МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет кораблебудування
імені адмірала Макарова

М. Р. ТКАЧ, С. О. МОРГУН, А. С. ПОЗНАНСЬКИЙ

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНІ РОБОТИ З ТЕОРЕТИЧНОЇ МЕХАНІКИ НА БАЗІ СИСТЕМИ Mathcad

ЧАСТИНА ІІ. КІНЕМАТИКА

Рекомендовано Методичною радою НУК
як методичні вказівки
Електронне видання
комбінованого використання на DVD-ROM

МИКОЛАЇВ • НУК • 2018

УДК 531.2(076)
Т48

Укладачі:
М. Р. Ткач, д-р техн. наук, професор
С. О. Моргун, канд. техн. наук, викладач
А. С. Познанський, канд. техн. наук, ст. викладач
Рецензент А. І. Тарасенко, канд. техн. наук, доцент

Ткач М. Р.

Т 48 Розрахунково-графічні роботи з теоретичної механіки на базі системи Mathcad. Частина ІІ. Кінематика / М. Р. Ткач, С. О. Моргун, А. С. Познанський. – Миколаїв : НУК, 2018. – 95 с.

Уміщено розрахунково-графічні роботи з розділу "Кінематика" і наведено ілюстровані приклади їх розв'язання за допомогою інформаційних технологій. Призначено для студентів вищих навчальних закладів. Також можуть бути використані для самостійного вивчення методів і принципів розрахунку типових завдань з курсу теоретичної механіки "Кінематика".

УДК 531.2(076)

Навчальне видання

ТКАЧ Михайло Романович
МОРГУН Сергій Олександрович
ПОЗНАНСЬКИЙ Андрій Станіславович

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНІ РОБОТИ
З ТЕОРЕТИЧНОЇ МЕХАНІКИ
НА БАЗІ СИСТЕМИ Mathcad
ЧАСТИНА І. СТАТИКА
Методичні вказівки

Комп'ютерне верстання *Т. М. Чередніченко*

© Ткач М. Р., Моргун С. О., Познанський А. С., 2018
© Національний університет кораблебудування
імені адмірала Макарова, 2018

Формат 60×84/16. Ум. друк. арк. . Обсяг даних.
Тираж прим. Вид. № . Зам. № .
Видавець і виготівник Національний університет кораблебудування
імені адмірала Макарова
просп. Героїв України, 9, м. Миколаїв, 54025
E-mail : publishing@nuos.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2506 від 25.05.2006 р.

Завдання №1. Кінематичне дослідження руху точки по заданим рівнянням

За заданими рівняннями руху точки встановити та накреслити траєкторію її переміщення. Для моментів часу $t_0 = 0$, $t_1 = t/2$, $t_2 = t$ вказати на кресленні траєкторії положення точки. Відповідно до цих моментів часу визначити значення швидкостей, прискорень (з їх проекціями на вісі), дотичні і нормальні складові прискорень. Розрахувати шлях, що пройдено точкою, в інтервалі часу 0… t. Визначити радіуси кривизни траєкторії в цих точках. Побудувати на кресленні траєкторії визначені вектори швидкості та прискорень в відповідно вибраних масштабах. Позначити радіуси крівизни траєкторії. За отриманими результатам дати уявлення про характер руху точки по траєкторії.

Варіанти завдань наведено в табл. 1.1.

Таблиця 1.1

Номер варіанту	Рівняння руху, см		t, с
	$x = x(t)$	$y = y(t)$	
1	$4\cos(t)$	$2 - 2\sin(t)$	$\pi/4$
2	$2t^2 + 3$	$4t$	1
3	$\cos(2t)$	$4\sin(t)$	$\pi/3$
4	$2t$	$4t^2$	1
5	$3\sin(2t)$	$4\cos(2t)$	$\pi/3$
6	$4\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right) - 3$	$2\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$	1
7	$4\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$	$2\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$	0,6
8	$2t^2$	$-1/3t^3$	$\sqrt{2}$
9	$t^3 - 1$	$2 - t^2$	1
10	$\sin(\pi t^2)$	$2\cos(\pi t^2)$	0,4
11	$2t^2$	$4t^3 - 2$	0,5
12	$4t - 3t^2$	$3t^2$	1

Продовж. табл. 1.1

Номер варіанту	Рівняння руху, см		t_1, с
	$x = x(t)$	$y = y(t)$	
13	t^2	$\sin(\pi t^2)$	1
14	$2e^t$	e^{-t}	0,3
15	$2\sin(2t)$	$\cos(2t)$	π/6
16	t^2	e^{t^2}	0,5
17	t^2	$\frac{4}{1+t^2}$	0,5
18	t^2	e^{-t^2}	0,4
19	t^2	$0{,}5t^2 + 2t + 1$	1
20	$t - \sin(t)$	$1 - \cos(t)$	0,75π
21	$2\cos(t) + 2\sin(2t)$	$2\sin(t) + 2\cos(t)$	0,4π
22	$0{,}5t^3$	t^2	1
23	$4\frac{t^2}{1+t^2}$	$4\frac{t^3}{1+t^2}$	1
24	$-2t^2 - 2$	$\frac{2}{t^2+1}$	1
25	$(1 + \cos(t))\cdot\cos(t)$	$(1 + \cos(t))\cdot\sin(t)$	π/2
26	$\tan(t)$	$\cos^4(t)$	π/4
27	$\tan(t/2)$	$\sin(0{,}75t)$	π/2
28	$2t^2$	$e^x \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$	π/2
29	$4\sin\left(\frac{\pi}{4}t^2\right) - 2$	$4\cos\left(\frac{\pi}{4}t^2\right) + 3$	1
30	$4\cos(t) - 2\cos(2t)$	$-2\sin(t) - 2\sin(2t)$	π/10

Завдання №2. Дослідження параметрів поступального та обертального рухів твердого тіла

Механізм, що досліджується, складено з сукупності рухомих твердих тіл – вантажа (*1*) та декількох коліс (*2, 3, 4*). Рух вантажу *1* описується рівнянням:

$$x(t) = c_2 t^2 + c_1 t + c_0 ,$$

де c_1, c_2, c_0 – сталі, t – час руху вантажа, с. Вважати, що рух вантажа відбувається в напрямку, що співпадає з додатним напрямком вісі x. Знайти швидкість та прискорення вантажа в момент часу t_1. Визначити кутову швидкість та кутове прискорення всіх коліс механізма в момент часу t_1. Відповідно до точок на ободах всіх коліс та точки M, розташованої на останньому за порядком колесі механізма, визначити вектори швидкісті, повного прискорення, дотичну та нормальну складові прискорення. Побудувати креслення механізму з позначенням його кінематичних характеристик, що визначено.

Варіанти завдань наведено в табл. 2.1. Схеми механізмів – на рис. 1 − 3.

Таблиця 2.1

Номер	Сталі рівняння $x(t)$			Діаметри коліс механізма, мм					Час, с
варіанту	c_0	c_1	c_2	D_2	d_2	D_3	d_3	D_4	t_1
1	1	4	3	600	360	450	−	−	2
2	4	9	6	1000	600	750	−	−	2
3	8	13	18	800	450	600	−	−	1
4	15	8	6	600	450	580	−	−	1
5	10	21	12	500	300	450	−	−	2
6	2	10	16	450	350	1050	−	−	3
7	4	9	8	250	150	150	−	–	1
8	7	6	13	350	−	200	100	−	1
9	14	10	2	300	−	1000	600	−	2
10	30	4	7	400	−	300	150	−	3
11	15	5	3	400	250	350	−	−	3
12	9	14	20	400	200	250	−	−	2
13	14	5	26	150	100	800	−	−	2
14	2	9	5	500	400	400	−	450	2
15	7	3	12	800	150	150	−	−	1
16	3	6	11	150	100	950	−	−	4
17	2	3	12	150	−	800	200	−	3
18	7	4	12	200	150	230	−	−	1
19	10	1	1	200	100	200	−	150	3

Номер варіанту	Сталі рівняння $x(t)$			Діаметри коліс механізма, мм					Час, с
	c_0	c_1	c_2	D_2	d_2	D_3	d_3	D_4	t_1
20	2	16	5	200	100	230	125	–	1
21	3	5	17	300	200	180	–	300	1
22	5	18	3	400	–	320	250	–	1
23	3	20	11	200	–	350	200	300	2
24	2	19	8	200	150	250	–	–	2
25	4	9	6	600	200	200	–	170	1
26	5	3	5	250	–	300	200	–	1
27	1	7	5	550	400	400	–	–	1
28	8	4	3	600	480	430	–	450	1
29	5	8	13	270	–	85	–	100	1
30	3	4	16	200	–	275	–	750	2

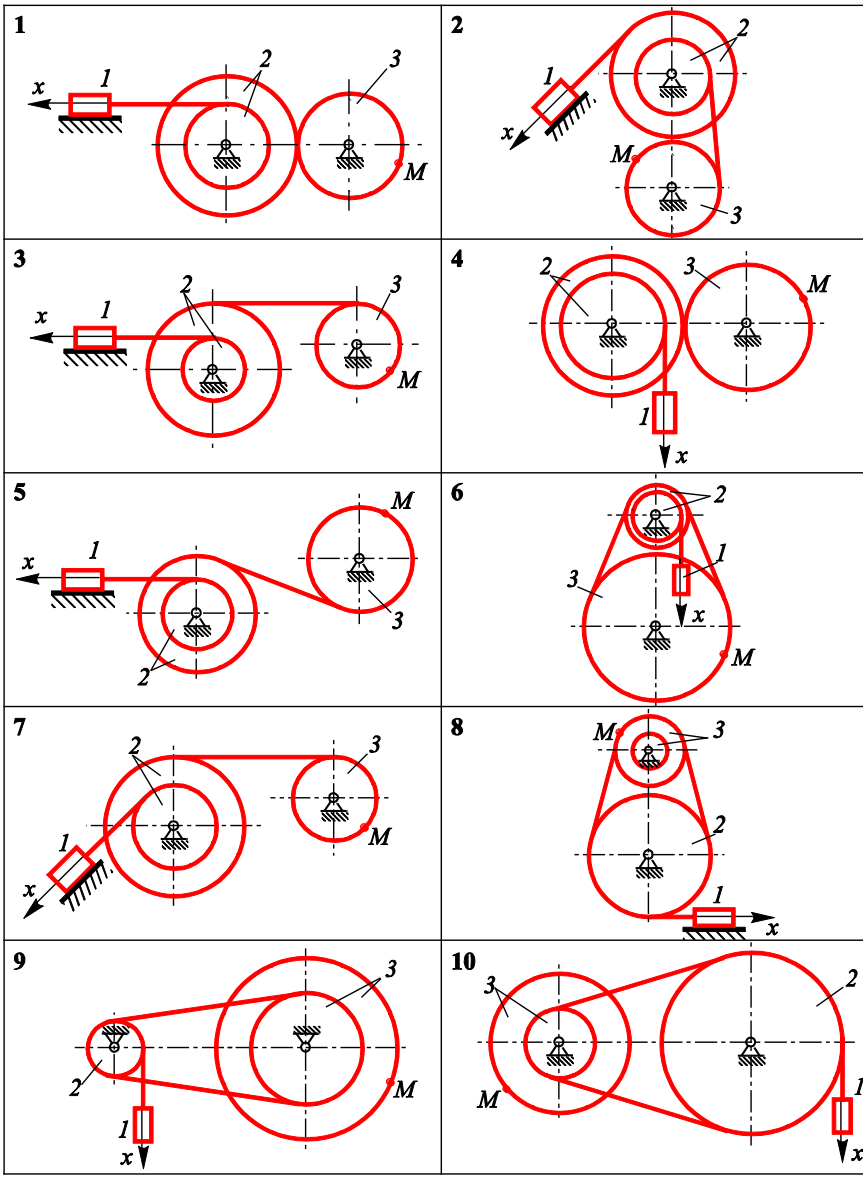

1
x
1
2
3
M
2
1
x
2
M
3
3
x
1
2
3
M
4
2
3
M
1
x
5
M
x
1
3
2
6
2
1
3
x
M
7
2
3
M
1
x
8
M
3
2
1
x
9
3
2
M
1
x
10
3
M
2
1
x

Рис. 1

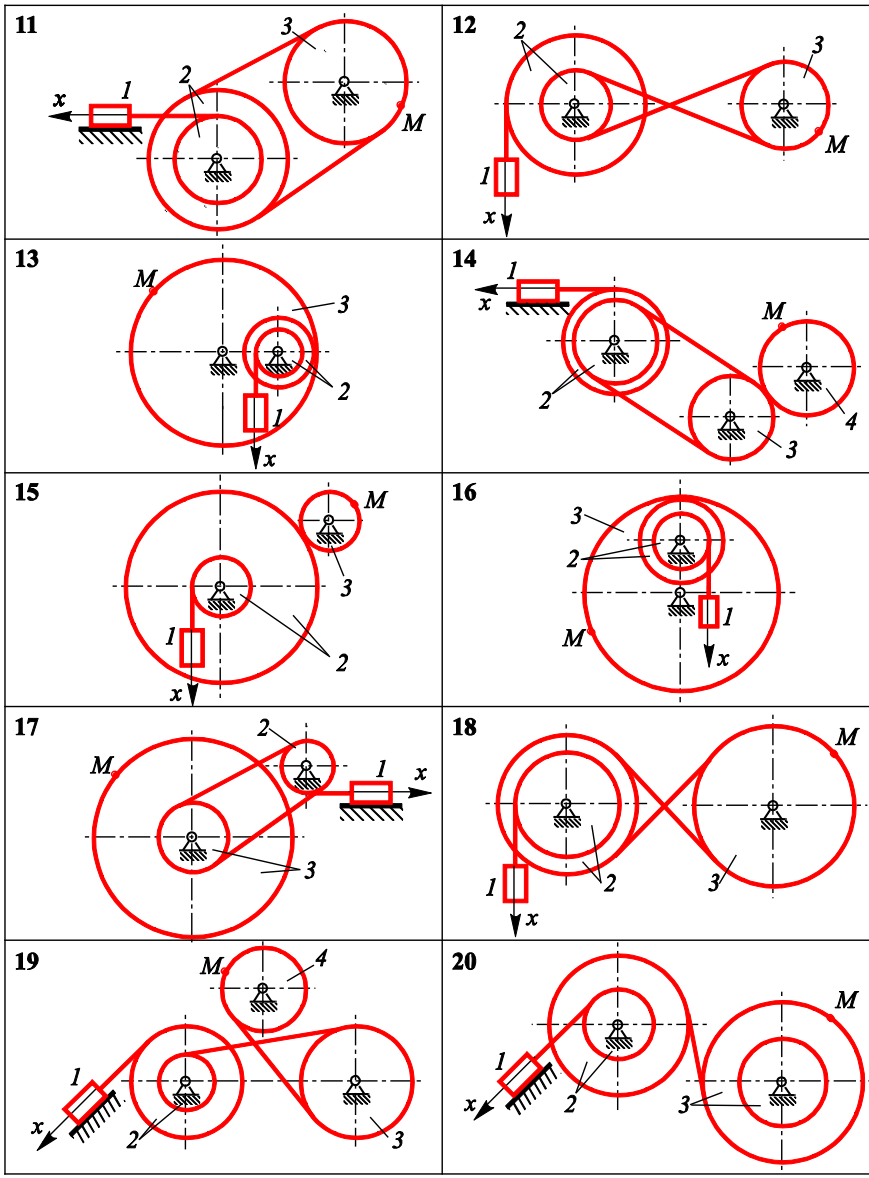


Рис. 2

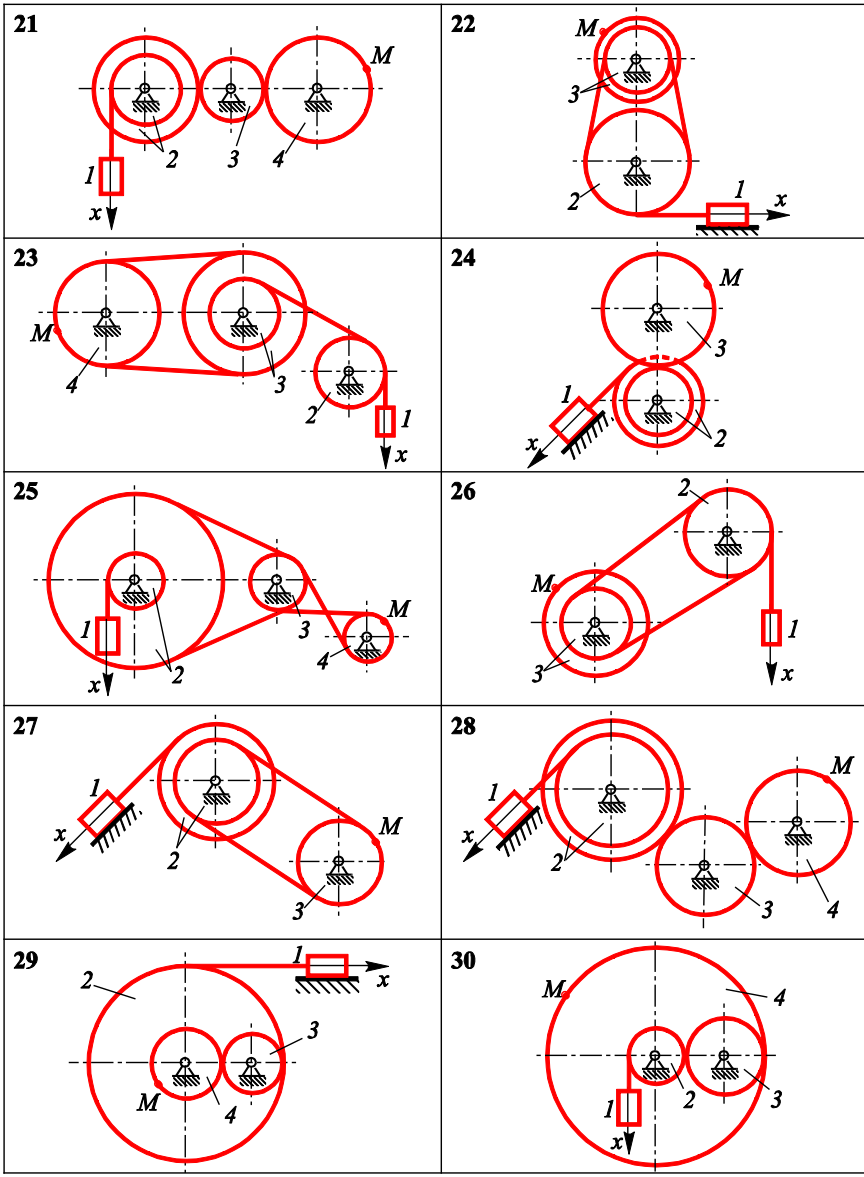

21
M
1
2
3
4
x
22
M
3
2
1
x
23
M
4
3
2
1
x
24
M
3
1
2
x
25
1
2
3
M
4
x
26
2
M
1
3
x
27
1
x
2
M
3
28
M
1
x
2
3
4
29
1
x
2
3
M
4
30
M
4
1
2
3
x

Рис. 3

Завдання №3. Кінематичне дослідження руху плоского багатоланкового механізму

Кривошип O_1A багатоланкового механізму обертається з кутовою швидкістю ω, рад/с та кутовим прискоренням ε = 2 рад/с^2. Положення механізму в даний момент часу задається величиною кута φ, який є кутом обертання кривошипа. Цей кут відкладається між кривошипом та віссю *x* в системі координат механізма.

Для заданого положення механізма визначити:

1. Швидкості руху усіх вузлових точок механізму.
2. Кутові швидкості руху усіх ланок механізму.
3. Повне прискорення руху усіх вузлових точок механізму.
4. Кутове прискорення усіх ланок механізму.
5. Побудувати графік залежності кутів обертання ланок механізму в залежності від кута обертання кривошипа φ. Діапазон зміни кута φ від 0° до 360°.
6. Для виконання перевірки обчислити швидкості руху точок механізма за допомогою миттєвого центру швидкостей (МЦШ) та плану швидкостей.
7. Для виконання перевірки обчислити прискорення руху точок механізма за допомогою миттєвого центру прискорень (МЦП) та плану прискорень.

Довжини ланок, необхідні для розрахунку розміри механізма та значення кута φ наведені в табл. 3.1. Схеми механізмів наведено на рис. 4 – 5.

Таблиця 3.1

Варіант	O_1A, м	*AB*, м	*BC*, м	BO_2, м	*CD*, м	*BD*, м	CO_2, м	*a*, м	φ, град	ω, с$^{-1}$
1	0,06	0,20	–	–	–	–	–	0,25	210	π/2
2	0,08	0,40	0,40	0,50	–	–	–	1,00	60	π/3
3	0,08	0,50	–	–	–	–	–	0,50	45	π/4
4	0,09	–	0,24	–	–	–	–	0,20	60	π/6
5	0,10	0,40	0,80	–	–	–	–	0,20	60	π/8
6	0,30	0,10	–	–	–	–	–	0,50	60	π/9
7	0,50	–	0,25	0,20	–	–	–	0,20	45	π/12
8	0,20	0,40	–	–	–	–	–	0,10	45	π/36
9	0,20	–	0,40	–	–	–	–	0,20	30	π/6
10	0,40	–	0,50	–	–	–	–	0,20	90	π/2
11	0,40	0,08	–	–	–	0,3	0,50	0,50	60	π/3
12	0,20	0,30	0,05	–	–	0,2	–	0,20	45	π/4
13	0,10	–	–	–	–	–	–	0,10	30	π/4
14	0,10	0,20	–	0,15	0,50	–	0,15	0,20	30	π/6

Продовж. табл. 3.1

Варі-ант	O_1A, м	AB, м	BC, м	BO_2, м	CD, м	BD, м	CO_2, м	a, м	φ, град	ω, $с^{-1}$
15	0,20	–	0,10	–	0,25	–	0,50	0,20	60	π/12
16	–	0,35	0,20	–	–	–	–	0,20	30	π/9
17	0,40	0,30	–	–	–	0,3	–	0,25	330	π/6
18	0,40	0,30	–	–	–	–	1,00	0,40	45	π/8
19	0,06	0,05	0,50	–	–	–	0,40	0,25	120	π/2
20	0,10	0,70	–	0,40	–	–	0,10	0,20	45	π/12
21	0,20	1,00	1,60	0,80	–	–	–	0,20	210	π/9
22	0,20	0,80	–	0,60	–	–	–	0,20	45	π/6
23	0,30	0,50	–	0,30	–	0,5	–	0,10	60	π/2
24	0,20	0,20	–	0,20	0,20	0,2	–	0,10	60	π/6
25	0,40	0,20	0,20	–	–	–	0,40	0,20	345	π/6
26	0,20	0,50	–	0,30	0,20	–	0,50	0,20	60	π/3
27	0,40	0,70	0,30	–	0,50	–	–	0,20	150	π/4
28	0,10	0,25	0,50	–	0,25	–	0,25	0,20	120	π/3
29	0,10	0,10	0,15	–	–	0,20	–	0,10	120	π/6
30	0,08	0,08	0,10	–	–	–	0,06	0,10	120	π/3

Примітка. На схемі механізма № 1 кут $\alpha = 30°$.

