

Министерство высшего и среднего специального
образования РСФСР

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ИНЖЕНЕРНО-
СТРОИТЕЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ

На правах рукописи

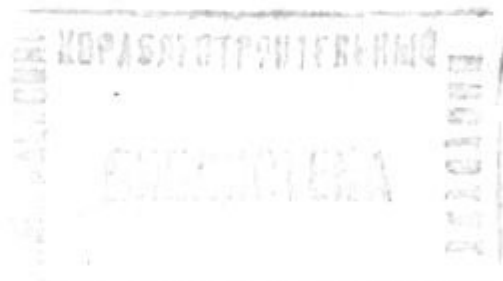
Б.М.АБДЕЕВ

ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГОЙ УСТОЙЧИВОСТИ
ПОЛОГИХ ОБЛОЧЕК ВОЛНИСТОГО ПРОФИ-
ЛЯ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ
(ОГ.022-сопротивление материалов
и строительная механика)

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой
степени кандидата технических
наук

Ленинград

1970



ВВЕДЕНИЕ

Теория устойчивости оболочек привлекает к себе в последние годы наибольшее внимание, представляя особый интерес для всех тех областей техники, в которых происходит внедрение тонкостенных конструкций и новых высокопрочных материалов. С расчетами на устойчивость оболочек различной формы мы неизменно сталкиваемся, прежде всего, при проектировании большепролетных конструкций покрытий промышленных и гражданских зданий. Кроме того, эти расчеты имеют существенное значение при конструировании надводных и подводных кораблей, летательных аппаратов, трубопроводов, резервуаров и других сооружений, основную часть которых составляют тонкостенные конструкции.

В настоящее время в строительстве и других областях техники находят широкое применение оболочки сравнительно сложной конфигурации. В общей системе этих конструкций особое место занимают открытые волнистые в одном направлении оболочки на прямоугольном плане, поперечное сечение которых может быть представлено рядом плавно сопряженных кривых. Оболочки подобного типа применяются в качестве несущих и ограждающих конструкций настилов, покрытий и перекрытий зданий и сооружений различного назначения (например, волнистые цилиндрические оболочки и волнистые своды). В кораблестроении и самолетостроении получили большое распространение волнистые элементы - переборки, диафрагмы, панели, бортовые и днищевые перекрытия.

Волнистые конструкции имеют по сравнению с плоскими ряд конструктивных, технологических и эксплуатационных преимуществ,

Работа выполнена в Ленинградском ордена Трудового Красного Знамени инженерно-строительном институте.

Научные руководители: заслуженный деятель науки и техники РСФСР, доктор технических наук, профессор В.А.Гастев; кандидат технических наук В.П. Ильин.

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор ПОСТНОВ В.А.; кандидат технических наук, старший научный сотрудник РАЙНУС Г.Э.

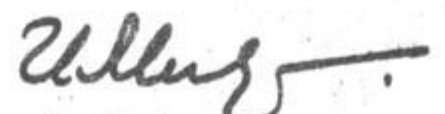
Ведущее предприятие - ГПИ Ленинградский "ПРОМСТРОЙПРОЕКТ"

Автореферат разослан 20 сентября 1970 г.

Защита диссертации состоится 24 июня 1970 г. на заседании Совета по присуждению ученых степеней строительного факультета Ленинградского ордена Трудового Красного Знамени инженерно-строительного института; Ленинград, Л-5, 2-я Красноармейская ул., д.8, аудитория № 201.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке института.

Ученый секретарь Совета


И.А.Мизеровский.

важнейшим из которых является почти вдвое большая легкость при равной прочности.

Несмотря на большую актуальность вопроса в научном и народнохозяйственном отношении, методы расчета волнистых оболочек на устойчивость не получили пока надлежащего развития.

Настоящая работа посвящена исследованию упругой устойчивости полого-волнистых круговых оболочек прямоугольного плана при поперечном статическом изгибе.

Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и приложения. Список использованной отечественной и зарубежной литературы включает 98 наименования.

Г Л А В А I.

В главе дан краткий обзор работ и анализ современного состояния вопроса устойчивости при изгибе волнистых оболочек прямоугольного плана, сформулированы цель и основные задачи диссертации.

Анализ показал, что все рассмотренные исследования касались только цилиндрических поверхностей. Насколько известно автору, до настоящего времени не предпринималось попыток решить задачу устойчивости волнистых оболочек двойкой кривизны (сводов).

Существующие способы расчета устойчивости волнистых оболочек при изгибе не дают возможности выявить локальный характер прощелкивания в пределах одной волны с учетом краевых граничных условий для всей оболочки.

