

УДК 62-523: 681.513.66

DOI [https://doi.org/10.15589/znп2026.2\(505\).18](https://doi.org/10.15589/znп2026.2(505).18)SLIDING MODE OBSERVER FOR SPEED IDENTIFICATION
OF AN INDUCTION MOTOR DRIVEСПОСТЕРІГАЧ З КОВЗНИМ РЕЖИМОМ ДЛЯ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ШВИДКОСТІ
АСИНХРОННОГО ЕЛЕКТРОПРИВОДА

Oleh V. Kliuiev

Kluev2006@ukr.net

ORCID: 0000-0003-4542-3317

О. В. Ключев,

канд. техн. наук, доцент

*Dniprovsk State Technical University, Kamianske**Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське*

Abstract. *Purpose.* To synthesize the structure of an angular speed observer for an induction motor drive by augmenting the flux linkage observer with an adaptation function structure. *Methodology.* Lyapunov's second method is effectively applied for the structural synthesis of observers in induction motor drive control systems. The equations of electromagnetic processes of the induction machine (IM) are formulated, and an increment is assigned to the variable or parameter for which the observer is being synthesized, assuming that the perturbation of this specific variable or parameter causes deviations of the model's transient trajectories from the actual IM trajectories. By subtracting the model equations from the plant equations, the equations of the observer's perturbed motion are obtained. Along these motion trajectories, the expression for the total time derivative of the Lyapunov function is derived. By imposing conditions that ensure the negative definiteness of the total time derivative of the Lyapunov function along the trajectories of the observer's perturbed motion, an expression for the adaptation function is formulated. This ensures the stability of the perturbed motion and, consequently, the convergence of the IM state variable estimate to its real value. *Results.* The methodology implies the necessity of using a PI controller driven by the adaptation function, the output of which provides the speed estimate. However, established methods for the parametric synthesis of such a controller within an observer do not exist. It is proposed to place a relay element at the output of the adaptation function, which while tracking the speed, will operate in a sliding mode, ensuring the observer's robustness to IM parameter variations and eliminating the undesirable dynamics inherent in PI controllers. The use of a relay element with an integrator eliminates the problem of parametric synthesis. *Scientific Novelty.* The feasibility of using a sliding-mode speed observer in the feedback loop of a relay-vector IM control system has been substantiated. In such a system, the flux and speed regulators are constructed based on first derivatives and also operate in sliding modes during the stabilization of these variables. *Practical Significance.* The results of this work can be utilized in the design of sensorless vector control systems for induction motor drives, meeting the requirements for stability and sufficient speed regulation accuracy while reducing the cost of the control system and increasing reliability in harsh operating environments.

Key words: induction motor drive; vector control; Lyapunov function; speed observer; adaptation function; relay element, sliding mode.

Анотація. *Мета.* Синтезувати структуру спостерігача кутової швидкості асинхронного електроприводу (ЕП) шляхом розширення структури спостерігача потокозчеплення функцією адаптації. *Методика.* Другий метод О.М. Ляпунова ефективно застосовувати для структурного синтезу спостерігачів у системах керування асинхронними ЕП. Записуються рівняння електромагнітних процесів асинхронної машини (АМ) і дається припущення тій змінній або параметру, для якої синтезується спостерігач, вважаючи, що саме збурення цієї змінної або параметра викликає відхилення перехідних траєкторій моделі від фактичних траєкторій АМ. Складаючи різницю рівнянь моделі та об'єкта, отримуємо рівняння збуреного руху спостерігача, на траєкторіях руху якого записуємо вираз повної похідної за часом від функції Ляпунова. Накладаючи умови, що забезпечують від'ємну визначеність повної похідної за часом від функції Ляпунова на траєкторіях збуреного руху спостерігача, складається вираз для функції адаптації, що забезпечує стійкість збуреного руху і, отже, прямування оцінки змінної стану АМ до її реального значення. *Результати.* З методики випливає необхідність використання ПІ-регулятора, входним сигналом якого є функція адаптації, а на виході формується оцінка швидкості. Однак, усталених методів параметричного синтезу цього регулятора у складі спостерігача не існує. Пропонується на вихід функції адаптації поставити релейний елемент, який при стеженні за швидкістю працюватиме в ковзному режимі, забезпечуючи робастність спостерігача до зміни параметрів АМ і прибере небажану динаміку, при-

сутню при використанні ПІ-регулятора. При використанні релейного елемента з інтегратором відпадає потреба у виконанні параметричного синтезу. *Наукова новизна.* Обґрунтовано можливість використання спостерігача швидкості з ковзним режимом у колі зворотного зв'язку релейно-векторної системи керування АМ, у якій регулятори потокозчеплення та швидкості побудовані в базисі перших похідних і в режимі стабілізації цих змінних також працюють у ковзних режимах. *Практична значимість.* Результати роботи можуть бути використані при проектуванні бездатчикових векторних систем керування асинхронними ЕП з виконанням умов стійкості та достатньої точності регулювання швидкості зі здешевленням системи керування та підвищенням надійності у важких умовах експлуатації.