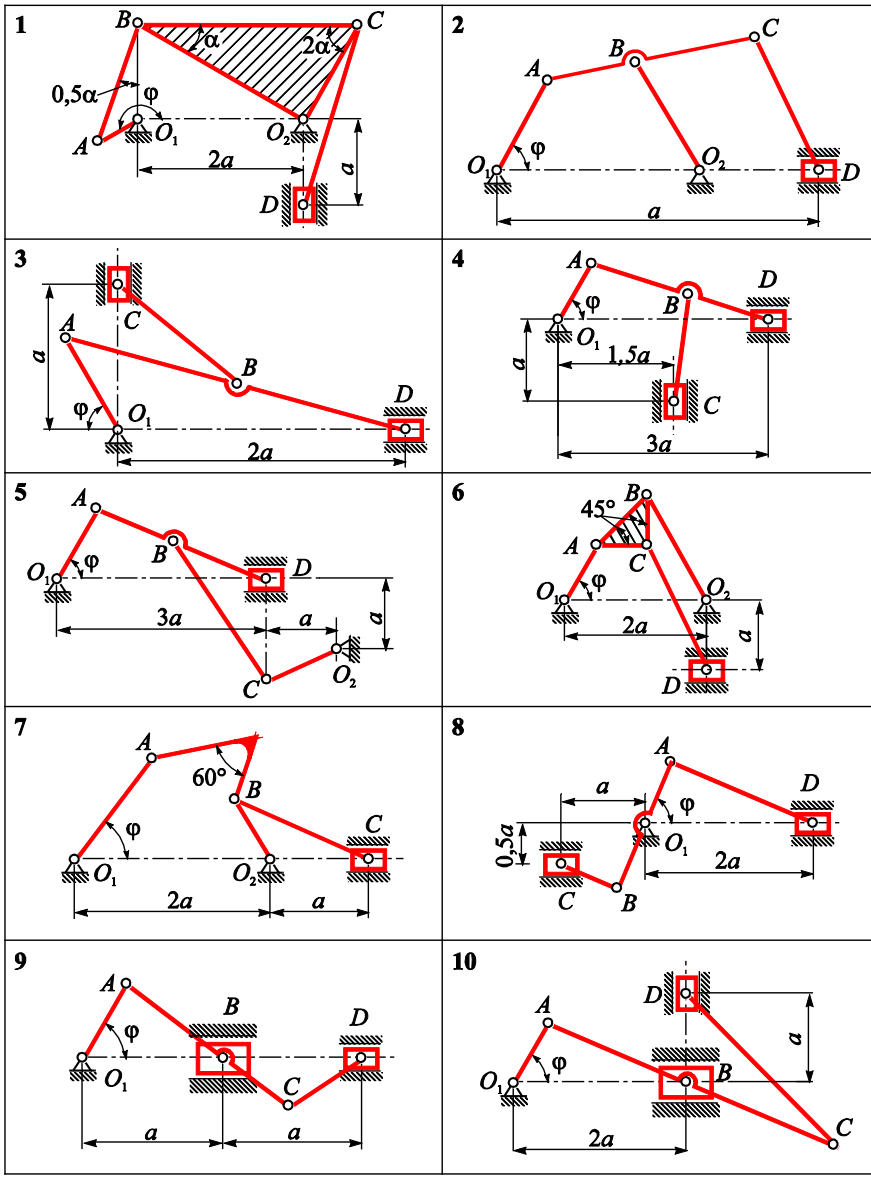

1
B
C
α
2α
0,5α
φ
A
O1
O2
2a
a
D
2
A
B
C
φ
O1
O2
D
a
3
a
A
C
B
D
φ
O1
2a
4
A
D
φ
B
O1
1,5a
a
C
3a
5
A
φ
B
D
O1
3a
a
a
C
O2
6
B
45°
A
C
φ
O1
O2
2a
a
D
7
A
60°
B
φ
C
O1
O2
2a
a
8
A
a
D
φ
0,5a
O1
2a
C
B
9
A
B
D
φ
O1
C
a
a
10
D
A
a
φ
O1
B
C
2a

Рис. 4

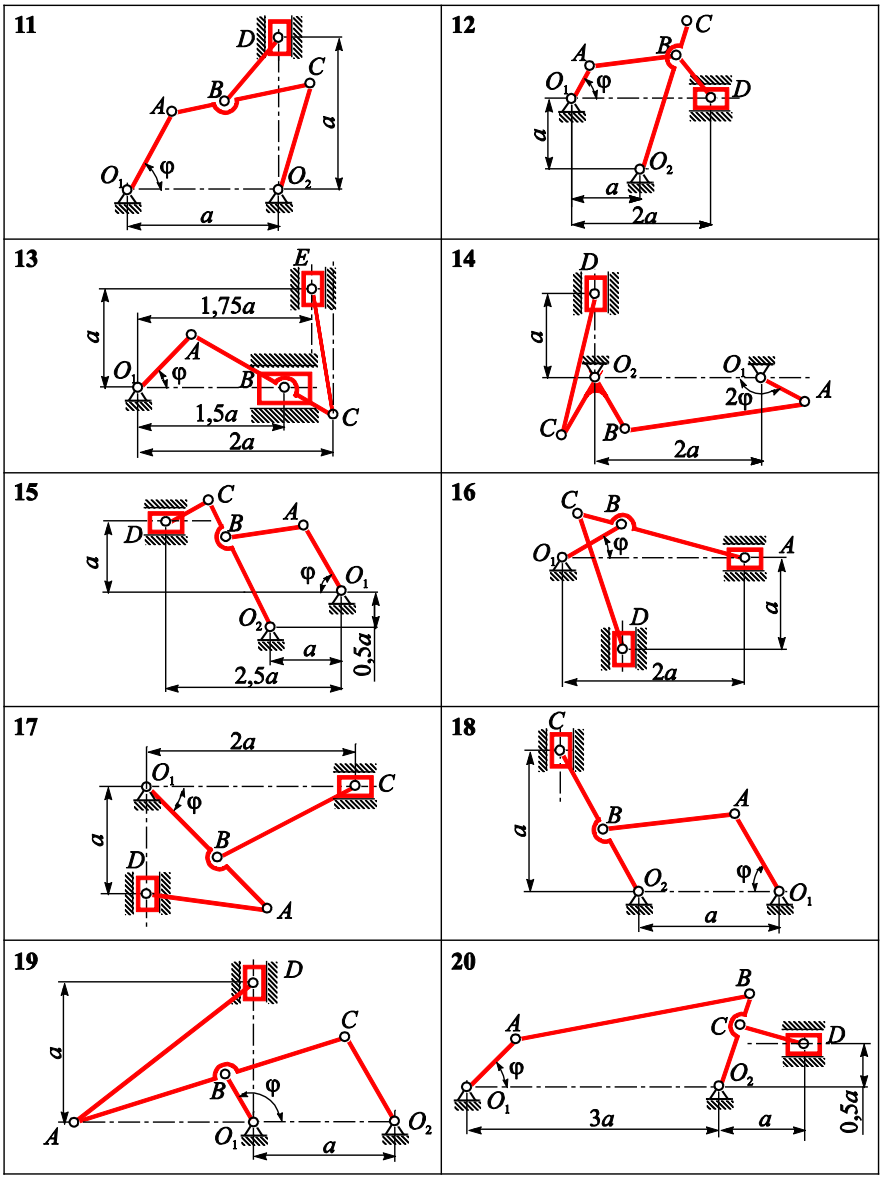

11
D
C
B
A
a
φ
O1
O2
a
12
C
B
A
φ
O1
D
a
O2
a
2a
13
E
1,75a
a
A
O1
φ
B
C
1,5a
2a
14
D
a
O2
O1
2φ
A
C
B
2a
15
C
D
B
A
a
φ
O1
O2
a
0,5a
2,5a
16
C
B
φ
O1
A
a
D
2a
17
2a
O1
φ
C
a
B
D
A
18
C
a
B
A
O2
φ
O1
a
19
D
C
a
B
φ
A
O1
O2
a
20
B
A
C
D
φ
O2
O1
3a
a
0,5a

Рис. 5

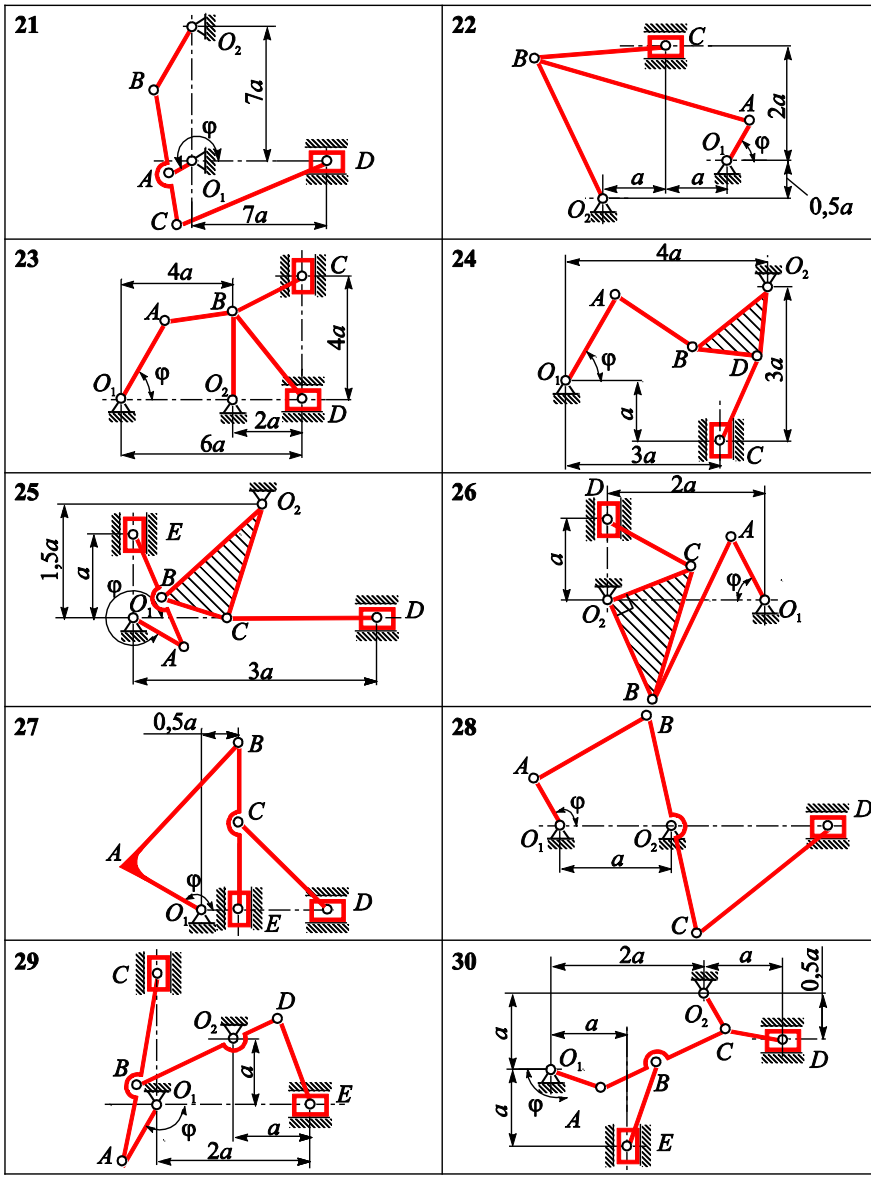

21
O2
B
7a
φ
A
O1
D
C
7a
22
C
B
A
2a
O1
φ
a
a
O2
0,5a
23
4a
C
B
A
4a
O1
φ
O2
D
2a
6a
24
4a
O2
A
O1
φ
B
D
3a
a
3a
C
25
O2
1,5a
E
a
φ
B
O1
C
D
A
3a
26
D
2a
a
A
C
φ
O2
O1
B
27
0,5a
B
C
A
φ
O1
E
D
28
B
A
φ
D
O1
O2
a
C
29
C
D
O2
B
a
O1
E
φ
a
A
2a
30
2a
a
0,5a
O2
a
a
O1
C
D
B
φ
A
E

Рис. 6

Задача №1. Кінематичне дослідження руху точки по заданним рівнянням

За заданими рівняннями руху точки *M* встановити та накреслити траєкторію її переміщення. Для моментів часу $t_0 = 0$, $t_1 = t$, $t_2 = t/2$, *c* вказати на кресленні траєкторії положення точки. Відповідно до цих моментів часу визначити значення швидкостей та прискорень точки. Розрахувати шлях, пройдений точкою в інтервалі часу $0 \ldots t_1$. Побудувати на кресленні траєкторії визначені вектори швидкостей та прискорень. За отриманими результатами дати уявлення про характер руху точки по траєкторії.

Вихідні данні

$$t0 := 0 \qquad t1 := 1$$
$$x(t) := 10 \cdot t$$
$$y(t) := 12 \cdot t^2 - 2$$

Визначимо момент часу t_2 руху точки *M*.

$$t2 := \frac{t1}{2} = 0.5$$

Виходячи з рівнянь руху точки *M* визначимо координати її положення в моменти часу: t_0, t_2, t_1.

$$x(t0) = 0 \qquad y(t0) = -2$$
$$x(t2) = 5 \qquad y(t2) = 1$$
$$x(t1) = 10 \qquad y(t1) = 10$$

Будуємо графік траєкторії руху точки *M* (рис. 7). Для цього задамо інтервал часу руху точки від t_0 до t_1 з кроком зміни часу 0.01с. Позначимо на графіку траєкторії положення точки *M* в моменти часу t_0, t_2, t_1.

$$t := t0 - t1, t0 - t1 + 0.01 .. t1$$

Задамо вектор швидкості руху точки *M*.

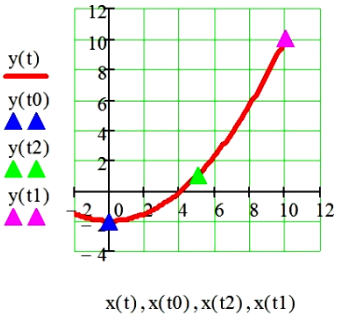


Рис 7. Траєкторія руху точки *M*

$$v(t) := \begin{pmatrix} \frac{d}{dt} x(t) \\ \frac{d}{dt} y(t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Визначимо проекції вектора швидкості руху точки *M* в задані моменти часу t_0, t_2, t_1.

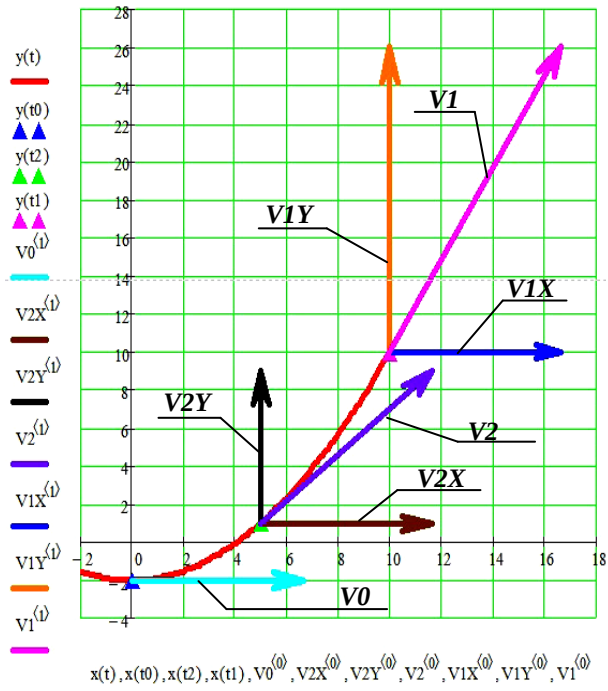


Рис 8. Вектори швидкості точки *M* в моменти часу t_0, t_2, t_1

Проекція вектору швидкості на вісь *X*.

$$vx(t) := \frac{d}{dt} x(t)$$
$$vx(t0) = 10$$
$$vx(t2) = 10$$
$$vx(t1) = 10$$

Проекція вектору швидкості на вісь *Y*.

$$vy(t) := \frac{d}{dt} y(t)$$
$$vy(t0) = 0$$
$$vy(t2) = 12$$
$$vy(t1) = 24$$

Обчислимо величину вектора швидкості точки *M*.

$$|v(t0)| = 10$$
$$|v(t2)| = 15.62$$
$$|v(t1)| = 26$$

Будуємо вектор швидкості руху точки *M* та його проекції на вісі координат (рис. 8). Особливості побудови векторів швидкості в системі Mathcad наведено в Додатку №1.

Висновок: Виходячи з аналізу графіка, нведеного на рис. 8 зрозуміло, що швидкість точки *M* постіно зростає зі збільшенням часу руху вздовж усієї траєкторії.

Визначимо шлях, пройдений точкою M в проміжку часу від t_0 до t_1.

$$s(t) := \int_{t0}^{t} \sqrt{vx(t)^2 + vy(t)^2}$$
$$s(t2) = 6.022$$
$$s(t1) = 16.353$$

Задамо вектор повного прискорення руху точки M.

$$a(t) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{dt^2} x(t) \\ \frac{d^2}{dt^2} y(t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Визначимо проекції вектора прискорення руху точки M в задані моменти часу t_0, t_2, t_1.

Проекція вектору прискорення на вісь X.

$$ax(t) := \frac{d^2}{dt^2} x(t)$$
$$ax(t0) = 0$$
$$ax(t2) = 0$$
$$ax(t1) = 0$$

Проекція вектору прискорення на вісь Y.

$$ay(t) := \frac{d^2}{dt^2} y(t)$$
$$ay(t0) = 24$$
$$ay(t2) = 24$$
$$ay(t1) = 24$$

Обчислимо величину вектора прискорення точки M.

$$|a(t0)| = 24$$
$$|a(t2)| = 24$$
$$|a(t1)| = 24$$

Обчислимо дотичну складову прискорення точки M в задані моменти часу t_0, t_2, t_1.

$$a\tau(t) := \left| \frac{ax(t) \cdot vx(t) - ay(t) \cdot vy(t)}{|v(t)|} \right|$$
$$|a\tau(t0)| = 0$$
$$|a\tau(t2)| = 18.437$$
$$|a\tau(t1)| = 22.154$$

Обчислимо нормальну складову прискорення точки M в задані моменти часу t_0, t_2, t_1.

$$an(t) := \left| \frac{ay(t) \cdot vx(t) - ax(t) \cdot vy(t)}{|v(t)|} \right|$$
$$|an(t0)| = 24$$
$$|an(t2)| = 15.364$$
$$|an(t1)| = 9.231$$

Будуємо вектор повного прискорення руху точки M та його тангенційної та нормальної складових (рис. 9). Особливості побудови векторів прискорень в системі Mathcad наведено в Додатку №1.

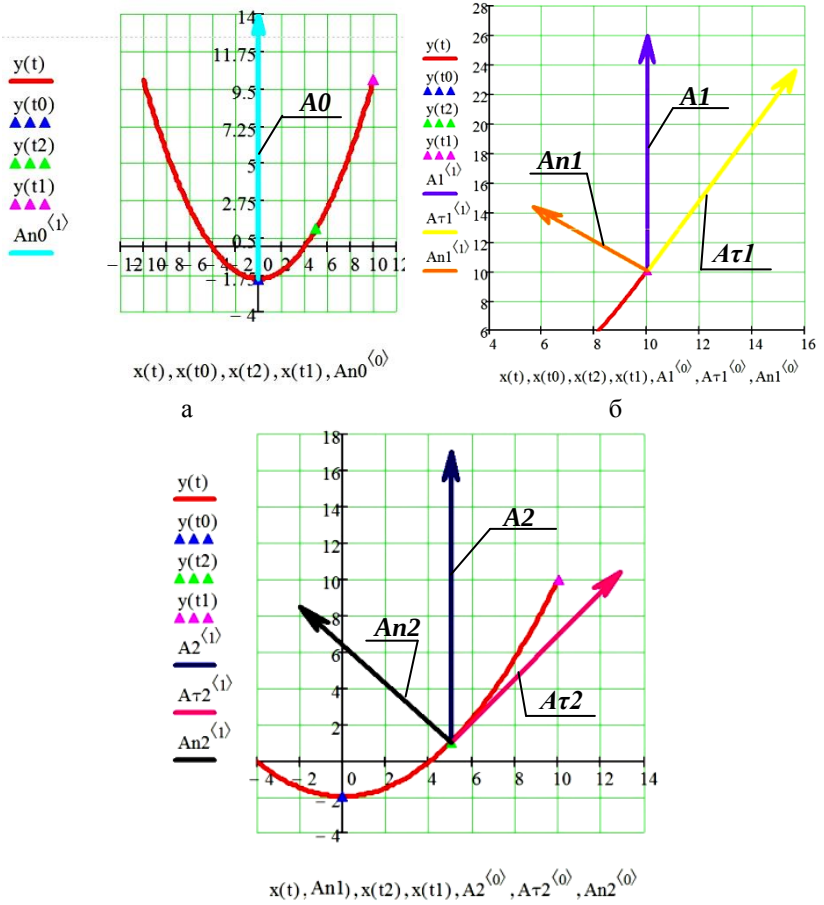


Рис 9. Вектори прискорень точки *M*:
а) – в момент часу t_0; б) – в момент часу t_1; в) – в момент часу t_2

Висновок: Виходячи з аналізу даних та графіків, наведених на рис. 9, зрозуміло, що тангенційна складова прискорення точки *M* постіно зростає зі збільшенням часу руху вздовж усієї траєкторії точки. Тобто рух точки *M* є рівноприскореним.

