

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний університет кораблебудування  
імені адмірала Макарова

**С. Ю. АЛЕКСАНДРОВСЬКИЙ, С. І. БАНДУРА,  
О. Ю. КІМСТАЧ, В. І. КОСТЮЧЕНКО,  
С. М. НОВОГРЕЦЬКИЙ**

**НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК  
З КУРСУ "ОСНОВИ МЕТРОЛОГІЇ  
ТА ЕЛЕКТРИЧНІ ВИМІРЮВАННЯ"**

*Рекомендовано Вченою радою НУК*



**ВИДАВНИЦТВО**  
НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ  
КОРАБЛЕБУДУВАННЯ  
ІМ. АДМІРАЛА МАКАРОВА

**2021**

УДК 621.315.6

Н15

*Автори:*

С. Ю. Александровський, старший лаборант кафедри СЕЕС;  
С. І. Бандура, старший лаборант кафедри СЕЕС;  
О. Ю. Кімстач, кандидат технічних наук, доцент кафедри СЕЕС;  
В. І. Костюченко, кандидат технічних наук, доцент кафедри СЕЕС;  
С. М. Новогрецький, кандидат технічних наук, доцент кафедри СЕЕС

*Рецензенти:*

Ю. П. Кондратенко, доктор технічних наук, професор;  
В. М. Рябенський, доктор технічних наук, професор;  
О. О. Черно, доктор технічних наук, доцент

*Рекомендовано Вченою радою НУК*

*як навчальний посібник (протокол № 07 від 31.08.2021)*

Н15     **Навчальний** посібник з курсу "Основи метрології та електричні вимірювання" / С. Ю. Александровський, С. І. Бандура, О. Ю. Кімстач, В. І. Костюченко, С. М. Новогрецький. – Миколаїв : НУК, 2021. – 248 с.  
ISBN 978-966-321-439-9

Наведені короткі теоретичні відомості стосовно методів та засобів вимірювань електричних величин. Зокрема розглянуті питання розрахунку похибок вимірювань, конструктивних особливостей приладів вимірювань, а також засоби вимірювання частоти та фази електричних сигналів, потужності та енергії, опорів резисторів, параметрів конденсаторів і котушок індуктивності, параметрів магнітного поля, а також магнітних властивостей феромагнітних матеріалів.

Призначено для студентів Навчально-наукового інституту автоматики та електротехніки НУК.

**УДК 621.315.6**

© Александровський С. Ю., Бандура С. І.,  
Кімстач О. Ю., Костюченко В. І.,  
Новогрецький С. М., 2021

© Національний університет кораблебудування  
імені адмірала Макарова, 2021

ISBN 978-966-321-439-9

*Тема № 1*  
**ВИЗНАЧЕННЯ Й КЛАСИФІКАЦІЯ  
ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАННЯ.  
ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАННЯ**

**1.1. Визначення й класифікація засобів вимірювання.  
Одиниці фізичних величин**

*Вимірюванням* називається знаходження значень фізичних величин дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів.

Для вимірювання характерне одержання кількісної інформації про величину, що вимірюється. Кількісна оцінка величини, що вимірюється, повинна задовольняти двом вимогам. По-перше, в результаті вимірювань треба одержати іменоване число, тобто число, виражене у визначених одиницях, загальноприйнятих для даної величини. По-друге, результат вимірювань повинен містити оцінку точності отриманого значення вимірюваної величини.

*Значення фізичної величини* – це кількісна характеристика властивостей фізичного об'єкта або фізичних систем, їхніх станів і процесів, що відбуваються в них.

Вимірювання повинні виконуватися в загальноприйнятих одиницях. У нашій країні введена Міжнародна система одиниць *SI*. Як основні в цій системі використовуються

сім одиниць, через які виражаються інші одиниці, що іменуються похідними. Основними в системі *SI* обрані одиниці наступних фізичних величин: маси – кілограм (кг); довжини – метр (м); часу – секунда (с); сили струму – ампер (А); термодинамічної температури – кельвін (К); сили світла – кандела (кд); кількості речовини – моль (моль). Одиниця фізичної величини повинна бути матеріалізована, тобто відтворена таким чином, щоб її розмір був постійним у часі і не залежав від зовнішніх впливів. Фізичні величини матеріалізуються в спеціальних засобах вимірювань – еталонах і мірах.

*Засобами вимірювання* називають технічні засоби, що використовуються при вимірюваннях і мають нормовані метрологічні властивості. Розрізняють наступні види засобів вимірювання: міри, вимірювальні прилади, вимірювальні перетворювачі, вимірювальні установки, вимірювальні системи.

*Мірою* називається засіб вимірювання, призначений для відтворення фізичної величини заданого розміру. Розрізняють однозначні міри, багатозначні міри і набори мір. Наприклад: зразковий резистор, зразкова котушка індуктивності, нормальний гальванічний елемент (міра ЕРС).

*Вимірювальними приладами* називають засоби вимірювання, призначені для вироблення сигналів вимірювальної інформації, тобто інформації про значення вимірюваної величини, у формі, доступній для безпосереднього сприйняття спостерігачем, тобто має пристрій відліку або індикатор. Вимірювальні прилади поділяються на *аналогові*, показання яких є безперервною функцією вимірюваної величини, та на *цифрові*, в яких вимірювана величина автоматично в результаті квантування, дискретизації, порівняння, цифрового кодування і відповідних обчислень постає у вигляді коду або в цифровій формі. Вимірювальні прилади підрозділяються також на *показуючі*, котрі допускають тільки зчитування показань опе-

ратором, і *реєструючі*, в яких передбачена реєстрація показань. Наприклад: електромагнітний щитовий вольтметр, осцилограф, цифровий вольтметр.

*Вимірювальними перетворювачами* називають засоби вимірювання, призначені для вироблення сигналів вимірювальної інформації, у формі, зручній для передачі, подальшого перетворення, обробки і (або) збереження, але не піддається безпосередньому сприйняттю спостерігачем. Наприклад: вимірювальні трансформатори струму або напруги, вимірювальні підсилювачі, шунт, додатковий резистор. Вимірювальний перетворювач має вхід, на який подається величина  $x$ , що перетворюється (вхідна величина). Вихідна величина перетворювача  $y$  (перетворена величина) зв'язана з вхідною залежністю  $y = F(x)$ , що називається функцією перетворення.

Функція перетворення якісно відбиває зв'язок між вихідною й вхідною величинами вимірювального перетворювача. Для відображення кількісного зв'язку між ними вводять градуювальну характеристику (складену у вигляді таблиці, графіка або формули). У залежності від призначення вимірювальні перетворювачі підрозділяються на масштабні, призначені для зміни значення величини в задану кількість разів, і перетворювачі роду величини.

*Вимірювальною установкою* називають сукупність функціонально об'єднаних засобів вимірювання (мір, вимірювальних приладів, вимірювальних перетворювачів) і допоміжних пристроїв. Вона призначена для вироблення сигналів вимірювальної інформації у формі, зручній для безпосереднього сприйняття спостерігачем, і розташована в одному місці. Наприклад: лабораторна установка для дослідження характеристик двигуна, стенд для перевірки лічильників електричної енергії.

*Вимірювальні системи* являють собою сукупність засобів вимірювання і допоміжних пристроїв, з'єднаних між собою каналами зв'язку. Вони призначені для автоматичного одержання вимірювальної інформації від ряду джерел, а також для передачі, обробки і представлення вимірювальної інформації в тій або іншій формі. У вимірювальних системах значення величин, що вимірюються або контролюються, перетворюються в уніфіковані (однорідні) сигнали, що дозволяє багаторазово використовувати деякі функціональні блоки системи. Вимірювальні системи, які обслуговують об'єкт, що знаходиться від неї на значній відстані, називаються телевимірювальними. У телевимірювальних системах використовується передача вимірювальної інформації по проводах та радіоканалах. Прикладом вимірювальних систем може служити багатоканальний просторово розподілений інформаційно-вимірювальний комплекс у складі системи управління технологічним процесом.

## **1.2. Характеристики засобів вимірювання**

Загальними характеристиками засобів вимірювання є їхні похибки, варіація показань, чутливість до вхідної величини, споживана потужність від об'єкта вимірювання, швидкодія, час установлення показань, діапазон вимірювань і надійність.

### **1.2.1. Похибка**

Під похибкою вимірювань розуміють відхилення результату вимірювання від істинного значення вхідної величини.

Під *істинним значенням фізичної величини  $x_i$*  розуміють значення фізичної величини, що ідеальним образом відображає в якісному і кількісному відношеннях відповідну властивість об'єкта. На практиці користуються «дійсним значенням» величини, що може бути визначене експериментально за допомогою зразкових засобів вимірювання і настільки наближається до істинного значення, що може бути використане замість нього.

Розрізняють дві складові похибки вимірювання: *інструментальну*, залежну від похибок застосованих засобів вимірювання, і *методичну*, пов'язану з недосконалістю методу вимірювання.

Розрізняють *абсолютну, відносну і приведену* похибки.

Абсолютною похибкою міри називається різниця між номінальним значенням міри та істинним значенням величини, що відтворюється нею.

Абсолютною похибкою  $\Delta$  приладу називається різниця між показаннями приладу  $x$  та істинним значенням  $x_i$  вимірюваної величини, тобто  $\Delta = x - x_i$ .

Абсолютна похибка вимірювального перетворювача по входу є різницею між значенням величини на вході перетворювача, визначеного по істинному значенню величини на його виході за допомогою градуювальної характеристики перетворювача, й істинним значенням величини на вході перетворювача.

Абсолютна похибка, взята зі зворотним знаком, називається *поправкою*.

Відносна похибка  $\delta$  представляє собою відношення абсолютної похибки до істинного значення вхідної величини або величини, що відтворюється,  $x_i$ . Відносна похибка виражається у відсотках  $\delta = (\Delta/x_i)100\%$ . На практиці в більшості випадків при визначенні  $\delta$  припустимо відносити абсолютну похибку до значення вхідної величини, знайденого за допомогою даного засобу вимірювання.

Приведена похибка дорівнює вираженому у відсотках відношенню абсолютної похибки  $\Delta$  до нормованого значення  $x_N$ :

$$\gamma = (\Delta/x_N) 100\%.$$

Нормоване значення приймається рівним:

1) для засобів вимірювання, за винятком випадку дуже нерівномірної шкали, якщо нульова позначка знаходиться на

краю або поза шкалою – кінцевому значенню діапазону вимірювання;

2) якщо нульова позначка знаходиться всередині діапазону вимірювання – арифметичній сумі кінцевих значень діапазону вимірювання без врахування знаків;

3) для засобів вимірювання з установленим номінальним значенням – цьому номінальному значенню;

4) для вимірювальних приладів із дуже нерівномірною шкалою нормоване значення встановлюють рівним всій довжині шкали або її частині, що відповідає діапазонаві вимірювань.

У залежності від зміни в часі вхідної величини розрізняють наступні похибки засобів вимірювання:

*статичну* похибку – похибка при вимірюванні постійної у часі величини;

*динамічну* похибку – різниця між похибкою при вимірюванні змінної у часі величини, і статичною похибкою, що відповідає значенню вимірюваної величини в даний момент часу.

У залежності від характеру зміни розрізняють:

*систематичні* похибки – складові похибки, що залишаються постійними або закономірно змінюються при повторних вимірюваннях однієї і тієї ж величини;

*випадкові* похибки – складові похибки, що змінюються випадковим чином при повторних вимірюваннях однієї і тієї ж величини.

У залежності від умов виникнення похибок розрізняють:

*основну* похибку – похибка засобу вимірювання при нормальних умовах;

*додаткову* похибку – похибка засобу вимірювання, викликана відхиленням від нормального значення однієї або більше величин, що мають вплив на результат вимірювань, або їхнім виходом за межі областей нормальних значень.

Залежність абсолютної похибки  $\Delta$  від вхідної величини  $x$  може бути представлена деякою смугою невизначеності, обумовленою випадковою похибкою і зміною характеристик засобів вимірювання під дією величин, що впливають на них, тому абсолютна похибка обмежена двома граничними значеннями  $\Delta_{\max}$  (рис. 1), що можуть бути як позитивними, так і негативними. Їхня залежність від вимірюваної величини  $x$  характеризується прямими 1. Рівняння прямої 1 може бути виражене за допомогою двох постійних коефіцієнтів  $a$  і  $b$ .

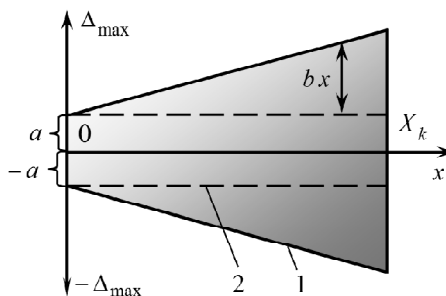


Рис. 1. Залежність абсолютної похибки приладу від вимірюваної величини

Таким чином,

$$|\Delta_{\max}| = |a| + |bx|,$$

де  $a$  називають граничним значенням адитивної похибки;  $bx$  називають граничним значенням мультиплікативної похибки.

Абсолютні адитивні похибки не залежать від значення вимірюваної величини  $x$ , а мультиплікативні – пропорційні значенню  $x$ .

Джерела адитивної похибки – тертя в опорах, неточність відліку, дрейф, наведення, вібрації та інші фактори. Від цієї похибки залежить найменше значення величини, що може бути

виміряне приладом. Джерела мультиплікативної похибки – дія величин, що впливають на параметри елементів і вузлів засобів вимірювання.

Граничне значення відносної похибки засобу вимірювання  $\delta_{\max}$ , виражене у відсотках від значення вимірюваної величини, зв'язане з граничним значенням абсолютної похибки  $\Delta_{\max}$  залежністю

$$|\delta'_{\max}| = (\Delta_{\max} / |x|) 100\% = (|a/x| + |b|) 100\% . \quad (1)$$

**1.2.2. Класом точності** засобу вимірювання називається узагальнена його характеристика, обумовлена межами припустимих основної похибки і похибок, викликаних зміною значень впливаючих величин.

У приладів, адитивна складова похибки яких переважає над мультиплікативною, усі значення похибок виявляються в межах прямих 2, паралельних осі  $Ox$  (див. рис. 1). До таких приладів, наприклад, відносяться електромеханічні стрілкові прилади (вольтметри, амперметри, частотоміри, фазометри). У результаті абсолютна і приведена похибки приладу виявляються постійними в будь-якій точці його шкали. У таких приладів клас точності виражається одним числом, що обирається з ряду  $1 \cdot 10^n$ ;  $1,5 \cdot 10^n$ ;  $2 \cdot 10^n$ ;  $2,5 \cdot 10^n$ ;  $4 \cdot 10^n$ ;  $5 \cdot 10^n$ ;  $6 \cdot 10^n$ , де  $n = 1, 0, -1, -2$  і т. д. У приладів, клас точності яких виражається одним числом  $a$ , основна приведена похибка приладу в робочому діапазоні шкали, виражена у відсотках, не повинна перевищувати значення, що відповідає класові точності:

$$\gamma_{\max} = a, \%$$

Клас точності засобів вимірювання, у яких адитивна і мультиплікативна складові основної похибки порівнянні, позначається двома числами, розділеними косою рисою, на-

приклад, клас точності 0,1/0,05. До таких приладів, наприклад, відносяться мости, компенсатори, цифрові вимірювальні прилади. Граничні значення основної відносної похибки засобів вимірювання, виражені у відсотках, у цьому випадку можуть бути визначені шляхом розрахунку по формулі

$$\delta_{\max} = \pm [c + d([X_k/x] - 1)], \quad (2)$$

де  $X_k$  – більша (за модулем) з меж вимірювання (кінцеве значення діапазону вимірювання);  $c$  та  $d$  – додатні постійні числа, причому числа  $c$  та  $d$ , розділені косою рисою, позначають клас точності засобу вимірювання. Клас точності повинен задовольняти умові  $c/d > 1$ .

Найбільш поширеною в усьому світі формою завдання похибки для сучасних цифрових вимірювальних приладів є максимальна абсолютна похибка, що містить і адитивну ( $a$ ), і мультиплікативну ( $bx$ ) складові:

$$\Delta_{\max} = \pm (a + bx),$$

де  $a$  і  $b$  – постійні коефіцієнти;  $x$  – значення вимірюваної величини.

Така форма зображення класу точності має декілька варіантів запису. Наприклад, клас точності цифрового термометру може бути заданий таким чином:

$$\Delta_{\max} = \pm (0,5\% \text{ результата} + 2 \text{ одиниці МЗР}),$$

де МЗР – молодший значущий розряд. У цьому виразі перший доданок – мультиплікативна похибка, а другий – адитивна.

Для зарубіжних приладів характерна й інша форма запису класу точності:

$$\Delta_{\max} = \pm (a FS + b R),$$

де  $FS$  (Full Scale) – значення діапазону вимірювання;  $R$  (Reading) – результат вимірювання.

Наприклад, цифровий мультиметр у режимі вимірювання напруги може мати клас точності:

$$\Delta_{\max} = \pm (1\% \text{ результата} + 0,5\% \text{ діапазону вимірювання}).$$

**1.2.3. Варіація показання** – це найбільша різниця показань приладу при тому самому значенні вимірюваної величини і незмінних зовнішніх умовах. Вона визначається при плавному підході покажчика до випробуваної позначки шкали перший раз при русі її від початкової, а другий раз – від кінцевої позначки шкали. Вона приблизно дорівнює подвоєній похибці від тертя, тому що причиною варіації в основному є тертя в опорах рухливої частини.

**1.2.4. Чутливість** вимірювального приладу і вимірювального перетворювача називається похідна його вихідної величини по вхідній. Чутливістю  $S$  електровимірювального приладу до вимірюваної величини  $x$  називається похідна від переміщення покажчика  $l$  по вимірюваній величині  $x$ :

$$S = dl/dx = \varphi(x). \quad (3)$$

Величина, зворотна чутливості,  $C = 1/S$  називається сталою приладу.

У приладів з постійною чутливістю переміщення покажчика пропорційне вимірюваній величині, тобто шкала приладу рівномірна.

Параметр вимірювального перетворювача, еквівалентний чутливості вимірювального приладу, називається крутизною  $S(x) = \partial F(x)/\partial x$ . Поряд з терміном «крутизна» використовують також терміни «чутливість вимірювального перетворювача», «коефіцієнт перетворення», «коефіцієнт передачі» і «коефіцієнт підсилення».

**1.2.5. Поріг чутливості** – зміна вимірюваної величини, яка викликає найменшу зміну показань, що виявляється спостерігачем при нормальному для даного приладу способі відліку.

**1.2.6. Споживана потужність** – потужність, споживана електровимірювальним приладом при включенні його в ланцюг, у якому здійснюється вимірювання. Важливість параметру в тому, що при вимірюванні в малопотужних ланцюгах споживання приладами потужності може змінити режим роботи ланцюга і призвести до похибок вимірювань.

**1.2.7. Швидкодія** – число вимірювань (перетворень), що виконуються в одиницю часу. Ця характеристика особливо важлива для цифрових приладів і перетворювачів, а також для вимірювальних систем, коли одним приладом за допомогою комутуючого пристрою необхідно вимірювати декілька величин, що повільно змінюються.

**1.2.8. Час встановлення показань.** Під часом встановлення показань електровимірювального приладу розуміється інтервал часу, що пройшов з моменту підключення або зміни вимірюваної величини до моменту, коли показ досягає і залишається в середині певних меж навколо усталеного значення. Наприклад, час встановлення показань для більшості типів електромеханічних приладів фіксується, коли відхилення показчика від сталого значення становить не більше  $\pm 1\%$  довжини шкали та не повинен перевищувати 4 секунд.

**1.2.9. Діапазон вимірювання** – область значень між верхньою і нижньою межами вимірювань. Верхньою і нижньою межами вимірювань приладу називаються відповідно найбільше і найменше значення величин, що можуть бути виміряні з нормованою похибкою.

**1.2.10. Надійність засобів вимірювання** – їхня здатність зберегти задані характеристики за певних умов роботи протягом заданого часу. Кількісною мірою надійності є ймовірність безвідмовної роботи засобів вимірювання у заданих проміжках часу й умовах роботи. До показників надійності відносять також середній час безвідмовної роботи засобів

вимірювання, що визначається як середньоарифметичне часу справної роботи  $T_6$ . Ймовірність того, що прилад буде справно працювати протягом інтервалу часу  $\Delta t$  від початку його експлуатації:

$$P(\Delta t) = e^{-\Delta t/T_6} = e^{-\lambda \Delta t},$$

де  $\lambda = 1/T_6$  – інтенсивність відмов.

Припустимо, що вимірювальна система складається з  $n$  окремих перетворювачів та приладів. Якщо вони з'єднані послідовно і відмова окремого елемента призводить до відмови всієї системи, в такому разі ймовірність справної роботи системи:

$$P_{\Sigma 1}(\Delta t) = \prod_{m=1}^n P_m(\Delta t).$$

При паралельному функціональному з'єднанні, коли вихід з ладу окремого елемента не призводить до відмови всієї системи, тому що його робота дублюється паралельними ланцюгами, ймовірність справної роботи системи:

$$P_{\Sigma 2}(\Delta t) = 1 - \prod_{m=1}^n (1 - P_m(\Delta t)).$$

Як можна бачити, дублювання зв'язків у системі дозволяє збільшити безвідмовність роботи, натомість збільшення "послідовних" елементів – зменшує її.

### Контрольні питання

1. Що таке вимірювання?
2. Що таке похибка вимірювань?
3. Які є види похибок вимірювання?
4. Як визначається абсолютна та відносна похибки?
5. Як визначається та нормується клас точності засобу вимірювання?
6. Як визначити абсолютну похибку за класом точності?

## *Тема № 2*

### **СТРУКТУРНІ СХЕМИ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАННЯ. ВИДИ ВИМІРЮВАНЬ. МЕТОДИ ВИМІРЮВАНЬ**

#### **2.1. Структурні схеми засобів вимірювання**

Кількість структурних схем засобів вимірювання досить велика. Однак в основі більшості з них лежать схеми, представлені на рис. 2 і рис. 4.

##### **2.1.1. Засоби вимірювання прямого перетворення**

Характерне проходження вхідної величини через ряд вимірювальних перетворювачів. Схема (див. рис. 2) складається з  $n$  основних перетворювачів (П1, П2, ..., П $n$ ) і двох допоміжних перетворювачів (ВП' і ВП'). Вхідні сигнали  $x'$  і  $x''$  за допомогою допоміжних перетворювачів перетворюються в проміжні сигнали  $x'_1$  і  $x''_1$ . Перетворювач П1 перетворює сигнали  $x'_1$  і  $x''_1$  у сигнал  $x_1$ , який у свою чергу послідовно перетворюється в проміжні сигнали  $x_2, x_3, \dots, x_{n-1}$ . Вихідним параметром перетворювача служить величина  $y$ .

Модифіковані варіанти структурних схем прямого перетворення відрізняються в наступному. По-перше, кількість вхідних сигналів у загальному випадку дорівнює  $m$ , де  $m$  – будь-яке ціле число. Відповідно перетворювач П1 у загальному випадку повинен мати  $m$  входів. По-друге, кожен вхідний сигнал може бути попередньо перетворений за допомогою

декількох послідовно включених допоміжних перетворювачів. По-третє, не тільки перетворювач П1, але і всі інші перетворювачі можуть мати кілька входів, на які надходять безпосередньо або після попереднього перетворення різні вхідні величини. Перетворювач може мати також кілька виходів, які дозволяють, наприклад, одночасно спостерігати і реєструвати величину, що вимірюється.

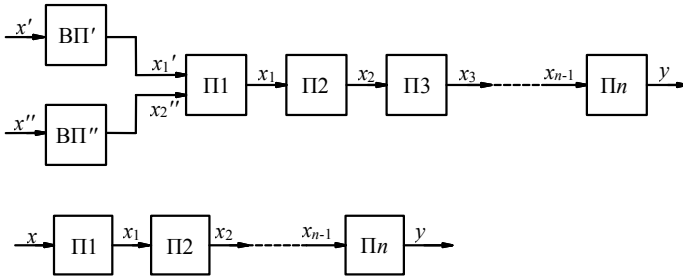


Рис. 2. Структурна схема засобів вимірювань прямого перетворення

Прикладом електровимірювальних приладів, що мають структурну схему, представлену на рис. 2 (верхня схема), є однофазні ватметри і лічильники електричної енергії, електронні фазометри і цифрові частотоміри, а також усі електровимірювальні прилади на основі електромеханічного логометра. Сюди відносяться омметри, електромеханічні фазометри, частотоміри і фарадометри. У ватметрах і лічильниках електричної енергії вихідна величина перетворювача П1  $x_1$  є функцією добутку вхідних величин  $x'_1$  і  $x''_1$ , у логометрах величина  $x_1$  є функцією частки від ділення величин  $x'_1$  і  $x''_1$ , в електронних фазометрах  $x_1$  залежить від зрушення фаз між перемінними сигналами  $x'_1$  і  $x''_1$ . У цифрових частотомірах перетворювач П1 являє собою електронний ключ, число імпульсів на виході якого залежить від частоти вхідних імпульсів  $x'_1$  і часу замикання ключа  $x''_1$ .

Якщо засіб вимірювання має один вхідний сигнал  $x$ , то схему можна спростити (див. рис. 2, нижня схема). Прикладом електровимірювальних приладів, що мають таку структурну схему, є аналогові амперметри і вольтметри. Наприклад, в амперметрі прямої системи вимірюваний змінний струм спочатку за допомогою шунта перетворюється в падіння напруги на шунті (перетворювач П1), потім змінна напруга за допомогою випрямляча перетворюється в постійний струм (П2), який перетворюється у відхилення покажчика (ПЗ).

Чутливість засобів вимірювання, що мають таку структурну схему (див. рис. 2, нижня схема) можна представити у вигляді

$$S = \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial x_1}{\partial x} \frac{\partial x_2}{\partial x_1} \dots \frac{\partial y}{\partial x_{n-1}} = S_1 S_2 \dots S_n, \quad (4)$$

де  $S_1 = dx_1/dx$ ;  $S_2 = dx_2/dx_1$ ; ...;  $S_n = dy/dx_{n-1}$  – чутливість окремих ланок.

Чутливість окремих ланок змінюється з часом і під дією зовнішніх факторів. Визначимо, як зміниться чутливість засобу вимірювання  $S$  при зміні чутливості окремих його ланок. Для цього прологарифмуємо і продиференціюємо рівняння (4) і перейдемо від нескінченно малих величин до кінцевих приростів. У результаті одержимо

$$\Delta S/S \approx \Delta S_1/S_1 + \Delta S_2/S_2 + \dots + \Delta S_n/S_n.$$

Для засобів вимірювання, що мають лінійну залежність вихідної величини від вхідної, відносна мультиплікативна похибка  $\delta_S = \Delta x/x$  дорівнює відносній зміні чутливості  $\Delta S/S$ , а абсолютне значення мультиплікативної похибки

$$\Delta x = \delta_S x = x \Delta S/S.$$

Значення адитивної похибки засобів вимірювання, структура яких зображена на рис. 2, можна знайти шляхом введення в схему додаткових зовнішніх сигналів  $\Delta x_{00}, x_{01} \dots \Delta x_{0(n-1)}$ , рівних абсолютному значенню адитивних похибок відповідних ланок. Одержимо схему, представлену на рис. 3. Для оцінки впливу адитивних похибок окремих ланок на адитивну похибку засобу вимірювання перерахуємо (приведемо) ці похибки до входу структурної схеми. Сигнал  $\Delta x_{00}$  діє безпосередньо на вході схеми, вплив сигналу  $\Delta x_{01}$ , віднесений до входу схеми, зменшується в  $S_1$  разів, вплив сигналу  $\Delta x_{0(n-1)}$  зменшується відповідно в  $S_1 \times S_2 \dots S_{(n-1)}$  раз. Таким чином, приведена до входу результуюча абсолютна адитивна похибка складе

$$\Delta x_0 = \Delta x_{00} + \Delta x_{01}/S_1 + \dots + \Delta x_{0(n-1)}/(S_1 S_2 \dots S_{(n-1)}).$$

З отриманого рівняння випливає, що адитивна похибка засобу вимірювання на відміну від мультиплікативної залежить від взаємного розташування перетворювачів. З отриманого рівняння також випливає, що в засобах вимірювання прямого перетворення відбувається підсумовування похибок, внесених окремими перетворювачами. Тому ці засоби вимірювань мають, як правило, порівняно низьку точність.

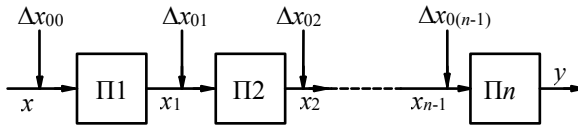


Рис. 3. Структурна схема засобів вимірювання прямого перетворення із джерелом адитивної похибки

### 2.1.2. Засоби вимірювання компенсаційного перетворення

У цій структурі виконується порівняння вихідного сигналу  $y$ , приведенного до входу ланки вимірювальних перетворювачів  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ , з вхідним сигналом  $x$ .

Структурна схема пристрою компенсаційного перетворення (рис. 4) має дві ланки: ланка прямого перетворення, що складається з перетворювачів  $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$ , і ланка зворотного перетворення, що містить перетворювачі  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ . Сигнал на виході ланки зворотного перетворення (ланка від'ємного зворотного зв'язку)

$$x_y = (\beta_1 \beta_2 \dots \beta_m) y = \beta y,$$

де  $\beta$  – коефіцієнт перетворення ланцюга зворотного зв'язку,  $\beta = \beta_1 \beta_2 \dots \beta_m$ ;  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$  – коефіцієнти перетворення ланок зворотного зв'язку.

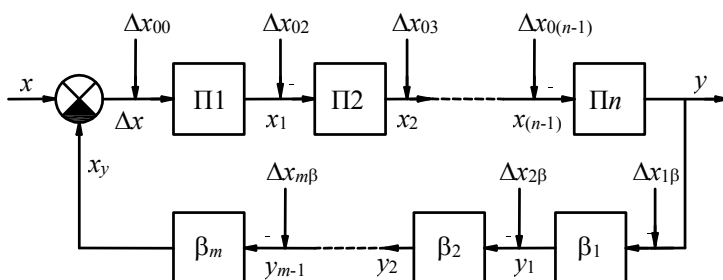


Рис. 4. Структурна схема засобів вимірювань компенсаційного перетворення

На вході ланки прямого перетворення відбувається порівняння (компенсація) вхідної вимірюваної величини  $x$  і сигналу на виході ланки від'ємного зворотного зв'язку  $x_y$ , що повинен бути однорідним з величиною  $x$  і мати при сталому режимі протилежний знак.

Визначимо чутливість пристрою  $S_{o.c} = y/x$ . Сигнал на вході ланки прямого перетворення  $\Delta x = x - x_y$ . Позначивши чутливість ланки прямого перетворення через  $S$ , маємо

$$y = S \Delta x = S(x - x_y) = S(x - \beta y),$$

звідки

$$S_{o.c} = y/x = S/(1 + \beta S). \quad (5)$$

З (5) випливає, що при охопленні ланки прямого перетворення ланкою від'ємного зворотного зв'язку чутливість пристрою зменшується в  $1 + \beta S$  раз.

Визначимо мультиплікативну похибку пристрою  $\delta_m$ , обумовлену зміною коефіцієнтів перетворення  $S$  і  $\beta$ . Для цього прологарифмуємо і продиференціюємо вираз (5) і перейдемо від нескінченно малих величин до кінцевих приростів. У результаті одержимо

$$\delta_m = \frac{\Delta S_{o.c}}{S_{o.c}} \approx \frac{1}{1 + \beta S} \frac{\Delta S}{S} - \frac{\beta S}{1 + \beta S} \frac{\Delta \beta}{\beta}.$$

Якщо  $\beta S \gg 1$ , то

$$\delta_m \approx \frac{1}{1 + \beta S} \frac{\Delta S}{S} - \frac{\Delta \beta}{\beta}.$$

Отже, при  $\beta S \gg 1$  (що зазвичай має місце) складова, обумовлена зміною коефіцієнта  $\beta$ , цілком входить у результуючу похибку, а складова, обумовлена зміною коефіцієнта  $S$ , зменшується в  $1 + \beta S$  раз.

Зазвичай ланку від'ємного зворотного зв'язку виконують зі стабільних пасивних елементів, наприклад з високостабільних резисторів. Тому введення ланки від'ємного зворотного зв'язку істотно зменшує мультиплікативну похибку засобів вимірювання.

Адитивну похибку пристрою можна знайти шляхом введення в структурну схему на рис. 4 додаткових зовнішніх сигналів  $\Delta x_{00}, \Delta x_{01} \dots x_{0(n-1)}$ , рівних абсолютному значенню адитивних похибок ланок кола прямого перетворення, і додаткових зовнішніх сигналів  $\Delta x_{1\beta}, \Delta x_{2\beta} \dots \Delta x_{m\beta}$ , рівних абсолютному значенню адитивних похибок ланок кола від'ємного зворотного зв'язку. Приведена до входу всього пристрою результуюча абсолютна адитивна похибка складе

$$\Delta x_0 = \Delta x_{00} + \frac{\Delta x_{01}}{S_1} + \dots + \frac{\Delta x_{0(n-1)}}{S_1 S_2 \dots S_{(n-1)}} + \Delta x_{1\beta} (\beta_1 \beta_2 \dots \beta_m) + \Delta x_{2\beta} (\beta_2 \dots \beta_m) + \dots + \Delta x_{m\beta} \beta_m.$$

Якщо адитивною похибкою перетворювачів, які утворюють коло від'ємного зворотного зв'язку, можна знехтувати, то

$$\Delta x_0 \approx \Delta x_{00} + \frac{\Delta x_{01}}{S_1} + \dots + \frac{\Delta x_{0(n-1)}}{S_1 S_2 \dots S_{(n-1)}},$$

звідки випливає, що адитивна похибка  $\Delta x_0$  не залежить від коефіцієнта перетворення кола зворотного зв'язку  $\beta$ , тобто введення ланки зворотного зв'язку не впливає на приведену до входу адитивну похибку.

Пристрої, що мають таку структурну схему (див. рис. 4), можуть мати чутливість ланки прямого тракту  $S$ , рівну нескінченності (пристрої з астатичною характеристикою) і рівну визначеній величині (пристрої зі статичною характеристикою). У пристроях з астатичною характеристикою значення величини  $\Delta x$  може виявитися і позитивним, і негативним.

Для засобів вимірювання з астатичною характеристикою адитивна похибка ланок, розташованих після інтегруючої ланки, не впливає на результуючу адитивну похибку пристрою,

а мультиплікативна похибка буде цілком визначатися нестабільністю коефіцієнта передачі кола від'ємного зворотного зв'язку  $\beta$ . У пристроях зі статичною характеристикою значення вхідної величини  $x$  по модулю завжди більше модуля величини  $x_y$ .

## **2.2. Еталони та державний метрологічний нагляд**

Еталон одиниці фізичної величини – це засіб вимірювальної техніки, що забезпечує відтворення і зберігання одиниці фізичної величини та передавання її розміру відповідним засобам, що стоять нижче за повірочною схемою, і офіційно затверджений як еталон.

Відповідно до поділу фізичних величин міжнародної системи одиниць розрізняють еталони одиниць основних та похідних величин, а за точністю їх відтворення та за призначенням – первинні і вторинні.

Первинні еталони відтворюють та зберігають одиниці фізичних величин з найвищою в даній країні (порівняно з іншими еталонами тієї ж одиниці) точністю. Їх різновидом є спеціальні еталони, призначені для відтворення одиниць в умовах, коли пряма передача розміру від первинного еталона з потрібною точністю технічно нездійснене (надвисокі частоти, надто малі чи надто великі енергії, тиски, температури тощо).

До вторинних еталонів належать еталон-копія, робочий еталон та еталон передавання. Еталон-копія служить для передавання розміру одиниці фізичної величини робочим еталонам (зразковим засобам вимірювальної техніки). Робочий еталон призначений для передавання розміру фізичної величини зразковим засобам вимірювальної техніки, а в окремих випадках – робочим засобам вимірювальної техніки. Для взаємного порівняння еталонів, які за тих чи інших умов не можуть бути звірені безпосередньо, служить еталон передавання.

За складом еталони бувають у вигляді одиничних, групових еталонів, еталонних наборів або комплексу засобів вимірювальної техніки. Одиничний еталон становить одну міру, вимірювальний прилад або вимірювальну установку, а груповий еталон складається (для підвищення надійності) з одиничних мір чи вимірювальних пристроїв і відтворює розмір одиниці як середнє арифметичне. Елементи групового еталона можуть бути використані як одиничні робочі еталони.

Для зберігання чи відтворення розміру одиниці фізичної величини або її вимірювання в певному діапазоні значень служать набори відповідних мір або вимірювальних приладів (еталонні набори).

Еталони даної країни називають державними (національними), а еталони, що належать до певної групи країн – міжнародними. Державні еталони реалізуються як комплексні засоби вимірювальної техніки, які забезпечують зберігання, відтворення та передавання розмірів одиниць вторинним еталонам. Для забезпечення єдності вимірювань у міжнародному масштабі державні еталони різних країн періодично звіряють між собою та з міжнародними еталонами, які знаходяться в Міжнародному бюро мір та ваг. Особливої актуальності набуває необхідність міжнародних звірень сьогодні при інтеграції світові економіки з метою взаємного визнання результатів сертифікаційних вимірювань. Зауважимо, що сертифікація – це процедура, в результаті якої третя (незалежна від виробника та постачальника) сторона дає письмове підтвердження про відповідність продукції певним вимогам, які поширюються на цю продукцію.

Під передаванням розміру одиниці фізичної величини розуміють зведення одиниці фізичної величини, яка відтворюється або зберігається досліджуванним засобом вимірювальної техніки, до розміру одиниці, що відтворюється або

зберігається еталоном чи зразковим засобом вимірювальної техніки (ЗВТ) при їх звіренні. Це передавання здійснюється за участю зразкових засобів вимірювальної техніки, що служать для перевірки інших засобів вимірювальної техніки і затверджених офіційно як зразкові. Засоби, що мають метрологічні характеристики, які відповідають найвищому ступеню повірочної схеми метрологічної служби, називають вихідними зразковими ЗВТ (1-го розряду). Всі інші зразкові ЗВТ за ієрархією поділяють на зразкові ЗВТ відповідно другого, третього та четвертого розрядів.

Передавання розміру одиниці фізичної величини від первинного еталона до робочих засобів вимірювальної техніки здійснюється за схемою, наведеною на рис. 5.

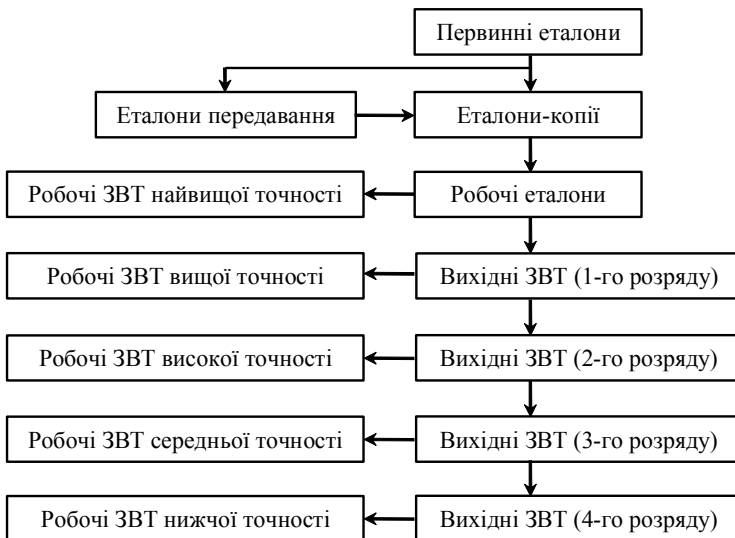


Рис. 5. Узагальнена схема передавання розміру одиниць фізичної величини

Державний метрологічний нагляд – це діяльність спеціально уповноважених органів державної метрологічної служби з метою перевірки дотримання метрологічних норм та правил. Аналогічна діяльність на підприємствах (організаціях) здійснюється акредитованими метрологічними службами цих підприємств.

Система метрологічного нагляду – це комплекс правил, положень і вимог технічного, економічного і правового характеру, що визначають організацію і порядок здійснення робіт з повірки, метрологічної ревізії та експертизи засобів вимірювальної техніки.

Повірку засобів вимірювальної техніки здійснюють для визначення похибок цих засобів та встановлення їх придатності для застосування за призначенням. Державна повірка здійснюється органами державної метрологічної служби (або за їх дорученням) засобів вимірювальної техніки, які використовуються в сферах, що підлягають державному метрологічному нагляду. Повірка ЗВТ, що не підлягають державній повірці, здійснюється акредитованими метрологічними службами підприємств.

Передбачено первинну, періодичну, позачергову, інспекційну та експертну повірки. Первинна повірка засобів вимірювальної техніки проводиться при їх випуску із виробництва або після ремонту, а також при імпорті партіями. Періодичній перевірці підлягають засоби вимірювальної техніки, що знаходяться в експлуатації, через відповідні проміжки часу, міжповірочні інтервали, що встановлюються з розрахунку забезпечення справності засобів вимірювань на період між повірками. Позачергова повірка проводиться при пошкодженні клейма чи пломби, втрат документів про періодичну повірку, при введенні в експлуатацію засобів вимірювань, що імпортуються, а також в інших випадках, коли необхідно впевнитися

у справності засобів вимірювань. Експертна перевірка виконується у випадку виникнення спірних питань стосовно метрологічних характеристик, придатності та правильності використання ЗВТ. Інспекційна перевірка проводиться при метрологічній ревізії, яку виконують, здійснюючи державний нагляд.

### **2.3. Види та методи вимірювань**

**Види вимірювань.** За засобом одержання результату розрізняють два основні види вимірювань: *прямі* та *непрямі*.

*Пряме* вимірювання – це вимірювання однієї величини, значення якої знаходять безпосередньо (за показом відповідного засобу вимірювань, наприклад, вимірювання струму – амперметром або напруги – вольтметром).

*Непряме* вимірювання – це вимірювання, в якому значення однієї чи декількох вимірюваних величин знаходять після обчислення за відомими залежностями їх від декількох величин аргументів, що вимірюються прямо. Непрямі вимірювання можуть бути опосередкованими, сукупними або сумісними.

При *опосередкованому* вимірюванні значення однієї величини у визначають за результатами прямих вимірювань інших величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , з якими вимірювана величина пов'язана явною функціональною залежністю  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Наприклад, значення електричного опору  $R = U/I$  або потужності  $P = UI$  знаходять за результатами прямих вимірювань напруги  $U$  вольтметром та сили струму  $I$  амперметром. Опосередковані вимірювання виконують тоді, коли значення величини неможливо або складно виміряти прямо, або ж коли опосередковані вимірювання забезпечують вищу точність, ніж прямі.

*Сукупними* називають непрямі вимірювання, в яких значення декількох одночасно вимірюваних однорідних величин

отримують розв'язанням рівнянь, що пов'язують різні сполучення цих величин, які вимірюються прямо або опосередковано. Прикладом сукупних вимірювань може бути визначення опорів  $R_1, R_2, R_3$  резисторів, що сполучені трикутником. При цьому вимірюють опори між кожною парою вершин трикутника й одержують систему рівнянь:

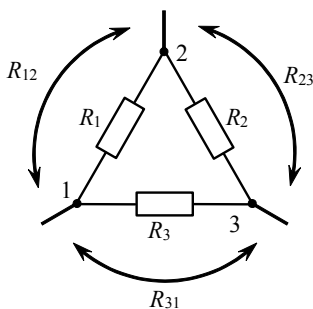


Рис. 6. Опори, сполучені трикутником

$$R_{12} = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3};$$

$$R_{23} = \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad R_{31} = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3},$$

розв'язок якої

$$R_1 = \frac{A}{2(R_{23} + R_{31} - R_{12})}; \quad R_2 = \frac{A}{2(R_{31} + R_{12} - R_{23})};$$

$$R_3 = \frac{A}{2(R_{12} + R_{23} - R_{31})},$$

де  $A = 4 R_{23} R_{31} - (R_{23} + R_{31} - R_{12})^2$ .

Сумісними називають непрямі вимірювання, в яких значення декількох одночасно вимірюваних різномірних величин отримують розв'язанням рівнянь, які пов'язують їх з іншими величинами, що вимірюються прямо або опосередковано. Сумісні вимірювання використовуються також для визначення залежності між величинами. Наприклад, відомо, що опір терморезистора  $R_t = R_0(1 + \alpha t)$ , де  $R_0$  – опір резистора при

температурі  $0^{\circ}\text{C}$ ,  $\alpha$  – температурний коефіцієнт опору. Якщо значення  $R_0$  та  $\alpha$  не можна знайти прямим чи опосередкованими вимірюваннями, то вимірюють опір  $R_{t1}$  при температурі  $t_1$  та  $R_{t2}$  при температурі  $t_2$  і складають систему рівнянь

$$R_{t1} = R_0(1 + \alpha t_1); \quad R_{t2} = R_0(1 + \alpha t_2),$$

розв'язуючи яку, знаходять

$$R_0 = \frac{R_{t2} t_1 - R_{t1} t_2}{t_1 - t_2}, \text{ Ом}; \quad \alpha = \frac{R_{t1} - R_{t2}}{R_{t2} t_1 - R_{t1} t_2}, 1/^{\circ}\text{C}.$$

Іншим прикладом сумісних вимірювань можна привести визначення коефіцієнтів у формулі, що зв'язує ЕРС термопари  $E$  з різницею температур  $t$  робочого і вільного кінців термопари:

$$E = At + Bt^2 + Ct^3,$$

де  $A$ ,  $B$  і  $C$  – шукані коефіцієнти.

Вимірюючи ЕРС термопари при різних значеннях  $t$ , яка вимірюється термометром, одержуємо систему рівнянь

$$E_1 = At_1 + Bt_1^2 + Ct_1^3;$$

$$E_2 = At_2 + Bt_2^2 + Ct_2^3;$$

$$E_3 = At_3 + Bt_3^2 + Ct_3^3.$$

Вирішивши цю систему, знаходимо значення шуканих коефіцієнтів  $A$ ,  $B$  і  $C$ , необхідних для визначення залежності  $E = F(t)$ .

Сукупні та сумісні вимірювання за визначенням дуже близькі одне до одного. Відмінність простежується в тому, що при сукупних вимірюваннях одночасно визначаються декілька однойменних величин, а при сумісних – різнойменних.

**Методи вимірювань.** Під *методом вимірювань* розуміють сукупність способів використання засобів вимірювальної техніки та принципу вимірювань для створення вимірювальної інформації. А *принципом вимірювання* називають сукупність явищ, на яких засноване вимірювання, наприклад, вимірювання температури з використанням термоелектричного ефекту.

Послідовність вимірювальних операцій, що забезпечує вимірювання згідно з обраним методом, називають *процедурою вимірювань*. А сукупність процедур і правил, виконання яких забезпечує одержання результатів з потрібною точністю, називають *методикою виконання вимірювання*.

Розрізняють дві групи методів вимірювань: методи безпосередньої оцінки і методи порівняння з мірою. *Метод безпосередньої оцінки* ґрунтується на використанні вимірювальних приладів із заздалегідь проградуєваними в одиницях вимірюваної величини шкалами. До методів безпосереднього оцінювання належать прямі вимірювання, за винятком методів, заснованих на безпосередньому порівнянні розміру вимірюваної величини з розміром величини, що відтворюється мірою (вимірювання довжини за допомогою лінійки з поділками).

Методи, засновані на порівнянні вхідної величини з величиною, відтвореною мірою, об'єднані загальною назвою *методів порівняння*. До них відносять: метод зіставлення, метод збігу, метод зрівноваження з регульованою мірою та диференційний метод.

Суть *методу зіставлення* полягає у прямому вимірюванні з одноразовим порівнянням вимірюваної величини зі всіма вихідними величинами багатозначної нерегульованої міри, наприклад, вимірювання довжини лінійкою з поділками, вимірювання інтервалу часу годинником.

*Метод збігу (метод ноніуса)* – це метод прямого вимірювання з одноразовим порівнянням вихідних величин двох багатозначних нерегульованих мір з різними за значенням ступенями, нульові позначки яких зсунуті між собою на вимірювану величину. Цей метод широко застосовується в практиці неелектричних вимірювань. Прикладами такого методу вимірювань може бути вимірювання лінійного розміру за допомогою двох лінійок з поділками, ціни ділення яких знаходяться в певному співвідношенні (штангенциркуль з ноніусом), або вимірювання часу за допомогою двох послідовностей періодичних імпульсів, періоди яких знаходяться в певному відношенні. Основна шкала штангенциркуля проградуєвана в міліметрах, а шкала ноніуса має 10 поділок по 1,9 мм. Тому порядковий номер поділки ноніуса, що збігається з будь-якою поділкою основної шкали, дає число десятих часток міліметра.

*Метод зрівноваження з регульованою мірою (нульовий метод)* – це метод прямого вимірювання з багаторазовим порівнянням вимірюваної величини та величини, що відтворюється регульованою мірою до їх повного зрівноваження, як, наприклад, вимірювання електричної напруги компенсатором або вимірювання електричного опору мостом з повним його зрівноваженням. Міри можуть бути виконані з великою точністю, а індикатори рівноваги мають високу чутливість, тому виходить велика точність вимірювань.

*Диференційний метод* – це метод вимірювання, при якому невелика різниця між вимірюваною величиною та вихідною величиною одноканальної міри вимірюється відповідним засобом вимірювань. Тобто відбувається неповне зрівноваження вимірюваної величини і невелика різниця між величинами, що врівноважуються, оцінюється вимірювальним приладом – покажчиком рівноваги. Прикладом цього методу

може служити вимірювання електричного опору за допомогою неврівноваженого моста.

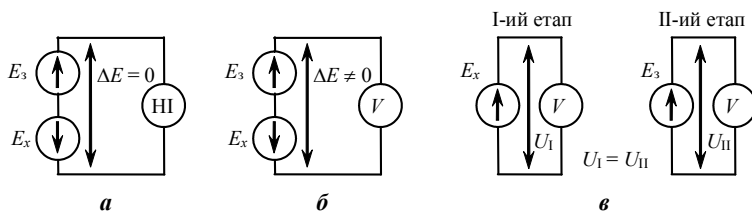


Рис. 7. Методи порівняння  
 на прикладі вимірювання ЕРС джерела живлення:  
 а – нульовий; б – диференційний; в – заміщення  
 ( $E_3$  – зразкове багатовимірне джерело ЕРС;  $E_x$  – вимірювана ЕРС;  
 V – вольтметр; НІ – нуль-індикатор)

*Метод заміщення* – це метод непрямого вимірювання з багаторазовим порівнянням до повного зрівноваження вихідних величин вимірювального перетворювача з почерговим перетворенням ним вимірюваної величини та вихідної величини регульованої міри. Процес виміру при цьому здійснюється в два етапи. На першому етапі на вхід електровимірювального приладу подається сигнал  $x_1$  і запам'ятовується значення вихідної величини  $y_1$ . На другому етапі сигнал  $x'_1$  надходить на вхід електровимірювального приладу від регульованої міри, що змінюється доти, поки вихідна величина знову не стане рівною  $y_1$ . Унаслідок того, що обидва вимірювання виконуються тим самим приладом, що знаходиться в однакових умовах,  $x_1$  буде дорівнювати  $x'_1$  з високим ступенем точності. Прикладом застосування методу заміщення може бути вимірювання електричного опору за допомогою зразкового магазину опорів (регульована міра) і моста постійного струму (електровимірювальний прилад). Спочатку вимірюваний опір включають у плече моста і врівноважують

останній. Потім вимірюваний опір заміщають магазином опорів і домагаються рівноваги моста, регулюючи опір магазину. Опір магазину, при якому міст урівноважений, дорівнює вимірюваному опоріві.

**Контрольні питання**

1. Як залежить сумарна похибка засобів вимірювання зі структурною схемою прямого перетворення від похибок окремих перетворювачів?
  2. Як залежить сумарна похибка засобів вимірювання зі структурною схемою компенсаційного перетворення від похибок окремих перетворювачів?
  3. Основні, додаткові і похідні одиниці SI та їх природні еталони.
  4. Що таке вимірювання та як проводиться повірка засобів вимірювальної техніки?
  5. Пояснити, чим відрізняються сукупні, опосередковані та сумісні види вимірювання.
  6. Пояснити, чим відрізняються нульовий метод, метод заміщення та диференціальний метод.
-

### *Тема № 3*

## **ІМОВІРНІСНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОХИБКИ ВИМІРЮВАНЬ**

### **3.1. Імовірнісний характер похибки вимірювань**

Проведення будь-яких вимірювань означає досягти наступних цілей:

- 1) одержати значення фізичної величини у вигляді деякого числа прийнятих для неї одиниць (результат виміру  $x$ );
- 2) визначення ступеня ймовірності результату вимірювання.

Результат вимірювання – це випадкова величина. Якщо виміряти кілька разів ту саму фізичну величину за допомогою приладу із досить високою чутливістю, то результати будуть у загальному випадку відрізнятися один від одного, що можна пояснити постійною зміною величин, які впливають на вимірювання (електромагнітних перешкод, температури навколишнього середовища, вологості, вібрацій, напруги живлення вимірювального приладу і т. п.). Повний збіг результатів вимірювань може говорити про те, що чутливість засобів вимірювання низька для виявлення фізичних характеристик явищ.

Кількісно оцінити ступінь ймовірності результату вимірювання – це значить ввести кількісну міру близькості між

випадковим результатом вимірювання  $x$  і невідомим (але не випадковим) істинним значенням  $x_1$  вимірюваної величини. Задамося позитивними  $\Delta_1$  і  $\Delta_2$ , що мають розмірність вимірюваної величини. Зазвичай  $\Delta_1$  і  $\Delta_2$  вибирають істотно меншими, ніж  $x$ , і досить часто рівними один одному. Інтервал  $[x - \Delta_2; x + \Delta_1]$  називають довірчим інтервалом. Імовірність того, що довірчий інтервал (рис. 8) буде включати істинне значення  $x_1$  вимірюваної величини, називають довірчою імовірністю  $P_d$ . З огляду на те, що  $x$  – випадкова величина, можна записати

$$P_d = P[x - \Delta_2 \leq x_1 \leq x + \Delta_1] , \quad (6)$$

де  $P$  – імовірність виконання відповідних нерівностей.