Ключові слова: асинхронний електропривод; векторне керування; функція Ляпунова; спостерігач швидкості; функція адаптації; релейний елемент; ковзний режим.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Якщо MRAS-спостерігач (Model Reference Adaptive System) з ПІ-регулятором у його складі знаходиться в колі зворотного зв'язку векторної системи керування АМ, то присутня статична похибка регулювання швидкості при нахилі моменту навантаження на вал АМ, незважаючи на те, що регулятор швидкості містить інтегральну складову [1]. У цьому полягає недолік адаптивних систем з еталонною моделлю. Зовнішнє збурення, таке як момент навантаження, створює незначне фазове зрушення між дійсними значеннями проекцій опорного вектора потокозчеплення ротора та їх оцінками, що сприймається ПІ-регулятором у складі спостерігача як зміна швидкості. Розгляд спостерігача швидкості як деякої системи, що стежить, наводить на думку введення в її склад ковзного режиму в процесі спостереження, що додає спостерігачу як системі, що стежить, властивість інваріантності до параметричних і координатних збурень. Також не має однозначного розв'язання задачі параметричного синтезу, яка складається у визначенні параметрів ПІ-регулятора від функції адаптації спостерігача. Якщо застосувати таке структурне рішення як введення до складу спостерігача швидкості релейного елемента, підключеного до виходу функції адаптації, то наявність ковзного режиму на виході реле усуває саму задачу параметричного синтезу. Зробимо огляд публікацій про застосування спостерігачів з ковзними режимами в складі асинхронних електроприводів.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

У статті [2] представлена система бездатчикового векторного керування асинхронним двигуном, заснована на спостерігачі швидкості з використанням ковзного режиму. Функція адаптації узятя як векторний добуток оцінки вектора потокозчеплення ротора і вектора похибок визначення струмів статора. Значення функції адаптації подається на вхід релейного елемента, який у режимі спостереження за реальною швидкістю ротора працює в ковзному режимі. З виходу реле сигнал надходить на інтегратор, охоплений слабким негативним зворотним зв'язком. Таку структуру автори статті назвали модифікованим інтегратором, що дозволяє уникнути недоліків класичних

інтеграторів, які складаються з зсуві напруги і чутливості до початкових значень. У роботі модифікований інтегратор являє собою аперіодичну ланку першого порядку з малою постійною часу, на виході якого отримуємо еквівалентне керування релейного елемента, поняття про яке введено в працях В. Уткіна, наприклад у монографії [3]. У статті [4] запропонований нелінійний спостерігач швидкості, що використовує обмірювані значення напруг і струмів статора для створення спостерігача на ковзних режимах у складі векторної системи керування асинхронним двигуном. Для доказу асимптотичної стійкості спостерігача застосований другий метод О. М. Ляпунова. Алгоритм спостерігача реалізований на контролері в складі фізичної моделі електропривода. Автори рекомендують запропоновану систему керування для точного керування електромагнітним моментом асинхронних двигунів електромобілів. У [5] пропонується спостерігач потоку і швидкості з використанням ковзного режиму при векторному керуванні асинхронним електроприводом. Похибки між реальними і розрахунковими струмами є функціями переключення релейних елементів і зводяться до нуля в ковзних режимах. Швидкість ротора і його постійна часу оцінюються на основі розрахункових струмів статора і потокозчеплення ротора. У статті [6] ковзний режим використовується для керування, на відміну від попередньої статті, де ковзний режим застосований для оцінки швидкості спостерігачем. Тут замість стандартних ПІ-регуляторів у векторній системі керування використовуються релейні регулятори з режимом ковзання при стабілізації регульованих змінних. Для оцінки проекцій вектора потокозчеплення ротора і швидкості береться стандартний спостерігач з еталонною моделлю типу MRAS. У каналі активної потужності зовнішньому релейному регулятору швидкості підпорядкований внутрішній регулятор активної складової струму статора. У каналі реактивної потужності один регулятор потокоутворюючої складової струму статора, поставлений у функціональну залежність від сигналу завдання швидкості. У статті [7] розв'язується проблема точного визначення швидкості двигуна, у якого ротор висить у магнітному полі без механічних опор. Автори пропонують поліпшений алгоритм спостереження швидкості, що

