну тривалість;
- потенційно нестабільні;
- нелінійна фазочастотна характеристика;
- більш ефективні, ніж СІХ-фільтри;
- немає обчислювальних переваг при децимації по виходу;
- проєктується за характеристикою аналогового фільтру;
- реалізується каскадним з'єднанням ланок другого порядку (біквadratні фільтри).

Загальне рівняння цифрового рекурсивного фільтру має вигляд:

$$y(n) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k) - \sum_{k=1}^N a_k x(n-k). \quad (14.1)$$

Рівняння, що описує узагальнену передатну функцію $H(z)$, що містить поліноми і в чисельнику, і в знаменнику:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}. \quad (14.2)$$

Корені знаменника визначають розташування полюсів фільтру, а корені чисельника характеризують розташування нулів. Хоча існує можливість створення безпосередньо за цим рівнянням НІХ-фільтра більш високого порядку (пряма реалізація), в ньому накопичуються помилки квантування (через арифметику з фіксованою крапкою й скінченною довжиною слова), які можуть викликати нестійкість роботи фільтру та більші помилки. Із цієї причини вірніше розташувати каскадно декілька біквadratних ланок з відповідними коефіцієнтами, ніж використовувати пряму форму реалізації. Дані при обчисленні біквadratних фільтрів можуть масштабуватися роздільно, а потім біквadratні ланки каскадуються для мінімізації помилок квантування коефіцієнтів і помилок рекурсивного накопичення. Каскадні біквadratні фільтри працюють більш повільно, ніж їхні еквіваленти прямої форми

реалізації, але вони більш стійкі й у них мінімізуються ефекти, пов'язані з арифметичними помилками, обумовлені скінченною розрядністю даних.

Структура біквadratного НІХ-фільтру представлена на рис. 14.6. Нулі формуються коефіцієнтами прямого зв'язку b_0 , b_1 й b_2 , а полюси (порядок) визначаються коефіцієнтами зворотного зв'язку a_1 й a_2 .

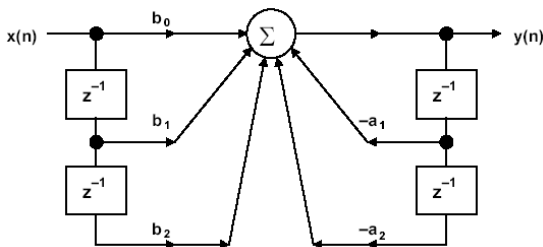


Рисунок 14.6 – Структура біквadratного НІХ-фільтру

Різницеве рівняння біквadratної ланки має вигляд:

$$y(n) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + b_2 x(n-2) - a_1 y(n-1) - a_2 y(n-2). \quad (14.3)$$

Інша форма реалізації біквadratної ланки представлена на рис. 14.7.

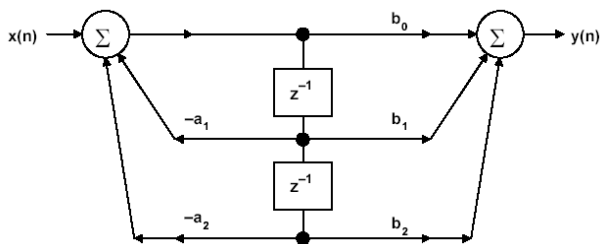


Рисунок 14.7 – Інша форма реалізації біквadratної ланки

Ця схема приводиться до такого ж рівняння (14.3), як для першої прямої форми, однак вимагає тільки 2 елементи затримки (регістра).

Популярний метод проектування НІХ-фільтру зводиться до того, що спочатку проектується еквівалентний аналоговий фільтр, а потім функція передачі $H(s)$ перетворюється математично в z -область, $H(z)$. Проектування фільтрів більш високих порядків виконується каскадуванням біквadratних ланок. Найбільш популярними аналоговими фільтрами є фільтри Батерворта, Чебишева, еліптичні та Бесселя. Існує безліч програм САПР, здатних генерувати функцію передачі фільтру за допомогою перетворення Лапласа. Фільтр Батерворта, що не має нулів частотної характеристики (також називається фільтром з максимально пласкою характеристикою), не створює