Приведенные в обзоре формулы, предназначенные для практического применения, исключают возможность учета поперечной нагрузки, граничных условий, многозначности форм деформации упругой поверхности оболочки, параметра пологости и влияния устойчивости одной волны на устойчивость соседних. Поэтому они не могут с достаточной точностью характеризовать действительную картину напряженно-деформированного состояния волнистых оболочек при потере устойчивости.

В статье Д.Ашвелла (D.G.Ashwell, The stability in Bending of slightly corrugated plates. Journal of the Royal Aeronautical Society, vol.56, N 502, Oct. 1952) рассмотрена задача лишь о потере устойчивости при чистом изгибе бесконечно длинной полого-волнистой пластинки за счет распрямления профиля. В основу решения положено существенное допущение об одинаковой деформации всех поперечных сечений тонкостенного элемента при выполнении граничных условий на концах по Сен-Венану. Естественно, что для случая поперечного изгиба реальных волнистых оболочек конечных размеров с конкретными условиями закрепления опорных краев это решение неприемлемо.

Что касается работы чисто экспериментального характера (Е.Н.Квасников, В.Б.Милейко. О методике испытания волнистых листов полиэфирного стеклопластика на изгиб. Инженерные конструкции. Доклады к XXIII научной конференции ЛИСИ, Л., [1965]), то из ее частных результатов, естественно, нельзя сделать никаких окончательных заключений. Можно лишь констатировать тот факт, что данные этого эксперимента, в какой-то мере подтвердили выводы теоретических исследований Д.Ашвелла (см. выше) о возможности

при устойчивости второго рода волнистых цилиндрических оболочек при изгибе и высказывание В.И.Феодосьева (Труды УГ Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластинок. Изд-во "Наука", М., 1966) о том, что для оболочек из стеклопластика, обладающего низкой пластичностью, задачи устойчивости смыкаются с задачами прочности.

Вопрос о потере устойчивости от сдвига (у нейтрального слоя в зоне опор) при поперечном изгибе, затронутый в одной из рассмотренных автором работ, может иметь решающее значение лишь для оболочек с относительно короткими волнами. В практическом и теоретическом отношениях этот вопрос безусловно представляет значительный интерес, но к настоящему времени он мало изучен.

Целью настоящей диссертации является разработка способа исследования упругой устойчивости волнистых (в одном направлении) пологих круговых оболочек одинарной и двойкой кривизны, план которых представляет собой односвязную прямоугольную область при непрерывно распределенной поперечной статической нагрузке. Этот способ должен с любой степенью приближения учитывать:

- 1) контурные граничные условия;
- 2) любые соотношения всех исходных геометрических параметров (в пределах допущений теории тонких пологих оболочек);
- 3) различные формы волнообразования (симметричные и несимметричные) при потере устойчивости локального, в пределах одной волны, характера как "в малом", так и "в большом" - потерю устойчивости первого рода, выражаю-

щуюся появлением вмятин, направленных к линиям центров поперечных кривизн, в зоне наибольших сжимающих напряжений без учета докритического изменения начальных кривизн срединной поверхности.

Говоря о задачах и целях исследования в более широком плане, можно сослаться на замечательные слова В.И.Феодосьева (Труды УГ Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластинок. Изд-во "Наука", М., 1966) о том, что проблема поведения "...пологих оболочек относится к классу нелинейных краевых задач, решение которых является ключом к созданию методов расчета на устойчивость тонкостенных несущих конструкций... Решая задачу о хлопке, мы накапливаем определенный опыт, а главное - развиваем аппарат, с помощью которого можно подойти к решению более сложных и более общих задач... Расчетная схема пологой оболочки или панели представляет собой объект, очищенный от излишних наслоений, но сохраняющий то наиболее важное, что свойственно вообще тонкостенной конструкции".

Все эти обстоятельства явились решающими в оценке выбора направления диссертационной работы, содержание которой отражено автором в статьях [1,2,3,4], где приведены основные результаты исследований.

Г Л А В А П.

В этой главе диссертации приводится общее решение задачи об устойчивости оболочки волнистого профиля.

В основу решения положен статический критерий устойчивости, при котором наряду с начальным состоянием равновесия изу-

гся условия возникновения новых, соседних, равновесных форм.

Рассматривается пологая оболочка волнистого (в одном направлении) профиля на прямоугольном односвязном плане, состоящая из m плавно-сопряженных панелей двойкой кривизны, срединная поверхность каждой из которых относится к ортогональной системе координат xOy с координатными линиями, параллельными линиям главных кривизн K_x , K_y . Под K_x и K_y подразумеваются начальные кривизны срединной поверхности.

Оболочка в начале исследования предполагается находящейся в естественном состоянии, т.е. считается, что до приложения нагрузки она имеет вполне определенную (идеальную) форму, занимает вполне определенный объем и в ней нет никаких начальных напряжений.

Опираие волнистых кромок - шарнирно-подвижное; в отношении других краев граничные условия могут быть любыми.

