

**МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ Р С Ф С Р**

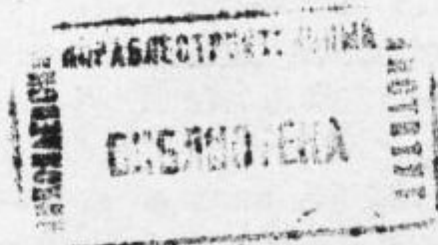
Ростовский инженерно-строительный институт

На правах рукописи

Аспирант В.П. Агапов

**К ВОПРОСУ РАСЧЕТА НЕКОТОРЫХ ПЛОСКИХ
И ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЙ
МЕТОДОМ ЭЛЕКТРОМОДЕЛИРОВАНИЯ**

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук



Ростов-на-Дону

1967 год

Работа выполнена на кафедре строительной механики Ростовского инженерно-строительного института.

Научный руководитель доктор технических наук
профессор К.К.Керопян

Официальные оппоненты:

Доктор технических наук профессор Л.Н.Воробьев
Кандидат технических наук доцент Г.В.Карандаков

Ведущее предприятие: Ростовский ПромстройНИИпроект

Автореферат разослан "30" декабря 1967г.

Защита диссертации состоится "13" февраля 1968г.
на заседании Совета по присуждению учёных степеней Ростовского инженерно-строительного института, Ростов-на-Дону, ул.Социалистическая, 162, РИСИ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

В директивах XXIII съезда КПСС по пятилетнему плану развития народного хозяйства СССР на 1966-1970 годы сказано, что "...главную экономическую задачу пятилетки партия видит в том, чтобы на основе всемерного использования достижений науки и техники, индустриального развития всего общественного производства, повышения его эффективности и производительности труда обеспечить дальнейший рост промышленности, ... добиться существенного подъёма уровня жизни народа, более полного удовлетворения материальных и культурных потребностей всех советских людей". Особенностью нового пятилетнего плана является установка на быстрое техническое перевооружение всего народного хозяйства, прогрессивное изменение его структуры, ибо решить задачи по одновременному росту как накопления, так и народного потребления можно только путём повышения экономической эффективности всего общественного производства, что неразрывно связано с ускорением научно-технического прогресса. В качестве одного из основных условий повышения экономической эффективности производства в новом пятилетнем плане предусмотрено широкое использование электронных вычислительных машин во всех отраслях народного хозяйства.

Актуальной и важной является проблема создания новых и более эффективного использования имеющихся вычислительных машин для решения задач строительной механики. Применение этих машин позволяет, во-первых, повысить производительность труда при расчете и проектировании новых сооружений и, во-вторых, использовать для расчёта сооружений более точные методы, непригодные при аналитических вычислениях в силу сложности и громоздкости. В нашей стране за последние пятнадцать лет создан ряд аналоговых вычислительных машин, которые хорошо зарекомендовали себя в практике строительных расчётов. Создание этих машин стало возможным благодаря исследованиям как отечественных, так и зарубежных учёных. Наиболее общие методы построения электрических моделей разработаны в трудах Л.И.Гутенмахера, И.М.Тетельбаума, Г.Е.Пухова, К.К.Керопяна, Г.В.Карандакова, В.В.Васильева, А.Г.Угодчикова, Н.Г.Бондаря, П.М.Чеголина, О.В.Лужина, V. Bush, J.W. Bray, J.P. Corbett, J.F. Calvert, R.H. Mac Neal, W.T. Russell, N.L. Svensson и др.

На основе этих методов созданы и успешно применяются для расчёта сложных рам, неразрезных балок и некоторых других типов сооружений аналоговые вычислительные машины ЭМСС-7 (М) и ЭМСС-8.

Однако в ряде областей строительной механики аналоговые вычислительные машины ещё не нашли должного применения, в частности при расчёте ферм. Теория расчёта ферм достаточно хорошо изучена, но тем не менее такие задачи, как расчёт пространственных статически неопределимых ферм на статическое действие нагрузки, на вынужденные колебания, расчёт ферм с учётом пластических свойств материалов, расчёт ферм на устойчивость являются довольно трудоёмкими, а две последние во многих случаях не поддаются точному решению из-за вычислительных трудностей.

Различные варианты электрических моделей ферм описаны в работах V. Bush, Г.Е.Пухова, К.К.Керопяна, В.М.Кондратьева, но практического применения эти модели из-за присущих им недостатков не нашли.

Существующие электрические модели стержневых систем типа ЭМСС-7(М), ЭМСС-8 мало используются для расчетов сложных рам на устойчивость. Если вопросам электрического моделирования задач устойчивости стержневых систем посвящены некоторые работы Г.В.Карандакова, В.М.Кондратьева, Л.Н.Ставраки, Н.Г.Бондаря и др., то вопросы комбинированного использования АВМ и малых ЭЦВМ для решения указанной задачи не исследовались вообще. Возможности же такого комбинирования вполне реальны, поскольку во многих проектных и научно-исследовательских организациях в последнее время наряду с аналоговыми машинами находят применение ЭЦВМ.