пульсацій (нерівномірності) у смузі пропускання й у смузі затримки, тобто має монотонну характеристику в обох смугах. Фільтр Чебишева 1-го роду має більш швидкий спад частотної характеристики, ніж фільтр Батерворта (при рівному порядку), і створює пульсації (нерівномірність) у смузі пропускання. Рідше використовуються фільтри Чебишева 2-го роду, що мають пульсації (нерівномірність) у смузі затримки. Еліптичний фільтр (фільтр Кауера) має полюси й нулі частотної характеристики, й створює пульсації (нерівномірність) і в смузі пропускання, і в смузі затримки. Цей фільтр має більш швидкий спад частотної характеристики, ніж фільтр Чебишева при тому ж порядку. Еліптичний фільтр часто використовується там, де допускається трохи гірша фазова характеристика. Нарешті, фільтр Бесселя (Томпсона), що не має нулів частотної характеристики, має оптимальну імпульсну характеристику й лінійну фазову характеристику, але має гірший спад частотної характеристики із всіх типів фільтрів, що обговорювалися, при тому ж порядку.

Існує три методи перетворення зображення за Лапласом у z -зображення: метод інваріантності імпульсної характеристики, білінійне перетворення й узгоджене z -перетворення. Результуюче z -зображення може бути перетворене у коефіцієнти бікватратного НІХ-фільтру.

Цифровий фільтр, на відміну від аналогового, має періодичну характеристику передачі. У дискретній системі необхідно, щоб частотна характеристика зберегла свій вигляд до половини частоти Найквіста. Для цього можна модифікувати АЧХ аналогового фільтру за допомогою перетворення вісі частот так, щоб область $0 \leq f \leq \infty$ відображалася в область $0 \leq f \leq \frac{1}{2} f_a$, як показано на рис. 14.8. Фазочастотна характеристика змінюється сильніше.

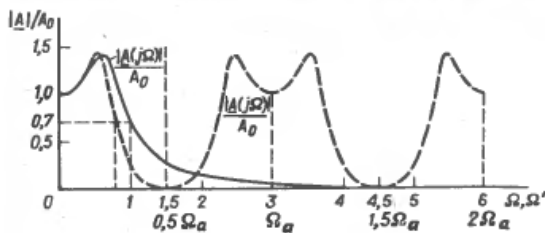


Рисунок 14.8 – АЧХ цифрового фільтру

Для розрахунку цифрової функції передачі необхідно виконати заміну:

$$P = l \frac{z-1}{z+1}, \quad \text{при} \quad l = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{\Omega}, \quad (14.4)$$

де $\Omega = \frac{f_d}{f_c}$ – нормована частота вибірки.

Це співвідношення називається *білінійним перетворенням*. У виразі для аналогової функції передачі замість змінної P підставляється зазначений вираз. В результаті виходить функція передачі $A(z)$, яка може бути реалізована у цифровому вигляді.

Використовуючи білінійне перетворення з виразом для аналогової функції передачі $A(P)$ можна отримати цифрову функцію передачі $A(z)$.

$$A(P) = \frac{d_0 + d_1 P + d_2 P^2}{c_0 + c_1 P + c_2 P^2}, \quad (14.5)$$

$$A(z) = \frac{D_0 + D_1 z + D_2 z^2}{C_0 + C_1 z + C_2 z^2} \quad (14.6)$$

Функції передачі $A(z)$ відповідає схема, представлена на рис. 21.4.

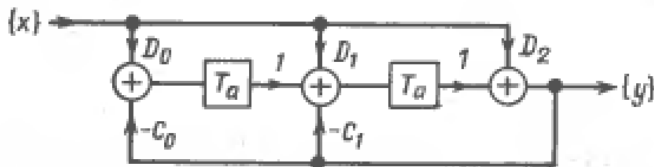


Рисунок 14.9 – Структурна схема до функції передачі $A(z)$

Приклад. Розглянемо фільтр Чебишева нижніх частот другого порядку з нерівномірністю 0,5 дБ і загасанням 3 дБ на частоті зрізу $f_c=100$ Гц. Частота вибірки $f_d=10$ кГц.

Нормована частота вибірки $\Omega = 10 \text{ кГц} / 100 \text{ Гц} = 100$.