Материал оболочки - однородный, сплошной, изотропный и подчиняется закону Гука. Толщина $h = \text{const}$, а очертания вогнутых и выпуклых частей - круговое.

Внешнее загрузение оболочки - непрерывно распределенная нагрузка $q(x, y)$, действующая нормально к срединной поверхности, либо вертикально.

Деформация срединной поверхности рассматривается с учетом конечных перемещений на основе соотношений геометрически нелинейной моментной теории пологих оболочек среднего изгиба (Х.М. Муштари, К.З. Галимов. Нелинейная теория упругих оболочек. Татаркнигоиздат, Казань, 1957).

Волнистая в одном направлении оболочка имеет разрывную

функцию кривизны (в диссертации предполагается K_y), изменяющуюся по ступенчатому закону, и, следовательно, уравнения, описывающие напряженно-деформированное состояние, к ней неприменимы. К решению можно подойти, разделив оболочку по линиям перегиба на m пластин. Тем самым задача сведется к расчету этих пластин, с учетом условий их взаимного сопряжения и контурных граничных зависимостей для всей оболочки.

Система разрешающих дифференциальных уравнений относительно прогиба w и функции напряжений Φ для любой сопрягаемой пластины приводится в следующем виде:

$$L_1(w, \Phi) \equiv \frac{1}{E} \nabla^4 \Phi + K_x \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + K_y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} +$$

$$+ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 = 0, \quad (1)$$

$$L_2(w, \Phi) \equiv D \nabla^4 w - h \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \right.$$

$$+ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \Big) -$$

$$- h \left(K_x \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + K_y \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right) + q(x, y) = 0, \quad (2)$$

где E - модуль упругости, $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ - цилиндрическая жесткость, μ - коэффициент Пуассона, $\nabla^4(\dots)$ - двойной оператор Лапласа.

В уравнении (2) знак минус перед $q(x, y)$ соответствует нагрузке, действующей к линии центров кривизны K_y , плюс - если наоборот.

Решение системы (1)-(2) разыскивается в виде следующих сходящихся двойных рядов:

$$\begin{aligned} w &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} f_{ij} F_{wi}(x) \cdot F_{wj}(y), \\ \phi &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} A_{ij} F_{\phi i}(x) \cdot F_{\phi j}(y), \end{aligned} \quad (3)$$

где f_{ij} и A_{ij} - искомые параметры, а $F_{(\dots)}(\dots)$ - функции, выбираемые заранее так, чтобы удовлетворялись все статические и геометрические контурные граничные условия задачи и условия непрерывности на общих кромках плавно-сопрягаемых пластин.

Как известно, по каждой из линий сопряжения должны сохраняться непрерывность:

четыре геометрических

$$u, v, w, \frac{\partial w}{\partial y} \quad (4)$$

и четыре статических величины

$$T, N_y, Q_y + \frac{\partial H}{\partial x}, M_y, \quad (5)$$

где u, v, w - перемещения точек срединной поверхности вдоль касательных к осям x, y и по нормали; N_y, T, M_y, Q_y, H - продольное и сдвигающее усилия, изгибающий момент, поперечная сила и крутящий момент, отнесенные к единице длины и действующие в направлении оси y .

В качестве $F_{(\dots)}(\dots)$ принимаются следующие функции:

$$\begin{aligned} F_{wi}(x) &= F_{\phi i}(x) = \sin \frac{i\pi}{a} x, \\ F_{wj}(y) &= \sin \frac{j\pi}{b} y + C_{1wj} \frac{y^3}{6} + C_{2wj} \frac{y^2}{2} + \\ &\quad + C_{3wj} y + C_{4wj}, \\ F_{\phi j}(y) &= \sin \frac{j\pi}{b} y + C_{1\phi j} \frac{y^3}{6} + C_{2\phi j} \frac{y^2}{2} + \\ &\quad + C_{3\phi j} y + C_{4\phi j}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $C_{1wj}, \dots, C_{4wj}, C_{1\phi j}, \dots, C_{4\phi j}$ - неизвестные постоянные, подлежащие определению, а a, b - размеры сопрягаемой пластины, соответственно, в направлении осей x и y , измеряемые вдоль линий кривизны.

Граничные условия по криволинейным кромкам в этом случае соблюдаются полностью, т.е. при $x=0, x=a$

$$w = M_x = N_x = v = 0. \quad (7)$$

Нетрудно заметить, что в формулах (6) за функции $F_{w,j}(\psi)$ и $F_{\phi,j}(\psi)$ взято решение линейного неоднородного дифференциального уравнения упругой линии балки

$$EJY^{IV}(\psi) = P(\psi), \quad (8)$$

если в качестве $P(\psi)$ принять условную нагрузку

$$P(\psi) = \frac{j^4 \pi^4}{8^4} EJ \sin \frac{j\pi}{8} \psi, \quad (9)$$

где J — момент инерции поперечного сечения.

