

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КРИВИХ ЛІНІЙ ІЗ КРИВИНОЮ, ЩО ЗМІНЮЄТЬСЯ СИНУСОЇДАЛЬНО

*Національний університет кораблебудування
імені адмірала Макарова, Україна*

Запропоновано підхід до геометричного моделювання плоских кривих ліній, що подаються у натуральній параметризації та мають синусоїдальну залежність розподілу кривини від довжини дуги. Наведено стислий аналіз кривих отриманих за допомогою наведеного підходу. Розрахунки та візуалізація отриманих результатів виконані із застосуванням розробленого програмного забезпечення.

Постановка проблеми. Криві лінії знайшли широке застосування при розв'язуванні багатьох задач, пов'язаних з геометричним моделюванням плоских і просторових обводів різноманітних технічних об'єктів, зокрема, корпуси суден, літаків, автомобілів, профілі лопаток турбін і компресорів тощо. Нові сфери застосування кривих вимагають розробки відповідних методів їх побудови. При моделюванні плоских та просторових кривих ліній часто застосовуються їх параметричні рівняння, в яких за параметр приймається довжина власної дуги.

Незважаючи на розмаїття підходів до моделювання кривих, висвітлених в науковій літературі, проблема розробки нових методів їх побудови і на цей час є актуальною, оскільки практика проектування технологічно складних виробів висуває нові завдання, спрямовані на подальше удосконалення підходів до моделювання кривих. Таким чином, проблема розробки нових методів побудови кривих має важливе теоретичне та особливо практичне значення [9].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У сучасній літературі з прикладної геометрії можна знайти достатньо робіт, в яких розглядаються питання моделювання плоских і просторових кривих із застосуванням їх натуральних рівнянь та заданими законами розподілу кривини [1-14]. Найчастіше ці закони приймаються у вигляді лінійних, квадратичних і кубічних залежностей. Іноземними авторами це питання в деяких аспектах розглядалось у роботах [12-14].

У роботах [1, 11] для геометричного моделювання плоских кривих ліній застосовувалися функції, які у натуральній параметризації подавалися рівняннями, що містили синус від довжини дуги кривої.

Формулювання цілей та завдання статті. Метою цієї роботи є розробка підходу до геометричного моделювання плоских кривих, поданих у натуральній параметризації, із застосуванням синусоїдальної залежності розподілу кривини від довжини дуги.

Основна частина. Розглянемо геометричне моделювання плоских кривих із застосуванням закону розподілу кривини від довжини власної дуги, взятому у вигляді

$$k(s) = A \sin(bs) + 1, \quad (1)$$

де A і b – коефіцієнти, що варіюються.

Кут нахилу дотичної до модельованої кривої визначається інтегруванням виразу закону розподілу кривини

$$\varphi(s) = \int_0^s k(s) ds. \quad (2)$$

Параметричні рівняння кривої у натуральній параметризації записуються наступним чином:

$$\begin{aligned} x(s) &= x(0) + \int_0^s \cos \varphi(s) ds; \\ y(s) &= y(0) + \int_0^s \sin \varphi(s) ds. \end{aligned} \quad (3)$$

Оскільки інтеграли у виразах (2) і (3) аналітично не беруться, то їх значення пропонується знаходити числовим методом, наприклад методом трапецій.

Змодельуємо криві з законом розподілу у вигляді (1) з різними значеннями коефіцієнтів A і b . Отримані при цьому графічні результати наведені на рис. 1-6. На рисунках градуювання координатних осей виконано з кроком 0,25.

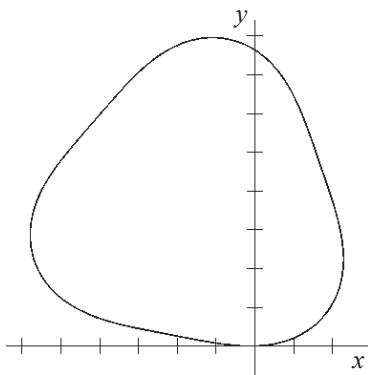


Рис. 1. $k(s) = \sin(3s) + 1$

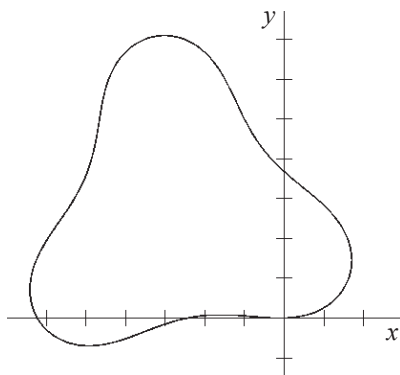


Рис. 2. $k(s) = 2 \sin(3s) + 1$

Наведені дані на рис. 1-4 свідчать про те, що форма кривих суттєво залежить від величини коефіцієнта A . Зазначимо, що цей коефіцієнт збільшувався від одиниці до чотирьох.