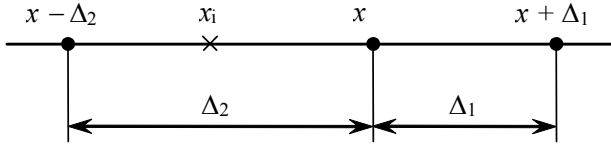


Рис. 8. Визначення довірчого інтервалу і довірчої ймовірності

Довірча імовірність  $P_d$  при заданому довірчому інтервалі і є кількісною мірою ступеня ймовірності результату вимірювання. Визначити ступінь ймовірності – це значить знайти  $P_d$  при заданих  $\Delta_1$  і  $\Delta_2$  (або вирішити зворотну задачу: знайти  $\Delta_1$  і  $\Delta_2$  при заданій довірчій імовірності  $P_d$ ). Отже, в результаті вимірювання необхідно одержати величини  $x$  і  $P_d$ .

Абсолютна похибка результату вимірювання

$$\Delta = x - x_1 . \quad (7)$$

У зв'язку з тим, що  $x$  – випадкова величина,  $\Delta$  – також випадкова величина. Підставивши значення  $x_1$  з (7) у (6), одержимо

$$P_d = P[-\Delta_1 \leq \Delta \leq \Delta_2]. \quad (8)$$

Порівнюючи (6) і (8), неважко помітити, що влученню  $x_i$  в довірчий інтервал відповідає влучення  $\Delta$  в інтервал  $[-\Delta_1; \Delta_2]$ .

В такому випадку результат вимірювання може бути представлений у вигляді:  $x, \Delta$  от  $-\Delta_1$  до  $\Delta_2, P_d$ .

Наприклад,  $U = 101\text{В}$ ;  $\Delta U$  від  $-1\text{В}$  до  $2\text{В}$ ;  $P_d = 0,95$ .

Це означає: вимірюване значення напруги дорівнює  $101\text{ В}$ , абсолютна похибка вимірювань знаходиться у діапазоні між  $-1$  і  $+2\text{ В}$  з імовірністю  $0,95$ . З огляду на (6), можна сказати, що істинне значення вимірюваної напруги лежить в інтервалі від  $99$  до  $102\text{ В}$  з імовірністю  $0,95$ .

Знання нормованих метрологічних характеристик засобів вимірювання, окремих властивостей об'єкта вимірювання й умов проведення вимірювань у переважній більшості випадків не дає можливості кількісно оцінити ступінь ймовірності результату.

Нехай, наприклад, напруга вимірюється за допомогою вольтметра класу точності  $0,2$  з початковим і кінцевим значеннями робочої частини шкали, що дорівнюють  $0$  і  $150\text{ В}$  відповідно. Навіть якщо вимірювання виконується в нормальних умовах і можна знехтувати похибкою, пов'язаною з тим, що внутрішній опір вольтметра не нескінченно великий, максимум, що можна сказати про результат вимірювання – це те, що межа допустимої абсолютної похибки вольтметра, дорівнює  $0,3\text{ В}$ . Але довірчу імовірність  $P_d$  знайти неможливо.

### 3.2. Диференційний закон розподілу

Похибка вимірювання – випадкова величина, тому для вирішення даного питання необхідно скористатися математичним апаратом теорії ймовірностей. Найбільш повною характеристикою випадкової величини є її закон розподілу.

Нехай  $f(\Delta)$  – диференціальний закон розподілу похибки. Функція  $f(\Delta)$  має наступні властивості:

$$f(\Delta) \geq 0; \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(\Delta) d\Delta = 1;$$

$$\int_{-\Delta_1}^{\Delta_2} f(\Delta) d\Delta = P[-\Delta_1 \leq \Delta \leq \Delta_2] = P_d.$$

Інтегральною характеристикою є функція розподілу

$$F(\Delta) = \int_{-\infty}^{\Delta} f(\Delta) d\Delta.$$

Знання диференціального закону розподілу похибок дозволяє вирішити поставлену задачу: за заданими  $\Delta_1$  і  $\Delta_2$  знайти величину  $P_d$ . Зворотна задача (за заданою  $P_d$  знайти  $\Delta_1$  і  $\Delta_2$ ) має однозначне рішення лише у випадку, коли  $\Delta_1$  і  $\Delta_2$  зв'язані між собою визначеним співвідношенням, наприклад, рівні між собою.

Менш повними характеристиками випадкової величини  $\Delta$  є так звані числові характеристики закону розподілу:

$$\Delta_c = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta f(\Delta) d\Delta; \quad (9)$$

$$\sigma = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (\Delta - \Delta_c)^2 f(\Delta) d\Delta}. \quad (10)$$

Величину  $\Delta_c$  прийнято називати в теорії ймовірностей математичним сподіванням або середнім значенням випадкової величини  $\Delta$ , а в метрології – *систематичною похибкою*.

Систематичну похибку можна розглядати як середнє значення похибок, що виходять при багаторазових вимірах однієї і тієї ж величини. У загальному випадку величина  $\Delta_c$  може змінюватися як детермінована функція деяких аргументів (часу, температури й інших величин, що впливають). Надалі, якщо це спеціально не обговорено, ми будемо вважати систематичну похибку величиною постійною.

Величину  $\sigma$  називають середньоквадратичним відхиленням похибки. Ця величина є мірою розсіювання (розкиду) похибок навколо  $\Delta_c$ ; чим більше  $\sigma$ , тим більше ймовірні значні відхилення похибок від їхнього середнього значення  $\Delta_c$ . З (10) випливає, що  $\sigma$  – величина невід’ємна.

### 3.3. Нормальний закон розподілу

На практиці досить часто має місце нормальний закон розподілу похибок

$$f(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\Delta - \Delta_c)^2}{2\sigma^2}}. \quad (11)$$

З (11) видно, що нормальний закон розподілу цілком визначається двома параметрами –  $\Delta_c$  і  $\sigma$ , тобто, знаючи ці параметри, можна знайти функцію  $f(\Delta)$ . У даному випадку  $\Delta_c$  лежить на осі симетрії кривої  $f(\Delta)$ , а чим більше  $\sigma$ , тим ця крива більш полого і має менший максимум (рис. 10).

У випадку нормального закону розподілу величину  $P_d$  можна знайти за заданими  $\Delta_1$  і  $\Delta_2$ :

$$P_d = \frac{1}{2} \left[ \Phi\left(\frac{\Delta_2 - \Delta_c}{\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{\Delta_1 - \Delta_c}{\sigma}\right) \right],$$

де допоміжна функція  $\Phi$  визначається виразом

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-t^2/2} dt.$$

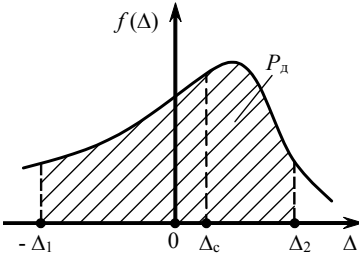


Рис. 9. Геометрична інтерпретація довірчої ймовірності

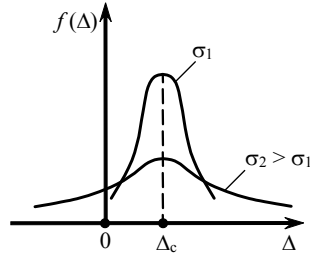


Рис. 10. Нормальний закон розподілу похибок

Функція  $\Phi(z)$  називається функцією Лапласа або інтегралом ймовірностей, для неї складені таблиці:

$$\Phi(-z) = -\Phi(z).$$

Вираз для  $P_d$  істотно спрощується для випадку, коли  $\Delta_1$  і  $\Delta_2$  рівні між собою, а систематична похибка  $\Delta_c$  дорівнює нулю. У цьому випадку

$$P_d = P[|\Delta| \leq \Delta_1] = \Phi(\Delta_1/\sigma). \quad (12)$$

Корисно запам'ятати, що  $\Phi(2/3)$ ,  $\Phi(1)$ ,  $\Phi(2)$  і  $\Phi(3)$  відповідно дорівнює приблизно 0,5; 0,68; 0,95 і 0,997. Якщо врахувати (12), то це є довірчі ймовірності, що відповідають симетричним довірчим інтервалам  $[-2/3\sigma; 2/3\sigma]$ ,  $[-\sigma; \sigma]$ ,  $[-2\sigma; 2\sigma]$  і  $[-3\sigma; 3\sigma]$ . Таким чином, ймовірність того, що при нормальному законі розподілу похибка однократного виміру перевищить по абсолютній величині  $3\sigma$ , не перевищує 0,3 %. Цією ймовірністю часто зневажають і називають величину  $3\sigma$  мак-

симально можливою похибкою. В той же час значення похибки  $2/3\sigma$  називають вірогідною похибкою.

Правилом трьох сигм можна користуватися для виключення промахів з отриманих багаторазових вимірювань. Якщо є підозра на промах, відповідний результат виключають з масиву даних, визначають  $\sigma$  та  $\Delta_c$ , якщо видалений результат не потрапляє в отриманий діапазон  $[-3\sigma; 3\sigma]$  відносно  $\Delta_c$ , вважають його промахом та не враховують у подальшій обробці результатів. Але для цього необхідно, щоб кількість вимірювань було в діапазоні  $5 < n < 20$ . При кількості вимірювань  $20 < n < 100$  рекомендується брати діапазон  $[-4\sigma; 4\sigma]$  (при цьому  $\Phi(4) = 0,99993$ ).

Зворотна задача знаходження довірчого інтервалу за заданою ймовірністю вирішується за допомогою поняття квантиля стандартного нормального розподілу.

Односторонній квантиль  $z_1(P_3)$  являє собою значення співвідношення  $\Delta_{ш}/\sigma$ , якому відповідає задана ймовірність  $P_3$  того, що похибка виявиться лівіше  $\Delta_{ш}$ :

$$P_3 = \int_{-\infty}^{\Delta_{ш}} f(\Delta) d\Delta = F(\Delta_{ш}); \quad z_1(P_3) = \frac{\Delta_{ш}}{\sigma}.$$

Двосторонній квантиль  $z_2(P_d)$  симетричного відносно середини розподілу при  $\Delta_c = 0$  являє собою значення модуля співвідношення  $\Delta_{ш}/\sigma$ , в якому  $\Delta_{ш}$  є границею симетричного довірчого інтервалу із заданою  $P_d$ :

$$P_d = \int_{-\Delta_{ш}}^{\Delta_{ш}} f(\Delta) d\Delta = P[-\Delta_{ш} \leq \Delta \leq \Delta_{ш}] = \Phi(\Delta_{ш}/\sigma);$$

$$z_2(P_d) = \left| \frac{\Delta_{ш}}{\sigma} \right|.$$

Якщо  $\Delta_c \neq 0$ , при заданій довірчій ймовірності  $P_d$  довірчі границі похибки знаходяться за наступними виразами:

$$- \text{ліва (нижня) границя: } \Delta_{\text{н,дов}} = \Delta_c - z_2(P_d) \cdot \sigma;$$

$$- \text{права (верхня) границя: } \Delta_{\text{в,дов}} = \Delta_c + z_2(P_d) \cdot \sigma.$$

У табл. 1 представлені значення одностороннього та двостороннього квантилів стандартного нормального розподілу ( $\Delta_c = 0$ ), що відповідають заданій ймовірності  $P$ .

Таблиця 1

| $P$      | 0,9   | 0,95  | 0,975 | 0,98  | 0,99  | 0,995 | 0,999 | 0,9995 |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| $z_1(P)$ | 1,282 | 1,645 | 1,96  | 2,054 | 2,326 | 2,576 | 3,090 | 3,291  |
| $z_2(P)$ | 1,645 | 1,96  | 2,241 | 2,326 | 2,576 | 2,807 | 3,291 | 3,481  |

### 3.4. Корекція систематичної похибки

При будь-якому законі розподілу похибку виміру  $\Delta$  можна представити у вигляді

$$\Delta = \Delta_c + \Delta_v.$$

Величину  $\Delta_v$  у метрології називають випадковою похибкою. Математичне сподівання величини  $\Delta_v$  завжди дорівнює нулю.

Якщо величина  $\Delta_c$  відома (наприклад, визначена експериментально), то її доцільно виключити з результату виміру, переходячи від нього до виправленого результату  $x_{\text{випр}}$ :

$$x_{\text{випр}} = x - x_c,$$

що еквівалентно переносу початку координат у точку  $\Delta_c$ . Результат  $x_{\text{випр}}$  буде точнішим ніж  $x$ , тому що тим самим значенням  $\Delta_1$  і  $\Delta_2$  відповідає більше значення  $P_d$  (рис. 11).

Виключити випадкову похибку  $\Delta_v$  з результату вимірювання аналогічним чином не можна, тому що невідомо, яке конкретне значення прийме  $\Delta_v$  при даному вимірюванні.

Однак можна істотно зменшити вплив  $\Delta_B$  на результат виміру, наприклад, усереднюючи результати окремих вимірів, а також іншими способами.

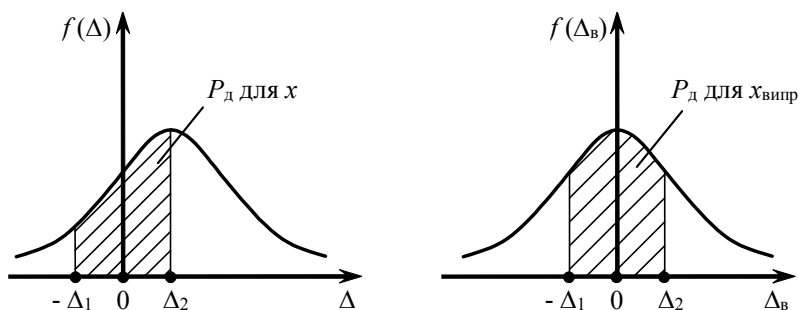


Рис. 11. Довірча ймовірність для не виправленого та виправленого результатів вимірювання

Виявлення і корекція систематичних похибок у результатах вимірювання (поправлення результатів вимірювань) є обов'язковим елементом їх опрацювання. Одним з типових методів зменшення впливу систематичних похибок вимірювальних приладів є внесення поправок до показів приладу. Вимірювальні прилади періодично перевіряють (повіряють), при цьому основною метрологічною операцією є експериментальне оцінювання фактичних значень похибок у певних місцях шкали приладу (типово на оцифрованих відмітках аналогових приладів і цілих показках цифрових приладів). Результатом метрологічної перевірки (повірки) є оцінки значень систематичних похибок на зазначених відмітках. Записані в таблицю з протилежним знаком експериментальні похибки утворюють таблицю поправок. Ці поправки можна враховувати при виконанні вимірювань для коригування систематичних похибок. Поправлений (скоригований)

результат вимірювання отримують додаванням поправки  $p$  до показу

$$x_{\text{випр}} = x + p.$$

При метрологічній перевірці (повірці) зразкові (еталонні) засоби є точнішими від тих, що перевіряють, лише у 3...5 раз. Тому експериментально визначені фактичні похибки і, отже, поправки, не є ідеально точними. Крім того, якщо після метрологічної перевірки минув певний час, то похибки приладу дещо змінилися порівняно з тими значеннями, які були під час перевірки. Можна вважати, що після внесення поправки основна систематична похибка зменшується приблизно у 2...2,5 рази.

Якщо показ приладу віддалений від оцифрованої відмітки, то, приймаючи до уваги плавний характер залежності систематичної похибки від показу, поправку до показу можна знайти інтерполяцією сусідніх поправок.

### **3.5. Закон рівномірної щільності**

Похибки не завжди розподілені за нормальним законом. Наприклад, похибка дискретності, характерна для всіх цифрових вимірювальних приладів, зазвичай розподілена за законом рівномірної щільності.

При вимірюванні якої-небудь величини приладом завжди існують деякі границі невизначеності, наприклад, обумовлені основною похибкою приладу. В межах цих границь неможливо встановити дослідним шляхом значення вимірюваної величини, яка в межах границь може бути різною, причому ці значення можуть виявлятися рівноймовірнісними.

На рис. 12 показаний симетричний закон рівномірної щільності. Аналітично він може бути записаний у вигляді наступної системи рівнянь:

$$p(\delta) = 1/\Delta x \text{ при } -\frac{\Delta x}{2} < \delta < \frac{\Delta x}{2};$$

$$p(\delta) = 0 \text{ при } \delta < -\frac{\Delta x}{2} \text{ і } \delta > \frac{\Delta x}{2},$$

де  $p(\delta)$  – щільність розподілу похибки.

Середнє квадратичне відхилення ряду спостережень:

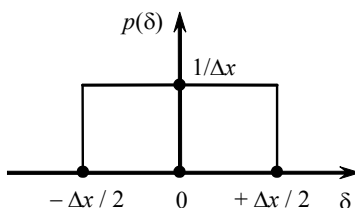


Рис. 12. Закон рівномірної щільності

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{\Delta x} \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \delta^2 d\delta} = \frac{\Delta x}{2\sqrt{3}}.$$

### Контрольні питання

1. Що називають довірчим інтервалом?
2. Що таке систематична похибка та чим вона відрізняється від випадкової?
3. Для чого та яким чином виконується коригування систематичної похибки?
4. Інтегральна функція нормального розподілу, її логічний сенс.
5. Поясніть поняття математичного сподівання, дисперсії, середньоквадратичного відхилення при нормальному законі.
6. У чому полягає правило трьох сигм та яким чином виконується виключення промахів з отриманих багаторазових вимірювань?

## *Тема № 4*

### **ОБРОБКА ПРЯМИХ І НЕПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ**

#### **4.1. Опрацювання результатів прямих вимірювань**

*Разові вимірювання* виконують за умови невеликих випадкових похибок, коли переважаючими є систематичні похибки. При цьому зазвичай виконують декілька спостережень (3...4), щоб переконатись у стабільності результатів. Як результат  $x$  вибирають один з них, не виконуючи якогось опрацювання. Для оцінювання характеристик похибки прямого разового вимірювання  $\Delta_x$  необхідно по можливості встановити всі складові, оцінити характеристики кожної і, використовуючи їх, знайти характеристики сумарної похибки. Модель похибки вимірювання містить складові інструментальної похибки  $\Delta_i$ , а також, можливо, методичної  $\Delta_m$  і особистої (суб'єктивної, зумовленої зчитуванням зі шкали аналогового приладу)  $\Delta_c$  похибок експериментатора:

$$\Delta_x = \Delta_i + \Delta_m + \Delta_c.$$

Якщо є можливість або потреба, то оцінюють одну чи декілька систематичних похибок; і до результату вводять поправки, отримуючи скоригований результат. Введення поправок не усуває повністю систематичних похибок, а лише їх зменшує в тій чи іншій мірі.

Основним методом зменшення впливу випадкових похибок є проведення вимірювань з багаторазовими спостереженнями і подальше статистичне опрацювання отриманих результатів. Методика статистичного опрацювання залежить від статистичних властивостей випадкових похибок, зокрема, їх розподілу, корельованості тощо. В переважній більшості практичних застосувань приймають модель нормального розподілу випадкових похибок, що дає можливість застосовувати до опрацювання результатів добре теоретично обґрунтовані статистичні методи. Найбільш ефективним методом у зменшенні впливу на результат вимірювання нормально розподілених похибок є усереднення результатів.

Якщо в цьому конкретному вимірюванні заздалегідь невідомий розподіл випадкових похибок, то необхідно провести детальні дослідження на предмет встановлення форми розподілу. Диференціальний закон розподілу  $f(\Delta)$  можна знайти експериментально. Для цього необхідно мати можливість задавати значення вимірюваної величини з похибками істотно меншими, ніж похибки вимірювань, функція розподілу яких підлягає експериментальному визначенню. Ці значення вимірюваної величини називають дійсними. Дійсним значенням ( $x_d$ ) вимірюваної величини називають її значення, знайдене експериментальним шляхом і настільки наближається до істинного, що для даної мети може бути використане замість нього

$$x_d \approx x_i.$$

Практично як  $x_d$  можна використовувати значення мір вимірюваної величини або показання зразкових приладів.

Для визначення  $f(\Delta)$  поблизу конкретного значення  $x_d$  необхідно зробити багаторазові незалежні вимірювання однієї і тієї ж величини  $x_d$ . У результаті отримують ряд значень

вимірюваної величини  $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ , дійсне значення якої відомо. Цьому рядові відповідає ряд похибок:  $\Delta'_1, \Delta'_2, \dots, \Delta'_i, \dots, \Delta'_n$  причому

$$\Delta'_i = x_i - x_d.$$

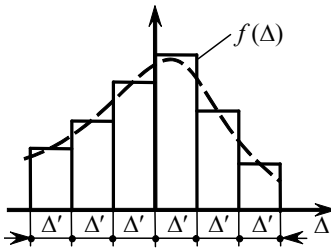


Рис. 13. Експериментальне визначення закону розподілу похибок

Потім будується гістограма – східчаста крива, результат експериментального визначення  $f(\Delta)$ . Висота кожного прямокутника (рис. 13) дорівнює  $n'/(n\Delta')$ , де  $n$  – загальне число вимірювань;  $\Delta'$  – обрана ширина інтервалів, розташованих уздовж осі  $\Delta$ ;  $n'$  – число значень похибок, що увійшли у відповідний інтервал. Площа кожного прямокутника, рівна  $n'/n$ ,

приблизно дорівнює імовірності влучення похибки у відповідний інтервал. Гістограма може бути апроксимована аналітичною функцією.

Основний недолік експериментального визначення функції  $f(\Delta)$  – велика трудомісткість експерименту. Число вимірювань повинне бути досить велике, якщо бажано порівняно точно визначити  $f(\Delta)$ ; число  $n'$  для кожного інтервалу повинне бути не менше 5...10. Крім того, знайдений розподіл похибок відповідає конкретному значенню  $x_d$ . Якщо  $f(\Delta)$  залежить від  $x_d$ , то для знаходження цієї залежності необхідно робити багаторазові вимірювання при різних значеннях  $x_d$ . Трудомісткість експерименту при цьому відповідно зростає.

Маючи функцію  $f(\Delta)$ , завжди можна знайти числові характеристики закону розподілу похибок – систематичну похибку і середньоквадратичне відхилення (формули 9 та 10). Зворотну задачу в загальному випадку вирішити не можна:

вона вирішується в деяких важливих окремих випадках, наприклад, коли відомо, що вид закону розподілу – нормальний.

Знайти експериментально параметр  $\Delta_c$  закону розподілу похибок можна, маючи в розпорядженні той самий ряд вимірювань, що й у досліді по визначенню  $f(\Delta)$ . Однак для одержання досить точних значень  $\Delta_c$  потрібно набагато менше вимірювань (практично досить зробити 10...20 вимірювань). Систематична похибка приблизно дорівнює середньоарифметичному похибок  $\Delta'_1, \Delta'_2, \dots, \Delta'_i, \dots, \Delta'_n$ , отриманих при багаторазовому вимірюванні однієї і тієї ж величини  $x_d$ :

$$\Delta_c \approx \sum_{i=1}^n (x_i - x_d) / n.$$

Маючи значення  $\Delta_c$ , можна ввести виправлення в результат вимірювань, збільшивши тим самим його точність.

*Найбільш поширеною* як у теоретичних дослідженнях, так і при практичному опрацюванні результатів є *модель нормального розподілу випадкових похибок*. При вимірюваннях сталого значення величини  $x$  вплив випадкових похибок  $\Delta_i$  проявляється у хаотичній, нерегулярній зміні окремих послідовних у часі результатів  $x_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), де  $n$  – кількість результатів спостережень:

$$x_i = x + \Delta_i.$$

Прийнято вважати, що кількість спостережень при багаторазових вимірюваннях має бути не менша за 4...5 ( $n > 4...5$ ). У результаті почергових вимірювань даної величини отримують набір результатів:  $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ .

Для зменшення впливу нормально розподілених випадкових похибок застосовується усереднення результатів спостережень, тобто за результат вимірювання приймається їх середнє значення

$$x = x_{\text{cp}} = \sum_{i=1}^n x_i / n.$$

Методика подальшого опрацювання, зокрема з метою оцінювання довірчих границь непевності отриманого результату, залежить від апріорної інформації про характеристики похибок результатів спостережень. Розглянемо опрацювання результатів при рівноточних вимірюваннях. Рівноточними вважаються почергові вимірювання незмінними засобами, в незмінних умовах, тим самим експериментатором.

Якщо середньоквадратичне відхилення випадкових похибок заздалегідь невідомі, то:

- за оцінку результату вимірювання беруть середнє;
- оцінюють вибіркове середньоквадратичне відхилення випадкових похибок результатів спостережень

$$\sigma \approx \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{\text{cp}})^2 / (n-1)};$$

– перевіряють найбільш відхилені від середнього значення результати спостережень на можливість їх спотворення грубими похибками чи наявність промахів; при потребі такі результати відкидають і повторно виконують перші два пункти при скороченій (на кількість відкинутих результатів) виборці;

– оцінюють середньоквадратичне відхилення випадкової похибки результату вимірювання, що корінь квадратний з кількості результатів  $\sqrt{n}$  менший від середньоквадратичного відхилення похибок результатів спостережень:

$$\sigma_{\text{cp}} \approx \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{\text{cp}})^2 / [n(n-1)]};$$

– оцінюють довірчі границі похибки (невизначеність (непевність) результату вимірювання):

$$\Delta_{\text{cp}} = \pm t(n-1, P_d) \cdot \sigma_{\text{cp}},$$

де  $t(n-1, P_d)$  – коефіцієнт, що взятий з таблиці для розподілу Стюдента, який залежить від так званої кількості ступенів свободи  $f$ , яка в цьому випадку дорівнює  $f = n - 1$ , та довірчої ймовірності  $P_d$  (табл. 2).

Якщо кількість результатів спостережень становить кілька десятків (зазвичай більше 30), то розподіл Стюдента практично трансформується в нормальний і тоді довірчі границі непевності (невизначеності) результату можна оцінити за відповідними квантилями нормального розподілу.

Середньоквадратичне відхилення випадкових похибок  $\sigma$  може бути відоме з попередніх досліджень, що виконувалися тими самими засобами в таких самих умовах. Тоді:

– результат вимірювання також знаходять як середнє з отриманих результатів первинних вимірювань;

– перевіряють результати на наявність грубих похибок, і при потребі відкидають такі результати; повторно оцінюють середнє значення;

– оцінку довірчих границь (невизначеності (непевності) результату вимірювання) розраховують за виразом

$$\Delta_{\text{cp}} = \pm z_2(P_d) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

де  $z_2(P_d)$  – двосторонній квантиль нормального розподілу.

Результат вимірювання записують у стандартній формі:

$$x = x_{\text{cp}} \pm \Delta_{\text{cp}}, P_d = \dots, n = \dots, \text{норм.}$$

Отже, для зменшення впливу випадкових похибок знаходять середнє значення з результатів спостережень. При цьому

розкид середнього значення (середньоквадратичне відхилення) в  $\sqrt{n}$  менший за розкид окремого результату спостереження. Отже, для зменшення впливу випадкової похибки у  $n$  раз необхідно здійснити  $n^2$  спостережень. Очевидно, що збільшення кількості спостережень призводить до пропорційного зростання часу вимірювання.

Таблиця 2

Значення коефіцієнтів  $t$  Стюдента

| $f$ | $P_d$ |       |       | $f$ | $P_d$ |       |       |
|-----|-------|-------|-------|-----|-------|-------|-------|
|     | 0,9   | 0,95  | 0,99  |     | 0,9   | 0,95  | 0,99  |
| 1   | 6,31  | 12,7  | 63,7  | 17  | 1,740 | 2,110 | 2,898 |
| 2   | 2,92  | 4,3   | 9,92  | 18  | 1,734 | 2,103 | 2,878 |
| 3   | 2,353 | 3,182 | 5,841 | 19  | 1,729 | 2,093 | 2,961 |
| 4   | 2,132 | 2,776 | 4,604 | 20  | 1,725 | 2,086 | 2,845 |
| 5   | 2,015 | 2,571 | 4,032 | 21  | 1,721 | 2,080 | 2,831 |
| 6   | 1,943 | 2,447 | 3,707 | 22  | 1,717 | 2,074 | 2,819 |
| 7   | 1,895 | 2,365 | 3,499 | 23  | 1,714 | 2,069 | 2,807 |
| 8   | 1,860 | 2,306 | 3,355 | 24  | 1,711 | 2,064 | 2,797 |
| 9   | 1,833 | 2,262 | 3,250 | 25  | 1,708 | 2,060 | 2,787 |
| 10  | 1,812 | 2,228 | 3,169 | 26  | 1,706 | 2,056 | 2,779 |
| 11  | 1,796 | 2,201 | 3,106 | 27  | 1,703 | 2,052 | 2,771 |
| 12  | 1,782 | 2,179 | 3,055 | 28  | 1,701 | 2,048 | 2,763 |
| 13  | 1,771 | 2,160 | 3,012 | 29  | 1,699 | 2,045 | 2,756 |
| 14  | 1,761 | 2,145 | 2,977 | 30  | 1,697 | 2,042 | 2,750 |
| 15  | 1,753 | 2,131 | 2,947 | 40  | 1,684 | 2,021 | 2,704 |
| 16  | 1,746 | 2,120 | 2,921 | 60  | 1,671 | 2,000 | 2,660 |

#### 4.2. Опрацювання результатів опосередкованих вимірювань

Розглянемо спочатку опрацювання результатів з *разовим вимірюванням аргументів*. При опосередкованих вимірюваннях значення величини знаходять за результатами безпосередніх вимірювань величин, які пов'язані з нею функціональною залежністю. Разові опосередковані вимірювання вико-

нують при невеликих випадкових похибках, тобто при стабільних почергових результатах вимірювань кожної величини. Будемо вважати, що результати вимірювань  $x_1, x_2, x_3, \dots x_n$ . Результат опосередкованого вимірювання отримують підстановкою результатів первинних вимірювань величин-аргументів у відповідне рівняння вимірювання

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots x_n).$$

Для запису результату вимірювання необхідно оцінити похибку його визначення, оцінювання якої відбувається в такій послідовності:

- знаходження виразу похибки;
- оцінювання характеристик окремих складових похибок вимірювань величин-аргументів, за необхідності корекція їх похибок;
- оцінювання характеристик сумарної похибки;
- записування результату із вказівкою його невизначеності (непевності), (довірчих границь).

Вираз похибки отримують з рівняння вимірювання, розкладаючи його в околі результатів вимірювання аргументів у ряд Тейлора. При цьому приймають, що похибки вимірювань величин аргументів  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \dots, \Delta_n$  невеликі, тобто у розкладі обмежуються лише лінійними членами:

$$\Delta y \cong \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta_2 + \frac{\partial f}{\partial x_3} \Delta_3 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta_n + \Delta_m,$$

де  $\Delta_m$  – методична похибка, що зумовлена невідповідністю функціональної залежності  $y = f(x_1, x_2, x_3, \dots x_n)$  справжній залежності між величинами.

Або в загальному випадку вираз похибки набирає вигляду

$$\Delta y \cong \sum_{i=1}^n \frac{\partial f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)}{\partial x_i} \Delta_i + \Delta_m = \sum_{i=1}^n C_i \Delta_i + \Delta_m,$$

де  $C_i$  – часткова похідна функції по  $i$ -му аргументу, обчислена при аргументах, які дорівнюють їх результатам вимірювань. Цю похідну часто називають коефіцієнтом впливу похибки  $i$ -го аргументу  $\Delta_i$  на похибку вимірювання  $\Delta_y$ . Знаючи  $\Delta_y$ , можна записати також вираз відносної похибки

$$\begin{aligned}\delta_y = \frac{\Delta_y}{y} &\cong \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\partial f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)}{\partial x_i} \Delta_i}{f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)} + \frac{\Delta_m}{f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)} = \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n C_i x_i \delta_i}{f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)} + \frac{\Delta_m}{f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)}.\end{aligned}$$

Отже, вирази похибки опосередкованого вимірювання залежать від вигляду рівняння вимірювання (функції) і часто в одних випадках вираз абсолютної похибки є значно простішим, ніж відносної, а в інших – навпаки. Можна застосовувати такі загальні рекомендації: якщо рівняння вимірювання містить добутки, ділення, зведення в ступінь, добування коренів, то доцільно оперувати відотною похибкою, якщо ж рівняння вимірювання є алгебричною сумою, чи містить інші, ніж перелічені вище нелінійні функції, то доцільно оперувати абсолютною похибкою.

Зазначені вище формули для визначення похибки при опрацюванні опосередкованих вимірювань можуть бути використанні при одноразовому вимірюванні та визначенні максимальної похибки. Якщо вимірювання кожного аргументу  $x_i$  багаторазові, то маємо для кожного з них ряд похибок  $\Delta_{ij}$ , тоді середньоквадратичне відхилення випадкової похибки результату вимірювання:

$$\sigma_y \approx \frac{1}{n(n-1)} \sqrt{\sum_{j=1}^m (C_1 \Delta_{1j} + C_2 \Delta_{2j} + C_3 \Delta_{3j} + \dots + C_n \Delta_{nj})^2}.$$

Якщо аргументи функції випадкові та незалежні, то їх відхилення від середніх значень також незалежні. З огляду на те, що середнє значення добутку незалежних випадкових величин дорівнює добутку середніх значень співмножників, отримуємо, що сума всіх доданків виду  $C_k C_m \Delta_{kj} \Delta_{mj}$  дорівнюють нулю. Тоді, розкриваючи дужки, отримуємо:

$$\sigma_y \approx \frac{1}{\sqrt{n(n-1)}} \sqrt{\sum_{j=1}^m (C_1^2 \Delta_{1j}^2 + C_2^2 \Delta_{2j}^2 + C_3^2 \Delta_{3j}^2 + \dots + C_n^2 \Delta_{nj}^2)};$$

$$\sigma_y \approx \sqrt{C_1^2 \sigma_1^2 + C_2^2 \sigma_2^2 + C_3^2 \sigma_3^2 + \dots + C_n^2 \sigma_n^2}.$$

На практиці похибка вимірювання кожного з аргументів містить декілька складових (зокрема, основну, додаткові, особисту, методичну тощо), тому навіть при двох аргументах загальна кількість складових похибки може бути досить великою (5, 6 і більше). В цьому випадку для підсумовування похибок використовують статистичний підхід, який дає більш реалістичну оцінку похибки, якою є довірча похибка. При центрованих (з нульовим середнім значенням, точніше – математичним сподіванням) і статистично незалежних (некорельованих) складових похибки середньоквадратичне відхилення похибки результату вимірювання

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n (C_i \cdot \sigma_i)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \sigma_i \right)^2}.$$

Тоді довірчу границю похибки вимірювання при заданій вірогідності (довірчій ймовірності  $P_d$ ) обчислюють за виразом

$$\Delta y_d = \pm K(P_d, n) \cdot \sigma_y,$$

де  $K(P_d, n)$  – коефіцієнт, що залежить від довірчої ймовірності  $P_d$  розподілу складових та їх кількості  $n$ . Якщо серед складових нема очевидно переважаючих над іншими, то в першому наближенні розподіл сумарної похибки можна прийняти нормальним, тому значення коефіцієнта  $K(P_d, n)$  вибирають як відповідні двосторонні квантили нормального розподілу:  $K(P_d, n) = 1,65$  ( $P_d = 0,9$ );  $K(P_d, n) = 1,96$  ( $P_d = 0,95$ );  $K(P_d, n) = 2,58$  ( $P_d = 0,99$ ).

Якщо відомі лише граничні значення похибок  $\Delta_{igr}$ , то, орієнтуючись на найгірший випадок, розподіл складових приймають рівномірним з середнім квадратичним значенням похибок  $\sigma_i = \Delta_{igr} / \sqrt{3}$ . Тоді довірчі границі оцінки похибки вимірювання можна поррахувати за виразом

$$\Delta y_d = \pm \frac{K(P_d, n)}{\sqrt{3}} \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \Delta_{igr} \right)^2}.$$

Розглянемо *опосередковані вимірювання з багаторазовими спостереженнями* аргументів. Такі вимірювання виконують з метою зменшення впливу випадкових похибок вимірювань кожного з аргументів  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , для чого їх вимірюють багаторазово. При цьому спосіб опрацювання результатів первинних вимірювань залежить від виду функціональної залежності між безпосередньо вимірюваними величинами.

Можливі два типи опосередкованих вимірювань. Перший – результати вимірювань аргументів незалежні між собою. Тобто

кожну з величин можна вимірювати незалежно від інших, навіть у різний час, результат вимірювання однієї ніяк не впливає на результат вимірювання іншої. При вимірюванні кожного аргументу кількість спостережень може бути різною.

До другого типу належать вимірювання, в яких результати вимірювань взаємозалежні і мають зміст лише разом. Кількість вимірювань кожної з величин мусить бути однаковою і результати спостережень мають бути записані разом для кожного окремого експерименту.

*Опрацювання результатів опосередкованого вимірювання з незалежними результатами вимірювань аргументів* виконують у такій послідовності:

– результати спостережень кожного з  $n$  аргументів опрацьовують за методикою опрацювання результатів прямих вимірювань з багаторазовими спостереженнями; при наявності кількості спостережень  $m_i$  величини  $x_i$  знаходять оцінки результатів  $x_{\text{cp}i}$  та середньоквадратичних відхилень  $\sigma_i$ ;

– результат опосередкованого вимірювання знаходять підстановкою оцінок результатів вимірювань аргументів у рівняння вимірювання

$$y_{\text{cp}} = f(x_{\text{cp}1}, x_{\text{cp}2}, x_{\text{cp}3}, \dots, x_{\text{cp}.n});$$

– враховуючи рівняння вимірювання, аналогічно як при разових вимірюваннях, знаходять вираз для похибки

$$\Delta y \cong \sum_{i=1}^n \frac{\partial f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)}{x_i} \Delta_i + \Delta_{\text{м}} = \sum_{i=1}^n C_i \Delta_i + \Delta_{\text{м}};$$

– оцінюють методичну похибку і в разі потреби її коригують і оцінюють нескоригований залишок;

– для заданої довірчої ймовірності  $P_{\text{д}}$  розраховують довірчі границі похибки

$$\Delta y_d = \pm t(m_{\text{эф}}, P_d) \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(C_i \cdot \sigma_i)^2}{m_i}},$$

де  $t(m_{\text{эф}}, P_d)$  – квантиль розподілу Стюдента для ефективної кількості результатів спостережень  $m_{\text{эф}}$ ;

– записують результат вимірювання

$$y = y_{\text{ср}} \pm \Delta y_d, P_d = \dots, m_{\text{эф}} = \dots$$

*Опрацювання результатів при залежних вимірюваннях аргументів* здійснюють у такій послідовності:

– для кожної групи результатів вимірювань різних аргументів підстановкою в рівняння вимірювання знаходять відповідне значення шуканої величини

$$y_i = f(x_{1,i}, x_{2,i}, x_{3,i}, \dots x_{n,i});$$

– отримані результати  $y_i$  опрацьовують як при прямих вимірюваннях з багаторазовими спостереженнями і знаходять оцінку результату вимірювання  $y_{\text{ср}}$  і середньоквадратичне відхилення  $\sigma_m$  ( $m$  – кількість груп спостережень, або кількість значень величини  $y$ );

– для заданої довірчої ймовірності розраховують довірчі границі похибки опосередкованого вимірювання:

$$\Delta y_d = \pm t(m-1, P_d) \cdot \frac{\sigma_m}{\sqrt{m}};$$

– записують результат вимірювання:

$$y = y_{\text{ср}} \pm \Delta y_d, P_d = \dots, m = \dots$$

### 4.3. Опрацювання результатів сумісних вимірювань

Сумісні вимірювання використовують для знаходження функціональних залежностей між декількома фізичними ве-

личинами, в найпростішому між двома  $x$  та  $y$ . Загалом ця функція може бути як лінійною, так і нелінійною відносно як незалежного аргументу  $x$ , так і шуканих коефіцієнтів  $a_m$ . Апроксимаційну функцію

$$y = f(a_0, a_1, \dots, a_{m-1}, x)$$

розглядають як модель справжньої функціональної залежності  $y(x)$  і вона є функцією  $m$ -невдомих коефіцієнтів  $a_0, a_1, \dots, a_{m-1}$ , які необхідно знайти під час опрацювання результатів сумісних вимірювань. Внаслідок відмінності апроксимаційної функції від справжньої залежності (навіть за відсутності похибок вимірювань) існує методична похибка апроксимації (наближення), тобто похибка прийнятої моделі функціональної залежності

$$\Delta_a(x) = f(a_0, a_1, \dots, a_{m-1}, x) - y(x).$$

Кажуть, що модель є відповідною чи адекватною, якщо похибкою моделі чи апроксимації можна знехтувати, або вона не перевищує заданого допустимого значення

$$|\Delta_a(x)| \leq \Delta_{a \text{ доп}}.$$

За умови адекватної моделі, для знаходження коефіцієнтів апроксимуючої функції для заданих  $n$  значень аргументу  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  вимірюють відповідні їм значення функції  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ . В результаті формують систему рівнянь

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= f(a_0, a_1, \dots, a_{m-1}, x_1); \\ y_2 &= f(a_0, a_1, \dots, a_{m-1}, x_2); \\ &\dots \dots \dots \\ y_n &= f(a_0, a_1, \dots, a_{m-1}, x_n); \end{aligned} \right\}$$

розв'язками якої є шукані коефіцієнти  $a_0, a_1, \dots, a_{m-1}$ . При цьому кількість рівнянь  $n$  системи (кількість вимірювань  $n$ ) має

бути не меншою за кількість невідомих коефіцієнтів  $m$ , тобто  $n > m$ .

Очевидно, що в загальному випадку результати вимірювань спотворені різного роду похибками. Тому виникає проблема побудови "найкращої" за даних умов апроксимаційної залежності.

На практиці шукану залежність будують так, щоб мінімізувати певну функцію її відхилень від експериментальних точок:

$$v_i = y_i - f(a_0, a_1, \dots, a_{m-1}, x_i),$$

при цьому широко вживається критерій мінімуму суми квадратів відхилень шуканої функції від експериментальних точок, тобто

$$\min \left\{ V = \sum_{i=1}^n v_i^2 \right\}.$$

Завдяки тому, що за цим критерієм мінімізується сума квадратів відхилень шуканої функції від експериментальних точок, то він отримав назву *методу найменших квадратів*.

Як відомо, для аналітичного знаходження параметрів, при яких функція набуває мінімуму, необхідно спочатку обчислювати похідні по всіх параметрах функції, далі прирівняти їх до нуля і, нарешті, розв'язати отриману систему з  $m$  рівнянь:

$$\sum_{i=1}^n [y_i - f(a_0, a_1, \dots, a_{m-1}, x_i)] (\partial f(a_0, a_1, \dots, a_{m-1}, x_i) / \partial a_j)_i = 0;$$

$$j=0, 1, \dots, m.$$

Оскільки похідна від квадрату є однозначною лінійною функцією, то за умови, що апроксимуюча функція

$f(a_0, a_1, \dots, a_{m-1}, x)$  є лінійною відносно коефіцієнтів  $a_0, a_1, \dots, a_{m-1}$ , задача апроксимації зводиться до розв'язування системи лінійних рівнянь.

Найпростішою є лінійна апроксимація  $f(x) = a_0 + a_1 x$ . В цьому випадку відхилення  $i$ -ї точки описується виразом  $y_i = a_0 + a_1 x_i$  і умова мінімуму суми квадратів відхилень набирає вигляду

$$\min \left\{ V = \sum_{i=1}^n (a_0 + a_1 x_i - y_i)^2 \right\},$$

що досягається при значеннях коефіцієнтів  $a_0, a_1$ , які будуть щораз іншими для іншого набору результатів вимірювань.

Для знаходження умови мінімуму беруть похідні по кожному з коефіцієнтів  $a_0, a_1$  і прирівнюють їх до нуля:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial a_0} &= 2 \sum_{i=1}^n (a_0 + a_1 x_i - y_i) = 0; \\ \frac{\partial V}{\partial a_1} &= 2 \sum_{i=1}^n (a_0 + a_1 x_i - y_i) x_i = 0. \end{aligned} \right\}$$

Після розкриття операції підсумовування та виконання перестановок отримують систему лінійних рівнянь відносно оцінок шуканих коефіцієнтів  $a_0, a_1$ :

$$\left. \begin{aligned} a_0 n + a_1 \sum_{i=1}^n x_i &= \sum_{i=1}^n y_i; \\ a_0 \sum_{i=1}^n x_i + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 &= \sum_{i=1}^n y_i x_i. \end{aligned} \right\}$$

Розв'язанням цієї системи є оцінки коефіцієнтів функції:

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}; \quad a_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n y_i x_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}.$$

У відповідності до закону накопичування похибок похибка випадкових величин

$$\sigma_{a_0}^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial a_0}{\partial y_i} \right)^2 \sigma_y^2 + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial a_0}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_x^2;$$

$$\sigma_{a_1}^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial a_1}{\partial y_i} \right)^2 \sigma_y^2 + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial a_1}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_x^2.$$

Розглянемо випадок, коли значення  $x_i$  вимірюється достатньо точно, щоб знехтувати їх похибками ( $\sigma_x \approx 0$ ), а похибки вимірювання  $y_i$  розподілені по нормальному закону з нульовим математичним очікуванням і середньоквадратичним відхиленням  $\sigma_y$ . Тоді середньоквадратичне відхилення знайдених коефіцієнтів можна вирахувати за виразами

$$\sigma_{a_0}^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial a_0}{\partial y_i} \right)^2 \sigma_y^2 = \sigma_y^2 \frac{\sum_{i=1}^n \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 - x_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{\left( n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right)^2} =$$

$$= \sigma_y^2 \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} = \frac{\sigma_y^2}{n} \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n}}{\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n} - \left( \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \right)^2};$$

$$\sigma_{a_1}^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial a_1}{\partial y_i} \right)^2 \sigma_y^2 = \sigma_y^2 \frac{\sum_{i=1}^n \left( n x_i - \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{\left( n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right)^2} =$$

$$= \sigma_y^2 \frac{n}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} = \frac{\sigma_y^2}{n} \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n} - \left( \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \right)^2},$$

які зменшуються зі збільшенням кількості експериментальних точок.

Довірчі границі похибок (при довірчій імовірності  $P_d$ ) (невизначеність (непевність)) отриманих оцінок коефіцієнтів функції знаходять за виразом

$$a_{j_d} = a_j \pm t(n-m, P_d) \cdot \sigma_{a_j},$$

де  $t(n-m, P_d)$  – квантиль розподілу Стюдента з числом ступенів свободи  $n-m$ .

Якщо дисперсія випадкових похибок  $\sigma_y$  наперед невідома, то її оцінюють під час опрацювання результатів.

Слід зазначити, що метод найменших квадратів досить часто використовується для вирішення наступної задачі. Нехай вид функції  $f$  заздалегідь невідомий і щодо неї будується

деяка гіпотеза (наприклад, передбачається, що  $f$  – парабола); величина  $\sigma_y$  – характеристика точності вимірювання ординат  $y_i$  відома; необхідно установити, чи відповідає гіпотеза про вид функції  $f$  експериментальним даним – точкам  $x_i, y_i$ .

Ідея розв’язання задачі полягає в наступному. По методу найменших квадратів з обраного сімейства функцій знаходиться функція, що найкраще відповідає експериментальним даним. Потім, знаючи взаємне розташування точок  $x_i, y_i$  й отриманої кривої, знаходять кількісну міру розсіювання точок відносно кривої – середньоквадратичне відхилення  $\tilde{\sigma}$  точок від кривої, що порівнюють з відомою величиною  $\sigma_y$ , визначаючи ступінь вірогідності прийнятої гіпотези.

Якщо вид функції  $f$  заздалегідь невідомий, то найчастіше апроксимуючу функцію шукають серед поліномів тієї або іншої степені. В цьому випадку величину  $\tilde{\sigma}$  можна визначити по формулі

$$\tilde{\sigma} \approx \sqrt{s/(n-k)},$$

де  $s$  – сума квадратів відхилень експериментальних точок від апроксимуючого полінома степені  $k-1$ .

### Контрольні питання

1. Який зв’язок між довірчим інтервалом і довірчою ймовірністю при нормальному розподілі ймовірностей?
2. Що таке розподіл Стюдента та як він використовується при визначенні довірчого інтервалу похибки вимірювання?
3. Як визначається довірчий інтервал похибки вимірювання при заданій довірчій ймовірності при опрацюванні результатів прямого вимірювання?
4. Як визначається довірчий інтервал похибки вимірювання при заданій довірчій ймовірності при опрацюванні результатів опосередкованого вимірювання?
5. Яку модель називають адекватною?
6. У чому суть методу найменших квадратів?

## **Тема № 5**

### **ВИМІРЮВАЛЬНІ ПЕРЕТВОРЮВАЧІ ЕЛЕКТРИЧНИХ І МАГНІТНИХ ВЕЛИЧИН**

#### **5.1. Шунти**

Найпростішим вимірювальним перетворювачем струму в напругу є шунт, що являє собою резистор із чотирма затискачами. Два вхідних затискачі, до яких підводиться струм  $I$ , називаються струмовими, а два вихідних затискачі, з яких знімається напруга  $U$ , називаються потенціальними. До потенціальних затискачів підключається вимірювальний механізм. Параметрами, що характеризують шунт, є номінальне значення вхідного струму і номінальне значення вихідної напруги. Їхнє відношення визначає номінальний опір шунта  $R_{\text{ш.ном}} = U_{\text{ном}}/I_{\text{ном}}$ . Шунт також можна розглядати як дільник струму з коефіцієнтом розподілу (шунтування)

$$n = I/I_0 = (R_{\text{ш.ном}} + R_0)/R_{\text{ш.ном}},$$

де  $I_0$  – струм у вимірювальному механізмі;  $R_0$  – опір вимірювального механізму.

Шунти застосовуються для розширення меж вимірювання механізмів по струму. Більша частина вимірюваного струму проходить через шунт, а менша – через вимірювальний механізм ВМ. Шунти мають малий опір і застосовуються

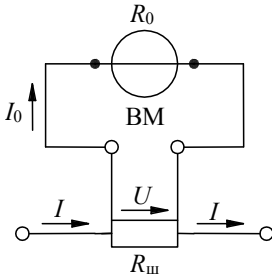


Рис. 14. Шунт

головним чином у ланцюгах постійного струму з магнітоелектричними вимірювальними механізмами. Застосовувати шунти з вимірювальними механізмами інших систем нераціонально, тому що ці вимірювальні механізми споживають велику потужність, що приводить до істотного збільшення опорів шунтів і, отже, до збільшення їхніх габаритів і споживаної потужності.

При застосуванні шунтів з вимірювальними механізмами на змінному струмі виникає додаткова частотна похибка внаслідок різних залежностей опорів шунта і вимірювального механізму від частоти.

Якщо необхідно розширити межу вимірювання в  $n$  раз, тобто щоб струм  $I_0$  був у  $n$  раз менший за струму  $I$ , опір шунта повинен дорівнювати

$$R_{ш} = R_0 / (n - 1).$$

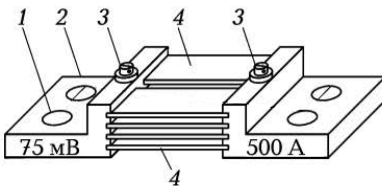


Рис. 15. Шунт на 500 А:  
1 – отвори для струмових затискачів; 2 – наконечники;  
3 – потенційні затискачі;  
4 – опір шунта

Шунти виготовляють з манганіну. Вони поділяються на стаціонарні і переносні. Шунти розраховуються на визначені струми і падіння напруги та повинні мати номінальне падіння напруги на потенційних затискачах 10, 15, 30, 50, 60, 75, 300 мВ. По точності шунти розділяються на класи точності: 0,05, 0,1; 0,2; 0,5 – стаціонарні; 0,02; 0,05; 0,2 – переносні.

Число класу точності позначає припустиме відхилення опору у відсотках від його номінального значення.

## 5.2. Додаткові резистори

Додаткові резистори є вимірювальними перетворювачами напруги в струм. Тому додатковий резистор, включений послідовно з вимірювальним механізмом, обертаючий момент якого залежить від струму, може служити для розширення меж вимірювання по напрузі аналогових вольтметрів різних систем (крім електростатичної й електронної). Додаткові резистори також служать для розширення меж вимірювання по напрузі інших приладів, які мають паралельні ланцюги, що підключаються до джерела напруги (наприклад, ватметри, лічильники енергії, фазометри і т. д.).

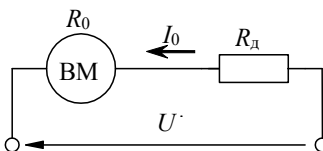


Рис. 16. Додатковий резистор

Додатковий резистор включають послідовно з вимірювальним механізмом ВМ. Струм у ланцюзі вимірювального механізму  $I_0$ , який має опір  $R_0$  і включений послідовно з додатковим резистором  $R_d$ ,

$$I_0 = U / (R_0 + R_d),$$

де  $U$  – вимірювана напруга.

Якщо за допомогою додаткового резистора треба розширити в  $n$  раз межу вимірювання вольтметра, який має номінальну межу вимірювання  $U_{\text{ном}}$  і опір  $R_0$ , то, припускаючи сталість струму вольтметра  $I_0$ , можна записати

$$U_{\text{ном}} / R_0 = n U_{\text{ном}} / (R_0 + R_d).$$

Тоді

$$R_d = R_0 (n - 1).$$

Виготовляються додаткові резистори, як правило, з манганінового ізолюваного дроту, намотаного на пластини або каркаси з ізоляційного матеріалу. Застосовуються також додаткові резистори з литого мікропроводу в скляній ізоляції. Додаткові резистори, призначені для роботи на змінному струмі, мають біфілярне намотування для одержання безреактивного опору.

Поряд з розширенням меж вимірювання вольтметрів додаткові резистори зменшують їхню температурну похибку. Якщо прийняти, що обмотка вимірювального механізму має температурний коефіцієнт опору  $\beta_0$ , а додатковий резистор – температурний коефіцієнт  $\beta_d$ , то температурний коефіцієнт усього вольтметра складе

$$\beta = (\beta_0 R_0 + \beta_d R_d) / (R_0 + R_d) \approx \beta_0 R_0 / (R_0 + R_d).$$

Додаткові резистори, так само як і шунти, поділяються на класи точності: 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5 і 1,0. Клас точності визначається по відносній похибці, %, що дорівнює

$$\delta = \pm (\Delta / R_{\text{ном}}) 100\%,$$

де  $\Delta$  – абсолютна похибка;  $R_{\text{ном}}$  – номінальний опір додаткового резистора. Додаткові резистори виготовляють на номінальні струми від 0,01 до 60 мА. Додаткові резистори використовуються для перетворення напруг до 30 кВ.