На возможность применения функции прогибов однопролетной балки к решению нелинейных задач теории пологих оболочек указывал В.З.Власов (см. Избранные труды. Т. I, Изд-во АН СССР, М., 1962), однако последняя не рассматривалась им как некоторая составляющая общего члена бесконечного сходящегося двойного ряда. За функцию $P(\psi)$ В.З.Власов рекомендовал принимать постоянную величину, соответствующую равномерно распределенной нагрузке, т.е. $P(\psi) = \text{const}$.

Подобный подход к решению, естественно, не дает возможности:

- а) учитывать различные формы волнообразования деформированной поверхности оболочки, что имеет довольно суще-

ственное значение при немалых параметрах кривизны;
б) производить расчеты с любой степенью приближения.

Изучение литературных источников дает основание предположить, что вышеуказанная балочная функция еще не применялась к решению линейных и нелинейных задач сопряжения оболочек.

Неизвестные постоянные $C_{w,j}$, $C_{\phi,j}$ определяются из восьми граничных условий для крайних (первой и последней) пластин и $8 \times (m - 1)$ условий непрерывности (4)–(5). При этом нелинейные условия сопряжения относительно перемещений u и v удовлетворяются только в интегральном виде.

После подстановки (3) с учетом (6) в контурные граничные условия и соотношения непрерывности получается система из $8m$ алгебраических уравнений, решением которой находятся все $8m$ постоянных $C_{w,j}$, $C_{\phi,j}$.

Особо отмечается наиболее важный в практическом отношении случай, когда оболочка симметрична относительно оси X' , проходящей через середину какой-либо пластины; при этом упругая поверхность последней в до и после критическом состояниях должна быть рассмотрена в двух вариантах — с симметричной и несимметричной деформацией. Наибольший интерес представляет первый вариант, когда количество неизвестных $C_{w,j}$, $C_{\phi,j}$ и соответствующее число алгебраических уравнений сокращается до $4 \times (m + 1)$. Для этого случая расчета достаточно четырех условий равенства перемещений

$$w, \quad \frac{\partial w}{\partial \psi} \quad (10)$$

и внутренних усилий

$$N_y, T \quad (11)$$

на сопряженных кромках при $y = 0, y = b$.

В диссертации соотношения непрерывности (4)-(5) и симметрии (10)-(11) для любых двух смежных сопрягаемых пластин представляются через C_{w_j} и C_{ϕ_j} .

Для решения основной системы (1)-(2) применяется вариационный метод Бубнова-Галеркина, позволяющий, как известно, обнаруживать многозначность форм деформации упругой поверхности оболочки и наличие хлопка.

Уравнение (1) умножается на вариацию функции ϕ , а (2) - на вариацию w , и полученные выражения интегрируются по всей площади отдельной пластинки с учетом независимости и произвольности вариаций δA_{ij} , δf_{ij} .

После интегрирования с последующим исключением неизвестных A_{ij} и введения безразмерных параметров

$$K_x^* = \frac{K_x a^2}{h}, \quad K_y^* = \frac{K_y b^2}{h}, \quad \lambda = \frac{a}{b}, \quad (12)$$

$$\zeta_{ij} = \frac{f_{ij}}{h}, \quad q_{ij}^* = \lambda^2 \frac{q(x, y) b^4}{E h^4}$$

получается бесконечная система алгебраических уравнений третьей степени относительно параметров прогиба ζ_{ij}

$$\mp q_{11}^* = - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} Z(\zeta_{ij}, K_x^*, K_y^*, \lambda, \mu),$$

$$\mp q_{12}^* = - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} Z(\zeta_{ij}, K_x^*, K_y^*, \lambda, \mu), \quad (13)$$

.....

$$\mp q_{ij}^* = - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} Z(\zeta_{ij}, K_x^*, K_y^*, \lambda, \mu).$$

В дальнейшем решение сводится к рассмотрению усеченной системы (13), построению и исследованию графиков зависимостей "нагрузка - параметр прогиба" $q_{ij}^*(\zeta_{11})$ при конкретных значениях $K_x^*, K_y^*, \lambda, \mu$, т.е. к непосредственному определению устойчивости оболочки.

Рассматривается решение задачи в общем виде при одном члене разложений (3) (первое приближение, $i = j = 1$). В этом случае из всех уравнений (13) остается одно

$$\mp q_{11}^* = - \left\{ K_1 \zeta_{11}^3 + (K_{2x} K_x^* + K_{2y} K_y^*) \zeta_{11}^2 + \right. \\ \left. + [(K_{3x} K_x^* + K_{3y} K_y^*) (K_{4x} K_x^* + \right.$$

(14)

$$+ K_{44} K_4^* + K_5 \} \zeta_{11} \},$$

где $K_1, \dots, K_5$ - безразмерные коэффициенты, зависящие от λ и M . Формулы этих коэффициентов приводятся в диссертации.