В реферируемой работе рассматриваются вопросы электрического моделирования задач статики, динамики и устойчивости плоских и пространственных ферм и вопросы совместного использования АВМ типа ЭМСС-7(М), ЭМСС-8 и малых ЭЦВМ для расчёта устойчивости сложных рам.

Работа состоит из введения и пяти глав.

Во введении даётся обзор литературы и анализ состояния вопроса. Формулируются задачи исследования.

В первой главе предлагаются электрические схемы - аналоги стержней плоских и пространственных ферм как без учёта, так и с учётом пластических свойств материалов. Рассматриваются вопросы построения электрических моделей ферм на основе предложенных аналогов. Приводится методика расчёта ферм на различные

воздействия: внешние силы, изменение температуры, начальные несовершенства. В заключение главы предлагается электрическая модель системы линейных алгебраических уравнений, которая также может найти применение при расчётах ферм.

1. Электрическая схема-аналог стержня пространственной фермы.

При моделировании стержня пространственной фермы исходным является следующее уравнение:

$$N_{ik} = \frac{E F_{ik}}{l_{ik}} [(x_i - x_k) \cos \alpha_{ik} + (y_i - y_k) \cos \beta_{ik} + (z_i - z_k) \cos \gamma_{ik}] \quad (1)$$

где α_{ik} , β_{ik} и γ_{ik} - углы между осью стержня и осями координат; $x_i, x_k, y_i, y_k, z_i, z_k$ - составляющие перемещений узлов i и k по координатным осям;

F_{ik} - площадь поперечного сечения стержня;

l_{ik} - длина стержня;

N_{ik} - усилие в стержне фермы.

Схемы-аналоги стержня пространственной фермы приведены на рис.1 и 2. В схеме рис.1 при соблюдении условия

$$R_0 \gg R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 \quad (2)$$

ток I_0 равен

$$I_0 = \frac{1}{R_0} \left[\left(U_1 \frac{R'_1}{R_1} - U_2 \frac{R'_2}{R_2} \right) + \left(U_3 \frac{R'_3}{R_3} - U_4 \frac{R'_4}{R_4} \right) + \left(U_5 \frac{R'_5}{R_5} - U_6 \frac{R'_6}{R_6} \right) \right] \quad (3)$$

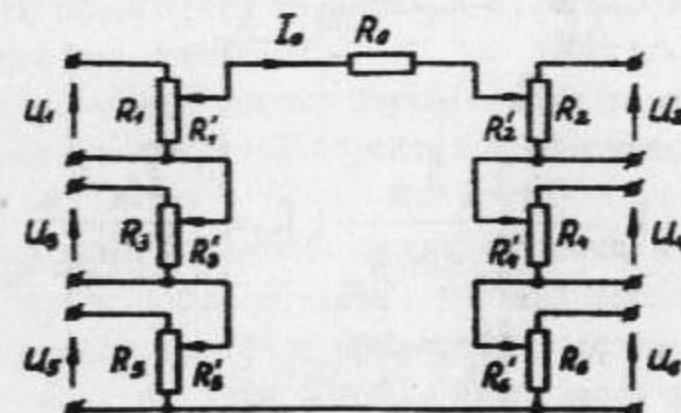


Рис.1

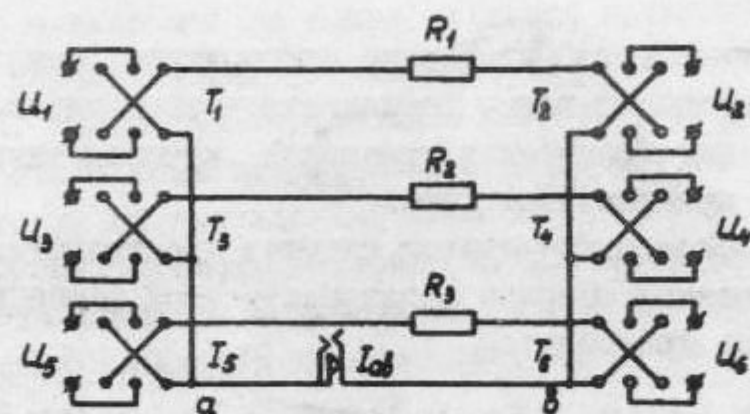


Рис.2

В схеме рис.2

$$I_{ab} = (U_1 - U_2) \frac{1}{R_1} + (U_3 - U_4) \frac{1}{R_2} + (U_5 - U_6) \frac{1}{R_3} \quad (4)$$

Параметры схем-аналогов определяются следующим образом.