### **5.3. Вимірювальні трансформатори змінного струму і напруги**

Вони служать для перетворення змінних струмів і напруг у строго визначене число раз зі збереженням їхньої фази. Вимірювальні трансформатори застосовуються для: розширення меж вимірювання приладів; гальванічного поділу частин вимірювального ланцюга; узгодження окремих частин вимірювального пристрою.

Трансформатори складаються з первинної і вторинної ізольованих обмоток, розміщених на магнітопроводі з магнітом'якого матеріалу. Виводи первинної обмотки трансформатора підключають до ланцюга, в якому виконується вимірювання; до затискачів вторинної обмотки приєднують навантаження  $Z_{\text{наг}}$  (вимірювальний прилад або його частина).

Вхідною величиною трансформатора струму є струм  $I_1$ , що протікає у первинному ланцюзі. Вихідною величиною є струм  $I_2$ , що протікає в навантаженні.

У трансформаторі напруги вхідною величиною є напруга  $U_1$ , яка підведена до його первинних затискачів, а вихідною – напруга  $U_2$  на вихідних затискачах (навантаження).

Основними технічними характеристиками трансформатора струму є номінальні значення первинного і вторинного струмів  $I_{1\text{ном}}$  і  $I_{2\text{ном}}$ , номінальна частота і номінальний опір навантаження  $Z_{2\text{ном}}$ . Вторинний номінальний струм трансформаторів струму може бути 1, 2, 5 А при значеннях первинного в межах від 0,1 до 8000 А. Основними характеристиками трансформатора напруги є номінальні значення первинної і вторинної напруг  $U_{1\text{ном}}$ ,  $U_{2\text{ном}}$ , частоти і вторинної потужності  $P_{2\text{ном}}$ . Вторинна номінальна напруга стандартних трансформаторів зазвичай складає  $100/\sqrt{3}$  В, 100 В,  $200/\sqrt{3}$  В або 200 В при первинній номінальній напрузі від 220 В до 35 кВ.

Умови роботи і схеми підключення трансформаторів струму і напруги відрізняються один від одного. Первинна обмотка трансформатора струму включається у вимірювальний ланцюг послідовно. У вторинну обмотку включають амперметри, струмові обмотки ватметрів, лічильників і інших приладів. Нормальним режимом роботи трансформаторів струму є режим, близький до короткого замикання. Первинна

обмотка трансформатора напруги включається у вимірювальний ланцюг паралельно. До затисків вторинної обмотки трансформатора напруги підключають вольтметри й інші прилади, а режим роботи близький до холостого ходу.

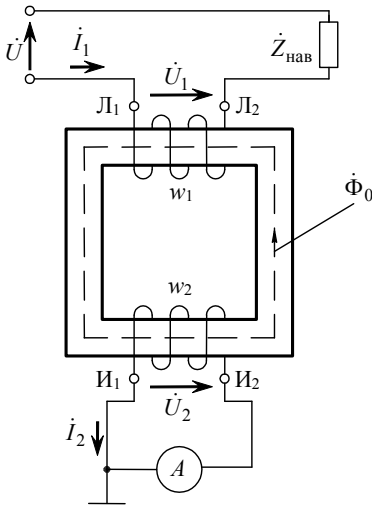


Рис. 17. Схема включення вимірювального трансформатора струму

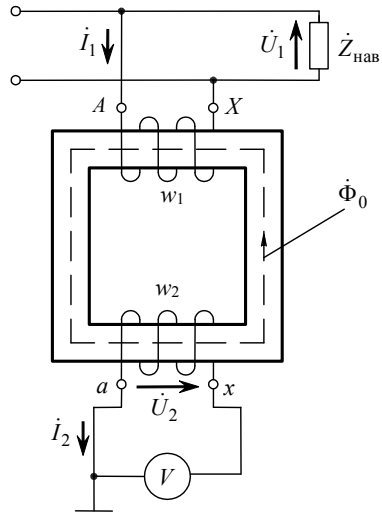


Рис. 18. Схема включення вимірювального трансформатора напруги

Коефіцієнти трансформації трансформатора струму і трансформатора напруги:

$$k_i = I_1 / I_2; \quad k_u = U_1 / U_2.$$

Показання приладів, які включені у вторинний ланцюг трансформаторів, множать на номінальні значення коефіцієнтів трансформації  $k_{i\text{ном}}$  і  $k_{u\text{ном}}$ , що вказуються на щитку трансформатора у вигляді дробу, чисельник якого є номінальним значенням первинної, а знаменник – вторинної величини:

$$I'_1 = I_2 k_{i\text{ном}}; \quad U'_1 = U_2 k_{u\text{ном}}.$$

Відносна похибка, %:

для трансформаторів струму

$$\gamma_i = \frac{I'_1 - I_1}{I_1} 100 = \frac{k_{i\text{ном}} - k_i}{k_i} 100;$$

для трансформаторів напруги

$$\gamma_u = \frac{U'_1 - U_1}{U_1} 100 = \frac{k_{u\text{ном}} - k_u}{k_u} 100.$$

У реальному трансформаторі первинна величина (струм, напруга) відрізняється від свого ідеального значення не тільки по модулю, але і по фазі, що призводить до виникнення кутової похибки. Тому вводять поняття комплексної похибки вимірювального трансформатора. Під комплексною похибкою трансформатора струму розуміється відношення

$$\dot{\lambda}_i = -(\dot{I}_2 k_{i\text{ном}} + \dot{I}_1) / \dot{I}_1 = f_i + j\delta_i;$$

а для трансформатора напруги

$$\dot{\lambda}_u = -(\dot{U}_2 k_{u\text{ном}} + \dot{U}_1) / \dot{U}_1 = f_u + j\delta_u.$$

Змінна напруга  $U_1$ , прикладена до затискачів первинної обмотки  $w_1$  викликає в ній струм  $I_1$ . Внаслідок індуктивного зв'язку між обмотками у вторинній обмотці  $w_2$  наводиться ЕРС  $E_2$ . Якщо вторинна обмотка замкнута на опір  $Z_{\text{нав}}$ , то в ній з'являється струм  $I_2$ , а на затискачах вторинної обмотки напруга  $U_2$ .

Магнітне поле в трансформаторі при аналізі часто представляють у виді трьох потоків: загального потоку  $\Phi$  у магнітопроводі, зчепленого з обома обмотками і створюваного

магніторушійними силами (МРС)  $I_1 w_1$  і  $I_2 w_2$ ; потоків розсіювання  $\Phi_{s1}$  і  $\Phi_{s2}$ , що у більшій своїй частині проходять по повітрю і зчеплені відповідно з витками первинної та вторинної обмоток. Передбачається, що потоки розсіювання малі в порівнянні з потоком  $\Phi$ , пропорційні струмам  $I_1$  та  $I_2$  і збігаються з ними по фазі. При цих допущеннях трансформатор можна представити еквівалентною схемою, зображеною на рис. 19. Тут  $R_{k1}$ ,  $R_{k2}$  – активні опори відповідних обмоток;  $x_{k1}$ ,  $x_{k2}$  – індуктивні опори відповідних обмоток, зумовлені потоками розсіювання.

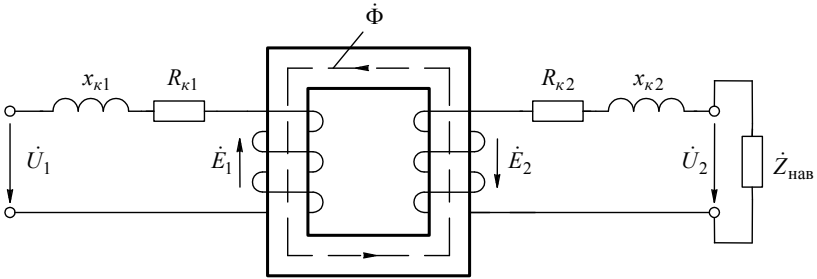


Рис. 19. Еквівалентна схема трансформатора

*Вимірювальний трансформатор струму.* Навантаженням трансформатора струму є повний опір приладів, включених у вторинну обмотку.

Для трансформатора можна записати наступні рівняння:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= -\dot{E}_1 + \dot{I}_1(R_{k1} + jx_{k1}) = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 \dot{Z}_{k1}; \\ \dot{E}_2 &= \dot{U}_2 + \dot{I}_2(R_{k2} + jx_{k2}) = \dot{I}_2 \dot{Z}_{k2} + \dot{I}_2 \dot{Z}_{\text{нав}}; \\ \dot{\Phi} \dot{Z}_m &= \dot{F} = \dot{I}_1 w_1 + \dot{I}_2 w_2, \end{aligned} \right\}$$

де  $\dot{E}_1 = -j\omega w_1 \dot{\Phi}$  – ЕРС, що наводиться потоком  $\Phi$  у первинній обмотці;  $\dot{E}_2 = -j\omega w_2 \dot{\Phi}$  – ЕРС, що наводиться пото-

ком  $\Phi$  у вторинній обмотці;  $\omega = 2\pi f$  – кутова частота;  $\dot{Z}_m = R_m + jx_m$  – комплексний магнітний опір магнітопроводу;  $F = I_0 w_1 = \dot{I}_1 w_1 + \dot{I}_2 w_2$  – МРС, створювана МРС первинної і вторинної обмоток;  $\dot{Z}_{\kappa 1}$  і  $\dot{Z}_{\kappa 2}$  – комплексні опори первинної і вторинної обмоток;  $I_0$  – намагнічуючий струм.

При постійному значенні первинного струму  $I_1$  збільшення  $Z_{\text{нав}}$  веде до зменшення струму  $I_2$ , у зв'язку з чим зростає струм  $I_0$ , а отже, і похибка. При розмиканні вторинного ланцюга ( $I_2 = 0$ )  $I_0$  збільшується до значення  $I_1$ , що призводить до різкого зростання потоку  $\Phi$  та росту ЕРС  $E_2$  (до декількох сотень вольтів). Це небезпечно для обслуговуючого персоналу і може викликати пробій ізоляції обмоток. Збільшення потоку в магнітопроводі супроводжується ростом втрат на перемагнічування і вихрові струми, підвищенням температури магнітопроводу і, отже, обмоток, що може спричинити їхнє термічне руйнування. Номінальним навантаженням трансформатора струму називається найбільший опір, на який можна замикаєти його вторинну обмотку, не викликаючи збільшення похибок вище припустимих для відповідного класу точності.

Значення похибки трансформатора струму тим менше, чим менший магнітний опір магнітопроводу. Тому для зменшення похибок застосовують матеріал з високою магнітною проникністю, зменшують довжину магнітопроводу, збільшують його перетин і по можливості зменшують зазори. Значення  $Z_m$  залежить від індукції в магнітопроводі, а індукція пропорційна вторинному струмові.

До трансформаторів струму також можна віднести трансформаторні кліщі (рис. 20), в яких магнітопровід може розмикатися за принципом кліщів для охоплення провідника з вимірювальним струмом. При цьому кількість витків у первинній обмотці  $w_1 = 1$ . Але треба розуміти, що по відношенню до

звичайних трансформаторів струму повітряний зазор буде більшим, що призводить до зменшення точності результатів вимірювання.

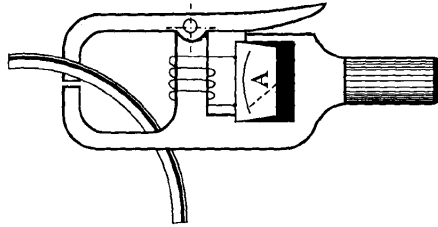


Рис. 20. Струмовимірювальні трансформаторні кліщі

За ступенем точності трансформатори струму підрозділяються на класи точності: 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2 – лабораторні і 0,2; 0,5; 1,0; 3; 5 – стаціонарні.

*Вимірювальні трансформатори напруги.* Вони працюють у режимі, близькому до холостого ходу, при постійній первинній напрузі.

Якщо покласти  $w_1 = w_2$ , з рівнянь трансформатора легко одержати:

$$\dot{U}_1 = -\dot{U}_2 + \dot{I}_0 \dot{Z}_{1\kappa} - \dot{I}_2 (\dot{Z}_{1\kappa} + \dot{Z}_{2\kappa}).$$

Вторинна напруга  $-\dot{U}_2$  внаслідок падінь напруг в обмотках відрізняється від  $\dot{U}_1$ , тобто мають місце похибки по фазі і по амплітуді. Ці похибки залежать від опорів обмоток і струмів  $\dot{I}_2$  і  $\dot{I}_0$ . Для зменшення похибок трансформатора напруги треба зменшувати опори первинної і вторинної обмоток. Тому в трансформаторах напруги перетини проводів обох обмоток беруть значно більше, ніж це впливає з умов нагрівання. Вплив струму  $\dot{I}_0$  на похибки значно менший, ніж у трансформаторів струму. Це дозволяє підвищити магнітну індукцію в магнітопроводі до 0,6...1 Тл. Збільшення магнітної індук-

ції обумовлює зменшення перетину магнітопроводу, маси і габаритних розмірів трансформатора.

Трансформатори напруги в залежності від області застосування виготовляються стаціонарними класів точності 0,2; 0,5; 1,0 і 3 і лабораторними класів точності 0,05; 0,1; 0,2.

#### 5.4. Гальваномагнітні перетворювачі

Гальваномагнітними явищами називають ефекти, що виникають при розміщенні металу або напівпровідникового матеріалу, по яких пропускають електричний струм, у магнітне поле. До них відносяться: виникнення різниці потенціалів між бічними гранями пластини із зазначених матеріалів у напрямку, перпендикулярному напрямку струму (ефект Холла); зміна електричного опору (ефект Гауса) та ін.

Залежно від ефекту, який використовується, перетворювачі поділяються на перетворювачі Холла (рис. 21, *a*) і магніторезистивні перетворювачі (Гауса).

Матеріалами для виготовлення перетворювачів Холла служать германій, арсенід галію, сурм'янистий індій та ін. У металах ефект Холла проявляється значно слабше, тому перетворювачі з них не використовуються.

Перетворювач Холла являє собою тонку пластину з напівпровідникового матеріалу малих розмірів (максимальний з розмірів 1...1,5 мм). Виникаючу на бічних гранях пластини різницю потенціалів називають ЕРС Холла  $E_x$ :

$$E_x = R_x I B / h ,$$

де  $I$  – струм;  $B$  – нормальна до пластини складова вектора магнітної індукції;  $R_x$  – стала Холла;  $h$  – товщина пластини.

Перевагою перетворювачів Холла є те, що вони дозволяють вимірювати індукцію й напруженість як у постійних, так і у змінних магнітних полях у широкому діапазоні частот;

їхні малі розміри роблять доступними вимірювання в зазорах магнітних ланцюгів.

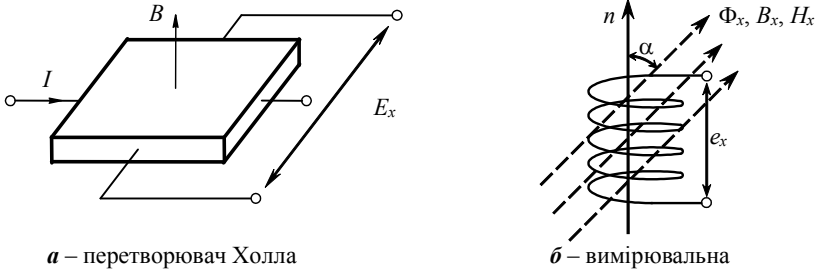


Рис. 21. Перетворювачі магнітних величин

Похибка перетворення становить 1...3 %. Однак вона може бути знижена схемотехнічними методами більше ніж на порядок. Так, поєднання перетворювачів Холла, які серійно випускаються, з цифровими мілівольтметрами та мікропроцесорними пристроями для корекції похибок забезпечують створення одно- та багатоканальних тесламетрів для вимірювань магнітної індукції сталого та змінного магнітного поля в межах  $10^{-2} \dots 10$  Тл з похибкою 0,2...0,5 % в діапазоні температур 4...400 К.

Недоліки перетворювачів Холла полягають у невисокій чутливості й сильній залежності сталої Холла від температури.

### 5.5. Індукційний перетворювач

В основу принципу дії індукційних вимірювачів магнітного потоку покладено явище електромагнітної індукції, а саме наведення ЕРС у вимірювальній котушці (рис. 21, б) при зміні магнітного потоку, який пронизує витки котушки:

$$e = - \frac{d\Psi}{dt} = -w \frac{d\Phi_x}{dt} \cos(\alpha),$$

де  $\Psi = w \Phi_x$  – сумарний магнітний потік, зчеплений з усіма витками котушки (потокозчеплення);  $w$  – кількість витків котушки;  $\Phi_x$  – магнітний потік;  $\alpha$  – кут між напрямом магнітного поля та нормаллю до площини  $S$  витків вимірювальної котушки.

Якщо досліджуване магнітне поле рівномірне, тобто  $\Phi_x = B_x S$ , ми маємо датчик магнітної індукції  $B_x$ . А у випадку, коли магнітна проникність середовища  $\mu\mu_0$  у всіх точках простору, охопленого контуром витків вимірювальної котушки однакова, тобто  $\Phi_x = \mu\mu_0 H_x S$ , то наведена у вимірювальній котушці ЕРС може бути мірою не тільки магнітної індукції, але і напруженості магнітного поля.

Індукційні перетворювачі використовують у засобах для вимірювань як у сталих, так і в змінних магнітних полях. У першому випадку зміну потокозчеплення досліджуваного потоку з витками вимірювальної котушки можна здійснити швидким винесенням котушки за межі досліджуваного поля. При цьому зміна потокозчеплення за інтервал часу між моментами початку  $t_{\text{п}}$  та кінця  $t_{\text{к}}$  винесення котушки за межі поля дорівнюватиме

$$\Delta\Psi_x = w (\Phi_{\text{к}} - \Phi_{\text{п}}) = \int_{t_{\text{п}}}^{t_{\text{к}}} e dt = R \int_{t_{\text{п}}}^{t_{\text{к}}} i dt = Rq,$$

де  $i$  – струм;  $q$  – кількість електрики;  $R$  – опір вимірювального кола, включаючи опір котушки та вихідного вимірювального приладу.

І при  $\Phi_{\text{к}} = 0$  буде

$$\Delta\Psi_x = w (\Phi_{\text{к}} - \Phi_x) = -w \Phi_x,$$

а отже, значення вимірюваного потоку  $\Phi_x$  може бути перетворене в імпульс ЕРС або імпульс струму.

При рівномірному обертанні вимірювальної котушки з кутовою швидкістю  $\omega = 2\pi f$  в ній наводиться ЕРС, яка змінюється за синусоїдальним законом:

$$e_x(t) = E_m \sin \omega t = w \Phi_x \sin(\beta) \sin(\omega t) = \frac{w \omega}{S} B_x \sin(\beta) \sin(\omega t),$$

де  $\beta$  – кут між напрямом вектора магнітної індукції та віссю обертання рамки (котушки).

Перетворювачі з оберальною котушкою мають коефіцієнт перетворення  $k = E_m / (B_x \sin(\beta))$  до декількох сот вольт на тесла і забезпечують перетворення магнітної індукції від  $10^{-4}$  до 10 Тл з похибкою до 0,1 %. Недоліком таких перетворювачів є наявність двигуна для забезпечення обертального руху вимірювальної котушки.

У феромодуляційних перетворювачах модуляція потокозчеплення здійснюється за рахунок зміни магнітної проникності феромагнетика, з якого виготовлене осердя.

Найпоширенішими феромодуляційними перетворювачами є перетворювачі з поздовжнім магнітним збудженням. Такі ферозонди мають два ідентичних пермалоевих осердя з нанесеними на них намагнічувальними обмотками, увімкненими послідовно-зустрічно. Вимірювальна обмотка охоплює обидва стержні. Амплітуда напруженості намагнічувального поля повинна бути значно більшою напруженості досліджуваного поля і достатньою для намагнічування стержня до насичення.

При повній ідентичності обидвох половин ферозонда і відсутності досліджуваного поля ЕРС, що наводиться у вимірювальній обмотці, дорівнює нулю, тому що поля в кожному осерді рівні та направлені зустрічно. При наявності досліджуваного поля, напрямленого вздовж стрижнів, симетрія потоків порушується, а у вимірювальній обмотці наводиться ЕРС парних гармонік (непарні віднімаються).

Феромодуляційний метод, заснований на застосуванні ферозондових перетворювачів, характеризується високою чутливістю та малими розмірами, широко використовується для вимірювань параметрів слабих сталих та низькочастотних магнітних полів у діапазоні  $10^{-9} \dots 1$  Тл з похибкою  $1 \dots 2$  %.

### **Контрольні питання**

1. Як розрахувати опір шунта і додаткового резистора?
  2. У чому різниця між силовими і вимірювальними трансформаторами?
  3. Як вмикаються в лінію вимірювальні трансформатори?
  4. Як визначаються результат вимірювання при підключенні вимірювального приладу через вимірювальний трансформатор?
  5. Що таке ефект Холла та який зв'язок між ЕРС Холла та індукцією магнітного поля, що пронизує перетворювач Холла?
  6. Наведіть приклад індукційного перетворювача та поясніть принцип його роботи.
-

### *Тема № 6*

## **ОСОБЛИВОСТІ КОНСТРУКЦІЇ АНАЛОГОВИХ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПРИЛАДІВ**

### **6.1. Особливості аналогових електромеханічних вимірювальних приладів електричних**

Вхідні величини створюють механічні сили, що діють на рухому частину. Якщо рухома частина може тільки повертатися навколо осі, то механічні сили створюють обертаючий момент  $M$ , що діє на рухому частину. Обертаючий момент є деякою функцією вимірюваної величини  $x$  і кута повороту рухомої частини  $\alpha$ , тобто

$$M = F_1(x, \alpha).$$

У механізмах вимірювальних приладів механічна робота, що здійснюється при повороті рухомої частини на кут  $d\alpha$ , дорівнює  $dA = M d\alpha$ . Механічна робота сил поля  $dA$  дорівнює зміні енергії магнітного (або електричного) поля  $dW_M$ :

$$dA = M d\alpha = dW_M, \text{ звідки } M = dW_M / d\alpha,$$

де  $W_M$  – енергія електромагнітного поля, що зосереджена у вимірювальному механізмі.

Під дією обертаючого моменту  $M$  рухома частина повертається до тих пір, доки він не зрівноважиться протидіючим моментом  $M_{\text{пр}}$ , що залежить від кута повороту.

За способом створення протидіючого моменту розрізняють прилади з механічним протидіючим моментом і прилади з електричним протидіючим моментом – логометри.

У першій групі приладів  $M_{\text{пр}}$  створюється за допомогою пружних елементів: спіральних пружин, розтяжок і підвісів, які при повороті рухомої частини закручуються. При цьому протидіючий момент

$$M_{\text{пр}} = -W \alpha ,$$

де  $W$  – питомий протидіючий момент. У логометрах  $M_{\text{пр}}$  створюється тим же способом, що й обертаючий момент.

Положення рівноваги рухомої частини відповідає деякому сталому відхиленню, що визначається рівністю протидіючого й обертаючого моментів, направлені в протилежні напрями.

При переміщенні рухомої частини приладу (у динамічному режимі) діють й інші моменти, обумовлені тертям рухомої частини об повітря, тертям в опорах, моментом інерції тощо.

Для того щоб час, за який рухома частина займає нове положення рівноваги, був малим, механізми забезпечуються заспокоювачами, що створюють момент заспокоєння  $M_y$ . Для більшості застосовуваних заспокоювачів

$$M_y = -P d\alpha/dt ,$$

де  $P$  – коефіцієнт заспокоєння.

## 6.2. Магнітоелектричні механізми

Робота магнітоелектричних механізмів заснована на взаємодії потоку постійного магніту і струму, що проходить по котушці (рамці). Виникаючий при цьому обертаючий момент відхиляє рухому частину механізму відносно нерухомої. У залежності від того, який із зазначених елементів (постійний магніт або рамка) є рухомою частиною, розрізняють

механізми з рухомою рамкою (рис. 22,*а*) і з рухомим магнітом (рис. 22,*б*).

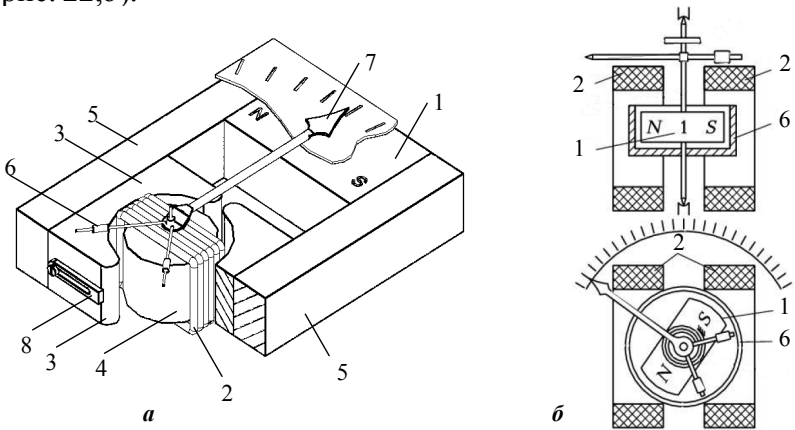


Рис. 22. Магнітоелектричний механізм із рухомою рамкою (*а*) та рухомим магнітом (*б*)

Магнітний ланцюг вимірювального механізму з зовнішнім магнітом (див. рис. 22) складається із сильного постійного магніту 1, полюсних наконечників з циліндричною поверхнею 3, циліндричного осердя 4 і магнітопроводу 5, виконаних з магнітом'якого матеріалу. У повітряному зазорі між осердям і полюсними наконечниками створюється сильне, практично рівномірне радіальне магнітне поле.

Рухома частина механізму 2 являє собою котушку (рамку) прямокутної форми з тонкого мідного або алюмінієвого дроту, намотаного на алюмінієвий каркас (або без каркаса), що може обертатися навколо осердя в магнітному полі. Зрівноважування рухомої частини здійснюється вантажиками 6. Стрілка 7 і циферблат зі шкалою утворюють відліковий пристрій; магнітний шунт 8 служить для регулювання магнітної індукції в повітряному зазорі.

Вимірюваний струм  $I$  підводиться до обмотки рамки через дві розтяжки або дві спіральні пружини (якщо рамка кріпиться на кернах), які створюють протидіючий момент. Протидіючий момент пропорційний куту закручування пружин  $\alpha$ :

$$M_{\text{пр}} = -W\alpha,$$

де  $W$  – питомий протидіючий момент, постійний для даного пристрою.

При протіканні по обмотці рамки постійного струму  $I$  енергія магнітного поля, обумовлена потокозчепленням постійного магніту  $\Psi$  з обмоткою, дорівнює

$$W_M = I\Psi.$$

Обертаючий момент

$$M = dW_M / d\alpha = I d\Psi / d\alpha.$$

При повороті рамки на кут  $d\alpha$  у рівномірному і радіальному магнітному полі зміна потокозчеплення дорівнює

$$d\Psi = B l b w d\alpha = B s w d\alpha,$$

де  $B$  – магнітна індукція в повітряному зазорі;  $l$  – довжина активної сторони кожного витка, яка перетинає силові лінії;  $b$  – середня ширина обмотки рамки;  $s = b l$  – активна площа обмотки рамки;  $w$  – число витків обмотки.

У цьому випадку обертаючий момент

$$M = B s w l = \Psi_0 l,$$

де  $\Psi_0 = B s w$  – зміна потокозчеплення обмотки рамки при повороті її на кут  $\alpha$ , що дорівнює 1 радіанові. Стале відхилення рухомої частини визначається рівністю  $M = -M_{\text{пр}}$ , звідки

$$\alpha = \frac{\Psi_0}{W} I = \frac{B s w}{W} I = S_i I,$$

де  $S_i$  – чутливість механізму до струму.

При  $B = \text{const}$  магнітоелектричні прилади мають рівномірну шкалу.

Заспокоєння в магнітоелектричних механізмах магнітоіндукційне, але без застосування спеціальних заспокоювачів. Момент магнітоіндукційного заспокоєння рухомої частини з каркасною рамкою визначається взаємодією магнітного потоку з вихровими струмами, що виникають в алюмінієвому каркасі при русі рухомої частини в полі постійного магніту. Постійні магніти виготовляються з високоякісних залізо-нікельалюмінійкобальтових сплавів, що забезпечують індукцію до 0,3 Тл.

Магнітоелектричні механізми, що застосовуються в амперметрах і вольтметрах, мають порівняно великий момент інерції рухомої частини і можуть застосовуватися тільки на постійному струмі. Пропущення по обмотці рамки струму, середнє значення якого за період дорівнює нулю (наприклад, синусоїдального), не призведе до повороту рухомої частини, тому що середнє за період значення обертаючого моменту також дорівнює нулю. Якщо крива зного струму має постійну складову  $I$ , то рухома частина повернеться на кут, пропорційний їй.

Перевагами магнітоелектричного механізму в порівнянні з іншими механізмами є висока чутливість, мале власне споживання потужності, малий вплив зовнішніх магнітних полів завдяки сильному власному магнітному полю, пряма пропорційність між струмом в обмотці рамки і кутом відхилення.

Недоліками магнітоелектричних механізмів є складність конструкції, висока вартість, а також чутливість до перевантажень. Але вони є найбільш точними на постійному струмі і характеризуються класом точності аж до 0,1.

У магнітоелектричних логометричних механізмах (рис. 23,в) у полі постійного магніту 1 знаходиться рухома

частина з двох жорстко укріплених на осі рамок 2. Пружини, що створюють протидіючий момент, тут не потрібні. Струми  $I_1$  і  $I_2$  підводяться до рамок за допомогою струмопідводів, протидіючі моменти яких малі і їх можна не враховувати. При цьому на рамки діють моменти, спрямовані в протилежні сторони (один можна вважати обертаючим, а інший – протидіючим). Форма осердя 4 і полюсних наконечників 3, виконаних з магнітм'якого матеріалу, вибирається так, щоб індукція в повітряному зазорі була нерівномірною і спрямованою не радіально.

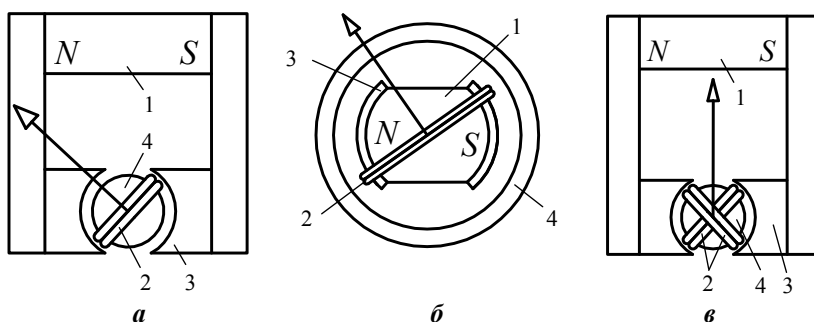


Рис. 23. Конструкції магнітоелектричних електромагнітних механізмів із рухомою рамкою:

*а* – із зовнішнім магнітом; *б* – з внутрішнім магнітом;  
*в* – логометричний механізм

Індукція в місцях розташування активних сторін рамок відповідно дорівнює  $B_1 = f_1(\alpha)$  і  $B_2 = f_2(\alpha)$ . Тоді моменти, що діють на рухому частину, можна виразити в такий спосіб:

$$M_1 = I_1 F_1(\alpha), \quad -M_2 = I_2 F_2(\alpha).$$

Рухома частина займає положення сталого відхилення за умови

$$M_1 = -M_2,$$

звідки

$$I_1/I_2 = F_2(\alpha)/F_1(\alpha) = F_3(\alpha) \text{ або } \alpha = F_3(I_1/I_2).$$

Таким чином, логометр магнітоелектричної системи дає можливість вимірювати відношення струмів, що протікають в обмотках рамок.

### 6.3. Електромагнітні механізми

Робота електромагнітних вимірювальних механізмів заснована на взаємодії магнітного поля, створеного нерухомою котушкою, по обмотці якої протікає вимірюваний струм, з одним або декількома феромагнітними осерддями, укріпленими на осі. Найбільше поширення одержали вимірювальні механізми з плоскою і круглою котушками, а також із замкнутих магнітопроводом.

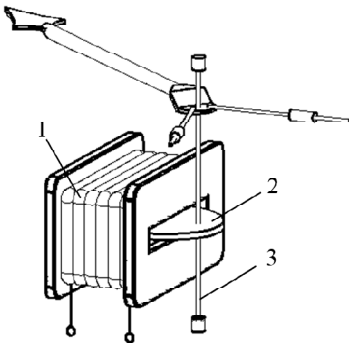


Рис. 24. Електромагнітний механізм із плоскою котушкою

Вимірювальний механізм із плоскою котушкою (рис. 24) складається із котушки 1, що має обмотку з мідного проводу та повітряний зазор, і осердя 2 з високоякісного феромагнітного матеріалу (наприклад, пермалоя); осердя закріплюється на осі з опорами 3 або на розтяжках. Протидіючий момент створюється спіральною пружиною (на рис. 24 не показана) або розтяжками. Заспокоєння магнітоіндукційне або рідинне.

В механізмах із круглою котушкою (рис. 25) нерухоме осердя 4 і рухоме 2, укріплене на осі 3, розташовуються всередині котушки 1. При протіканні струму в обмотці котушки

обидва осердя намагнічуються од-  
ноіменно і відштовхуються один  
від одного. Тому рухоме осердя  
разом з віссю й іншими деталями,  
укріпленими на ній, повертається  
на деякий кут. Протидіючий мо-  
мент створюється спіральною пружиною 5.

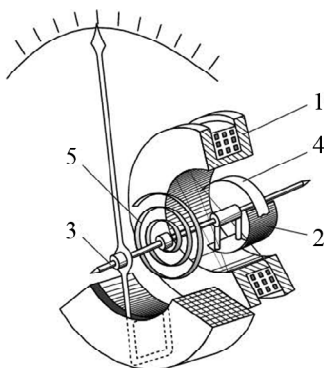


Рис. 25. Електро-  
магнітний механізм із  
круглою котушкою

Механізми з замкнутим магні-  
топроводом (рис. 26) відрізняють-  
ся рядом переваг у порівнянні з  
механізмами без магнітопроводу.  
Котушка 1 розташовується на не-  
рухомому магнітопроводі 3 із дво-  
ма парами полюсних наконечників 4 і 5, магнітопровід і по-  
люсні наконечники виконуються з магнітм'якого матеріалу.  
Рухоме осердя 2 з магнітм'якої сталі або пермалоя, укріп-  
лене на розтяжках, може переміща-  
тися в зазорі між полюсними на-  
конечниками. Заспокоювач рідин-  
ний, що складається з двох дисків:  
один укріплений на рухомій час-  
тині, а інший – на нерухомій. У ма-  
ленький зазор між добре відполі-  
рованими поверхнями дисків за-  
ливається маловисихаюча рідина  
визначеної в'язкості. При русі  
рухомої частини через тертя між  
шарами рідини виникає момент  
заспокоєння.

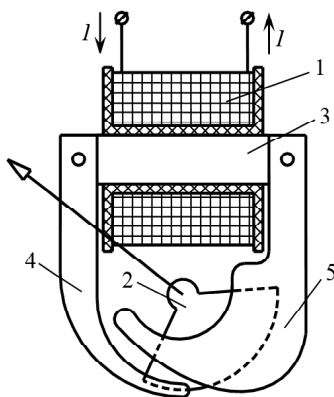


Рис. 26. Електромагнітний  
механізм із замкненим  
магнітопроводом

При протіканні постійного  
струму  $I$  через котушку механізму

виникає магнітне поле, яке, впливаючи на рухоме осердя 2, прагне розташувати його так, щоб енергія магнітного поля була найбільшою. Енергія магнітного поля електромагнітного механізму, що має котушку зі струмом  $I$ , дорівнює

$$W_M = \frac{1}{2} I^2 L,$$

де  $L$  – індуктивність котушки;  $I$  – струм в обмотці котушки.

При переміщенні рухомої частини змінюється індуктивність системи

$$M = \frac{dW_m}{d\alpha} = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{d\alpha}.$$

При протіканні в обмотці котушки змінного струму  $i$  рухома частина внаслідок інерційності реагує на середнє значення обертаючого моменту:

$$M_{cp} = \frac{1}{2} \frac{dL}{d\alpha} \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{d\alpha},$$

де  $I$  – діюче значення змінного струму в обмотці котушки.

З умови статичної рівноваги

$$\frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{d\alpha} = W \alpha \quad \text{або} \quad \alpha = \frac{1}{2W} I^2 \frac{dL}{d\alpha}.$$

Шкала в електромагнітного вимірювального приладу нерівномірна. Вибором форми осердя вдається наблизити шкалу до рівномірної, починаючи з 15...20 % її кінцевого значення.

Показання електромагнітних вимірювальних приладів на постійному струмі розрізняються при зростаючих і спадаючих значеннях струму, що обумовлено гістерезисом осердя.

У приладах з механізмами, що мають осердя з пермалоя, це розходження незначне.

При роботі електромагнітного механізму на змінному струмі в оточуючих металевих частинах і осерді виникають вихрові струми, що розмагнічують осердя. Внаслідок цього його показання на змінному струмі дещо менші, ніж на постійному. Зазначене розходження в показаннях приладу збільшується з ростом частоти, але на частоті  $f = 50$  Гц воно невелике.

Магнітне поле в електромагнітних механізмах без магнітопроводів невелике, тому зовнішні магнітні поля істотно впливають на показання приладів з такими механізмами. Для зменшення впливу зовнішніх магнітних полів застосовують екрановані й астатичні конструкції.

При магнітному екрануванні вимірювальний механізм поміщається всередину замкнутого феромагнітного кожуха з досить великою магнітною проникністю. Такий кожух має екрануючу дію і до деякої міри служить магнітопроводом, через який замикається магнітний потік котушки. Для поліпшення екрануючої дії застосовують два або кілька екранів.

В астатичному механізмі, який іноді застосовується в переносних приладах, на осі рухомої частини укріплені два однакових осердя. Кожне із осердь розміщується в магнітному полі однієї з котушок, включених між собою послідовно. Котушки намотані так, що магнітні поля котушок, які мають ідентичні характеристики і конфігурації, спрямовані в протилежні сторони. На рухому частину діє сума двох моментів, кожний з яких створюється одним із осердь і діючою на нього котушкою. Тому при дії на такий механізм зовнішнього рівномірного поля один з моментів, для якого напрямки власного і зовнішнього магнітних полів збігаються, збільшується, а другий – зменшується. Сумарний момент, а отже,

і показання приладу не змінюються. Недоліками астатичного вимірювального механізму є складність і більша вартість конструкції, а також і те, що даний спосіб виключає дію тільки рівномірних полів. У механізмах з магнітопроводом власне магнітне поле сильне, тому екранувати прилади з такими механізмами немає необхідності.

Недоліки електромагнітних механізмів: нерівномірна шкала, вплив зовнішніх магнітних полів на механізми без магнітопроводу і велике власне споживання потужності.

Переваги електромагнітних механізмів: придатність для роботи на постійному і змінному струмах, стійкість до струмових перевантажень, простота конструкції, підвищена чутливість у вимірювального механізма з замкнутим магнітопроводом.

Завдяки відзначеним достоїнствам електромагнітні механізми використовуються в щитових амперметрах і вольтметрах класу 1,0 і більш низьких класів для вимірювань у ланцюгах змінного струму. Крім того, вони застосовуються в переносних багатомезжних приладах класу 0,5.

Широке застосування на змінному струмі знаходять також дво- і трьохмоментні електромагнітні логометричні механізми.

Двомоментний електромагнітний логометр (рис. 27) складається з двох нерухомих котушок і двох феромагнітних осердь, укріплених на одній осі. Котушки зі струмами і осердя укріплені так, що при збіль-

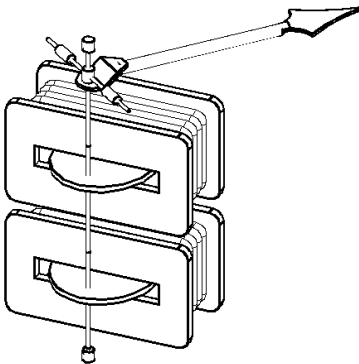


Рис. 27. Електромагнітний логометричний механізм

шенні кута повороту  $\alpha$  і, отже, зміні положення осердь щодо котушок індуктивність однієї котушки зростає, а іншої – убыває. Тому похідні  $dL_1/d\alpha$  і  $dL_2/d\alpha$  мають різні знаки, а обертаючи моменти, що діють на осердя, спрямовані в протилежні сторони. Тоді для статичної рівноваги за умови, що магнітний зв'язок між котушками відсутній, маємо

$$\frac{1}{2} I_1^2 \frac{dL_1}{d\alpha} = \frac{1}{2} I_2^2 \frac{dL_2}{d\alpha},$$

звідки

$$\frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{dL_1/d\alpha}{dL_2/d\alpha} \quad \text{або} \quad I_1/I_2 = f(\alpha).$$

Електромагнітні логометричні вимірювальні механізми в даний час використовуються у фазометрах, але мають менше поширення, ніж магнітоелектричні й електродинамічні логометричні механізми.

#### 6.4. Електродинамічні механізми

Робота вимірювальних механізмів електродинамічної системи заснована на взаємодії магнітних полів двох котушок зі струмами: нерухомої 1 і рухомої 2 (рис. 28). Рухома котушка, укріплена на осі або розтяжках, може обертатися всередині нерухомої. При протіканні в обмотках котушок струмів  $I_1$  і  $I_2$  виникають електромагнітні сили, що прагнуть так повернути рухому частину, щоб магнітні потоки рухомої і нерухомої котушок збіглися.

Власне магнітне поле електродинамічних механізмів невелике. Зовнішнє магнітне поле викликає появу додаткового моменту від взаємодії струму в рухомій котушці з потоком цього поля. Для захисту від впливів зовнішніх магнітних полів застосовується екранування.

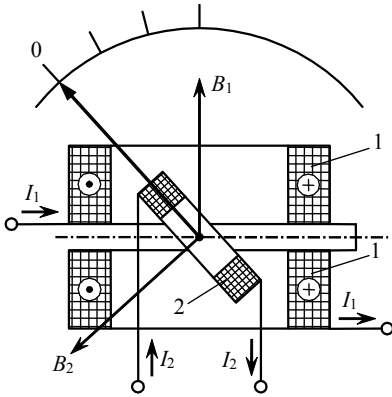


Рис. 28. Схема пристрою вимірювального механізму електродинамічної системи

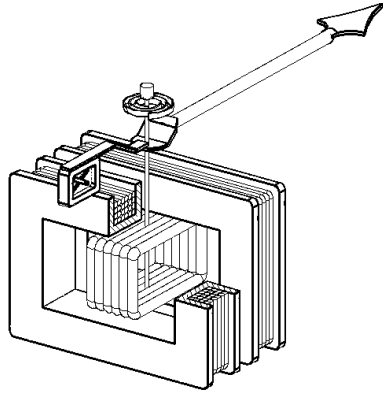


Рис. 29. Електродинамічний вимірювальний прилад

Енергія магнітного поля двох котушок зі струмами  $I_1$  і  $I_2$

$$W_M = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M_{12} I_1 I_2,$$

де  $L_1$  і  $L_2$  – індуктивності котушок;  $M_{12}$  – взаємна індуктивність між котушками.

Тільки взаємна індуктивність  $M_{12}$  залежить від кута повороту рухомої частини, тому обертаючий момент

$$M = dW_M / d\alpha = I_1 I_2 dM_{12} / d\alpha.$$

При протіканні по котушках змінних струмів  $i_1 = I_{1m} \sin(\omega t)$  і  $i_2 = I_{2m} \sin(\omega t - \varphi)$  рухома частина через інерційність реагує на середнє значення обертаючого моменту

$$\begin{aligned} M_{cp} &= \frac{1}{T} \int_0^T M(t) dt = \frac{dM_{12}}{d\alpha} \frac{1}{T} \int_0^T I_{1m} I_{2m} \sin(\omega t) \sin(\omega t - \varphi) dt = \\ &= I_1 I_2 \cos(\varphi) \frac{dM_{12}}{d\alpha}, \end{aligned}$$

де  $I_1$  і  $I_2$  – діючі значення струмів;  $M(t)$  – миттєве значення обертаючого моменту;  $\varphi$  – кут зрушення фаз між струмами в котушках.

Обертаючий момент пропорційний добутку діючих значень струмів у котушках і косинусу кута зрушення фаз між ними. Якщо протидіючий момент створюється пружними елементами, то для сталого режиму одержуємо

$$I_1 I_2 \cos(\varphi) \frac{dM_{12}}{d\alpha} = W \alpha .$$

Характер шкали залежить від добутку  $I_1 I_2 \cos(\varphi)$  і похідної  $dM_{12}/d\alpha$ . Взаємна індуктивність між котушками визначається їхньою формою, розмірами і взаємним розташуванням, тобто  $M_{12} = f(\alpha)$ .

При протіканні по котушках постійних струмів  $I_1$  і  $I_2$  рівняння перетворення можна представити в наступному вигляді:

$$I_1 I_2 \frac{dM_{12}}{d\alpha} = W \alpha .$$

Основними перевагами електродинамічних механізмів є однакові показання на постійному і змінному струмі (при послідовному з'єднанні котушок), а також стабільність показань у часі. Електродинамічні механізми не містять феромагнітних осердь. Зазначені властивості електродинамічних механізмів дозволяють випускати на їхній основі лабораторні багатомежні прилади високих класів точності 0,5; 0,2; 0,1 для вимірювання на постійному і змінному струмі.

Недоліки електродинамічних механізмів: невисока чутливість, велике власне споживання потужності, чутливість до перевантажень.

### 6.5. Феродинамічні механізми

Механізми *феродинамічної системи* відрізняються від розглянутих електродинамічних тим, що нерухома котушка має магнітопровід 1 з магнітом'якого листового матеріалу (рис. 30). Завдяки наявності магнітопроводу магнітний потік  $\Phi$ , отже, обертаючий момент істотно зростають, тому МРС котушки може бути знижена і, отже, зменшене власне споживання потужності механізму.

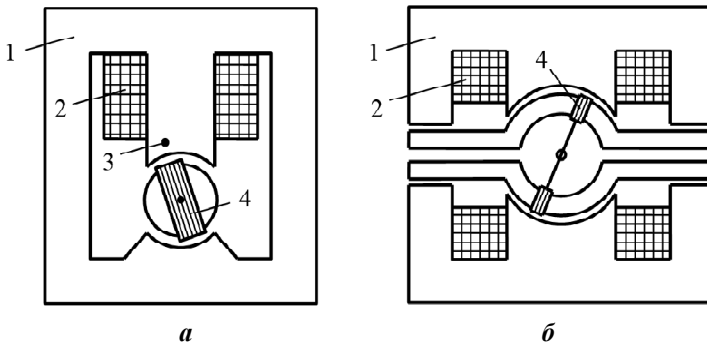


Рис. 30. Конструкція феродинамічних механізмів:  
а – однокотушкова; б – двокотушкова

Рухома котушка 4 у феродинамічних механізмах виконується безкаркасною, щоб уникнути появи в каркасі індукованих струмів. Протидіючий момент створюється пружинами.

Власне магнітне поле у феродинамічних механізмах сильне, тому зовнішні магнітні поля на них впливають слабо. Заспокоювачі застосовуються магнітоіндукційні і рідинні.

Наявність осердя (нелінійного елемента) викликає появу похибок, обумовлених гістерезисом, вихровими струмами та іншими причинами. Тому феродинамічні прилади менш точні, ніж електродинамічні.

Нерухома котушка 2 у феродинамічному механізмі розташовується на осерді 3 – магнітопроводі, а рухома котушка,

укріплена на осі, переміщується в повітряному зазорі з рівномірним і радіальним магнітним полем.

Загальні вирази обертаючого моменту, отримані для електродинамічного механізму, залишаються в основному справедливими і для феродинамічного механізму. Однак, тому що в повітряному зазорі, де переміщається рухома котушка, магнітне поле рівномірне і радіальне, то  $dM_{12}/d\alpha = \text{const}$ . Обертаючий момент створюється в результаті взаємодії магнітної індукції  $B_1$  у зазорі магнітопроводу і струму в рухомій котушці  $I_2$ , тому обертаючий момент (середнє значення за період)

$$M = c B_1 I_2 \cos(\varphi) = c_1 I_1 I_2 \cos(\varphi),$$

де  $\varphi$  – кут між комплексами векторів  $B_1$  і  $I_2$ .

Індукція  $B_1$  пропорційна струму  $I_1$ . Кут зрушення фаз між  $B_1$  і  $I_1$ , обумовлений втратами в матеріалі магнітопроводу, практично дуже малий. Рівняння перетворення

$$\alpha = \frac{c}{W} I_1 I_2 \cos(\varphi).$$

Перевагами феродинамічних приладів є менші, ніж в електродинамічних приладах, сприйнятливість до зовнішніх магнітних полів і власне споживання потужності, великий обертаючий момент. Однак їхня точність нижче, а частотний діапазон менший у порівнянні з електродинамічними приладами.

Зазначені властивості феродинамічних приладів визначають область їхнього застосування – вони використовуються як щитові і переносні прилади змінного струму для вимірювання струму, напруги (клас точності 0,5), потужності (клас точності 0,2).

## 6.6. Електростатичні механізми

В електростатичних вимірювальних механізмах переміщення рухомої частини відбувається під дією енергії електричного поля системи двох або декількох електрично заряджених провідників. Отже, у даному механізмі на відміну від механізмів інших систем переміщення рухомої частини здійснюється за рахунок дії безпосередньо прикладеної напруги. Основною областю застосування електростатичних механізмів є прилади, що вимірюють напругу, тобто вольтметри.

Переміщення рухомої частини в усіх конструкціях електростатичних механізмів зв'язано зі зміною ємності системи.

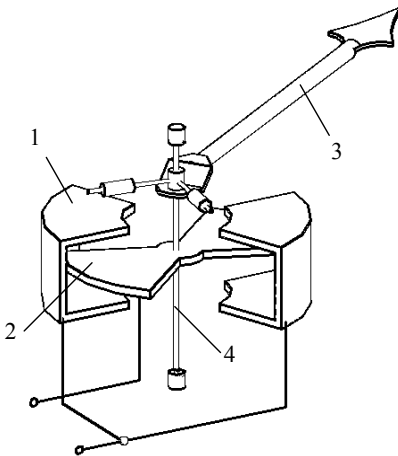


Рис. 31. Електростатичний вимірювальний механізм

Поширення одержали два види механізмів: зміна ємності в одних здійснюється за рахунок зміни активної площі електродів, а в інших – за рахунок зміни відстані між електродами. Перші застосовуються в щитових і переносних вольтметрах на напруги від десятків до сотень вольтів, другі – у щитових кіловольтметрах.

Нерухома частина (нерухомий електрод) складається з однієї або декількох камер 1, які представляють собою дві однакові металеві пластини, що з'єднані разом і мають повітряний зазор. У повітряний зазор входить рухомий сектороподібний електрод 2, укріплений на осі 4. Електрод 2 і покажчик 3, також укріплений на осі 4, утворюють рухому частину. Під дією підведеної до електродів напруги  $U$  створюється

електричне поле. Сили електричного поля намагаються повернути рухому частину так, щоб енергія електричного поля  $W_e = 1/2 U^2 C$  (де  $C$  – ємність між рухомих і нерухомих електродами) була найбільшою, тобто щоб рухомий електрод втягувався в простір між нерухомих електродами і тим самим повертав покажчик. Рухомі частини можуть бути укріплені на опорах, розтяжках або підвісі, а як покажчик крім стрілки застосовують також світловий промінь. Електроди виготовляються з алюмінію. В електростатичних вимірювальних механізмах застосовують здебільшого магнітоіндукційні заспокоювачі, рідше – повітряні.

Обертаючий момент електростатичного механізму

$$M = \frac{dW_e}{d\alpha} = \frac{1}{2} U^2 \frac{dC}{d\alpha}.$$

При змінній напрузі  $u$ , прикладеній до електродів, рухомі частини внаслідок інерційності будуть реагувати на середнє за період значення обертаючого моменту, що дорівнює

$$M_{\text{ср}} = \frac{1}{2} \frac{dC}{d\alpha} \frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt = \frac{1}{2} U^2 \frac{dC}{d\alpha},$$

де  $U$  – діюче значення перемінної напруги.

Рівняння для кута відхилення можна одержати з умови статичної рівноваги

$$\alpha = \frac{1}{2W} \frac{dC}{d\alpha} U^2.$$

Кут повороту рухомої частини електростатичного вимірювального механізму пропорційний квадратові діючого значення напруги і множникові  $dC/d\alpha$ . Вибором відповідної форми електродів, їхніх розмірів і взаємного розташування

одержують таку залежність  $dC/d\alpha$ , що дозволяє забезпечити практично рівномірну шкалу у діапазоні від 15 до 100 % верхньої межі вимірювань.

Чутливість електростатичних механізмів мала. Для її підвищення рухому частину розміщують на розтяжках або підвісі, застосовують оптичний світловий відлік, а також збільшують ємність механізму, роблячи його багатокамерним.

Обертаючий момент електростатичного механізму малий, це не дозволяє зробити на його базі вольтметр із межею вимірювання менше 10 В.

Власне електричне поле електростатичних вольтметрів незначне, тому на роботу приладів достатньо сильно впливають зовнішні електричні поля. Для зменшення цього впливу прилади екранують.

На електростатичні вольтметри майже не впливають температура, частота й форма кривої прикладеної напруги і зовнішні магнітні поля. Власне споживання потужності вольтметра на змінному струмі мале, а при включенні в ланцюг постійного струму при сталому режимі дорівнює нулю. Перераховані властивості електростатичних вольтметрів обумовлюють їхнє застосування в широкому частотному діапазоні в малопотужних ланцюгах, а також у ланцюгах високої напруги до сотень кіловольт.

### **6.7. Індукційні механізми**

Індукційні вимірювальні механізми засновані на взаємодії змінних магнітних полів і струмів, що індукуються в провідній рухомій частині цими ж полями. Таким чином, із самого принципу дії механізмів випливає, що вони можуть працювати тільки на змінному струмі.

Залежність кута відхилення від струмів у котушках можна вивести на прикладі вимірювального механізму, зображеного на рис. 32.