Методика исследований устойчивости оболочек волнистого профиля включает следующие операции:

- а) определение постоянных $C_{w,j}$ и $C_{\phi,j}$;
- б) вычисление двойных интегралов, входящих в (13)-(14);
- в) решение на ЭЦМ усеченной системы нелинейных алгебраических уравнений (13) для заданных K_x^*, K_y^*, λ, M ; при одном члене рядов (3) вычисляются коэффициенты $K_1, \dots, K_5$ функции (14);
- г) графо-аналитическое исследование зависимостей "нагрузка - параметр прогиба" $q_{ij}^*(\zeta_{11})$ - определение устойчивости оболочки; при $i=j=1$ вычисляются ζ , соответствующие верхней и нижней критическим нагрузкам, определяется граница области прощелкивания (а также все другие точки перегиба кривых $q_{11}^*(\zeta_{11})$) и находятся корни многочлена $q_{11}^*(\zeta_{11})$ при $q_{11}^*=0$.

В практических расчетах довольно часто приходится иметь дело с неоднородными краевыми условиями (см. главу IV). Применительно к рассматриваемому классу оболочек подобные условия возможны на неволнистых краях. Однако при этом функции граничных соотношений необходимо рассматривать с учетом конкретного вида разрешающих зависимостей (3), (6) и параметров сопряжения

(4)-(5). Легко показать, что для точного удовлетворения (4)-(5) неоднородные контурные краевые зависимости могут быть заданы в форме одинарного сходящегося тригонометрического ряда по синусам

$$\Lambda_1 \sin \frac{\pi}{a} x + \Lambda_2 \sin \frac{2\pi}{a} x + \Lambda_3 \sin \frac{3\pi}{a} x + \dots + \Lambda_i \sin \frac{i\pi}{a} x + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} \Lambda_i \sin \frac{i\pi}{a} x, \quad (15)$$

где Λ_i - коэффициенты, имеющие размерность граничного параметра (перемещения, усилия и т.п.).

В последнем параграфе второй главы (§ 5.П) рассматривается своего рода предельный случай, когда количество сопрягаемых элементов (пластин) m уменьшается до единицы, а края $\psi = 0$, $\psi = b$ находятся в условиях шарнирно-подвижного опирания. При этом по аналогии с (7)

$$w = M_\psi = N_\psi = u = 0. \quad (16)$$

После подстановки (3), (6) в (16) получается, вследствие четного порядка дифференцирования, однородная система из восьми линейных алгебраических уравнений с восемью неизвестными, которая, как известно, имеет одно единственное нулевое решение $C_{1w,j} = \dots = C_{4w,j} = C_{1\phi,j} = \dots = C_{4\phi,j} = 0$. Поэтому вместо (3), (6)

$$w = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} f_{ij} \sin \frac{i\pi}{a} x \sin \frac{j\pi}{b} y, \quad (17)$$

$$\Phi = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} A_{ij} \sin \frac{i\pi}{a} x \sin \frac{j\pi}{b} y.$$

Таким образом, при краевых соотношениях (16) результаты расчетов с применением функций (3), (6) и разложений (17) будут идентичны.

ГЛАВА III

В этой главе определяется и исследуется устойчивость пологой круговой цилиндрической оболочки (сечение которой состоит из трех плавно сопряженных полуволи) загруженной равномерно распределенной нагрузкой q . Концевые сечения подкреплены диафрагмами, абсолютно жесткими на изгиб в своей плоскости и не обладающими жесткостью из плоскости. На прямолинейных краях оболочка имеет шарнирно-подвижное опирание со свободным скольжением вдоль соответствующих опорных краев.

Принимается, что на начальном этапе нагружения, предшествующем верхней критической нагрузке, а также в прощелкнутом состоянии, изогнутая поверхность оболочки симметрична.

Задача решается в первом приближении при $i = j = 1$. Номера индексов i и j опускаются.

Ввиду предполагаемой симметрии упругой поверхности оболочки общее количество искомых постоянных C_w , C_Φ и соответствующее число алгебраических уравнений равно 16.

Эти постоянные определяются из четырех граничных условий

на контурной прямолинейной кромке волнистой оболочки при $y = 0$:

$$w = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = N_y = T = 0, \quad (18)$$

восемью условий непрерывности (4)-(5) на линии сопряжения двух пластин при $y = 0$, $y = b$ и четырех условий равенства перемещений и внутренних усилий (10)-(11) на прямолинейных краях средней пластинки при $y = 0$, $y = b$.