В схеме рис.1:

$$\left. \begin{aligned} \frac{R'_1}{R_1} = \frac{R'_2}{R_2} = \cos \alpha_{ik}; \quad \frac{R'_3}{R_3} = \frac{R'_4}{R_4} = \cos \beta_{ik}; \\ \frac{R'_5}{R_5} = \frac{R'_6}{R_6} = \cos \gamma_{ik}; \quad R_0 = \frac{l_{ik}}{E F_{ik}} \lambda_R; \\ U_1 = x_i \lambda_U; \quad U_2 = x_k \lambda_U; \quad U_3 = y_i \lambda_U; \quad U_4 = y_k \lambda_U; \\ U_5 = z_i \lambda_U; \quad U_6 = z_k \lambda_U; \quad I_0 = N_{ik} \lambda_I \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

В схеме рис.2:

$$\left. \begin{aligned} R_1 = \frac{l_{ik} \lambda_R}{E F_{ik} \cos \alpha_{ik}}; \quad R_2 = \frac{l_{ik} \lambda_R}{E F_{ik} \cos \beta_{ik}}; \quad R_3 = \frac{l_{ik} \lambda_R}{E F_{ik} \cos \gamma_{ik}} \\ U_1 = x_i \lambda_U; \quad U_2 = x_k \lambda_U; \quad U_3 = y_i \lambda_U; \quad U_4 = y_k \lambda_U; \\ U_5 = z_i \lambda_U; \quad U_6 = z_k \lambda_U; \quad I_{ab} = N_{ik} \lambda_I \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Нетрудно убедиться, что подстановка величин, определяемых соотношениями (5) и (6) соответственно в формулы (3) и (4) приводит к уравнению (1).

Схемы-аналоги стержней плоских ферм получим, приняв во всех формулах $\cos \gamma = 0$.

2. Электрические схемы-аналоги стержней ферм с учётом пластических свойств материалов.

Одной из трудоёмких задач расчёта ферм является определение предельных нагрузок. Часто при проведении подобных расчётов считают, что все стержни, как растянутые, так и сжатые, деформируются в соответствии с диаграммой Прандтля. Однако в результате исследований проф. И. М. Рабиновича, Ижека, Хвалла, проф. С. А. Бернштейна и др. установлено, что деформации сжатых стержней за пределами упругости не следуют диаграмме Прандтля. В зависимости от гибкости они могут иметь площадку текучести ограниченной длины и могут не иметь её вовсе. Поскольку деформации стержней имеют определенную закономерность, для расчёта ферм за пределами упругости необходимо использовать кроме уравнений равновесия ещё и уравнения совместности деформаций.

Применение предлагаемых в работе схем-аналогов стержней ферм, построенных с учётом нелинейных деформаций стержней, позволит значительно упростить расчёт. Схемы строятся в предположении, что диаграммы деформаций стержней известны и получены либо аналитическим, либо опытным путём. Получение заданных вольтамперных характеристик стало возможным благодаря включению в схемы-аналоги диодных функциональных преобразователей и трансформаторов на ферритовых сердечниках. В результате удалось избежать применения усилителей-инверторов и тем самым значительно упростить схему.

3. Электрическая модель фермы с использованием предлагаемых схем-аналогов стержней строится в соответствии с блок-схемой рис.3, где

МФ — собственно модель фермы, состоящая из схем-аналогов, соединённых между собой в узлах так, как соединены отдельные стержни фермы с соблюдением граничных условий;

БПМ — блок питания модели, включающий в себя m регулируемых источников ЭДС, где m — степень кинематической неопределимости фермы;

- К У - коммутационное устройство;
- Σ - сумматор;
- Б Н - блок нагрузок;
- Н И - нуль-индикатор.

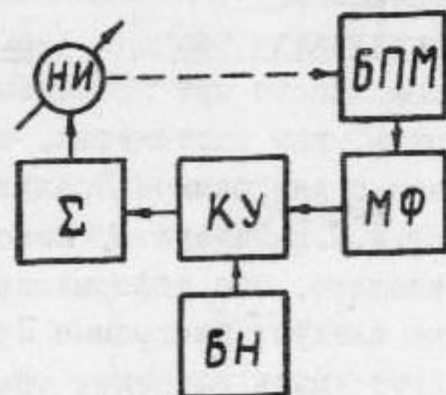


Рис.3

Моделирование узла пространственной фермы поясняется рис.4. Параметры схем-аналогов определяются в соответствии с формулами (5). Напряжения E_{xi} , E_{yi} и E_{zi} , пропорциональные соответствующим составляющим перемещения узла i , устанавливаются таким образом, чтобы выполнялись условия равновесия узла:

$$\left. \begin{aligned} \sum N_{ik} \cos \alpha_{ik} + P_{ix} &= 0 \\ \sum N_{ik} \cos \beta_{ik} + P_{iy} &= 0 \\ \sum N_{ik} \cos \gamma_{ik} + P_{iz} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