забирає головну проблему ковзного режиму – вібрації (chattering) і замінюють стандартну функцію знака на більш плавну сигмоїдальну функцію, що дозволило зменшити «деренчання» і зробити керування більш плавним. У системі векторного керування в контурах регулювання швидкості і магнітного потоку можуть використовуватися релейні регулятори, що працюють при стабілізації змінних в ковзному режимі (Sliding Mode Control – SMC). Для оцінки швидкості ротора в режимі реального часу застосовується спостерігач, що використовує інформацію про струми і напруги статора, а в алгоритмі адаптації є релейний елемент, що вводить у процес самонастроювання ковзний режим (Sliding Mode Observer – SMO). Основні етапи теоретичного синтезу і результати експериментальних досліджень такої системи (SMC+SMO) представлені в статті [8].

МЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ

Як показав огляд літературних джерел, існують різні підходи до розв'язання задачі ідентифікації швидкості в бездатчикових векторних системах керування асинхронними електроприводами. У статті ставиться задача структурного синтезу другим методом О. М. Ляпунова спостерігача швидкості асинхронної машини на основі її рівнянь електромагнітних процесів, записаних через вектори потокозчеплення ротора і струму статора, у якому реалізується ковзний режим шляхом використання релейного елемента з функцією адаптації, яка визначає поверхню ковзання.

МЕТОДИ, ОБ'ЄКТ І ПРЕДМЕТ ДОСЛІДЖЕННЯ

Об'єкт дослідження. Бездатчикова релейно-векторна система керування асинхронним електроприводом зі спостерігачем швидкості і потокозчеплення з ковзним режимом.

Предмет дослідження. Синтез структури спостерігача та її вплив на якість регулювання швидкості в системі векторного керування асинхронною машиною, де реалізовані ковзні режими й у підсистемі спостереження змінних стану АМ і в підсистемі керування ними.

Методи дослідження. Теоретичні дослідження виконані з використанням сучасних методів теорії автоматичного керування, теорії електропривода і математичного моделювання.

ОСНОВНИЙ МАТЕРІАЛ

Електромагнітні процеси в АМ описуються рівняннями [1]:

$$pI_{sa} = \frac{k_r R_r}{L_s L_r - L_m^2} \Psi_{ra} - \frac{(R_s + K_r^2 R_r) L_r}{L_s L_r - L_m^2} I_{sa} + \frac{L_m}{L_s L_r - L_m^2} \omega \Psi_{rb} + \frac{L_r}{L_s L_r - L_m^2} u_{sa};$$

$$pI_{sb} = \frac{k_r R_r}{L_s L_r - L_m^2} \Psi_{rb} - \frac{(R_s + K_r^2 R_r) L_r}{L_s L_r - L_m^2} I_{sb} - \frac{L_m}{L_s L_r - L_m^2} \omega \Psi_{ra} + \frac{L_r}{L_s L_r - L_m^2} u_{sb};$$

$$p\Psi_{ra} = -\frac{R_r}{L_r} \Psi_{ra} + R_r k_r I_{sa} - \omega \Psi_{rb};$$

$$p\Psi_{rb} = -\frac{R_r}{L_r} \Psi_{rb} + R_r k_r I_{sb} + \omega \Psi_{ra}. \quad (1)$$

Ці рівняння в матричній формі запишуться так:

$$\frac{dX}{dt} = AX + BU, \quad (2)$$

де $X = (I_{sa} \ I_{sb} \ \Psi_{ra} \ \Psi_{rb})^T$; $U = (u_{sa} \ u_{sb})^T$;

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} -a_{11} & 0 & a_{13} & a_{14}\omega \\ 0 & -a_{22} & -a_{23}\omega & a_{24} \\ a_{31} & 0 & -a_{33} & -\omega \\ 0 & a_{42} & \omega & -a_{44} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

У матрицях (3) значення коефіцієнтів наступні:

$$a_{11} = a_{22} = \frac{(R_s + k_r^2 R_r) L_r}{L_s L_r - L_m^2}; \quad a_{13} = a_{24} = \frac{k_r R_r}{L_s L_r - L_m^2};$$

$$a_{23} = a_{14} = \frac{L_m}{L_s L_r - L_m^2}; \quad a_{31} = a_{42} = k_r R_r; \quad (4)$$

$$a_{33} = a_{44} = R_r / L_r; \quad b_{11} = b_{22} = \frac{L_r}{L_s L_r - L_m^2}.$$