Визначаємо нормований коефіцієнт за формулою (21.4):

$$l = \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} \right) = 31,82.$$

З використанням таблиці одержуємо неперервну передатну функцію:

$$A(P) = \frac{1}{1 + 1,3614P + 1,3827P^2}.$$

Порівнюючи цей вираз з формулою (14.5), знаходимо значення коефіцієнтів:

$$d_0 = 1, \quad d_1 = d_2 = 0, \quad c_0 = 1, \quad c_1 = 1,3614, \quad c_2 = 1,3827.$$

Підстановка цих значень у формули (3.6) дає:

$$D_0 = 6,924 \cdot 10^{-4}, \quad D_1 = 1,385 \cdot 10^{-3}, \quad D_2 = 6,924 \cdot 10^{-4},$$

$$C_0 = 0,94, \quad C_1 = -1,937, \quad C_2 = 1.$$

Підставивши ці значення у дискретну передатну функцію $A(z)$ (14.6), можна реалізувати фільтр за схемою на рис. 14.9.

14.3. Спеціальні типи цифрових фільтрів. Адаптивний цифровий фільтр. Фільтри дециматори та інтерполятори. Смугові та режекторні цифрові фільтри. Особливості аналізу та синтезу цифрових регуляторів. Цифрова обробка зображень

Існує багато додатків, що вимагають зміни ефективної частоти дискретизації дискретної системи. У багатьох випадках ця вимога може бути задоволена простою зміною частоти дискретизації АЦП або ЦАП. Однак часто бажано виконати перетворення частоти дискретизації після того, як сигнал був оцифрований. Найбільш загальними методами такого перетворення є децимація (зменшення частоти дискретизації з коефіцієнтом M) та інтерполяція (збільшення частоти дискретизації з коефіцієнтом L). Коефіцієнти децимації та інтерполяції зазвичай є цілими числами. У більш загальному випадку може знадобитися дискретизація з дробовим коефіцієнтом. Зокрема, для перетворення частоти дискретизації 44,1 кГц, що використовується в програвачах компакт-дисків, в частоту дискретизації 48 кГц, яка використовується у цифровому форматі DAT, виконується інтерполяція з коефіцієнтом $L = 160$, а потім децимація з коефіцієнтом $M = 147$.

Концепція децимації проілюстрована на рис. 14.10.

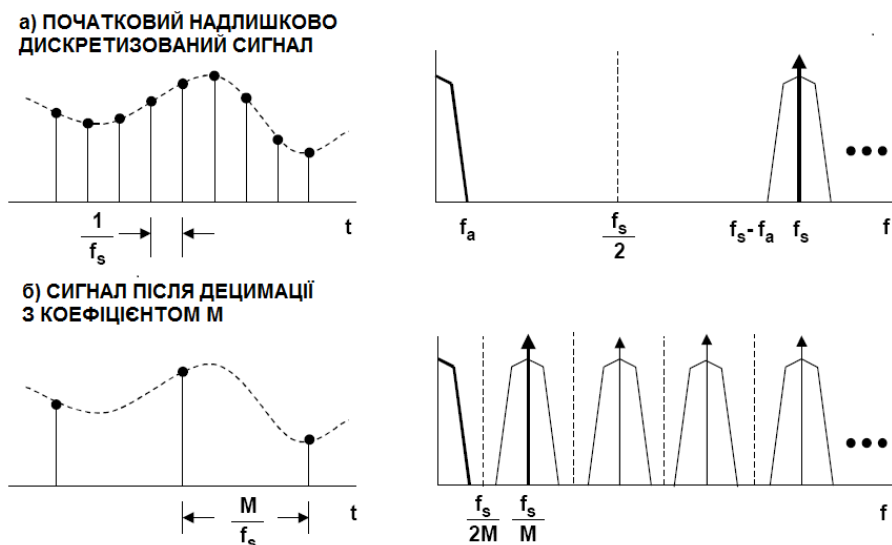


Рисунок 14.10 – Концепція децимації сигналу

Верхня діаграма показує початковий сигнал зі смугою f_a , який дискретизовано з частотою f_s . Діаграма, що містить відповідний спектр,

показує, що частота дискретизації значно перевищує частоту, необхідну для збереження інформації, яка міститься в смузі f_a , тобто сигнал зі смугою f_a є надлишково дискретизованим сигналом.

Смуга між частотами f_a і $f_s - f_a$ не містить ніякої корисної інформації. Нижня діаграма показує той самий сигнал, але частота дискретизації його зменшена з коефіцієнтом M . Незважаючи на знижену частоту дискретизації, ефект накладення спектрів відсутній і втрат інформації немає. Децимація з більшим коефіцієнтом, ніж показано на рис. 14.10, викличе накладення спектрів.