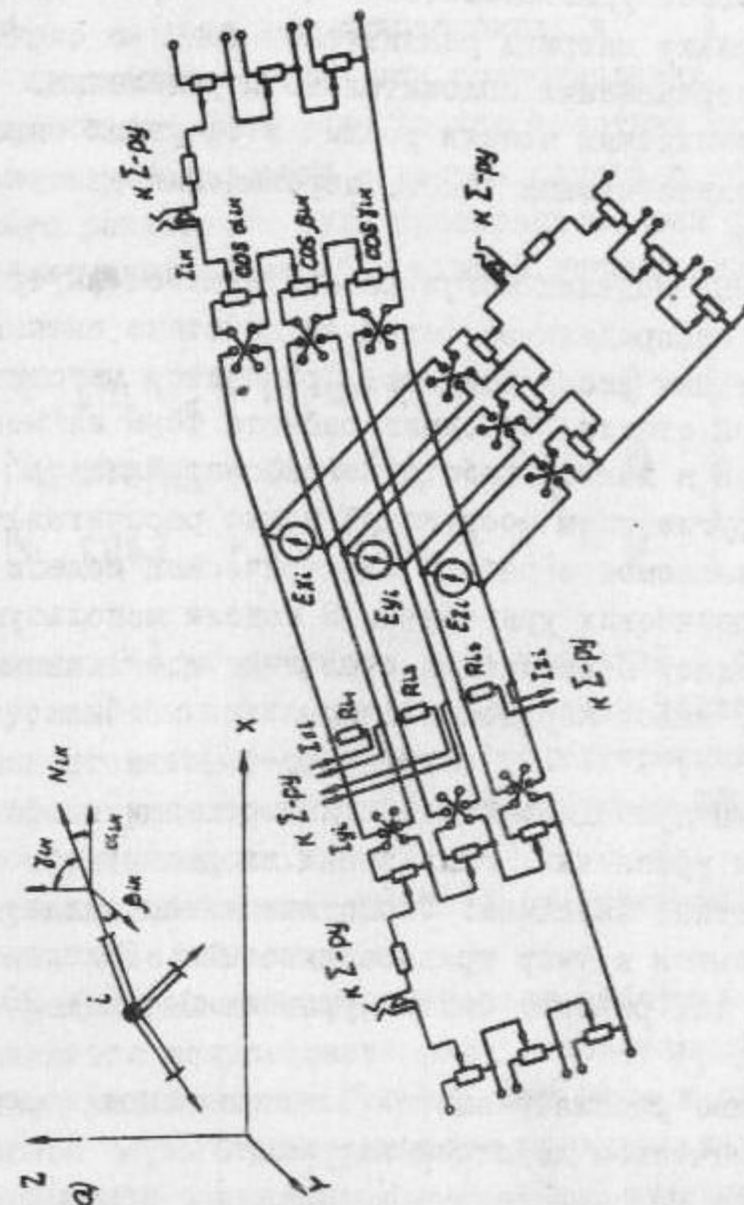


Рис.4

Уравнения (7) реализуются с помощью сумматора. Модель относится, таким образом, к разряду уравниваемых. Уравновешивание может выполняться как вручную, так и автоматически, с использованием описанных в литературе систем автоматического регулирования. Процесс уравнивания по методу Зейделя всегда сходится, поскольку матрица реализуемой моделью системы уравнений метода перемещений положительно определена.

После уравнивания модели усилия в стержнях определяются измерением соответствующих токов, перемещения узлов — измерением напряжений.

На предлагаемых моделях могут рассчитываться внутренне и внешне статически неопределимые фермы на действие внешних сил, температуры, начальных несовершенств. Приводится методика расчёта ферм в упругой стадии. Методика расчёта ферм на моделях в пластической стадии в данной работе не рассматривалась.

4. Фермы и другие типы сооружений можно рассчитывать также с помощью предлагаемой в работе электрической модели системы линейных алгебраических уравнений. В модели используются трансформаторы с одной первичной и столькими идентичными вторичными обмотками, каков порядок системы n . Число трансформаторов равно $n + 1$. Вторичные обмотки трансформаторов зашунтированы проводимостями, моделирующими коэффициенты матрицы системы уравнений. Напряжения вторичных обмоток моделируют неизвестные величины. Свободные члены задаются токами. Модель относится к типу уравниваемых. Целесообразно применение модели для решения систем уравнений 10 — 20 порядка.

Во второй главе рассматривается электрическое моделирование ферм при динамическом действии нагрузки.

1. Расчёт ферм на вынужденные колебания с помощью электрических моделей ведётся по приближенной расчётной схеме, в которой узловые соединения считаются шарнирными, а массы стержней сосредоточенными в узлах. При этом ферма превращается в систему с конечным числом степеней свободы. Рассматриваются только вибрационные нагрузки.

В данной главе показано, что при расчёте ферм на вынужденные колебания по амплитудным значениям могут быть использованы схемы-аналоги, предложенные в главе I. При расчёте пространственных ферм с помощью электрических моделей инерционные силы масс учитываются включением в узлы модели сопротивлений R_{i1} , R_{i2} и R_{i3} (см. рис. 4), подсчитываемых по формуле:

$$R_{i1} = R_{i2} = R_{i3} = \frac{1}{m_i \omega^2} \lambda_{Ri}, \quad (8)$$

где m_i — масса, сосредоточенная в i -ом узле.