Решение совместной системы из шестнадцати алгебраических уравнений производится в общем виде. Приводятся окончательные формулы аппроксимирующих функций w и Φ для крайней (вогнутой) и средней (выпуклой) панелей волнистой цилиндрической оболочки.

Определяются зависимости "нагрузка - параметр прогиба" $q^*(\zeta)$ при $\mu = 0,3$, $\lambda = 1$ и исследуется по методике, изложенной в главе II, устойчивость оболочки. Решение иллюстрируется таблицей и графиками, на которых изображены диаграммы $q^*(\zeta)$ вогнутой и выпуклой пластин для различных значений параметра кривизны K_y^* .

Возможность наличия экстремумов функции $q^*(\zeta)$ определяется из условия

$$\frac{dq^*}{d\zeta} = 0. \quad (19)$$

Для средней выпуклой зоны оболочки по (19) находятся значения ζ , соответствующие верхней q_1^* и нижней q_n^* критиче-

ским нагрузкам.

Граница области прощелкивания (состояние безразличного равновесия) соответствует тому случаю, когда зависимость $q^*(\zeta)$ имеет точку перегиба с горизонтальной касательной. Отсюда определяется граничное значение K_φ^* .

В третьем параграфе главы исследуется предельный случай ($m = 1$). Рассматривается средняя (выпуклая) панель в предположении, что ее прямолинейные края $\varphi = 0$, $\varphi = \beta$ находятся в условиях свободного опирания (16). На основании сказанного в § 5.П. второй главы зависимость $q^*(\zeta)$ представляется известной формулой ($i = j = 1$)

$$q^* = \frac{32\pi^2}{9} \cdot \frac{1}{(\lambda + \frac{1}{\lambda})^2} \zeta^3 - K_\varphi^* \frac{\pi^2}{(\lambda + \frac{1}{\lambda})^2} \zeta^2 + \left[\frac{\pi^6 (\lambda + \frac{1}{\lambda})^2}{192(1 - \mu^2)} + \frac{\pi^2}{16} K_\varphi^{*2} \frac{1}{(\lambda + \frac{1}{\lambda})^2} \right] \zeta, \quad (20)$$

которая была получена М.А. Колтуновым в работе "Учет конечных перемещений в задаче об изгибе и устойчивости пластинок и полых оболочек" (см. "Вестник МГУ", серия физ.-мат. и естеств. наук, № 5, 1952).

Проводится графо-аналитическое исследование функции (20) для ряда значений K_φ^* при $\mu = 0,3$, $\lambda = 1$.

В конце главы даются общие выводы по исследованию устойчивости полого-волнистой цилиндрической оболочки. Содержание этих выводов следующее:

1. Рассматриваемая волнистая оболочка теряет устойчивость в средней выпуклой сжатой зоне, что выражается в резком переходе к новой несмежной форме равновесия с направлением прогибов w к линии центров кривизны K_φ .

Вторичному (прощелкнутому) состоянию соответствуют весьма большие перемещения. Для материалов, имеющих небольшую область упругой работы, например железобетона (см. главу IV), вторичное равновесное состояние не имеет физического смысла, т.к. ему будет предшествовать разрушение оболочки. В этих случаях при расчетах на устойчивость следует ориентироваться на верхнюю критическую нагрузку q_0^* .

2. Крайние (вогнутые) участки оболочки ведут себя, как плоские пластинки: потери устойчивости по форме, отвечающей заданной функции w , не происходит. График зависимости $q^*(\zeta)$ представляет собой монотонно возрастающую с увеличением параметра ζ кривую.

3. Верхняя критическая нагрузка волнистой оболочки примерно в десять раз больше верхнего критического значения q_0^* круговой цилиндрической панели, все края которой имеют шарнирно-подвижные закрепления, что объясняется, по-видимому, более "смягченными" граничными условиями сопряженных кромок у оболочки волнистого профиля.

4. По характеру своей работы круговая цилиндрическая панель при $K_\varphi^* > 34,57$ относится к разряду "хлопунов" с отрицательным нижним критическим давлением. Этого недостатка нет у волнистой оболочки, где крайние вогнутые пластины,

играя роль упругих опор ("пружин"), обеспечивают обратное прощелкивание при $q_n^* > 0$.

5. Оценивая точность выполненного решения задачи устойчивости волнистой цилиндрической оболочки при $i = j = 1$ по аналогии с уточнением, полученным на ЭЦВМ (М.А. Колтунов. Уточненное решение задачи об устойчивости прямоугольных панелей гибких пологих оболочек. "Вестник МГУ", математика, механика, № 3, 1961), можно сказать, что для $K_\varphi^* \lesssim 40$ первое приближение дает достаточно точные результаты. При $K_\varphi^* > 40$ следует брать второе приближение.