На рис. 14.11 представлений фільтр-дециматор. Дані з регістрів затримки зберігаються в N регістрах даних, які тактуються частотою, що відповідає частоті дискретизації після децимації f_s/M . Операції множення із накопиченням у СІХ-фільтрі виконуються в кожному M -му тактовому циклі.

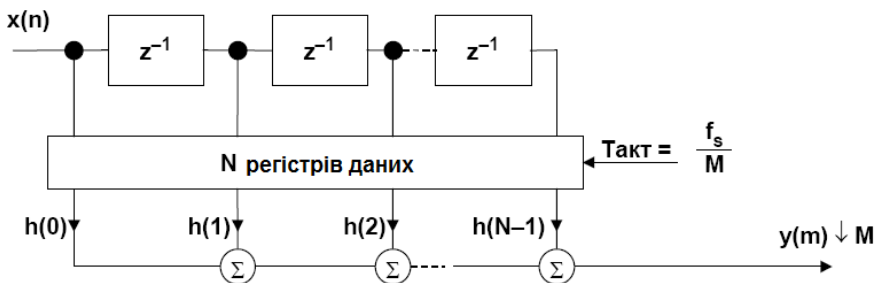


Рисунок 14.11 – Структурна схема дециматора

Реалізація інтерполяційного фільтра представлена на рис. 14.12. Вихідний сигнал $x(n)$ спочатку пропускають через експандер частоти, який збільшує частоту дискретизації з коефіцієнтом L і вставляє додаткові нулі. Потім дані проходять через інтерполяційний фільтр, який згладжує дані та інтерполює проміжні значення між вихідними точками даних. Ефективність цього фільтра можна поліпшити, використовуючи алгоритм фільтрації, в якому вхідні відліки з нульовим значенням не вимагають операцій множення з накопиченням. Використання DSP-процесора, що підтримує циклічні буфери і цикли, реалізовані без додаткових операцій перевірки умови завершення циклу, також покращує ефективність реалізації фільтрів.

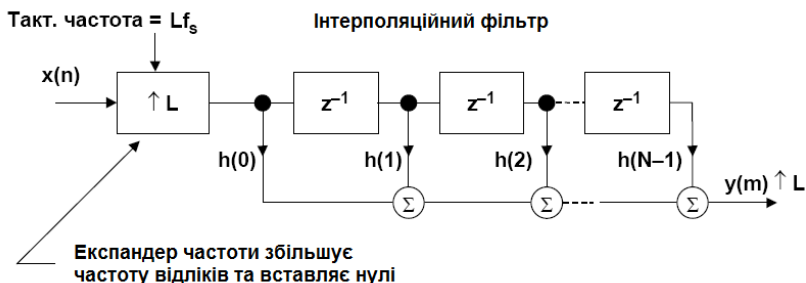


Рисунок 14.12 – Реалізація інтерполяційного фільтру

На відміну від аналогових фільтрів, характеристики цифрових фільтрів можуть бути легко змінені шляхом зміни коефіцієнтів. Це робить цифрові фільтри привабливими у комунікаційних системах – таких, як: адаптивний еквалайзінг, компенсація луни, придушення шуму, аналіз та синтез мови тощо. Основна ідея адаптивної фільтрації представлена на рис. 14.13. Її мета полягає у фільтрації вхідного сигналу $x(n)$ таким чином, щоб він відповідав опорному сигналу $d(n)$. Для генерації сигналу помилки опорний сигнал $d(n)$ віднімається з фільтрованого сигналу $y(n)$. Сигнал помилки керує алгоритмом адаптації, який генерує коефіцієнти фільтру, що мінімізують сигнал помилки. Найбільш популярними алгоритмами є метод найменших квадратів (least-mean-square) і рекурсивний метод найменших квадратів (recursive-least-squares).