Задача №2. Дослідження параметрів поступального та обертального рухів твердого тіла

Механізм, що досліджується (рис. 10), складається з сукупності рухомих твердих тіл – вантажа (*1*) та декількох коліс (*2*, *3*, *4*). Рух вантажа *1* описується рівнянням:

$$x(t) := c_2 t^2 + c_1 t + c_0$$

де c_1, c_2, c_0 – сталі, t – час руху вантажа, с. Вважати, що рух вантажа відбувається в напрямку, що співпадає з додатним напрямком вісі x.

Знайти швидкість та прискорення вантажа в моменти часу t. Визначити кутову швидкість та кутове прискорення всіх коліс механізма в моменти часу t. Відповідно до точок на ободах всіх коліс та точки M, розташованої на останньому за порядком колесі механізма, визначити вектори швидкості, повного прискорення прискорення, а також його дотичну та нормальну складові.

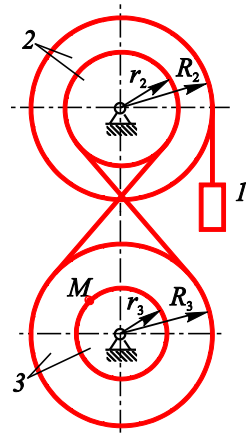


Рис 10. Досліджуваний механізм

Вихідні данні

$c0 := 16$	$c1 := 5$	$c2 := 36$
$R2 := 80$	$r2 := 50$	$r3 := 40$
$R2 := R3$	$t := 1$	

Рівняння руху вантажа *1*:

$$x(t) := 36 \cdot t^2 + 5 \cdot t + 16$$

Знаходимо швидкість руху та прискорення вантажа *1* в момент часу t

$$v1(t) := \frac{d}{dt} x(t) \qquad a1(t) := \frac{d^2}{dt^2} x(t)$$

$$v1(t) := 77 \qquad a1(t) = 72$$

Точка *A* належить колесу *2* і тросу (рис. 11). Знаходимо швидкість точки А.

$$vA := v1(t) = 77$$

Знаходимо кутову швидкість та кутове прискорення колеса *2* в момент часу *t*.

$$\omega 2(t) := \frac{v1(t)}{R2} \qquad \varepsilon 2(t) := \frac{d}{dt}(\omega(t))$$
$$\omega 2(t) := 0.963 \qquad \varepsilon 2(t) = 0.9$$

Визначимо доцентрове, обертальне та повне прискорення точки *A* в момент часу *t*.

Доцентрове прискорення точки *A*.

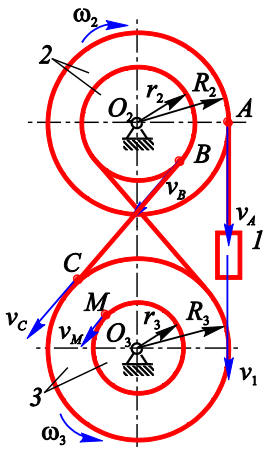


Рис 11. Розрахункова схема механізма

$$anA := \omega 2(t)^2 \cdot R2$$
$$anA = 74.113$$

Обертальне прискорення точки *A*.

$$a\tau A := \varepsilon 2 \cdot R2$$
$$a\tau A := 72$$

Повне прискорення точки *A*.
(The point A acceleration).

$$aA := \sqrt{(a\tau A)^2 + (anA)^2}$$
$$aA = 103.328$$

Точка *B* належить внутрішньому ободу колеса *2*. Знаходимо швидкість точки *B*.

$$vB := \omega 2(t) \cdot r2 = 48.125$$

Визначимо доцентрове, обертальне та повне прискорення точки *B* в момент часу *t*.

Доцентрове прискорення точки *B*.

$$anB := \omega 2(t)^2 \cdot r2$$
$$anB = 46.32$$

Обертальне прискорення точки *B*.

$$a\tau B := \varepsilon 2 \cdot r2$$
$$a\tau B := 45$$

Повне прискорення точки *B*.

$$aB := \sqrt{(a\tau B)^2 + (anB)^2}$$
$$aB = 64.58$$

Точки *B* і *C* належать тросу, що поєднує колеса *2* і *3*. Тому їх швидкості дорівнюють.

$$vC := vB$$
$$vC = 48.125$$

Знаходимо кутову швидкість та кутове прискорення колеса *3* в момент часу *t*.

$$\omega 3(t) := \omega 2(t) \cdot \frac{r2}{R3} \qquad \varepsilon 3(t) := \frac{d}{dt}(\omega 3(t))$$
$$\omega 3(t) := 0.602 \qquad \varepsilon 3(t) = 0.563$$

Визначимо доцентрове, обертальне та повне прискорення точки *C* в момент часу *t*.

Доцентрове прискорення точки *C*.

$$anC := \omega 3(t)^2 \cdot R3$$
$$anC = 28.95$$

Обертальне прискорення точки *C*.

$$a\tau C := \varepsilon 3 \cdot R3$$
$$a\tau C := 45$$

Повне прискорення точки *C*.

$$aC := \sqrt{(a\tau C)^2 + (anC)^2}$$
$$aC = 53.508$$

Точка *M* належить внутрішньому ободу колеса *3*. Знаходимо швидкість точки *M*.

$$vM := \omega 3(t) \cdot r3 = 24.063$$

Визначимо доцентрове, обертальне та повне прискорення точки *M* в момент часу *t*.

Доцентрове прискорення точки *M*.

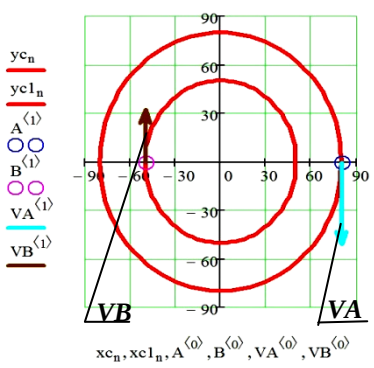
$$anM := \omega 3(t)^2 \cdot r3$$
$$anM = 14.475$$

Обертальне прискорення точки *M*.

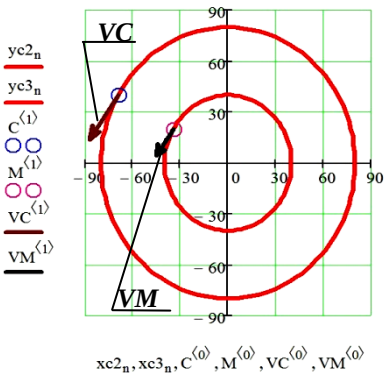
$$a\tau M := \varepsilon 3 \cdot r3$$
$$a\tau M := 22.5$$

Повне прискорення точки *M*.

$$aM := \sqrt{(a\tau M)^2 + (anM)^2}$$
$$aM = 26.754$$



а

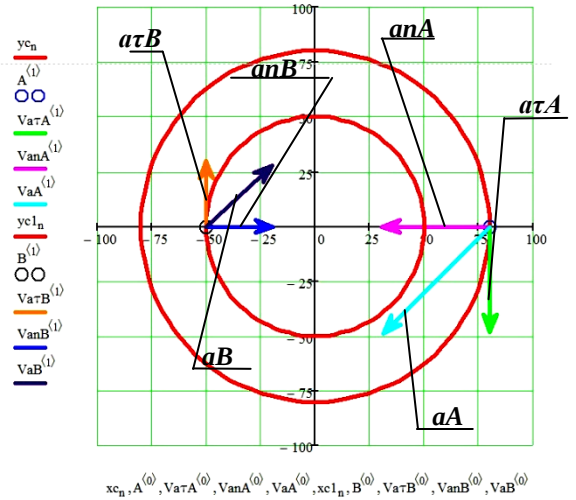


б

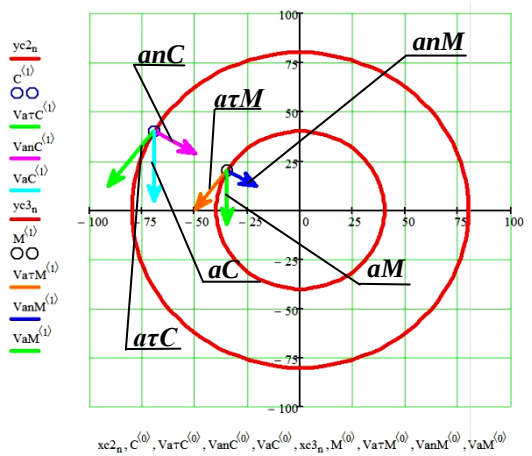
Рис 12. Вектори швидкостей точок механізма:
а) – точок *A* та *B*, що належать колесу *2*; б) – точок *C* і *M*, що належать колесу *3*

Будуємо вектори швидкостей руху точок механізма (рис. 12). Особливості побудови векторів в системі Mathcad наведено в Додатку №2.

Будуємо вектори доцентрового, вісенапрямного та повного прискорень руху точок механізма (рис. 13). Особливості побудови векторів в системі Mathcad наведено в Додатку №2.



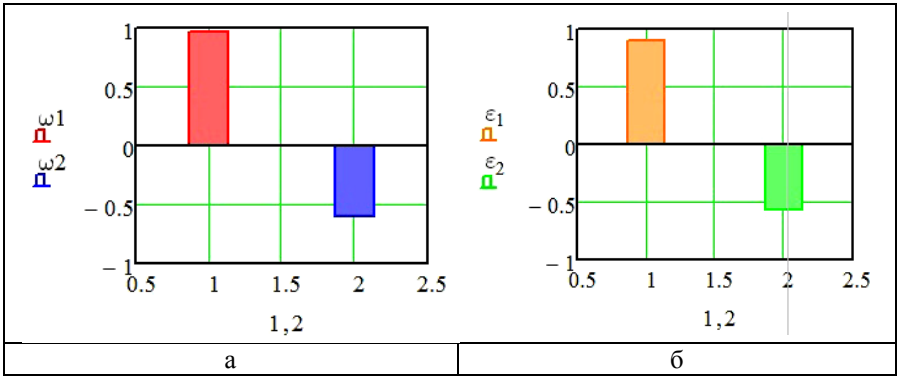
а



б

Рис 13. Вектори прискорень точок механізма:
а) – точок *A* та *B* на колесі *2*; б) – точок *C* та *M* на колесі *3*

Будуємо діаграми кутових швидкостей (рис. 14, а) та кутових прискорень (рис. 14, б) коліс механізма.



а б

Висновок: Виходячи з аналізу даних та графіків, наведених на рис. 12, 13, зрозуміло, що швидкості та повні прискорення точок механізма зменшуються зі збільшенням відстані точки від вантажа, який приводить механізм до руху. Аналіз рис. 14 дає змогу зрозуміти, що колесо *2* прискорюється під час руху, а колесо *3* − навпаки.

Задача №3 Кінематичне дослідження руху плоского багатоланкового механізму

Кривошип *O1A* багатоланкового механізму (рис. 14) обертається навколо вісі *z* з частотою *n* = 90 об/хв та кутовим прискоренням ε_0 = 10 рад/с^2. Положення механізму в даний момент часу задається величиною кута φ, який є кутом обертання кривошипа. Цей кут відкладається між кривошипом та віссю *x* в системі координат механізма.

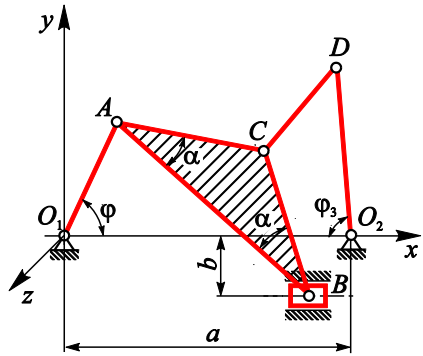


Рис. 14. Схема багатоланкового механізма

Для заданого положення механізма визначити:

1. Швидкості руху усіх вузлових точок механізм.
2. Кутові швидкості руху усіх ланок механізму.
3. Кутове прискорення усіх ланок механізму.
4. Повне прискорення руху усіх вузлових точок механізму.

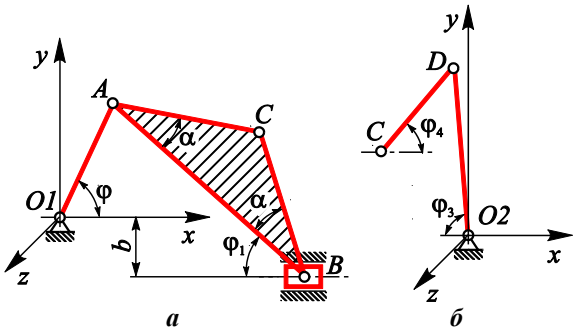
Вихідні данні

$O1A := 0.3$	$DC := 0.4$	$b := 0.6$	$n := 90$
$AB := 0.9$	$O2D = 0.6$	$\alpha := 30^0$	$\varepsilon := 10$
$AC := 0.52$	$a := 1.0$	$\varphi := 60^0$	$\varphi 3 := 85^0$

Обчислимо кутову швидкість руху кривошипа *O1A*:

$$\omega := \frac{2 \cdot \pi \cdot 60}{n} = 9.425$$

Розіб'ємо механізм на групи ланок. До першої групи входять кривошип *O1A*, трикутник *ABC* та повзун *B* (рис. 15, а). До другої групи – кривошип *OD* та шатун *DC* (рис. 15, б).

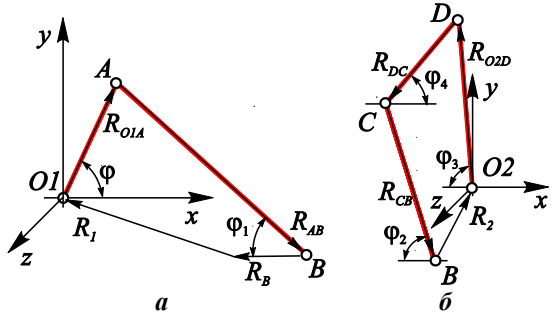


а *б*

Рис. 15. Групи ланок механізма:
а) – ланки *O1A* та *ABC*; *б)* − ланки *O2D* та *DC*

Задаємо кути нахилу ланок механізма до вісі *x*: кут φ_1 для трикутника *ABC*; φ_3 для кривошипа *O2D* та φ_4 для шатуна *DC*. Повзун *B* рухається поступально вздовж вісі *x*.

Для кожної групи ланок будуємо векторні контури, за допомогою яких можна скласти рівняння геометричних зв'язків для груп ланок механізма (рис. 16 а, б):



а *б*

Рис. 16. Векторні контури для груп ланок механізма:
а – для ланок *O1A* та *ABC*; ***б*** – для ланок *O2D* та *DC*

− для векторного контура *O1AB*:

$$\vec{R}_1 = \vec{R}_{O1A} + \vec{R}_{AB} + \vec{R}_B$$

− для векторного контура *O2CB*:

$$\vec{R}_2 = \vec{R}_{O2D} + \vec{R}_{DC} + \vec{R}_{CB}$$

Розглянемо векторний контур *O1AB*. Для нього задамо вектори, що позначають довжини ланок.

$$lO1A := \begin{pmatrix} O1A \cdot cos(\varphi) \\ O1A \cdot sin(\varphi) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.15 \\ 0.26 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$lAB := \begin{pmatrix} AB \cdot cos(\varphi 1) \\ -AB \cdot sin(\varphi 1) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.801 \\ -0.41 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$lAC := \begin{pmatrix} AC \cdot cos(\beta) \\ AC \cdot sin(\beta) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.519 \\ 0.026 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\beta := \alpha - \frac{\varphi 1 \cdot 360^0}{2 \cdot \pi} = 0.051$$

Задамо вектор кутової швидкості кривошипа *O1A*.
(Set the vector of the cranck O1A angular velocity.)

$$\omega O1A := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 9.425 \end{pmatrix}$$

Швидкість точки *A* визначаємо як векторний добуток векторів довжини кривошипа *O1A* та його кутової швидкості.

$$vA := \omega O1A \times lO1A = \begin{pmatrix} -2.449 \\ 1.414 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|vA| = 2.827$$

Задамо вектор кутового прискорення кривошипа *O1A*.

$$\varepsilon O1A := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Визначимо доцентрове, вісенапрямне та повне прискорення точки *A*.
Доцентрове прискорення точки *A*.

$$aAn := \omega O1A \times vA = \begin{pmatrix} -13.324 \\ -23.078 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|aAn| = 26.648$$

Обертальне прискорення точки *A*.

$$aA\tau := \varepsilon O1A \times lO1A = \begin{pmatrix} -2.598 \\ 1.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|aA\tau| := 3.0$$

Повне прискорення точки *A*.

$$aA := aA\tau + aAn = \begin{pmatrix} -15.922 \\ -21.578 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|aA| = 26.816$$

Проектуємо векторне рівняння для контуру *O1AB* на вісі координат. Таким чином отримуємо систему рівнянь, яка описує геометричні зв'язки між ланками механізму:

$$O1A \cdot cos(\varphi) + AB \cdot cos(\varphi 1) - xB = 0$$
$$O1A \cdot sin(\varphi) - AB \cdot sin(\varphi 1) = 0$$

З першого рівняння системи визначаємо переміщення повзуна B.

$$xB := O1A \cdot cos(\varphi) + AB \cdot cos(\varphi 1) = 0.951$$

Для визначення кутових швидкостей руху ланок механізма та швидкості поступального руху повзуна *B* продиференціюємо рівняння проекцій векторного контура *O1AB*.

$$-O1A \cdot sin(\varphi) \cdot \omega - AB \cdot sin(\varphi 1) \cdot \omega 1 - vB = 0$$
$$O1A \cdot cos(\varphi) \cdot \omega - AB \cdot cos(\varphi 1) \cdot \omega 1 = 0$$

Перенесемо віломі складові з лівої частини рівняння в праву.

$$-AB \cdot sin(\varphi 1) \cdot \omega 1 - vB = O1A \cdot sin(\varphi) \cdot \omega$$
$$-AB \cdot cos(\varphi 1) \cdot \omega 1 = O1A \cdot cos(\varphi) \cdot \omega$$

Формуємо матрицю коефіцієнтів – *A* та вектор-столбець правих частин – *B*.

$$A := \begin{pmatrix} -AB \cdot sin(\varphi 1) & -1 \\ -AB \cdot cos(\varphi 1) & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.41 & -1 \\ -0.801 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B := \begin{pmatrix} O1A \cdot sin(\varphi) \cdot \omega \\ -O1A \cdot cos(\varphi) \cdot \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.449 \\ -1.414 \end{pmatrix}$$

Вектор-столбець рішень отримано рішенням матричного рівняння з використанням функції **Isolve**.

$$C := Isolve(A, B) = \begin{pmatrix} 1.764 \\ 3.172 \end{pmatrix}$$

$$\omega 1 := C_0 = 1.764$$

$$vB := C_1 = 3.172$$

Визначимо кутову швидкість ланки *ABC*.

$$\omega ABC := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.764 \end{pmatrix}$$

$$|\omega ABC| = 1.764$$

Визначимо прискорення точки *B* та кутове прискорення ланки *ABC*. Для цього продиференціюємо двічі рівняння проекцій векторного контура *O1AB*

$$-O1A \cdot cos(\varphi) \cdot \varepsilon - AB \cdot cos(\varphi 1) \cdot \varepsilon 1 - aB = 0$$

$$-O1A \cdot sin(\varphi) \cdot \varepsilon + AB \cdot sin(\varphi 1) \cdot \varepsilon 1 = 0$$

Перенесемо віломі складові з лівої частини рівняння в праву.

$$-AB \cdot cos(\varphi 1) \cdot \varepsilon 1 - aB = O1A \cdot cos(\varphi) \cdot \varepsilon$$

$$AB \cdot sin(\varphi 1) \cdot \varepsilon 1 = O1A \cdot sin(\varphi) \cdot \varepsilon$$

Формуємо матрицю коефіцієнтів – *A1* та вектор-столбець правих частин – *B1*.

$$A1 := \begin{pmatrix} -AB \cdot cos(\varphi 1) & -1 \\ AB \cdot sin(\varphi 1) & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.801 & -1 \\ 0.41 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B1 := \begin{pmatrix} O1A \cdot cos(\varphi) \cdot \varepsilon \\ O1A \cdot sin(\varphi) \cdot \varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.5 \\ 2.598 \end{pmatrix}$$

Вектор-столбець рішень отримано рішенням матричного рівняння з використанням функції **Isolve**.

$$C1 := Isolve(A1, B1) = \begin{pmatrix} 1.764 \\ 3.172 \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon 1 := C1_0 = 6.58$$

$$aB := C1_1 = 8.034$$

Визначимо кутове прискорення ланки *ABC*.

$$\varepsilon ABC := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6.58 \end{pmatrix}$$

$$|\varepsilon ABC| = 6.58$$

Визначимо швидкість руху точки *C*, що належить ланці *ABC*. Полюсом, навколо якого відбувається обертання ланки *ABC* є точка *A*.

$$vC := vA + \omega ABC \times lAC = \begin{pmatrix} -2.402 \\ 0.498 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|vC| = 2.453$$

Визначимо доцентрове, вісенапрямне та повне прискорення точки *C*.