Г Л А В А I V

Способом, изложенным в главе II, оценивается в первом приближении ($i = j = 1$, номера индексов i и j опускаются) симметричная форма потери устойчивости волнистой железобетонной конической оболочки покрытия экспериментального гаража, расчетная схема которой ввиду незначительной конусности принимается по среднему сечению, как для цилиндрической оболочки, представляющей собой одну промежуточную волну (общее количество волн - 14). Число сопрягаемых пластин равно трем. Во впадинах каждой волны оболочка имеет дополнительные опоры в виде предварительно напряженных балок, положенных на торцевые колонны.

На оболочку действует вертикальная нагрузка $q(x)$, распределенная в продольном направлении по линейному закону.

Значение коэффициента Пуассона принимается равным нулю ($\mu = 0$).

Криволинейные края волны имеют шарнирно-подвижное опирание и подкреплены диафрагмами, абсолютно жесткими на изгиб в своей плоскости. Продольные края закреплены от смещений в горизонтальной плоскости и поворота в плоскости поперечного сечения. Этим допущениям соответствуют неоднородные граничные условия на контурной прямолинейной кромке волны, которые задаются одним членом ряда (15) при $i = 1$ в функциях прогиба w и относительной продольной деформации ϵ_x , выраженной через ϕ .

Все дальнейшие рассуждения и выкладки ведутся для средней (выпуклой) сжатой зоны оболочки, где возможна потеря устойчивости (см. главу III).

Постоянные C_w , C_ϕ определяются из четырех граничных условий (два из которых неоднородные), восьми соотношений непрерывности (4)-(5) и четырех условий симметрии упругой поверхности волны (10)-(11).

Приводятся в общем виде формулы w и ϕ для выпуклой части оболочки. Определяется зависимость $q^*(\xi)$ при $\mu = 0$, $\lambda = 5,37$ ($\alpha = 27,4\text{ м}$, $\beta = 5,1\text{ м}$), $K_x^* = 0$, $K_\varphi^* = 135$ и оценивается устойчивость оболочки: вычисляется верхняя критическая нагрузка q_{cr}^* , максимальный прогиб w_{cr} и критическое напряжение σ_{cr} (для железобетона прощелкнутое равновесное состояние не имеет физического смысла).

В целях сравнения с полученными данными определяется критическая нагрузка q_{cr} и критическое напряжение σ_{cr} по по-

дуэмпирическим формулам, основанным на моментной линейной теории оболочек (Инструкция по проектированию железобетонных тонкостенных пространственных покрытий и перекрытий. Госстройиздат, М., 1961; Липницкий М.Е., Горенштейн Б.В., Виноградов Г.Г. Железобетонные пространственные покрытия зданий. Стройиздат, Л.-М., 1965). Расхождение в результатах расчета критического напряжения получается небольшим (566 кг/см^2 и 501 кг/см^2), что указывает на относительно большую жесткость конструкции ($k_k \approx 40$, $h = 7 \text{ см}$).

Третий параграф главы посвящен определению допустимого уровня расчетной нагрузки $q_{доп.}$, прогиба $W_{доп.}$ и продольного нормального напряжения $\sigma_{доп.}$ из условия призмной прочности бетона $R_{пр}$ (расчетное сопротивление на сжатие)

$$\sigma_{z.c.}^{max} \leq R_{пр}, \quad (21)$$

где $\sigma_{z.c.}^{max}$ — максимальное главное сжимающее напряжение, определяемое для центра средней (выпуклой) пластины.

На основе исследования заданной железобетонной оболочки делаются следующие выводы:

1. Железобетонная волнистая оболочка покрытия, имея расчетную нагрузку 402 кг/м^2 , запроектирована с большим (50 — кратным) запасом несущей способности (при $R_{пр} = 130 \text{ кг/см}^2$).
2. Данная конструкция вообще не может быть доведена до критического (по устойчивости) состояния, т.к. ранее нарушается условие прочности (21).
3. Напряженное состояние в оболочке определяется главным обра-

зом продольными цепными напряжениями, составляющими от полных продольных около 99%. Максимальные напряжения изгиба составляют от максимальных продольных менее 10%. Максимальные напряжения сдвига по отношению к продольным составляют около 3%.

4. Для расчета средних зон отдельной волны оболочки может быть применена безмоментная линейная теория. Полное решение задачи можно выполнить на основе полубезмоментного метода. В первом приближении возможен расчет и по балочным схемам.
5. Оболочку покрытия следовало бы спроектировать более легкого и экономичного (по расходу материалов) типа, например, из армоцемента толщиной $h = 2 \div 3 \text{ см}$. При этом, ввиду повышенной гибкости, расчет на устойчивость по разработанной методике мог бы иметь решающее значение.