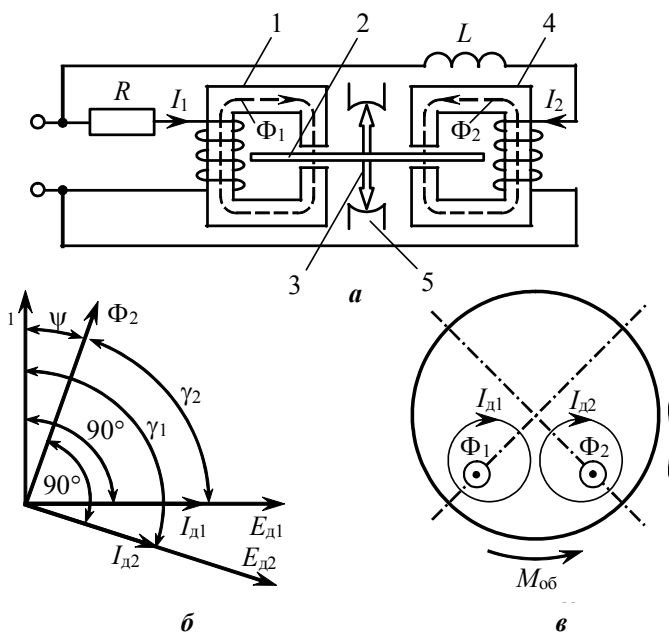


Рис. 32. Пояснення до принципу роботи індукційного вимірювального механізму

На рис. 32,*а* потоки  $\Phi_1$  і  $\Phi_2$ , створювані змінними струмами  $I_1$  і  $I_2$ , пронизують алюмінієвий диск 2. Крім алюмінієвого диска індукційний вимірювальний механізм складається з електромагнітів 1 і 4, осі 3 обертання диска й опор осі 5. До обмотки електромагніта 1 приєднаний додатковий резистор  $R$ , а до обмотки електромагніта 4 – додаткова котушка індуктивності  $L$ .

На рис. 32,*б* показана схема струмів і магнітних потоків  $\Phi_1$  і  $\Phi_2$  у диску;  $I_{д1}$  і  $I_{д2}$  – струми в диску, створені потоками  $\Phi_1$  і  $\Phi_2$ ;  $M_{об}$  – момент обертання.

Середнє за період значення сили  $F$  взаємодії перемінного потоку і струму можна виразити формулою

$$F_{\text{ср}} = \Phi I \cos \gamma, \quad (13)$$

де  $\gamma$  – зрушення по фазі між потоком  $\Phi$  та струмом  $I$ .

На рис. 32,б наведена векторна діаграма потоків  $\Phi_1$  і  $\Phi_2$  та струмів, індукованих цими потоками в диску. Потік  $\Phi_1$  створюваний струмом  $I_1$ , індукує у диску електрорушійні сили  $E_{\text{д1}}$ , які створюють у диску струми  $I_{\text{д1}}$ , що збігаються по фазі з  $E_{\text{д1}}$ . Потік  $\Phi_2$ , створюваний струмом  $I_2$ , обов'язково повинен бути зрушений по фазі відносно потоку  $\Phi_1$ . Припустимо, що він відстає від  $\Phi_1$  на кут  $\psi$  у зв'язку з тим, що в ланцюг струму  $I_1$  включений активний опір  $R$ , а в ланцюг струму  $I_2$  – індуктивність  $L$  (див. рис. 32,а).

Потік  $\Phi_2$  індукує у диску електрорушійні сили  $E_{\text{д2}}$ , що створюють у ньому струми  $I_{\text{д2}}$ . Два потоки і дві системи струмів у диску повинні були б створити чотири сили  $F$ , однак взаємодія потоку  $\Phi_1$  зі струмами  $I_{\text{д1}}$ , так само як і взаємодія потоку  $\Phi_2$  зі струмами  $I_{\text{д2}}$ , відповідно до формули (13) не створює сили, оскільки зрушення по фазі між ними дорівнює  $90^\circ$  і  $\cos = 0$ . Отже, залишаються дві сили, що створюють обертаючий момент:

$$F_{\text{ср1}} = \Phi_1 I_{\text{д2}} \cos \gamma_1; \quad M_{\text{об1}} = k_1 \Phi_1 I_{\text{д2}} \cos \gamma_1;$$

$$F_{\text{ср2}} = \Phi_2 I_{\text{д1}} \cos \gamma_2; \quad M_{\text{об2}} = k_2 \Phi_2 I_{\text{д1}} \cos \gamma_1.$$

У зв'язку з тим, що  $\gamma_1 = \pi/2 + \psi$  і  $\cos \gamma_1 = -\sin \psi$ , а  $\gamma_2 = \pi/2 - \psi$  і  $\cos \gamma_2 = \sin \psi$ , маємо

$$M_{\text{об1}} = -k_1 \Phi_1 I_{\text{д2}} \sin \psi; \quad M_{\text{об2}} = k_2 \Phi_2 I_{\text{д1}} \sin \psi.$$

З цих рівнянь очевидно, що моменти  $M_{\text{об1}}$  і  $M_{\text{об2}}$ , які діють на диск, мають різні знаки. Однак саме завдяки різним знакам обидва моменти будуть діяти на диск, обертаючи його в одну сторону. Різні знаки в моменти  $M_{\text{об1}}$  і  $M_{\text{об2}}$  свідчать

лише про те, що один контур струмів притягується до взаємодіючого з ним поля, а інший контур виштовхується від взаємодіючого з ним поля. Таким чином, сумарний момент, що діє на диск, можна виразити формулою

$$M_{об} = k_1 \Phi_1 I_{д2} \sin \psi + k_2 \Phi_2 I_{д1} \sin \psi .$$

Якщо потоки  $\Phi_1$  і  $\Phi_2$  змінюються синусоїдально, то діючі значення ЕРС, індуковані у диску цими потоками, визначаються наступними формулами:

$$E_{д1} = 4 k_f f \Phi_{1\max} = k_3 f \Phi_{1\max} ;$$

$$E_{д2} = 4 k_f f \Phi_{2\max} = k_4 f \Phi_{1\max} ,$$

де  $k_f$  – коефіцієнт форми синусоїди;  $f$  – частота;  $\Phi_{1\max}$  і  $\Phi_{2\max}$  – максимальні значення потоків  $\Phi_1$  і  $\Phi_2$  .

Якщо прийняти опір струмам у диску тільки активним, то можна записати:

$$I_{д1} = k_5 f \Phi_1 ; \quad I_{д2} = k_6 f \Phi_2 .$$

Тоді формула обертового моменту після підстановки в неї виразів для  $I_{д1}$  і  $I_{д2}$  та об'єднання постійних коефіцієнтів прийме вигляд

$$M_{об} = k f \Phi_1 \Phi_2 \sin \psi .$$

Якщо прийняти, що потоки  $\Phi_1$  і  $\Phi_2$  пропорційні струмам, які їх створюють, маємо:

$$M_{об} = k f I_1 I_2 \sin \psi .$$

Індукційні механізми можуть працювати тільки на змінному струмі і знайшли найбільше застосування для виміру електричної енергії, тобто в лічильниках змінного струму.

Таблиця 3

**Позначення електромеханічних вимірювальних механізмів  
з механічним протидіючим моментом**

| Тип вимірювального<br>електромеханічного механізму | Умовне<br>позначення                                                              |
|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| Магнітоелектричний з рухомою рамкою                |  |
| Магнітоелектричний з рухомим магнітом              |  |
| Електромагнітний                                   |  |
| Електродинамічний                                  |  |
| Феродинамічний                                     |  |
| Електростатичний                                   |  |
| Індукційний                                        |  |

### Контрольні питання

1. Як створюється обертаючий момент в електромеханічних приладах?
2. Для чого і як в електромеханічних механізмах створюється момент заспокоєння та момент протидії?
3. Чим відрізняється залежність кута повороту від вимірювального струму в магнітоелектричному та електромагнітному вимірювальних механізмах?
4. Чому дорівнює енергія магнітного поля електромагнітного механізму?
5. Назвіть недоліки електромагнітних механізмів.
6. Чим відрізняється електродинамічний від феродинамічного вимірювального механізму?

7. Назвіть переваги електродинамічних механізмів.
  8. Чому феродинамічні прилади менш точні, ніж електродинамічні?
  9. Яким чином підвищують чутливість електростатичних механізмів?
  10. Поясніть принцип дії індукційного вимірювального механізму.
-

### *Тема № 7*

## **ОСОБЛИВОСТІ КОНСТРУКЦІЙ ЕЛЕКТРОННИХ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПРИСТРОЇВ**

### **7.1. Операційний підсилювач та підсилення вимірювального сигналу**

Аналогові прилади електромеханічної групи, будучи порівняно невисокої точності, відрізняються високою надійністю, стійкістю до перевантажень, наочністю показів. Разом з цим вони мають обмежені функціональні можливості. Так, магнітоелектричні прилади залишаються придатними для роботи лише на постійному струмі. Для розширення функціональних можливостей таких приладів використовують функціональні перетворювачі амплітудного та середнього випрямленого значень змінних струмів і напруг у напругу постійного струму в поєднанні з електронними підсилювачами, створюючи відповідно аналогові електронні прилади.

Аналогові електронні прилади прямого перетворення поєднують у своїй структурі електронний перетворювач вимірюваної величини в постійну напругу (струм) та магнітоелектричний вимірювальний механізм. Ці прилади відрізняються високою чутливістю, широким частотним діапазоном (від постійного струму до змінного струму частотою до одиниць мегагерц) і малим споживанням (вхідний опір вольтметрів може сягати  $10^{16} \dots 10^{17}$  Ом).

Найпростішою є структура електронного вольтметра постійної напруги, що являє собою поєднання електронного підсилювача постійної напруги та магнітоелектричного вимірювального приладу. Приведена похибка таких вольтметрів зазвичай не нижча за 0,5...1 %, а діапазон вимірюваних напруг становить від декількох нановольт до 1000 В.

Основним елементом електронних вимірювальних приладів є операційний підсилювач ОП, який є досить складним електронним пристроєм і випускається у вигляді готової мікросхеми в корпусі. Позначення ОП на схемі представлено на рис. 33,*а*. Для спрощення будемо розглядати ідеальний ОП, який має наступні властивості:

- вхідний опір між інвертуючим 1 (на схемі має позначку кола у місці з'єднання провідника з ОП) та неінвертуючим 2 входами досить великий, щоб у першому наближенні вважати  $R_{\text{вх}} = \infty$ ; це дозволяє стверджувати, що у нормальному режимі роботи вхідний струм ОП дорівнює нулю ( $I_{\text{вх}} = 0$ );

- вихідна напруга дорівнює різниці між вхідними напругами, помноженій на коефіцієнт підсилення  $U_{\text{вих}} = (U_{\text{н}} - U_{\text{і}}) k_y$ , останній дорівнює в ідеалі  $k_y = \infty$ ; з чого випливає, що певному кінцевому (не максимальному) значенню вихідної напруги відповідає приблизна рівність між напругами на вході  $U_{\text{н}} = U_{\text{і}}$ ;

- вихідний опір ОП досить малий і можна прийняти його приблизно рівним нулю  $R_{\text{вих}} = 0$ , у зв'язку з чим падінням напруги на внутрішньому опорі ОП можна знехтувати і вважати, що вихідне коло ОП являє собою ідеальне джерело напруги.

Найбільш простою схемою на базі ОП є реалізація повторювача вхідного сигналу (див. рис. 33,*б*). Виходячи з розглянутих раніше властивостей ОП, легко зрозуміти, що вихідна напруга буде повністю повторювати вхідну  $U_{\text{вих}} = U_{\text{н}} = U_{\text{і}} = U_{\text{вх}}$ , тобто коефіцієнт підсилення схеми дорівнює  $k_{yc} = 1$ .

Повторювач не споживає струм від джерела сигналу ( $I_{\text{вх}} = 0$ ) і таким чином не впливає на нього. В той же час дозволяє забезпечити достатньо високий вихідний струм при заданому значенні  $U_{\text{вих}}$ .

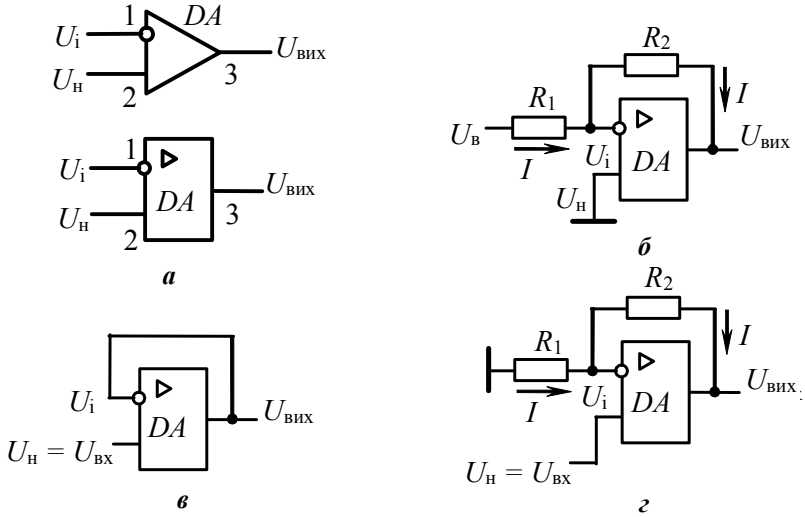


Рис. 33. Позначення операційного підсилювача і реалізація на базі ОП схем зміни вхідної напруги  $U_{\text{вх}}$  у задану кількість разів

Розглянемо роботу більш складної схеми інвертуючого підсилювача із заданим від'ємним коефіцієнтом підсилення  $k_{\text{yc}}$  (див. рис. 33, в). Як зазначалося раніше, вхідний струм  $I_{\text{вх}} = 0$ , тому через резистори  $R_1$  та  $R_2$  протікає однаковий струм  $I$ . У зв'язку з тим, що за схемою  $U_{\text{н}} = U_i = 0$ , маємо наступний зв'язок між вхідною  $U_{\text{вх}}$  та вихідною  $U_{\text{вих}}$  напругами:

$$\frac{U_{\text{вх}} - U_i}{R_1} = \frac{U_i - U_{\text{вих}}}{R_2}; \quad k_{\text{yc}} = \frac{U_{\text{вих}}}{U_{\text{вх}}} = -\frac{R_2}{R_1}.$$

Аналогічним чином знайдемо коефіцієнт підсилення неінвертуючого підсилювача (див. рис. 33,з), виходячи з того, що вхідна напруга подається на неінвертуючий вхід  $U_{\text{вх}} = U_{\text{н}} = U_{\text{і}}$ :

$$\frac{0 - U_{\text{і}}}{R_1} = \frac{U_{\text{і}} - U_{\text{вих}}}{R_2}; \quad k_{\text{yc}} = \frac{U_{\text{вих}}}{U_{\text{вх}}} = \frac{U_{\text{вих}}}{U_{\text{і}}} = 1 + \frac{R_2}{R_1}.$$

Як можна бачити, на базі ОП доволі легко організувати підсилювач із заданим коефіцієнтом підсилення за допомогою правильно обраних опорів резисторів  $R_1$  та  $R_2$ .

## 7.2. Суматори вхідних сигналів

На базі інвертуючого підсилювача (див. рис. 33,б) можна реалізувати суматор сигналів, якщо на інвертуючий вхід ОП подати декілька вхідних сигналів  $U_{\text{вх1}}$ ,  $U_{\text{вх2}}$  через відповідні резистори  $R_1$ ,  $R_2$  (рис. 34,а).

У відповідності до першого закону Кірхгофа маємо:

$$I_1 + I_2 = I; \quad \frac{U_{\text{вх1}} - U_{\text{і}}}{R_1} + \frac{U_{\text{вх2}} - U_{\text{і}}}{R_2} = \frac{U_{\text{і}} - U_{\text{вих}}}{R_{\text{oc}}};$$

$$U_{\text{вих}} = -U_{\text{вх1}} \frac{R_{\text{oc}}}{R_1} - U_{\text{вх2}} \frac{R_{\text{oc}}}{R_2} = k_{\text{yc1}} U_{\text{вх1}} + k_{\text{yc2}} U_{\text{вх2}};$$

$$k_{\text{yc1}} = -\frac{R_{\text{oc}}}{R_1}; \quad k_{\text{yc2}} = -\frac{R_{\text{oc}}}{R_2}.$$

Отриманий результат можна розповсюдити на будь-яку кількість входів. Для отримання різниці між сигналами з відповідним коефіцієнтом підсилення можна використати диференційний підсилювач. Найпростіша схема поєднує в собі схеми

інвертуючого та неінвертуючого підсилювачів (див. рис. 34,б) із додаванням дільника напруги на резисторах  $R_3$ ,  $R_4$ . В цьому випадку вихідна напруга буде визначатися наступним рівнянням:

$$U_{\text{вих}} = U_{\text{вх2}} \frac{R_4}{R_4 + R_3} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) - U_{\text{вх1}} \frac{R_2}{R_1}.$$

Недоліком розглянутої схеми диференційного підсилювача є низький вхідний опір та труднощі із регулюванням коефіцієнта підсилення. Для того, щоб коефіцієнти підсилення обох сигналів за модулем були однакові, необхідно, щоб виконувалась тотожність  $R_3/R_4 = R_1/R_2$ , тоді:

$$U_{\text{вих}} = (U_{\text{вх2}} - U_{\text{вх1}}) \frac{R_3}{R_4}.$$

Регулювання коефіцієнта підсилення можливо шляхом одночасної зміни опору двох резисторів (наприклад,  $R_4$  та  $R_2$ ), інакше вказана вище тотожність виконуватись не буде. Тому на практиці користуються іншою ускладненою схемою із трьома ОП (див. рис. 34,в). Як і в попередньому випадку, резистори  $R_4 \dots R_7$ , що входять до схеми, повинні задовольняти співвідношенню  $R_7/R_6 = R_5/R_4$ . Тоді залежність вихідної напруги  $U_{\text{вих}}$  від вхідних  $U_{\text{вх1}}$ ,  $U_{\text{вх2}}$  визначається наступним виразом:

$$U_{\text{вих}} = (U_{\text{вх2}} - U_{\text{вх1}}) \frac{R_5}{R_4} \left( \frac{R_2 + R_3}{R_1} + 1 \right).$$

Такий диференційний підсилювач має високий опір по обох входах та забезпечує установку заданого коефіцієнта підсилення за допомогою одного опору  $R_1$ .

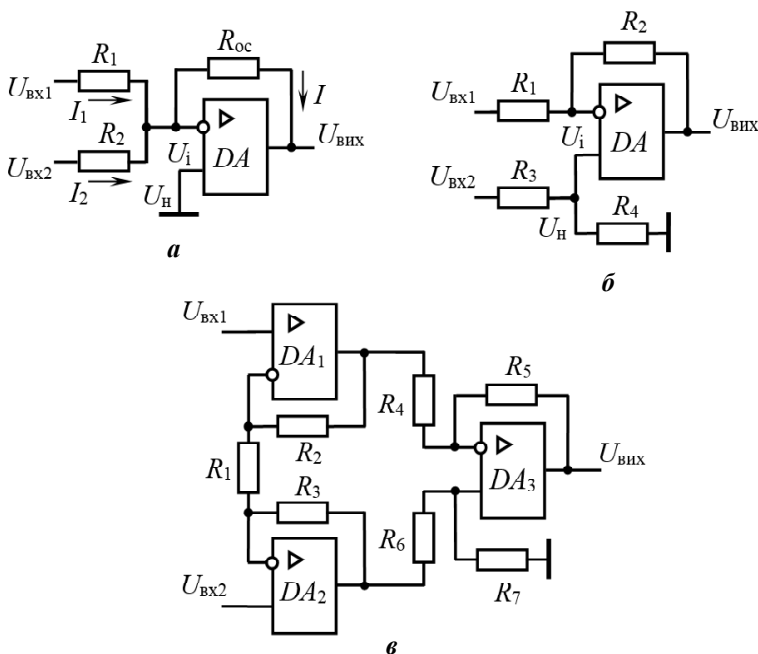


Рис. 34. Схема суматора та диференційних підсилювачів на базі ОП

### 7.3. Диференціатори, інтегратори та фільтри

Наступна група функціональних пристроїв на базі ОП дозволяє виконувати диференціювання та інтегрування вхідного сигналу за часом. Для цього у вхідні кола або у кола зворотного зв'язку включають конденсатор. Це обумовлено тим, що струм  $I_c$ , який протікає через конденсатор, змінюється пропорційно похідній від падіння напруги  $U_c$  на ньому:

$$I_c = C \frac{dU_c}{dt},$$

де  $C$  – ємність конденсатора (активну провідність конденсатора в паралельній схемі заміщення вважаємо рівною нулю).

Розглянемо схему інтегратора (рис. 35,*а*) та визначимо залежність між вихідною  $U_{\text{вих}}$  та входною  $U_{\text{вх}}$  напругами:

$$I = I_c; \quad \frac{U_{\text{вх}} - U_i}{R} = C \frac{d(U_i - U_{\text{вих}})}{dt};$$

$$\frac{dU_{\text{вих}}}{dt} = -\frac{U_{\text{вх}}}{RC} \quad \text{або} \quad U_{\text{вих}} = -\frac{1}{RC} \int U_{\text{вх}} dt.$$

Якщо входна напруга змінюється за синусоїдальним законом, маємо:

$$U_{\text{вх}} = U_m \sin(\omega t); \quad U_{\text{вих}} = \frac{1}{RC\omega} U_m \cos(\omega t).$$

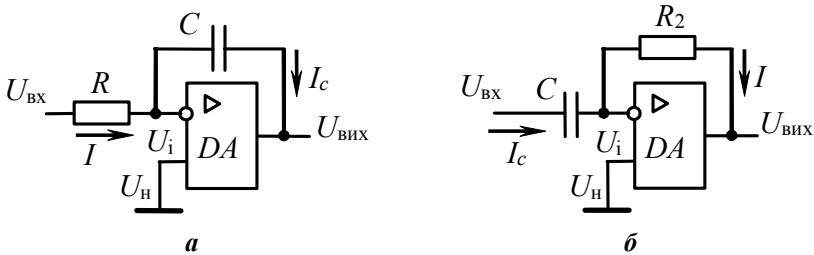


Рис. 35. Інтегратор (*а*) та диференціатор (*б*) на базі ОП

Тобто вихідна напруга  $U_{\text{вих}}$  змінюється з тією ж самою частотою  $\omega$ , але зрушена у часі вперед на 90 електричних градусів відносно входної  $U_{\text{вх}}$ . Окрім того, амплітуда  $U_{\text{вих}}$  зворотно пропорційно залежить від кутової частоти.

Проведемо аналогічний аналіз роботи диференціатора (див. рис. 35,*б*):

$$I = I_c; \quad C \frac{d(U_{\text{ВХ}} - U_i)}{dt} = \frac{U_i - U_{\text{ВІХ}}}{R};$$

$$U_{\text{ВІХ}} = -RC \frac{dU_{\text{ВХ}}}{dt}; \quad U_{\text{ВХ}} = U_m \sin(\omega t);$$

$$U_{\text{ВІХ}} = -RC \omega U_m \cos(\omega t).$$

Як і у випадку інтегратора, при вхідній синусоїдальній напрузі  $U_{\text{ВХ}}$  вихідна  $U_{\text{ВІХ}}$  змінюється з тією ж самою частотою  $\omega$ , але зрушена у часі назад на 90 електричних градусів та має амплітуду, пропорційну кутовій частоті  $\omega$ .

Таким чином, диференціатор підсилює синусоїдальну величину, а інтегратор послабляє її у  $RC\omega$  кількості разів. Останнє дозволяє, варіюючи функціональною залежністю від частоти опорів вхідних кіл та кіл зворотних зв'язків, схемно вирішувати питання послаблення одних частот та посилення інших, тобто виконувати фільтрування. Для простішого аналізу частотних характеристик таких схем доцільно уявляти конденсатор опором:

$$\dot{x}_c = -\frac{j}{C\omega},$$

де  $j$  – уявна одиниця (або оператор повороту комплексної величини на 90 електричних градусів).

Розглянемо найпростішу схему аперіодичної ланки (рис. 36), яка може виконувати функції фільтра нижніх частот 1-го порядку. Комплексне значення коефіцієнта підсилення синусоїдальної величини  $U_{\text{ВХ}}$  можна віднайти із співвідношення опорів зворотного зв'язку  $Z_{33}$  та вхідного кола  $R_1$ :

$$\dot{k}_{yc} = \frac{\dot{U}_{\text{ВІХ}}}{\dot{U}_{\text{ВХ}}} = -\frac{\dot{Z}_{33}}{R_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{j\omega CR_2 + 1} = k_a e^{j\varphi};$$

$$k_a = |\dot{k}_{yc}| = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\sqrt{(\omega/\omega_{зр})^2 + 1}};$$

$$\varphi = \pi - \arctan(\omega/\omega_{зр}), \quad \omega_{зр} = 1/(CR_2),$$

де  $k_a$  – коефіцієнт підсилення по амплітуді;  $\varphi$  – кутовий зсув між вхідною та вихідною напругами;  $\omega_{зр}$  – частота зрізу.

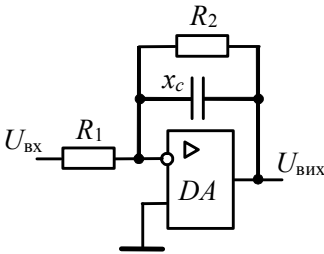


Рис. 36. Фільтр нижніх частот першого порядку на базі ОП

Як можна бачити з отриманих формул, при частотах  $\omega < \omega_{зр}$  коефіцієнт підсилення  $k_a$  мало змінюється і приблизно дорівнює співвідношенню  $R_2/R_1$ , в той же час при  $\omega > \omega_{зр}$  різко починає зменшуватись і при  $\omega > 3\omega_{зр}$  приблизно дорівнює  $R_2/(R_1k)$ , де  $k = \omega/\omega_{зр}$ . Таким чином, синусоїдальні сигнали із частотами більше  $\omega_{зр}$  зазнають значних послаблень у порівнянні із сигналами, для яких  $\omega < \omega_{зр}$ .

#### 7.4. Компаратори та генератори прямокутних сигналів

З властивостей ОП випливає, що при порушенні тотожності між напругами на інвертуючому та неінвертуючому входах  $U_n \neq U_i$  за рахунок нескінченно великого коефіцієнта підсилення на виході має встановитись сигнал  $\pm\infty$ . В реальних ОП напруга не може перевищити напругу живлення  $\pm U_{ж}$ , тому при  $U_n > U_i$  матимемо на виході  $U_{вих} = U_{ж}$ , а при  $U_n < U_i$  відповідно  $U_{вих} = -U_{ж}$ . Цей режим роботи дуже часто використовують для реалізації багатьох схем. Одним з простіших прикладів є компаратор (рис. 37), тобто пристрій порівняння двох вхідних напруг: якщо на інвертуючому вході маємо більш

високий потенціал – на виході встановлюється низький рівень напруги, якщо на неінвертуючому вході більш високий потенціал – на виході встановлюється високий рівень напруги. Як можна бачити, сам по собі ОП без зворотних зв'язків відповідає характеристикам компаратора.

Операційний підсилювач у режимі компаратора часто використовують у складі більш складних функціональних вузлів. Для прикладу розглянемо роботу генератора сигналів прямокутної форми (див. рис. 37, б). Припустимо, на виході встановилась максимальна позитивна напруга  $U_{\text{вих}} = U_{\text{ж}}$ . Тоді на неінвертуючому вході напруга встановиться на рівні  $U_{\text{н}} = \gamma U_{\text{ж}}$ , де  $\gamma = R_2 / (R_2 + R_3)$  – коефіцієнт ділення резистивного дільника  $R_2, R_3$ . На інвертуючому вході напруга буде дорівнювати напрузі конденсатора  $U_{\text{і}} = U_{\text{с}}$ , яка буде змінюватись по експоненті із сталою часу  $\tau = R_1 C$  у зв'язку із зарядом конденсатора.

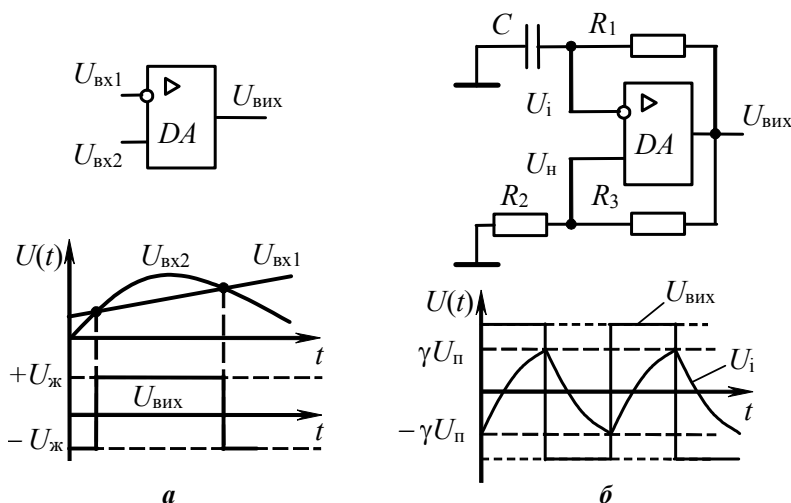


Рис. 37. Операційний підсилювач у режимі компаратора (а) та генератор прямокутних сигналів (б)

В момент часу, коли  $U_i$  перевищить  $U_n$ , різниця вхідних сигналів стане від'ємною і на виході встановиться напруга на рівні  $U_{\text{вих}} = -U_{\text{ж}}$ , зміниться напруга на неінвертуючому вході  $U_n = -\gamma U_{\text{ж}}$  і почнеться процес перезарядження конденсатора, доки знов  $U_i$  не перевищить по модулю  $U_n$ . Таким чином на виході отримаємо прямокутну напругу із періодом слідування:

$$T = 2\tau \ln \frac{1+\gamma}{1-\gamma}.$$

На рис. 38 представлена інша схема генератора напруги прямокутної форми, яка окрім того дозволяє отримати ще й пилоподібну напругу з регульованим часом наростання та спадання напруги. Схема складається з інтегратора на  $DA_2$  та компаратора на  $DA_1$ . В залежності від знака вихідної напруги компаратора  $U_{\text{вих1}}$  діоди  $VD_1$  та  $VD_2$  змінюють час інтегрування. При  $U_{\text{вих1}} = +U_{\text{ж}}$  відкривається діод  $VD_2$  і інтегрування відбувається через резистор  $R_4$ , а при  $U_{\text{вих1}} = -U_{\text{ж}}$  відкривається діод  $VD_1$  і інтегрування відбувається через резистор  $R_3$ . Переключення рівня напруги на виході компаратора досягається завдяки дільнику напруги  $R_1 - R_2$  у момент часу, коли напруга  $U_{\text{вих2}}$  досягає рівня  $-U_{\text{вих1}} R_1/R_2$ .

Час наростання сигналу  $U_{\text{вих2}}$  або час мінімального значення  $U_{\text{вих1}}$ :

$$t_n = \frac{R_1 R_3 C}{R_2}.$$

Час спадання сигналу  $U_{\text{вих2}}$  або час максимального значення  $U_{\text{вих1}}$ :

$$t_c = \frac{R_1 R_4 C}{R_2}.$$

Якщо  $R_3 = R_4$ , маємо трикутну форму сигналу  $U_{\text{вих2}}$  з однаковим часом наростання та спадання. У випадку  $R_3 \gg R_4$ , час спадання значно менший за час наростання і ми отримуємо пилкоподібну форму. В крайньому випадку при  $R_4 \approx 0$  маємо практично вертикальний від'ємний фронт і отримуємо генератор лінійно-наростаючої напруги (ГЛН). Останній досить часто використовується для формування розгортки осцилографа, перетворювачів напруги в час, аналогово-цифрових перетворювачів тощо.

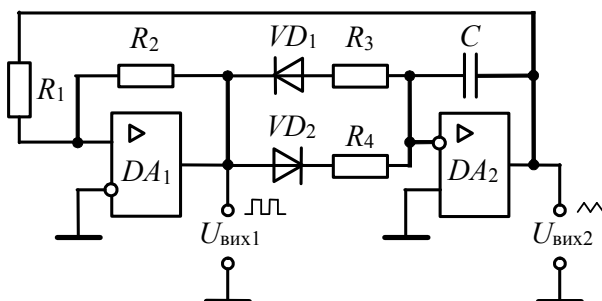


Рис. 38. Генератор прямокутного та пилкоподібного сигналів на основі двох ОП

## 7.5. Перетворювачі для визначення середньовипрямленого та амплітудного значення напруг

Для вимірювань окремих параметрів змінних напруг і струмів широко застосовують різноманітні функціональні перетворювачі амплітудного та середньовипрямленого значень у напругу постійного струму.

Розглянемо схему випрямляча середнього значення напруги, представленого на рис. 39,а. Вона побудована на основі інвертуючого підсилювача  $DA_1$  з діодами  $VD_1$  та  $VD_2$  в колах зворотного зв'язку, суматора на  $DA_2$ . При позитивній полярності вхідної напруги  $U_{\text{вх}}$  відкривається діод  $VD_1$  і вихідна

напряга схеми визначається коефіцієнтами передавання по-  
слідовно з'єднаних інвертуючих схем на підсилювачах  $DA_1$   
та  $DA_2$ :

$$U_{\text{вих}} = U_{\text{вх}} \frac{R_2 R_5}{R_1 R_4}.$$

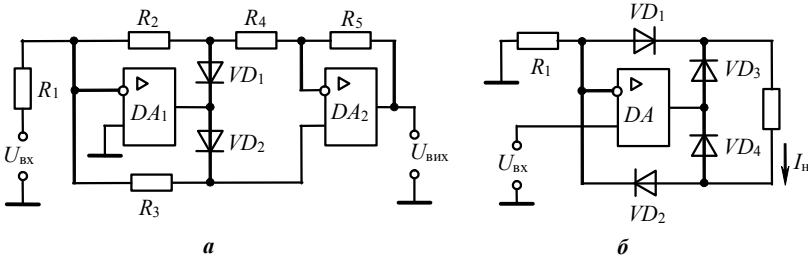


Рис. 39. Випрямляч середнього значення напруги на основі ОП

У випадку від'ємної полярності вхідної напруги  $U_{\text{вх}}$  відкривається діод  $VD_2$  і закривається  $VD_1$ , що призводить до формування комбінованої підсилювальної схеми на підсилювачах  $DA_1$  і  $DA_2$ , в якій вхідний струм  $I_{\text{вх}} = U_{\text{вх}}/R_1$  розподіляється між колами  $R_3$ - $VD_2$ - $DA_1$  та  $R_2$ - $R_4$ - $R_5$ - $DA_2$ . Якщо взяти до уваги, що потенціали на входах  $DA_2$  мають бути рівними, після нескладних математичних операцій знаходимо:

$$U_{\text{вих}} = U_{\text{вх}} \frac{R_3}{R_1} \cdot \frac{R_2 + R_4 + R_5}{R_2 + R_4 + R_3}.$$

Легко помітити, що при  $R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R$  для обох полярностей вхідної напруги матимемо

$$U_{\text{вих}} = |U_{\text{вх}}| \frac{R}{R_1}.$$

Випрямляч, схема якого представлена на рис. 39,б, здійснює двопівперіодне випрямлення, але його навантаження не заземлене. У зворотний зв'язок ОП включені діодний міст  $VD_1...VD_4$  та опір навантаження  $R_H$ . При будь-якій полярності вхідної напруги  $U_{вх}$  струм навантаження  $I_H$  буде проходити в одному напрямку і дорівнювати  $I_H = |U_{вх}|/R_1$ . Таким чином, струм  $I_H$  не залежить від опору навантаження  $R_H$ . Даний випрямляч зручно застосовувати при побудові стрілкового вольтметра змінного струму, використовуючи як навантаження магнітоелектричний мікроамперметр.

Такі функціональні перетворювачі (див. рис. 39) забезпечують досить високу точність перетворення (похибка в межах  $\pm 0,1\% \dots \pm 0,2\%$ ) в діапазоні частот 20 Гц...20 кГц, але мають порівняно високу інерційність отримання результату у зв'язку з необхідністю відфільтрувати змінну складову або за рахунок фільтрів нижніх частот ФНЧ, або за рахунок інерційності рухомої частини магнітоелектричного вимірювального механізму.

Функціональні перетворювачі амплітудного значення забезпечують отримання постійної вихідної напруги, пропорційної амплітуді вхідної періодичної чи імпульсної напруги. Найпростішою реалізацією такого перетворювача є використання однопівперіодної схеми з під'єднанням до її виходу ємності  $C$  (рис. 40).

При додатній півхвилі вхідної напруги конденсатор  $C$  заряджається через діод  $VD$  до амплітудного значення

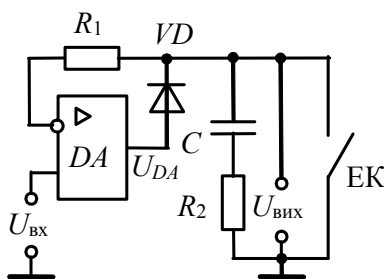


Рис. 40. Схема перетворювача амплітудного значення на основі одного ОП

вхідного сигналу. Коли вхідна напруга  $U_{\text{вх}}$  стане меншою від напруги на конденсаторі  $U_{\text{вих}}$ , діод закриється і операційний підсилювач  $DA$  буде працювати в режимі компаратора із від'ємною напругою живлення на виході  $U_{DA} = -U_{\text{ж}}$ , яка буде підтримувати діод у закритому стані. На конденсаторі буде зберігатися амплітудне значення напруги доти, доки вхідна напруга не перевищить її або конденсатор не розрядиться за допомогою замикання електронного ключа ЕК, в якості якого досить часто використовують польовий транзистор. Резистори  $R_1$  та  $R_2$  не є обов'язковими. Резистор  $R_1$  обмежує струм розряду конденсатора  $C$  через вхідне коло  $DA$  при відключенні напруги живлення. Резистор  $R_2$ , зазвичай опором 100 Ом, обмежує вихідний струм ОП при заряді конденсатора і сприяє підвищенню стійкості схеми. Цей перетворювач може працювати з імпульсними сигналами тривалістю більше однієї мікросекунди з похибкою не більше  $\pm 1\%$ . Його недоліком є схильність до самозбудження операційного підсилювача, викликана впливом ємності конденсатора.

Цього недоліку позбавлена схема, зображена на рис. 41. Крім того, схема має низький вихідний опір завдяки повторювачу на  $DA_2$ . Також у випрямляч введені коло  $VD_2-R_1$ , що виключає перевантаження підсилювача по входу при від'ємному вхідному сигналі, та коло  $VD_3-R_2$ , що перешкоджає розряду конденсатора  $C$  зворотним струмом діода  $VD_1$ . Резистор  $R_2$  забезпечує в даному випадку еквіпотенціальність виводів діода  $VD_1$  при від'ємному вхідному сигналі. Після закінчення вимірювань конденсатор  $C$  розряджають за допомогою ключа ЕК.

Застосування прецизійних елементів у колі зворотного зв'язку, якісного конденсатора  $C$  та широкосмугових підсилювачів дає змогу вимірювати амплітуду імпульсів чи синусу-

соїдальної напруги з частотою повторення до 1 МГц з похибкою в межах  $\pm 0,5 \dots 1,0 \%$ .

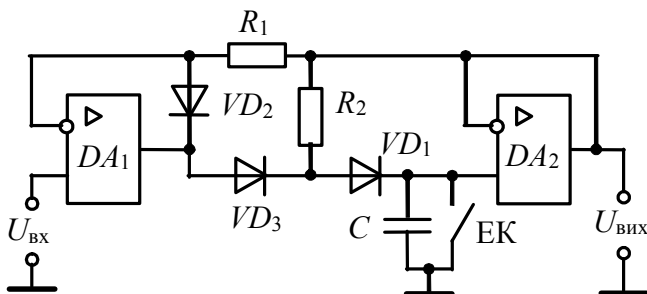


Рис. 41. Схема перетворювача амплітудного значення на основі двох ОП

Ще одним корисним перетворювачем вхідного сигналу є фазочутливі випрямлячі. Вони мають два входи: сигнальний і керуючий (комутуючий). Якщо на сигнальний вхід подано напругу  $U_{\text{вх}}$ , що змінюється по гармонійному закону, а на керуючий – напругу тієї ж частоти  $U_{\text{к}}$ , то середня за період напруга на виході випрямляча визначається співвідношенням:

$$U_{\text{вих}} = k |U_{\text{вх}}| \cos \varphi,$$

де  $k$  – постійний коефіцієнт;  $\varphi$  – фазовий зсув між напругами  $U_{\text{вх}}$  і  $U_{\text{к}}$ . Подібні випрямлячі досить просто реалізуються на безконтактних аналогових ключах, виконаних на основі МОП-транзисторів. Операційні підсилювачі в таких випрямлячах дають можливість зменшити число ключів, підвищити вхідний і зменшити вихідний опори, посилити сигнал, що випрямляється.

Приклад схеми фазочутливого двонапівперіодного випрямляча з одним аналоговим ключем наведений на рис. 42. Будемо вважати, що в випрямлячі  $R_1 = R$ ,  $R_2 = \alpha R$ ,  $R_3 = \beta R$ .

Коли ключ ЕК замкнений, вихідна напруга випрямляча визначається рівністю  $U_{\text{вих}} = -\alpha U_{\text{вх}}$ . Якщо ж ключ розімкнений, то  $U_{\text{вих}} = U_{\text{вх}} (1 + \alpha/\beta)$ . Для того щоб коефіцієнти передачі при замкненому і розімкненому ключі були однакові за модулем і різні за знаком, потрібно, щоб виконувалася тотожність  $1 + \alpha/\beta = \alpha$ . Таким чином, задаючись необхідним коефіцієнтом підсилення випрямляча  $k = \alpha$ , ми можемо знайти  $R_2 = \alpha R_1$  та  $R_3 = \alpha R_1 / (\alpha - 1)$ . Зокрема, якщо  $k = 1$ , то  $R_2 = R_1$ , а резистор  $R_3$  не потрібен ( $R_3 = \infty$ ).

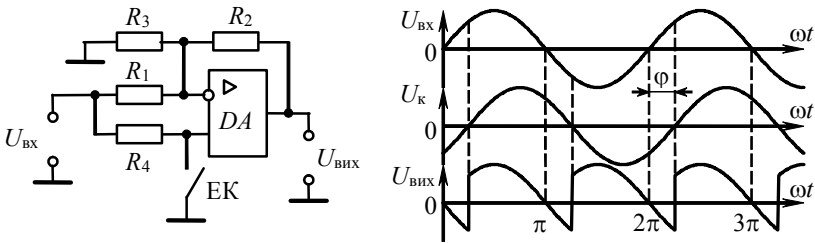


Рис. 42. Схема фазочутливого випрямляча на базі ОП

## 7.6. Пристрої вибірки-збереження та перемножувачі напруги

При зборі інформації та її наступному перетворенні часто буває необхідно зафіксувати значення аналогового сигналу в певний момент часу. Пристрої вибірки-зберігання (ПВЗ), що виконують цю функцію, повинні на інтервалі часу вибірки (спостереження) повторювати на виході вхідний аналоговий сигнал, а при перемиканні режиму на зберігання зберігати останнє значення вихідної напруги до надходження нового сигналу вибірки. Розглянемо роботу найпростішого ПВЗ (рис. 43). В схемі використані два повторювачі на базі операційних підсилювачів. Перший повторювач на  $DA_1$  усуває вплив опору джерела живлення на заряд ємності конденса-

тора збереження  $C$ , а другий повторювач на  $DA_2$  усуває вплив навантаження на розряд ємності  $C$  у режимі збереження. При замиканні електронного ключа ЕК конденсатор заряджається до рівня вхідної напруги і зберігає його після розмикання ЕК. У більш складних ПВЗ схемотехнічними рішеннями досягнуто значного зменшення похибок, зумовлених опором ЕК (в якості якого використовується польовий транзистор) і розрядом ємності за рахунок струмів витоку. Готовим рішенням є, наприклад, мікросхеми КР1100СК2.

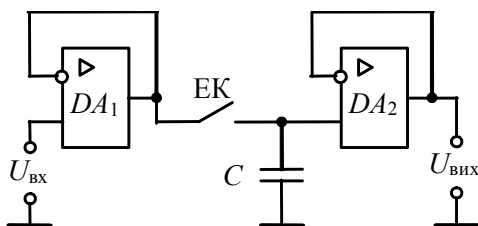


Рис. 43. Схема пристрою вибірки-збереження

Ряд типових функціональних залежностей може бути відтворений за допомогою перемножувачів напруги. Вони будуються на основі логарифмічних діодів або паралельно-симетричних транзисторних каскадів.

Перемножувачі на логарифмічних діодах використовують експоненційну залежність струму  $I$  через відкритий  $p-n$  перехід від падіння напруги  $U$  на цьому переході. Ця залежність визначається співвідношенням

$$I = I_S (e^{\mu U} - 1), \quad (14)$$

де  $\mu = q/(m k T)$ ;  $I_S$  – теоретичний зворотний струм  $p-n$  переходу;  $m$  – поправочний коефіцієнт, що залежить від типу

діода і струму через нього (приймає значення від 1 до 2);  $q$  – заряд електрона;  $k$  – стала Больцмана;  $T$  – абсолютна температура. Величина  $1/\mu$  при  $T = 300$  К та  $m = 1$  дорівнює 26 мВ. При  $\mu U > 3$  одиницею в формулі (14) можна знехтувати і тоді залежність напруги від струму прийме вид логарифмічної функції:

$$U = \frac{1}{\mu} \ln \frac{I}{I_S}.$$

Таким чином, на основі інвертуючого підсилювача (див. рис. 33,б) можна отримати експоненціальну залежність вихідної напруги від вхідної, якщо у вхідному колі замість резистора  $R_1$  поставити діод, або отримати логарифмічну залежність, якщо у колі зворотного зв'язку поставити діод замість резистора  $R_2$ . Якщо необхідно помножити дві вхідні напруги  $U_{\text{вх1}}$  та  $U_{\text{вх2}}$ , спочатку визначають їх логарифм, потім сумують і знаходять експоненту від отриманого результату:

$$\begin{aligned} U_{\text{вих}} &= \exp(\ln(U_{\text{вих1}}) + \ln(U_{\text{вих2}})) = \\ &= \exp(\ln(U_{\text{вих1}} \cdot U_{\text{вих2}})) = U_{\text{вих1}} \cdot U_{\text{вих2}}. \end{aligned}$$

Реалізація такого алгоритму представлена на рис. 44.

Звичайно, такий перемножувач має достатньо вузький робочий діапазон і працює лише з позитивними вхідними напругами. Крім того, з формули (14) впливає суттєва залежність вольт-амперної характеристики  $p$ – $n$  переходу від температури, і тому дана схема практично не використовується. Але існують вже готові функціонально завершені пристрої, в яких ці недоліки усунуті. Наприклад, мікросхема К525ПС2 (закордонний аналог AD 530), яка реалізована на паралельно симетричних транзисторних каскадах і використовує експо-

ненціальну залежність струму колектора транзистора від його базоемітерної напруги. Мікросхема дозволяє не тільки перемножувати вхідні напруги, але і при певній схемі включення дає можливість визначати корінь, виконувати ділення вхідних напруг тощо. При цьому вхідні сигнали можуть змінюватись у межах  $\pm 10,5$  В, а похибка множення становить 1 %.

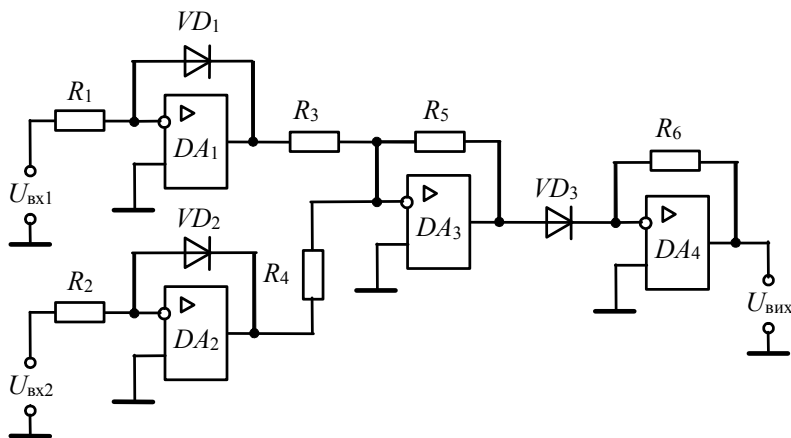


Рис. 44. Схема перемножувача на діодах

### Контрольні питання

1. Назвіть властивості ідеального операційного підсилювача.
2. Який недолік найпростішої схеми диференційного підсилювача?
3. Яким чином диференціатор і інтегратор впливають на синусоїдальну величину?
4. Поясніть принцип дії компаратора.
5. Які функціональні перетворювачі використовують для вимірювань окремих параметрів змінних напруг і струмів?

## *Тема № 8*

# **ОСОБЛИВОСТІ КОНСТРУКЦІЙ ЦИФРОВИХ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПРИСТРОЇВ**

### **8.1. Основні елементи цифрових засобів вимірювання**

Цифрові засоби вимірювання охоплюють практично всі вимірювані в промисловості та наукових дослідженнях фізичні величини. З метою уніфікації елементної бази та забезпечення зручності в користуванні, фізичним носієм вимірювальної інформації в них обрані електричні сигнали (найчастіше напруга постійного струму), які мають ряд незаперечних переваг перед рештою сигналів, а саме: універсальність, дистанційність, наявність добре розроблених методів та засобів опрацювання, можливість реєстрації швидкоплинних процесів, простота узгодження із засобами цифрової обчислювальної техніки (комп'ютерами).

Цифрові засоби вимірювальної техніки (рис. 45) у загальному випадку складаються із: вхідного аналогового перетворювача (АП) вимірюваної фізичної величини  $x$  в електричну вихідну величину  $y$ ; у випадку необхідності пристрою вибірки збереження інформації на час її обробки (ПВЗ); аналого-цифрового перетворювача (АЦП); обчислювального та керуючого пристрою (ОКП); пристроїв відображення інформації (ПВІ) і стандартного інтерфейсу (ІТФ) (сукупності технічних і програмних засобів, а також правил (протоколів) для здійс-

нення одно- або двостороннього обміну інформації між цифровими засобами).

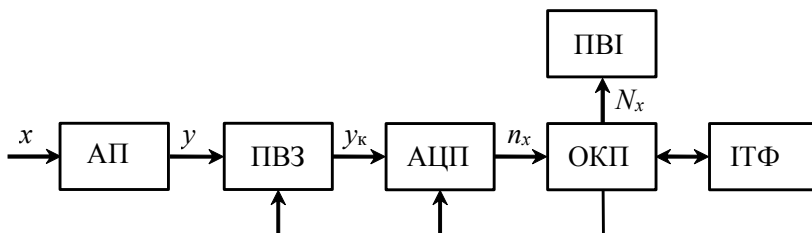


Рис. 45. Узагальнена структурна схема цифрового вимірювального приладу

В аналого-цифровому перетворювачі здійснюються три базові операції над вхідною величиною: її часова дискретизація, квантування за рівнем і кодування отриманих квантованих значень. Дискретизація сигналу означає заміну неперервної в часі величини її окремими вибірками, взятими в певні моменти часу (наприклад, за допомогою ПВЗ) (рис. 46). Суть квантування за рівнем полягає у заміні неперервних значень сигналу на момент вибірки квантованими певними значеннями:

$$y_k \approx q n_x,$$

де  $q n_x$  – квантовий рівень, до якого заокруглюється значення вимірюваної величини;  $n_x$  – числове значення (квантовий номер рівня);  $q$  – крок квантування (різниця між сусідніми рівнями квантування).

Нарешті квантований номер, що відповідає вибірці вхідної величини в певний момент часу, зображується певним кодом і подається цифровим сигналом, який у більшості практичних випадків є бінарним, тобто кожен розряд подається лише двома різними рівнями (або низьким – "0", або високим – "1").

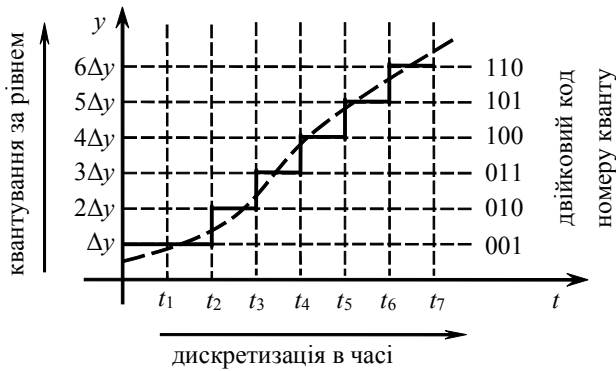


Рис. 46. Операції над вхідною величиною в АЦП

*Цифро-аналогові перетворювачі (ЦАП)* призначені для зворотного перетворення кодових сигналів у пропорційні їм аналогові (напругу, струм, кут тощо). Вони застосовуються при побудові деяких АЦП, формуванні кодокерованих зразкових сигналів, а також для створення аналогових сигналів заданого рівня, які використовують для збудження об'єкта дослідження.

Як обчислювальний і керуючий пристрій останнім часом усе більше використовують мікропроцесорні та мікроконтролерні пристрої, які можуть відповідно до спеціально розроблених програм виконувати обчислення та обробку вхідних даних будь-якої складності. В мікропроцесорах є три групи виходів, які групуються у відповідні шини: шини керування, адресні шини і шини даних. По шини керування мікропроцесор віддає команду на виконання певної процедури відповідним елементом системи, адреса якого передається по адресній шині. Шини даних використовується для зчитування (наприклад, від АЦП) або передачі (наприклад, до ПВІ) інформації.

Цифрові вимірювальні прилади (ЦВП) автоматично видають числове значення вимірюваної величини на цифровому відліковому пристрої (цифровий індикатор, табло, дисплей тощо). У сучасних інтелектуальних цифрових приладах у блоці обчислення, побудованому на основі однокристальних мікроконтролерів, для визначення результату вимірювання у цифровій формі, відбуваються такі вимірювальні операції, як корекція похибок вимірювального тракту, лінеаризація загальної функції перетворення, цифрова фільтрація та усереднення тощо.

Крім цього, в багатьох сучасних ЦВП передбачений аналоговий вихідний сигнал, здебільшого у вигляді стандартних уніфікованих сигналів постійного струму або напруги постійного струму, для використання в системах керування технологічними процесами, а також для здійснення аналогового відображення або реєстрації вимірювальної інформації, яка для оператора при наявності багатьох вимірюваних величин є інформативнішою, порівняно з цифровим.