Розрахунки показали, що при сталому значенні коефіцієнта A величина коефіцієнта b впливає на кількість зубів і западин, отриманої

геометричної форми, збільшуючи їх кількість прямопропорційно зростанню коефіцієнта b (рис. 4-6).

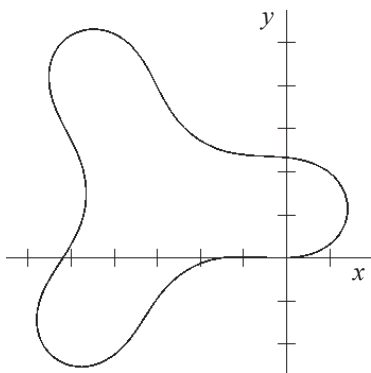


Рис. 3. $k(s) = 3 \sin(3s) + 1$

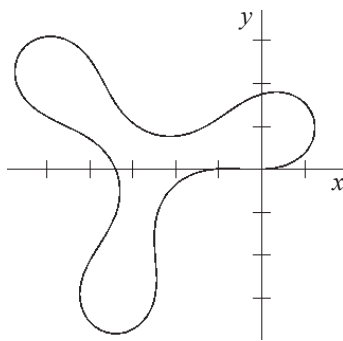


Рис. 4. $k(s) = 4 \sin(3s) + 1$

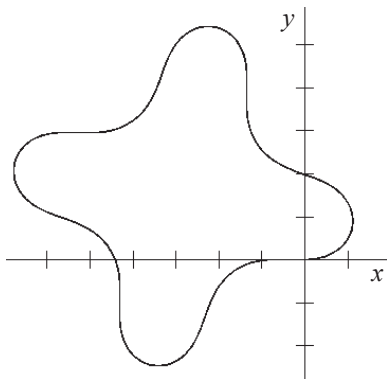


Рис. 5. $k(s) = 4 \sin(4s) + 1$

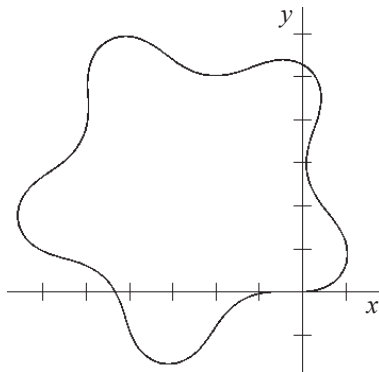


Рис. 6. $k(s) = 4 \sin(5s) + 1$

Більш детальний аналіз результатів геометричного моделювання плоских кривих із застосуванням синусоїдальної залежності кривини від довжини дуги, наведено у роботі [9].

Були також проведені розрахунки з розподілом кривини, в якому замість синуса застосовувалася тригонометрична функція косинус. Отримані при цьому криві нагадували вище розглянуті, але були симетричними до них відносно осей координат. Зрозуміло, що інформація, наведена на вище розташованих рисунках має чисто ілюстративний характер. Вона демонструє моделювання різноманітних кривих за наявності певного закону розподілу кривини від довжини дуги.

Розрахунки проводилися при таких значеннях довжини дуги, які б забезпечували побудову всієї кривої, а не окремої її частини. У зв'язку з цим

максимальне значення довжини дуги, яке вимірювалося в π одиницях, сягало, в залежності від варіанту, восьми-шістнадцяти π і навіть більше.

Висновки. Практична реалізація запропонованого методу геометричного моделювання плоских кривих у натуральній параметризації із застосуванням синусоїдального закону розподілу кривини підтвердила його працездатність, його комп'ютерна реалізація з візуалізацією отриманих результатів наочно продемонстрували можливість моделювання кривих у широкому діапазоні варіювання параметрів.

Перспективи подальших досліджень. Подальші дослідження у запропонованій сфері моделювання кривих ліній можуть бути спрямовані на забезпечення моделювання таких кривих, які відповідають певним, наперед заданим умовам, що впливають з практики створення криволінійних обводів технологічно складних галузей промисловості.

Список використаної літератури

1. Агарков О. Ю. Моделювання кривих з синусоїдальною залежністю їх кривини від довжини дуги [Текст] / О. Ю. Агарков // Вісник Херсонського національного технічного університету. – Херсон: ХНТУ, 2014. – № 3 (50). – С. 554-558.