У матриці стану A можуть діяти параметричні збурення і координатне збурення за швидкістю ω . Тому для забезпечення стійкості спостерігача його доцільно синтезувати разом з матрицею коригувальних коефіцієнтів за відхиленнями струмів. Тоді рівняння спостерігача можна записати в наступному вигляді:

$$\frac{d\hat{X}}{dt} = \hat{A}\hat{X} + BU + G(\hat{I}_s - I_s) = \hat{A}\hat{X} + BU + GC(\hat{X} - X), \quad (5)$$

де $G = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \\ g_{31} & g_{32} \\ g_{41} & g_{42} \end{pmatrix}$ – матриця коефіцієнтів зворотних зв'язків за струмами; $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ – матри-

ця зіставлення змінних стану з тими змінними, за якими замикаються зворотні зв'язки; $I_s = (I_{sa} \ I_{sb})^T$, $\hat{I}_s = (\hat{I}_{sa} \ \hat{I}_{sb})^T$ – вектори-стовпці проєкцій вектора струму статора на осі d,q та їхніх оцінок; $\hat{X} = (\hat{I}_{sa} \ \hat{I}_{sb} \ \hat{\Psi}_{ra} \ \hat{\Psi}_{rb})^T$ – вектор-стовпець оцінок змінних стану АМ.

Похибка оцінювання змінних стану представляє рівняння збуреного руху спостерігача

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{X}}{dt} - \frac{dX}{dt} &= \frac{de}{dt} = \hat{A}\hat{X} + BU + GC(\hat{X} - X) - \\ - AX - BU &= (A + \Delta A)\hat{X} - AX + GC(\hat{X} - X) = \\ &= A(\hat{X} - X) + \Delta A\hat{X} + GC(\hat{X} - X) = \\ &= Ae + GCe + \Delta A\hat{X} = (A + GC)e + \Delta A\hat{X}, \end{aligned} \quad (6)$$

де $e = \hat{X} - X$ – вектор відхилень обчислених змінних від їх фактичних значень.

Якщо покласти, що матриця прирощень ΔA обумовлена тільки відхиленнями обчислених спостерігачем значень швидкості від їх обмірюваних значень, то можна записати:

$$\Delta A = \hat{A} - A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{14}\Delta\omega \\ 0 & 0 & -a_{23}\Delta\omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Delta\omega \\ 0 & 0 & \Delta\omega & 0 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

де $\Delta\omega = \hat{\omega} - \omega$; $\omega, \hat{\omega}$ – кутова швидкість ротора та її оцінка, обчислена спостерігачем.

Введемо наступну позитивно визначену квадратичну форму

$$\begin{aligned} V &= e^T e + \frac{\Delta\omega^2}{\lambda} = \Delta I_{rd}^2 + \Delta I_{rq}^2 + \Delta\Psi_{sd}^2 + \\ &+ \Delta\Psi_{sq}^2 + \frac{\Delta\omega^2}{\lambda} > 0, \quad \lambda > 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Подальші викладення будемо проводити виходячи з того, що вираз (8) є функцією Ляпунова для спостерігача (5).

Знаходимо повну похідну за часом від функції (8) на траєкторіях збуреного руху (6) спостерігача:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \left(\frac{de^T}{dt} \right) e + e^T \left(\frac{de}{dt} \right) + \frac{2\Delta\omega}{\lambda} \frac{d\Delta\omega}{dt} = \\ &= \left(\frac{de^T}{dt} \right) e + e^T \left(\frac{de}{dt} \right) + \frac{2\Delta\omega}{\lambda} \frac{d\Delta\omega}{dt}. \end{aligned} \quad (9)$$

З (6) випливає

$$\begin{aligned} \frac{de}{dt} &= (A + GC)e + \Delta A\hat{X} \Rightarrow \frac{de^T}{dt} = \\ &= e^T (A + GC)^T + (\Delta A\hat{X})^T. \end{aligned} \quad (10)$$

Підставимо (10) у (9) і приймемо, що швидкість ротора змінюється істотно повільніше, ніж її оцінка:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= e^T (A + GC)^T e + (\Delta A\hat{X})^T e + \\ &+ e^T (A + GC)e + e^T (\Delta A\hat{X}) + \frac{2\Delta\omega}{\lambda} \frac{d\Delta\omega}{dt} = \\ &= e^T \left[(A + GC)^T + (A + GC) \right] e + 2e^T \Delta A\hat{X} + \frac{2\Delta\omega}{\lambda} \frac{d\Delta\omega}{dt}. \end{aligned} \quad (11)$$