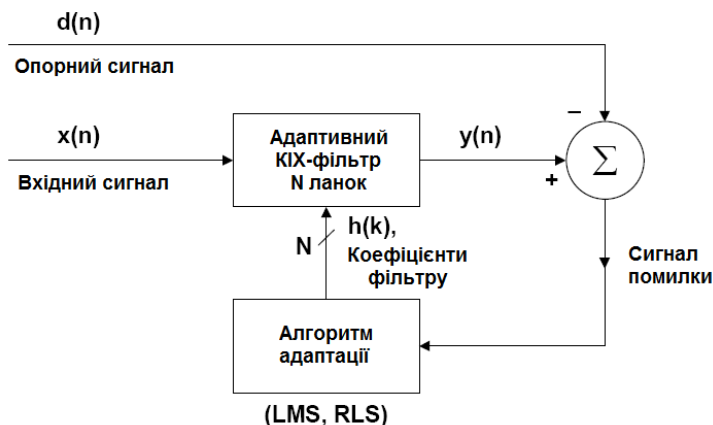


Рисунок 14.13 – Ідея адаптивної фільтрації

На рис. 14.14 показано застосування адаптивного фільтру для компенсації ефектів амплітудних і фазових спотворень в каналі передачі. Коефіцієнти фільтру визначаються в процесі передачі навчальної послідовності, що

представляє відомий зразок даних. Алгоритм адаптації коригує коефіцієнти фільтру для отримання відповідності між прийнятими даними і даними навчальної послідовності. При зв'язку через модем навчальна послідовність передається після встановлення початкового з'єднання. Після передачі навчальної послідовності комутатори переключаються на іншу позицію, і починається передача реальних даних. Протягом цього часу генерується сигнал помилки, який дорівнює різниці вхідних і вихідних даних адаптивного фільтру.

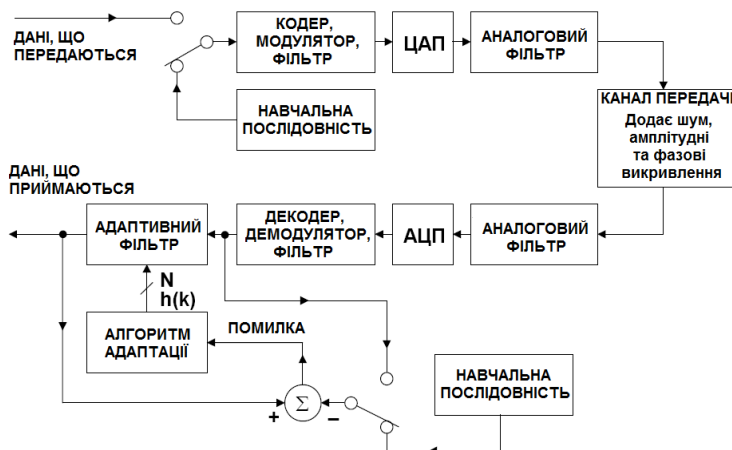


Рисунок 14.14 – Застосування адаптивного фільтру для компенсації ефектів амплітудних і фазових спотворень в каналі передачі

На рис. 14.15 наведено приклад застосування лінійного кодування з передбаченням (LPC) у системі мобільного зв'язку GSM. Вхідний голосовий сигнал оцифровується 16-розрядним АЦП з частотою дискретизації 8 кГц. Цим створюється потік даних зі швидкістю 128 кБіт/с, занадто високою для безпосередньої передачі. DSP-процесор на передавальному кінці використовує LPC-алгоритм для того, щоб розбити переданий сигнал на набір коефіцієнтів фільтру і сигнал збудження. Таке кодування проводиться в інтервалі сигналу тривалістю 20 мс, який вважається оптимальним для більшості голосових додатків. Реальна швидкість передачі даних становить всього 2,4 кБіт/с, що відповідає коефіцієнту стиснення 53,3. Приймаючий DSP-процесор використовує LPC-модель для відновлення мови з прийнятих коефіцієнтів фільтру і сигналу збудження. В результаті вихідні дані надходять зі швидкістю 128 кБіт/с на 16-розрядний ЦАП для остаточного відновлення голосового сигналу.

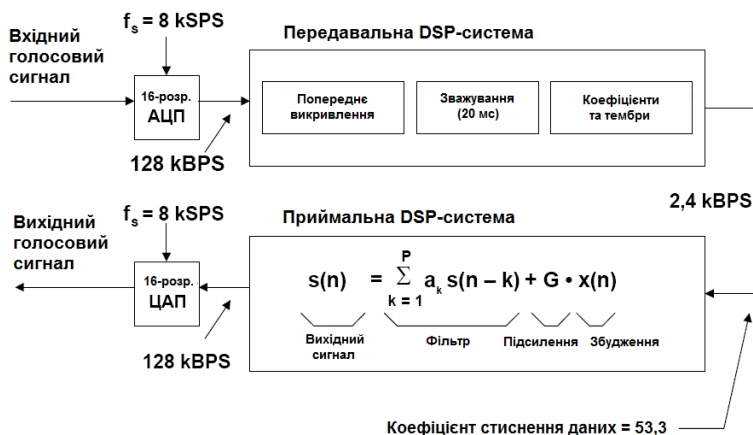


Рисунок 14.15 – Приклад застосування лінійного кодування з передбаченням (LPC) у системі мобільного зв'язку GSM