*Основними перевагами ЦВП є:*

- висока швидкодія – до сотень мільйонів вимірювань за секунду;

- висока точність, яка, за умов наявності автоматичного калібрування й опрацювання результатів перетворень, може наближатися до точності робочих еталонів одиниць фізичних величин;

- відсутність суб'єктивних складових похибки відліку, наявність яких (при обмеженій довжині шкали) лімітує максимально можливу точність аналогових приладів;

- наявність кодового вихідного сигналу є зручним для його опрацювання, запам'ятовування, реєстрації і передачі на великі відстані без похибок та з корекцією збоїв;

- можливість зменшення складових похибки вимірювального кола автоматичними калібруваннями й уведенням поправок;

- можливість визначення статистичних параметрів вимірюваних процесів на базі програмної реалізації відомих теоретичних математичних залежностей.

До недоліків ЦВП слід віднести певну незручність для оператора при порівнянні даного показу з границями вимірювання. Якщо аналогову інформацію оператор оцінює миттєво, то цифрову – повинен запам'ятовувати та зіставляти з границями вимірювання. Час зчитування показів та ймовірність помилок при цьому зростає, що й послужило основною причиною для використання аналогових засобів вимірювань на диспетчерських пультах складних технічних об'єктів, наприклад електростанцій.

## **8.2. Бінарна система обчислення та елементарні цифрові пристрої**

*Кодування* результату аналого-цифрового перетворення – це є операція перевodu числового значення даної величини  $n_x$  в іншу систему числення. Незалежно від використовуваної системи числення, результати перетворення АЦП переважно представляються бінарними символами, тобто лише двома різними рівнями: "0" або "1".

Кожен закодований результат зображується певною кількістю кодових символів або кодовою комбінацією, яка відповідає правилам використовуваного коду. При цьому існують різні системи кодування, які, однак, використовують одні і ті ж кодові символи.

*Цифровим кодом* називається сукупність правил, які встановлюють значення кожного елемента залежно від його місця в кодовій комбінації та її довжини. У вимірювальній техніці

найчастіше використовуються такі цифрові коди: одиничний нормальний, одиничний позиційний, двійковий нормальний та інші, які зручні для реалізації різноманітними цифровими пристроями.

Частіше використовується саме двійковий нормальний код (основою є число 2), в якому значення числа подається у двійковій системі числення послідовністю  $n$  двійкових цифр  $a_{n-1}, a_{n-2}, a_{n-3}, \dots, a_1, a_0$ , кожна з яких може мати лише значення  $a_i = 0$  або 1, при цьому вага цифри у числі дорівнює числу два у степені, яка визначається номером (позиції) розряду:

$$n_x = a_{n-1} 2^{n-1} + a_{n-2} 2^{n-2} + \dots + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0.$$

Наприклад, у випадку двійкового числа 1001 його десяткове значення

$$n_x = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 9.$$

Правила арифметичного складання двійкового коду досить прості:

$$1 + 1 = 10; \quad 1 + 0 = 1; \quad 0 + 0 = 0.$$

Таблиця 4

Бінарні цифрові коди загального користування

| Десяткове число | Одиничний нормальний код | Одиничний позиційний код | Двійковий нормальний код |
|-----------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 0               | 1                        | 0000000001               | 00000                    |
| 1               | 11                       | 0000000010               | 00001                    |
| 2               | 111                      | 0000000100               | 00010                    |
| 3               | 1111                     | 00000001000              | 00011                    |
| 4               | 11111                    | 00000010000              | 00100                    |
| 5               | 111111                   | 00000100000              | 00101                    |
| 6               | 1111111                  | 00001000000              | 00110                    |
| 7               | 11111111                 | 00010000000              | 00111                    |
| 8               | 111111111                | 00100000000              | 01000                    |
| 9               | 1111111111               | 01000000000              | 01001                    |
| 10              | 11111111111              | 10000000000              | 01010                    |

Як не дивно, але віднімання меншого двійкового числа від більшого можна замінити складанням, якщо те число, яке віднімають, замінити зворотним кодом і додати ще одну одиницю у меншому розряді. Зворотній код легко отримати, якщо кожен розряд числа замінити на протилежний. Наведемо приклад (п'ятий розряд в отриманому після сумування двійковому числі не враховуємо):

$$\begin{aligned} 12_{10} - 6_{10} &= 1100_2 - 0110_2 = \\ &= 1100_2 + 1001_2 + 0001_2 = 0110_2 = 6_{10}, \end{aligned}$$

де індекс "10" відповідає числу, записаному у десятковій системі обчислення, а індекс "2" відповідає числу, записаному у двійковому нормальному коді.

Таким чином операції ділення та множення двійкових чисел можна звести теж до операції складання при виконанні певних алгоритмів дії.

Правила складання легко реалізуються за допомогою наступних логічних елементів:

- елементу "АБО" (рис. 47,*а*), що виконує операцію логічного складання (якщо на будь-якому вході  $x_1$  або  $x_2$  встановлений високий рівень (тобто "1"), на виході  $Q$  матимемо рівень "1", в іншому випадку на виході буде встановлений низький рівень (тобто "0"));

- елементу "І" (див. рис. 47,*б*), що виконує операцію логічного множення (якщо на всіх входах  $x_1$  та  $x_2$  встановлена "1", на виході теж матимемо "1", в будь-якому іншому випадку на виході буде встановлений "0");

- елементу "НЕ" (див. рис. 47,*в*), що виконує логічне заперечення вхідного сигналу (при вхідному сигналі "1" маємо на виході "0", і навпаки).

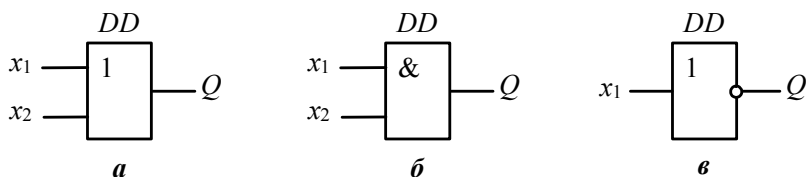


Рис. 47. Основні логічні елементи цифрової електроніки

Найпростіший приклад реалізації арифметичного складання двох однорозрядних двійкових чисел  $x_1$  та  $x_2$  за допомогою логічних елементів наведений на рис. 48.

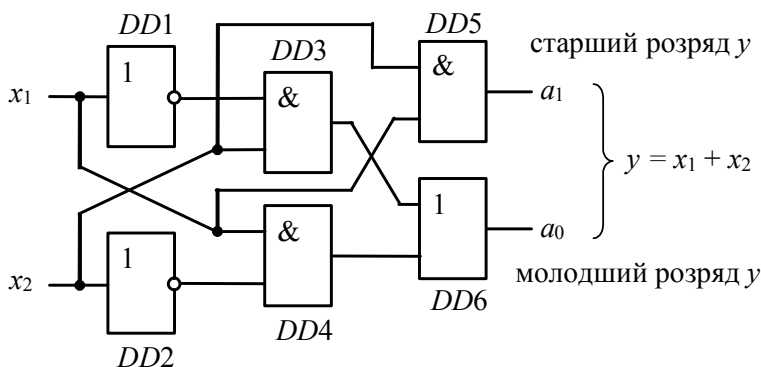


Рис. 48. Схема складання двох однорозрядних двійкових чисел

На базі цих трьох елементів будуються не тільки суматори сигналів, представлених у двійковому коді, але й інші елементи цифрової електроніки:

– D-тригер (тригер затримки) (рис. 49,*а*) – при сигналі "дозволити" на тактовому вході  $C$ , на вихід  $Q$  передається рівень, що встановлений на вході  $D$ . Цей рівень на виході  $Q$  буде підтримувати до тих пір, доки на вхід  $C$  не прийде наступний тактовий сигнал;

– Т-тригер (рахунковий тригер) (див. рис. 49,*б*) – спрацьовує лише по відповідному фронту тактового імпульсу на

вході, змінюючи вихідний сигнал на протилежний від того, що був до тактового імпульсу; якщо тригер реагує на фронт спадання (як це показано рискою, що перекреслює вхід згори до низу) і на його виході встановлена "1", то при зміні на тактовому вході рівня з "1" до "0" на виході встановиться "0", наступна така зміна встановить на виході "1", і т. д.; тобто маємо ділення імпульсів на два, тому цей тригер використовується як складова лічильника імпульсів;

– RS-тригер (див. рис. 49,в) – має два входи і працює за наступним алгоритмом: одиничний імпульс на вході  $S$  встановлює на виході  $Q$  "1", а одиничний імпульс на вході  $R$  встановлює на виході  $Q$  "0"; якщо на обох входах "0", то на виході зберігається рівень, встановлений попереднім одиничним імпульсом на вході; одночасне надходження одиниці на обидва входи заборонено.

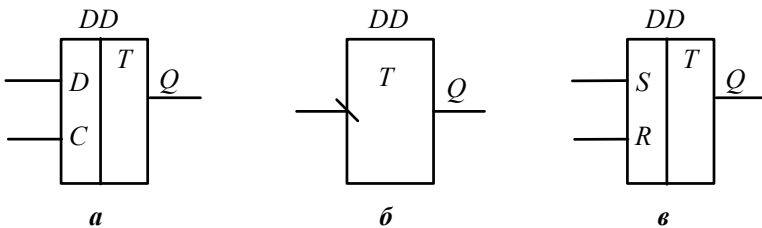


Рис. 49. Тригерні елементи цифрової електроніки

На базі розглянутих елементів цифрової електроніки будуються й інші більш складні функціональні пристрої (дешифратори, регістри зсуву, лічильники тощо), з якими можна ознайомитись у спеціалізованій літературі з цифрової електроніки.

### 8.3. Цифро-аналоговий перетворювач

Для перетворення двійкового коду в аналоговий сигнал зазвичай формуються струми, пропорційні до ваг розрядів коду, і потім підсумовують ті із струмів, які відповідають ненульовим (одичинним) розрядам вхідного коду. Одним з простіших рішень щодо формування струмів є використання двійково-зваженої матриці опорів, в якій кожен наступний опір в два рази більший за попередній. Опорна напруга  $U_{\text{оп}}$  ЦАП подається одночасно на всі вагові резистори  $R$ ,  $2^0 R$ ,  $2^2 R$ , ...,  $2^{n-2} R$ ,  $2^{n-1} R$ , інші виводи яких під'єднані до входів перемикача струмів ПС. Один вихід перемикача струмів сполучений із спільною шиною, в той час як інший приєднаний до входу операційного підсилювача із резистором  $R_{33}$  у колі негативного зворотного зв'язку. Завдяки такому включенню незалежно від поданого коду керування через  $i$ -ий ваговий резистор  $2^i R$  завжди протікає струм  $I_i = U_{\text{оп}} / (2^i R)$ , який за наявності одиниці в  $i$ -му розряді вхідного коду  $N$  замикається через резистор  $R_{33}$ , а в протилежному випадку стікає на спільну шину. Вихідна напруга  $U_{\text{вих}}$  ЦАП визначається як падіння напруги на резисторі  $R_{33}$  від суми струмів  $I_i$ :

$$U_{\text{вих}} = \sum_{i=0}^{n-1} a_i I_i R_{33} = -U_{\text{оп}} \sum_{i=0}^{n-1} a_i \frac{R_{33}}{2^i R} = U_{\text{max}} \frac{N}{N_{\text{max}}},$$

де  $a_i$  – двійкова цифра  $i$ -го розряду двійкового числа  $N$ ;  $U_{\text{max}}$  – максимальна вихідна напруга при максимальному вхідному двійковому числі  $N_{\text{max}}$ .

Проблемами описаного ЦАП є велика кількість прецизійних резисторів з різними номіналами від  $R$  до  $2^{n-1} R$ , а також обмеженість мінімального значення опору  $R$  ЦАП через вплив опорів замкнених ключів ПС, суттєвий вплив опорів ізоляції для багаторозрядних ЦАП.

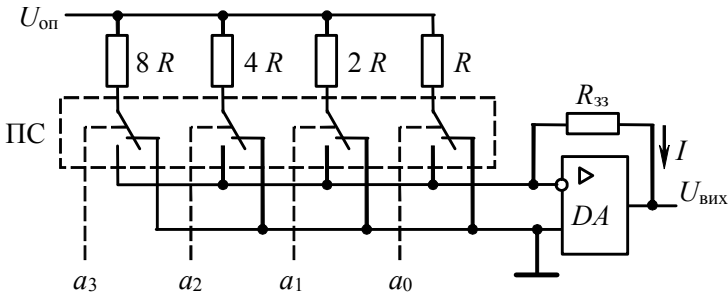


Рис. 50. Спрощена структура чотирирозрядного ЦАП із двійково зваженою матрицею опорів

Ці недоліки усунені в ЦАП з матрицею  $R-2R$ , принцип дії якої полягає у поділі вдвічі струмів у кожному її вузлі. Приклад такої матриці показаний на рис. 51. Досить легко помітити, що в кожному вузлі дві відхідні гілки мають однаковий опір відносно землі, а тому струм, що входить у вузол, між цими гілками ділиться навпіл. Розмір матриці необмежений і залежить від кількості розрядів  $n$ .

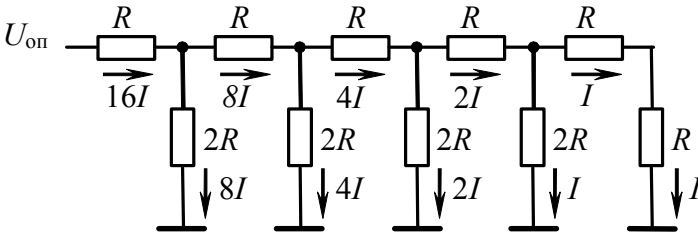


Рис. 51. Приклад резистивної матриці  $R-2R$  для побудови чотирирозрядного ЦАП

При виготовленні резистивна матриця  $R-2R$  підганяється за допомогою лазера з урахуванням дійсних значень опорів замкнених ключів, що дає можливість досягнення високих

метрологічних параметрів (зведена похибка  $\pm(0,001...0,1) \%$ ). Завдяки малим розмірам резистивної матриці в інтегральній мікросхемі і температура, і температурні коефіцієнти, і часові дрейфи всіх резисторів приблизно однакові, що забезпечує високі температурну та часову стабільність таких ЦАП (рис. 52).

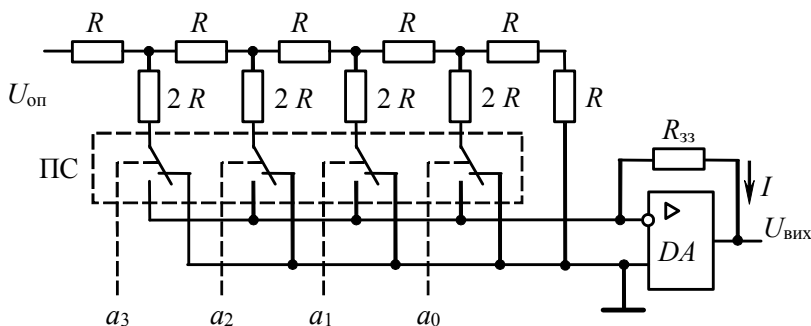


Рис. 52. Спрощена структура чотирирозрядного ЦАП із двійково зваженою матрицею опорів

Вихідний струм  $I$  ЦАП протікає через резистор  $R_{33}$  зворотного зв'язку і формує його вихідну напругу  $U_{\text{вих}}$ :

$$U_{\text{вих}} = \sum_{i=0}^{n-1} a_i I_i R_{33} = \sum_{i=0}^{n-1} a_i 2^i I R_{33} =$$

$$= - \sum_{i=0}^{n-1} a_i \frac{2^i}{2^{n-1}} \frac{U_{\text{оп}}}{4R} R_{33} = - \frac{U_{\text{оп}}}{4R} R_{33} \frac{N}{N_{\text{max}}} = U_{\text{max}} \frac{N}{N_{\text{max}}}.$$

Як можна бачити, вихідна напруга є результатом перемноження опорної напруги  $U_{\text{оп}}$  та вхідного числа  $N$ . Таку властивість зручно використовувати при побудові підсилювачів із регульованим коефіцієнтом підсилення.

#### 8.4. Аналого-цифровий перетворювач

Аналогово-цифрові перетворювачі є невід’ємною та важливою складовою будь-якого цифрового засобу вимірювання. До метрологічних характеристик АЦП належать: діапазон перетворення, кількість розрядів, значення одиниці молодшого розряду, час одного перетворення (кількість перетворень в одиницю часу), похибка перетворення.

Номінальне число можливих значень (станів) вихідного коду – *кількість квантів*

$$N_{yh} = N_{\max} + 1,$$

де  $N_{\max}$  – максимальний результат перетворення АЦП, який є на одиницю меншим за кількість квантів. Для двійкового АЦП кількість квантів завжди дорівнює цілому ступеню числа 2, тобто може бути 256 ( $2^8$ ), 4096 ( $2^{12}$ ) тощо.

*Кількість розрядів* АЦП дорівнює відповідному логарифму кількості квантів. Для двійкових АЦП кількість розрядів

$$M = \log_2 N_{yh}.$$

Наприклад, при 1000 квантах АЦП має 3 десяткові розряди ( $\lg 1000 = 3$ ), а при 100000 квантах – 5 розрядів ( $\lg 100000 = 5$ ). Якщо кількість квантів АЦП вдвічі більша, то старший розряд неповний, і розрядність такого АЦП записують з додаванням  $\frac{1}{2}$ . Наприклад, АЦП з 2000 квантами

має  $3\frac{1}{2}$  десяткових розрядів, а АЦП з 200000 квантами –  $5\frac{1}{2}$  десяткових розрядів.

У вітчизняній літературі *роздільною здатністю* називають обернену до номінального числа кодових комбінацій  $N_{yh}$  величину, яку виражають у відносних одиницях, відсотках чи інших відносних одиницях. Наприклад, 12-розрядний АЦП має роздільну здатність 1/4096, або 0,0245 % від повної шкали.

У зарубіжній літературі за роздільну здатність (англ. resolution) АЦП переважно приймають його розрядність і говорять, наприклад, двійковий АЦП з роздільною здатністю 16 розрядів.

Розмір кванта  $q_y$  (або крок квантування) дорівнює різниці значень вхідної величини  $U$ , які відповідають сусіднім результатам  $N_{i-1}$ ,  $N_i$  аналого-цифрового перетворення – сусіднім кодовим комбінаціям:

$$q_y = U_{n+1} - U_i.$$

Переважно крок квантування АЦП є сталим.

Номинальний діапазон перетворення (англ. FS – full scale – повна шкала) – це значення вхідного сигналу (напруги), яке відповідає збільшеному на одиницю максимальному цифровому значенню вихідного коду

$$U_n = U_{fs} = (N_{\max} + 1)q_y = N_{yh}q_y.$$

*Адитивна похибка* (похибка від зміщення) визначає зсув дійсної характеристики перетворення АЦП від початку координат. Як правило нормують граничні значення цієї похибки в одиницях молодшого розряду (ОМР, англ. LSB – least significant bit) – квантах або у відсотках чи мільйонних частках (англ. ppm) від номінального діапазону перетворення. Наприклад,  $\Delta_0 = \pm 5$  ОМР, або  $\gamma_0 = (\Delta_0/U_n) 100 \% = \pm 0,005 \% = \pm 50$  ppm.

*Похибка коефіцієнта перетворення АЦП (мультиплікативна похибка)* спричиняє зміну нахилу дійсної характеристики перетворення від номінальної. Остання визначається номінальним значенням коефіцієнта перетворення – тангенсом кута нахилу до осі абсцис прямої, проведеної через початок координат та кінцеву точку, задану номінальним значенням діапазону перетворення. Мультиплікативну похибку, як правило, нормують граничними відносними значеннями у відсотках чи мільйонних частках (ppm) від

вхідного (перетворюваного) значення величини. Наприклад,  $\delta_k = \pm 0,0025 \% = \pm 25 \text{ ppm}$  (від перетворюваного значення).

Нормують також температурні зміни адитивної та мультиплікативної похибки, переважно на один градус зміни температури.

*Час перетворення АЦП  $t_{\text{пр}}$*  – це інтервал часу від початку стрибкоподібної зміни вхідної напруги, значення якої міститься в границях його діапазону перетворення, до моменту, коли код на виході АЦП буде відрізнятися від номінального не більше ніж на значення середньої статичної похибки. При цьому на виході АЦП встановлюється цифровий код, що відповідає значенню вхідного сигналу. Час перетворення  $t_{\text{пр}}$  здебільшого вказується в мікросекундах чи мілісекундах.

Інколи в специфікаціях АЦП зазначається *максимальна частота перетворення  $f_{\text{п max}}$* , якою називають найбільшу частоту дискретизації вхідного сигналу  $f_{\text{п max}} = 1/t_{\text{пр}}$ . Розмірність  $f_{\text{п max}}$  в англійській літературі часто вказують в *kSPS* або *MSPS* (відповідно,  $10^3$  і  $10^6$  перетворень за секунду).

Розглянемо загальні принципи побудови АЦП.

*АЦП послідовного типу розгортального зрівноваження* (рис. 53) заснований на підрахунку числа підсумовувань опорної напруги молодшого розряду  $U_{\text{оп}}$ , необхідної для одержання напруги, рівної вхідній  $U_{\text{вх}}$ .

Початок перетворення вхідного безперервного сигналу визначається часом надходження імпульсу запуску, що через RS-тригер  $T$  та логічний елемент *AND* підключає вихід генератора тактових імпульсів  $G$  до лічильника імпульсів *CT*. Схема ЦАП  $D/A$ , куди надходить цифровий код з лічильника, формує вихідну напругу  $U_{D/A}$ , що порівнюється в компараторі  $K$  із вхідною напругою  $U_{\text{вх}}$ . В момент часу, коли  $U_{D/A}$  досягне значення  $U_{\text{вх}}$  або перевищить його, компаратор миттєво

змінить вихідну напругу з низького на високий рівень, що спричинить зміну вихідного рівня RS-тригера  $T$  з "1" на "0" і, як наслідок, припинення надходження тактових імпульсів на лічильник  $CT$  через логічний елемент  $AND$ . У результаті здійснюється зчитування з лічильника вихідного чотирирозрядного коду  $N$ , що представляє в момент закінчення перетворення цифровий еквівалент вихідної напруги. В описаному АЦП значення вихідного цифрового коду в процесі перетворення багаторазово змінюються, тому він має низьку швидкодію.

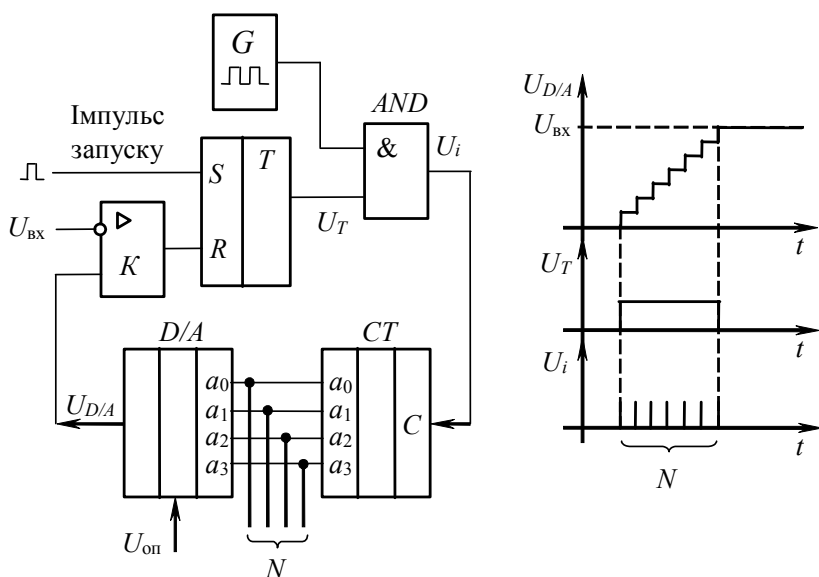


Рис. 53. Спрощена структурна схема та часові діаграми АЦП послідовного типу розгортального зрівноваження

Точність такого вимірювача визначається похибками перетворювача код–напруга  $D/A$  та пристрою порівняння  $K$  і може сягати  $\pm(0,01 \dots 0,1) \%$ . Час перетворення достатньо

великий (при кількості розрядів  $n$  максимальна напруга буде досягнута через  $(2^n - 1)$  тактів).

Вищу швидкодію забезпечують АЦП *послідовного типу з порозрядним зрівноваженням* (рис. 54). У таких АЦП вимірювана напруга  $U_{\text{вх}}$  порівнюється із ступінчастою змінною компенсуючою напругою  $U_{D/A}$ , для якої ваги сходинок неоднакові і дорівнюють  $2^{-1}$ ,  $2^{-2}$ , ...,  $2^{-n}$  часток від значення зразкової опорної напруги  $U_{\text{оп}}$ . Принцип дії цього АЦП відрізняється від вимірювача розгортального зрівноваження тим, що вихідний код  $N$  формується не одиничним наближенням  $U_{D/A}$  до  $U_{\text{вх}}$ , а порозрядною зміною коду, починаючи із старшого розряду, яка відбувається за результатами аналізу програмним пристроєм ПРП вихідного сигналу пристрою порівняння  $K$ .

З надходженням першого тактового імпульсу від генератора  $G$  програмний пристрій ПРП встановлює в першому старшому розряді одиничний рівень, що призводить до появи на виході ЦАП  $D/A$  напруги  $U_{D/A} = U_{\text{оп}}/2$  (див. рис. 54). Пристрій порівняння  $K$  порівнює цю напругу із вхідною  $U_{\text{вх}}$ . Якщо  $U_{\text{вх}} > U_{D/A}$ , то на виході  $K$  залишається попередній одиничний рівень, а в старшому розряді ПРП – логічна одиниця. Після другого тактового імпульсу  $G$  встановлюється одиниця в другому старшому розряді ПРП, який має вдвічі меншу вагу порівняно з попереднім розрядом. На виході  $D/A$  встановлюється напруга  $U_{D/A} = U_{\text{оп}}/2 + U_{\text{оп}}/4$ . Якщо  $U_{\text{вх}} > U_{D/A}$ , то на виході  $K$  встановлюється низький рівень напруги, після чого ПРП визначає стан в АЦП як перекомпенсацію і встановлює в другому старшому розряді нуль замість раніше виставленої одиниці. При цьому значення  $U_{\text{оп}}/4$  виключається з компенсаційної напруги  $U_{D/A}$ . З третім імпульсом від  $G$  встановлюється одиниця в третьому розряді ПРП з вагою  $2^3$ . Напруга  $U_{D/A} = U_{\text{оп}}/2 + U_{\text{оп}}/8$ . Якщо компаратор  $K$  показує, що перекомпенсація ще не настала, то в третьому розряді ПРП

залишається одиниця. Аналогічно опрацьовуються решта молодших розрядів. Отже, вимірювання в такому АЦП займає  $n$  тактів. Час перетворення АЦП порозрядного зрівноваження складає одиниці мікросекунд, а оскільки розрядність ПКН не накладає обмежень на швидкість схеми, то її можна вибрати достатньо великою (10...16 розрядів), що забезпечить достатньо високі метрологічні характеристики такого АЦП.

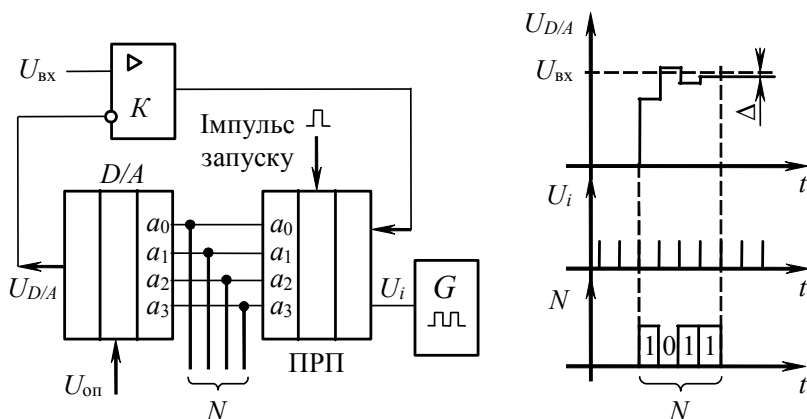


Рис. 54. Спрощена структурна схема та часові діаграми АЦП послідовного типу слідкуючого зрівноваження

Іншим типом АЦП є схеми з попереднім перетворенням напруги в частотно-часові параметри. Розглянемо для прикладу АЦП з розгортальним часовим перетворенням (рис. 55).

Імпульс запуску встановлює тригер  $T$  у початковий одиничний стан. Одночасно починає наростати пилоподібна напруга розгортки, що формується генератором  $G_2$ :

$$U_p(t) = v_p t,$$

де  $v_p = U_{pm}/T_p$  – швидкість зміни цієї напруги;  $U_{pm}$  – її амплітудне значення;  $T_p$  – час розгортки.

У момент рівності вхідної напруги  $U_{\text{вх}}$  та пилоподібної напруги  $U_p(t)$  пристрій порівняння  $K$  видає імпульс, який скидає тригер  $T$  у нульовий стан. Отже, на виході  $T$  формується одиничний імпульс тривалістю  $T_{\text{вх}} = U_{\text{вх}}/v_p$ , в границях якого лічильником  $CT$  підраховується кількість імпульсів  $N$ , що формуються генератором  $G_1$  із частотою  $f_i$ . Отримане число  $N$  пропорційне значенню напруги  $U_{\text{вх}}$ :

$$N = f_i T_{\text{вх}} = U_{\text{вх}} f_i / v_p .$$

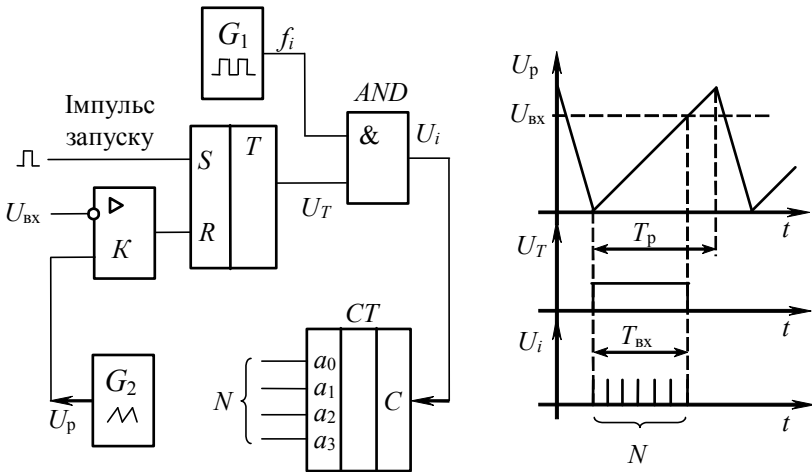


Рис. 55. Спрощена структурна схема та часові діаграми АЦП послідовного типу з розгортальним часовим перетворенням

Похибка перетворення АЦП на основі такої структури визначається нелінійністю пилоподібної напруги  $U_p(t)$  та нестабільністю порогу спрацювання пристрою порівняння і в кращому випадку становить декілька десятих-сотих відсотка. Цей метод забезпечує швидкодію не менше кількох сотень мікросекунд.

В АЦП паралельного типу операції дискретизації та квантування вхідних сигналів з подальшим кодуванням виконуються практично одночасно і дуже швидко (рис. 56). Структурна схема паралельного цифрового засобу вимірювання містить подільник напруги із  $(n + 1)$  резисторів,  $n$  компараторів напруги  $K_1, K_2, \dots, K_n$  та вихідного шифратора  $DC$ .

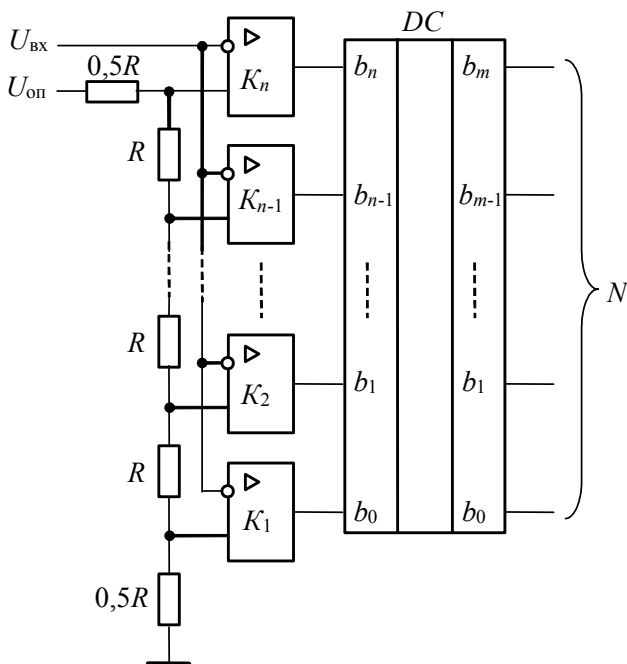


Рис. 56. Спрощена структурна схема АЦП паралельного типу

Принцип дії такої структури полягає в синхронному порівнянні вхідної напруги  $U_{\text{вх}}$  з набором опорних напруг  $U_{\text{оп}i}$ , сформованих з опорної напруги  $U_{\text{оп}}$  на відповідних виходах резисторного подільника напруги. Утворений цифровий код є паралельним одиничним кодом (нижні компаратори, для

яких  $U_{\text{вх}} > U_{\text{опі}}$ , мають стан "1", а верхні, для яких  $U_{\text{вх}} < U_{\text{опі}}$ , мають стан "0"), який за допомогою шифратора  $DC$  перетворюється в нормальний двійковий код  $N$ . Кількість компараторів АЦП дорівнює максимальній кількості квантів – для шести та восьми вихідних розрядів необхідно, відповідно, 64 та 256 компараторів. Точність даної структури визначається в основному похибками резисторного подільника та компараторів. Позитивною властивістю таких АЦП є висока швидкодія – максимальна частота перетворення може сягати 50...100 МГц.

У послідовно-паралельних схемах АЦП поєднані методи послідовного і паралельного перетворення сигналів, що істотно збільшує швидкодію послідовних перетворювачів і зменшує об'єм паралельних. Розглянемо структурну схему шестиразрядного АЦП даного типу (рис. 57). У схемі використані два трирозрядні паралельні АЦП ( $A/D_1$  та  $A/D_2$ ), один трирозрядний ЦАП ( $D/A$ ) і суматор  $\Sigma$ .

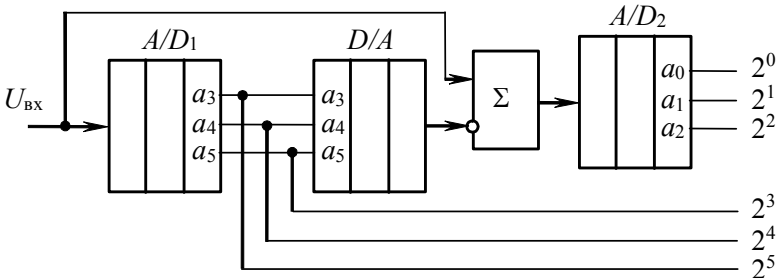


Рис. 57. Спрощена структурна схема шестиразрядного послідовно-паралельного АЦП

Аналого-цифровий перетворювач  $A/D_1$  формує з вхідної напруги три старших розряди вихідного коду, що відповідають значенням  $2^3$ ,  $2^4$  і  $2^5$ . Ці розряди надходять на вхід трирозрядного ЦАП  $D/A$ , в якому вони знову перетворюються

в аналогову напругу, що відрізняється від вхідної напруги  $U_{\text{вх}}$  на величину похибки перетворення схеми  $A/D_1$ . Аналогова напруга з виходу схеми  $D/A$  подається на суматор  $\Sigma$ , де вона віднімається з вхідної напруги  $U_{\text{вх}}$ . Отримана різниця напруг подається на другий АЦП  $A/D_2$ , в якому вона перетворюється в три молодших цифрових розряди  $2^2, 2^1, 2^0$  вихідного коду перетворювача.

Завдяки успіхам мікроелектроніки багато різновидів АЦП і ЦАП серійно виготовляються у вигляді інтегральних мікросхем, які мають високі метрологічні характеристики.

### **Контрольні питання**

1. Які операції над вхідною величиною здійснюються в аналого-цифровому перетворювачі?
  2. Які переваги мають цифрові вимірювальні прилади?
  3. Що називається цифровим кодом? У чому відмінність двійкового коду від десятичного?
  4. Назвіть основні логічні елементи. Що таке RS-тригер?
  5. Який принцип дії цифро-аналогового перетворювача?
  6. Що таке час перетворення АЦП?
-

### *Тема № 9*

## **РЕЕСТРУЮЧІ ВИМІРЮВАЛЬНІ ПРИСТРОЇ. ОСЦИЛОГРАФИ**

### **9.1. Реєструючі вимірювальні прилади**

У практиці електричних вимірювань часто необхідно знати не тільки значення вимірюваної величини в певний момент часу чи її інтегральну характеристику, але й характер зміни її миттєвого значення або залежність від іншої величини. Для цього використовують реєструючі прилади, в тому числі реєструючі (самописні) прилади прямого перетворення, світлопроменеві (електромеханічні) осцилографи, а також автоматичні реєструючі прилади зрівноважувального перетворення.

Реєструючі прилади прямого перетворення будуються на базі показувальних приладів, додатково оснащених реєструючим пристроєм, який складається із реєструючого органа та носія зображення.

Реєструючий орган (здебільшого перо спеціальної конструкції з чорнилом) механічно з'єднаний з вказівником приладу і переміщається по колу, а кут його повороту відповідає повороту рухомої частини вимірювального механізму (ВМ). Досконалішим і поширенішим є реєструючий орган зі спеціальним механізмом, який кутове переміщення рухомої ча-

стини ВМ перетворює у поступальний рух пера реєструючого органу.

Переміщення носія зображення здійснюється здебільшого від електродвигуна. Якщо швидкість переміщення носія зображення стала, то записується зміна вимірюваної величини в часі, а якщо переміщення пропорційне значенню деякої іншої величини, то записується функціональна залежність однієї величини від іншої (двокоординатний самописець).

Конструктивно реєструючі пристрої різні, але всім їм властивий спільний недолік – переміщення реєструючого органу по носію викликає додатковий момент тертя. Запис вимірювальної інформації може здійснюватись чорнилом на звичайному папері. Цей спосіб хоч і дешевий, але не досконалий. Широке застосування знаходить електротермічний запис на металізованому папері. У цьому випадку через записувальний пристрій (штифт) пропускають електричний струм, внаслідок чого з діаграмного паперу випаровує тонкий металевий шар, утворюючи чітке та надійне зображення.

Самописці на базі показувальних приладів служать для реєстрації вимірюваних величин, що змінюються в часі повільно, звичайно в діапазоні частот до 50 Гц. Швидкодіючі реєструючі прилади можуть реєструвати миттєві значення в діапазоні частот від 100 Гц до декількох кілогерц. Як вимірювальний механізм таких приладів (світло-променевих осцилографів) використовують магнітоелектричний гальванометр з рухомою рамкою у вигляді петлі (один виток) – це петлеві осцилографічні гальванометри, або у вигляді рамки з великою кількістю витків (рамкові осцилографічні гальванометри).

Петлеві осцилографічні гальванометри мають дуже малий момент інерції, а отже, високу частоту власних коливань (приблизно до 15 кГц) і можуть використовуватись для реєстрації швидкозмінних процесів. Однак вони мають порівняно

невисоку чутливість, а при повному відхиленні рухомої частини споживають до 50 мА.

Рамкові осцилографічні гальванометри чутливіші, ніж петлеві, для повного відхилення рухомої частини споживають лише декілька міліампер, але вони інерційніші.

Практично всі сучасні осцилографічні гальванометри мають світлопроменеву реєстрацію, світловий промінь відбитий від дзеркальця, закріпленого на рухомій частині, реєструється або на звичайному фотопапері з наступним хімічним проявленням, або на спеціальному фотопапері, чутливому до ультрафіолетового випромінювання.

Найпоширеніші електромеханічні осцилографи прямого перетворення є класу точності від 1,5 до 4.

## **9.2. Електронно-променеві осцилографи**

Електронно-променевий осцилограф – прилад для візуального спостереження електричних процесів, представлених у формі напруги, а також вимірювання різних параметрів сигналів. За допомогою електронно-променевого осцилографа визначають миттєві значення параметрів і часові характеристики.

Основним вузлом осцилографа є електронно-променева трубка, що представляє собою скляну колбу, в якій створений вакуум. Група електродів, що включає катод К із ниткою розжарювання НР, сітку С та аноди  $A_1$  і  $A_2$ , утворюють електронну гармату, призначену для одержання вузького пучка електронів – електронного променя. Відхиляюча система трубки складається з двох пар пластин: горизонтальні пластини використовуються для відхилення променя по вертикалі (це вертикально відхиляючі пластини ВП), вертикальні пластини – для відхилення променя по горизонталі (це горизонтально відхиляючі пластини ГП). Екран Е трубки покри-

вається спеціальною речовиною – люмінофором, що світиться під дією електронів, які вдаряються в нього.

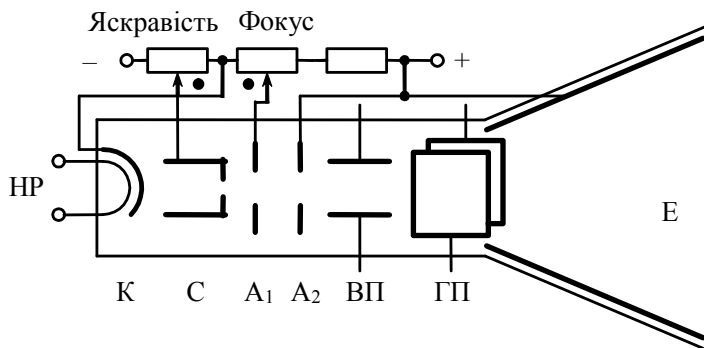


Рис. 58. Електронно-променева трубка

Поверхня катода покривається оксидними речовинами, що легко віддають електрони при підігріві за допомогою нитки розжарювання НР. На сітку, що має форму циліндра з отвором у торці, подається негативна щодо катода і регульована напруга, яка використовується для зміни кількості електронів у промені і регулювання за рахунок цього яскравості плями на екрані (потенціометр "Яскравість").

За допомогою системи анодів, на які подані позитивні щодо катода напруги, здійснюються розгін електронів до необхідної швидкості і фокусування пучка електронів у крапку на екрані трубки (регулювання напруги виконується потенціометром "Фокус").

Відхилення електронів, що летять між пластинами, відбувається під дією електричного поля, створюваного напругою, яка підводиться до пластин. Величина

$$S = h/U$$

є чутливістю осцилографа по відповідній осі, де  $h$  – зсув плями на екрані при подачі на пластини напруги  $U$ .

Внутрішня поверхня трубки покривається провідниковим шаром металу або графіту (аквадагом), що з'єднується з анодом  $A_2$ . Цей шар служить електростатичним екраном і захищає трубку від впливу зовнішніх електричних полів. Для захисту від зовнішніх магнітних полів трубку поміщають у кожух з магнітом'якого матеріалу (наприклад, пермалоя).

Зображення на екрані досліджуваної напруги створюється в такий спосіб. Досліджуваний сигнал підводиться до вертикально відхиляючих пластин і викликає зсув променя по вертикалі. Для одержання зображення необхідно, щоб промінь одночасно переміщався з постійною швидкістю по горизонталі, що досягається подачею лінійно змінюваної напруги між горизонтально відхиляючими пластинами. Проміжок часу  $t_{\text{п}}$  називають часом прямого (робочого) ходу променя (рис. 59). Протягом цього часу під дією лінійно змінної напруги  $U_x$  світла точка переміщується на екрані зліва направо з рівномірною швидкістю. Протягом часу  $t_3$  (зворотного ходу) промінь повертається справа наліво у початкове положення ( $t_3 \ll t_{\text{п}}$ ). Умовою нерухомого зображення є кратність відношення періоду розгортаючої напруги  $T_{\text{р}}$  до періоду досліджуваного сигналу  $T_{\text{с}}$ , тобто співвідношення  $T_{\text{р}}/T_{\text{с}}$  дорівнює цілому числу.

У структурній схемі осцилографа можна виділити наступні основні частини:

- 1) канал вертикального відхилення (канал  $Y$ ), що включає дільник напруги ДН, підсилювач  $A_y$ , лінію затримки ЛЗ;
- 2) канал горизонтального відхилення (канал  $X$ ), що включає генератор розгортаючої напруги (генератор розгортання ГР) та підсилювач  $A_x$ .

Як підсилювачі  $A_y$  універсальних осцилографів використовуються, як правило, підсилювачі постійної напруги, що мають широку смугу пропускання ( $f_{\text{в}} = 1 \dots 25$  МГц), великий

вхідний опір та необхідний коефіцієнт підсилення. Зміна загальної чутливості каналу  $Y$  виконується за допомогою ДН.

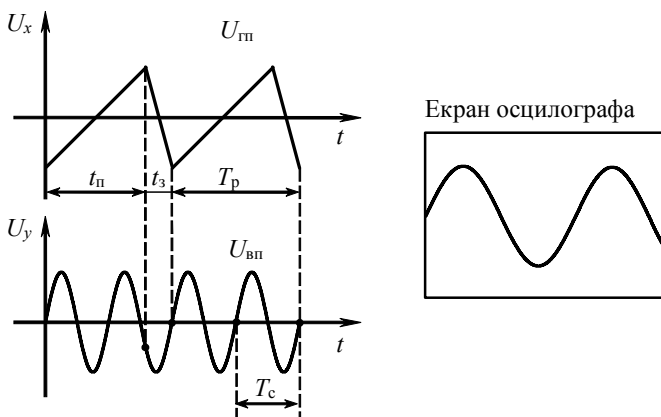


Рис. 59. Лінійна розгортка

Канал  $X$  осцилографа може працювати у двох основних режимах: розгорнення і підсилення сигналу, поданого на вхід  $X$ . Режим роботи каналу обирається за допомогою перемикача  $SA_2$ : положення 1 відповідає режимові розгорнення; положення 2 – підсиленню сигналу. У режимі розгорнення напруга ГР через  $A_x$  подається на горизонтально відхиляючі пластини.

Процес примусової генерації генератором розгортання ГР напруги з частотою, яка дорівнює або кратна частоті досліджуваного сигналу, називається синхронізацією. Для здійснення синхронізації в схему генератора розгортання вводиться синхронізуючий (запускаючий) сигнал. В якості такого сигналу можна використовувати досліджуваний або зовнішній сигнал, частота якого дорівнює або кратна частоті досліджуваного сигналу. Синхронізація роботи генератора ГР досліджуваним сигналом (положення 1 перемикача  $SA_1$ ) називається

внутрішньою. При зовнішній синхронізації (положення 2) на вхід "Зовнішня синхронізація" необхідно подати синхронізуючий сигнал. Як зовнішній синхронізуючий сигнал може бути використана напруга мережі 220 В, 50 Гц.

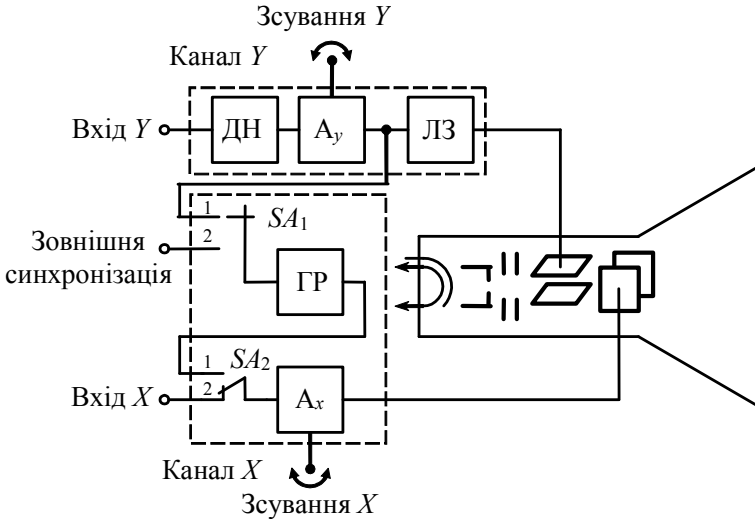


Рис. 60. Структурна схема осцилографа

Генератор розгорнення має два основних режими роботи: безперервного та очікуючого розгорнення. У безперервному режимі генератор розгорнення працює в автоколивальному режимі, а синхронізуючий сигнал використовується для завдання і підтримки частоти розгортаючої напруги, яка дорівнює або кратна частоті цього сигналу. В очікуючому режимі генератор знаходиться в стані очікування, а при надходженні досліджуваного (або зовнішнього синхронізуючого) сигналу генерує тільки один період напруги розгорнення.

У реальних ГР початок розгорнення запізнюється щодо синхронізуючого сигналу. Тому, якщо використовується

внутрішня синхронізація і сигнал на пластини ВП трубки надійде раніше, ніж почнеться розгорнення, зображення початкової частини сигналу на екрані буде відсутнє. Часова затримка сигналу в каналі  $Y$  за допомогою лінії затримки ЛЗ дозволяє одержати на екрані зображення в початковій частині досліджуваного сигналу.

Найбільш важливими з погляду застосування осцилографа є наступні його технічні характеристики:

- 1) чутливість каналу  $S$  або зворотний параметр коефіцієнт відхилення  $k = 1/S$ , що має одиницю В/м (10 мВ/см...20 В/м);
- 2) смуга пропускання осцилографа, тобто діапазон частот, в границях якого коефіцієнт підсилення каналу  $Y$  змінюється не більше ніж на 3дБ;
- 3) діапазон швидкостей розгорнення;
- 4) вхідний опір (звичайно  $R_{вх} = 0,5; 1; 10$  МОм) і вхідна ємність ( $C_{вх} = 10...50$  пФ);
- 5) похибка вимірювання напруги та тривалості часових інтервалів (не більше ніж  $\pm 10...30\%$ ).

Крім розглянутих однопроменевих осцилографів є також двопроменеві осцилографи (на основі двопроменевих трубок) із двома незалежними й ідентичними каналами  $Y$  і загальним каналом  $X$ . Смуга пропускання універсальних осцилографів обмежена 100...200 МГц.

### 9.3. Цифрові осцилографи

Цифровий осцилограф дозволяє одночасно спостерігати на екрані сигнал і отримувати чисельні значення ряду його параметрів з більшою точністю, ніж це можливо шляхом зчитування цих величин з екрана електронно-променевого осцилографа. Це можливо тому, що параметри сигналу вимірюються безпосередньо на вході цифрового осцилографа,

тоді як сигнал, що пройшов через канал вертикального відхилення звичайного осцилографа, може бути виміряний з суттєвими помилками.

Основними параметрами, вимірюваними сучасними цифровими осцилографами, є амплітуда сигналу, його частота або тривалість. На екрані осцилографа, крім самих осцилограм, відображається стан органів керування (чутливість, період розгортки й т. п.).

Передбачений вивід інформації з осцилографа на принтер, флеш-пам'ять та локальну мережу. Однак цим не обмежуються можливості цифрових осцилографів. Мікропроцесор цифрового осцилографа дозволяє визначати діюче значення напруги, розтягувати в часі фрагменти записаного в пам'ять сигналу, додавати й віднімати сигнали на різних каналах, визначати частотний спектр сигналу шляхом застосування швидкого перетворення Фур'є та ін.

Таким чином, до основних переваг цифрових осцилографів можна віднести:

- високу точність вимірів (2...4 %);
- широку смугу пропускання (до 200 МГц);
- можливість зберігати зображення та чисельну інформацію про вимірюваний сигнал в пам'яті осцилографа або зовнішньому носії;
- автоматичні засоби виміру параметрів сигналів;
- можливості математичної й статистичної обробки сигналу;
- засоби самодіагностики й самокалібрування.

Розглянемо структурну схему типового двоканального цифрового осцилографа (рис. 61).

Пройшовши через пристрій масштабування ПМ (підсилювач, атенуатор – аналогічний схемі електронно-променевого осцилографа), вхідна напруга кожного каналу  $u(t)$  над-

ходить до пристрою вибірки та зберігання ПВЗ, потім на інформаційний вхід аналого-цифрового перетворювача (АЦП). З таймера на АЦП поступають ще й тактові імпульси  $U_T$  з періодом слідування  $T$ .

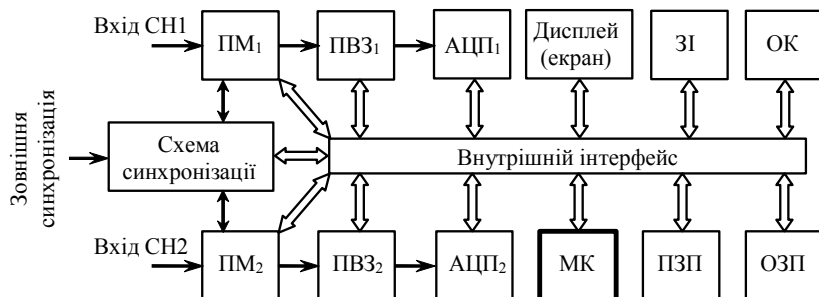


Рис. 61. Спрощена структурна схема двоканального цифрового осцилографа

При надходженні в деякий  $i$ -й момент часу  $t_i$  одного з них, АЦП перетворює миттєве значення амплітуди сигналу у двійковий код. У кінці такого перетворення АЦП видає на мікроконтролер МК відповідний сигнал.

Кожне нове кодове слово через внутрішній інтерфейс записується в оперативний запам'ятовуючий пристрій (ОЗП). При цьому всі попередньо записані у нього дані зсуваються на одну комірку (регістр зсуву), а дані з найпершої комірки зникають, якби «виштовхуються». Якщо ОЗП складається з  $m$  гнізд, то в ньому утримується  $m$  останніх, «свіжих», кодових слів. Так триває до тих пір, поки не буде виконана якась задана умова, наприклад, коли яка-небудь  $u(t_i)$  уперше перевищить заданий оператором рівень («запуск за рівнем»). Після цього вміст деякої кількості комірок ОЗП передається у внутрішній запам'ятовуючий пристрій (ЗП), що входить до складу мікроконтролера.

Кожній комірці цього ЗП відповідає точка на екрані, яка по кольору відмінна від тіла екрану. Її абсцису визначає номер комірки, а ординату – кодове слово, що перебуває в цій комірці. Таким чином, на екрані виникає осцилограма, яка представляє собою набір точок, що світяться. Для отримання неперервної осцилограми після ЗП встановлюють блок згладжування – фактично фільтр низьких частот.