У (11) є доданки, для яких виконується умова

$$\begin{aligned} (\Delta A\hat{X})^T e &= e^T (\Delta A\hat{X}) = \begin{pmatrix} \Delta I_{sa} & \Delta I_{sb} & \Delta\Psi_{ra} & \Delta\Psi_{rb} \end{pmatrix} \times \\ &\times \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{14}\Delta\omega \\ 0 & 0 & -a_{23}\Delta\omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Delta\omega \\ 0 & 0 & \Delta\omega & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{I}_{sa} \\ \hat{I}_{sb} \\ \hat{\Psi}_{ra} \\ \hat{\Psi}_{rb} \end{pmatrix} = a_{14}\hat{\Psi}_{rb}\Delta I_{sa}\Delta\omega - \\ &- a_{23}\hat{\Psi}_{ra}\Delta I_{sb}\Delta\omega - \hat{\Psi}_{rb}\Delta\Psi_{ra}\Delta\omega + \hat{\Psi}_{ra}\Delta\Psi_{rb}\Delta\omega. \end{aligned} \quad (12)$$

Розіб'ємо вираз (11) на два доданки

$$\frac{dV}{dt} = S_1 + S_2, \quad (13)$$

де $S_1 = e^T [(A + GC)^T + (A + GC)] e$;

$$S_2 = 2e^T \Delta A\hat{X} + \frac{2\Delta\omega}{\lambda} \frac{d\Delta\omega}{dt}.$$

Для стійкості спостерігача (5) функція (13) повинна бути негативно визначеною, що буде виконуватися, якщо забезпечити негативну визначеність квадратичної форми S_1 , а вираз S_2 дорівнювати нулю.

Якщо прийняти S_2 рівним нулю, то з урахуванням виразу (12) одержимо наступне рівняння

$$\begin{aligned} S_2 &= 2e^T \Delta A\hat{X} + \frac{2\Delta\omega}{\lambda} \frac{d\Delta\omega}{dt} = \\ &= 2\Delta\omega \left(a_{14}\hat{\Psi}_{rb}\Delta I_{sa} - a_{23}\hat{\Psi}_{ra}\Delta I_{sb} - \hat{\Psi}_{rb}\Delta\Psi_{ra} + \right. \\ &\quad \left. + \hat{\Psi}_{ra}\Delta\Psi_{rb} + \frac{1}{\lambda} \frac{d\Delta\omega}{dt} \right) = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Вирази в дужках дорівнюємо нулю і розв'язанням отриманого рівняння знаходимо алгоритм ідентифікації швидкості

$$\begin{aligned} \hat{\omega} &= \lambda \int [a_{23}\hat{\Psi}_{ra}(\hat{I}_{sb} - I_{sb}) - a_{14}\hat{\Psi}_{rb}(\hat{I}_{sa} - I_{sa}) + \\ &+ \hat{\Psi}_{rb}(\hat{\Psi}_{ra} - \Psi_{ra}) - \hat{\Psi}_{ra}(\hat{\Psi}_{rb} - \Psi_{rb})] dt, \end{aligned} \quad (15)$$

який з урахуванням співвідношення $a_{14} = a_{23}$, може бути записаний інакше

$$\begin{aligned} \hat{\omega} &= \lambda a_{14} \int \begin{vmatrix} \hat{\Psi}_{ra} & \hat{\Psi}_{rb} \\ \Delta I_{sa} & \Delta I_{sb} \end{vmatrix} dt - \lambda \int \begin{vmatrix} \hat{\Psi}_{ra} & \hat{\Psi}_{rb} \\ \Delta\Psi_{ra} & \Delta\Psi_{rb} \end{vmatrix} dt = \\ &= \lambda a_{14} \int [\hat{\Psi}_r \times \Delta I_s] dt - \lambda \int [\hat{\Psi}_r \times \Delta\Psi_r] dt. \end{aligned} \quad (16)$$

З формули (16) випливає, що алгоритм ідентифікації швидкості складається із суми інтегралів від векторних добутоків вектора оцінки поточного зчеплення ротора на вектори відхилень оцінок струму статора і поточного зчеплення ротора від їх фактичних значень.