Доцентрове прискорення точки *C*.

$$aCn := \omega ABC \times vC = \begin{pmatrix} -0.879 \\ -1.015 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|aCn| = 1.618$$

Обертальне прискорення точки *C*.

$$aC\tau := aA\tau + \varepsilon ABC \times lAC = \begin{pmatrix} -19.298 \\ 4.195 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|aC\tau| := 19.765$$

Повне прискорення точки *C*.

$$aC := aC\tau + aCn = \begin{pmatrix} -19.922 \\ -5.578 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$|aC| = 20.099$$

Розглянемо векторний контур *O2DC*. Для нього задамо вектори, що позначають довжини ланок.

$$-O2D \cdot cos(\varphi 3) - DC \cdot cos(\varphi 4) + CB \cdot cos(\varphi 2) = 0$$
$$O2D \cdot sin(\varphi 3) - DC \cdot sin(\varphi 4) - CB \cdot sin(\varphi 2) = 0$$

Визначимо кути φ_2 та φ_4.

$$\varphi 2 := \alpha + \frac{\varphi 1 \cdot 360^0}{2 \cdot \pi} = 0.996$$

Кут φ_4 знаходимо з першого рівняння проекцій векторного контуру *O2DC* на вісі координат.

$$\varphi 4 := acos\left(\frac{-O2D \cdot cos(\varphi 3) + CO2 \cdot cos(\varphi 2)}{DC}\right) = 0.962$$

Для визначення кутових швидкостей руху ланок механізма продиференціюємо рівняння проекцій векторного контура *O2DC*.

$$O2D \cdot sin(\varphi 3) \cdot \omega 2 + DC \cdot sin(\varphi 4) \cdot \omega 3 - CB \cdot sin(\varphi 2) \cdot \omega 1 = 0$$
$$O2D \cdot cos(\varphi 3) \cdot \omega 2 - DC \cdot cos(\varphi 4) \cdot \omega 3 - CB \cdot cos(\varphi 2) \cdot \omega 1 = 0$$

Перенесемо віломі складові з лівої частини рівняння в праву.

$$O2D \cdot sin(\varphi 3) \cdot \omega 2 + DC \cdot sin(\varphi 4) \cdot \omega 3 = CB \cdot sin(\varphi 2) \cdot \omega 1$$
$$O2D \cdot cos(\varphi 3) \cdot \omega 2 - DC \cdot cos(\varphi 4) \cdot \omega 3 = CB \cdot cos(\varphi 2) \cdot \omega 1$$

Формуємо матрицю коефіцієнтів – *A2* та вектор-столбець правих частин – *B1*.

$$A2 := \begin{pmatrix} O2D \cdot sin(\varphi 3) & DC \cdot sin(\varphi 4) \\ O2D \cdot cos(\varphi 3) & DC \cdot cos(\varphi 4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.598 & 0.328 \\ 0.052 & -0.229 \end{pmatrix}$$

$$B2 := \begin{pmatrix} CB \cdot sin(\varphi 2) \cdot \omega 1 \\ CB \cdot cos(\varphi 2) \cdot \omega 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.77 \\ 0.498 \end{pmatrix}$$

Вектор-столбець рішень отримано рішенням матричного рівняння з використанням функції **Isolve**.

$$C2 := Isolve(A2, B2) = \begin{pmatrix} 2.611 \\ 2.75 \end{pmatrix}$$
$$\omega 2 := C2_0 = 2.611$$
$$\omega 3 := C2_1 = 2.75$$

Визначимо кутові швидкості ланок *O2D* та *DC*.

$$\omega DC := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2.75 \end{pmatrix} \qquad \omega O2D := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2.611 \end{pmatrix}$$
$$|\omega DC| = 2.75 \qquad |\omega O2D| = 2.611$$

Задамо вектор, що позначає довжину ланки *O2D*.

$$lO2D := \begin{pmatrix} -O2D \cdot cos(\varphi 3) \\ O2D \cdot sin(\varphi 3) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.052 \\ 0.598 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Швидкість точки *D* визначаємо як векторний добуток векторів довжини кривошипа *O2D* та його кутової швидкості.

$$vD := \omega O2D \times lO2D = \begin{pmatrix} 1.318 \\ 0.914 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$|vD| = 1.567$$

Визначимо кутові прискорення ланок *O2D* та *DC*. Для цього продиференціюємо двічі рівняння проекцій векторного контура *O2DC*

$$O2D \cdot sin(\varphi 3) \cdot \varepsilon 2 + DC \cdot sin(\varphi 4) \cdot \varepsilon 3 - CB \cdot sin(\varphi 2) \cdot \varepsilon 1 = 0$$
$$O2D \cdot cos(\varphi 3) \cdot \varepsilon 2 - DC \cdot cos(\varphi 4) \cdot \varepsilon 3 - CB \cdot cos(\varphi 2) \cdot \varepsilon 1 = 0$$

Перенесемо віломі складові з лівої частини рівняння в праву.

$$O2D \cdot \sin(\varphi 3) \cdot \varepsilon 2 + DC \cdot \sin(\varphi 4) \cdot \varepsilon 3 = CB \cdot \sin(\varphi 2) \cdot \varepsilon 1$$
$$O2D \cdot \cos(\varphi 3) \cdot \varepsilon 2 - DC \cdot \cos(\varphi 4) \cdot \varepsilon 3 = CB \cdot \cos(\varphi 2) \cdot \varepsilon 1$$

Формуємо матрицю коефіцієнтів – *A3* та вектор-столбець правих частин – *B3*.

$$A3 := \begin{pmatrix} O2D \cdot \sin(\varphi 3) & DC \cdot \sin(\varphi 4) \\ O2D \cdot \cos(\varphi 3) & DC \cdot \cos(\varphi 4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12.598 & 9.328 \\ 7.052 & 8.229 \end{pmatrix}$$
$$B3 := \begin{pmatrix} CB \cdot \sin(\varphi 2) \cdot \varepsilon 1 \\ CB \cdot \cos(\varphi 2) \cdot \varepsilon 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8.72 \\ 2.598 \end{pmatrix}$$

Вектор-столбець рішень отримано рішенням матричного рівняння з використанням функції **Isolve**.

$$C3 := Isolve(A3, B3) = \begin{pmatrix} 41.981 \\ 12.67 \end{pmatrix}$$
$$\varepsilon 2 := C3_0 = 41.981$$
$$\varepsilon 3 := C3_1 = 12.67$$

Визначимо кутові прискорення ланок *O2D* та *DC*.

$$\varepsilon O2D := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 41.981 \end{pmatrix} \qquad \varepsilon DC := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 12.67 \end{pmatrix}$$
$$|\varepsilon O2D| = 41.981 \qquad |\varepsilon DC| = 12.67$$

Визначимо доцентрове, вісенапрямне та повне прискорення точки *D*.
Доцентрове прискорення точки *D*.

$$aDn := \omega DC \times vD = \begin{pmatrix} 0.193 \\ -2.925 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$|aDn| = 3.023$$

Обертальне прискорення точки *D*.

$$aD\tau := aC\tau + \varepsilon DC \times lDC = \begin{pmatrix} -5.105 \\ 0.752 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$|aD\tau| := 5.069$$

Повне прискорення точки *D*.

$$aD := aD\tau + aDn = \begin{pmatrix} -5.1 \\ 1.78 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|aD| = 5.902$$

Побудуємо схему плоского механізма при заданному куті обертання φ ведучого кривошипа *O1A* (рис. 17). Особливості побудови ланок плоского механізма в системі Mathcad наведено в Додатку №2.

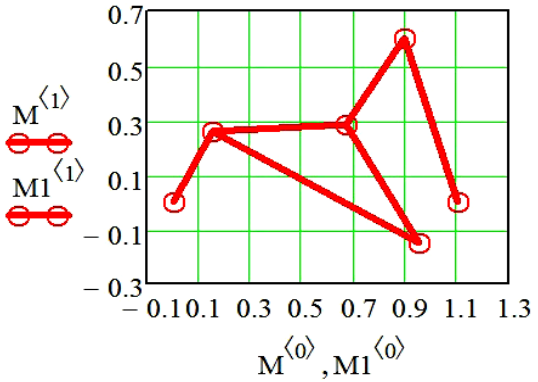


Рис. 17. Схема багатоланкового плоского механізма

Побудуємо плани швидкостей (рис. 18) та прискорень (рис. 19, 20) точок, що належать ланкам плоского механізма. Особливості побудови векторів та прискорень в системі Mathcad наведено в Додатку №3.

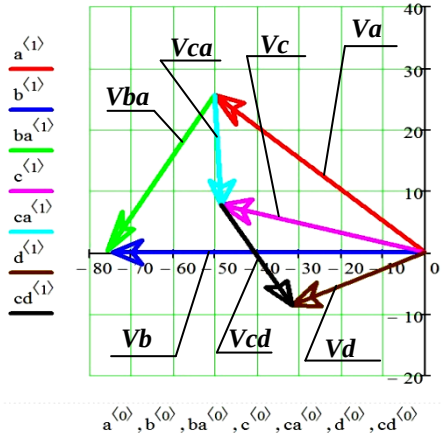


Рис. 18. План швидкостей багатоланкового плоского механізма

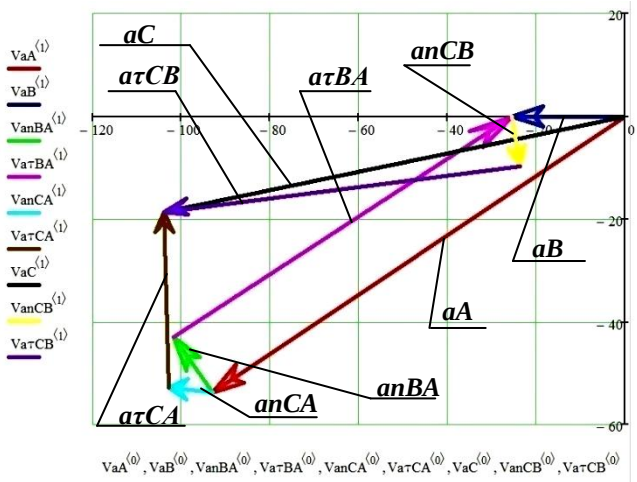


Рис. 19. План прискорень точок *A, B, C* групи ланок *O1ABC* механізма

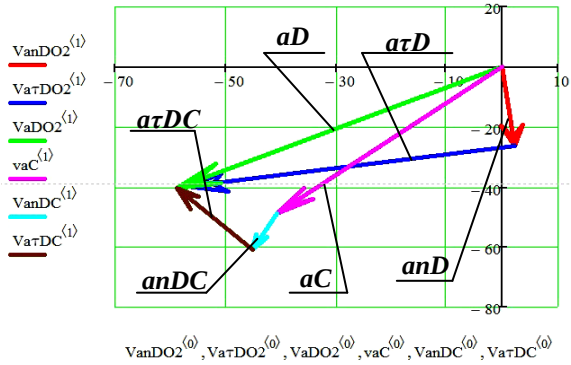


Рис. 20. План прискорень точок *D, C* групи ланок *O2DC* механізма

Додаток №1. Кінематичне дослідження руху точки по заданим рівнянням.

Для побудови векторів швидкостей точок М спочатку задамо масштабний коефіцієнт μv=1.5m/s.

Будуємо вектор швидкості точки *M* в момент часу *t0*. Спочатку задамо точки, з яких складається зображення вектора.

$$x1v0 := 0 \qquad x2v0 := \frac{vx(t0)}{\mu v} = 6.667$$

$$y1v0 := 0 \qquad y2v0 := 0$$

$$x3v0 := x2v0 - 1.2 = 5.467 \qquad x4v0 := x2v0 - 0.6 = 6.067$$

$$y3v0 := y2v0 + 0.45 = 0.45 \qquad y4v0 := y2v0 = 0$$

$$x5v0 := x3v0 = 5.467$$

$$y5v0 := -y3v0 = -0.45$$

Отримуємо радіус-вектор *rv0*.

$$rv0 := \begin{pmatrix} x1v0 & y1v0 \\ x2v0 & y2v0 \\ x3v0 & y3v0 \\ x4v0 & y4v0 \\ x5v0 & y5v0 \\ x2v0 & y2v0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 6.667 & 0 \\ 5.467 & 0.45 \\ 6.067 & 0 \\ 5.467 & -0.45 \\ 6.667 & 0 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора швидкості *v0* є точка *M0*. Тому задамо матрицю паралельного переносу П*v0* для переносу вектора rv0 в цю точку.

$$\Pi v0 := \begin{pmatrix} x(t0) & y(t0) \\ x(t0) & y(t0) \\ x(t0) & y(t0) \\ x(t0) & y(t0) \\ x(t0) & y(t0) \\ x(t0) & y(t0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & -2 \\ 0 & -2 \\ 0 & -2 \\ 0 & -2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *V0* − вектор швидкості *v0*.

$$V0 := rv0 + \Pi v0 = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 6.667 & -2 \\ 5.467 & -1.55 \\ 6.067 & -2 \\ 5.467 & -2.45 \\ 6.667 & -2 \end{pmatrix}$$

Будуємо вектор швидкості точки *M* в момент часу *t2* та його проекції на вісі *x* та *y*. Задамо точки, з яких складається зображення проекції вектора *v2* на вісь *x* – *v2x*.

$$x1v2x := 0 \qquad x2v2x := \frac{vx(t2)}{\mu v} = 6.667$$

$$y1v2x := 0 \qquad y2v2x := 0$$

$$x3v2x := x2v2x - 1.2 = 5.467 \qquad x4v2x := x2v2x - 0.6 = 6.067$$

$$y3v2x := y2v2x + 0.45 = 0.45 \qquad y4v2x := y2v2x = 0$$

$$x5v2x := x3v2x = 5.467$$

$$y5v2x := -y3v2x = -0.45$$

Отримуємо радіус-вектор *rv2x*.

$$rv2x := \begin{pmatrix} x1v2x & y1v2x \\ x2v2x & y2v2x \\ x3v2x & y3v2x \\ x4v2x & y4v2x \\ x5v2x & y5v2x \\ x2v2x & y2v2x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 6.667 & 0 \\ 5.467 & 0.45 \\ 6.067 & 0 \\ 5.467 & -0.45 \\ 6.667 & 0 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора швидкості *v2x* є точка *M2*. Тому задамо матрицю паралельного переносу П*v2* для переносу вектора *rv2x* в цю точку.

$$\Pi v2 := \begin{pmatrix} x(t2) & y(t2) \\ x(t2) & y(t2) \\ x(t2) & y(t2) \\ x(t2) & y(t2) \\ x(t2) & y(t2) \\ x(t2) & y(t2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 5 & 1 \\ 5 & 1 \\ 5 & 1 \\ 5 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *V2X* − вектор проекції швидкості *v2* на вісь *x*.

$$V2X := rv2x + \Pi v2 = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 11.667 & 1 \\ 10.467 & 1.4 \\ 11.067 & 1 \\ 10.467 & 0.6 \\ 11.667 & 1 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення проекції вектора *v2* на вісь *y* – *v2y*.

$$x1v2y := 0 \qquad x2v2y := 0$$

$$y1v2y := 0 \qquad y2v2y := \frac{vy(t2)}{\mu v} = 8$$

$$x3v2y := x2v2y - 0.3 = -0.3 \qquad x4v2y := x2v2y = 0$$

$$y3v2y := y2v2y - 1.7 = 6.37 \qquad y4v2y := y2v2y - 0.8 = 7.2$$

$$x5v2y := -x3v2y = 0.3$$

$$y5v2y := y3v2y = 6.37$$

Отримуємо радіус-вектор *rv2y*.

$$rv2y := \begin{pmatrix} x1v2y & y1v2y \\ x2v2y & y2v2y \\ x3v2y & y3v2y \\ x4v2y & y4v2y \\ x5v2y & y5v2y \\ x2v2y & y2v2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 8 \\ -0.3 & 6.3 \\ 0 & 7.2 \\ 0.3 & 6.3 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора швидкості *v2y* є точка *M2*.
Отримуємо вектор *V2Y* – вектор проекції швидкості *v2* на вісь *y*.

$$V2Y := rv2y + \Pi v2 = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 5 & 9 \\ 4.7 & 7.3 \\ 5 & 8.2 \\ 5.3 & 7.3 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора швидкості *v2*.

$$x1v2 := 0 \qquad x2v2 := \frac{|v(t2)|}{\mu v} = 10.414$$

$$y1v2 := 0 \qquad y2v2 := 0$$

$$x3v2 := x2v2 - 1.3 = 9.114 \qquad x4v2 := x2v2 - 0.8 = 9.614$$

$$y3v2 := y2v2 - 0.4 = -0.4 \qquad y4v2 := y2v2 = 0$$

$$x5v2 := x3v2 = 9.114$$

$$y5v2 := -y3v2 = 0.4$$

Отримуємо радіус-вектор *rv2*.

$$rv2 := \begin{pmatrix} x1v2 & y1v2 \\ x2v2 & y2v2 \\ x3v2 & y3v2 \\ x4v2 & y4v2 \\ x5v2 & y5v2 \\ x2v2 & y2v2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 10.414 & 0 \\ 9.114 & -0.4 \\ 9.614 & 0 \\ 9.114 & 0.4 \\ 10.414 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор швидкості *v2* спрямовано до вісі *x* під кутом φ. Задамо матрицю *Φv2* для обертання вектора *rv2*.

$$\varphi := atan\left(\frac{|vy(t2)|}{|vx(t2)|}\right) = 0.876$$

$$\Phi v2 := \begin{pmatrix} cos(\varphi) & sin(\varphi) \\ -sin(\varphi) & cos(\varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.64 & 0.768 \\ -0.768 & 0.64 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора швидкості *v2* є точка *M2*.

Отримуємо вектор *V2* − вектор швидкості *v2*.

$$V2 := rv2 \cdot \Phi v2 + \Pi v2 = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 11.667 & 9 \\ 10.527 & 8.257 \\ 11.155 & 8.385 \\ 11.142 & 7.745 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$$

Будуємо вектор швидкості точки *M* в момент часу *t1* та його проекції на вісі *x* та *y*. Задамо точки, з яких складається зображення проекції вектора *v1* на вісь *x* – *v1x*.

$$x1v1x := 0 \qquad x2v1x := \frac{vx(t1)}{\mu v} = 6.667$$

$$y1v1x := 0 \qquad y2v1x := 0$$

$$x3v1x := x2v1x - 1.2 = 5.467 \qquad x4v1x := x2v1x - 0.6 = 6.067$$

$$y3v1x := y2v1x + 0.45 = 0.45 \qquad y4v1x := y2v1x = 0$$

$$x5v1x := x3v1x = 5.467$$

$$y5v1x := -y3v1x = -0.45$$

Отримуємо радіус-вектор *rv1x*.

$$rv1x := \begin{pmatrix} x1v1x & y1v1x \\ x2v1x & y2v1x \\ x3v1x & y3v1x \\ x4v1x & y4v1x \\ x5v1x & y5v1x \\ x2v1x & y2v1x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 6.667 & 0 \\ 5.467 & 0.45 \\ 6.067 & 0 \\ 5.467 & -0.45 \\ 6.667 & 0 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора швидкості *v1x* є точка *M1*. Тому задамо матрицю паралельного переносу П*v1* для переносу вектора *rv1x* в цю точку.

$$\Pi v1 := \begin{pmatrix} x(t1) & y(t1) \\ x(t1) & y(t1) \\ x(t1) & y(t1) \\ x(t1) & y(t1) \\ x(t1) & y(t1) \\ x(t1) & y(t1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 10 \\ 10 & 10 \\ 10 & 10 \\ 10 & 10 \\ 10 & 10 \\ 10 & 10 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *V1X* − вектор проекції швидкості *v1* на вісь *x*.

$$V1X := rv1x + \Pi v1 = \begin{pmatrix} 10 & 10 \\ 16.667 & 10 \\ 15.467 & 10.4 \\ 16.067 & 10 \\ 15.467 & 9.6 \\ 16.667 & 10 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення проекції вектора *v1* на вісь *y* – *v1y*.

$$x1v1y := 0 \qquad x2v1y := 0$$

$$y1v1y := 0 \qquad y2v1y := \frac{vy(t1)}{\mu v} = 16$$

$$x3v1y := x2v1y - 0.3 = -0.3 \qquad x4v1y := x2v1y = 0$$

$$y3v1y := y2v1y - 1.8 = 14.2 \qquad y4v1y := y2v1y - 0.8 = 15.2$$

$$x5v1y := -x3v1y = 0.3$$

$$y5v1y := y3v1y = 14.2$$

Отримуємо радіус-вектор *rv1y*.

$$rv1y := \begin{pmatrix} x1v1y & y1v1y \\ x2v1y & y2v1y \\ x3v1y & y3v1y \\ x4v1y & y4v1y \\ x5v1y & y5v1y \\ x2v1y & y2v1y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 16 \\ -0.3 & 14.2 \\ 0 & 15.2 \\ 0.3 & 14.2 \\ 0 & 16 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора швидкості *v1y* є точка *M1*.
Отримуємо вектор *V1Y* − вектор проекції швидкості *v1* на вісь *y*.

$$V1Y := rv1y + \Pi v1 = \begin{pmatrix} 10 & 10 \\ 10 & 26 \\ 10.3 & 24.2 \\ 10 & 25.2 \\ 9.7 & 24.2 \\ 10 & 26 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора швидкості *v1*.

$$x1v1 := 0 \qquad x2v1 := \frac{|v(t1)|}{\mu v} = 17.333$$

$$y1v1 := 0 \qquad y2v1 := 0$$

$$x3v1 := x2v1 - 1.5 = 15.833 \qquad x4v1 := x2v1 - 0.9 = 16.433$$

$$y3v1 := y2v1 - 0.35 = -0.35 \qquad y4v1 := y2v1 = 0$$

$$x5v1 := x3v1 = 15.833$$

$$y5v1 := -y3v1 = 0.35$$

Отримуємо радіус-вектор *rv1*.

$$rv1 := \begin{pmatrix} x1v1 & y1v1 \\ x2v1 & y2v1 \\ x3v1 & y3v1 \\ x4v1 & y4v1 \\ x5v1 & y5v1 \\ x2v1 & y2v1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 17.333 & 0 \\ 15.833 & -0.35 \\ 16.433 & 0 \\ 15.833 & 0.35 \\ 17.333 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор швидкості *v1* спрямовано до вісі *x* під кутом $\varphi 1$. Задамо матрицю $\Phi v1$ для обертання вектора *rv1*.

$$\varphi 1 := atan\left(\frac{|vy(t1)|}{|vx(t1)|}\right) = 1.176$$

$$\Phi v1 := \begin{pmatrix} cos(\varphi 1) & sin(\varphi 1) \\ -sin(\varphi 1) & cos(\varphi 1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.385 & 0.923 \\ -0.923 & 0.385 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора швидкості *v1* є точка *M1*.

Отримуємо вектор *V1* − вектор швидкості *v1*.

$$V1 := rv1 \cdot \Phi v1 + \Pi v1 = \begin{pmatrix} 10 & 10 \\ 16.667 & 26 \\ 15.767 & 24.75 \\ 16.321 & 25.169 \\ 16.413 & 24.481 \\ 16.667 & 26 \end{pmatrix}$$

Для побудови векторів прискорень точок *M* спочатку задамо масштабний коефіцієнт μa=1.5m/s^2.