Токи, протекающие через эти сопротивления, пропорциональны составляющим инерционной силы по координатным осям. Уравнивание модели осуществляется в данном случае с учётом уравнений динамического равновесия узла пространственной фермы, записанных для амплитудных значений усилий и перемещений:

$$\left. \begin{aligned} \sum N_{ik} \cos \alpha_{ik} + m_i \omega^2 x_i + R_{ix} &= 0 \\ \sum N_{ik} \cos \beta_{ik} + m_i \omega^2 y_i + R_{iy} &= 0 \\ \sum N_{ik} \cos \gamma_{ik} + m_i \omega^2 z_i + R_{iz} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Уравнения (9) реализуются, как и прежде с помощью сумматора. После уравнивания модели амплитуды усилий в стержнях ферм определяются измерением токов во внутренних ветвях схем-аналогов, амплитуды перемещений — измерением ЭДС источников, включенных в узлы модели.

2. Определение частот собственных колебаний ферм с помощью электрических моделей.

Для определения наименьших частот собственных колебаний ферм предлагается использовать метод, основанный на резонансных свойствах колеблющихся систем. При этом к одному из узлов рассчитываемой фермы прикладывается произвольная по величине сила, меняющаяся с частотой ω . При изменении частоты возмущающей нагрузки и при одной и той же её амплитуде усилия в стержнях являются функциями частоты. Строятся графики этих

функций и по ним определяются наименьшие частоты собственных колебаний. При аналитических расчётах такой путь определения частот колебаний приводит к сложным и громоздким вычислениям. При применении же электрических моделей этот способ оказывается весьма эффективным, так как динамический расчёт ферм на предложенных моделях осуществляется достаточно просто. При исследовании прямосимметричных и обратносимметричных форм колебаний расчётная схема фермы и, следовательно, её модель могут быть упрощены так же, как это делается при аналитических расчётах.

Другой вариант определения частот собственных колебаний с применением моделей заключается в использовании метода проф. С.А. Бернштейна. Наиболее трудоёмкую часть этого метода составляет определение коэффициентов матрицы единичных перемещений. Эту часть расчёта можно выполнять с помощью предлагаемых моделей. После определения перемещений узлов фермы от действия единичных сил двухсторонние оценки частот колебаний подсчитываются аналитически, что не представляет большого труда. Старшие частоты колебаний могут быть определены по формулам, выведенным проф. К.К. Керопяном.

3. Разработана методика динамического расчёта ферм на моделях, связанная с наименьшими затратами времени и труда.

Методика основана на изменении масштабных коэффициентов при изменении частоты возмущающей нагрузки. Показано, что если ферма рассчитана на модели при значении частоты ω_1 , то для того, чтобы получить решение при другом значении частоты ω_2 нет надобности прибегать к повторному уравниванию модели, если масштабные коэффициенты изменить в соответствии с выведенными формулами. В этом случае для получения решения при

$\omega = \omega_2$ достаточно провести два - три цикла итерации, что значительно сокращает время расчёта.

В третьей главе исследуются возможности применения предлагаемых моделей для расчёта устойчивости плоских и пространственных ферм.

1. Наиболее простой алгоритм при расчётах устойчивости плоских и пространственных ферм на моделях даёт метод единственной наложенной связи, предложенной проф. Ш.М. Гофманом для

рам. Метод даёт возможность рассчитывать на моделях как статически определимые, так и внутренние и внешне статически неопределимые плоские и пространственные фермы с регулярной и нерегулярной структурой.

Излагаем кратко сущность метода единственной наложенной связи применительно к расчёту ферм.

Система уравнений метода перемещений при расчёте ферм на устойчивость имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_{11} Z_1 + \Gamma_{12} Z_2 + \dots + \Gamma_{1n} Z_n &= \delta_1 \\ \Gamma_{21} Z_1 + \Gamma_{22} Z_2 + \dots + \Gamma_{2n} Z_n &= \delta_2 \\ \dots &\dots \\ \Gamma_{n1} Z_1 + \Gamma_{n2} Z_2 + \dots + \Gamma_{nn} Z_n &= \delta_n \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Решая систему уравнений (10) по Гауссу, приходим к новой системе:

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_{11} Z_1 + \Gamma_{12} Z_2 + \dots + \Gamma_{1n} Z_n &= \delta_1 \\ \Gamma_{22}^{(1)} Z_2 + \dots + \Gamma_{2n}^{(1)} Z_n &= \delta_2^{(1)} \\ \dots &\dots \\ \Gamma_{nn}^{(n-1)} Z_n &= \delta_n^{(n-1)} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Коэффициенты $\Gamma_{11}, \Gamma_{22}^{(1)}, \dots, \Gamma_{nn}^{(n-1)}$ представляют главные реакции систем соответственно с $n, n-1, \dots, 1$ наложенной связью. Критерием потери устойчивости является равенство нулю произведения диагональных элементов треугольной матрицы:

$$D = \Gamma_{11} \cdot \Gamma_{22}^{(1)} \cdot \Gamma_{33}^{(2)} \cdot \dots \cdot \Gamma_{nn}^{(n-1)} = 0 \quad (12)$$

В вычислении этого произведения нет необходимости, поскольку в качестве критерия потери устойчивости может служить равенство нулю реакции единственной наложенной на систему связи:

$$\Gamma_{nn}^{(n-1)} = 0 \quad (13)$$

Последнее равенство может быть использовано для определения наименьшего критического параметра при расчёте на устойчивость как плоских, так и пространственных ферм. Для этого необходимо, задавшись параметром нагрузки, сообщить перемещение по направлению какой-либо n -ой связи из тех, которые накладываются на заданную систему для получения основной системы, уравновесить силы по направлению остальных $n-1$ связей и определить реакцию n -ой связи. Если заданный параметр равен критическому, реакция единственной оставшейся связи равна нулю. Практически находятся двухсторонние оценки критической силы или критического параметра.