Для усталеної роботи алгоритму (16) одночасно з ним повинна бути забезпечена негативна визначеність квадратичної форми S_1 . При заміні кутової швидкості ротора ω її оцінкою $\hat{\omega}$ і з урахуванням виразів (4), матриця квадратичної форми S_1 приймає вигляд

$$K = (A + GC)^T + (A + GC) = \begin{pmatrix} -2a_{11} + 2g_{11} & g_{12} + g_{21} & a_{13} + a_{31} + g_{31} & a_{23}\hat{\omega} + g_{41} \\ g_{21} + g_{12} & -2a_{11} + 2g_{22} & -a_{23}\hat{\omega} + g_{32} & a_{13} + a_{31} + g_{42} \\ a_{31} + a_{13} + g_{31} & -a_{23}\hat{\omega} + g_{32} & -2a_{33} & 0 \\ a_{23}\hat{\omega} + g_{41} & a_{31} + a_{13} + g_{42} & 0 & -2a_{33} \end{pmatrix} \quad (17)$$

Якщо матрицю K зробити діагональною, то вона буде відповідати умовам Сильвестра негативної визначеності квадратичної форми S_1 . У силу симетричності вихідної матриці K коригувальних коефіцієнтів g_{ij} достатньо, щоб зробити її діагональною. Виходячи з цієї умови, потрібно покласти рівними нулю коефіцієнти в рівняннях струмів

$$g_{11} = g_{22} = g_{12} = g_{21} = 0. \quad (18)$$

Діагональність матриці (17) буде забезпечена виконанням умов:

$$K_{13} = K_{31} = a_{13} + a_{31} + g_{31} = 0; \quad (19)$$

$$K_{24} = K_{42} = a_{13} + a_{31} + g_{42} = 0; \quad (20)$$

$$K_{23} = K_{32} = -a_{23}\hat{\omega} + g_{32} = 0; \quad (21)$$

$$K_{14} = K_{41} = a_{23}\hat{\omega} + g_{41} = 0. \quad (22)$$

З рівностей (19) і (20) випливає

$$g_{31} = g_{42} = -a_{13} - a_{31}. \quad (23)$$

З умов (21) і (22) буде

$$g_{32} = -g_{41} = a_{23}\hat{\omega}. \quad (24)$$

Система рівнянь (5), розв'язувана в реальному часі, є спостерігачем вектора потокозчеплення ротора, у який вводяться коригувальні зв'язки за неузгодженостями струмів статора для додання спостерігачу стійкості при дії в ньому або в АМ параметричних збурень. Запишемо рівняння спостерігача (5) у скалярній формі з урахуванням формул (23), (24) і матриць (3) за умови, що замість значення швидкості ротора в матриці стану A використовується оцінка кутової швидкості ротора АМ:

$$\begin{aligned} p\hat{I}_{sa} &= -a_{11}\hat{I}_{sa} + a_{13}\hat{\Psi}_{ra} + a_{23}\hat{\omega}\hat{\Psi}_{r\beta} + b_{11}u_{sa}; \\ p\hat{I}_{s\beta} &= -a_{11}\hat{I}_{s\beta} + a_{13}\hat{\Psi}_{r\beta} - a_{23}\hat{\omega}\hat{\Psi}_{ra} + b_{11}u_{s\beta}; \\ p\hat{\Psi}_{ra} &= a_{31}\hat{I}_{sa} - a_{33}\hat{\Psi}_{ra} - \hat{\omega}\hat{\Psi}_{r\beta} - \\ &\quad -(a_{13} + a_{31})(\hat{I}_{sa} - I_{se}) + a_{23}\hat{\omega}(\hat{I}_{s\beta} - I_{s\beta}); \\ p\hat{\Psi}_{r\beta} &= a_{31}\hat{I}_{s\beta} - a_{33}\hat{\Psi}_{r\beta} + \hat{\omega}\hat{\Psi}_{ra} - a_{23}\hat{\omega}(\hat{I}_{sa} - I_{sa}) - \\ &\quad -(a_{13} + a_{31})(\hat{I}_{s\beta} - I_{s\beta}). \end{aligned} \quad (25)$$

Спостерігач (25) опорного вектора потокозчеплення ротора можна використовувати у векторних системах керування АМ з релейними регуляторами, синтезованими в базисі перших похідних. У такій системі керування релейний регулятор кутової швидкості ротора АМ використовує жорсткий зворотний зв'язок за оцінкою кутової швидкості і зворотний зв'язок за першою похідною від оцінки кутової швидкості. Другий доданок в алгоритмі ідентифікації (16),