Будуємо вектор повного прискорення точки *M* в момент часу *t0*. Спочатку задамо точки, з яких складається зображення вектора.

$$x1a0 := 0 \qquad y2a0 := \frac{an(t0)}{\mu a} = 16$$

$$y1a0 := 0 \qquad x2a0 := 0$$

$$y3a0 := y2a0 - 1.2 = 14.8 \qquad y4a0 := y2a0 - 0.7 = 15.3$$

$$x3a0 := x2a0 + 0.4 = 0.4 \qquad x4a0 := x2a0 = 0$$

$$y5a0 := y3a0 = 14.8$$

$$x5a0 := -x3a0 = -0.4$$

Отримуємо радіус-вектор *ran0*.

$$ra0 := \begin{pmatrix} x1a0 & y1a0 \\ x2a0 & y2a0 \\ x3a0 & y3a0 \\ x4a0 & y4a0 \\ x5a0 & y5a0 \\ x2a0 & y2a0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 16 \\ 0.4 & 14.8 \\ 0 & 15.3 \\ -0.4 & 14.8 \\ 0 & 16 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора прискорення *a0* є точка *M0*. Тому задамо матрицю паралельного переносу П*a0* для переносу вектора *ran0* в цю точку.

$$\Pi a0 := \begin{pmatrix} x(t0) & y(t0) \\ x(t0) & y(t0) \\ x(t0) & y(t0) \\ x(t0) & y(t0) \\ x(t0) & y(t0) \\ x(t0) & y(t0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & -2 \\ 0 & -2 \\ 0 & -2 \\ 0 & -2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *A0* − вектор повного прискорення *a0*.

$$A0 := ra0 + \Pi a0 = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 14 \\ 0.4 & 12.8 \\ 0 & 13.3 \\ -0.4 & 12.8 \\ 0 & 14 \end{pmatrix}$$

Будуємо вектор повного прискорення точки *M* в момент часу *t2* та його дотичну та нормальну складові. Задамо точки, з яких складається зображення дотичної складової *aτ2* вектора повного прискорення – *a2*.

$$x1a\tau 2 := 0 \qquad x2a\tau 2 := \frac{a\tau(t2)}{\mu a} = 12.292$$

$$y1a\tau 2 := 0 \qquad y2va\tau 2 := 0$$

$$x3a\tau 2 := x2a\tau 2 - 1.5 = 10.792 \qquad x4a\tau 2 := x2a\tau 2 - 0.8 = 11.492$$

$$y3a\tau 2 := y2a\tau 2 + 0.35 = 0.35 \qquad y4a\tau 2 := y2a\tau 2 = 0$$

$$x5a\tau 2 := x3a\tau 2 = 10.792$$

$$y5a\tau 2 := -y3a\tau 2 = -0.35$$

Отримуємо радіус-вектор *rατ2*.

$$\mathbf{r\alpha\tau}2 := \begin{pmatrix} \mathbf{x}1\mathbf{a\tau}2 & \mathbf{y}1\mathbf{a\tau}2 \\ \mathbf{x}2\mathbf{a\tau}2 & \mathbf{y}2\mathbf{a\tau}2 \\ \mathbf{x}3\mathbf{a\tau}2 & \mathbf{y}3\mathbf{a\tau}2 \\ \mathbf{x}4\mathbf{a\tau}2 & \mathbf{y}4\mathbf{a\tau}2 \\ \mathbf{x}5\mathbf{a\tau}2 & \mathbf{y}5\mathbf{a\tau}2 \\ \mathbf{x}2\mathbf{a\tau}2 & \mathbf{y}2\mathbf{a\tau}2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 12.292 & 0 \\ 10.792 & 0.35 \\ 11.492 & 0 \\ 10.792 & -0.35 \\ 12.292 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор тангенційного прискорення *aτ2* спрямовано паралельно вектору швидкості *v2*. Тобто матриця *Φaτ2* дорівнює матриці *Φv2*.

Початковою точкою вектора тангенційного прискорення *aτ2* є точка *M2*. Тому задамо матрицю паралельного переносу П*a2* для переносу вектора *rατ2* в цю точку.

$$\mathbf{\Pi a}2 := \begin{pmatrix} \mathbf{x}(\mathbf{t}2) & \mathbf{y}(\mathbf{t}2) \\ \mathbf{x}(\mathbf{t}2) & \mathbf{y}(\mathbf{t}2) \\ \mathbf{x}(\mathbf{t}2) & \mathbf{y}(\mathbf{t}2) \\ \mathbf{x}(\mathbf{t}2) & \mathbf{y}(\mathbf{t}2) \\ \mathbf{x}(\mathbf{t}2) & \mathbf{y}(\mathbf{t}2) \\ \mathbf{x}(\mathbf{t}2) & \mathbf{y}(\mathbf{t}2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 5 & 1 \\ 5 & 1 \\ 5 & 1 \\ 5 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *Aτ2* − вектор тангенційного прискорення *aτ2*.

$$\mathbf{A\tau}2 := \mathbf{r\alpha\tau}2 \cdot \mathbf{\Phi a\tau}2 + \mathbf{\Pi a}2 = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 12.869 & 10.433 \\ 11.64 & 9.514 \\ 12.357 & 9.828 \\ 12.177 & 9.006 \\ 12.869 & 10.433 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора нормального прискорення *an2*.

$$x1an2 := 0 \qquad x2an2 := \frac{|an(t2)|}{\mu a} = 10.243$$

$$y1an2 := 0 \qquad y2an2 := 0$$

$$x3an2 := x2an2 - 1.5 = 8.743 \qquad x4an2 := x2an2 - 0.8 = 9.443$$

$$y3an2 := y2an2 + 0.35 = 0.35 \qquad y4an2 := y2an2 = 0$$

$$x5an2 := x3an2 = 8.743$$

$$y5an2 := -y3an2 = -0.35$$

Отримуємо радіус-вектор *ran2*.

$$ran2 := \begin{pmatrix} x1an2 & y1an2 \\ x2an2 & y2an2 \\ x3an2 & y3an2 \\ x4an2 & y4an2 \\ x5an2 & y5an2 \\ x2an2 & y2an2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 10.243 & 0 \\ 8.743 & 0.35 \\ 9.443 & 0 \\ 8.743 & -0.35 \\ 10.243 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор нормального прискорення *an2* спрямовано перпендикулярно до вектора тангенційного прискорення *aτ2*, тобто до вісі *x* під кутом *φ3*. Задамо матрицю *Φan2* для обертання вектора *ran2*.

$$\varphi 3 := 133^0$$

$$\Phi an2 := \begin{pmatrix} cos(\varphi 3) & sin(\varphi 3) \\ -sin(\varphi 3) & cos(\varphi 3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.682 & 0.731 \\ -0.731 & -0.682 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора нормального прискорення *an2* є точка *M2*. Отримуємо вектор *An2* − вектор нормального прискорення *an2*.

$$An2 := ran2 \cdot \Phi an2 + \Pi a2 = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -1.986 & 8.491 \\ -1.219 & 7.633 \\ -1.44 & 7.906 \\ -0.707 & 7.155 \\ -1.986 & 8.491 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення проекції вектора повного прискорення − *a2*.

$$x1a2 := 0 \qquad x2a2 := 0$$

$$y1a2 := 0 \qquad y2a2 := \frac{ay(t2)}{\mu a} = 16$$

$$x3a2 := x2a2 + 0.35 = 0.35 \qquad x4a2 := x2a2 = 0$$

$$y3a2 := y2a2 - 1.5 = 14.5 \qquad y4a2 := y2a2 - 0.8 = 15.2$$

$$x5a2 := -x3a2 = -0.35$$

$$y5a2 := y3a2 = 14.5$$

Отримуємо радіус-вектор *ra2*.

$$ra2 := \begin{pmatrix} x1a2 & y1a2 \\ x2a2 & y2a2 \\ x3a2 & y3a2 \\ x4a2 & y4a2 \\ x5a2 & y5a2 \\ x2a2 & y2a2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 16 \\ 0.35 & 14.3 \\ 0 & 15.2 \\ -0.35 & 14.5 \\ 0 & 16 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора повного прискорення *a2* є точка *M2*. Отримуємо вектор *A2* − вектор повного прискорення *a2*.

$$A2 := ra2 + \Pi a2 = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 5 & 17 \\ 5.35 & 15.5 \\ 5 & 16.2 \\ 4.65 & 15.5 \\ 5 & 17 \end{pmatrix}$$

Будуємо вектор повного прискорення точки *M* в момент часу *t1* та його дотичну та нормальну складові. Задамо точки, з яких складається зображення дотичної складової *aτ1* вектора повного прискорення – *a1*.

$$x1a\tau1 := 0 \qquad x2a\tau1 := \frac{a\tau(t1)}{\mu a} = 14.769$$

$$y1a\tau1 := 0 \qquad y2va\tau1 := 0$$

$$x3a\tau1 := x2a\tau1 - 1.5 = 13.269 \qquad x4a\tau1 := x2a\tau1 - 0.8 = 13.969$$

$$y3a\tau1 := y2a\tau1 + 0.35 = 0.35 \qquad y4a\tau1 := y2a\tau1 = 0$$

$$x5a\tau1 := x3a\tau1 = 13.269$$

$$y5a\tau1 := -y3a\tau1 = -0.35$$

Отримуємо радіус-вектор *raτ1*.

$$ra\tau 1 := \begin{pmatrix} x1a\tau 1 & y1a\tau 1 \\ x2a\tau 1 & y2a\tau 1 \\ x3a\tau 1 & y3a\tau 1 \\ x4a\tau 1 & y4a\tau 1 \\ x5a\tau 1 & y5a\tau 1 \\ x2a\tau 1 & y2a\tau 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 14.769 & 0 \\ 13.269 & 0.35 \\ 13.969 & 0 \\ 13.269 & -0.35 \\ 14.769 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор тангенційного прискорення *aτ1* спрямовано параллельно вектору швидкості *v1*. Тобто матриця *Фaτ1* дорівнює матриці *Фv1*.

Початковою точкою вектора тангенційного прискорення *aτ1* є точка *M1*. Тому задамо матрицю паралельного переносу П*a1* для переносу вектора *raτ1* в цю точку.

$$\Pi a1 := \begin{pmatrix} x(t1) & y(t1) \\ x(t1) & y(t1) \\ x(t1) & y(t1) \\ x(t1) & y(t1) \\ x(t1) & y(t1) \\ x(t1) & y(t1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 10 \\ 10 & 10 \\ 10 & 10 \\ 10 & 10 \\ 10 & 10 \\ 10 & 10 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *Aτ1* − вектор тангенційного прискорення *aτ1*.

$$A\tau 1 := ra\tau 1 \cdot \Phi a\tau 1 + \Pi a1 = \begin{pmatrix} 10 & 10 \\ 15.68 & 23.633 \\ 14.78 & 22.383 \\ 15.373 & 22.895 \\ 15.427 & 22.114 \\ 15.68 & 22.633 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора нормального прискорення *an1*.

$$x1an1 := 0 \qquad x2an1 := \frac{|an(t1)|}{\mu a} = 6.154$$

$$y1an1 := 0 \qquad y2an1 := 0$$

$$x3an1 := x2an1 - 1.2 = 4.954 \qquad x4an1 := x2an1 - 0.8 = 5.354$$

$$y3an1 := y2an1 + 0.35 = 0.35 \qquad y4an1 := y2an1 = 0$$

$$x5an1 := x3an1 = 4.954$$

$$y5an1 := -y3an1 = -0.35$$

Отримуємо радіус-вектор *ran1*.

$$ran1 := \begin{pmatrix} x1an1 & y1an1 \\ x2an1 & y2an1 \\ x3an1 & y3an1 \\ x4an1 & y4an1 \\ x5an1 & y5an1 \\ x2an1 & y2an1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 6.154 & 0 \\ 4.954 & 0.35 \\ 5.354 & 0 \\ 4.954 & -0.35 \\ 6.154 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор нормального прискорення *an1* спрямовано перпендикулярно до вектора тангенційного прискорення $a\tau 1$, тобто до вісі x під кутом $\varphi 4$. Задамо матрицю *Фan1* для обертання вектора *ran1*.

$$\varphi 4 := 135^0$$

$$\Phi an1 := \begin{pmatrix} cos(\varphi 4) & sin(\varphi 4) \\ -sin(\varphi 4) & cos(\varphi 4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.707 & 0.707 \\ -0.707 & -0.707 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора нормального прискорення *an1* є точка *M1*. Отримуємо вектор *An1* − вектор нормального прискорення *an1*.

$$An1 := ran1 \cdot \Phi an1 + \Pi a1 = \begin{pmatrix} 10 & 10 \\ 5.649 & 14.351 \\ 6.25 & 13.255 \\ 6.214 & 13.786 \\ 6.745 & 13.75 \\ 5.649 & 14.351 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення проекції вектора повного прискорення – *a1*.

$$x1a1 := 0 \qquad x2a1 := 0$$

$$y1a1 := 0 \qquad y2a1 := \frac{ay(t1)}{\mu a} = 16$$

$$x3a1 := x2a1 + 0.25 = 0.25 \qquad x4a1 := x2a1 = 0$$

$$y3a1 := y2a1 - 1.8 = 14.2 \qquad y4a1 := y2a1 - 0.8 = 15.2$$

$$x5a1 := -x3a1 = -0.35$$

$$y5a1 := y3a1 = 14.2$$

Отримуємо радіус-вектор *ra1*.

$$ra1 := \begin{pmatrix} x1a1 & y1a1 \\ x2a1 & y2a1 \\ x3a1 & y3a1 \\ x4a1 & y4a1 \\ x5a1 & y5a1 \\ x2a1 & y2a1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 16 \\ 0.25 & 14.2 \\ 0 & 15.2 \\ -0.25 & 14.2 \\ 0 & 16 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора повного прискорення *a1* є точка *M1*. Отримуємо вектор *A1* − вектор повного прискорення *a1*.

$$A1 := ra1 + \Pi a1 = \begin{pmatrix} 10 & 10 \\ 10 & 26 \\ 10.25 & 24.2 \\ 10 & 25.2 \\ 9.75 & 24.2 \\ 10 & 26 \end{pmatrix}$$

Додаток №2. Дослідження параметрів поступального та обертального рухів твердого тіла

Для побудови векторів швидкостей точок механізма спочатку задамо масштабний коефіцієнт μv=1.5m/s.

Будуємо вектор швидкості точки *A*. Спочатку задамо точки, з яких складається зображення вектора.

$$x1vA := 0 \qquad x2vA := 0$$

$$y1vA := 0 \qquad y2vA := \frac{vA}{\mu v} = 51.33$$

$$x3vA := x1vA + 3 = 3 \qquad x4vA := 0$$

$$y3vA := y2vA - 8 = 43.33 \qquad y4vA := y2vA - 5 = 46.33$$

$$x5vA := -x3vA = -3$$

$$y5vA := y3vA = 43.33$$

Отримуємо радіус-вектор *rvA*.

$$rvA := -\begin{pmatrix} x1vA & y1vA \\ x2vA & y2vA \\ x3vA & y3vA \\ x4vA & y4vA \\ x5vA & y5vA \\ x2vA & y2vA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -51.33 \\ -3 & -43.33 \\ 0 & -46.33 \\ 3 & -43.33 \\ 0 & -51.33 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора швидкості *vA* є точка *A*. Тому задамо матрицю паралельного переносу П*vA* для переносу вектора *rvA* в цю точку.

$$\Pi vA := \begin{pmatrix} R2 & 0 \\ R2 & 0 \\ R2 & 0 \\ R2 & 0 \\ R2 & 0 \\ R2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 80 & 0 \\ 80 & 0 \\ 80 & 0 \\ 80 & 0 \\ 80 & 0 \\ 80 & 0 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *VA* − вектор швидкості точки *A*.

$$VA := rvA + \Pi vA = \begin{pmatrix} 80 & 0 \\ 80 & -51.33 \\ 77 & -43.33 \\ 80 & -46.33 \\ 83 & -43.33 \\ 80 & -51.33 \end{pmatrix}$$

Будуємо вектор швидкості точки *B*. Спочатку задамо точки, з яких складається зображення вектора.

$$x1vB := 0 \qquad x2vB := \frac{vB}{\mu v} = 32.083$$
$$y1vB := 0 \qquad y2vB := = 0$$
$$x3vB := x1vB - 8 = 24.083 \qquad x4vB := x2vB - 5 = 27.083$$
$$y3vB := y2vB - 3 = -3 \qquad y4vB := y2vB = 0$$
$$x5vB := x3vB = 24.083$$
$$y5vB := -y3vB = 3$$

Отримуємо радіус-вектор *rvB*.

$$rvB := -\begin{pmatrix} x1vB & y1vB \\ x2vB & y2vB \\ x3vB & y3vB \\ x4vB & y4vB \\ x5vB & y5vB \\ x2vB & y2vB \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -32.083 & 0 \\ -24.083 & -3 \\ -27.083 & 0 \\ -24.083 & 3 \\ -32.083 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор швидкості точки *B* проходить по дотичній до внутрішнього обода шківа *2*. Тому необхідно ввести матрицю повороту Ф*vB*.

$$\varphi B := 52^0$$
$$\Phi vB := \begin{pmatrix} cos(\varphi B) & sin(\varphi B) \\ -sin(\varphi B) & cos(\varphi B) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.616 & 0.788 \\ -0.788 & 0.616 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора швидкості *vB* є точка *B*. Тому задамо матрицю паралельного переносу П*vB* для переносу вектора *rvB* в цю точку.

$$\Pi vB := \begin{pmatrix} r2\cdot cos\left(30^0\right) & -r2\cdot sin\left(30^0\right) \\ r2\cdot cos\left(30^0\right) & -r2\cdot sin\left(30^0\right) \\ r2\cdot cos\left(30^0\right) & -r2\cdot sin\left(30^0\right) \\ r2\cdot cos\left(30^0\right) & -r2\cdot sin\left(30^0\right) \\ r2\cdot cos\left(30^0\right) & -r2\cdot sin\left(30^0\right) \\ r2\cdot cos\left(30^0\right) & -r2\cdot sin\left(30^0\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 43.301 & -25 \\ 43.301 & -25 \\ 43.301 & -25 \\ 43.301 & -25 \\ 43.301 & -25 \\ 43.301 & -25 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *VB* − вектор швидкості точки *B*.

$$VB := rvB\cdot \Phi vB + \Pi vB = \begin{pmatrix} 43.301 & -25 \\ 23.549 & -50.282 \\ 26.11 & -42.131 \\ 26.627 & -46.342 \\ 30.838 & -45.825 \\ 23.549 & -50.282 \end{pmatrix}$$

Будуємо вектор швидкості точки *C*. Спочатку задамо точки, з яких складається зображення вектора.

$$x1vC := 0 \qquad x2vC := \frac{vC}{\mu v} = 32.083$$

$$y1vC := 0 \qquad y2vC := == 0$$

$$x3vC := x1vC - 8 = 24.083 \qquad x4vC := x2vC - 5 = 27.083$$

$$y3vC := y2vC - 3 = -3 \qquad y4vC := y2vC = 0$$

$$x5vC := x3vC = 24.083$$

$$y5vC := -y3vC = 3$$

Отримуємо радіус-вектор *rvC*.

$$rvC := -\begin{pmatrix} x1vC & y1vC \\ x2vC & y2vC \\ x3vC & y3vC \\ x4vC & y4vC \\ x5vC & y5vC \\ x2vC & y2vC \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -32.083 & 0 \\ -24.083 & -3 \\ -27.083 & 0 \\ -24.083 & 3 \\ -32.083 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор швидкості точки *C* проходить по дотичній до зовнішнього обода шківа *3*, причому точки *B* і *C* належать одному пасу. Тому:

$$\Phi vC := \Phi vB = \begin{pmatrix} 0.616 & 0.788 \\ -0.788 & 0.616 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора швидкості *vC* є точка *C*. Тому задамо матрицю паралельного переносу П*vC* для переносу вектора *rvC* в цю точку.

$$\Pi vC := \begin{pmatrix} -R3 \cdot cos(30^0) & R3 \cdot sin(30^0) \\ -R3 \cdot cos(30^0) & R3 \cdot sin(30^0) \\ -R3 \cdot cos(30^0) & R3 \cdot sin(30^0) \\ -R3 \cdot cos(30^0) & R3 \cdot sin(30^0) \\ -R3 \cdot cos(30^0) & R3 \cdot sin(30^0) \\ -R3 \cdot cos(30^0) & R3 \cdot sin(30^0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -43.301 & 25 \\ -43.301 & 25 \\ -43.301 & 25 \\ -43.301 & 25 \\ -43.301 & 25 \\ -43.301 & 25 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *VC* − вектор швидкості точки *C*.

$$VC := rvC \cdot \Phi vC + \Pi vC = \begin{pmatrix} -43.301 & 25 \\ -69.282 & 13.719 \\ -61.121 & 21.993 \\ -63.627 & 17.815 \\ -61.121 & 21.993 \\ -69.282 & 13.719 \end{pmatrix}$$

Будуємо вектор швидкості точки *M*. Спочатку задамо точки, з яких складається зображення вектора.

$$x1vM := 0 \qquad x2vM := \frac{vM}{\mu v} = 18.873$$

$$y1vM := 0 \qquad y2vM := == 0$$

$$x3vM := x1vM - 6 = 12.873 \qquad x4vM := x2vM - 4 = 14.873$$

$$y3vM := y2vM - 3 = -3 \qquad y4vM := y2vM = 0$$

$$x5vM := x3vM = 12.873$$

$$y5vM := -y3vM = 3$$

Отримуємо радіус-вектор *rvM*.

$$rvM := -\begin{pmatrix} x1vM & y1vM \\ x2vM & y2vM \\ x3vM & y3vM \\ x4vM & y4vM \\ x5vM & y5vM \\ x2vM & y2vM \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -18.873 & 0 \\ -12.873 & -3 \\ -14.873 & 0 \\ -12.873 & 3 \\ -18.873 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор швидкості точки *M* проходить по дотичній до внутрішнього обода шківа *3*, причому точки *B* і *C* лежать на одній прямій. Тому:

$$\Phi vM := \Phi vC = \begin{pmatrix} 0.616 & 0.788 \\ -0.788 & 0.616 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора швидкості *vM* є точка *M*. Тому задамо матрицю паралельного переносу П*vM* для переносу вектора *rvM* в цю точку.

$$\Pi vM := \begin{pmatrix} -r3 \cdot cos\left(30^0\right) & r3 \cdot sin\left(30^0\right) \\ -r3 \cdot cos\left(30^0\right) & r3 \cdot sin\left(30^0\right) \\ -r3 \cdot cos\left(30^0\right) & r3 \cdot sin\left(30^0\right) \\ -r3 \cdot cos\left(30^0\right) & r3 \cdot sin\left(30^0\right) \\ -r3 \cdot cos\left(30^0\right) & r3 \cdot sin\left(30^0\right) \\ -r3 \cdot cos\left(30^0\right) & r3 \cdot sin\left(30^0\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -34.641 & 20 \\ -34.641 & 20 \\ -34.641 & 20 \\ -34.641 & 20 \\ -34.641 & 20 \\ -34.641 & 20 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *VM* − вектор швидкості точки *M*.

$$VM := rvM \cdot \Phi vM + \Pi vM = \begin{pmatrix} -34.641 & 20 \\ -45.466 & 4.541 \\ -44.482 & 11.176 \\ -43.172 & 7.817 \\ -39.567 & 7.735 \\ -45.466 & 4.541 \end{pmatrix}$$

Для побудови векторів прискорень точок механізма спочатку задамо масштабний коефіцієнт μa=1.5m/s^2.