Цифрові фільтри, що використовуються для лінійного кодування мови з передбаченням, можуть бути або СІХ-, або НІХ-фільтрами, хоча НІХ-фільтри без нулів частотної характеристики використовуються найбільш широко.

14.4. Дискретні імпульсні послідовності. Дискретизація періодичних послідовностей. Програмна реалізація алгоритмів цифрової фільтрації. Оптимальна лінійна фільтрація сигналів відомої форми

Модеми (модулятори/демодулятори) широко використовуються для передачі і прийому цифрових даних з аналоговою модуляцією по телефонних мережах загального призначення (POTS) та виділених лініях. Дані передаються в цифровому форматі, і телефонний канал розрахований на передачу голосових сигналів в смузі частот від 300 до 3000 Гц. Для телефонного каналу передачі характерні високий рівень спотворень, шуму, перехресні завади, неузгодженості повного опору, паразитні луна-сигнали та інші недоліки. Подібні явища несуттєво спотворюють мовні сигнали, але можуть призвести до численних помилок при цифровій передачі даних. Основне призначення передавальної частини модему полягає у тому, щоб підготувати цифрові дані для передачі по аналоговій голосовій лінії. Мета приймальної частини модему полягає в тому, щоб отримати сигнал в аналоговій формі і відновити вихідні цифрові дані при наявності прийнятного рівня помилок. Сучасні високопродуктивні модеми використовують методи цифрової обробки для виконання таких функцій, як модуляція, демодуляція, виявлення та виправлення помилок, налаштування параметрів передачі і придушення луни.

Спрощена блок-схема аналогових модемів показана на рис. 14.16. Як випливає з неї, більша частина обробки сигналів виконується в цифровій формі. І приймальна, і передавальна частини модему використовують безліч різних алгоритмів для цифрової обробки сигналів, для ефективного виконання яких цілком можуть використовуватися сучасні процесори.

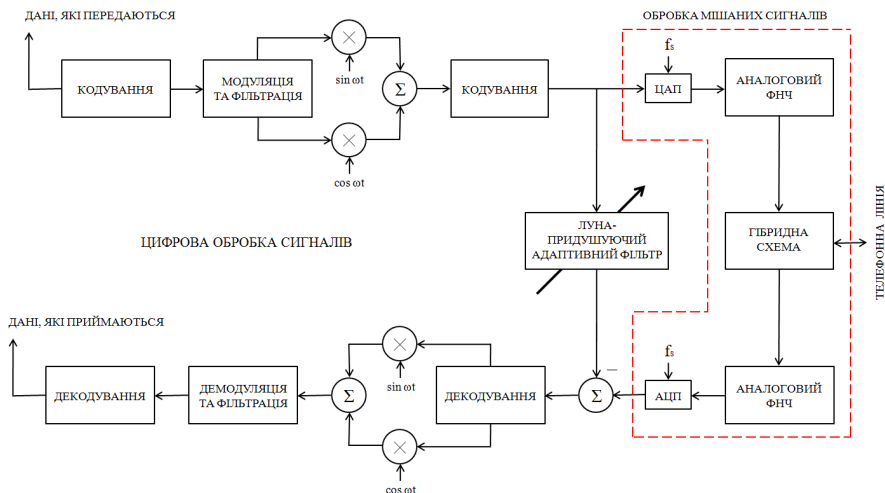


Рисунок 14.16 – Спрощена блок-схема аналогових модемів

Послідовний потік даних, призначених для передачі, спочатку скремблюється, в результаті чого він виглядає як потік випадкових бітів, і кодується. Скремблювання дозволяє отримати з вхідного потоку даних псевдовипадкову послідовність. Мета скремблювання полягає в тому, щоб привести спектр переданих даних до спектру білого шуму. Без скремблювання довга послідовність ідентичних символів могла б призвести до невірної розпізнавання приймачем несучої. Скремблювання наближає спектр переданих сигналів до білого шуму, сприяючи більш ефективному використанню ширини діапазону каналу, полегшуючи відновлення несучої і часову синхронізацію, і роблячи можливим адаптивне налаштування і придушення луна-сигналу.