що містить векторний добуток векторів оцінки вектора потокозчеплення ротора і помилки ідентифікації потокозчеплення ротора, передбачає вимір проєкцій вектора потокозчеплення ротора Ψ_{ra} , $\Psi_{r\beta}$, що представляє складну технічну задачу і ставить під сумнів доцільність розв'язання самої задачі синтезу спостерігача. Тому перевірялася можливість зневаги другим доданком в алгоритмі (16) з метою доведення достатності урахування векторного добутку векторів з неузгодженістю струмів статора як легко вимірюваних величин, для коректної ідентифікації кутової швидкості ротора АМ. Таким чином, методом математичного моделювання перевірялася працездатність спостерігача (25) з алгоритмом ідентифікації швидкості, що має вигляд

$$\hat{\omega} = \frac{\lambda}{p} [\hat{\Psi}_{ra}(\hat{I}_{s\beta} - I_{s\beta}) - \hat{\Psi}_{r\beta}(\hat{I}_{sa} - I_{sa})], \quad (26)$$

у який унаслідок того, що $a_{14} = a_{23}$, зазначений коефіцієнт винесений з під операції інтегрування і включений до складу параметра λ .

Якщо об'єднати рівняння (25) і (26), то одержимо спостерігач одночасно потокозчеплення і швидкості ротора. Такий спостерігач стійкий при як завгодно великих позитивних значеннях коефіцієнта λ . У результаті моделювання було виявлено, що при кінцевих значеннях параметра λ даний спостерігач статичний за швидкістю, тобто навіть при досить великих λ існує помітна неузгодженість між фактичною швидкістю та її оцінкою. Тільки при $\lambda \rightarrow \infty$ буде $\hat{\omega} - \omega = \Delta\omega \rightarrow 0$. У статистиці оцінки струмів наближаються до їх обмірюваних значень, тому вираз в квадратних дужках (26) прямує до нуля і піддається операції інтегрування з нескінченним коефіцієнтом підсилення λ . Тому виникає ідея функцію адаптації в квадратних дужках виразу (26) прийняти за функцію перемикання релейного елемента, який при стабілізації змінної, що ідентифікується, працює в ковзному режимі з нескінченим коефіцієнтом підсилення. Сигнал релейного елемента для виходу на розмірність швидкості потрібно проінтегрувати. Математично описані дії можна записати так

$$\hat{\omega} = \omega_0 \int \text{sign} [\hat{\Psi}_{ra}(\hat{I}_{s\beta} - I_{s\beta}) - \hat{\Psi}_{r\beta}(\hat{I}_{sa} - I_{sa})] dt, \quad (27)$$

де амплітуда сигналу на виході реле ω_0 підбирається в процесі налаштування спостерігача і для забезпечення умови $\hat{\omega} - \omega = \Delta\omega \rightarrow 0$ її достатньо узяти рівною подвоєному значенню швидкості ідеального холостого ходу в електричних рад/с.

Дослідження на математичній моделі динаміки системи керування з алгоритмом ідентифікації (25), (27) виявило наступне. Якщо безпосередньо за сигналом оцінки (27) замикає негативний зворотний зв'язок за швидкістю на вході релейного регулятора швидкості, синтезованого в базисі перших похідних,

то в релейно-векторній системі регулювання швидкості АМ виникають автоколивання, викликані зворотним зв'язком за першою похідною швидкості. Позбутися від автоколивань вдається шляхом установки на виході інтегратора (27) фільтра нижніх частот першого порядку, тобто інформаційний сигнал швидкості, що подається в систему керування, визначається так

$$\hat{\omega}_f = \frac{\hat{\omega}}{T_f p + 1}, \quad (28)$$

де постійну часу фільтра T_f для запобігання значного фазового зрушення потрібно взяти якнайменшою при дотриманні якості керування (приймалася в межах $T_f = 1 \cdot 10^{-4} \div 5 \cdot 10^{-4}$ с).

На рисунку 1 представлена структурна схема спостерігача швидкості АМ з реалізацією ковзного режиму, побудована за рівняннями (25), (27). Для спостерігача вхідними є керуючі впливи напруг $u_{s\alpha}$, $u_{s\beta}$ та інформаційні вимірювані сигнали струмів статора $I_{s\alpha}$, $I_{s\beta}$. Спостерігач представляє замкнуту структуру з двома прямими каналами по ортогональних осях α , β і перехресними зв'язками між ними. Коригувальні зв'язки додають матриці (17) негативну визначеність і, отже, з урахуванням (27)

забезпечується асимптотична стійкість спостерігача. Релейний елемент додає спостерігачу властивість робастності, завдяки якій точність оцінки швидкості не залежить від величини навантаження на валу АМ.