Для якісного зображення сигналу на екрані цілком достатньо 2 точки на 1 мм. Середніх розмірів дисплей має висоту 100 мм і ширину 120 мм. Отже, на екрані повинні розташовуватися  $200 \times 240 = 48\,000$  точок.

В цифровому осцилографі є можливість автоматичної установки коефіцієнтів горизонтального і вертикального відхилення. При цьому амплітудні й часові параметри досліджуваного сигналу визначаються за допомогою вбудованих у прилад вимірювачів. На підставі даних вимірів мікропроцесорний контролер МК робить обчислення необхідних коефіцієнтів відхилення та розгорнення й через інтерфейс установлює ці коефіцієнти в апаратній частині каналів вертикального й горизонтального відхилення. Це забезпечує на екрані оптимальні розміри зображення по вертикалі й горизонталі, а також автоматичну синхронізацію сигналу.

Мікроконтролер також опитує положення органів керування ОК на передній панелі, і дані опитування після кодування знову надходять у МК, який через внутрішній інтерфейс включає відповідний режим автоматичного вимірювання. Результати відображаються на дисплеї та можуть зберігатися необмежено довго у постійному запам'ятовуючому пристрої (ПЗП). За необхідності отримана інформація через зовнішній інтерфейс ЗІ передається до комп'ютера, зовнішнього накопичувача інформації або принтера.

### **Контрольні питання**

1. Яка будова електронно-променевої трубки електронного осцилографа?
2. Від чого залежить чутливість електронно-променевої трубки?
3. Які основні елементи структури електронного осцилографа?
4. Для чого призначена лінії затримки в каналі вертикального відхилення?
5. Що таке лінійна розгортка та для чого вона використовується?



*Тема № 10*  
**ВИМІРЮВАННЯ ЧАСТОТИ,  
ПЕРІОДУ Й КУТА ЗСУВУ ФАЗ**

**10.1. Вимірювання кута зсуву фаз**

Вимірювання кута зсуву фаз між напругою і струмом навантаження на промисловій частоті, кута зсуву між двома гармонійними напругами (наприклад, вхідною і вихідною напругами чотириполосника, підсилювача) у залежності від частоти, кута зсуву по фазі між двома періодичними напругами однакової частоти будь-якої форми – ці задачі часто зустрічаються в дослідницькій і виробничій практиці. Методи вимірювання, принципи побудови приладів залежать від діапазону частот, форми сигналів, його амплітуди, потужності джерел сигналів, необхідної точності вимірювання.

**Електромеханічні фазометри.** Для побудови фазометрів використовуються електродинамічні і феродинамічні логометри, що призначені для вимірювання кута зсуву фаз між напругою і струмом у навантаженні і коефіцієнта потужності.

Рухома частина механізму з двох жорстко скріплених між собою під кутом  $60^\circ$  рамок кріпиться на осях в опорах. Рухомі обмотки 2 та 3 підключаються до напруги  $U$  через відповідні ланцюги опорів. Струми, що протікають по обмотках, мають сталий зсув по фазі  $\psi$ , який визначається наявністю індук-

тивності  $L_3$  в ланцюзі обмотки 3. Через нерухому обмотку 1 протікає струм навантаження  $I_{\text{нав}}$ , який відносно  $U$  має зсув по фазі  $\varphi$ . Механічний протидіючий момент у механізмі відсутній. За певних умов кут повороту рухомої частини приладу дорівнює вимірюваному куту зсуву фаз  $\varphi$ . Прилад має лінійну шкалу. Його показання практично не залежать від нестабільності (у межах 10...20 %) напруги на навантаженні. Недоліком є порівняно велика споживана потужність від джерела сигналу (5...10 ВА) і залежність показань від частоти. Приведена похибка лабораторних фазометрів дорівнює  $\pm 0,5\%$ .

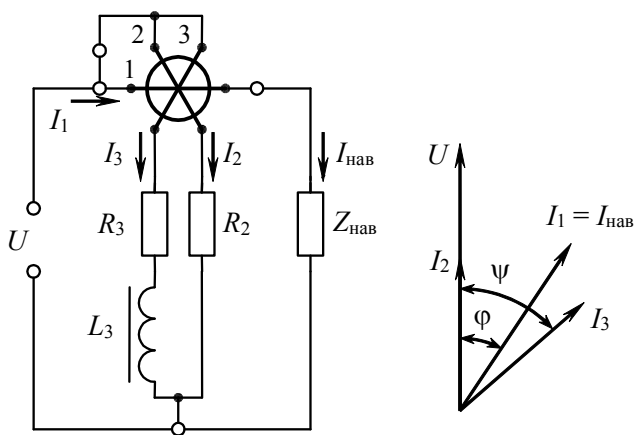


Рис. 62. Електродинамічний фазометр

На основі електродинамічних механізмів можлива побудова фазометрів для вимірювання  $\cos \varphi$  в симетричних трифазних ланцюгах змінного струму, які за принципом дії подібні до однофазного фазометра.

**Електронний фазометр.** Вимірювання кута зсуву фаз між двома періодичними напругами (однієї частоти) у діапазоні частот до 1 МГц виконується за допомогою електронних

фазометрів. Структурна схема електронного фазометра наведена нижче (рис. 63).

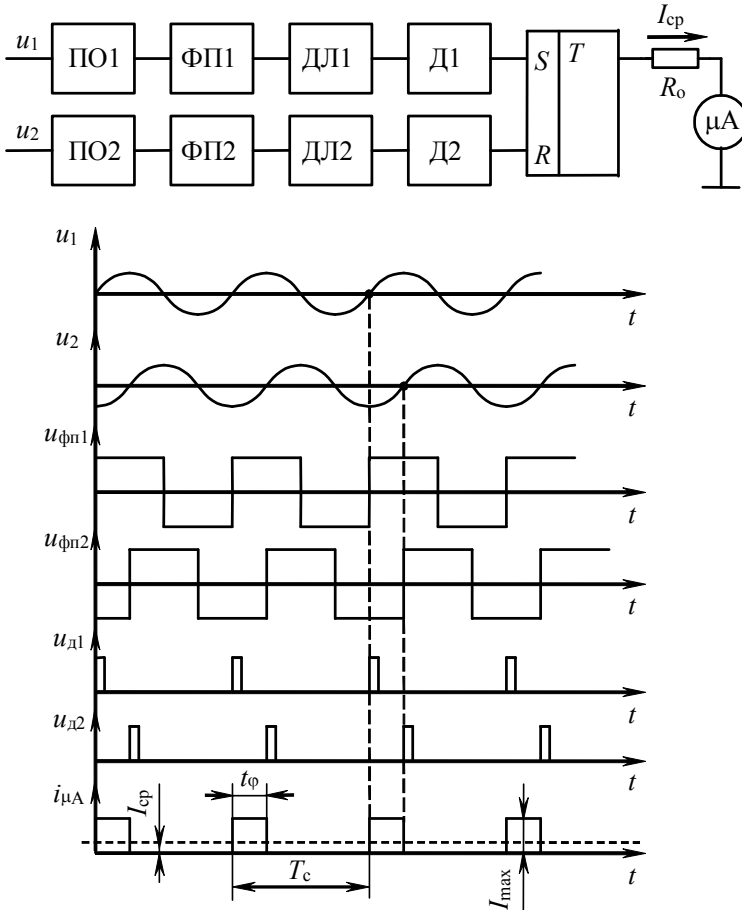


Рис. 63. Електронний фазометр

Напруги  $u_1$  і  $u_2$  подаються на два входи приладу. В обох каналах напруги підсилюються і, якщо їхні амплітуди досить великі, обмежуються підсилювачами-обмежниками ПО1

і ПО2, а за допомогою формуючих пристроїв ФП1 і ФП2 перетворюються в напруги прямокутної форми з крутими фронтами. Кут зсуву фаз між цими напругами дорівнює куту зсуву фаз вхідних напруг. Диференціюючими ланцюгами ДЛ1 і ДЛ2 формуються короткі імпульси в моменти часу, коли напруги  $u_{\text{фп}}$  зазнають різкої зміни рівня. Через діодні ланцюги Д1 і Д2 позитивні імпульси надходять на входи двостабільної схеми (наприклад, RS-тригер  $T$ ). До виходу тригера  $T$  підключений магнітоелектричний мікроамперметр. Тривалість імпульсу  $t_{\phi}$  на виході тригера  $T$  зв'язана з фазовим зсувом наступним співвідношенням:  $t_{\phi} = \phi / (2 \pi f)$  (де  $f$  – частота сигналів). Тоді середнє значення струму, який протікає через прилад, дорівнює  $I_{\text{ср}} = I_{\text{max}} t_{\phi} / T_{\text{с}} (I_{\text{max}} - \text{амплітуда струму в імпульсі, що обмежується опором } R_0; T_{\text{с}} = 1/f - \text{період вхідних напруг})$ .

Шкала приладу лінійна і не залежить від частоти. Електронні фазометри працюють у широкому діапазоні частот, мають великий вхідний опір (малу споживану потужність від джерел сигналів).

**Вимірювання кута зсуву фаз осцилографом.** При застосуванні осцилографа для вимірювання кута зсуву фаз найбільше поширення одержали методи лінійного розгорнення й еліпса.

Метод лінійного розгорнення припускає застосування двопробеневого осцилографа або однопробеневого осцилографа з електронним комутатором. У цьому випадку на екрані осцилографа створюється зображення двох напруг (рис. 64), кут зсуву  $\phi_x$  між якими необхідно виміряти. Якщо напруги  $u_1$  і  $u_2$  на вхід У осцилографа подаються через електронний комутатор, то зображення створюються штриховими лініями (частота комутації має бути значно вищою за частоту  $f$  напруг  $u_1$  та  $u_2$ ). По вимірюваних відрізках  $ab$  і  $ac$  обчислюється  $\phi_x = (ab/ac) 360^\circ$ .

Метод еліпса використовується для вимірювання кута зсуву фаз між синусоїдальними напругами однієї частоти  $f$  і дозволяє вимірювати  $\varphi_x$  у межах  $0 \dots 90^\circ$  без визначення знаку кута зсуву фаз. Напруги  $u_1$  і  $u_2$  подаються на входи каналів  $Y$  і  $X$ . На екрані осцилографа створюються зображення еліпса (рис. 65), його відцентровують та визначають відрізок, який відсікає еліпс на відповідній осі, і довжину максимального розмаху еліпсу вздовж тієї ж осі. Співвідношення довжин отриманих відрізків вздовж відповідної осі дорівнює модулю синуса кута зсуву фаз:

$$\sin(\varphi_x) = ab/cd = fg/eh.$$

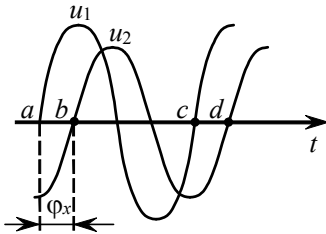


Рис. 64. Вимірювання кута зсуву фаз методом лінійного розгортання

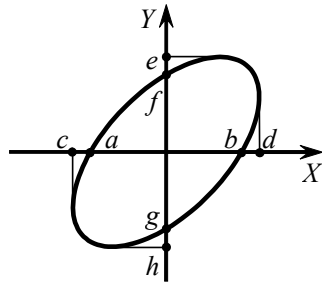


Рис. 65. Вимірювання кута зсуву фаз методом еліпса

**Цифровий фазометр.** На рис. 66 наведена спрощена структурна схема цифрового фазометра – приладу для вимірювань зсуву фаз між двома синусоїдальними сигналами частотою  $f = 1/T_c$ .

Принцип дії фазометра полягає у перетворенні вимірюваного зсуву фаз між сигналами  $u_1(t)$  та  $u_2(t)$  в часовий інтервал  $t_x$ , який отримується тим самим способом, що і у випадку електронного фазометра (див. рис. 63). Високий рівень

напруги, що подається протягом інтервалу  $t_x$  на логічний елемент  $AND$ , запускає лічильник  $CT$ , який починає рахувати імпульси, що надходять із частотою  $f_0$  від генератора прямокутної напруги  $G$ . Коли інтервал  $t_x$  завершиться, лічильник зупиниться та на його виході встановиться двійкове число, що відповідає кількості імпульсів  $n_x$  за час  $t_x$ . Очевидно, що сигнали  $u_1(t)$  та  $u_2(t)$  зсунуті в часі на інтервал, пропорційний отриманому числу  $n_x$ :

$$t_x = n_x / f_0 .$$

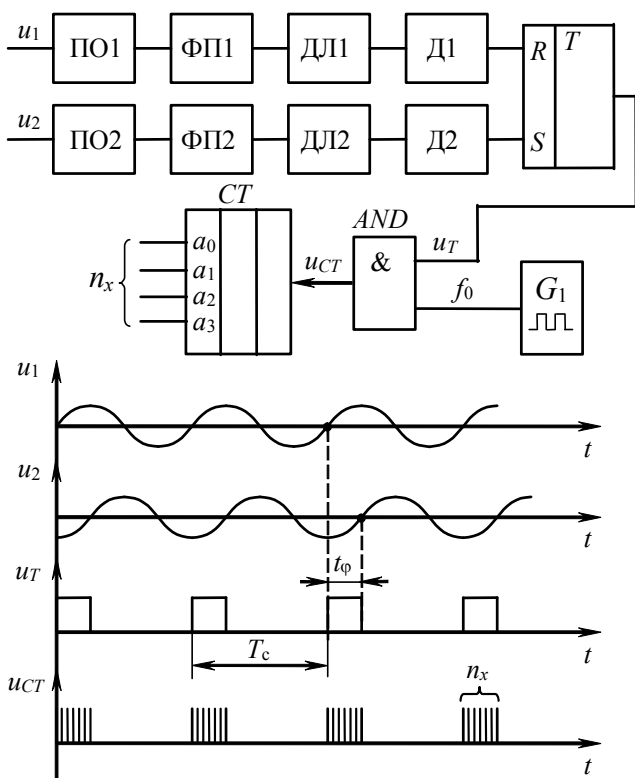


Рис. 66. Цифровий фазометр

Якщо відомий період сигналів  $T_c$ , зсув фаз у радіанах визначається за формулою:

$$\varphi = \frac{2\pi}{T_c f_0} n_x = \frac{2\pi f}{f_0} n_x.$$

Такі фазометри використовуються для вимірювань зсуву фаз між гармонічними чи імпульсними сигналами частотою до декількох мегагерц з точністю до сотих часток відсотка.

### 10.2. Вимірювання частоти та періоду

Вимірювання частоти  $f$  електричних коливань в електроенергетиці, електрофізиці, техніці зв'язку, радіоелектроніці є широко розповсюдженим видом вимірювання. Що стосується періоду, то, як відомо, він зворотно пропорційний частоті  $T_c = 1/f$ . Тому вимірювання обох параметрів нерозривно пов'язані.

**Електромеханічні частотоміри.** Використовуються для вимірювання частот у діапазоні 20...2500 Гц, в основному в енергетичних ланцюгах, і створюються на основі електромагнітних, електродинамічних (феродинамічних) механізмів.

Найбільш простим є електромагнітний резонансний (вібраційний) частотомір. Напруга вимірюваної частоти підводиться до обмотки електромагніта. У полі електромагніта розташовуються сталеві пластини, один кінець яких закріплений нерухомо. Вільний кінець загнутий і пофарбований яскравою фарбою. Кожна пластина має визначену частоту власних коливань. Під дією електромагнітного поля і сил пружності пластини роблять коливальні рухи. З найбільшою амплітудою коливається пластина, частота власних коливань якої відповідає подвоєній частоті поданої напруги. Межі вимірювання по частоті таких частотомірів невеликі, наприклад 45...55 або 450...550 Гц. Відносна похибка вимірювань частоти 1...2,5 %.

Електрична схема електродинамічного частотоміра на основі логометричного механізму і векторна діаграма струмів наведені на рис. 67. Рамки рухомої частини 2 та 3 скріплені між собою під кутом  $90^\circ$ . Параметри контуру  $L_3$ ,  $C_3$  і  $R_3$  підібрані таким чином, що частота резонансу напруг близька до середньої частоти діапазону вимірювання.

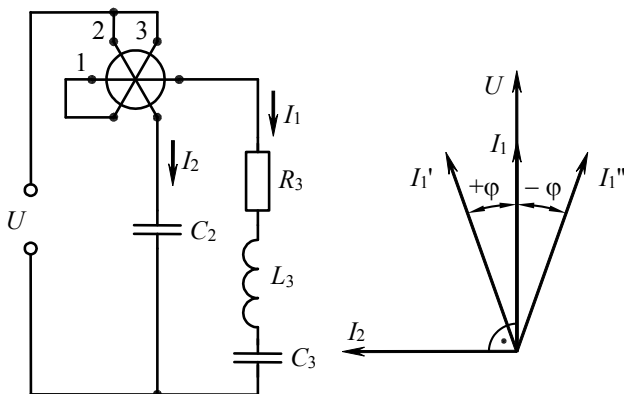


Рис. 67. Електродинамічний частотомір

Принцип дії електродинамічних частотомірів заснований на використанні залежності кута зсуву фаз струму  $I_1$  відносно  $U$  напруги від частоти  $f$ . У відповідності до рис. 67, струм  $I_2$  буде випереджати напругу  $U$  на  $90$  електричних градусів незалежно від  $f$ , тому що електричний ланцюг складається лише з ємності  $C_2$ . В той же час кут зсуву  $\varphi$  між струмом  $I_1$  та напругою  $U$  залежить від частоти  $f$ :

$$\varphi = \arctan \frac{(2\pi f)^2 L_3 C_3 - 1}{2\pi f C_3 R_3}.$$

Момент, що діє на рамку зі струмом в електродинамічному механізмі, залежить від кута зсуву між струмами в рухомій

рамці і нерухомій котушці 1. Тому зміна частоти викличе зміну моменту, що діє на рамку 2, умови рівноваги порушуються, що призведе до зміни кутового положення стрілки механізму для досягнення нового положення рівноваги.

На рис. 68 наведена конструкція електромагнітного логометра й електрична схема частотоміра на його основі. Струми в ланцюгах логометра розподіляються зворотно пропорційно повним опорам гілок, які в свою чергу по-різному залежать від частоти. Параметри ланцюгів підібрані так, що при середній частоті діапазону струми рівні і показчик займає положення, яке відповідає середній частоті.

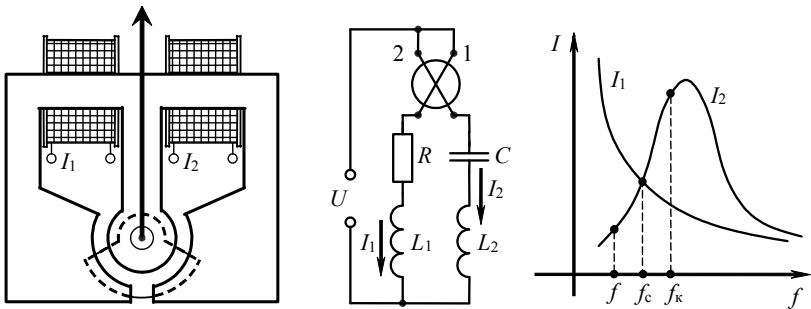


Рис. 68. Конструкція електромагнітного логометра та електрична схема частотоміра на його основі

Електродинамічні й електромагнітні частотоміри мають вузькі межі вимірювання ( $\approx \pm 10\% f_{cp}$ ),  $\gamma = 0,5 \dots 2,5\%$ , споживану потужність до 10 Вт, номінальну напругу 36...380 В.

**Електронні конденсаторні частотоміри.** Використовуються для вимірювання частоти періодичних напруг у діапазоні 20 Гц...500 кГц. Приведена похибка таких приладів  $\gamma = 0,5 \dots 2,5\%$ .

Напруга вимірюваної частоти подається на вхід підсилювача формувача ПВ (рис. 69), що підсилює сигнал і формує

з нього прямокутну напругу  $U_k$ . Цією напругою керується схема електронного ключа ЕК. При розімкненому стані ключа протягом половини періоду конденсатор  $C$  через  $R$  заряджається до значення  $E$ . Струм заряду протікає через діод  $VD1$  і рамку магнітоелектричного вимірювального механізму ВМ. При замиканні ЕК конденсатор розряджається через замкнений ЕК і діод  $VD2$ . Таким чином, за один період через прилад проходить заряд  $q = CE$ , і тому середнє значення струму в його ланцюзі дорівнює

$$I_{cp} = q/T_x = C E f_x.$$

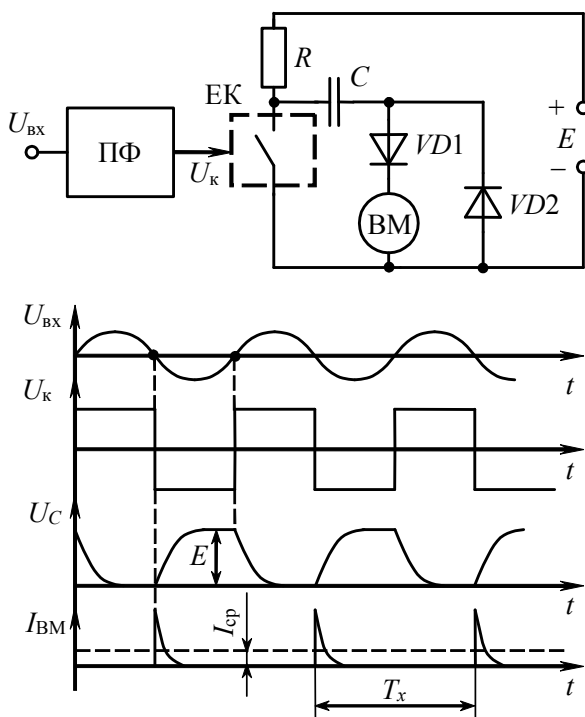


Рис. 69. Електронний частотомір

Електронні частотоміри мають досить великий вхідний опір, а отже, споживають малу потужність від джерела сигналу.

**Вимірювання частоти осцилографом.** При застосуванні осцилографа для вимірювання частоти найбільш часто використовуються методи лінійного і колового розгорнень, а також фігур Ліссажу.

Метод лінійного розгорнення при відомому масштабі часу по осі  $X$  дозволяє виміряти період сигналу

$$T_x = m_t l_x \quad f_x = 1/T_x ,$$

де  $l_x$  – розмір по осі  $x$ , який займає один період сигналу (наприклад, відрізок  $ac$  або  $bd$  на рис. 64);  $m_t$  – масштаб часу по осі  $x$ , с/см або с/поділку.

Метод фігур Ліссажу використовується для вимірювання частоти синусоїдальних напруг. На один із входів (наприклад, на вхід каналу  $Y$ ) подається напруга вимірюваної частоти  $f_x$ . На вхід каналу  $X$ , що працює в режимі посилення (генератор розгортки відключений), подається напруга з відомою частотою  $f_0$ . Світлова точка на екрані під дією двох взаємно перпендикулярних і змінюваних за гармонійним законом відповідно з частотами  $f_x$  і  $f_0$  електричних сигналів викреслює деяку складну криву. Якщо співвідношення частот виражається відношенням цілих чисел, то результуюча крива (фігура Ліссажу) представляється у вигляді нерухомого зображення (рис. 70). Для визначення співвідношення частот необхідно порахувати найбільше число перетинань вертикальною  $N_y$  і горизонтальною  $N_x$  прямими фігури, що спостерігається. Складається співвідношення

$$f_y/f_x = N_x/N_y ,$$

де  $f_y$  і  $f_x$  – частоти напруг, подаваних на канали  $Y$  і  $X$  осцилографа.

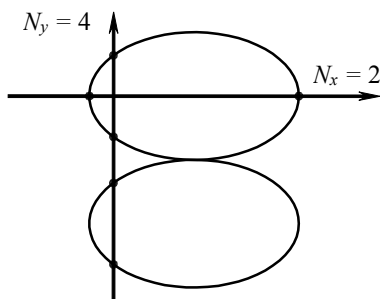


Рис. 70. Вимірювання частоти методом фігур Ліссажу

При використанні методу колового розгорнення на входи обох каналів осцилографа (генератор розгортки відключений) подають напруги однієї (відомої) частоти  $f_0$ , але зсунуті по фазі на  $90^\circ$ . На екрані одержують окружність. Час, за який електронний промінь описує окружність, дорівнює періодові напруги з частотою  $f_0$ . Подавши напругу невідомої частоти  $f_x$  на сітку електронно-променевої трубки, при цілому співвідношенні частот  $f_x/f_0 = n$  одержимо ряд нерухомих дуг (рис. 71). Число таких дуг дорівнює числу  $n$ .

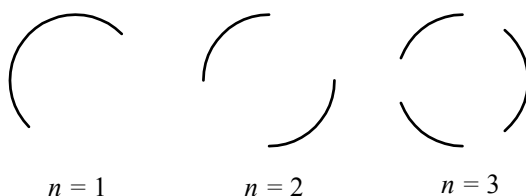


Рис. 71. Вимірювання частоти методом колового розгорнення

Осцилографічні методи вимірювання частоти прості, але їхнє застосування вимагає генератора гармонійних коливань, частоту яких можна змінювати, а її значення повинно бути відоме.

**Цифрові прилади для вимірювання частоти та періоду.** Основною операцією цифрових засобів вимірювань з квантуванням частотно-часових параметрів є підрахунок кількості імпульсів – так зване число-імпульсне перетворення, при якому результат визначається кількістю імпульсів  $n_x$ , що надійшли в лічильник протягом певного періоду часу.

Найчастіше метод послідовного числення застосовують при побудові вимірювачів частотно-часових параметрів неперервних та імпульсних сигналів, зокрема вимірювачів тривалості часових інтервалів, частоти, періоду, фази (див. рис. 66), відношення частот тощо.

Спрощена структурна схема вимірювача інтервалів часу (хронометра) наведена на рис. 72. Часовий інтервал  $t_x$  вимірюється підрахунком кількості імпульсів стабільної частоти  $f_0 = 1/T_0$ , які надходять до лічильника імпульсів за час його тривалості.

Формувач імпульсів ФІ із вхідного сигналу довільної форми формує імпульсні сигнали тривалістю  $t_x$  прямокутної форми. За проміжок часу  $t_x$  підраховується кількість імпульсів, які надходять на вхід лічильника імпульсів СТ, а результат відображається на пристрої відображення інформації ПВІ. Вимірюваний проміжок часу пропорційний кількості імпульсів, підрахованих лічильником імпульсів:

$$t_x = n_x / f_0.$$

При такому перетворенні виникає похибка квантування, яка зумовлена несинхронністю початку та закінчення вимірюваного інтервалу  $t_x$  з моментами появи відповідних квантуючих імпульсів. У найгіршому випадку похибка квантування не перевищує  $\pm 1$  імпульс, а відносне значення цієї похибки становить  $\delta = \pm 1/n_x = \pm 1/(f_0 t_x)$ , тобто похибка є обернено пропорційною до тривалості вимірюваного інтервалу.

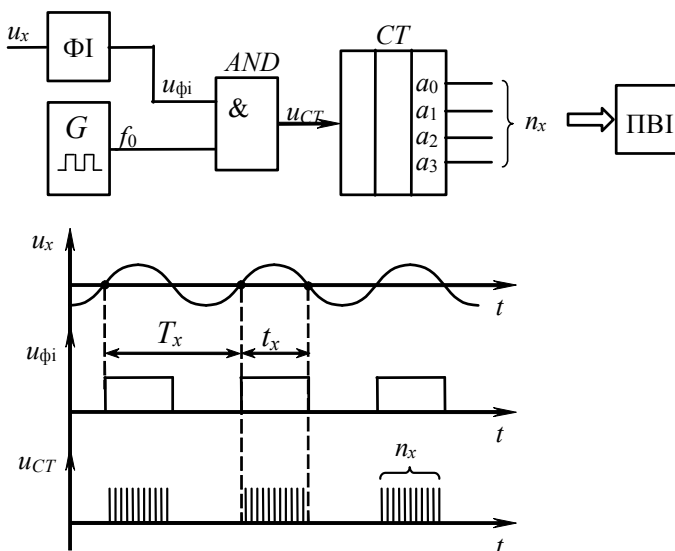


Рис. 72. Спрощена схема цифрового приладу для вимірювання часового інтервалу

Цифрові вимірювачі періоду відрізняються від вимірювачів часових інтервалів наявністю замість формувача імпульсів пристрою виділення одного або декількох періодів  $T_x$  вхідного сигналу. При цьому вимірюваний період  $nT_x$  (де  $n = 1, 2, 3, \dots$  – ціле число) квантується імпульсами частоти  $f_0$  від генератора зразкової частоти  $G$ .

При малих значеннях періоду (велика частота) використовують режим вимірювання частоти: задають точно відомий проміжок часу  $T_3 = n/f_0$  (де  $n = 1, 2, 3, \dots$  – ціле число) і заповнюють його імпульсами тривалістю  $T_x$ . У цьому випадку кількість імпульсів  $n_x$ , яка пройшла на СТ, пропорційна частоті вимірюваного сигналу  $f_x$ :

$$f_x = n_x / T_3.$$

Тут похибка квантування також не перевищує  $\pm 1$  імпульс, а відносне значення цієї похибки становить  $\delta = \pm 1/n_x = \pm 1/(f_x T_0)$ , тобто похибка квантування зростає зі зменшенням вимірюваної частоти.

Наприклад, при часі вимірювання  $T_3 = 1$  секунда, вимірюючи промислову частоту  $\approx 50$  Гц, отримаємо всього  $n_x = f_x T_3 = 50$  імпульсів. Відносна похибка квантування може досягнути дуже великого значення  $\delta = \pm 1/50 = \pm 0,02 = \pm 2\%$ . В цьому випадку краще застосувати непряме вимірювання частоти – виміряти період  $T_x$  і далі знайти обернену величину  $f_x = 1/T_x$ . При частоті квантуючих імпульсів  $f_0 = 10$  МГц кількість імпульсів у лічильнику становить  $n_x = f_0 T_x = f_0/f_x = 10^6 \text{ Гц}/50 \text{ Гц} = 20000$ .

В цьому випадку відносна похибка квантування не перевищує  $\delta = \pm 1/20000 = \pm 0,00005 = \pm 0,005\%$ , тобто у 400 разів менша.

Як правило, в універсальному приладі (частотомір-періодомір) є заданими максимальний час вимірювання частоти  $T_{0\max}$  та максимальна частота квантуючих імпульсів  $f_{0\max}$ . Для таких параметрів існує так звана гранична частота

$$f_{cp} = \sqrt{T_{\max} f_{0\max}},$$

яка визначає таку частоту сигналу, при вимірюванні періоду або частоти якої отримується однакова похибка квантування. Якщо частота сигналу менша за граничну частоту, то більша точність вимірювання досягається у непрямому методі – вимірювання періоду, а якщо частота більша за граничну, то точніше пряме вимірювання частоти.

### **Контрольні питання**

1. Чим відрізняється принцип дії електромеханічних, електронних та цифрових фазометрів?
  2. Опишіть метод лінійного розгорнення та метод еліпса для вимірювання кута зсуву фаз між двома періодичними сигналами однієї частоти.
  3. Який принцип дії використовують електродинамічні частотоміри?
  4. Опишіть метод фігур Ліссажу для визначення частоти синусоїдальної напруги.
  5. Чим відрізняються цифрові вимірювачі періоду від вимірювачів часових інтервалів?
-

## *Тема № 11*

# **ВИМІРЮВАННЯ ПОСТІЙНОГО ТА ЗМІННОГО СТРУМУ Й НАПРУГИ. КОМПЕНСАТОРИ ПОСТІЙНОГО ТА ЗМІННОГО СТРУМУ**

### **11.1. Вимірювання постійних струму та напруги**

Для вимірювань постійних струмів та напруг найчастіше використовують магнітоелектричні прилади, яким властиві висока чутливість, точність, широкий діапазон вимірювань та рівномірна шкала. Магнітоелектричні прилади з вмонтованими шунтами та додатковими резисторами дають змогу вимірювати струм від  $10^{-8}$  до 50 А, а напругу – від  $10^{-5}$  до 1000 В.

Основні схеми вимірювань постійних напруги та струму наведені на рис. 73. При вимірюванні падіння напруги на опорі навантаження  $R_{\text{нав}}$  вольтметром  $V$  з додатковим резистором  $R_d$  матимемо:

$$U_x = U_V (1 + R_d / R_V),$$

де  $U_V$  – показання вольтметра,  $R_V$  – опір вольтметра.

Номінальний струм додаткового резистора повинен збігатися за значенням зі струмом повного відхилення вольтметра, а його опір вибирається таким, щоб множник  $(1 + R_d / R_V)$  був цілим числом, кратним 2; 5 або 10. Клас точності додаткового резистора повинен бути вищим від класу точності

вольтметра. Вимірюючи струм за допомогою мілівольтметра  $mV$  з шунтом  $R_{ш}$ , матимемо

$$I_x = I_{ш} + I_{mV} = \frac{U_{ш}}{R_{ш}} \left( 1 + \frac{R_{ш}}{R_{mV}} \right),$$

де  $U_{ш}$ ,  $I_{ш}$ ,  $R_{ш}$  – падіння напруги на шунті, його струм і опір;  $R_{mV}$ ,  $I_{mV}$  – опір і струм мілівольтметра.

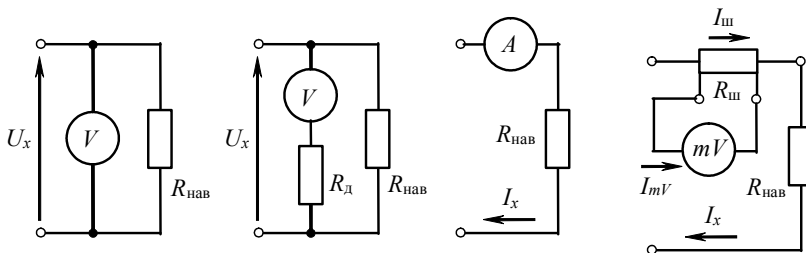


Рис. 73. Основні схеми вимірювань напруги за допомогою вольтметра  $V$  та струму за допомогою амперметра  $A$  або мілівольтметра  $mV$

Мілівольтметр під'єднується до потенціальних затискачів шунта каліброваними дротами з нормованим опором, що дорівнює 0,035 Ом для пари дротів. Падіння напруги на дротах враховуються при градуюванні мілівольтметра, тому його покази визначаються падінням напруги на шунті, тобто  $U_{mV} = U_{ш}$ .

Номінальна напруга шунта і межа вимірювання мілівольтметра повинні збігатися, а клас точності шунта повинен бути вищим від класу точності мілівольтметра.

Для вимірювання струмів, які перевищують 10 кА (що відповідає максимальному значенню номінального струму серійних шунтів), можна скористатися паралельним з'єднанням декількох шунтів, при якому потенціальні затискачі усіх ввімкнених паралельно в коло вимірюваного струму шунтів

з'єднуються каліброваними дротами із затискачами мілі-вольтметра.

У тих випадках, коли необхідно проводити вимірювання струму без розриву кола, по якому він протікає, можна скористатися роз'ємним магнітопроводом у вигляді кліщів із датчиком Холла, розташованим у поперечному перерізі магнітопроводу. Магнітний потік, що пронизуватиме датчик Холла, а значить і ЕРС Холла будуть пропорційні струму, який протікатиме по охопленому магнітопроводом провідникові.

Електродинамічні прилади за точністю не поступаються магнітоелектричним, однак їх діапазони вимірювань дещо менші (від 1 мА до 10 А по струму і від 1 В до 600 В по напрузі), шкала нелінійна і вони споживають значно більшу потужність, тому їх застосування на постійному струмі обмежене. Через порівняно вузькі діапазони вимірювань, порівняно велике споживання і невисоку точність не знаходять широкого застосування на постійному струмі феродинамічні й електромагнітні прилади.

Суттєву перевагу порівняно з перерахованими вище приладами мають електростатичні вольтметри: на постійному струмі вони практично не споживають потужності від досліджуваного об'єкта – їх вхідний опір може досягати  $10^{14}$  Ом, що визначає особливу доцільність їх застосування для вимірювання напруги в малопотужних колах. Не менш важливе практичне значення має також можливість застосування електростатичних вольтметрів для прямих вимірювань високих напруг до 300 кВ.

Найширші можливості для вимірювань постійних напруг і струму мають аналогові і цифрові електронні прилади. Важливими позитивними властивостями електронних приладів є їх широкодіапазонність (від пікоампер до десятків ампер і від нановольт до кіловольт), мале споживання енергії від

досліджуваного об'єкта і висока точність: найточніші аналогові електронні прилади постійного струму мають клас точності 0,2, а цифрові – 0,002. До переваг цифрових приладів слід віднести також їх високу швидкість, автоматичний вибір діапазону вимірювань, визначення полярності вимірюваної величини, а також можливість передачі і реєстрації результатів вимірювань.

Найточніші вимірювання напруги здійснюються за допомогою компенсаторів напруги постійного струму. Якщо вимірювана напруга  $U_x$  не перевищує верхньої границі вимірювань компенсатора, то вона подається безпосередньо на затискачі компенсатора. Похибка вимірювання залежить від класу точності компенсатора і може бути зведена до 0,001..0,002 %. Якщо вимірювана величина перевищує верхню границю вимірювання компенсатора, що у більшості випадків становить від 1,2 до 2,4 В, використовують подільники напруги. Серійні подільники напруги дають змогу розширити границю вимірювань компенсатора до 1000 В. Здебільшого вони мають коефіцієнти ділення 10, 100 та 1000, клас точності від 0,0005 до 0,005.

## **11.2. Вимірювання змінних струму та напруги**

Для вимірювання діючого значення змінних струму і напруги промислової частоти найчастіше користуються електромагнітними, електродинамічними і феродинамічними приладами, а на підвищених частотах – електростатичними, випрямними та електронними (аналоговими і цифровими). Середнє випрямлене й амплітудне значення вимірюють випрямними та електронними приладами.

Середня область значень змінних струму і напруги (приблизно від 10 мА до 10 А і від 1 В до 600 В) охоплюється діапазонами вимірювань приладів усіх перелічених вище

систем, однак при виборі конкретних типів приладів слід враховувати їх характерні особливості.

Для вимірювань струму менше за 1 мА і напруги нижче ніж 0,1 В застосовують електронні прилади, нижні границі вимірювань яких досягають  $10^{-9}$  А і  $10^{-6}$  В. Найвищу границю вимірювання по струму мають електромагнітні амперметри (300 А), по напрузі – електростатичні вольтметри (300 кВ).

Сучасні цифрові вимірювальні прилади з точністю до 0,05 % можуть вимірювати діюче значення змінної напруги частотою від 1,5 Гц до 1 МГц у діапазоні 1 мкВ...750 В, а діюче значення змінного струму – від 10 мкА до 2 А.

Для розширення границь вимірювань амперметрів змінного струму застосовують вимірювальні трансформатори струму ТА (рис. 74). Значення вимірюваного струму визначають як

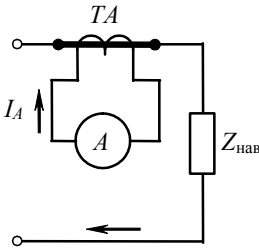


Рис. 74. Схема вимірювання струму за допомогою трансформатора струму ТА

$$I_x = k_i I_A,$$

де  $k_i$  – номінальний коефіцієнт трансформації вимірювального трансформатора струму;  $I_A$  – показання амперметра.

Похибка вимірювання містить похибки амперметра і коефіцієнта трансформації трансформатора струму. Щоб зменшити вплив останнього, клас точності вимірювального трансформатора струму беруть завжди вищим за клас точності амперметра.

У тих випадках, коли необхідно проводити вимірювання струму без розриву кола, по якому він протікає, можна скористатися трансформатором струму з роз'ємним магнітопроводом у вигляді кліщів.

Напругу, яка перевищує 600 В, вимірюють, використовуючи вимірювальні трансформатори напруги  $TV$  (рис. 75). Значення вимірюваної напруги

$$U_x = k_u U_V,$$

де  $k_u$  – номінальний коефіцієнт трансформації вимірювального трансформатора напруги;  $U_V$  – показання вольтметра.

Якщо напруга перевищує 600 В, вторинну обмотку і корпус трансформатора заземляють.

На похибку вимірювання напруги впливає похибка коефіцієнта трансформації трансформатора напруги, тому необхідно, щоб його клас точності був вище від класу точності вольтметра.

Прилади прямого перетворення забезпечують вимірювання струму і напруги з похибкою не менше 0,1 %.

Для вимірювань несинусоїдальних струмів та напруг слід користуватися приладами, робочий частотний діапазон яких охоплює усі ті гармонічні складові досліджуваного сигналу, нехтування якими недоступно за умов потрібної точності вимірювань. Зокрема, для вимірювань діючих значень несинусоїдальних струмів і напруг найкраще користуватися електродинамічними, електростатичними й електронними приладами, для вимірювання середньовипрямлених значень – електронними, градуйованими в середньовипрямлених значеннях, а для вимірювання амплітудних значень напруг – електронними піковими вольтметрами.

Більшість випрямних і багато електронних приладів мають шкали, градуйовані в діючих значеннях вимірюваного

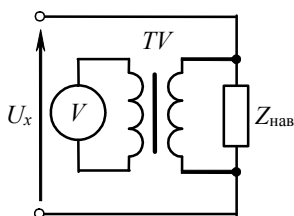


Рис. 75. Схема вимірювання напруги за допомогою трансформатора напруги  $TV$

струму і напруги, а відхилення їх вказівника пропорційні середнім чи амплітудним значенням. Незважаючи на широкий робочий діапазон частот, такі прилади не слід використовувати для вимірювань діючих значень несинусоїдальних струмів і напруг, оскільки в таких умовах їм властиві значні похибки від впливу форми кривої вимірюваної величини.

### **11.3. Принципи побудови електронних вимірювальних приладів**

Фактично електронні прилади вимірювання струму або напруги мають однакову структуру і відрізняються лише вхідними ланцюгами. Алгоритм роботи заключається у масштабуному перетворенні вхідного сигналу у відповідний рівень постійної напруги із подальшим його вимірюванням розглянутими раніше засобами. Так, в електронних аналогових приладах змінний струм спочатку перетворюється у пропорційну напругу (наприклад, за допомогою шунта Ш), підсилюється масштабним підсилювачем МП, випрямляється випрямлячем В і може відразу вимірюватись магнітоелектричним вимірювальним механізмом МВМ.

В цьому випадку механізм буде показувати середнє значення струму. В електронних цифрових приладах для вимірювання змінного струму просто випрямляча недостатньо, з сигналу треба прибрати змінну складову, чого можна досягти використанням фільтру нижніх частот ФНЧ або перетворювача амплітудного значення ПАЗ, що фіксує максимальне значення вхідного сигналу. Потім пристрій вибірки-збереження ПВЗ фіксує рівень вимірюваного сигналу на час, необхідний для його квантування за рівнем аналогово-цифровим перетворювачем АЦП. Отримане числове значення в подальшому, як зазначалось раніше, подається до обчислювального

керуючого пристрою ОКП та пристрою відображення інформації ПВІ. Треба зауважити, що ПАЗ за своїми функціональними властивостями замінює блоки В, ФНЧ та ПВЗ, що підвищує точність вимірювань, але для оцінки середньоквадратичного значення по амплітудному необхідно точно знати форму сигналу, що не завжди є можливим. Вимірювання змінної напруги забезпечується тією ж самою схемою із заміною датчика струм Ш на датчик напруги ДН. При вимірюванні постійних струму та напруги відпадає необхідність у випрямленні сигналу, його фільтрації і запам'ятовуванні на час аналогово-цифрового перетворення, тому результат вимірювання має більш високу точність.

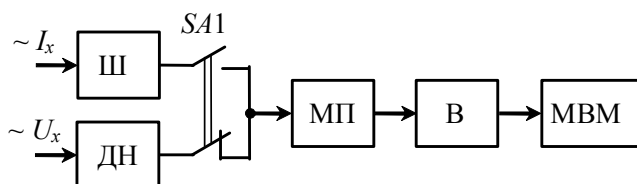


Рис. 76. Спрощена структурна схема аналогового вимірювального приладу для вимірювання змінного струму та напруги

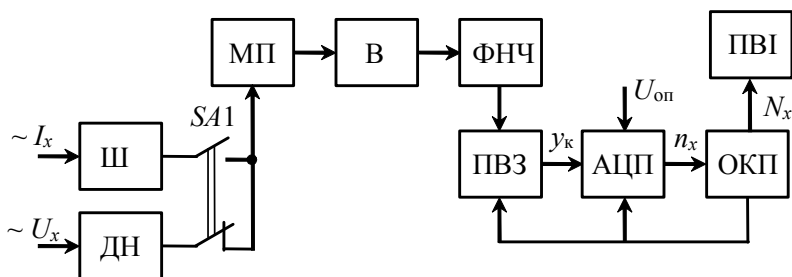


Рис. 77. Спрощена структурна схема цифрового вимірювального приладу для вимірювання змінного струму та напруги

### 11.4. Компенсаційні ланцюги

Компенсаційні ланцюги призначені для порівняння нульовим методом (методом компенсації) двох незалежних напруг, струмів або ЕРС.

У загальному вигляді компенсаційний ланцюг представлений на рис. 78. Ланцюг містить: двополюсник *A* з параметрами  $E_x$  та  $R$ , де  $E_x$  – вимірювана ЕРС,  $R$  – внутрішній опір джерела ЕРС; двополюсник *B*, на виводах *в*, *г* якого діє регульоване в межах від нуля до деякого максимуму компенсаційна напруга  $U_k$ , значення якої відомо з високою точністю;  $R_k$  – внутрішній опір джерела  $U_k$ ; ПП – пристрій порівняння.

В процесі вимірювання компенсаційна напруга регулюється до досягнення рівноваги  $U_k = E_x$ . Ця рівність встановлюється по нульовому показанню ПП.

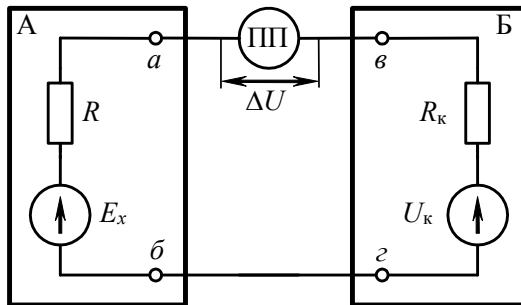


Рис. 78. Узагальнена схема компенсаційного ланцюга

Компенсаційні ланцюги на змінному струмі повинні містити джерела напруги зі строго однаковими частотами, тільки в цьому випадку можливе зрівноважування схеми.

Важлива властивість компенсаційного методу полягає в тому, що в момент зчитування результату спостереження ланцюг урівноважений – напруга на виводах ПП відсутня ( $\Delta U = 0$ ), відсутній також і струм у гілках ланцюга. Тому, на

выводах *a*, *б* діє ЕРС  $E_x$ , значення якої й вимірюється і яка в цьому випадку буде дорівнювати компенсацийній напрузі  $U_k$ .

Засіб вимірювання напруги на основі компенсаційного ланцюга називають компенсатором.

### 11.5. Компенсатори напруги постійного струму

Принцип дії компенсатора напруги постійного струму (рис. 79) полягає в тому, що вимірювана ЕРС  $E_x$  (або напруга  $U_x$ ) врівноважується відповідним спадом напруги  $U_k = I_p R_{kx}$  на компенсаційному опорі  $R_k$  при проходженні через нього струму  $I_p$  від зовнішнього джерела напруги  $GB$ . У момент рівноваги, який досягається регулюванням компенсаційної напруги, показ гальванометра, увімкненого в досліджуване коло (перемикач  $SA$  – у положенні 1), дорівнюватиме нулю. Тоді

$$E_x = U_k = I_p R_{kx},$$

де  $R_{kx}$  – частина опору  $R_k$ , з якого знімають компенсаційну напругу.

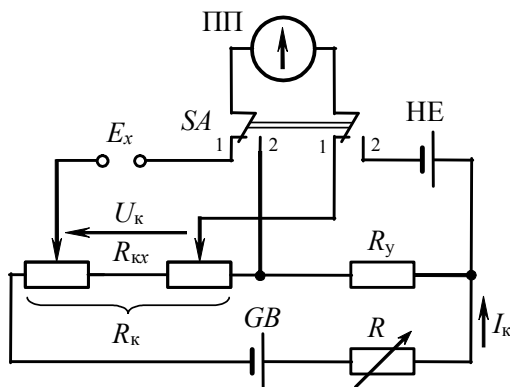


Рис. 79. Схема компенсатора постійного струму

Значення компенсаційної напруги може бути визначене за положенням декадного перемикача компенсаційного

опору, тобто за значенням  $R_{\text{кх}}$  лише за умови, що через  $R_{\text{к}}$  протікає робочий струм  $I_{\text{р}}$  точно відомого значення. Для встановлення робочого струму перемикач  $SA$  встановлюють у положенні 2 і за допомогою регульовального резистора  $R$  досягають того, щоб напруга на установчому опорі  $R_{\text{у}}$  дорівнювала ЕРС нормального елемента НЕ, про що засвідчить нульовий показ гальванометра. Тоді

$$I_{\text{р}} = E_{\text{не}} / R_{\text{у}}, \quad E_{\text{х}} = U_{\text{к}} = E_{\text{не}} R_{\text{кх}} / R_{\text{у}}.$$

Отже, вимірювання  $E_{\text{х}}$  зводиться до порівняння його значення зі значенням ЕРС нормального елемента в масштабі відношення  $R_{\text{кх}}/R_{\text{у}}$ , а похибка вимірювання  $E_{\text{х}}$  визначається сумою похибок ЕРС нормального елемента та похибкою співвідношення  $R_{\text{кх}}/R_{\text{у}}$ .

Компенсатори постійного струму можуть бути поділені на дві групи: компенсатори великого опору і компенсатори малого опору. У перших опір робочих кіл (компенсаційних декад) досягає 10 кОм на 1 В, їх робочий струм здебільшого дорівнює  $10^{-4}$  А. Верхня границя вимірювання таких компенсаторів 1,2...2,5 В. Компенсатори малого опору (10...1000 Ом) при верхній границі вимірювання до 100 мілівольт мають робочий струм 1...25 мА. Клас точності компенсаторів постійного струму знаходиться у діапазоні 0,0005...0,2.

Слід відмітити дуже важливу властивість компенсаторів, яка полягає у тому, що в момент компенсації струм у вимірювальному колі практично відсутній, від досліджуваного об'єкта практично не споживається енергія.

### 11.6. Компенсатори напруги змінного струму

Принцип дії компенсаторів напруги змінного струму, як і постійного, полягає у зрівноваженні вимірюваної напруги  $U_{\text{х}}$  відомою напругою  $U_{\text{к}}$ . Рівновага змінних синусоїдальних

напруг може бути досягнута тільки тоді, коли їх частоти й амплітудні значення однакові, а фази протилежні.

Для того, щоб частоти були однакові, живлення досліджуваного об'єкта та вимірювального кола компенсатора здійснюють від спільного джерела напруги, розділяючи ці кола гальванічно. Враховуючи, що форми напруг  $U_x$  і  $U_k$  утворені в різних електричних ланцюгах і можуть дещо відрізнятися від синусоїди, для фіксації моменту рівноваги використовують частотовибіркові індикатори змінного струму, налаштовані на основну гармоніку.

Не враховуючи вищі гармоніки, вимірювану напругу можна зобразити у комплексній формі:

$$\dot{U}_x = U_{xm} e^{j\varphi} \quad \text{або} \quad \dot{U}_x = U_{xx} + jU_{xy}.$$

Вона врівноважується однаковою за модулем і протилежною за фазою компенсаційною напругою

$$\dot{U}_k = U_{km} e^{j(\pi + \varphi_k)} \quad \text{або} \quad \dot{U}_k = -U_{kx} - jU_{ky}.$$

Відповідно до двох форм запису векторних величин у полярних та прямокутних координатах існує два способи зрівноваження вимірюваної напруги і два різновиди компенсаторів змінного струму. Найбільш розповсюдженими є прямокутно-координатні компенсатори (рис. 80). Спрощена принципова схема компенсатора, що вимірює напругу в прямокутній системі координат, містить два контури А та Б, в яких протікають струми  $I_a$  й  $I_b$ , зсунуті по фазі на кут  $90^\circ$ . Кожен контур містить реохорд. Середні точки реохордів (0,0) з'єднані. Контури зв'язані котушкою взаємної індуктивності  $M$ . Опір контуру Б вибирається великим, щоб режим роботи вторинної обмотки котушки взаємної індуктивності був близький до холостого ходу, тоді ЕРС на вторинній обмотці

може бути виражена через струм  $I_a$  у вигляді  $E = j \omega M I_a$ , а струм в контурі Б

$$I_6 = \frac{E}{R_6} = \frac{j \omega M I_a}{R_6},$$

де  $R_6$  – сумарний опір контуру Б.

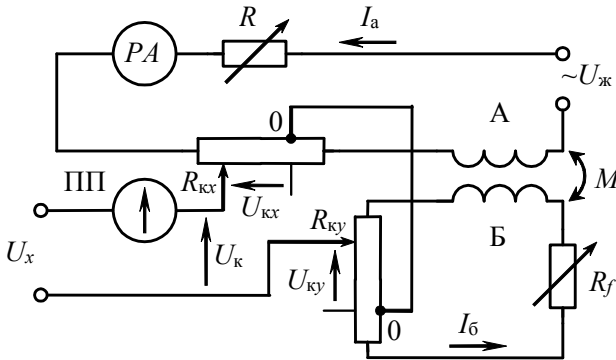


Рис. 80. Схема компенсатора змінного струму

З приведенного виразу видно, що струм  $I_6$  зсунутий щодо струму  $I_a$  на кут  $90^\circ$  і зв'язаний з ним через постійні коефіцієнти, тому, якщо відомо значення струму  $I_a$ , то у вимірюванні струму  $I_6$  немає необхідності. Зміну частоти напруги живлення можна врахувати відповідним регулюванням  $R_6$ . З цією метою в схему введений опір  $R_f$ , значення якого повинно відповідати частоті напруги живлення. Необхідне значення робочого струму  $I_a$  встановлюється по амперметру  $PA$  регулюванням опору  $R$ .