Будуємо вектор повного прискорення точки *A* та його доцентрову та вісенапрямну складові. Задамо точки, з яких складається зображення вісенапрямної складової $a\tau A$ вектора повного прискорення – aA.

$$x1a\tau A := 0 \qquad y2a\tau A := \frac{a\tau A}{\mu a} = 48$$

$$y1a\tau A := 0 \qquad x2a\tau A := 0$$

$$y3a\tau A := y2a\tau A - 8 = 40 \qquad y4a\tau A := y2a\tau A - 5 = 43$$

$$x3a\tau A := x2a\tau 2 - 3 = -3 \qquad x4a\tau A := x2a\tau A = 0$$

$$x5a\tau A := -x3a\tau A = 3$$

$$y5a\tau A := y3a\tau A = 40$$

Отримуємо радіус-вектор $ra\tau A$.

$$ra\tau A := -\begin{pmatrix} x1a\tau A & y1a\tau A \\ x2a\tau A & y2a\tau A \\ x3a\tau A & y3a\tau A \\ x4a\tau A & y4a\tau A \\ x5a\tau A & y5a\tau A \\ x2a\tau A & y2a\tau A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -48 \\ 3 & -40 \\ 0 & -43 \\ -3 & -40 \\ 0 & -48 \end{pmatrix}$$

Вектор вісенапрямного прискорення $a\tau A$ спрямовано паралельно вектору швидкості *VA*. Початковою точкою вектора вісенапрямного прискорення $a\tau A$ є точка *A*. Тому задамо матрицю паралельного переносу ΠaA для переносу вектора $ra\tau A$ в цю точку.

$$\Pi a\tau A := \Pi vA = \begin{pmatrix} 80 & 0 \\ 80 & 0 \\ 80 & 0 \\ 80 & 0 \\ 80 & 0 \\ 80 & 0 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор $Va\tau A$ – вектор вісенапрямного прискорення точки *A*.

$$VatA := ratA + \Pi aA = \begin{pmatrix} 80 & 0 \\ 80 & -48 \\ 83 & -40 \\ 80 & -43 \\ 77 & -40 \\ 80 & -48 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора доценьрового прискорення *anA*.

$$x1anA := 0 \qquad x2anA := \frac{anA}{\mu a} = 49.408$$
$$y1anA := 0 \qquad y2anA := 0$$
$$x3anA := x2anA - 8 = 41.408 \qquad x4anA := x2anA - 5 = 44.408$$
$$y3anA := y2anA - 3 = -3 \qquad y4anA := y2anA = 0$$
$$x5anA := x3anA = 41.408$$
$$y5anA := -y3anA = 3$$

Отримуємо радіус-вектор *ranA*.

$$ranA := -\begin{pmatrix} x1anA & y1anA \\ x2anA & y2anA \\ x3anA & y3anA \\ x4anA & y4anA \\ x5anA & y5anA \\ x2anA & y2anA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -49.408 & 0 \\ -41.408 & 3 \\ -44.408 & 0 \\ -41.408 & -3 \\ -49.408 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор доцентрового прискорення *anA* спрямовано перпендикулярно до вектора вісенапрямного прискорення *atA*, тобто до вісі *x* під кутом *φ1*. Задамо матрицю *ФanA* для обертання вектора *ranA*.

$$\varphi 1 := 90^0$$
$$\Phi anA := \begin{pmatrix} cos(\varphi 1) & sin(\varphi 1) \\ -sin(\varphi 1) & cos(\varphi 1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора нормального прискорення *anA* є точка *A*. Тобто:

$$\Pi anA := \Pi a\tau A = \begin{pmatrix} 80 & 0 \\ 80 & 0 \\ 80 & 0 \\ 80 & 0 \\ 80 & 0 \\ 80 & 0 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *VanA* − вектор доцентрового прискорення точки *A*.

$$VanA := ranA \cdot \Phi anA + \Pi anA = \begin{pmatrix} 80 & 0 \\ 30.592 & 0 \\ 38.592 & 3 \\ 35.592 & 0 \\ 38.592 & -3 \\ 30.592 & 0 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора повного прискорення точки *A* − *aA*.

$$x1aA := 0 \qquad x2aA := \frac{aA}{\mu a} = 68.885$$
$$y1aA := 0 \qquad y2aA := 0$$
$$x3aA := x2aA - 8 = 60.885 \qquad x4aA := x2aA - 5 = 63.885$$
$$y3aA := y2aA - 3 = -3 \qquad y4aA := y2aA = 0$$
$$x5aA := x3aA = 60.885$$
$$y5aA := -y3aA = 3$$

Отримуємо радіус-вектор *raA*.

$$raA := -\begin{pmatrix} x1aA & y1aA \\ x2aA & y2aA \\ x3aA & y3aA \\ x4aA & y4aA \\ x5aA & y5aA \\ x2aA & y2aA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -68.885 & 0 \\ -60.885 & -3 \\ -63.885 & 0 \\ -60.885 & 3 \\ -68.885 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор повного прискорення *aA* спрямовано до вісі *x* під кутом 45^0. За-

дамо матрицю *ФаА* для обертання вектора *raA*.

$$\Phi aA := \begin{pmatrix} \cos(45^0) & \sin(45^0) \\ -\sin(45^0) & \cos(45^0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.707 & 0.707 \\ -0.707 & 0.707 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора повного прискорення *аА* є точка *А*. Тобто;

$$\Pi aA := \Pi a\tau A = \begin{pmatrix} 80 & 0 \\ 80 & 0 \\ 80 & 0 \\ 80 & 0 \\ 80 & 0 \\ 80 & 0 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *VaA* – вектор повного прискорення точки *А*.

$$VaA := raA \cdot \Phi aA + \Pi aA = \begin{pmatrix} 80 & 0 \\ 31.291 & -48.709 \\ 34.826 & -40.931 \\ 34.826 & -45.174 \\ 39.069 & -45.174 \\ 31.291 & -48.709 \end{pmatrix}$$

Будуємо вектор повного прискорення точки *В* та його доцентрову та вісенапрямну складові. Задамо точки, з яких складається зображення вісенапрямної складової *аτВ* вектора повного прискорення – *аВ*.

$$x1a\tau B := 0 \qquad x2a\tau B := \frac{a\tau B}{\mu a} = 30$$

$$y1a\tau B := 0 \qquad y2a\tau B := 0$$

$$x3a\tau B := x2a\tau B - 8 = 22 \qquad x4a\tau B := x2a\tau B - 5 = 25$$

$$y3a\tau B := y2a\tau B - 3 = -3 \qquad y4a\tau B := y2a\tau B = 0$$

$$x5a\tau B := x3a\tau B = 22$$

$$y5a\tau B := -y3a\tau B = 3$$

Отримуємо радіус-вектор *raτB*.

$$ra\tau B := -\begin{pmatrix} x1a\tau B & y1a\tau B \\ x2a\tau B & y2a\tau B \\ x3a\tau B & y3a\tau B \\ x4a\tau B & y4a\tau B \\ x5a\tau B & y5a\tau B \\ x2a\tau B & y2a\tau B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -30 & 0 \\ -22 & 3 \\ -25 & 0 \\ -22 & -3 \\ -30 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор вісенапрямного прискорення $a\tau B$ спрямовано параллельно вектору швидкості VB. Тобто:

$$\Phi a\tau B := \Phi vB = \begin{pmatrix} 0.616 & 0.788 \\ -0.788 & 0.616 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора вісенапрямного прискорення $a\tau B$ є точка B. Тому задамо матрицю паралельного переносу ΠaB для переносу вектора $ra\tau B$ в цю точку.

$$\Pi a\tau B := \Pi vB = \begin{pmatrix} 43.301 & -25 \\ 43.301 & -25 \\ 43.301 & -25 \\ 43.301 & -25 \\ 43.301 & -25 \\ 43.301 & -25 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор $Va\tau B$ – вектор вісенапрямного прискорення точки B.

$$Va\tau B := ra\tau B \cdot \Phi a\tau B + \Pi a\tau B = \begin{pmatrix} 43.301 & -25 \\ 24.831 & -48.64 \\ 27.393 & -40.489 \\ 27.91 & -44.7 \\ 32.121 & -44.183 \\ 24.831 & -48.64 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора доцентрового прискорення anB.

$$x1anB := 0 \qquad x2anB := \frac{anB}{\mu a} = 30.88$$

$$y1anB := 0 \qquad y2anB := 0$$

$$x3anB := x2anB - 8 = 22.88 \qquad x4anB := x2anB - 5 = 25.88$$

$$y3anB := y2anB - 3 = -3 \qquad y4anB := y2anB = 0$$

$$x5anB := x3anB = 22.88$$

$$y5anB := -y3anB = 3$$

Отримуємо радіус-вектор *ranB*.

$$ranB := -\begin{pmatrix} x1anB & y1anB \\ x2anB & y2anB \\ x3anB & y3anB \\ x4anB & y4anB \\ x5anB & y5anB \\ x2anB & y2anB \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -30.88 & 0 \\ -22.88 & 3 \\ -25.88 & 0 \\ -22.88 & -3 \\ -30.88 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор доцентрового прискорення *anB* спрямовано перпендикулярно до вектора вісенапрямного прискорення *aτB*, тобто до вісі *x* під кутом *φ2*. Задамо матрицю *ΦanB* для обертання вектора *ranB*.

$$\varphi 2 := 150^0$$

$$\Phi anB := \begin{pmatrix} cos(\varphi 2) & sin(\varphi 2) \\ -sin(\varphi 2) & cos(\varphi 2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.866 & 0.5 \\ -0.5 & -0.866 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора нормального прискорення *anB* є точка *B*. Тобто:

$$\Pi anB := \Pi a\tau B = \begin{pmatrix} 43.301 & -25 \\ 43.301 & -25 \\ 43.301 & -25 \\ 43.301 & -25 \\ 43.301 & -25 \\ 43.301 & -25 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *VanB* − вектор доцентрового прискорення точки *B*.

$$VanB := ranB \cdot \Phi anB + \Pi anB = \begin{pmatrix} 43.301 & -25 \\ 16.558 & -9.56 \\ 24.986 & -10.962 \\ 20.888 & -12.06 \\ 21.986 & -16.158 \\ 16.558 & -9.56 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора повного прискорення точки B – aB.

$$x1aB := 0 \qquad x2aB := \frac{aB}{\mu a} = 35.878$$
$$y1aB := 0 \qquad y2aB := 0$$
$$x3aB := x2aB - 8 = 27.878 \qquad x4aB := x2aB - 5 = 30.878$$
$$y3aB := y2aB - 3 = -3 \qquad y4aB := y2aB = 0$$
$$x5aB := x3aB = 27.878$$
$$y5aB := -y3aB = 3$$

Отримуємо радіус-вектор raB.

$$raB := \begin{pmatrix} x1aB & y1aB \\ x2aB & y2aB \\ x3aB & y3aB \\ x4aB & y4aB \\ x5aB & y5aB \\ x2aB & y2aB \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 35.878 & 0 \\ 27.878 & -3 \\ 30.878 & 0 \\ 27.878 & 3 \\ 35.878 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор повного прискорення aB спрямовано до вісі x під кутом 190^0. Задамо матрицю ΦaB для обертання вектора raB.

$$\Phi aB := \begin{pmatrix} \cos(190^0) & \sin(190^0) \\ -\sin(190^0) & \cos(190^0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.985 & -0.174 \\ 0.174 & -0.985 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора повного прискорення aB є точка B. Тобто;

$$\Pi aB := \Pi a\tau B = \begin{pmatrix} 43.301 & -25 \\ 43.301 & -25 \\ 43.301 & -25 \\ 43.301 & -25 \\ 43.301 & -25 \\ 43.301 & -25 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *VaB* − вектор повного прискорення точки *B*.

$$VaB := raB \cdot \Phi aB + \Pi aB = \begin{pmatrix} 43.301 & -25 \\ 7.969 & -31.23 \\ 15.326 & -26.886 \\ 12.893 & -30.362 \\ 16.368 & -32.795 \\ 7.969 & -31.23 \end{pmatrix}$$

Будуємо вектор повного прискорення точки *C* та його доцентрову та вісенапрямну складові. Задамо точки, з яких складається зображення вісенапрямної складової *aτC* вектора повного прискорення – *aC*.

$$x1a\tau C := 0 \qquad x2a\tau C := \frac{a\tau C}{\mu a} = 35.294$$

$$y1a\tau C := 0 \qquad y2a\tau C := 0$$

$$x3a\tau C := x2a\tau C - 8 = 27.294 \qquad x4a\tau C := x2a\tau C - 5 = 30.294$$

$$y3a\tau C := y2a\tau C - 3 = -3 \qquad y4a\tau C := y2a\tau C = 0$$

$$x5a\tau C := x3a\tau C = 27.294$$

$$y5a\tau C := -y3a\tau C = 3$$

Отримуємо радіус-вектор *raτC*.

$$ra\tau C := -\begin{pmatrix} x1a\tau C & y1a\tau C \\ x2a\tau C & y2a\tau C \\ x3a\tau C & y3a\tau C \\ x4a\tau C & y4a\tau C \\ x5a\tau C & y5a\tau C \\ x2a\tau C & y2a\tau C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -35.294 & 0 \\ -27.294 & 3 \\ -30.294 & 0 \\ -27.294 & -3 \\ -35.294 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор вісенапрямного прискорення $a\tau C$ спрямовано паралельно вектору швидкості VC. Тобто:

$$\Phi a\tau C := \Phi vC = \begin{pmatrix} 0.616 & 0.788 \\ -0.788 & 0.616 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора вісенапрямного прискорення $a\tau C$ є точка C. Тому задамо матрицю паралельного переносу ΠaC для переносу вектора $ra\tau C$ в цю точку.

$$\Pi a\tau C := \Pi vC = \begin{pmatrix} -69.282 & 40 \\ -69.282 & 40 \\ -69.282 & 40 \\ -69.282 & 40 \\ -69.282 & 40 \\ -69.282 & 40 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор $Va\tau C$ – вектор вісенапрямного прискорення точки C.

$$Va\tau C := ra\tau C \cdot \Phi a\tau C + \Pi a\tau C = \begin{pmatrix} -69.282 & 40 \\ -91.011 & 12.188 \\ -88.45 & 20.339 \\ -87.933 & 16.128 \\ -83.722 & 16.645 \\ -91.011 & 12.188 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора доцентрового прискорення anC.

$$x1anC := 0 \qquad x2anC := \frac{anC}{\mu a} = 22.706$$

$$y1anC := 0 \qquad y2anC := 0$$

$$x3anC := x2anC - 8 = 14.706 \qquad x4anC := x2anC - 5 = 17.706$$

$$y3anC := y2anC - 3 = -3 \qquad y4anC := y2anC = 0$$

$$x5anC := x3anC = 14.706$$

$$y5anC := -y3anC = 3$$

Отримуємо радіус-вектор $ranC$.

$$ranC := -\begin{pmatrix} x1anC & y1anC \\ x2anC & y2anC \\ x3anC & y3anC \\ x4anC & y4anC \\ x5anC & y5anC \\ x2anC & y2anC \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -22.706 & 0 \\ -14.706 & 3 \\ -17.706 & 0 \\ -14.706 & -3 \\ -22.706 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор доцентрового прискорення anC спрямовано перпендикулярно до вектора вісенапрямного прискорення $a\tau C$. Виходячі з того, що вектори вісенапрямних прискорень точок B і C знаходяться на одній лінії, то:

$$\Phi anC := \Phi anB = \begin{pmatrix} -0.866 & 0.5 \\ -0.5 & -0.866 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора нормального прискорення anC є точка C. Тобто:

$$\Pi anC := \Pi a\tau C = \begin{pmatrix} -69.282 & 40 \\ -69.282 & 40 \\ -69.282 & 40 \\ -69.282 & 40 \\ -69.282 & 40 \\ -69.282 & 40 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор $VanC$ – вектор доцентрового прискорення точки C.

$$VanC := ranC \cdot \Phi anC + \Pi anC = \begin{pmatrix} -69.282 & 40 \\ -49.618 & 28.647 \\ -58.046 & 30.049 \\ -53.948 & 31.147 \\ -53.046 & 35.245 \\ -49.618 & 28.647 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора повного прискорення точки C – aC.

$$x1aC := 0 \qquad x2aC := \frac{aC}{\mu a} = 35.672$$

$$y1aC := 0 \qquad y2aC := 0$$

$$x3aC := x2aC - 8 = 27.672 \qquad x4aC := x2aC - 5 = 30.672$$

$$y3aC := y2aC - 3 = -3 \qquad y4aC := y2aC = 0$$

$$x5aC := x3aC = 27.672$$

$$y5aC := -y3aC = 3$$

Отримуємо радіус-вектор *raC*.

$$raC := -\begin{pmatrix} x1aC & y1aC \\ x2aC & y2aC \\ x3aC & y3aC \\ x4aC & y4aC \\ x5aC & y5aC \\ x2aC & y2aC \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -35.672 & 0 \\ -27.672 & -3 \\ -30.672 & 0 \\ -27.672 & 3 \\ -35.672 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор повного прискорення *aC* спрямовано до вісі *x* під кутом 190^0. Задамо матрицю *ФaC* для обертання вектора *raC*.

$$\Phi aC := \begin{pmatrix} \cos\left(190^0\right) & \sin\left(190^0\right) \\ -\sin\left(190^0\right) & \cos\left(190^0\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.985 & -0.174 \\ 0.174 & -0.985 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора повного прискорення *aC* є точка *C*. Тобто;

$$\Pi aC := \Pi a\tau C = \begin{pmatrix} -69.282 & 40 \\ -69.282 & 40 \\ -69.282 & 40 \\ -69.282 & 40 \\ -69.282 & 40 \\ -69.282 & 40 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *VaC* − вектор повного прискорення точки *C*.

$$VaC := raC \cdot \Phi aC + \Pi aC = \begin{pmatrix} -69.282 & 40 \\ -69.282 & 4.328 \\ -72.282 & 12.328 \\ -69.282 & 9.328 \\ -66.282 & 12.328 \\ -69.282 & 4.328 \end{pmatrix}$$

Будуємо вектор повного прискорення точки *M* та його доцентрову та вісенапрямну складові. Задамо точки, з яких складається зображення вісеняпрямної складової *aτMC* вектора повного прискорення – *aM*.

$$x1a\tau M := 0 \qquad x2a\tau M := \frac{a\tau M}{\mu a} = 25$$

$$y1a\tau M := 0 \qquad y2a\tau M := 0$$

$$x3a\tau M := x2a\tau M - 8 = 17 \qquad x4a\tau M := x2a\tau M - 5 = 20$$

$$y3a\tau M := y2a\tau M - 3 = -3 \qquad y4a\tau M := y2a\tau M = 0$$

$$x5a\tau M := x3a\tau M = 17$$

$$y5a\tau M := -y3a\tau M = 3$$

Отримуємо радіус-вектор *raτM*.

$$ra\tau M := -\begin{pmatrix} x1a\tau M & y1a\tau M \\ x2a\tau M & y2a\tau M \\ x3a\tau M & y3a\tau M \\ x4a\tau M & y4a\tau M \\ x5a\tau M & y5a\tau M \\ x2a\tau M & y2a\tau M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -25 & 0 \\ -17 & 3 \\ -20 & 0 \\ -17 & -3 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор вісенапрямного прискорення *aτM* спрямовано параллельно вектору швидкості *VM*. Тобто:

$$\Phi a\tau M := \Phi vM = \begin{pmatrix} 0.616 & 0.788 \\ -0.788 & 0.616 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора вісенапрямного прискорення *aτM* є точка *M*. Тому задамо матрицю паралельного переносу П*aM* для переносу вектора *raτM* в цю точку.

$$\Pi a\tau M := \Pi vM = \begin{pmatrix} -34.641 & 20 \\ -34.641 & 20 \\ -34.641 & 20 \\ -34.641 & 20 \\ -34.641 & 20 \\ -34.641 & 20 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *VaτM*– вектор вісенапрямного прискорення точки *M*.

$$VaτM := raτM \cdot \Phi aτM + \Pi aτM = \begin{pmatrix} -34.641 & 20 \\ -50.033 & 0.3 \\ -47.471 & 8.451 \\ -46.954 & 4.24 \\ -42.743 & 4.757 \\ -50.033 & 0.3 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора доцентрового прискорення *anM*.

$$x1anM := 0 \qquad x2anM := \frac{anM}{\mu a} = 16.083$$

$$y1anM := 0 \qquad y2anM := 0$$

$$x3anM := x2anM - 8 = 8.083 \qquad x4anM := x2anM - 5 = 11.083$$

$$y3anM := y2anM - 3 = -3 \qquad y4anM := y2anM = 0$$

$$x5anM := x3anM = 8.083$$

$$y5anM := -y3anM = 3$$

Отримуємо радіус-вектор *ranM*.