До модуляції цифровий імпульс проходить через цифрові фільтри, що зменшують спектральні складові з частотою вище половини частоти дискретизації (частоти Найквіста), які з'являються в процесі формування сигналу. Крім того, ці фільтри мають нулі на відповідних частотах для придушення міжсимвольної інтерференції.

З виходу цифрового модулятора сигнал надходить на ЦАП. Після ЦАП сигнал пропускається через аналоговий НЧ-фільтр і виводиться в двохпроводну

телефонну лінію для передачі. Приймач складається з декількох функціональних блоків: вхідного антилайзингового фільтру і АЦП, демодулятора, адаптивного еквалайзера, декодера Вітербі, послаблювача луна-сигналу, диференціального декодера і дескремблера. Реалізовані в приймачі алгоритми цифрової обробки потребують високої швидкості обміну даними з пам'яттю при високій обчислювальній потужності.

Щоб компенсувати амплітудні і фазові спотворення в телефонному каналі, необхідне застосування еквалайзера, що дозволяє знизити рівень помилок у бітовому потоці. Швидка зміна умов проходження сигналу по телефонній лінії вимагає адаптивного налаштування параметрів еквалайзера, що відноситься до приймальної частини модему. Адаптивний еквалайзер може бути виконаний на основі цифрового СІХ-фільтру з адаптивно налаштованими коефіцієнтами фільтрації в залежності від поточного стану лінії.

Адаптивний фільтр, який часто використовується в системах придушення луна-сигналу, представляє собою цифровий фільтр зі скінченною імпульсною характеристикою (такий вибір визначається високою стабільністю і лінійністю ФЧХ СІХ-фільтру). Величина відгуку визначається алгоритмом найменшої середньої квадратичної помилки – так званим LMS-алгоритмом, який виконується протягом декількох тестових послідовностей сигналів до початку двостороннього обміну даними.

Для дешифрації отриманих даних найчастіше використовується декодер Вітербі, названий за ім'ям винахідника. Вітербі-алгоритм являє собою найбільш універсальний засіб для корекції помилок в потоці даних. Декодер Вітербі забезпечує надійне виправлення помилок, витрачаючи на дослідження отриманої бітової послідовності додатковий час для визначення найбільш вірогідного її значення, переданого в поточний момент часу.

На рис. 14.17 наведена спрощена блок-схема цифрової мобільної телефонної системи GSM. Передавальна і приймальна частини системи включають в себе цифровий модем, подібний описаному вище. Відмінності полягають лише у тому, що схожі функції (наприклад, кодування, Вітербі-декодування, модуляція і демодуляція) реалізуються у цифровій формі. В цій системі мова піддається 8-разрядному логарифмічному кодуванню з частотою вибірки 8 кБіт/с. 8-розрядне логарифмічне кодування і декодування еквівалентні лінійному кодуванню і декодуванню з 13-бітною роздільною здатністю.

Мовний кодер, що входить до складу GSM-систем, стискає сигнал мовлення до швидкості 13 кБіт/с, а на приймальній стороні декодер відновлює вихідний сигнал. Мовний кодер заснований на вдосконаленому алгоритмі лінійного прогнозуючого кодування (LPC).