Реохордами  $R_{kx}$  та  $R_{ky}$  змінюються відповідно компенсаційні напруги  $U_{kx}$  та  $U_{ky}$ . У момент рівноваги справедливі тотожності

$$|U_{xx}| = U_{kx} \text{ та } |U_{xy}| = U_{ky},$$

звідки

$$U_{xm} = \sqrt{U_{кx}^2 + U_{кy}^2} ; \varphi = \arctan(U_{кy} / U_{кx}).$$

Основне призначення компенсаторів змінного струму – дослідження малопотужних кіл змінного струму. За їх допомогою можна безпосередньо вимірювати ЕРС і напругу, а опосередковано струм, магнітний потік, індукцію, напруженість магнітного поля, повний, активний та реактивний опори тощо.

Для вимірювань на промисловій частоті має широке застосування прямокутно-координатний компенсатор змінного струму Р56/2 з границями вимірювань по кожній осі координат – від 0 до 0,16 В і від 0 до 1,6 В. Клас точності приладу 0,2. Номінальний діапазон частот складає 40...60 Гц при робочому струмі 0,5 А.

### Контрольні питання

1. Яку перевагу мають електростатичні вольтметри?
2. Яке призначення вимірювальних трансформаторів струму та напруги?
3. Який принцип побудови електронних приладів для вимірювання напруги і струму?
4. В чому особливість компенсаційних ланцюгів?
5. Який принцип дії компенсатора напруги постійного струму?
6. Який принцип дії компенсатора змінного струму?

## Тема № 12

# ЕЛЕКТРОННИЙ ОММЕТР. ВИМІРЮВАННЯ ОПОРУ, ЄМНОСТІ Й ІНДУКТИВНОСТІ ЗА ДОПОМОГОЮ ВИМІРЮВАЛЬНИХ МОСТІВ

### 12.1. Електронні омметри

Електронні омметри використовуються для вимірювання активних опорів (резисторів, ізоляції, контактів, поверхневих і об'ємних опорів і т. д.) у діапазоні  $10^{-4} \dots 10^{12}$  Ом.

Для схеми, що представлена на рис. 81, **а**, напруга на вході диференційного підсилювача постійної напруги  $DA$  дорівнює  $U_y = E R_x / (R_x + R_0)$ . При  $R_0 \gg R_x$  ця напруга пропорційна вимірюваному опоріві  $R_x$  і шкала приладу лінійна відносно  $R_x$ .

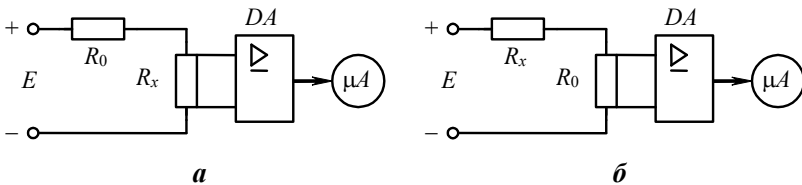


Рис. 81. Схеми електронних омметрів

У схемі, що представлена на рис. 81, **б**, зазвичай  $R_x \gg R_0$  і тому показання вихідного приладу зворотно пропорційні

вимірюваному опоріві, тобто шкала приладу має гіперболічний характер  $U_y = E R_0 / (R_0 + R_x)$ .

В електронних омметрах широко використовуються також лінійні перетворювачі вимірюваного опору в напругу на основі підсилювачів постійної напруги, охоплених паралельним від'ємним зворотним зв'язком (рис. 82). Ланцюг від'ємного зворотного зв'язку утворений резисторами  $R_0$  і  $R_x$ . Зневажаючи вхідним струмом підсилювача в порівнянні з  $I_1$  і  $I_2$ , одержуємо  $I_1 = I_2$ . З цього випливає, що  $U_{\text{вих}} \approx E R_x / R_0$ . Таким чином, вихідна напруга підсилювача лінійна щодо вимірюваного опору. При вимірюванні досить великих опорів резистори  $R_x$  і  $R_0$  змінюють місцями, і тоді виходить гіперболічна шкала.

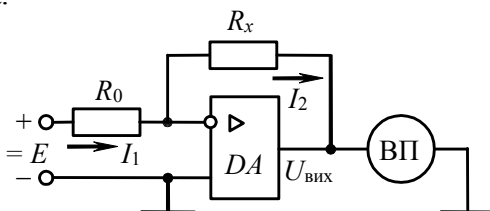


Рис. 82. Схема електронного омметра на основі підсилювача зі зворотним зв'язком

При вимірюванні параметрів індуктивних або ємнісних ланок також можна використати схему, що наведена на рис. 82. Але в якості опорного сигналу на вхід підсилювача подається синусоїдальна напруга із заданою частотою  $f$ . Наприклад, необхідно виміряти опір активно-індуктивної ланки із невідомими параметрами  $L_x$ ,  $R_x$ . Якщо розмістити цю ланку у колі зворотного зв'язку (рис. 83), вихідна напруга буде визначатися рівнянням

$$\dot{U}_{\text{вих}} = -\dot{E} \left( \frac{R_x}{R_0} + j \frac{L_x 2\pi f}{R_0} \right);$$

якщо  $R_x \approx 0$ , маємо

$$\dot{U}_{\text{вих}} \approx -j \dot{E} L_x 2\pi f / R_0.$$

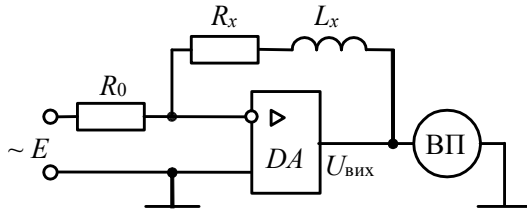


Рис. 83. Схема електронного омметра на основі підсилювача зі зворотним зв'язком

Таким чином, якщо дійсну вісь комплексної площини направити вздовж вектора опорної напруги  $\dot{E}$ , дійсна складова вихідної напруги  $U_x$  буде пропорційна опорі  $R_x$ , а уявна складова  $U_y$  – пропорційна індуктивності  $L_x$ . Виміряти складові  $\dot{U}_{\text{вих}}$  можна, наприклад, компенсатором змінного струму. Якщо знехтувати параметром  $R_x$ , вихідна напруга буде пропорційна індуктивності.

Аналогічно можна виміряти параметри конденсатора, якщо схему заміщення його представити у вигляді паралельного з'єднання невідомих  $C_x$ ,  $R_x$ , а конденсатор включити у вхідну ланку (при цьому  $R_0$  розміщується в ланці зворотного зв'язку). В цьому випадку:

$$\dot{U}_{\text{вих}} = -\dot{E} \left( \frac{R_0}{R_x} + j R_0 C_x 2\pi f \right);$$

якщо  $R_x \approx \infty$ , маємо  $\dot{U}_{\text{вих}} \approx -j \dot{E} R_0 C_x 2\pi f$ .

Як можна бачити з рівняння вихідної напруги, якщо знехтувати активною провідністю конденсатора, вихідна напруга пропорційна шуканому значенню  $C_x$ . Причому в обох ви-

падках чим більша частота  $f$  опорного сигналу, тим більша уявна складова вихідної напруги  $U_{\text{вих}}$ .

Точність омметрів при лінійній шкалі характеризується приведеною похибкою стосовно межі вимірювання. При нелінійній (гіперболічній) шкалі похибка приладу характеризується також приведеною похибкою, %, але стосовно довжини шкали, вираженої в міліметрах.

## **12.2. Мостові вимірювальні ланцюги. Загальні відомості**

Мостові ланцюги широко застосовуються в електровимірювальній техніці для вимірювання параметрів електричної ланки, їхнього перетворення в електричні сигнали, як фільтри і т. д. У загальному випадку мостовим ланцюгом або мостом називають такий електричний ланцюг, у якому можна виділити дві гілки зі взаємним опором, рівним нескінченності при визначеному співвідношенні параметрів елементів ланцюга і рівним кінцевому значенню, якщо це співвідношення не виконується. Співвідношення параметрів елементів ланцюга, що забезпечують взаємний опір виділених гілок рівним нескінченності, називають умовою або рівнянням рівноваги ланцюга.

У залежності від виду напруги живлення розрізняють мостові ланцюги постійного і змінного струмів. Перші застосовуються для вимірювання опору електричного ланцюга постійному струму, а також для перетворення опору в струм або напругу. Мостові ланцюги змінного струму застосовуються для вимірювання або перетворення в електричний сигнал параметрів комплексних опорів і для фільтрації напруги в якості вузькосмугового фільтру.

У процесі вимірювання мостовий ланцюг може приводитися до стану рівноваги. Такі ланцюги називають урівноваженими, у протилежному випадку – неуврівноваженими.

Неврівноважений мостовий ланцюг може розглядатися як перетворювач опору в струм або напругу. Опір електричного ланцюга постійному струму виражається дійсним числом, тому для зрівноважування мостового ланцюга постійного струму потрібний один регульований елемент. У мостових ланцюгах змінного струму вимірюваний опір у загальному випадку виражається комплексним числом, тому в таких ланцюгах потрібні два зрівноважуючих елементи – відповідно для модуля й аргументу або активної і реактивної складових вимірюваного опору. Існують мостові ланцюги змінного струму, що врівноважуються тільки по одній з цих складових. Такі ланцюги називають напівурівноваженими або квазіурівноваженими.

По конфігурації електричної схеми мостові ланцюги поділяються на чотириплечі і багатоплечі. Засіб вимірювань, в основі якого лежить мостовий ланцюг, називають вимірювальним мостом.

На постійному струмі практичне поширення одержали чотириплечі (одинарні) і шестиплечі (подвійні) мости, на змінному струмі – чотириплечі і ряд різновидів багатоплечих мостів (шестиплечий міст, подвійний Т-подібний міст та ін.).

Схема одинарного моста представлена на рис. 84. Міст складається із чотирьох опорів, включених у вигляді кільця  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$ . Точки  $a, b, c, d$  називають вершинами моста, електричний ланцюг між двома суміжними вершинами – плечем моста, а між двома протилежними вершинами  $ab$  або  $cd$  – діагоналлю моста. В одну з діагоналей моста включене джерело живлення (діагональ  $ab$ ), цю діагональ називають діагоналлю живлення. Інша діагональ містить навантаження (діагональ  $cd$ ), її називають діагоналлю навантаження, вихідною або вказівною діагоналлю. У вимірювальних мостах у цю діагональ включається пристрій порівняння ПП. Дже-

рело живлення моста представлене активним двополюсником з ЕРС  $E_{\Pi}$  і внутрішнім опором  $Z_{\Pi}$ . Напругу  $U_{\Pi}$ , що діє на вершинах моста в діагоналі живлення, називають напругою живлення моста. Якщо  $Z_{\Pi} = 0$ , то  $U_{\Pi} = E_{\Pi}$ .

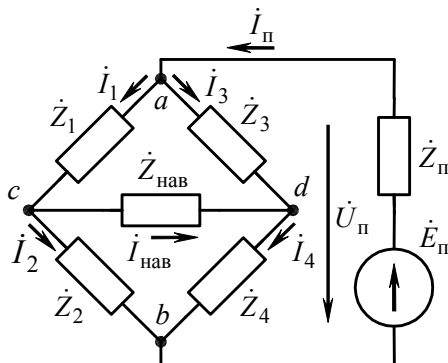


Рис. 84. Схема одинарного моста

В урівноваженого моста взаємний опір діагоналей дорівнює нескінченності, тобто при будь-якій напрузі в діагоналі живлення струм і напруга в діагоналі навантаження дорівнюють нулю, що можливо тільки за умови екіпотенціальності точок  $c$  та  $d$ .

В урівноваженого моста потенціали точок  $c$  та  $d$  однакові, отже, однакові і спадання напруги на першому і третьому плечах моста, оскільки точка  $a$  є для них загальною; те ж саме справедливе і для напруг на другому і четвертому плечах моста:  $\dot{I}_1 \dot{Z}_1 = \dot{I}_3 \dot{Z}_3$ ,  $\dot{I}_2 \dot{Z}_2 = \dot{I}_4 \dot{Z}_4$ .

При рівновазі моста  $I_{\text{нав}} = 0$ , отже,  $\dot{I}_1 = \dot{I}_2$ , а  $\dot{I}_3 = \dot{I}_4$ . Поділивши ліві та праві частини першої тотожності на відповідні частини другої, одержимо умову рівноваги чотириплечого моста:

$$\dot{Z}_1 / \dot{Z}_2 = \dot{Z}_3 / \dot{Z}_4.$$

Таким чином, якщо задані опори будь-яких трьох плечей моста і відомо, що міст урівноважений, то з умови рівноваги завжди можна визначити значення опору в четвертому плечі.

Неврівноважені мости зазвичай не містять елементів, які регулюються. Про значення вимірюваної величини в цьому випадку судять по струму або напрузі в діагоналі навантаження. Однак ця залежність нелінійна:

$$\underline{I}_{\text{наг}} = a\Delta Z / (1 + b\Delta Z),$$

де  $a$  і  $b$  – деякі сталі величини, що залежні від значень опорів мостового ланцюга. Таким чином, міст є нелінійним перетворювачем опору в струм або напругу в діагоналі навантаження.

### 12.3. Похибка вимірювальних мостів

В урівноважених мостах джерелами похибок є:

невідповідність значень параметрів елементів плечей моста (опорів, ємностей, індуктивностей) їхнім номінальним значенням, тобто похибки елементів плечей моста;

недостатня чутливість моста до вимірюваного параметра, що не дозволяє точно встановити стан рівноваги моста, в результаті чого зчитування результату вимірювання виконується з мостової схеми не урівноваженої до кінця і рівняння рівноваги точно не виконується;

неврахування опорів з'єднувальних проводів, ізоляції, наявності ємнісних зв'язків елементів моста між собою і з зовнішніми предметами;

перешкоди, обумовлені дією зовнішніх електричних і магнітних полів.

У неуврівноважених мостах до перерахованих вище джерел похибок додаються похибки вимірювального приладу, включеного в діагональ навантаження моста, невідповідність

напруги живлення моста номінальному значенню і методичні похибки, зумовлені нелінійністю функції перетворення моста. Тому невірні мости застосовуються в основному для порівняно грубих вимірювань, коли допускається похибка вимірювань більше 1 % діапазону вимірюваної величини.

Розглянемо похибку вимірювань урівноваженого чотирплечого моста постійного струму. Нехай:  $R_1$  є вимірюваним опором;  $R_2, R_3, R_4$  – дійсні значення плечей урівноваженого моста;  $R_{2\text{ном}}, R_{3\text{ном}}, R_{4\text{ном}}$  – їхні номінальні значення. Позначимо через  $\delta_i$  відносну похибку опору плеча моста, тоді  $R_i = R_{i\text{ном}} (1 \pm \delta_i)$ , де  $i = 2, 3, 4$ . Похибки  $\delta_i$  будемо вважати малими, і їхніми квадратами в порівнянні з одиницею будемо зневажати.

При рівновазі моста справедливо

$$R_1 = R_2 \frac{R_3}{R_4} = R_{2\text{ном}} (1 \pm \delta_2) \frac{R_{3\text{ном}} (1 \pm \delta_3)}{R_{4\text{ном}} (1 \pm \delta_4)}.$$

Зневажаючи величинами другого порядку малості, маємо

$$\begin{aligned} R_1 &\approx R_{2\text{ном}} \frac{R_{3\text{ном}}}{R_{4\text{ном}}} (1 \pm \delta_2) (1 \pm \delta_3) (1 \mp \delta_4) \approx \\ &\approx R_{2\text{ном}} \frac{R_{3\text{ном}}}{R_{4\text{ном}}} (1 \pm \delta_2 \pm \delta_3 \mp \delta_4). \end{aligned}$$

Наявність похибок приводить до того, що результат вимірювання буде відрізнятися від дійсного значення:

$$R_{1\text{д}} = R_1 (1 + \delta_1), \quad \delta_1 = \pm \delta_2 \pm \delta_3 \mp \delta_4,$$

$$\delta_{1\text{max}} = |\delta_{2\text{max}}| + |\delta_{3\text{max}}| + |\delta_{4\text{max}}|,$$

де  $\delta_1$  – відносна похибка результату вимірювання, обумовлена похибками елементів плечей моста;  $\delta_{1\text{max}}$  – максимальна

відносна похибка вимірювання. Числові значення похибок  $\delta_{1\max}$ ,  $\delta_{2\max}$ ,  $\delta_{3\max}$  визначають клас точності моста.

#### 12.4. Мости постійного струму

Вимірювальна схема *чотириплечого (одинарного) моста* постійного струму показана на рис. 85. Вимірюваний опір  $R_x$  за допомогою з'єднувальних провідників включається в перше плече моста. Опір з'єднувальних провідників з урахуванням опорів контактів позначений  $R_{п1}$  і  $R_{п2}$ . Опір ізоляції  $R_{i3}$  між виводами, до яких підключається вимірюваний опір, зображено на схемі штриховою лінією. Повний опір першого плеча моста  $R_1$  дорівнює

$$R_1 = \frac{(R_x + R_{п1} + R_{п2})R_{i3}}{R_x + R_{п1} + R_{п2} + R_{i3}}.$$

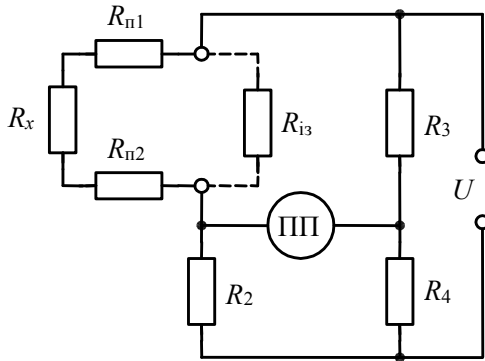


Рис. 85. Одинарний міст

Умова рівноваги:  $R_1 = R_2 R_3 / R_4$ .

Опір сполучних проводів і опір ізоляції дозволяє вимірювати опір з малою похибкою в діапазоні  $10 \dots 10^8$  Ом.

*Подвійний міст.* Подвійний міст призначений для вимірювань низькоомних опорів у діапазоні від  $10^{-8}$  до 100 Ом. Його принципова схема показана на рис. 86. Вимірюваний опір  $R_x$  включається послідовно зі зразковим  $R_0$ , значення якого обирається одного порядку з вимірюваним опором. Опір провідника, що з'єднує  $R_x$  і  $R_0$ , з урахуванням перехідних опорів контактів позначений  $R$ .

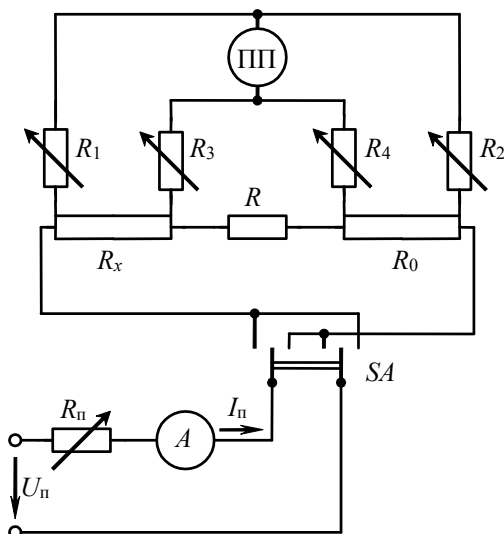


Рис. 86. Принципова схема подвійного моста

Рівняння рівноваги моста можна знайти в такий спосіб: трикутник опорів  $R$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  перетворюється в зірку, при цьому схема подвійного моста трансформується в схему чотириплечого моста. Після зазначених перетворень одержимо

$$R_x = R_0 \frac{R_1}{R_2} + \frac{R}{R + R_3 + R_4} \left( \frac{R_1 R_4}{R_2} - R_3 \right).$$

Тут важливо підкреслити, що результат вимірювань  $R_x$  залежить від невідомої величини  $R$ , що призводить до похибок вимірювань, особливо значних при досить малих вимірюваних опорах. Тому приймаються міри до того, щоб послабити цю залежність і виключити другий доданок з рівняння для  $R_x$ . З цією метою в мосту забезпечуються умови  $R_1 = R_3$ ,  $R_2 = R_4$ . Витримати точно зазначені умови на практиці не вдається через неточність виготовлення резисторів, у зв'язку з чим приймаються міри до зменшення значення  $R$  шляхом вибору провідника зв'язку максимально коротким з великим перетином. Зазначені заходи дозволяють у багатьох випадках знехтувати впливом другого доданка в рівнянні рівноваги і представити його у вигляді

$$R_x = R_0 R_1 / R_2 .$$

### 12.5. Мости змінного струму

Мости змінного струму призначені для вимірювань параметрів конденсаторів, котушок індуктивності і взаємної індуктивності.

В ідеальному конденсаторі струм випереджає напругу на кут, менший  $90^\circ$ . Кут  $\delta$ , що доповнює кут між струмом і напругою в ланцюзі конденсатора до  $90^\circ$ , називають кутом втрат. Конденсатори прийнято характеризувати: ємністю  $C$  та тангенсом кута втрат  $\operatorname{tg}\delta$ .

При вимірюванні параметрів котушки індуктивності вимірюванню підлягають значення індуктивність  $L$  і опір втрат  $R$  або добротність  $Q = \omega L / R$ .

*Мости для вимірювань ємності і кута втрат конденсаторів.* На рис. 87 представлені мостові схеми для вимірювань параметрів конденсаторів з послідовною і паралельною схемою заміщення.

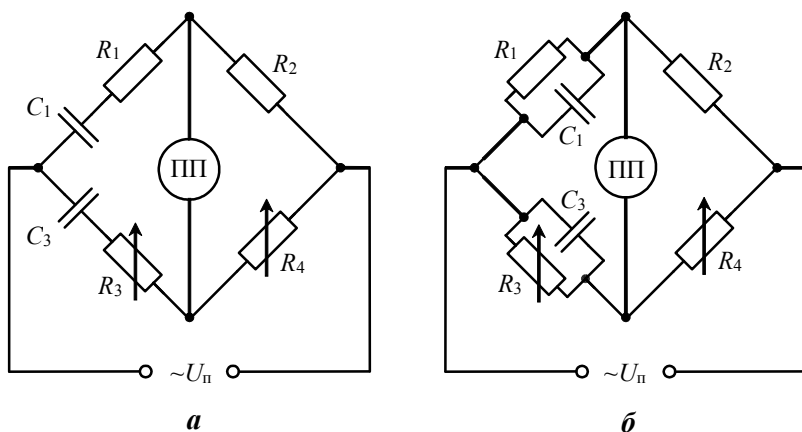


Рис. 87. Мостові схеми для вимірювання параметрів конденсаторів

Припустимо, що конденсатор включений у перше плече моста і міст урівноважений. У такому випадку справедливо

$$\dot{Z}_1 = \dot{Z}_2 \dot{Z}_3 / \dot{Z}_4.$$

Для схеми рис. 87,*а*:

$$R_1 = R_3 \frac{R_2}{R_4}; \quad C_1 = C_3 \frac{R_4}{R_2}; \quad \operatorname{tg} \delta = \omega R_1 C_1.$$

Для схеми рис. 87,*б*:

$$R_1 = R_3 \frac{R_2}{R_4}; \quad C_1 = C_3 \frac{R_4}{R_2}; \quad \operatorname{tg} \delta = 1/(\omega R_1 C_1).$$

При випробуваннях ізоляції кабелів високої напруги і деяких інших елементів мостову схему живлять від високовольтного джерела. У такому випадку застосовується схема, показана на рис. 88. З умови рівноваги моста

$$R_1 = R_2 \frac{C_4}{C_3}; \quad C_1 = C_3 \frac{R_4}{R_2}; \quad \operatorname{tg} \delta = \omega R_1 C_1.$$

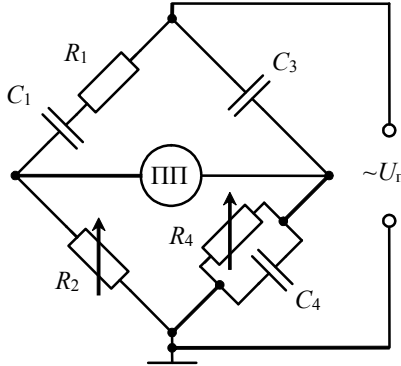


Рис. 88. Схема високовольного моста для вимірювання параметрів конденсатора

*Мости для вимірювання індуктивності.* На рис. 89 представлена чотириплеча мостова схема для вимірювання параметрів котушки індуктивності, яка включена в перше плече моста:  $Z_1 = R_1 + j\omega L_1$ . Щоб міст можна було зрівноважити, принаймні одне з плечей, що залишилося, повинне містити реактивність у вигляді індуктивності або ємності. Перевагу віддають останній, тому що котушки індуктивності по точності виготовлення уступають конденсаторам. При рівновазі моста, що зображений на рис. 89, виконуються наступні тотожності:

$$R_1 = R_2 R_3 / R_4; \quad L_1 = R_2 R_3 C_4; \quad Q = \omega L_1 / R_1.$$

Недолік розглянутої схеми – погана збіжність моста при вимірюванні параметрів котушок з низькою добротністю. Якщо  $Q = 1$ , процес зрівноважування вже утруднений, а при  $Q < 0,5$  зрівноважування моста практично неможливе.

Вимірювання параметрів котушок індуктивності з низькою добротністю виконується за допомогою шестиплечого моста (рис. 90). Умови рівноваги такого моста можна знайти у такий спосіб: трикутник, утворений елементами  $R_4$ ,  $R_5$  і  $C$ , перетворюється у зірку, при цьому міст трансформується в чотириплечий. У результаті знаходимо дві умови рівноваги моста:

$$R_1 = R_3 \frac{R_2}{R_4}; \quad L_1 = C \frac{R_2}{R_4} (R_3 R_4 + R_5 (R_2 + R_3)).$$

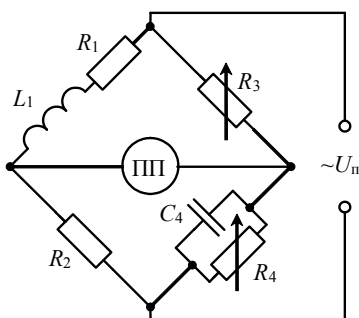


Рис. 89. Схема моста для вимірювання параметрів котушок індуктивності

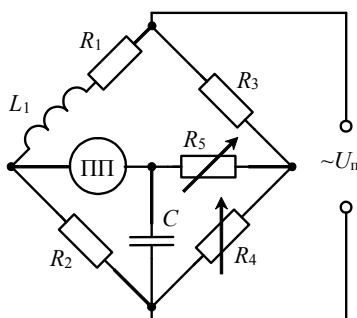


Рис. 90. Схема шестиплечого моста

Міст врівноважується регулюванням спочатку  $R_4$ , а потім  $R_5$ .

*Трансформаторні мости.* У мостах змінного струму два суміжних плеча часто містять резистори. В той же час на підвищених частотах починають проявлятися реактивні параметри цих резисторів (індуктивність, ємність), а також ємність монтажу, що призводить до появи додаткових похибок у результатах вимірювань. Зазначені похибки можна зменшити, якщо замість резисторів використовувати обмотки

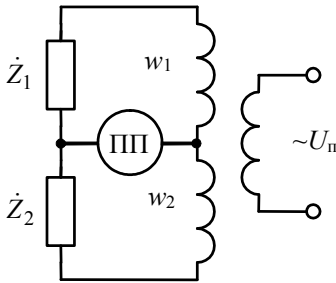


Рис. 91. Схема трансформаторного моста

трансформатора з тісним індуктивним зв'язком (рис. 91). Такі мости називають трансформаторними. Тісний індуктивний зв'язок обмоток досягається тим, що провідники обмоток попередньо звиваються в джгут і намотуються на осердя трансформатора. Джгут зазвичай містить багато провідників, що включаються послідовно і узгоджено, утворюючи секції обмоток  $w_1$  і  $w_2$ . При рівновазі моста справедливо  $\dot{Z}_1 = \dot{Z}_2 w_1 / w_2$ . Якщо  $\dot{Z}_1$  – вимірюваний опір, то врівноважується міст регулюванням  $\dot{Z}_2$  і переключенням секцій обмоток  $w_1$  і  $w_2$ . Основна перевага трансформаторних мостів – можливість роботи на високих частотах (до сотень мегагерц), а також підвищена точність у порівнянні з мостами, що містять окремі елементи в кожному плечі схеми.

## 12.6. Вимірювання опору цифровими приладами

*Цифрові мости.* Позитивною особливістю цифрових мостів є незалежність їх показань від значення напруги живлення. У сучасних цифрових мостах забезпечується автоматичний вибір піддіапазонів вимірювання шляхом перемикання опорів плеч  $R_{An}$  та  $R_{Bm}$  (рис. 92).

Для зменшення впливу залишкових параметрів комутаційних елементів і спрощення їх комутації, в цифрових мостах використовуються тільки кодокеровані магазини провідності (ККМП), які вмикаються в плече протилежне до вимірюваного опору. Напруга нерівноваги моста сприймається пристроєм порівняння (ПП). Блок керування (БК) аналізує знак вихідного сигналу ПП і, залежно від нього, збільшує або

ж зменшує код  $N_x$ , який керує ККМП та подається на пристрій відображення інформації (ПВІ). Зрівноваження відбувається до моменту зменшення напруги нерівноваги до значення меншого від порогу чутливості ПП, при цьому значення вимірюваного опору знаходиться як

$$R_x = G_{\text{мп}} R_{An} R_{Bm} = R_{An} R_{Bm} \sum_{i=1}^k a_i g_i ,$$

де  $G_{\text{мп}} = a_i g_i$  – увімкнена провідність ККМП;  $a_i$  – коефіцієнт комутації ( $a_i = 1$  при наявності одиниці у відповідному розряді коду  $N_x$  і  $a_i = 0$  – в протилежному випадку);  $g_i$  – провідність  $i$ -го розряду ККМП;  $k$  – кількість двійкових розрядів коду  $N_x$ ;  $n, m$  – відповідно, кількість резисторів у плечах  $R_{An}$  та  $R_{Bm}$ ;  $n \cdot m$  – кількість піддіапазонів вимірювання опору.

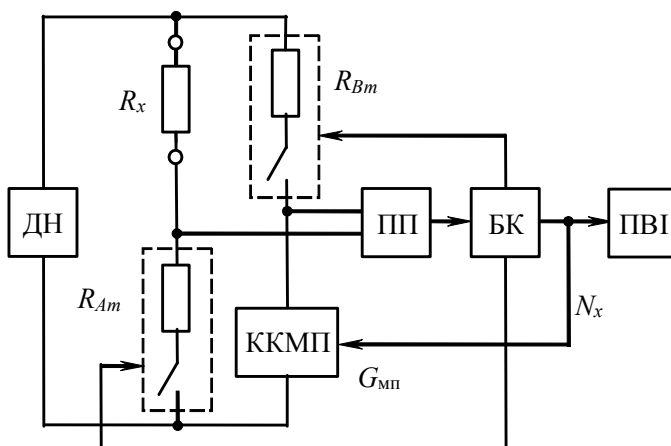


Рис. 92. Структурна схема цифрового моста

Як видно з цього рівняння, похибка вимірювання опору цифровими мостами залежить від інструментальних похибок резисторів плечей  $R_{An}$  та  $R_{Bm}$  і ККМП, а також від залишкових

параметрів (опорів замкнених ключів і залишкових ЕРС) перемикачів резисторів плечей та ККМП. За допомогою цифрових мостів вимірюють опір у широкому діапазоні значень ( $10^{-2} \dots 10^{10}$ ) Ом, з похибкою  $\pm(0,05 \dots 2) \%$  та роздільною здатністю  $10^{-5}$ .

*Цифрові омметри.* Сучасні цифрові омметри (рис. 93) будуються на основі АЦП напруги постійного струму. Автоматичне перемикання піддіапазонів вимірювання опору здійснюється перемиканням ключами  $S_j$  струмозадавальних резисторів  $R_{Nj}$ . Перетворювач опору в напругу реалізований на операційному підсилювачі  $DA$ , а вимірюваний резистор  $R_x$  увімкнений в коло його від'ємного зворотного зв'язку. Для забезпечення інваріантності результату вимірювання опору до значення вимірювального струму, вимірювальний струм формується із напруги живлення  $U$ . Одночасно ця ж напруга служить опорною для АЦП напруги постійного струму. Вихідна напруга  $U_{вих}$  перетворювача опір-напруга

$$U_{вих} = U \frac{R_x}{R_{Nj} + R_{kj}}$$

за допомогою АЦП перетворюється в код  $N_x$ :

$$N_x = k_{ацп} \frac{U_{вих}}{U} = k_{ацп} \frac{R_x}{R_{Nj} + R_{kj}},$$

де  $k_{ацп}$  – коефіцієнт перетворення АЦП;  $R_{Nj}$  – значення опору  $j$ -го струмозадаючого резистора;  $R_{kj}$  – опір замкненого ключа  $S_j$ .

Як видно з цього рівняння, похибка цифрового омметра визначається похибками струмозадаючого резистора  $R_{Nj}$ , залишковими параметрами ключа  $S_j$  та АЦП. Завдяки суттє-

вому зменшенню кількості комутаційних елементів порівняно з цифровими мостами, похибка в найкращих моделях цифрових омметрів зменшена до тисячних часток відсотка.

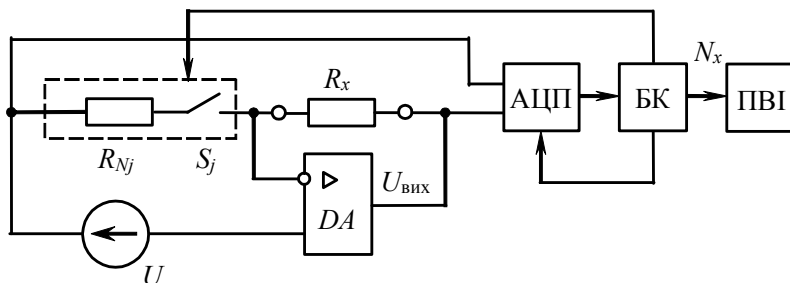


Рис. 93. Структурна схема цифрового омметра

### Контрольні питання

1. Що називають вимірювальним мостом?
2. Чому дорівнює взаємний опір діагоналей урівноваженого моста?
3. Яка умова рівноваги чотирিপлечого моста?
4. Що є джерелами похибок в урівноважених мостах?
5. Умови рівноваги чотириплечого та подвійного мостів постійного струму. В яких випадках використовуються подвійні мости?
6. Умови рівноваги мостів змінного струму для визначення параметрів конденсаторів та котушок індуктивностей.
7. Поясніть схемні особливості та принцип дії цифрових омметрів.

*Тема № 13*  
**ВИМІРЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНОЇ  
ПОТУЖНОСТІ ТА ЕНЕРГІЇ**

Вимірювання потужності в ланцюгах постійного струму й активної та реактивної потужностей у ланцюгах змінного струму виконується електродинамічними і феродинамічними ватметрами і варметрами. Вимірювання активної і реактивної енергії в однофазних і трифазних ланцюгах змінного струму виконуються спеціальними інтегруючими приладами – однофазними і трифазними електричними лічильниками. Класи точності лічильників для обліку активної і реактивної енергії визначаються по основній відносній похибці. Розширення діапазонів вимірювання у ватметрів, варметрів і лічильників електричної енергії виконується за допомогою вимірювальних трансформаторів струму і напруги.

**13.1. Вимірювання активної потужності**

Вимірювання активної потужності в однофазному ланцюзі виконується одноелементними ватметрами з дотриманням правила приєднання виводів (рис. 94). Нехай: по-перше, струм  $I_1$  у нерухомій обмотці, включений послідовно з навантаженням, пропорційний струму в навантаженні  $I_{\text{нав}}$ ; по-друге, струм  $I_2$ , який протікає в рухомій рамці, пропорційний

напрузі на навантаженні  $U_{\text{нав}}$  (ланцюг з рамкою включений паралельно навантаженню); по-третє, характер поля в місці розташування рухомої рамки такий, що  $dM_{12}/d\alpha = \text{const.}$ . При виконанні цих умов маємо для електродинамічних та феродинамічних вимірювальних механізмів

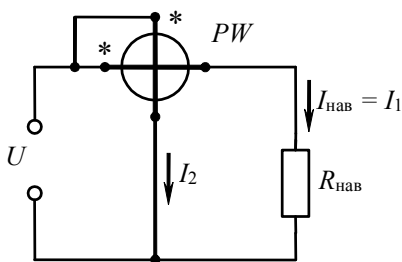


Рис. 94. Схема включення одноелементного ватметра

$$\alpha = \frac{1}{W} I_{\text{нав}} U_{\text{нав}} \cos \psi \frac{dM_{12}}{d\alpha}.$$

Кут  $\psi = (I_1 \wedge I_2)$  дорівнює куту  $\varphi = (I_{\text{нав}} \wedge U_{\text{нав}})$ , якщо в ланцюзі обмотки напруги ватметра з рамкою переважає активний опір:

$$\alpha = k I_{\text{нав}} U_{\text{нав}} \cos \varphi = k P,$$

де  $P$  – активна потужність у навантаженні.

За допомогою одноелементних ватметрів може бути обмірювана активна потужність у трифазному трипровідному ланцюзі по методу двох приладів і в трифазному чотирипровідному – по методу трьох приладів. *Вимірювання активної потужності по методу як двох, так і трьох приладів дає правильні результати незалежно від схеми з'єднання і характеру навантаження як при симетрії, так і при асиметрії струмів і напруг.*

При вимірюванні потужності за методом двох ватметрів (рис. 95) кожен з приладів буде мати наступні показання:

$$P_{W1} = I_A U_{AC} \cos(30^\circ - \varphi); \quad P_{W2} = I_B U_{BC} \cos(30^\circ + \varphi).$$

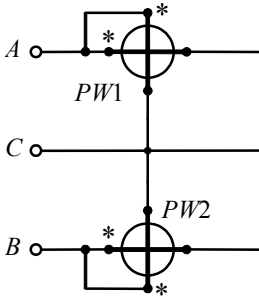


Рис. 95. Схема вимірювання активної потужності у трифазному трипровідному ланцюзі методом двох ватметрів

Тоді потужність трифазного трипровідного ланцюга:

$$P = P_{W1} + P_{W2}.$$

При вимірюванні потужності за методом трьох ватметрів кожний прилад вимірює потужність у кожній фазі окремо, а сума їх показань буде дорівнювати потужності трифазного чотирипровідного ланцюга (рис. 96):

$$P_{W1} = I_A U_A \cos(I_A \wedge U_A) = I_\phi U_\phi \cos(\phi);$$

$$P_{W2} = I_B U_B \cos(I_B \wedge U_B) = I_\phi U_\phi \cos(\phi);$$

$$P_{W3} = I_C U_C \cos(I_C \wedge U_C) = I_\phi U_\phi \cos(\phi);$$

$$P = P_{W1} + P_{W2} + P_{W3}.$$

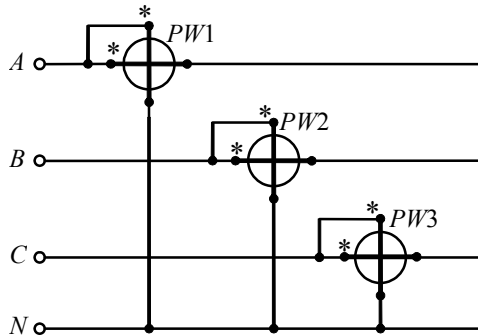


Рис. 96. Схема вимірювання активної потужності у трифазному чотирипровідному ланцюзі методом двох ватметрів

У промислових умовах при технічних вимірюваннях активної потужності в трифазних трипровідних ланцюгах застосовуються двохелементні феродинамічні ватметри, а в чотирипровідних ланцюгах – трьохелементні.

На рис. 97 та рис. 98 показані конструктивні виконання двохелементного і трьохелементного феродинамічного вимірювального механізму.

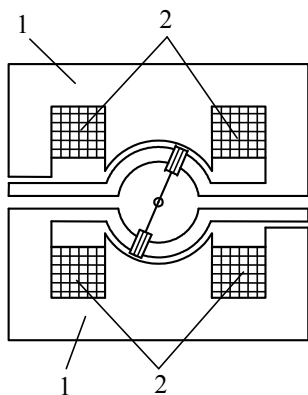


Рис. 97. Двохелементний феродинамічний вимірювальний механізм

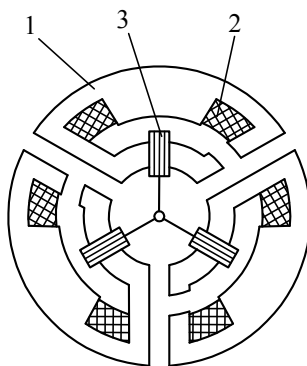


Рис. 98. Трьохелементний феродинамічний вимірювальний механізм

Шихтовані магнітопроводи 1 мають нерухомі струмові обмотки 2. Обмотки напруги виконані у вигляді рухомих рамок 3, укріплених на загальній осі. Таким чином, на рухому частину механізму діє алгебраїчна сума моментів усіх елементів механізму. Включення струмових обмоток і обмоток напруги двоелементного ватметра в трифазний трипровідний ланцюг здійснюється за схемою двох приладів. Включення струмових обмоток і обмоток напруги трьохелементного ватметра в трифазний чотирипровідний ланцюг здійснюється за схемою трьох приладів.

### 13.2. Вимірювання реактивної потужності

Вимірювання реактивної потужності може бути здійснено приладами, в яких обертаючий момент пропорційний не косинусові кута між векторами струму і напруги, а синусові цього кута. Останнє досягається включенням звичайних електродинамічних або феродинамічних вимірювальних механізмів у ланцюг за спеціальними схемами.

Схеми з заміненими напругами дають правильні результати при симетричних напругах і будь-яких струмах, як симетричних, так і асиметричних.

Можна сформулювати наступні правила включення приладів у трифазні ланцюги по схемах із заміненими напругами: струмові обмотки необхідно включати точно так само, як це здійснювалося при вимірюванні активної потужності; обмотки напруги включаються на такі напруги (лінійні або фазні), що відстають на  $90^\circ$  від напруг, поданих на ці обмотки при вимірюванні активної потужності.

Включення двох однофазних ватметрів або елементів двохелементного варметра з використанням методу двох приладів показано на рис. 99.

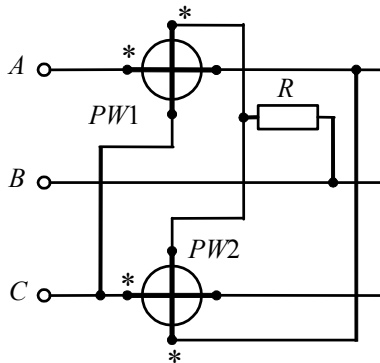


Рис. 99. Схема вимірювання реактивної потужності у трифазному трипровідному ланцюзі методом двох ватметрів

Для одержання фазних напруг  $U_A$  і  $U_C$  створюється штучна нульова точка. Опір резистора  $R$  повинен дорівнювати опорів ланцюгів напруги застосовуваних (обов'язково однотипних) приладів. У випадку застосування однофазних ватметрів їх показання будуть наступними:

$$P_{W1} = I_A U_C \cos(I_A \wedge U_C) = I_\phi U_\phi \cos(60^\circ - \varphi);$$

$$P_{W2} = I_C U_A \cos(I_C \wedge U_A) = I_\phi U_\phi \cos(120^\circ - \varphi).$$

Арифметична сума показань ватметрів пропорційна реактивній потужності

$$Q = \sqrt{3}(P_{W1} + P_{W2}) = 3I_\phi U_\phi \sin(\varphi).$$

Вимірювання реактивної потужності з використанням методу трьох приладів виконується в трифазних чотирипровідних ланцюгах (рис. 100).

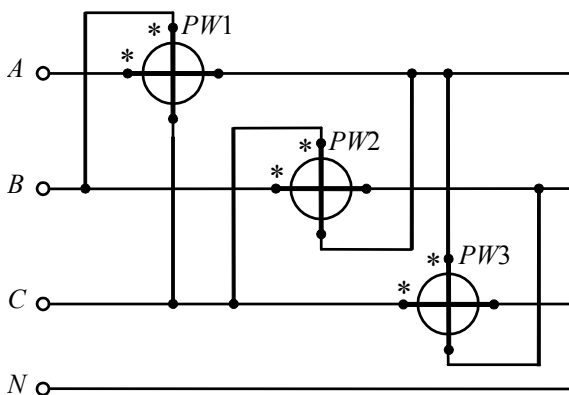


Рис. 100. Схема вимірювання реактивної потужності у трифазному чотирипровідному ланцюзі методом двох ватметрів

При використанні трьох однофазних ватметрів їхні показання будуть рівні:

$$P_{W1} = I_A U_{BC} \cos(I_A \wedge U_{BC}) = I_{\text{л}} U_{\text{л}} \sin(\varphi);$$

$$P_{W2} = I_B U_{CA} \cos(I_B \wedge U_{CA}) = I_{\text{л}} U_{\text{л}} \sin(\varphi);$$

$$P_{W3} = I_C U_{AB} \cos(I_C \wedge U_{AB}) = I_{\text{л}} U_{\text{л}} \sin(\varphi).$$

Значення реактивної потужності трифазного ланцюга:

$$Q = (P_{W1} + P_{W2} + P_{W3}) / \sqrt{3}.$$

### 13.3. Вимірювання активної енергії

Для обліку активної енергії в однофазних ланцюгах змінного струму застосовуються одноеlementні лічильники, побудовані на базі індукційного вимірювального механізму. Принцип дії механізму заснований на взаємодії двох або декількох змінних магнітних потоків зі струмами, індукованими ними ж в рухомому алюмінієвому диску. Виникаючий у механізмі обертаючий момент  $M$  дорівнює

$$M = c f \Phi_1 \Phi_2 \sin(\psi),$$

де  $\Phi_1$  і  $\Phi_2$  – потоки, що перетинають алюмінієвий диск;  $f$  – частота зміни потоків;  $\psi$  – кут зсуву фаз між потоками  $\Phi_1$  і  $\Phi_2$ .

На рис. 101 схематично показаний пристрій одноеlementного однофазного індукційного лічильника. На рис. 102 наведена спрощена векторна діаграма, що пояснює принцип дії лічильника.

Напруга  $U$ , прикладена до обмотки напруги, створює струм  $I_u$ , який має кут зрушення фаз щодо напруги  $U$ , близький до  $90^\circ$  через великий реактивний опір обмотки.

Струм  $I_u$  створює магнітний потік  $\Phi$  у середньому стрижні магнітопроводу 1 (див. рис. 101). Потік  $\Phi$  розділяється на

два потоки:  $\Phi_u$  і  $\Phi_L$ . Робочий потік  $\Phi_u$  перетинає диск 3 і замикається через протиполус 4. Неробочий потік  $\Phi_L$  замикається через бічні стрижні магнітопроводу 1 і безпосередньої участі в створенні обертаючого моменту не бере. Потоки  $\Phi_u$  і  $\Phi_L$  відстають від струму  $I_u$  на кути втрат  $\alpha_u$  і  $\alpha_L$ . Кут  $\alpha_u > \alpha_L$ , тому що потік  $\Phi_u$  перетинає диск 3 і проходить через протиполус 4, у якому виникають додаткові втрати.

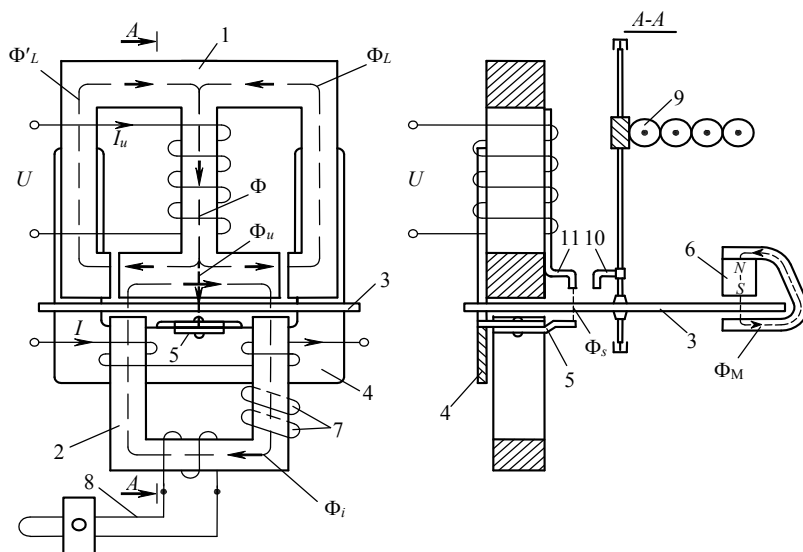


Рис. 101. Одноелементний індукційний лічильник:

- 1 – тристрижневий магнітопровід із обмоткою ланцюга напруги;
- 2 – двострижневий магнітопровід із двома послідовно з'єднаними струмовими обмотками; 3 – алюмінієвий диск, жорстко укріплений на осі рухомої частини; 4 – протиполус із магнітом'якого матеріалу;
- 5 – повідок із магнітом'якого матеріалу; 6 – постійний магніт;
- 7 – короткозамкнений виток; 8 – обмотка; 9 – рахунковий механізм;
- 10 та 11 – крючок та пластина із прапорцем з магнітом'якого матеріалу

Струм  $I$  створює в магнітопроводі 2 магнітний потік  $\Phi_i$ , який двічі перетинає диск 3 і проходить через нижню частину

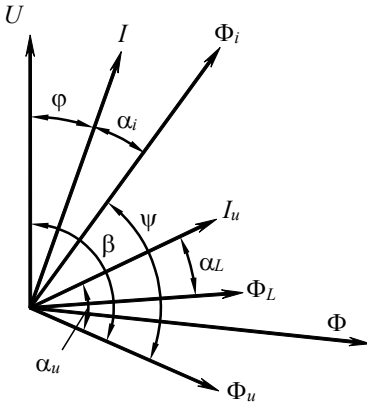


Рис. 102. Векторна діаграма одноелементного індукційного лічильника

середнього стрижня магнітопроводу 1. Потік  $\Phi_i$  відстає від струму  $I$  на кут  $\alpha_i$ . Таким чином, диск перетинає два не співпадаючих у просторі і фазовому зрушенні по фазі потоки  $\Phi_u$  і  $\Phi_i$ . Виникаючи при цьому в диску струми, взаємодіючи з потоками, створюють обертаючий момент, і у розглянутому випадку

$$M = c f \Phi_i \Phi_u \sin(\psi).$$

При роботі на лінійній ділянці кривої намагнічування матеріалу магнітопроводу маємо

$$\Phi_i = k_i I \text{ і } \Phi_u = k_2 I_u = k_2 U / Z_u,$$

де  $Z_u$  – повний опір ланцюга напруги.

Реактивний опір ланцюга напруги набагато більше активного, тому

$$Z_u \approx X_u = 2 \pi f L_u,$$

де  $L_u$  – індуктивність обмотки напруги. Тоді

$$\Phi_u = k_3 U / f \text{ та } M = k U I \sin(\psi) = k U I \cos(\varphi) = k P.$$

Обертаючий момент лічильника пропорційний активній потужності, якщо виконується тотожність  $\sin(\psi) = \cos(\varphi)$  або  $(\varphi + \psi) = 90^\circ$ . Для цього необхідно мати кут  $\beta$ , більший  $90^\circ$ . Значення кута  $\beta > 90^\circ$  забезпечується наявністю досить суттєвого неробочого потоку  $\Phi_L$ , а виконання тотожності  $(\varphi + \psi) = 90^\circ$  здійснюється зміною кута втрат  $\alpha_i$ , що залежить від числа короткозамкнених витків 7 (грубе регулювання) і опору резистора 8 (плавне регулювання).

Для створення гальмівного моменту і забезпечення рівномірної кутової швидкості диска при кожному даному навантаженні служить постійний магніт 6. При перетинанні диском потоку магніту 6 у диску наводиться ЕРС, виникає струм, а отже, і гальмівний момент  $M_m$ , пропорційний кутовій швидкості диска:

$$M_m = c_1 \omega.$$

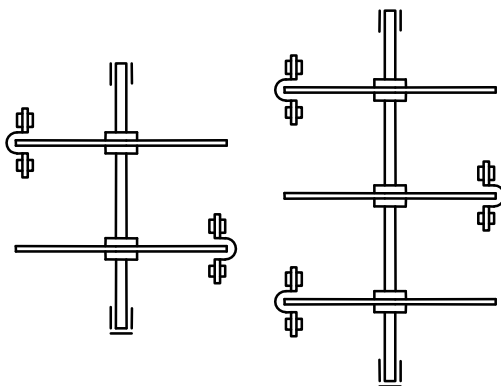


Рис. 103. Конструктивне виконання двохелементного та трьохелементного індукційного лічильника

Якщо знехтувати в першому наближенні тертям і гальмівними моментами, що виникають при перетинанні диском потоків  $\Phi_u$  і  $\Phi_i$ , то постійна кутова швидкість диска буде за рівності моментів  $M$  та  $M_m$ . Тоді

$$k P = c_1 \omega = c_1 d\alpha/dt.$$

Інтегруючи останнє рівняння, маємо

$$W = c N,$$

де  $W$  – активна енергія, врахована лічильником за час від  $t_1$  до  $t_2$ ;  $N$  – число обертань диска за той же інтервал часу;  $c$  – постійна лічильника.

Отже, для обліку витраченої енергії необхідно підраховувати число обертів диска, що здійснюється за допомогою рахункового механізму 9.

Число обертів диска, що приходить на одиницю енергії, називають передатним числом лічильника. Воно вказується на щитку лічильника.

Величина, зворотна передатному числу лічильника, тобто енергія, що враховується лічильником за один оберт диска, називається номінальною постійною лічильника  $c_{\text{ном}}$ .

Для усунення самоходу лічильника на осі диска закріплюють крючок 10 (див. рис. 101). Намагнічена потоком  $\Phi_s$  пластина з прапорцем 11 притягує гачок і усуває самохід. Вважається, що самохід у лічильника відсутній, якщо при струмі  $I = 0$  і  $U = (80 \dots 110) \% U_{\text{ном}}$  диск лічильника робить не більше одного оберту. При цьому сила взаємодії між прапорцем і гачком повинна бути відрегульована так, щоб лічильник мав необхідний поріг чутливості. Під порогом чутливості розуміють найменше значення струму  $I$  у відсотках  $I_{\text{ном}}$ , при якому починається безперервне обертання диска при  $\cos \varphi = 1$  і номінальних значеннях напруги і частоти.

Включення одноелементного індукційного лічильника в однофазний ланцюг здійснюється так само, як і включення одноелементного ватметра. Для обліку активної енергії в трифазних трипровідних або чотирипровідних ланцюгах використовуються двохелементні і трьохелементні лічильники. Схеми включення обмоток лічильників у трифазні ланцюги для обліку активної енергії нічим не відрізняються від схем включення двох- і трьохелементних ватметрів для вимірювання активної потужності.