2. Анпілогова В. О. Моделювання кривих ліній за допомогою управляючих ламаних, що визначають їх натуральні рівняння [Текст] / В. О. Анпілогова, С. І. Ботвіновська, А. Г. Анпілогов // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КДТУБА, 2003. – Вип. 72. – С. 124-129.

3. Бадаєв С. Ю. Інтегральні криві із заданим законом кривини [Текст] / С. Ю. Бадаєв // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Мелітополь: ТДАТА, 2003. – Вип. 4. – Том 18. – С. 132-134.

4. Борисенко В. Д. Геометричне моделювання плоских криволінійних обводів за заданим параболічним законом розподілу їх кривини [Текст] / В. Д. Борисенко, С. А. Устенко, В. С. Комар // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету "Прикладна геометрія та інженерна графіка". – Мелітополь: ТДАТУ, 2007. – Вип. 4. – Том 35. – С. 26-31.

5. Борисенко В. Д. Моделювання складених кривих із застосуванням лінійних законів розподілу їх кривини [Текст] / В. Д. Борисенко, С. А. Устенко, І. В. Устенко // Наукові праці: Науково-методичний журнал. – Вип. 254. Т. 266. Комп'ютерні технології. – Миколаїв: Видавництво ЧДУ ім. Петра Могили, 2015. – С. 6-10.

6. Захарова Т. М. Конструювання плоских і просторових кривих у функції натурального параметра [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01 "Прикладна геометрія, інженерна графіка" / Тетяна Миколаївна Захарова; КНУБА – К., 2014. – 24 с.

7. Легета Я. П. Опис та побудова замкнутої кривої за її натуральними рівняннями [Текст] / Я. П. Легета // Міжвідомчий науково-

технічний збірник "Прикладна геометрія та інженерна графіка". – К.: КНУБА, 2011. – Вип. 88. – С. 219-228.

8. Пилипака С. Ф. Конструювання просторових кривих, заданих натуральними рівняннями, за допомогою чисельних методів [Текст] / С. Ф. Пилипака, Т. В. Гнітецька // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків: Праці ХДУХТ, 2002. – Вип. 1. – С. 24-26.

9. Устенко І. Застосування синусоїдальної залежності кривини від довжини дуги при геометричному моделюванні кривих ліній / І. Устенко // Геометричне моделювання та інформаційні технології. – №2 (4), жовтень 2017. – Миколаїв: МНУ імені В.О. Сухомлинського, 2017. – С. 95-100.

10. Устенко С. А. Геометрична теорія моделювання криволінійних форм лопаткових апаратів турбомашин з оптимізацією їх параметрів: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.01.01 "Прикладна геометрія, інженерна графіка" / Сергій Анатолійович Устенко; КНУБА. – К., 2013. – 40 с.

11. Челомбітько В. Ф. Геометричне моделювання візерунків поліграфічного захисту цінних паперів лініями зі змінною кривиною: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.01.03 "Технічна естетика" / Віктор Федорович Челомбітько; КНУБА. – К., 2015. – 22 с.

12. Adams J. A. The intrinsic method for curve definition [Text] / J. A. Adams // Computer Aided Design. – 1975. – Vol. 7, No 4. – P. 243-249.

13. Pal T. K. Two-dimensional curve synthesis using liner curvature elements [Text] / T. K. Pal, A. W. Nutbourne // Computer Aided Design. – 1977. – Vol. 9. – No 2. – P. 77-84.

14. Schecter A. Linear blending of curvature profiles [Text] / A. Schecter // Computer Aided Design. – 1978. – Vol. 10, No 2. – P. 101-109.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КРИВЫХ ЛИНИЙ С ИЗМЕНЯЕМОЙ СИНУСОИДАЛЬНО КРИВИЗНОЙ

И.В. Устенко

Предложен подход к геометрическому моделированию плоских кривых линий, подающихся в натуральной параметризации и имеющих синусоидальную зависимость распределения кривизны от длины дуги. Приведен краткий анализ кривых, полученных с помощью приведенного подхода. Расчеты и визуализация полученных результатов выполнены с применением разработанного программного обеспечения.

GEOMETRICAL MODELING OF CURVES LINES WITH VARIABLE SINUSOIDAL CURVATURE

I. Ustenko

An approach is proposed to the geometric modeling of plane curves of lines fed in the natural parameterization and having a sinusoidal dependence of the curvature distribution on the arc length. A brief analysis of the curves obtained using the above approach is given. Calculations and visualization of the results obtained are performed using the developed software.