$$ranM := -\begin{pmatrix} x1anM & y1anM \\ x2anM & y2anM \\ x3anM & y3anM \\ x4anM & y4anM \\ x5anM & y5anM \\ x2anM & y2anM \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -16.083 & 0 \\ -8.083 & 3 \\ -11.083 & 0 \\ -8.083 & -3 \\ -16.083 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор доцентрового прискорення *anM* спрямовано перпендикулярно

до вектора вісенапрямного прискорення $a\tau M$. Виходячі з того, що вектори доцентрових прискорень точок C і M знаходяться на одній лінії, то:

$$\Phi anM := \Phi anC = \begin{pmatrix} -0.866 & 0.5 \\ -0.5 & -0.866 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора нормального прискорення anM є точка M. Тобто:

$$\Pi anM := \Pi a\tau M = \begin{pmatrix} -34.641 & 20 \\ -34.641 & 20 \\ -34.641 & 20 \\ -34.641 & 20 \\ -34.641 & 20 \\ -34.641 & 20 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор $VanM$ − вектор доцентрового прискорення точки M.

$$VanM := ranM \cdot \Phi anM + \Pi anM = \begin{pmatrix} -34.641 & 20 \\ -20.712 & 11.958 \\ -29.141 & 13.36 \\ -25.042 & 14.458 \\ -26.141 & 18.556 \\ -20.712 & 11.958 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора повного прискорення точки M − aM.

$$x1aM := 0 \qquad x2aM := \frac{aM}{\mu a} = 27.44$$
$$y1aM := 0 \qquad y2aM := 0$$
$$x3aM := x2aM - 8 = 19.44 \qquad x4aM := x2aM - 5 = 22.44$$
$$y3aM := y2aM - 3 = -3 \qquad y4aM := y2aM = 0$$
$$x5aM := x3aM = 19.44$$
$$y5aM := -y3aM = 3$$

Отримуємо радіус-вектор raM.

$$raM := -\begin{pmatrix} x1aM & y1aM \\ x2aM & y2aM \\ x3aM & y3aM \\ x4aM & y4aM \\ x5aM & y5aM \\ x2aM & y2aM \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -27.44 & 0 \\ -19.44 & -3 \\ -22.44 & 0 \\ -19.44 & 3 \\ -27.44 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор повного прискорення *aM* спрямовано до вісі *x* під кутом 190^0. Задамо матрицю *ФaM* для обертання вектора *raM*.

$$\Phi aM := \begin{pmatrix} \cos\left(190^0\right) & \sin\left(190^0\right) \\ -\sin\left(190^0\right) & \cos\left(190^0\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.985 & -0.174 \\ 0.174 & -0.985 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора повного прискорення *aM* є точка *M*. Тобто;

$$\Pi aM := \Pi a\tau M = \begin{pmatrix} -34.641 & 20 \\ -34.641 & 20 \\ -34.641 & 20 \\ -34.641 & 20 \\ -34.641 & 20 \\ -34.641 & 20 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *VaM* − вектор повного прискорення точки *M*.

$$VaM := raM \cdot \Phi aM + \Pi aM = \begin{pmatrix} -34.641 & 20 \\ -34.641 & -7.44 \\ -37.641 & 0.56 \\ -34.641 & -2.44 \\ -31.641 & 0.56 \\ -34.641 & -7.44 \end{pmatrix}$$

Додаток №3. Кінематичне дослідження руху багатоланкового механізма

Побудуємо схему багатоланкового плоского механізма. Задамо координати вузлових точок ланок механізма.

Координати точки *O1*.

$$xO1 := 0 \qquad yO1 := 0$$

Координати точки *A*.

$$xA := O1A \cdot cos(\varphi) = 0.15 \qquad yA := O1A \cdot sin(\varphi) = 0.26$$

Координати точки *B*.

$$xB := xA + AB \cdot cos(\varphi 1) = 0.951 \qquad yB := -b = -0.15$$

Координати точки *C*.

$$xC := xA + AC \cdot cos(\beta) = 0.669 \qquad yC := yA + AC \cdot sin(\beta) = 0.286$$

Задамо матрицю координат для вузлових точок першої групи ланок механізма.

$$M := \begin{pmatrix} xO1 & yO1 \\ xA & yA \\ xB & yB \\ xC & yC \\ xA & yA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0.15 & 0.26 \\ 0.951 & -0.15 \\ 0.669 & 0.286 \\ 0.15 & 0.26 \end{pmatrix}$$

Координати точки *D*.

$$xD := xC + DC \cdot cos(\varphi 4) = 0.898 \qquad yD := O2D \cdot sin(\varphi 3) = 0.598$$

Координати точки *O2*.

$$xO2 := a = 1.1 \qquad yO2 := yO1 = 0$$

Задамо матрицю координат для вузлових точок другої групи ланок механізма.

$$M1 := \begin{pmatrix} xO2 & yO2 \\ xD & yD \\ xC & yC \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.1 & 0 \\ 0.898 & 0.598 \\ 0.669 & 0.286 \end{pmatrix}$$

Побудуємо план швидкостей механізма. Для побудови векторів швидкостей точок механізма спочатку задамо масштабний коефіцієнт μv=0.05m/s.

Задамо точки, з яких складається зображення вектора швидкості точки $A - vA$.

$$x1vA := 0 \qquad x2vA := \frac{-|vA|}{\mu v} = -56.549$$
$$y1vA := 0 \qquad y2vA := 0$$
$$x3vA := x2vA + 7 = -49.549 \qquad x4vA := x2vA + 5 = -51.549$$
$$y3vA := y2vA + 2 = 2 \qquad y4vA := y2vA = 0$$
$$x5vA := x3vA = -49.549$$
$$y5vA := -y3vA = -2$$

Отримуємо радіус-вектор *rvA*.

$$rvA := -\begin{pmatrix} x1vA & y1vA \\ x2vA & y2vA \\ x3vA & y3vA \\ x4vA & y4vA \\ x5vA & y5vA \\ x2vA & y2vA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -56.549 & 0 \\ -49.549 & 2 \\ -51.549 & 0 \\ -49.549 & -2 \\ -56.549 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор швидкості точки $A - vA$ спрямовано вздовж сторони *AB,* тобто до вісі *x* під кутом $-\varphi 1$. Задамо матрицю *ΦvA* для обертання вектора *rvA*.

$$\Phi vA := \begin{pmatrix} cos(\varphi 1) & sin(\varphi 1) \\ -sin(\varphi 1) & cos(\varphi 1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.89 & -0.455 \\ 0.455 & 0.89 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *a* − вектор швидкості точки *A*.

$$a := rvA \cdot \Phi vA = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -50.346 & 25.749 \\ -43.203 & 24.342 \\ -45.895 & 23.472 \\ -45.025 & 20.781 \\ -50.346 & 25.749 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора швидкості точки B – *vB*.

$$x1vB := 0 \qquad x2vB := \frac{-|vB|}{\mu v} = -74.627$$

$$y1vB := 0 \qquad y2vB := 0$$

$$x3vB := x2vB + 7 = -67.627 \qquad x4vB := x2vB + 5 = -69.627$$

$$y3vB := y2vB + 2 = 2 \qquad y4vB := y2vB = 0$$

$$x5vB := x3vB = -67.627$$

$$y5vB := -y3vB = -2$$

Отримуємо радіус-вектор *rvB*.

$$rvB := -\begin{pmatrix} x1vB & y1vB \\ x2vB & y2vB \\ x3vB & y3vB \\ x4vB & y4vB \\ x5vB & y5vB \\ x2vB & y2vB \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -74.627 & 0 \\ -67.627 & 2 \\ -69.627 & 0 \\ -67.627 & -2 \\ -74.627 & 0 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор b – вектор швидкості точки B.

$$b := rvB = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -74.627 & 0 \\ -67.627 & 2 \\ -69.627 & 0 \\ -67.627 & -2 \\ -74.627 & 0 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора швидкості *vBA*.

$$x1vBA := 0 \qquad x2vBA := \frac{|vB| - |vA|}{\mu v} = 36$$

$$y1vBA := 0 \qquad y2vBA := 0$$

$$x3vBA := x2vBA - 7 = 29 \qquad x4vBA := x2vBA - 5 = 31$$

$$y3vBA := y2vBA + 2 = 2 \qquad y4vBA := y2vBA = 0$$

$$x5vBA := x3vBA = 29$$

$$y5vBA := -y3vBA = -2$$

Отримуємо радіус-вектор *rvBA*.

$$rvBA := -\begin{pmatrix} x1vBA & y1vBA \\ x2vBA & y2vBA \\ x3vBA & y3vBA \\ x4vBA & y4vBA \\ x5vBA & y5vBA \\ x2vBA & y2vBA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 36 & 0 \\ 29 & 2 \\ 31 & 0 \\ 29 & -2 \\ 36 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор швидкості *vBA* спрямовано до вісі *x* під кутом 225^0. Задамо матрицю *ФvBA* для обертання вектора *rvBA*.

$$\Phi vBA := \begin{pmatrix} cos\left(225^0\right) & sin\left(225^0\right) \\ -sin\left(225^0\right) & cos\left(225^01\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.707 & -0.707 \\ 0.707 & -0.707 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора швидкості *vBA* є кінцева точка вектора швидкості *vA*. Задамо матрицю паралельного переносу *ПvBA*.

$$X2vA := -50.346 \qquad Y2vA := 25.749$$

$$\Pi vBA := \Pi a\tau M = \begin{pmatrix} X2vA & Y2vA \\ X2vA & Y2vA \\ X2vA & Y2vA \\ X2vA & Y2vA \\ X2vA & Y2vA \\ X2vA & Y2vA \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *ba* − вектор швидкості *VBA*.

$$ba := rvBA \cdot \Phi vAB + \Pi vBA = \begin{pmatrix} -50.346 & 25.749 \\ -75.802 & 0.293 \\ -69.438 & 3.829 \\ -72.266 & 3.829 \\ -72.266 & 6.657 \\ -75.802 & 0.293 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора швидкості точки *C* − *vC*.

$$x1vC := 0 \qquad x2vC := \frac{-|vC|}{\mu v} = -49.063$$
$$y1vC := 0 \qquad y2vC := 0$$
$$x3vC := x2vC + 7 = -42.063 \qquad x4vC := x2vC + 5 = -44.063$$
$$y3vC := y2vC + 2 = 2 \qquad y4vC := y2vC = 0$$
$$x5vC := x3vC = -42.063$$
$$y5vC := -y3vC = -2$$

Отримуємо радіус-вектор *rvC*.

$$rvC := -\begin{pmatrix} x1vC & y1vC \\ x2vC & y2vC \\ x3vC & y3vC \\ x4vC & y4vC \\ x5vC & y5vC \\ x2vC & y2vC \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -49.063 & 0 \\ -42.063 & 2 \\ -44.063 & 0 \\ -42.063 & -2 \\ -49.063 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор швидкості точки $C - vC$ спрямовано до вісі *x* під кутом β. Задамо матрицю *ΦvC* для обертання вектора *rvC*.

$$\Phi vC := \begin{pmatrix} cos(\beta) & sin(\beta) \\ -sin(\beta) & cos(\beta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.987 & -0.158 \\ 0.158 & 0.987 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *c* − вектор швидкості точки *C*.

$$c := rvC \cdot \Phi vC = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -48.447 & 7.749 \\ -41.219 & 8.618 \\ -43.51 & 6.959 \\ -41.815 & 4.668 \\ -48.447 & 7.749 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора швидкості *vCA*.

$$x1vCA := X2vA \qquad x2vCA := \frac{|vC| - |vA|}{\mu v} = -48.477$$

$$y1vCA := Y2vA \qquad y2vCA := 7.749$$

$$x3vCA := x2vCA + 3 = 11.749 \qquad x4vCA := x2vCA = -48.477$$

$$y3vCA := y2vCA + 3 = -45.477 \qquad y4vCA := y2vCA + 3 = 10.749$$

$$x5vCA := x2vCA - 3 = -51.477$$

$$y5vCA := -y3vCA = 11.749$$

Отримуємо радіус-вектор *rvCA*.

$$rvCA := -\begin{pmatrix} x1vCA & y1vCA \\ x2vCA & y2vCA \\ x3vCA & y3vCA \\ x4vCA & y4vCA \\ x5vCA & y5vCA \\ x2vCA & y2vCA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -50.346 & 25.749 \\ -48.477 & 7.749 \\ -45.477 & 11.749 \\ -48.477 & 10.749 \\ -51.477 & 11.749 \\ -48.477 & 7.749 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *ca* − вектор швидкості *VCA*.

$$ca := rvCA = \begin{pmatrix} -50.346 & 25.749 \\ -48.477 & 7.749 \\ -45.477 & 11.749 \\ -48.477 & 10.749 \\ -51.477 & 11.749 \\ -48.477 & 7.749 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора швидкості точки *D* − *vD*.

$$x1vD := 0 \qquad x2vD := \frac{-|vD|}{\mu v} = -33.085$$

$$y1vD := 0 \qquad y2vD := 0$$

$$x3vD := x2vD + 7 = -26.085 \qquad x4vD := x2vD + 5 = -28.085$$

$$y3vD := y2vD + 2 = 2 \qquad y4vD := y2vD = 0$$

$$x5vD := x3vD = -26.085$$

$$y5vD := -y3vD = -2$$

Отримуємо радіус-вектор *rvD*.

$$rvD := -\begin{pmatrix} x1vD & y1vD \\ x2vD & y2vD \\ x3vD & y3vD \\ x4vD & y4vD \\ x5vD & y5vD \\ x2vD & y2vD \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -33.085 & 0 \\ -26.085 & 2 \\ -28.085 & 0 \\ -26.085 & -2 \\ -33.085 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор швидкості точки *D* − *vD* спрямовано до вісі *x* під кутом *φ4*. Задамо матрицю *ΦvD* для обертання вектора *rvD*.

$$\Phi vD := \begin{pmatrix} cos(-\varphi 4) & sin(-\varphi 4) \\ -sin(-\varphi 4) & cos(-\varphi 4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.966 & 0.259 \\ -0.259 & 0.966 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *d* − вектор швидкості точки *D*.

$$d := rvD \cdot \Phi vD = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -31.958 & -8.563 \\ -25.714 & -4.819 \\ -27.128 & -7.269 \\ -24.679 & -8.683 \\ -31.958 & -8.563 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора швидкості *vCD*.

$x1vCD := -48.477$ $x2vCD := -31.958$

$y1vCD := 7.749$ $y2vCD := -8.563$

$x3vCD := x2vCD - 1 = -32.958$ $x4vCD := x2vCD - 3 = -34.958$

$y3vCD := y2vCD + 4 = -4.563$ $y4vCD := y2vCD + 3 = -5.563$

$x5vCD := x2vCD - 6 = -37.958$

$y5vCD := y3vCD - 1 = -5.563$

Отримуємо радіус-вектор *rvCD*.

$$rvCD := \begin{pmatrix} x1vCD & y1vCD \\ x2vCD & y2vCD \\ x3vCD & y3vCD \\ x4vCD & y4vCD \\ x5vCD & y5vCD \\ x2vCD & y2vCD \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -48.477 & 7.749 \\ -31.958 & -8.563 \\ -32.958 & -4.563 \\ -34.958 & -5.563 \\ -3.9587 & -5.563 \\ -31.958 & -8.563 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *cd* − вектор швидкості *VCD*.

$$cd := rvCD = \begin{pmatrix} -48.477 & 7.749 \\ -31.958 & -8.563 \\ -32.958 & -4.563 \\ -34.958 & -5.563 \\ -3.9587 & -5.563 \\ -31.958 & -8.563 \end{pmatrix}$$

Побудуємо план прискорень механізма. Для побудови векторів прискорень точок механізма спочатку задамо масштабний коефіцієнт μa=0.25m/s^2.

Задамо точки, з яких складається зображення вектора доцентрового прискорення точки *A* − *anA*.

$$x1anA := 0 \qquad x2anA := \frac{-|anA|}{\mu a} = -107.265$$

$$y1anA := 0 \qquad y2anA := 0$$

$$x3anA := x2anA + 7 = -100.265 \qquad x4anA := x2anA + 5 = -102.265$$

$$y3anA := y2anA + 2 = 2 \qquad y4anA := y2anA = 0$$

$$x5anA := x3anA = -100.265$$

$$y5anA := -y3anA = -2$$

Отримуємо радіус-вектор *ranA*.

$$ranA := \begin{pmatrix} x1anA & y1anA \\ x2anA & y2anA \\ x3anA & y3anA \\ x4anA & y4anA \\ x5anA & y5anA \\ x2anA & y2anA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -107.265 & 0 \\ -100.265 & 2 \\ -102.265 & 0 \\ -100.265 & -2 \\ -107.265 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор доцентрового прискорення точки *A* − *anA* спрямовано вздовж кривошипа *O1A,* тобто до вісі *x* під кутом *φ*. Задамо матрицю *ΦanA* для обертання вектора *ranA*.

$$\Phi anA := \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.866 & 0.5 \\ -0.5 & 0.866 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *anA* − вектор доцентрового прискорення точки *A*.

$$anA := ranA \cdot \Phi anA = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -92.894 & -53.633 \\ -87.832 & -48.4 \\ -88.564 & -51.133 \\ -85.532 & -51.865 \\ -92.894 & -53.633 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора доцентрового прискорення точки *B* − *anB*.

$$x1anBA := 0 \qquad x2anBA := \frac{-|anBA|}{\mu a} = -14.008$$

$$y1anBA := 0 \qquad y2anBA := 0$$

$$x3anBA := x2anBA + 7 = -7.008 \qquad x4anBA := x2anBA + 5 = -9.008$$

$$y3anBA := y2anBA + 2 = 2 \qquad y4anBA := y2anBA = 0$$

$$x5anBA := x3anBA = -7.008$$

$$y5anBA := -y3anBA = -2$$

Отримуємо радіус-вектор *ranB*.

$$ranBA := \begin{pmatrix} x1anBA & y1anBA \\ x2anBA & y2anBA \\ x3anBA & y3anBA \\ x4anBA & y4anBA \\ x5anBA & y5anBA \\ x2anBA & y2anBA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -14.008 & 0 \\ -7.008 & 2 \\ -9.008 & 0 \\ -7.008 & -2 \\ -14.008 & 0 \end{pmatrix}$$

Задамо матрицю *ΦanBA* для обертання вектора *ranBA*.

$$\Phi anBA := \begin{pmatrix} cos\left(-50^0\right) & sin\left(-50^0\right) \\ -sin\left(-50^0\right) & cos\left(-50^0\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.643 & -0.766 \\ 0.766 & 0.643 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора доцентрового прискорення *anBA* є кінцева точка вектора доцентрового прискорення *anA*. Задамо матрицю паралельного переносу *ПanBA*.

$$X2anA := -92.894 \qquad Y2anA := -53.633$$

$$\Pi anBA := \begin{pmatrix} X2anA & Y2anA \\ X2anA & Y2anA \\ X2anA & Y2anA \\ X2anA & Y2anA \\ X2anA & Y2anA \\ X2anA & Y2anA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -92.894 & -53.633 \\ -92.894 & -53.633 \\ -92.894 & -53.633 \\ -92.894 & -53.633 \\ -92.894 & -53.633 \\ -92.894 & -53.633 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *anBA* − вектор доцентрового прискорення точки *B*.

$$anBA := ranBA \cdot \Phi anBA + \Pi anBA = \begin{pmatrix} -92.894 & -53.633 \\ -101.898 & -42.903 \\ -95.866 & -46.979 \\ -98.684 & -46.733 \\ -98.93 & -49.55 \\ -101.898 & -42.903 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора повного прискорення точки *B* − *aB*.

$$x1aB := 0 \qquad x2aB := \frac{-|aB|}{\mu a} = -25.359$$

$$y1aB := 0 \qquad y2aB := 0$$

$$x3aB := x2aB + 7 = -18.359 \qquad x4aB := x2aB + 5 = -20.359$$

$$y3aB := y2aB + 2 = 2 \qquad y4aB := y2aB = 0$$

$$x5aB := x3aB = -18.359$$

$$y5aB := -y3aB = -2$$

Отримуємо радіус-вектор *raB*.

$$raB := \begin{pmatrix} x1aB & y1aB \\ x2aB & y2aB \\ x3aB & y3aB \\ x4aB & y4aB \\ x5aB & y5aB \\ x2aB & y2aB \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -25.359 & 0 \\ -18.359 & 2 \\ -20.359 & 0 \\ -18.359 & -2 \\ -20.359 & 0 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор aB − вектор повного прискорення точки B.

$$aB := raB = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -25.359 & 0 \\ -18.359 & 2 \\ -20.359 & 0 \\ -18.359 & -2 \\ -20.359 & 0 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора вісенапрямного прискорення точки B − $a\tau BA$.