### 13.4. Принципи побудови електронних лічильників електроенергії

Основним недоліком індукційних лічильників є їх порівняно невисокий клас точності (не краще за 1,0) та вузький частотний діапазон (здебільшого 45...62 Гц). Наявність вищих гармонік суттєво погіршує їхню роботу.

Електронні лічильники дозволяють забезпечити більш високу точність та виконуються на базі первинного перетворювача потужності ППН в напругу  $U_p = k_p P$ . А оскільки одним з найзручніших варіантів інтегрування напруги є її проміжне перетворення в частоту, в схемі передбачений перетворювач напруги в частоту ПНЧ і подальше інтегрування частоти  $f_p$  (підрахунок імпульсів) за допомогою інтегрувального пристрою ІП. Вихідний код  $N$  і буде пропорційний спожитій енергії за відповідний проміжок часу. Здебільшого як інтегрувальний пристрій використовують мікропроцесор або цифрові лічильники.



Рис. 104. Структурна схема електронного лічильника електроенергії

Похибка таких лічильників для обліку енергії промислової частоти при коефіцієнті потужності в межах 1,0...0,5 становить  $\pm 0,1...1,0$  %.

Як ППН може бути використаний, наприклад, прецезійний, швидкодіючий чотириквadrантний аналоговий перемножувач AD 734 зі смугою пропускання вхідних сигналів до 10 МГц та максимальною статичною похибкою перемноження в межах 0,25...0,4 %.

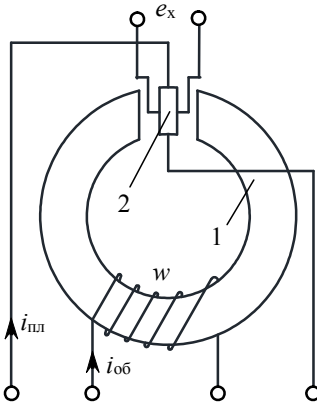


Рис. 105. Вимірювальний перетворювач потужності із датчиком Холла

Ще одним прикладом реалізації прямого перемноження вхідних величин є застосування перетворювачів Холла (рис. 105). Перетворювач Холла складається з тороїдального магнітопроводу 1 із повітряним зазором, датчика Холла 2, розташованого у повітряному зазорі, та обмотки збудження  $w$ . Струм обмотки збудження  $i_{об}$  змінюється пропорційно струму мережі, а струм пластинки датчика Холла  $i_{пл}$  – пропорційно напрузі тієї ж мережі. Магнітна індукція  $B$  змінюється пропорційно струму

збудження, тому маємо:

$$B = k_i i_{об} = k_i I_m \sin(\omega_c t - \varphi); \quad i_{пл} = k_u U_m \sin(\omega_c t);$$

$$e_x = k_x B i_{пл} = k_m U I \cos(\varphi) - k_m U I \cos(2\omega_c t - \varphi),$$

де  $k_i$ ,  $k_u$ ,  $k_m$ ,  $k_x$  – коефіцієнти пропорційності;  $\varphi$  – кут зсуву фаз між напругою  $U$  та струмом  $I$ ;  $\omega_c$  – кутова частота зміни синусоїдальних сигналів.

Як можна бачити з отриманого рівняння, ЕРС Холла має дві складові. Постійна складова пропорційна активній потужності, що споживається навантаженням мережі. А періодична складова змінюється із подвійною частотою та є перешкодою. Змінну складову можна усунути за допомогою фільтру нижніх частот, але це призводить до росту інерційності перетворювача, зменшення його швидкодії.

Для усунення змінної складової можна використати два вимірювальних перетворювачі потужності (рис. 106).

Датчики Холла розташовуються в повітряному зазорі магнітопроводів трансформаторів із обмотками  $w_1$  та  $w_2$ . ЕРС вторинної обмотки  $w_2$  при режимах, близьких до режиму холостого ходу, пропорційна похідній струму, що протікає по первинній обмотці. Трансреактор *ТАВ* забезпечує додаткове диференціювання сигналу струму, перетворюючи його в напругу. Для представленої схеми у першому наближенні справедливі наступні пропорційності:

$$U \propto I_U \propto B_U \Rightarrow E_U \propto -\partial B_U / \partial t \propto -\partial U / \partial t;$$

$$B_I \propto I_I \propto -\partial I / \partial t \Rightarrow E_I \propto -\partial B_I / \partial t \propto \partial^2 I / \partial t^2.$$

Якщо  $I = I_m \sin(\omega_c t - \varphi);$

$$U = U_m \sin(\omega_c t),$$

ЕРС Холла кожного вимірювального перетворювача

$$e_{xU} = k_1 E_U B_I = 2k_2 \omega_c^2 I_m \cos(\omega_c t - \varphi) U_m \cos(\omega_c t) =$$

$$= k_2 \omega_c^2 (I_m U_m \cos(\varphi) + I_m U_m \cos(2\omega_c t - \varphi));$$

$$e_{xI} = k_1 E_I B_U = -2k_2 I_m \omega_c^2 \sin(\omega_c t - \varphi) U_m \sin(\omega_c t) =$$

$$= k_2 \omega_c^2 (-I_m U_m \cos(\varphi) + I_m U_m \cos(2\omega_c t - \varphi)).$$

Легко побачити, що різниця ЕРС Холла вимірювальних перетворювачів пропорційна активній потужності:

$$e_{xU} - e_{xI} = k_2 \omega_c^2 I_m U_m \cos(\varphi),$$

але отримана різниця має залежність від квадрата частоти.

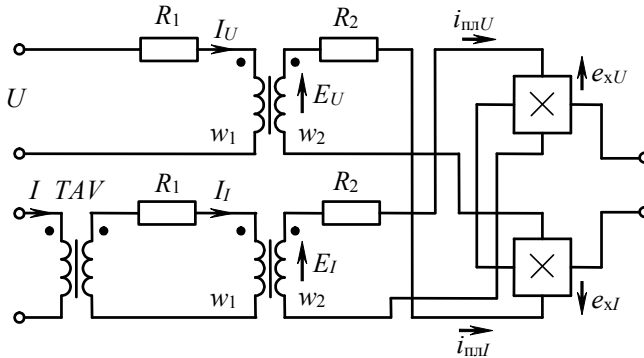


Рис. 106. Датчик потужності  
із гальваномагнітним перетворювачем

На основі перетворювачів Холла створені ватметри з похибкою 0,2...0,5 % для вимірювань активної потужності в однофазних колах змінного струму в діапазоні частот від 40 до 450 Гц.

Структурна схема елементарного перетворювача напруга-частота ПНЧ представлена на рис. 107. Під дією позитивного вхідного сигналу  $U_{\text{вх}}$  напруга  $U_i$  на виході інтегратора  $I$  зменшується. При цьому ключ  $S$  розімкнений. Коли напруга  $U_i$  зменшиться до нуля, компаратор  $K$  перемикається, запускаючи тим самим одновібратор  $ОВ$ . Останній формує імпульс стабільної тривалості  $T_i$ , який управляє ключем. Послідовність цих імпульсів є вихідним сигналом ПНЧ. Ключ замикається і струм  $I_{\text{оп}}$  протягом  $T_i$  надходить на вхід інтегратора, викликаючи збільшення вихідної напруги інтегратора. Далі описаний процес знову повторюється.

В усталеному режимі

$$\frac{1}{RC} \int_0^T U_{\text{вх}}(t) dt = \frac{1}{R} \int_0^{T_i} I_{\text{оп}} dt,$$

звідки частота вихідних імпульсів

$$f = \frac{1}{T} = \frac{U_{\text{вх.ср}}}{R T_i I_{\text{оп}}},$$

де  $U_{\text{вх.ср}}$  – середнє значення вхідної напруги за період слідування вихідних імпульсів  $T$ .

Розглянута структурна схема ПНЧ досить поширена та реалізована, наприклад, у мікросхемах 1108ПП1, VFC32, AD650 та інших. Нелінійність залежності між частотою вихідного сигналу та вхідною напругою складає 0,005...0,05 %.

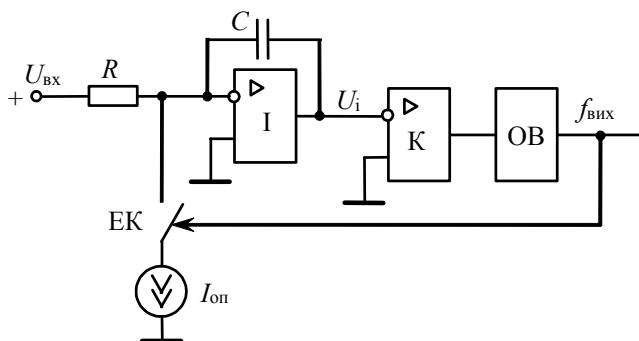


Рис. 107. Структурна схема ПНЧ

Також схеми ПНЧ використовуються в інтегруючих АЦП, де як вихідний сигнал підраховується за фіксований проміжок часу кількість  $N$  імпульсів, що надходять від ПНЧ.

### Контрольні питання

1. При якій умові потужність навантаження трифазного кола можна виміряти одним ватметром і одним вимірюванням?

2. Наведіть схему ввімкнення ватметра у чотирипровідну мережу з симетричним навантаженням зіркою.
  3. Наведіть схему вимірювання реактивної потужності у трифазному трипровідному ланцюзі методом двох ватметрів.
  4. Які причини та шляхи усунення самоходу лічильника?
  5. Назвіть основні елементи вимірювального перетворювача потужності із датчиком Холла.
  6. Поясніть особливості конструкції електронних лічильників енергії.
-

### *Тема № 14*

## **ВИМІРЮВАННЯ МАГНІТНОЇ ІНДУКЦІЇ І НАПРУЖЕНОСТІ МАГНІТНОГО ПОЛЯ**

Магнітні величини, що вимірюються, попередньо перетворюються в електричні. Електричні величини на виході перетворювачів вимірюються методами прямих вимірювань або порівняння з мірою.

Дія індукційних перетворювачів заснована на явищі електромагнітної індукції. Найпоширенішим видом індукційного перетворювача є вимірювальна котушка. Для визначення магнітного потоку, магнітної індукції або напруженості постійного магнітного поля інтегрують імпульс струму або ЕРС, які наводяться у вимірювальній котушці, при швидкій зміні потоку, зчепленого з нею. Потік, пов'язаний з котушкою, можна змінювати різними способами: внести котушку в поле, видалити її з поля, повернути в полі на певний кут, включити або виключити струм, який створює поле. Таку вимірювальну котушку називають індукційно-імпульсним перетворювачем. Для інтегрування імпульсів струму або ЕРС застосовують відповідно балістичні гальванометри або веберметри.

Існують також обертові й вібруючі вимірювальні котушки для визначення характеристик постійних магнітних полів. Вимірювання вихідної ЕРС у цьому випадку здійснюється вольтметрами середніх значень.

При визначенні потоку, індукції й напруженості змінних магнітних полів вимірювальну котушку поміщають у поле й за показниками вольтметра середніх значень, підключеного до вимірювальної котушки, розраховують магнітну величину, яка підлягає вимірюванню.

#### **14.1. Індукційний метод вимірювань параметрів магнітного поля**

Індукційний метод, заснований на явищі електромагнітної індукції, широко використовується для вимірювань параметрів магнітного поля, а також лежить в основі більшості засобів вимірювань параметрів магнітних матеріалів. Вхідною величиною засобів вимірювань, заснованих на індукційному методі, є швидкість зміни магнітного потоку, що пронизує вимірювальний перетворювач, яким є багатовиткова вимірювальна котушка. Ця зміна потокозчеплення  $\Delta\Psi$  індукуює в котушці ЕРС. Отже, вихідною величиною вимірювальної котушки може бути імпульс ЕРС або струму.

Вимірювання імпульсу струму здійснюється за допомогою балістичного гальванометра. Як відомо, під час протікання через рамку гальванометра короткочасного імпульсу струму, коли час  $\tau$  дії імпульсу не перевищує  $1/20$  періоду власних коливань рухомої частини гальванометра, перша (максимальна) амплітуда відхилення вказівника гальванометра (балістичне відхилення):

$$\alpha_{1\max} = S_{\delta} \int_0^{\tau} i dt = S_{\delta} q,$$

де  $S_{\delta}$  – балістична чутливість гальванометра;  $i$  та  $q$  – струм рамки та кількість електрики, що пройшла через рамку.

В пункті 5.5 показано, що для вимірювальної котушки справедливе наступне співвідношення:

$$q = \Delta\Psi/R,$$

$R$  – електричний опір всього кола балістичного гальванометра.

Отже, амплітуда відхилення вказівника гальванометра буде пропорційною значенню вимірюваного магнітного потоку  $\Phi_x$ :

$$\alpha_{1\max} = S_\delta \Delta\Psi / R = S_\delta w \Phi_x / R,$$

де  $w$  – кількість витків вимірювальної котушки.

Для вимірювань сталого магнітного потоку індукційно-імпульсним методом існують спеціальні вимірювачі магнітного потоку – веберметри. Магнітоелектричний вимірювальний механізм веберметра відрізняється від звичайних магнітоелектричних механізмів тим, що в нього відсутні протидіючі пружини, а струм до рухомої рамки підводиться за допомогою "безмоментних" струмопідводів (струмопідводів з дуже незначним протидійним моментом). У таких випадках відхилення рухомої частини пропорційне ЕРС, що наводиться в під'єднаній до рамки вимірювальній котушці при зміні її повного потокозчеплення з вимірюваним магнітним потоком  $\Phi_x$ :

$$\alpha = S_\Phi \int_0^\tau e dt = S_\Phi \Delta\Psi = S_\Phi w \Phi_x,$$

де  $S_\Phi$  – чутливість приладу до потоку.

Отже, відхилення вказівника веберметра пропорційне вимірюваному потоку і практично не залежить від опору вимірювального кола, якщо цей опір не перевищує допустимого значення, вказаного в паспорті приладу, а це здебільшого 10...50 Ом.

Завдяки незалежності від опору вимірювального кола веберметр не потребує градуювання перед вимірюванням, як при вимірюванні магнітного потоку за допомогою балістичного гальванометра. Веберметр має градуювану в одиницях вимірюваної величини шкалу.

За допомогою найпоширеніших мілівеберметрів можна вимірювати магнітні потоки з похибкою до 1... 1,5 %.

#### 14.2. Вимірювання в магнітних полях з використанням гальваномагнітних перетворювачів

На рис. 108 зображена спрощена принципова схема тесламетра з перетворювачем Холла для вимірювання індукції в постійних магнітних полях.

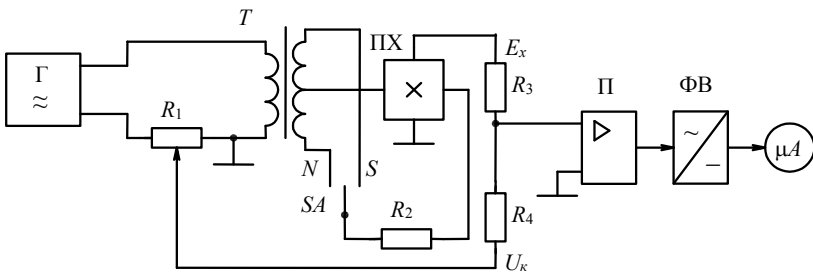


Рис. 108. Спрощена принципова схема тесламетра із перетворювачем Холла

Перетворювач Холла ПХ живиться змінним струмом частотою 1000 Гц від вбудованого генератора  $\Gamma$  через трансформатор  $T$ . Вимірювання ЕРС Холла проводиться компенсаційним методом. Напруга компенсації  $U_{\kappa}$ , яка знімається з резистора  $R_1$ , й ЕРС Холла  $E_x$  подаються в протифазі через резистори  $R_3$  й  $R_4$  на вхід підсилювача. З виходу підсилювача  $\Pi$  напруга, пропорційна сумі  $E_x$  й  $U_{\kappa}$ , надходить на фазочутливий випрямляч  $\Phi В$ , для якого в якості опорної напруги використовується напруга генератора  $\Gamma$ , синфазна з  $U_{\kappa}$  (наприклад, падіння напруги на опорі  $R_1$ ). Момент компенсації визначають за допомогою мікроамперметра  $\mu A$  з двосторонньою шкалою, який підключений до виходу  $\Phi В$ , а вимірю-

ване значення магнітної індукції визначають по шкалі резистора  $R_1$ . Кут зрушення фаз між  $E_x$  й  $U_k$  повинен дорівнювати  $180^\circ$ , що є необхідною умовою компенсації, й забезпечується вибором фази струму в перетворювачі Холла залежно від напрямку досліджуваного поля. Для цього перемикач  $SA$  ставлять у положення  $S$  або  $N$ , яке відповідатиме напрямку поля.

Менш розповсюдженими, ніж перетворювачі Холла, є магніторезистивні перетворювачі.

Для виготовлення магніторезистивних перетворювачів застосовуються вісмут, сурм'янистий індій, сурм'янистий нікель та інші матеріали.

Відносна зміна опору металу або напівпровідникового матеріалу при впливі магнітного поля з індукцією  $B$ :

$$\Delta R/R = A u_{H.3} B^2,$$

де  $u_{H.3}$  – рухливість носіїв заряду;  $A$  – коефіцієнт пропорційності, що залежить від форми й розмірів перетворювача та властивостей матеріалу.

Найбільшу відносну зміну опору дає магніторезистивний перетворювач, що має форму диска з електродом у центрі й електродом по окружності, оскільки в цьому випадку похибка, пов'язана з ефектом Холла, практично відсутня. Знаходять застосування також магніторезистивні перетворювачі прямокутної форми й у вигляді меандра. Перевагою останніх є більш високий омичний опір, який досягає сотень і тисяч Ом. Крім того, залежність  $\Delta R/R = f(B)$  для прямокутних магніторезисторів при індукціях більше  $0,3$  Тл наближається до лінійної. Недоліком магніторезистивних перетворювачів, як і перетворювачів Холла, є сильна залежність функції перетворення від температури.

### 14.3. Вимірювання в магнітних полях із застосуванням феромодуляційних перетворювачів

Схема тесламетра з феромодуляційним перетворювачем (ферозондом) показана на рис. 109. Феромодуляційний перетворювач ФМП являє собою в найпростішому випадку систему із двох однакових стрижневих магнітопроводів, виконаних з матеріалів з високою магнітною проникністю (пермалоя), з нанесеними на кожний з них двома обмотками, причому  $w_1 = w_3$ ;  $w_2 = w_4$ . Обмотки  $w_1$  й  $w_3$ , які називаються обмотками збудження, з'єднані таким чином, що створювані ними магнітні потоки спрямовані зустрічно. Під час відсутності зовнішнього магнітного поля при синусоїдальному намагнічуючому струмі потоки в магнітопроводі несинусоїдальні через нелінійність характеристики  $B(H)$ , але симетричні щодо осі часу. ЕРС, які наводяться потоками у вимірювальних обмотках  $w_2$  й  $w_4$ , будуть рівні, хоча вони також несинусоїдальні, але симетричні щодо осі часу. При показаному на рис. 50 з'єднанні обмоток  $w_2$  й  $w_4$  результуюча ЕРС  $e$  дорівнює нулю.

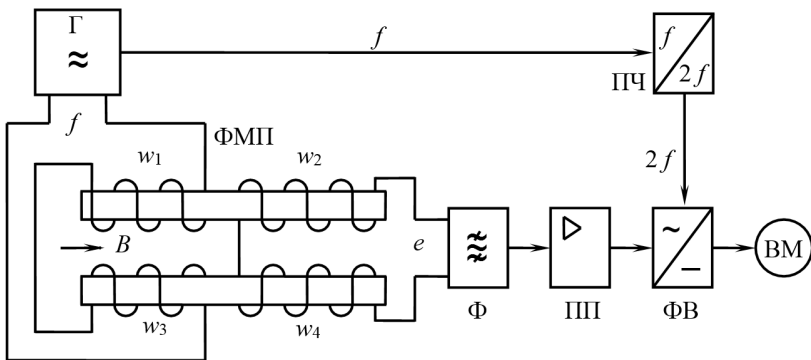


Рис. 109. Спрощена принципова схема тесламетра із феромодуляційним перетворювачем

Накладення постійного вимірюваного магнітного поля з індукцією  $B$  на змінне поле змінює магнітний стан магнітопроводів. Потоки в магнітопроводах стають несиметричними щодо осі часу, тобто в їхньому складі крім непарних гармонік з'являються також парні гармоніки. Зі збільшенням індукції вимірюваного поля  $B$  збільшується амплітуда парних гармонік. Очевидно, що якщо в одному з магнітопроводів миттєве значення збуджуючого поля збігається по напрямку з вимірюваним, то в іншому воно протилежне вимірюваному.

В результаті у вимірювальних обмотках  $w_2$  й  $w_4$  будуть наведені несинусоїдальні й несиметричні щодо осі часу ЕРС  $e_2$  й  $e_4$ ; при цьому непарні гармоніки  $e_2$  й  $e_4$  будуть збігатися по фазі, а парні будуть у протифазі. Оскільки обмотки  $w_2$  й  $w_4$  з'єднані послідовно й зустрічно, то результуюча ЕРС  $e$  містить тільки суму парних гармонік, з якої за допомогою фільтра  $F$  виділяють другу гармоніку. Напряга другої гармоніки підсилюється проміжним підсилювачем ПП й випрямляється фазочутливим випрямлячем ФВ. Випрямлена напруга подається на вимірювальний механізм ВМ, шкала якого градується в значеннях вимірюваної індукції. Застосування фазочутливого випрямляча викликано необхідністю визначення напрямку досліджуваного поля. Як опорний сигнал для ФВ використовується сигнал генератора  $G$ , подвоєний через подвоювач частоти ПЧ. Оскільки опорний сигнал та сигнал з ПП мають однакову частоту, то в залежності від того, синфазні ці сигнали або ні, на виході ФВ матимемо додатний або від'ємний сигнал, пропорційний магнітній індукції, що дозволить оцінити напрям підмагнічування зовнішнім полем феромодуляційного перетворювача.

Для підвищення точності в цих приладах використовують компенсаційний метод вимірювань, при якому вимірюване магнітне поле компенсується однаковим за модулем

з вимірюваним і протилежним за знаком компенсуючим полем  $B_k$ . Для створення компенсуючого поля постійний струм з виходу фазочутливого випрямляча надходить на компенсуючу обмотку і створює компенсуюче поле. В коло зворотного зв'язку увімкнений міліамперметр, шкала якого проградуйована в одиницях вимірюваної величини.

Феромодуляційні перетворювачі придатні для вимірювань як у постійних, так і у змінних магнітних полях. Прилади з цими перетворювачами відрізняються високою чутливістю (поріг чутливості складає частки нанотесла) та порівняно високою точністю (похибка вимірювання залежно від значення вимірюваної величини може бути від 0,01 до 1 %).

### **Контрольні питання**

1. Чим веберметр відрізняється від звичайних магнітоелектричних механізмів?
  2. Який недолік мають магніторезистивні перетворювачі?
  3. Поясніть принцип дії приладу для вимірювання магнітної індукції на базі перетворювача.
  4. Поясніть принцип дії приладу для вимірювання магнітної індукції на базі феромодуляційного перетворювача.
  5. Як визначається напрям магнітного поля при вимірюванні магнітної індукції ферромодуляційним перетворювачем та перетворювачем Холла?
-

### *Тема № 15*

## **ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАГНІТНИХ МАТЕРІАЛІВ**

### **15.1. Квазістатичний метод із використанням осцилографа**

Це індукційнонеперервний метод, при якому в дослідному зразку здійснюється неперервна зміна напруженості магнітного поля  $H(t)$  за рахунок протікання змінного струму  $i(t)$  малої частоти у первинній обмотці  $w_1$ , а індукція магнітного поля  $B(t)$  у дослідному зразку встановлюється шляхом інтегрування ЕРС  $e(t)$  на виході вторинної обмотки  $w_2$ . Обидва сигнали подаються відповідно на поперечну  $y$  та подовжню  $x$  системи відхилення осцилографа. В результаті на екрані отримуємо петлю гістерезису, крайні точки якої будуть лежати на основній кривій намагнічування, а площа, обмежена петлею, буде пропорційна активним втратам у дослідному зразку при відповідній частоті зміни магнітного поля. Зразок виконується у вигляді замкненого магнітного ланцюга із якомога меншими повітряними зазорами (наприклад, у вигляді тороїда).

Відповідні співвідношення між магнітними та електричними параметрами мають наступний вигляд:

$$e(t) = w_2 S \frac{dB(t)}{dt};$$

$$U_H(t) = i(t) R_0 = \frac{R_0 l_{\text{ср}}}{w_1} H(t),$$

де  $S$  – площа поперечного перетину зразка;  $l_{\text{ср}}$  – довжина середньої лінії зразка;  $w_1$  та  $w_2$  – кількість витків у первинній та вторинній обмотках.

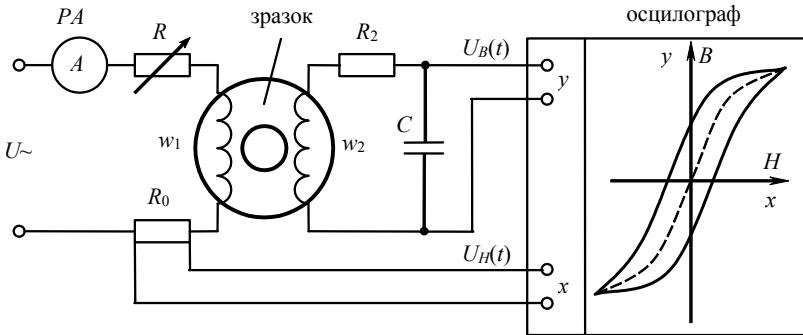


Рис. 110. Схема для визначення динамічних характеристик магнітних матеріалів за допомогою осцилографа

За умови, що в інтегровальній  $RC$ -ланці виконується співвідношення  $R \gg 1/(\omega C)$ , миттєве значення напруги на конденсаторі

$$U_B(t) = \frac{1}{C} \int \frac{e(t)}{R_2} dt = -\frac{w_2 S}{R_2 C} B(t),$$

де  $\omega = 2 \pi f$ , а  $f$  – частота зміни магнітного поля.

Задаючись різними значеннями амплітуди та частоти струму в первинній обмотці, можна зняти точки основної кривої намагнічування та визначити залежність питомих втрат у зразку від параметрів змінного магнітного поля:

$$P = \frac{V}{m} \frac{1}{T} \oint H dB = \frac{V}{m} \frac{1}{T} S_{\text{п}} k_H k_B,$$

де  $V$  – об'єм зразка;  $m$  – маса зразка;  $T = 1/f$  – період зміни магнітного поля;  $S_{\text{п}}$  – площа петлі гістерезису,  $\text{мм}^2$ ;  $k_H$  – масштаб по напруженості магнітного поля,  $\text{А}/(\text{м}\cdot\text{мм})$ ;  $k_B$  – масштаб по магнітній індукції,  $\text{Тл}/\text{мм}$ .

## 15.2. Використання амперметра й вольтметрів

Динамічні випробування магнітних матеріалів найбільш просто здійснити, маючи у своєму розпорядженні амперметр діючих і вольтметри амплітудних та середніх значень.

Амперметр  $PA$  та вольтметри  $PV1$  й  $PV2$  включають в електричні ланцюги намагнічуючої  $w_1$  і вимірювальної  $w_2$  обмоток зразка, який випробовується.

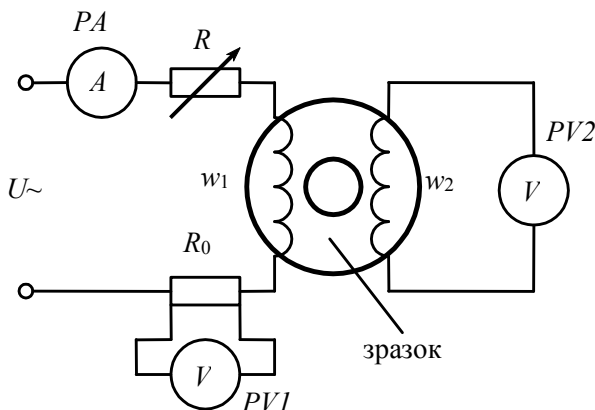


Рис. 111. Схема для визначення динамічних характеристик магнітних матеріалів за допомогою амперметра та вольтметрів

Якщо активний опір  $R$  у ланцюзі намагнічуючої обмотки великий, то при синусоїдальній напрузі живлення форма кривої напруженості поля в зразку близька до синусоїдальної. У цьому випадку напруженість  $H_m$  обчислюють по формулі

$$H_m = \sqrt{2} I w_1 / l_{\text{ср}} ,$$

де  $I$  – діюче значення струму, що намагнічує;  $w_1$  – число витків намагнічуючої обмотки;  $l_{cp}$  – середня довжина окружності зразка.

Якщо активний опір  $R = 0$ , то близькою до синусоїдальної виявляється форма кривої індукції, і для визначення напруженості поля в зразку вимірюють вольтметром амплітудних значень  $PVI$  спадання напруги  $U_m$  на зразковому резисторі  $R_0$ . Очевидно, що

$$H_m = U_m w_1 / (R_0 l_{cp}).$$

Магнітна індукція  $B_m$  виражається через середнє значення ЕРС, що наводиться в обмотці  $w_2$ , і вимірюється вольтметром середніх значень  $PV2$ :

$$B_m = E_{2cp} / (4 f w_2 s_0) \approx U_{2cp} / (4 f w_2 s_0),$$

де  $U_{2cp}$  – показання вольтметра;  $f$  – частота;  $w_2$  – число витків вимірювальної обмотки;  $s_0$  – площа поперечного перерізу зразка.

Змінюючи намагнічуючий струм, можна за отриманими значеннями побудувати залежність  $B_m = f(H_m)$ , а також визначити амплітудну магнітну проникність  $\mu_m = B_m / (\mu_0 H_m)$ .

### 15.3. Застосування ватметра для визначення магнітних втрат

Широко розповсюдженим ватметровим способом випробовують зразки кільцевої форми, а також зразки у вигляді смуг, з яких збирають замкнений магнітний ланцюг. Схема включення нанесених на зразок обмоток і вимірювальних приладів зображена на рис. 112, а.

Якщо знехтувати потоками розсіювання магнітного ланцюга й індуктивними опорами вольтметра і ланцюга напру-

ги ватметра, які малі в порівнянні з їхніми активними опорами, то потужність магнітних втрат і потужність, яка витрачається на нагрівання активних опорів у ланцюзі обмотки  $w_2$ , можна пов'язати наступним рівнянням:

$$E_1 I_1 \cos(\varphi) = P_n + E_2 I_2,$$

де  $E_1$  й  $E_2$  – відповідно ЕРС індукції в намагнічуючій  $w_1$  й вимірювальній  $w_2$  обмотках;  $I_1$  і  $I_2$  – струми в обмотках  $w_1$  та  $w_2$ ;  $\varphi$  кут зсуву фаз між векторами –  $E_1$  й  $I_1$ ;  $P_n$  – потужність втрат на перемагнічування.

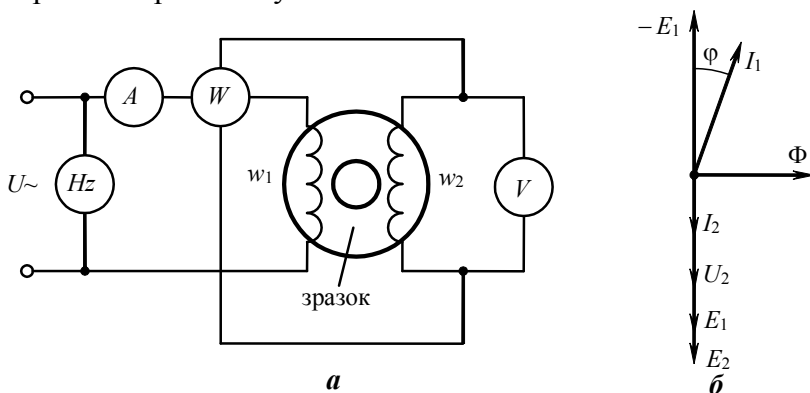


Рис. 112. Схема для визначення магнітних втрат

З огляду на те, що  $E_1 = E_2 (w_1/w_2)$ ;  $E_2 = U_2 (1 + R_2/R)$ ;  $I_2 = U_2/R$ ;  $R = R_V R_U / (R_V + R_U)$ , де  $w_1/w_2$  – співвідношення кількості витків намагнічуючої й вимірювальної обмоток;  $U_2$  – напруга на обмотці  $w_2$ ;  $R_2$  – активний опір обмотки  $w_2$ ;  $R_V$  – активний опір вольтметра;  $R_U$  – активний опір ланцюга напруги ватметра, одержимо:

$$P_n = \left[ \left( U_2 I_1 \cos(\varphi) \frac{w_1}{w_2} \right) - \frac{U_2^2}{R_V} - \frac{U_2^2}{R_U} \right] (1 + R_2/R).$$

Позначимо:

– потужність, що вимірюється ватметром, через  $U_2 I_1 \cos(\varphi) = P_w$ ;

– потужність, яка споживається вольтметром, через  $U_2^2/R_V = P_V$ ;

– потужність, яка споживається ланцюгом напруги ватметра, через  $U_2^2/R_U = P_U$ .

В цьому випадку, розділивши обидві частини на масу зразка  $G$ , приходимо до рівняння, що визначає питомі магнітні втрати:

$$P_{n0} = \left[ \left( P_w \frac{w_1}{w_2} \right) - (P_V + P_U) \right] (1 + R_2/R)/G.$$

Множник  $(1 + R_2/R)$  можна опустити, якщо  $R_2 \ll R$ . Питомі магнітні втрати знаходять залежно від магнітної індукції  $B_m$  на різних частотах.

Значення  $B_m$ , при якому вимірювалися втрати, розраховують по формулі

$$B_m = U_2 / (4k f w_2 s_0),$$

де  $U_2$  – діюче значення напруги на обмотці  $w_2$ ;  $k = 1,11$  – коефіцієнт форми для синусоїдальної індукції;  $s_0$  – площа поперечного перерізу зразка.

Магнітні втрати складаються із втрат на гістерезис і втрат на вихрові струми. В області низьких частот втрати на гістерезис пропорційні першій степені частоти, а втрати на вихрові струми – квадрату частоти, тобто  $P_\epsilon = a f$ ;  $P_\delta = b f^2$ .

Для визначення окремо втрат  $P_\epsilon$  і  $P_\delta$  досить виміряти загальні втрати на двох частотах  $f_1$  й  $f_2$ , а потім, вирішивши систему рівнянь

$$P_{n1} = a f_1 + b f_1^2;$$

$$P_{n2} = a f_2 + b f_2^2,$$

аналітично або графічно, знайти коефіцієнти  $a$  й  $b$ .

#### 15.4. Застосування ватметра для визначення магнітних втрат

Мостовий метод вимірювань полягає в тому, що намагнічувальна обмотка зразка вмикається в одне з плечей моста змінного струму. В одну з діагоналей моста вмикають джерело намагнічувального струму, в іншу – вказівник рівноваги, настроєний на першу гармоніку частоти намагнічування. Міст зрівноважують і, враховуючи умови рівноваги моста, визначають параметри послідовної схеми заміщення досліджуваного зразка з намагнічувальною обмоткою:

$$L_x = C_3 R_2 R_4; R_x = R_2 R_4 / R_3.$$

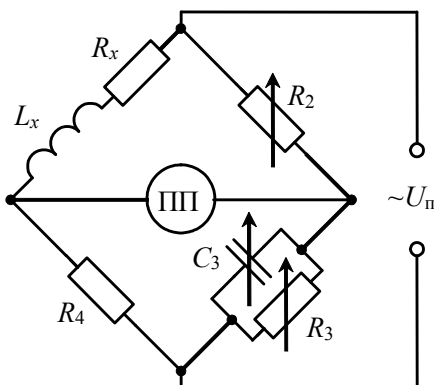


Рис. 113. Схема моста змінного струму для вимірювання параметрів магнітних матеріалів

У свою чергу  $L_x$  та  $R_x$  пов'язані з магнітними параметрами досліджуваного матеріалу для кільцевого зразка

із середнім діаметром  $D$  та площею поперечного перерізу  $S$  залежностями:

$$\mu_1 = \frac{D L_x \cdot 10^7}{4 S w^2}; \mu_2 = \mu_1 \operatorname{tg} \delta = \frac{\mu_1 R_m}{\omega L_x} = \frac{(R_x - R_0) D \cdot 10^7}{4 S w^2 \omega},$$

де  $\mu_1$  та  $\mu_2$  – пружна (уявна) та в'язка (дійсна) складові відносної комплексної магнітної проникності;  $w$  – кількість витків намагнічувальної обмотки;  $\omega$  – кутова частота намагнічувального струму;  $R_m$  – опір втрат у матеріалі зразка, який дорівнює різниці вимірюваного опору  $R_x$  та опору обмотки  $R_0$  на даній частоті;  $\operatorname{tg} \delta$  – тангенс кута втрат.

Вимірювши  $L_x$  та  $R_x$  при різних значеннях напруженості магнітного поля, частоти, температури довкілля, можна визначити тангенс кута втрат, температурний коефіцієнт магнітної проникності.

Останнім часом для досліджень магнітних параметрів матеріалів широке застосування отримали мости з автоматичним керуванням, що дає змогу значно підвищити продуктивність праці при вимірюваннях.

Частотний діапазон мостових засобів вимірювань лежить в межах 50 Гц...100 МГц. Діапазон значень вимірюваних параметрів еквівалентної схеми заміщення зразка становить: для індуктивності – від одиниць наногенрі до одиниць генрі, для опорів – від сотих часток ома до одиниць кілоом. Мінімальні значення  $\operatorname{tg} \delta$ , які піддаються вимірюванню мостовим методом, становлять  $5 \cdot 10^{-5}$ ... $5 \cdot 10^{-4}$ .

### Контрольні питання

1. Чому пропорційна площа обмежена петлею гістерезису?
2. З чого складаються магнітні втрати і як ці складові залежать від параметрів магнітного поля?

3. Поясніть, у чому полягає метод ватметра для визначення магнітних втрат у зразку. Де можуть бути використані результати вимірювань?

4. У чому полягає мостовий метод визначення магнітних втрат?

5. Поясніть фізичну сутність пружної (уявної) та в'язкої (дійсної) складових відносної комплексної магнітної проникності.

---

## **ЗАДАЧНИК З ВИМІРЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ ВЕЛИЧИН**

**1.** Визначити клас точності магнітоелектричного міліамперметра з кінцевим значенням шкали  $I_{\text{ном}} = 0,5$  мА для вимірювання струму  $I = 0,1 \dots 0,5$  мА так, щоб відносна похибка вимірювання струму не перевищувала 1 %.

**2.** Визначити відносну методичну похибку вимірювання струму амперметром, внутрішній опір якого  $R_A = 0,05$  Ом ввімкнений у коло послідовно з джерелом ЕРС  $E = 10$  В та опором  $R = 5$  Ом.

**3.** Маємо мікроамперметр з межею вимірювання 200 мкА, внутрішнім опором 300 Ом і максимальним числом ділень 100. Визначити опір шунта для розширення межі вимірювання до 30 А і відносну похибку вимірювання на відмітці 85 ділень, якщо клас точності приладу 1,0.

**4.** Амперметр класу точності 1,5 має 100 ділень. Ціна кожного ділення 0,5 А. Визначити показання приладу, найбільшу абсолютну похибку і відносну похибку в точках 10, 30, 50, 70 і 90 ділень.

**5.** Визначити, в якому випадку відносна похибка вимірювання струму  $I = 10$  мА менша, якщо для вимірювання використано два прилади, що мають відповідно шкали на 15 мА (клас точності приладу 0,5) та на 100 мА (клас точності приладу 0,1).

**6.** При перевірці амперметра з межею вимірювання 10 А класу точності 0,5 відносна похибка на відмітці 2 А склала 4,5 %. Визначити, чи відповідає прилад вказаному класу точності, якщо абсолютна похибка в цій точці має найбільше значення.

**7.** Визначити клас точності мікроамперметра з межею вимірювання 100 мкА, якщо найбільше значення абсолютної похибки отримане на відмітці 40 мкА і дорівнює 1,7 мкА. Визначити відносну похибку приладу для цього значення.

**8.** Межа вимірювання мікроамперметра на 150 мкА повинна бути розширена до 15 А. Визначити опір шунта, якщо його внутрішній опір  $R_A = 400$  Ом. Визначити також клас точності приладу, якщо найбільше значення абсолютної похибки амперметра з шунтом складає 100 мА.

**9.** Амперметр класу точності 1,5 з межею вимірювання 100 А має зовнішній шунт з опором  $r_{\text{ш}} = 0,001$  Ом. Визначити опір вимірювальної котушки приладу, якщо струм повного відхилення  $I = 25$  мА. Визначити також найбільшу абсолютну й відносну похибки вимірювання наступних значень струмів: 20, 30, 50, 75, 80 А.

**10.** Визначити покази магнітоелектричного, електромагнітного та електродинамічного амперметрів, увімкнених послідовно в електричне коло, якщо струм у колі змінюється по закону:

$$i(t) = 3 + 4\sqrt{2} \sin(\omega t), \text{ А.}$$

**11.** Вольтметр класу точності 1,0 з межею вимірювання 300 В перевірений на відмітках 60, 120, 200, 240, і 300 В, при цьому абсолютна похибка в цих точках склала 1,8; 0,7; 2,5; 1,2 і 0,8 В. Визначити: 1) відповідність приладу вказаному класу точності; 2) відносні похибки на кожній відмітці.

**12.** Мілівольтметр із межею вимірювання 750 мВ необхідно переробити в багатомезний вольтметр із межами 7,5; 15; 75; 150 В. Додатковий опір на межі 7,5 В складає 1350 Ом.

Визначити додаткові опори для кожної межі вимірювання, а також опір мілівольметра.

**13.** Для вимірювання напруги живлення  $U_{\text{жив}} = 350$  В використані два послідовно з'єднаних між собою вольтметри з межами вимірювання 300 та 150 В і внутрішніми опорами відповідно 7 та 3 кОм. Визначити показання приладів, максимальну абсолютну і відносну похибки вимірювань, якщо прилади мають клас точності 0,5.

**14.** Визначити відносну методичну похибку вимірювання напруги вольтметром із внутрішнім опором  $R_V = 10$  кОм на опорі  $R = 0,9$  кОм, який підключений до джерела енергії, ЕРС якого  $E = 100$  В і внутрішній опір  $R_0 = 100$  Ом. Вольтметр увімкнений паралельно  $R$ .

**15.** Розрахувати значення ємності  $C_2$  в ємнісному дільнику напруги  $C_1 C_2$ , якщо необхідно розширити межі вимірювання електростатичного вольтметра від 300 В до 6 кВ. Вхідна ємність вольтметра  $C_V = 6$  пФ. Вольтметр підключений паралельно до конденсатора  $C_1 = 374$  пФ.

**16.** Визначити значення опору додаткового резистора  $R_d$ , який включений послідовно в коло магнітоелектричного вольтметра для розширення межі вимірювання до  $U_1 = 15$  В, якщо струм повного відхилення рамки вимірювального механізму вольтметра  $I_V = 50$  мкА, а внутрішній опір вольтметра  $R_V = 1$  кОм.

**17.** Визначити найбільш імовірне значення напруги  $U_{\text{ср}}$  постійного струму, який виміряний компенсатором постійного струму, середньоквадратичну похибку ряду вимірювання  $\sigma_{U_{\text{ср}}}$ , середньоквадратичну похибку середньоарифметичного  $\sigma_{U_{\text{ср}}}$ , довірчий інтервал (при заданій довірчій імовірності  $P_{\text{дов}} = 0,99$ ) і граничну похибку знайденого значення  $U_{\text{ср}}$ .

Результати 8 рівноточних вимірювань наступні: 100,08 мВ; 100,09 мВ; 100,07 мВ; 100,06 мВ; 100,10 мВ; 100,05 мВ; 100,06 мВ; 100,04 мВ.

**18.** Визначити максимальні значення абсолютної і відносної похибок вимірювання напруги  $U$  двома послідовно з'єднаними вольтметрами, якщо показання вольтметрів:  $U_1 = 100$  В;  $U_2 = 50$  В. Межі вимірювання обох вольтметрів 0...150 В, клас точності 1,5.

**19.** Навантаження отримує живлення від однофазного джерела синусоїдальної напруги через двонапівперіодний випрямляч. На вході випрямляча встановлений електромагнітний вольтметр, який показує 220 В. Що покаже магнітоелектричний вольтметр на виході випрямляча, якщо знехтувати падінням напруги на випрямлячі та похибками вольтметрів?

**20.** Для вимірювання змінної напруги вольтметр підключили до ділянки електричного кола через трансформатор напруги. Визначити напругу на цій ділянці та максимальні значення абсолютної і відносної похибок, якщо вольтметр показує 150 В. Межі вимірювання вольтметра 300 В, клас точності – 0,5. Коефіцієнт трансформації вимірювального трансформатора – 10, клас точності – 0,2.

**21.** В мережу змінного струму через трансформатор струму 100/2,5 А і трансформатор напруги 600/150 В підключені амперметр, вольтметр і ватметр, які показали відповідно 100, 120 і 88 ділень. Межі вимірювання приладів наступні: амперметр – 3 А, вольтметр – 150 В, ватметр – 2,5 А по струму, 150 В по напрузі. Всі прилади класу точності 0,5 мають максимальне число ділень 150. Визначити повну споживану мережею потужність, її повний опір і коефіцієнт потужності.

**22.** Активна потужність трифазного симетричного навантаження, включеного за схемою "зірка", вимірюється методом двох ватметрів. Діюче значення лінійної напруги  $U_{\text{л}} = 350$  В. Повний опір кожної фази  $Z = 120$  Ом. Визначити показання другого ватметра, якщо перший ватметр показує нуль. Визначити коефіцієнт потужності навантаження.

**23.** Коефіцієнт потужності симетричного навантаження трифазного трипроводного ланцюга  $\cos \varphi = 0,5$ . Потужність вимірюють за схемою двох ватметрів. Як зміняться показання ватметрів і активна потужність трифазного ланцюга, якщо коефіцієнт потужності зміниться до величини  $\cos \varphi = 0,57$ ?

**24.** Для вимірювання опору використаний вольтметр із внутрішнім опором 50 кОм. При послідовному його включенні із вимірюваним опором прилад показав 120 В, а при його підключенні без опору – 162 В. Визначити опір та найбільші абсолютну і відносну похибки вимірювання, якщо вольтметр має межу вимірювання 300 В і клас точності 2,5.

**25.** Визначити еквівалентний опір кола  $Z = R + jX_L$ , якщо включений послідовно в коло амперметр показує 5 А, паралельно підключений до кола вольтметр показує 100 В, а ватметр показує, що коло споживає 250 Вт активної потужності.

**26.** Визначити значення високоомного опору  $R_x$ , який виміряли методом заміщення, якщо при підключенні зразкового опору  $R_3 = 10^5$  Ом до джерела напруги  $U$  відхилення  $\alpha_0$  рухомої частини гальванометра дорівнює 50 поділкам. При перемиканні на вимірюваний опір  $R_x$  відхилення склало  $\alpha_x = 10$  поділок. Внутрішній опір гальванометра  $R_r = 500$  Ом.

**27.** Визначити ємність  $C_1$  і тангенс кута втрат  $\operatorname{tg} \delta_1$  конденсатора, якщо вимірювання виконувалось по мостовій схемі (див. рис. 87, *a*) на частоті 1000 Гц. При повністю в рівноваженому мосту були зафіксовані наступні його параметри:  $R_2 = 1$  кОм;  $R_4 = 500$  Ом;  $R_3 = 10$  Ом;  $C_3 = 0,1$  мкФ.

**28.** Визначити індуктивність  $L_1$ , опір  $R_1$  та добротність  $Q_1$  невідомої котушки, якщо при рівновазі моста (див. рис. 89) отримані наступні параметри:  $R_3 = 100$  Ом;  $R_2 = 100$  Ом;  $R_4 = 1$  кОм;  $C_4 = 1$  мкФ. Частота напруги живлення складає 1000 Гц.

**29.** На горизонтально відхиляючі пластини подається пилкоподібна напруга з амплітудою  $U_m = 200$  В. На вертикально відхиляючі пластини подається пилкоподібна напруга з такою ж частотою повторення, але з амплітудою  $U_m = 250$  В. Яка фігура утворюється на екрані електронно-променевої трубки? Визначте її довжину й кутове положення щодо горизонтальної осі, якщо чутливість горизонтально відхиляючих пластин  $h_{\Gamma} = 0,2$  мм/В, а вертикально відхиляючих –  $h_{\text{в}} = 0,3$  мм/В.

**30.** На горизонтально відхиляючі пластини електронно-променевої трубки подана синусоїдальна напруга з амплітудою  $U_m = 150$  В. При цьому на екрані утворюється лінія завдовжки  $l = 45$  мм. Визначити чутливість горизонтально відхиляючих пластин. Яка фігура утвориться на екрані, якщо на вертикально відхиляючі пластини подати пилкоподібну напругу в два рази меншої частоти?

**31.** Побудувати фігуру, що виходить на екрані електронно-променевої трубки, якщо на вертикально відхиляючі й горизонтально відхиляючі пластини подана однакова напруга  $u = 200 \sin(314 t)$  В, а чутливість обох пар відхиляючих пластин: а) однакова; б) відрізняється в два рази.

**32.** На обидві пари відхиляючих пластин електронно-променевої трубки, що мають однакову чутливість, подаються синусоїдальні напруги однакової частоти, але зсунуті по фазі одна відносно одної: а) на  $0^\circ$ ; б) на  $45^\circ$ ; в) на  $90^\circ$ ; г) на  $180^\circ$ . Яка фігура утвориться на екрані електронно-променевої трубки?

## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. **Поліщук, Є. С.** Засоби та методи вимірювань неелектричних величин : підручник [Текст] / Є. С. Поліщук, М. М. Дорожовець, Б. І. Стадник, О. В. Івахів та ін. – Львів : Видавництво «Бескид Біт», 2008. – 618 с.
2. Основи метрології та електричні вимірювання : навч. посібник [Текст] / М. М. Дорожовець, Р. М. Івах, В. П. Мотало та ін. ; за ред. д-ра техн. наук, проф. Б. І. Стадника. – Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2011. – 372 с.
3. **Шаповаленко, О. Г.** Основи електричних вимірювань : підручник [Текст] / О. Г. Шаповаленко, В. М. Бондар. – К. : Либідь, 2002. – 320 с.
4. Электрические измерения : учеб. пособие для вузов [Текст] / В. Н. Малиновский, Р. М. Демидова-Панферова, Ю. Н. Евланов и др. – М. : Энергоатомиздат, 1985. – 416 с.
5. Вимірювальні перетворювачі (сенсори) : підручник / В. М. Ванько, Є. С. Поліщук, М. М. Дорожовець, В. О. Яцук, Ю. В. Яцук. – Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2015. – 584 с.
6. Сборник задач и упражнений по электрическим и электронным измерениям : учеб. пособие для вузов / Э. Г. Атамалян, Е. Р. Аствацатурьян, О. Н. Бодряшова и др. – М. : Высш. школа, 1980. – 177 с.
7. Интегральная электроника в измерительных устройствах / В. С. Гутников. – Л. : Энергоатомиздат, 1988. – 304 с.

## ЗМІСТ

|                                                                                                                      |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Тема № 1. Визначення й класифікація засобів вимірювання.<br>Характеристика засобів вимірювання .....                 | 3   |
| Тема № 2. Структурні схеми засобів вимірювання.<br>Види вимірювань. Методи вимірювань .....                          | 15  |
| Тема № 3. Імовірнісні характеристики похибки вимірювань .....                                                        | 33  |
| Тема № 4. Обробка прямих і непрямих вимірювань .....                                                                 | 44  |
| Тема № 5. Вимірювальні перетворювачі електричних<br>і магнітних величин .....                                        | 63  |
| Тема № 6. Особливості конструкції аналогових<br>електромеханічних вимірювальних приладів .....                       | 78  |
| Тема № 7. Особливості конструкцій електронних<br>вимірювальних пристроїв .....                                       | 102 |
| Тема № 8. Особливості конструкцій цифрових<br>вимірювальних пристроїв .....                                          | 122 |
| Тема № 9. Реєструючі вимірювальні пристрої. Осцилографи ...                                                          | 144 |
| Тема № 10. Вимірювання частоти, періоду й кута зсуву фаз ....                                                        | 156 |
| Тема № 11. Вимірювання постійного та змінного струму<br>й напруги. Компенсатори постійного та змінного струму .....  | 172 |
| Тема № 12. Електронний омметр. Вимірювання опору, ємності<br>й індуктивності за допомогою вимірювальних мостів ..... | 186 |
| Тема № 13. Вимірювання електричної потужності та енергії ....                                                        | 204 |
| Тема № 14. Вимірювання магнітної індукції і напруженості<br>магнітного поля .....                                    | 221 |
| Тема № 15. Визначення динамічних характеристик магнітних<br>матеріалів .....                                         | 229 |
| Задачник з вимірювання електричних величин .....                                                                     | 238 |
| Рекомендована література .....                                                                                       | 244 |
|                                                                                                                      | 245 |

***ДЛЯ ЗАДАТОК***

***ДЛЯ ЗАМЕТОК***

Навчальне видання

**АЛЕКСАНДРОВСЬКИЙ** Станіслав Юрійович  
**БАНДУРА** Сергій Іванович  
**КІМСТАЧ** Олег Юрійович  
**КОСТЮЧЕНКО** Віталій Іванович  
**НОВОГРЕЦЬКИЙ** Сергій Миколайович

**НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК  
З КУРСУ "ОСНОВИ МЕТРОЛОГІЇ  
ТА ЕЛЕКТРИЧНІ ВИМІРЮВАННЯ"**

Редактор *О. Є. Вакула*  
Комп'ютерна правка та корегування *М. О. Паненко*  
Комп'ютерне верстання *В. В. Москаленко*

---

Формат 60×84/16. Ум. друк. арк. 14,4. Тираж 100 прим. Вид. № 15. Зам. № 2312-84.

Видавець і виготівник Національний університет кораблебудування  
імені адмірала Макарова  
просп. Героїв України, 9, м. Миколаїв, 54025

Е-mail : [publishing@nuos.edu.ua](mailto:publishing@nuos.edu.ua)

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6402 від 19.09.2018 р.