Подобный метод расчёта может быть реализован на предложенных в главе I моделях. Показано, что полученное с помощью модели решение всегда будет соответствовать минимальному критическому параметру.

2. Основную трудность метода представляет расчёт ферм по деформированной схеме.

Расчёт как плоских, так и пространственных ферм в деформированном состоянии предлагается осуществлять способом дополнительных нагрузок. При этом расчёт проводится по первоначальной геометрической схеме с учётом дополнительных узловых нагрузок, которые для плоских ферм определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} C_{ix} &= -\sum N_{ik}^0 \Delta \alpha_{ik} \sin \alpha_{ik} \\ C_{iy} &= \sum N_{ik}^0 \Delta \alpha_{ik} \cos \alpha_{ik} \end{aligned} \right\} \quad (I4)$$

где N_{ik}^0 - усилие в стержне, рассчитанное по первоначальной схеме.

Для пространственных ферм дополнительная узловая нагрузка определяется по формулам:

$$\left. \begin{aligned} C_{ix} &= -\sum N_{ik}^0 \Delta \alpha_{ik} \sin \alpha_{ik} \\ C_{iy} &= -\sum N_{ik}^0 \Delta \beta_{ik} \sin \beta_{ik} \\ C_{iz} &= -\sum N_{ik}^0 \Delta \gamma_{ik} \sin \gamma_{ik} \end{aligned} \right\} \quad (I5)$$

3. В работе приведены примеры аналитического расчёта ряда плоских и пространственных ферм на устойчивость методом единственной наложенной связи с использованием способа дополнительной нагрузки. Для пояснения методики расчёта ферм на моделях

некоторые примеры решены в численном виде. Показана также возможность решения задачи и в общем виде. При этом уравнение устойчивости получается приравниванием нулю реакции наложенной связи.

В заключение главы на основании изложенного в ней материала приводится методика расчёта плоских и пространственных ферм на устойчивость на электрических моделях.

В четвёртой главе решаются вопросы комбинированного использования АВМ типа ЭМСС-7(М), ЭМСС-8 и малых ЭЦВМ для расчёта устойчивости сложных рам.

I. Одним из путей повышения эффективности существующих электрических моделей стержневых систем является применение их для расчётов сложных рам на устойчивость. При этом предпочтительнее использование методов, внешне сводящих расчёт устойчивости рам к статическому расчёту последних. Одним из таких методов является метод единственной наложенной связи.

В качестве критерия потери устойчивости используется равенство (I3). При этом возможны два варианта расчёта рамы: 1) с использованием схем-аналогов сжато-изогнутых стержней и 2) с использованием метода эквивалентных нагрузок. Материал данной главы посвящен развитию метода эквивалентных нагрузок применительно к расчёту рам на устойчивость на электрических моделях типа ЭМСС-7(М) и ЭМСС-8.

Для вывода основных формул рассматривается дифференциальное уравнение изогнутой оси стойки (см. рис.5):

$$EI y'' = M_0 + Q_0 x + P(y_0 - y) \quad (I6)$$

В качестве первого приближения для y принимаются прогибы стойки от заданного смещения наложенной связи при $P = 0$, определяемые уравнением:

$$y_1 = y_{01} + \theta_{01} x + \frac{M_{01} x^2}{2EI} - \frac{(M_{01} + M_{e1}) x^3}{6EI^2} \quad (I7)$$

где M_{01} , M_{e1} , y_{01} , θ_{01} - узловые моменты, линейное смещение и угол поворота при $P = 0$.

- 16 -

Тогда прогибы стойки во втором приближении могут быть найдены из следующего уравнения:

$$EI y_2'' = M_0 + Q_0 x + P \left[-\theta_{01} x - \frac{M_{01} x^2}{2EI} + \frac{(M_{01} + M_{e1}) x^3}{6EI\ell} \right] \quad (18)$$

Уравнение (18) получено из (16) подстановкой в него значения y_1 по формуле (17). Величина

$$M_n = P \left[-\theta_{01} x - \frac{M_{01} x^2}{2EI} + \frac{(M_{01} + M_{e1}) x^3}{6EI\ell} \right] \quad (19)$$

рассматривается как результат действия некоторой поперечной нагрузки, которая в дальнейшем называется эквивалентной нагрузкой. Это даёт возможность заменить расчёт рамы по деформированной схеме расчётом той же рамы по первоначальной геометрической



Рис. 5

схеме. Величина эквивалентной нагрузки находится на основании известной дифференциальной зависимости:

$$q = \frac{d^2 M_n}{dx^2}; \quad Q = \frac{d M_n}{dx} \quad (20)$$

В первом приближении:

$$\left. \begin{aligned} S_{01} &= -P\theta_{01}; \quad S_{e1} = P\theta_{e1} \\ Q_1(x) &= \frac{P}{EI} \left(-M_{01} + \frac{M_{01} + M_{e1}}{\ell} x \right) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

где S_{01}, S_{e1} - сосредоточенные силы, приложенные по концам стойки. Аналогично выводятся формулы для эквивалентной нагрузки второго и третьего приближений.