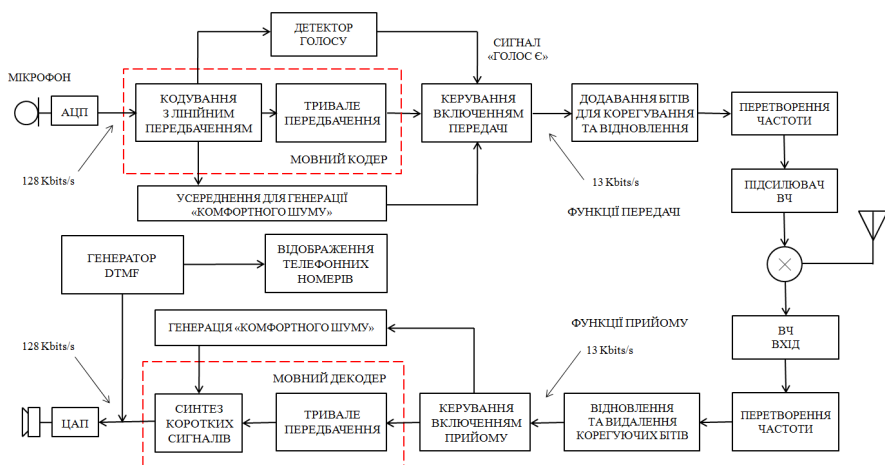


Рисунок 14.17 – Спрощена блок-схема цифрової мобільної телефонної системи GSM

В LPC-системі стандарту GSM використовуються два вдосконалені методи, які покращують якість кодованої мови. Це методи регулярного імпульсного збудження (RPE) і довготривалого передбачення (LTP). Режим переривчастої передачі (DTX) дозволяє відключати передачу під час пауз між словами. Такий підхід дозволяє зменшити потужність, споживану передавачем, і збільшити повну ємність GSM-системи.

Для виявлення і корекції помилок у приймачі процесор додає в потік даних службові біти, за рахунок чого вихідний бітрейт кодера збільшується до 22,8 кБіт/с. Біти у межах одного блоку рівномірно перемішуються із службовими бітами псевдовипадковим чином, тим самим підвищуючи стійкість системи перед завадами.

Питання до лекції

1. Що називають цифровою обробкою сигналів? Які основні завдання вона має?
2. Що таке цифрова фільтрація? Які типи цифрових фільтрів існують? Де вони застосовуються?
3. Пояснити алгоритм роботи фільтру ковзаючого середнього.
4. Які основні ознаки мають фільтри з нескінченною імпульсною характеристикою?
5. Що таке фільтр-дециматор?

Література

1. Гоголюк П. Ф., Гречин Т. М. Теорія автоматичного керування: підручник. Львів: Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2008. 257 с.
2. Климентовский Ю. А., Гладкий А. М. Технічні засоби автоматики: навчальне видання. К.: Видавництво КВІЦ, 2003. 238 с.
3. Ладанюк А. П., Архангельська К. С., Власенко Л. О. Теорія автоматичного керування технологічними об'єктами: навчальний посібник. К.: НУХТ, 2014. 274 с.
4. Мірошник В. О., Лукін В. Є. Автоматизація технологічних процесів і виробництва: навчальний посібник. К.: ПП «Універсил», 2016. 307 с.
5. Основи побудови радіолокаційних засобів розвідки повітряного простору: конспект лекцій / К. С. Васюта, О. В. Тесленко, В. М. Купрій, О. А. Малишев. Х.: ХУПС, 2013. 212 с.
6. Пістун Є. П., Стасюк І. Д. Основи автоматики та автоматизації: навчальний посібник. 2-ге видання, змінене та доповнене. Львів: Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2018. 336 с.
7. Попович М. Г., Ковапльчук О. В. Теорія автоматичного керування: підручник. К.: Либідь, 2007. 656 с.
8. Рябенський В. М., Ушкаренко О. О. Програмна реалізація алгоритмів цифрової обробки сигналів. Миколаїв: НУК, 2016. 244 с.
9. Теорія автоматичного управління: навчальний посібник / О. Й. Штіфзон, П. В. Новіков, В. П. Бунь. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 144 с.
10. Ушкаренко О. О. Методичні вказівки для виконання лабораторних робіт з курсу «Електронні системи». Миколаїв: НУК, 2011. 88 с.
11. Цифрова обробка аудіо- та відео- інформації у мультимедійних системах: навчальний посібник / О. В. Дробик, В. В. Кідалов, В. В. Коваль, Б. Я. Костік, В. С. Лазебний, Г. М. Розорінов, Г. О. Сукач. К.: Наукова думка, 2008. 144 с.
12. Шаруда В. Г. Практикум з теорії автоматичного управління: навчальний посібник. Дніпропетровськ: НГУ, 2002. 414 с.

Навчальне видання

ОСНОВИ РАДІОАВТОМАТИКИ

Навчальний посібник

Укладачі

РЯБЕНЬКИЙ Володимир Михайлович

БУРЯК Володимир Святославович

Формат 60×84¹/₁₆. Ум. друк. арк. 10,3. Тираж 100 пр. Зам. № 534-735.

ВИДАВЕЦЬ І ВИГОТОВЛЮВАЧ

Товариство з обмеженою відповідальністю фірма «Іліон».

54038, м. Миколаїв, вул. Бузника, 5/1.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 1506 від 25.09.2003 р.