$x1a\tau BA := -101.898$ $\quad$ $x2a\tau BA := -25.359$

$y1a\tau BA := -42.903$ $\quad$ $y2a\tau BA := 0$

$x3a\tau BA := 35$ $\quad$ $x4a\tau BA := -30$

$y3a\tau BA := -3$ $\quad$ $y4a\tau BA := -2$

$$x5a\tau BA := x3a\tau BA = -32$$

$$y5a\tau BA := -6$$

Отримуємо радіус-вектор $ra\tau BA$.

$$ra\tau BA := \begin{pmatrix} x1a\tau BA & y1a\tau BA \\ x2a\tau BA & y2a\tau BA \\ x3a\tau BA & y3a\tau BA \\ x4a\tau BA & y4a\tau BA \\ x5a\tau BA & y5a\tau BA \\ x2a\tau BA & y2a\tau BA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -101.898 & -42.903 \\ -25.359 & 0 \\ -39 & -3 \\ -30 & -2 \\ -32 & -6 \\ -20.359 & 0 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор $a\tau BA$ − вектор вісенапрямного прискорення точки B.

$$a\tau BA := ra\tau BA = \begin{pmatrix} -101.898 & -42.903 \\ -25.359 & 0 \\ -39 & -3 \\ -30 & -2 \\ -32 & -6 \\ -20.359 & 0 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора доцентрового прискорення точки $C - anC$.

$$x1anCA := 0 \qquad x2anCA := \frac{-|anCA|}{\mu a} = -9.954$$

$$y1anCA := 0 \qquad y2anCA := 0$$

$$x3anCA := x2anCA + 4 = -5.954 \qquad x4anCA := x2anCA + 2 = -7.954$$

$$y3anCA := y2anCA + 2 = 2 \qquad y4anCA := y2anCA = 0$$

$$x5anCA := x3anCA = -5.954$$

$$y5anCA := -y3anCA = -2$$

Отримуємо радіус-вектор $ranCA$.

$$ranCA := \begin{pmatrix} x1anCA & y1anCA \\ x2anCA & y2anCA \\ x3anCA & y3anCA \\ x4anCA & y4anCA \\ x5anCA & y5anCA \\ x2anCA & y2anCA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -9.954 & 0 \\ -5.954 & 2 \\ -7.954 & 0 \\ -5.954 & -2 \\ -9.954 & 0 \end{pmatrix}$$

Задамо матрицю $\Phi anCA$ для обертання вектора $ranCA$.

$$\Phi anCA := \begin{pmatrix} \cos(\varphi 2) & \sin(\varphi 2) \\ -\sin(\varphi 2) & \cos(\varphi 2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.996 & -0.087 \\ 0.087 & 0.996 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора доцентрового прискорення $anCA$ є кінцева точка вектора доцентрового прискорення anA. Задамо матрицю паралельного переносу $\Pi anCA$.

$$\Pi anCA := \Pi anBA = \begin{pmatrix} -92.894 & -53.633 \\ -92.894 & -53.633 \\ -92.894 & -53.633 \\ -92.894 & -53.633 \\ -92.894 & -53.633 \\ -92.894 & -53.633 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *anCA* − вектор доцентрового прискорення точки *C*.

$$anCA := ranCA \cdot \Phi anCA + \Pi anCA = \begin{pmatrix} -92.894 & -53.633 \\ -102.81 & -52.765 \\ -98.651 & -51.122 \\ -100.817 & -52.94 \\ -98.999 & -55.106 \\ -92.894 & -52.765 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора вісенапрямного прискорення точки *C* − *aτC*.

$$x1a\tau CA := 0 \qquad x2a\tau CA := -\frac{|a\tau C|}{\mu a} = -34.191$$

$$y1a\tau CA := 0 \qquad y2a\tau CA := 0$$

$$x3a\tau CA := x2a\tau CA + 4 = -30.191 \qquad x4a\tau CA := x2a\tau CA + 2 = -32.191$$

$$y3a\tau CA := y2a\tau CA + 2 = 2 \qquad y4a\tau CA := 0$$

$$x5a\tau CA := x3a\tau CA = -30.191$$

$$y5a\tau CA := -y3a\tau CA = -2$$

Отримуємо радіус-вектор *raτCA*.

$$ra\tau CA := \begin{pmatrix} x1a\tau CA & y1a\tau CA \\ x2a\tau CA & y2a\tau CA \\ x3a\tau CA & y3a\tau CA \\ x4a\tau CA & y4a\tau CA \\ x5a\tau CA & y5a\tau CA \\ x2a\tau CA & y2a\tau CA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -34.191 & 0 \\ -30.191 & 2 \\ -32.191 & 0 \\ -30.191 & -2 \\ -34.191 & 0 \end{pmatrix}$$

Задамо матрицю *ΦaτCA* для обертання вектора *raτCA*.

$$\Phi a\tau CA := \begin{pmatrix} \cos\left(90^0 + \varphi 2\right) & \sin\left(90^0 + \varphi 2\right) \\ -\sin\left(90^0 + \varphi 2\right) & \cos\left(90^0 + \varphi 2\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.035 & -0.999 \\ 0.999 & 0.035 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора вісенапрямного прискорення $a\tau CA$ є кінцева точка вектора доцентрового прискорення $anCA$. Задамо матрицю паралельного переносу $\Pi a\tau CA$.

$$X2CA := -102.81 \qquad Y2CA := -52.765$$

$$\Pi a\tau CA := \begin{pmatrix} X2CA & Y2CA \\ X2CA & Y2CA \\ X2CA & Y2CA \\ X2CA & Y2CA \\ X2CA & Y2CA \\ X2CA & Y2CA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -102.81 & -52.765 \\ -102.81 & -52.765 \\ -102.81 & -52.765 \\ -102.81 & -52.765 \\ -102.81 & -52.765 \\ -102.81 & -52.765 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор $a\tau CA$ – вектор вісенапрямного прискорення точки C.

$$a\tau CA := ra\tau CA \cdot \Phi a\tau CA + \Pi a\tau CA = \begin{pmatrix} -102.81 & -52.765 \\ -104.003 & -18.595 \\ -101.865 & -22.523 \\ -103.933 & -20.594 \\ -105.862 & -22.662 \\ -104.003 & -18.595 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора повного прискорення точки C – aC.

$$x1aC := 0 \qquad x2aC := -104.003$$
$$y1aC := 0 \qquad y2aC := -18.595$$
$$x3aC := x2aC + 5 = -99.003 \qquad x4aC := x2aC + 3 = 101.003$$
$$y3aC := y2aC + 2.5 = -16.095 \qquad y4a\tau C := y2aC + 1 = -17.595$$
$$x5aC := x3aC + 0.5 = -98.503$$
$$y5aC := y2aC - 0.5 = -19.095$$

Отримуємо радіус-вектор raC.

$$raC := \begin{pmatrix} x1aC & y1aC \\ x2aC & y2aC \\ x3aC & y3aC \\ x4aC & y4aC \\ x5aC & y5aC \\ x2aC & y2aC \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -104.003 & -18.595 \\ -99.003 & -16.095 \\ -101.003 & -17.595 \\ -98.503 & -19.095 \\ -104.003 & -18.595 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *aC* − вектор повного прискорення точки *C*.

$$aC := raC = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -104.003 & -18.595 \\ -99.003 & -16.095 \\ -101.003 & -17.595 \\ -98.503 & -19.095 \\ -104.003 & -18.595 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора доцентрового прискорення точки *C* відносно точки *B* − *anCB*.

$$x1anCB := 0 \qquad x2anCB := x2anCA = -9.954$$
$$y1anCB := 0 \qquad y2anCB := 0$$
$$x3anCB := x2anCB + 4 = -5.954 \qquad x4anCB := x2anCB + 2 = -7.954$$
$$y3anCB := y2anCB + 2 = 2 \qquad y4anCB := y2anCB = 0$$
$$x5anCB := x3anCB = -5.954$$
$$y5anCB := -y3anCB = -2$$

Отримуємо радіус-вектор *ranCB*.

$$ranCB := \begin{pmatrix} x1anCB & y1anCB \\ x2anCB & y2anCB \\ x3anCB & y3anCB \\ x4anCB & y4anCB \\ x5anCB & y5anCB \\ x2anCB & y2anCB \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -9.954 & 0 \\ -5.954 & 2 \\ -7.954 & 0 \\ -5.954 & -2 \\ -9.954 & 0 \end{pmatrix}$$

Задамо матрицю *ФanCB* для обертання вектора *ranCB*.

$$\Phi anCB := \begin{pmatrix} \cos\left(100^0\right) & \sin\left(100^0\right) \\ -\sin\left(100^0\right) & \cos\left(100^0\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.174 & 0.985 \\ -0.985 & -0.174 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора доцентрового прискорення *anCB* є кінцева точка вектора *aτBA*. Задамо матрицю паралельного переносу *ПanCB*.

$$X2a\tau BA := -25.359 \qquad Y2a\tau BA := 0$$

$$\Pi anCA := \begin{pmatrix} X2a\tau BA & Y2a\tau BA \\ X2a\tau BA & Y2a\tau BA \\ X2a\tau BA & Y2a\tau BA \\ X2a\tau BA & Y2a\tau BA \\ X2a\tau BA & Y2a\tau BA \\ X2a\tau BA & Y2a\tau BA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -25.359 & 0 \\ -25.359 & 0 \\ -25.359 & 0 \\ -25.359 & 0 \\ -25.359 & 0 \\ -25.359 & 0 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *anCB* − вектор доцентрового прискорення точки *C* відносно точки *B*.

$$anCB := ranCB \cdot \Phi anCB + \Pi anCB = \begin{pmatrix} -25.359 & 0 \\ -23.631 & -9.802 \\ -26.295 & -6.211 \\ -23.978 & -7.833 \\ -22.356 & -5.516 \\ -25.359 & -9.802 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора вісенапрямного прискорення точки *C* відносно точки *B* − *aτCB*.

$$x1a\tau CB := -23.631 \qquad x2a\tau CB := -104.003$$
$$y1a\tau CB := -9.802 \qquad y2a\tau CB := -18.595$$
$$x3a\tau CB := x2a\tau CB + 5 = -99.003 \qquad x4a\tau CB := x2a\tau CB + 3 = -101.003$$
$$y3a\tau CB := y2a\tau CB + 2.5 = -16.095 \qquad y4a\tau CB := y2a\tau CB + 1 = -17.595$$
$$x5a\tau CB := x3a\tau CB + 0.5 = -98.503$$
$$y5a\tau CB := -y3a\tau CB - 0.5 = -19.095$$

Отримуємо радіус-вектор *raτCB*.

$$raτCB := \begin{pmatrix} x1aτCB & y1aτCB \\ x2aτCB & y2aτCB \\ x3aτCB & y3aτCB \\ x4aτCB & y4aτCB \\ x5aτCB & y5aτCB \\ x2aτCB & y2aτCB \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -23.631 & -9.802 \\ -104.003 & -18.595 \\ -99.003 & -16.095 \\ -101.003 & -17.595 \\ -98.503 & -19.095 \\ -104.003 & -18.595 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор $aτCB$ − вектор вісенапрямного прискорення точки C відносно точки B.

$$aτCB := raτCB = \begin{pmatrix} -23.631 & -9.802 \\ -104.003 & -18.595 \\ -99.003 & -16.095 \\ -101.003 & -17.595 \\ -98.503 & -19.095 \\ -104.003 & -18.595 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора доцентрового прискорення точки D – $anDO2$.

$$x1anDO2 := 0 \qquad x2anDO2 := \frac{|anDO2|}{\mu a} = 26.468$$

$$y1anDO2 := 0 \qquad y2anDO2 := 0$$

$$x3anDO2 := x2anDO2 - 7 = 19.468 \qquad x4anDO2 := x2anDO2 - 3 = 23.468$$

$$y3anDO2 := y2anDO2 + 2 = 2 \qquad y4anDO2 := 0$$

$$x5anDO2 := x3anDO2 = 19.468$$

$$y5anDO2 := -y3anDO2 = -2$$

Отримуємо радіус-вектор $ranDO2$.

$$ranDO2 := \begin{pmatrix} x1anDO2 & y1anDO2 \\ x2anDO2 & y2anDO2 \\ x3anDO2 & y3anDO2 \\ x4anDO2 & y4anDO2 \\ x5anDO2 & y5anDO2 \\ x2anDO2 & y2anDO2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 26.468 & 0 \\ 19.468 & 2 \\ 23.468 & 0 \\ 19.468 & -2 \\ 23.468 & 0 \end{pmatrix}$$

Задамо матрицю *ФanDO2* для обертання вектора *ranDO2*.

$$\Phi anDO2 := \begin{pmatrix} cos(-\varphi 3) & sin(-\varphi 3) \\ -sin(-\varphi 3) & cos(-\varphi 3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.087 & -0.996 \\ 0.996 & 0.087 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *anDO2* − вектор доцентрового прискорення точки *D*.

$$anDO2 := ranDO2 \cdot \Phi anDO2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2.307 & -26.367 \\ -0.296 & -19.568 \\ 2.045 & -23.379 \\ 3.689 & -19.22 \\ 2.307 & -26.367 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора вісенапрямного прискорення точки *D* – *aτDO2*.

$$x1a\tau DO2 := 0 \qquad x2a\tau DO2 := 60.812$$
$$y1a\tau DO2 := 0 \qquad y2a\tau DO2 := 0$$
$$x3a\tau DO2 := x2a\tau DO2 - 7 = 53.812 \qquad x4a\tau DO2 := x2a\tau DO2 - 5 = 55.812$$
$$y3a\tau DO2 := y2a\tau DO2 + 3 = 3 \qquad y4a\tau DO2 := 0$$
$$x5a\tau DO2 := x3a\tau DO2 = 53.812$$
$$y5a\tau DO2 := -y3a\tau DO2 = -3$$

Отримуємо радіус-вектор *raτDO2*.

$$ra\tau DO2 := \begin{pmatrix} x1a\tau DO2 & y1a\tau DO2 \\ x2a\tau DO2 & y2a\tau DO2 \\ x3a\tau DO2 & y3a\tau DO2 \\ x4a\tau DO2 & y4a\tau DO2 \\ x5a\tau DO2 & y5a\tau DO2 \\ x2a\tau DO2 & y2a\tau DO2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 60.812 & 0 \\ 53.812 & 3 \\ 55.812 & 0 \\ 53.812 & -3 \\ 60.812 & 0 \end{pmatrix}$$

Задамо матрицю *ФaτDO2* для обертання вектора *raτDO2*.

$$\Phi a\tau DO2 := \begin{pmatrix} cos(90^0 + \varphi 3) & sin(90^0 + \varphi 3) \\ -sin(90^0 + \varphi 3) & cos(90^0 + \varphi 3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.974 & -0.225 \\ -0.225 & -0.974 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора вісенапрямного прискорення *aτDO2* є кінцева точка вектора *anDO2*. Задамо матрицю паралельного переносу *ПатDO2*.

$$X2anDO2 := 2.307 \qquad Y2anDO2 := -26.367$$

$$ПатDO2 := \begin{pmatrix} X2anDO2 & Y2anDO2 \\ X2anDO2 & Y2anDO2 \\ X2anDO2 & Y2anDO2 \\ X2anDO2 & Y2anDO2 \\ X2anDO2 & Y2anDO2 \\ X2anDO2 & Y2anDO2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.307 & -26.367 \\ 2.307 & -26.367 \\ 2.307 & -26.367 \\ 2.307 & -26.367 \\ 2.307 & -26.367 \\ 2.307 & -26.367 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *aτDO2* − вектор вісенапрямного прискорення точки *D*.

$$aτDO2 := raτDO2 \cdot ФатDO2 + ПатDO2 = \begin{pmatrix} 2.307 & -26.367 \\ -56.946 & -40.047 \\ -49.451 & -41.395 \\ -52.075 & -38.922 \\ -50.801 & -35.549 \\ -56.946 & -40.047 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора повного прискорення точки *D* − *aD*.

$$x1aD := 0 \qquad x2aD := -58.812$$
$$y1aD := 0 \qquad y2aD := -40.439$$
$$x3aD := x2aD + 7 = -51.812 \qquad x4aD := x2aD + 3 = -55.812$$
$$y3aD := y2aD + 8 = -32.439 \qquad y4aD := y2aD + 2 = -38.439$$
$$x5aD := x3aD + 1 = -50.812$$
$$y5aD := y2aD + 2 = -38.439$$

Отримуємо радіус-вектор *raD*.

$$raD := \begin{pmatrix} x1aD & y1aD \\ x2aD & y2aD \\ x3aD & y3aD \\ x4aD & y4aD \\ x5aD & y5aD \\ x2aD & y2aD \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -58.812 & -40.439 \\ -51.812 & -32.439 \\ -55.812 & -38.439 \\ -50.812 & -38.439 \\ -58.812 & -40.439 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *aD* − вектор повного прискорення точки *D*.

$$aD := raD = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -58.812 & -40.439 \\ -51.812 & -32.439 \\ -55.812 & -38.439 \\ -50.812 & -38.439 \\ -58.812 & -40.439 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора доцентрового прискорення точки *C* відносно точки *D* – *anDC*.

$$x1anDC := 0 \qquad x2anDC := \frac{|anDC|}{\mu a} = 13.234$$
$$y1anDC := 0 \qquad y2anDC := 0$$
$$x3anDC := x2anDC - 5 = 8.234 \qquad x4anDC := x2anDC - 3 = 10.234$$
$$y3anDC := y2anDC + 1 = 1 \qquad y4anDC := 0$$
$$x5anDC := x3anDC = 8.234$$
$$y5anDC := -y3anDC = -1$$

Отримуємо радіус-вектор *ranDC*.

$$ranDC := \begin{pmatrix} x1anDC & y1anDC \\ x2anDC & y2anDC \\ x3anDC & y3anDC \\ x4anDC & y4anDC \\ x5anDC & y5anDC \\ x2anDC & y2anDC \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 13.234 & 0 \\ 8.234 & 1 \\ 10.234 & 0 \\ 8.234 & -1 \\ 13.234 & 0 \end{pmatrix}$$

Задамо матрицю *ФanDC* для обертання вектора *ranDC*.

$$\Phi anDC := \begin{pmatrix} \cos\left(-110^0\right) & \sin\left(-110^0\right) \\ -\sin\left(-110^0\right) & \cos\left(-110^0\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.342 & -0.94 \\ 0.94 & -0.342 \end{pmatrix}$$

Початковою точкою вектора доцентрового прискорення *anDC* є кінцева точка вектора *aC*. Задамо матрицю паралельного переносу *ПanDC*.

$$X2aC := -40.631 \qquad Y2aC := -48.658$$

$$\Pi aC := \begin{pmatrix} X2aC & Y2aC \\ X2aC & Y2aC \\ X2aC & Y2aC \\ X2aC & Y2aC \\ X2aC & Y2aC \\ X2aC & Y2aC \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -40.631 & -48.658 \\ -40.631 & -48.658 \\ -40.631 & -48.658 \\ -40.631 & -48.658 \\ -40.631 & -48.658 \\ -40.631 & -48.658 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор *anDC* − вектор доцентрового прискорення точки *C* відносно точки *D*.

$$anDC := ranDC \cdot \Phi anDC + \Pi anDC = \begin{pmatrix} -40.631 & -48.658 \\ -45.157 & -61.094 \\ -42.508 & -56.737 \\ -44.131 & -58.275 \\ -44.387 & -56.053 \\ -45.157 & -61.094 \end{pmatrix}$$

Задамо точки, з яких складається зображення вектора вісенапрямного прискорення точки *C* відносно точки *D* – *aτDC*.

$$x1a\tau DC := -45.157 \qquad x2a\tau DC := -58.812$$
$$y1a\tau DC := -61.034 \qquad y2a\tau DC := -40.439$$
$$x3a\tau DC := x2a\tau DC + 4 = -54.812 \qquad x4a\tau DC := x2a\tau DC + 1 = -57.812$$
$$y3a\tau DC := y2a\tau DC - 3 = -43.489 \qquad y4a\tau DC := y2a\tau DC - 2 = -42.439$$
$$x5a\tau DC := x3a\tau DC - 1.5 = -56.312$$
$$y5a\tau DC := -y3a\tau DC - 7 = -47.439$$

Отримуємо радіус-вектор *raτDC*.

$$raτDC := \begin{pmatrix} x1aτDC & y1aτDC \\ x2aτDC & y2aτDC \\ x3aτDC & y3aτDC \\ x4aτDC & y4aτDC \\ x5aτDC & y5aτDC \\ x2aτDC & y2aτDC \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -45.157 & -61.034 \\ -58.812 & -40.439 \\ -54.812 & -43.439 \\ -57.812 & -42.439 \\ -56.312 & -47.439 \\ -58.812 & -40.439 \end{pmatrix}$$

Отримуємо вектор $aτDC$ − вектор вісенапрямного прискорення точки C відносно точки D.

$$aτCD := raτCD = \begin{pmatrix} -45.157 & -61.034 \\ -58.812 & -40.439 \\ -54.812 & -43.439 \\ -57.812 & -42.439 \\ -56.312 & -47.439 \\ -58.812 & -40.439 \end{pmatrix}$$

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. **Бутенин, Н. В.** Курс теоретической механики : в 2 т. [Текст] / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. – СПб.: Лань, 2009. – 736 с.
2. **Яблонский, А. А.** Курс теоретической механики. Статика и кинематика [Текст] / А. А. Яблонский, В. М. Никифорова. – СПб.: Интеграл-Пресс, 2007. – 608 с.
3. **Павловський, М. А.** Теоретична механіка [Текст] / М. А. Павловський. – К.: Техніка, 2002.
4. **Мещерский, И. В.** Задачи по теоретической механике : учеб. пособие для вузов по дисциплине "Теоретическая механика" [Текст] / И. В. Мещерский; под ред. В. А. Пальмова, Д. Р. Меркина. – СПб.: Лань, 2008. – 448 с.
5. **Яблонский, А. А.** Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике [Текст] / А. А. Яблонский. –М.: КноРус, 2010. – 400 с.
6. **Тарг, С. М.** Краткий курс теоретической механики [Текст] / С. М. Тарг. – М.: Высшая школа, 2010. – 416 с.
7. **Бать, М. И.** Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 1. Статика и кинематика. [Текст] / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. – СПб.: Лань, 2010. – 672 с.
8. **Бертяев, В. Д.** Теоретическая механика на базе Mathcad. Практикум [Текст] / В. Д. Бертяев. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 752 с.
9. **Макаров, Е. А.** Инженерные расчёты в Mathcad 15. Учебный курс. [Текст] / Е. А. Макаров. – СПб.: Питер, 2011. – 400 с.
10. **Фролов, В. П.** Короткий довідник з теоретичної механіки (кінематика): методичні вказівки / В. П. Фролов, М. Р. Ткач. – Миколаїв: НУК, 2012. – 50 с.
11. **Ткач, М. Р.** Теоретическая механіка. Кинематика: Иллюстративные материалы / М. Р. Ткач, В. П. Фролов. – Миколаїв: НУК, 2014. – 60 с.

ЗМІСТ

Завдання № 1. Кінематичне дослідження руху точки по заданим рівнянням 3
Завдання № 2 Дослідження параметрів поступального та обертального рухів твердого тіла…….....5
Завдання № 3. Кінематичне дослідження руху плоского багатоланкового механізма……. 10
Задача №1. Кінематичне дослідження руху точки по заданим рівнянням 15
Задача №2 Дослідження параметрів поступального та обертального рухів твердого тіла…….....18
Задача №3. . Кінематичне дослідження руху плоского багатоланкового механізма……. 24
Додатки……...36
Список рекомендованої літератури…….92