Во втором приближении:

$$\left. \begin{aligned} S_{02} &= -P\theta_{02}; \quad S_{e2} = P\theta_{e2} \\ Q_2(x) &= \frac{P}{EI} \left[-M_{02} - Q_{02}x + \frac{M_{02}Px^2}{2EI} - \frac{(M_{01} + M_{e1})Px^3}{6EI\ell} \right] \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

где $M_{02}, Q_{02}, \theta_{02}, \theta_{e2}$ - узловые момент, поперечная сила и углы поворота, найденные из расчёта рамы на действие заданного смещения наложенной связи с учётом эквивалентной нагрузки первого приближения.

В третьем приближении:

$$\left. \begin{aligned} S_{03} &= -P\theta_{03}; \quad S_{e3} = P\theta_{e3} \\ Q_3(x) &= \frac{P}{EI} \left\{ -M_{03} - Q_{03}x - \frac{P}{EI} \left[-M_{02} \frac{x^2}{2} - Q_{02} \frac{x^3}{6} + \frac{M_{01}Px^4}{24EI} - \frac{(M_{01} + M_{e1})Px^5}{120EI\ell} \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

где $M_{03}, Q_{03}, \theta_{03}, \theta_{e3}$ - узловые момент, поперечная сила и углы поворота от действия заданного смещения наложенной связи с учётом эквивалентной нагрузки второго приближения.

Как показывают практические расчёты, в третьем приближении удаётся получить высокую точность при определении критических сил.

2. Процесс вычисления эквивалентных нагрузок вплоть до определения величин, необходимых для задания этих нагрузок на аналоговой модели, т.е. моментов в заземлении и параметра ΔM для свободных рам, автоматизируется с помощью малых ЭЦВМ.

Для вычисления моментов в заземлении и параметра ΔM реализуется следующий алгоритм.

Эквивалентная нагрузка $q(x)$ заменяется системой сосредоточенных сил. Величина j -ой силы определяется по формуле:

$$P_j = \frac{Q_j + Q_{j+1}}{2} \Delta x \quad (24)$$

Моменты в заземлении, поперечная сила в заземлении при $x = l$ площадь грузовой эпюры и поперечная сила в шарнирно опертой стойке при $x = 0$ определяются по следующим формулам:

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_0 &= \sum_1^n \alpha_j \beta_j^2 P_j l; \quad \bar{M}_l = -\sum_1^n \alpha_j^2 \beta_j P_j l; \\ \bar{Q}_l &= \sum_1^n \alpha_j^2 (\alpha_j + 3\beta_j) P_j; \quad \omega = \sum_1^n P_j; \quad Q_0 = -\sum_1^n P_j \beta_j \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

где $\alpha_j l, \beta_j l$ - расстояния от концов стойки до точки приложения j -ой силы;
 l - длина стойки.

Для свободных рам подсчитывается параметр ΔM :

$$\Delta M_i = (\sum \bar{Q}_i - \sum_1^n q_i(x) - \sum_1^n S_i) l \quad (26)$$

Для рам, имеющих закрепленные узлы, подсчитывается разность:

$$\Delta M_i - \Delta M_{i+1} = (\sum \bar{Q}_i - \sum q_i(x) - \sum S_i - \sum \bar{Q}_{i+1}) l \quad (27)$$

Приводим логическую схему программы для реализации поставленной задачи:



Программа состоит из следующих операторов.

- P_0 - ввод программы и исходных данных;
- A_1 - перевод исходных данных из десятичной системы в двоичную;
- $A_2(j)$ - вычисление по формулам (21), (22), (23);
- A_3 - вычисление по формуле (24);
- F_4 - переадресация;
- P_5 - управление циклом;
- A_6 - вычисление по формулам (25);
- P_7 - проверка на завершение счета по формулам (25);
- Q_8 - восстановление рабочих ячеек;
- F_9 - переадресация команд;
- P_{10} - проверка на завершение счёта по формулам (25) для стоек этажа;
- A_{11} - вычисление по формулам (26), (27);
- P_{12} - проверка на завершение счёта;
- A_{13} - останов.

В данной главе приведена развёрнутая программа для ЭЦВМ "Проминь".

Таким образом, величина реакции наложенной связи при расчёте рам на устойчивость определяется на аналоговой модели с учётом эквивалентной нагрузки. Величина эквивалентной нагрузки подсчитывается на ЭЦВМ.