* * *

Исследование проведено на основе договора творческого сотрудничества между кафедрой "Сопротивление материалов" ЛИСИ и ГПИ Ленинградский "ПРОМСТРОЙПРОЕКТ" для проекта гаража — стоянки на 300 автобусов, строительство которого осуществляется в г.Новгороде.

Глава написана по материалам соответствующего отчета.

Документ ГПИ "ЛЕНПРОМСТРОЙПРОЕКТА", подтверждающий и характеризующий выполненную автором работу, находится в приложении к диссертации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

§ 1. Основные результаты и выводы

1. С позиций нелинейной теории пологих оболочек получено общее решение задачи об устойчивости пологих оболочек волнистого профиля прямоугольного односвязного плана при непрерывно распределенной поперечной статической нагрузке и любых граничных условиях на двух параллельных краях.

Задача решена в двойных рядах вариационным методом Бубнова-Галеркина. В качестве функций поперечного распределения прогиба и напряжений принято решение известного дифференциального уравнения упругой линии изогнутой балки. Полученное решение позволяет оценить устойчивость оболочки с любой степенью точности.

2. Разработана методика исследования устойчивости оболочек волнистого профиля прямоугольного односвязного плана при действии поперечной распределенной нагрузки.

3. На основании общего решения и разработанной методики исследована устойчивость при равномерно распределенной поперечной нагрузке шарнирно опертой волнистой цилиндрической оболочки, состоящей из трех плавно сопряженных цилиндрических панелей квадратного плана. Исследование проведено в первом приближении при сохранении одного члена разложений функций прогиба и напряжений. Изучено влияние безразмерного параметра кривизны K_{φ}^* на величину верхней и нижней критической нагрузки. Определена граница области прощелкивания.

4. Показано, что в предельном случае (при одной пластине) полу-

ченное решение совпадает с известным решением для пологой круговой цилиндрической панели с шарнирно-подвижным опиранием краев. Сравнение результатов исследования устойчивости волнистой оболочки и предельного случая позволило прийти к заключению о том, что волнистая оболочка является более устойчивой конструкцией, чем круговая цилиндрическая панель.

5. В качестве иллюстрации практического применения данного решения рассмотрено исследование устойчивости железобетонной волнистой оболочки покрытия экспериментального гаража, запроектированного ГПИ "ЛЕНПРОМСТРОЙПРОЕКТ". Это исследование позволило выявить значительный запас устойчивости у конструкций подобного типа.

6. Материалы диссертации доложены:

- а) на XXII и XXIII научных конференциях ЛИСИ 1969-1970 г.;
- б) на IX научно-технической конференции Усть-Каменогорского строительного-дорожного института (1969 г.);
- в) на III научно-технической конференции НИИОН ГПИ "ЛЕНПРОМСТРОЙПРОЕКТ" (1970 г.).

§ 2. Направление дальнейших исследований.

Дальнейшие направления работы, по мнению автора, будут следующие:

- а) исследование влияния граничных условий двух противоположных (неволнистых) кромок и параметра λ на устойчивость волнистой оболочки;
- б) исследование влияния количества волн на величину верхнего и нижнего пределов критической нагрузки;

- в) решение задачи расчета устойчивости оболочки в виде полого-волнистой полосы бесконечной длины;
- г) исследование несимметричных форм потери устойчивости пологой оболочки волнистого профиля;
- д) уточнение решения задачи об устойчивости полого-волнистой оболочки прямоугольного плана при поперечном изгибе равномерно распределенной нагрузкой: изучение сходимости процесса.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ ОТРАЖЕНО

В СЛЕДУЮЩИХ РАБОТАХ:

1. Абдеев Б.М. Исследование устойчивости гибкой цилиндрической оболочки полого-волнистого профиля. "Механика стержневых систем и сплошных сред". Сб. трудов ЛИСИ, вып. 60, Л., 1969.
2. Абдеев Б.М. К расчету гибких цилиндрических оболочек открытого профиля, составленных из плавно сопрягаемых пластин. "Известия ВУЗов МВ и ССО СССР", раздел "Строительство и архитектура" (послана в печать в апреле 1969 г., редакционный № 3254).
3. Ильин В.П., Абдеев Б.М. К вопросу исследования устойчивости открытых оболочек полого-волнистого профиля с учетом конечных деформаций. Сопротивление материалов, Теоретическая механика. Строительная механика. Сб. докладов XXIII научной конференции ЛИСИ, Л., 1970.
4. Абдеев Б.М., Ильин В.П. Оценка устойчивости железобетонной волнистой оболочки покрытия экспериментального гаража. Сб.

докладов III научно-технической конференции НИИОН ГПИ "ЛЕН-ПРОМСТРОЙПРОЕКТ". Архитектурно-строительное проектирование и расчет конструкций. Л., 1970 (в печати).