В данной главе приведены результаты расчёта устойчивости некоторых рам, в том числе пятиэтажной пятипролетной несимметричной рамы, полученные комбинированием ЭМСС-8 и ЭЦВМ "Проминь". Сравнение полученных результатов с точными решениями свидетельствует о высокой точности расчетов.

В пятой главе приводится описание экспериментальной электрической модели для расчёта ферм.

В основу модели положена схема-аналог рис.2. В модели используются некоторые блоки аналоговой машины ЭМСС-2, в частности сумматор и измерительное устройство. Приводятся примеры статического расчёта, колебаний и устойчивости ферм на модели. Погрешность расчёта во всех случаях не превышает 5%.

В заключение главы приводятся результаты экспериментальной проверки схем-аналогов ферм с учётом пластических деформаций. Результаты этой проверки соответствуют теоретическим выводам.

В ы в о д ы:

1. Предложены два варианта электрической схемы-аналога стержня плоской и пространственной фермы, отличающиеся простотой и надёжностью в работе.
2. Предложены электрические схемы-аналоги растянутых и сжатых стержней с учётом пластических свойств материалов. Предлагаемые аналоги позволяют учитывать нелинейные деформации сжатых стержней, т.е. продольный изгиб последних при расчёте статически неопределимых ферм в пластической стадии.
3. Разработаны способы построения моделей плоских и пространственных ферм с применением предлагаемых аналогов.
4. Разработана методика расчёта плоских и пространственных статически неопределимых ферм на предлагаемых моделях на действие внешних нагрузок, температуры и начальных несовершенств.
5. Разработана схема электрической модели системы линейных алгебраических уравнений с произвольной неособенной матрицей, позволяющая создать простое и надёжное устройство для решения систем 10 - 20 порядка.
6. Динамическая модель фермы может быть получена с помощью тех же самых схем-аналогов, что и статическая модель, если вести расчёт по амплитудным значениям.
7. Приводится разработанная методика расчёта плоских и пространственных ферм на вынужденные колебания и определение собственных частот с помощью электрической модели, связанная с наименьшими затратами времени и труда.

8. Для расчёта плоских и пространственных ферм на устойчивость может быть применен метод единственной наложенной связи. В сочетании с методом эквивалентной нагрузки этот метод позволяет создать достаточно простой алгоритм расчёта, который реализуется на предлагаемых электрических моделях.

9. Комбинированное использование АВМ типа ЭМСС-7 (М), ЭМСС-8 и малых ЭЦВМ позволяет рассчитывать устойчивость сложных рамных систем. При расчётах используется метод единственной наложенной связи. Для определения реакции наложенной связи на АВМ применен метод эквивалентных нагрузок. Выведены формулы для определения эквивалентной поперечной нагрузки для многоэтажных многопролетных рам. Для подсчёта этой нагрузки и величин, необходимых для задания её на модели, с помощью ЭЦВМ составлены программы.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

1. В.П.Агапов. Решение задач статики, динамики и устойчивости ферм методами электро моделирования. Теоретическая механика, сопротивление материалов, строительная механика. Доклады к XXIV научной конференции Ленинградского инженерно-строительного института, 1966.
2. К.К.Керопян, В.П.Агапов. Электрическая модель системы линейных алгебраических уравнений для решения задач строительной механики. Там же.
3. В.П.Агапов. Расчёт ферм с учётом пластических свойств материалов методом электроаналогий. Тезисы докладов Первой Ростовской областной научно-теоретической конференции молодых учёных и специалистов, секция технических наук, Ростов-на-Дону, 1967.
4. В.П.Агапов. Совместное использование цифровых и аналоговых вычислительных машин для расчёта рам на устойчивость. Доклады /краткое содержание/ к XXIV научно-технической конференции РИСИ, Ростов-на-Дону, 1967.
5. В.П.Агапов. Расчёт статически неопределимых ферм в пластической стадии методом электро моделирования. Там же.
6. К.К.Керопян, В.П.Агапов. Электрическая модель системы линейных алгебраических уравнений. Сб. Прочность, устойчивость

и колебания инженерных конструкций, том № 172, изд. НПИ, Новочеркасск (в печати).

7. В.П. Агапов. Электрическая схема-аналог стержня пространственной фермы с учётом пластических свойств материалов. Решение Комитета по делам изобретений и открытий при Совете Министров СССР о выдаче авторского свидетельства по заявке № 1102854/26-24 от 10 октября 1967г.

8. К.К. Керопян, В.П. Агапов. Схема электрической модели на трансформаторах для решения систем линейных алгебраических уравнений. Решение Комитета по делам изобретений и открытий при Совете Министров СССР о выдаче авторского свидетельства по заявке № 1008209/26-24 от 24 октября 1967г.

По результатам работы были сделаны доклады на научно-технической конференции по применению электронных математических машин в народном хозяйстве (Саратов, 1965г), на XXII, XXIV научно-технических конференциях Ростовского инженерно-строительного института (апрель 1965г., октябрь 1967), на XXIV научно-технической конференции Ленинградского инженерно-строительного института (февраль 1966г.), на Первой Ростовской областной научно-теоретической конференции молодых учёных и специалистов (февраль-март 1967г.)