Спостерігач обчислює проекції вектора потокозчеплення ротора на вісі α , β , що є достатнім для визначення оцінок його модуля і напрямних синуса і косинуса за формулами:

$$\begin{aligned} \hat{\Psi}_r &= \sqrt{\hat{\Psi}_{r\alpha}^2 + \hat{\Psi}_{r\beta}^2}, \quad \cos \hat{\delta} = \hat{\Psi}_{r\alpha} / \hat{\Psi}_r, \\ \sin \hat{\delta} &= \hat{\Psi}_{r\beta} / \hat{\Psi}_r. \end{aligned} \quad (29)$$

Реактивна й активна складові вектора струму статора дорівнюють

$$I_{su} = I_{s\alpha} \cos \hat{\delta} + I_{s\beta} \sin \hat{\delta}; \quad I_{sv} = I_{s\beta} \cos \hat{\delta} - I_{s\alpha} \sin \hat{\delta}. \quad (30)$$

Намагнічування АМ і стабілізація модуля вектора потокозчеплення ротора здійснюється в каналі реактивної потужності послідовно включеними релейними регуляторами з наступними алгоритмами керування:

регулятор потокозчеплення

$$U_\psi = U_{\psi}^* \text{sign}(\Psi_r^* - \hat{\Psi}_r - \gamma_1 p \hat{\Psi}_r), \quad (31)$$

де $\gamma_1 = 1/a_{33} = L_r/R_r = T_r$;

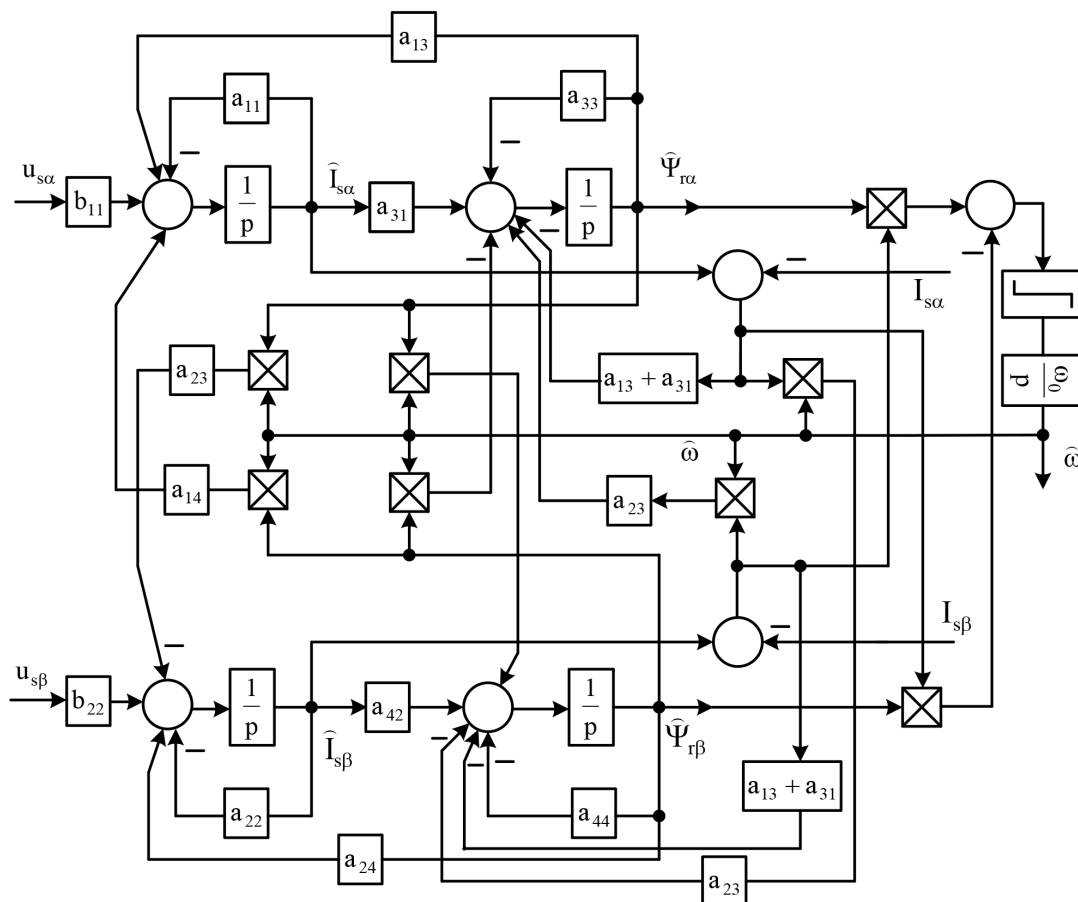


Рис. 1. Структурна схема спостерігача швидкості ротора АМ з ковзним режимом

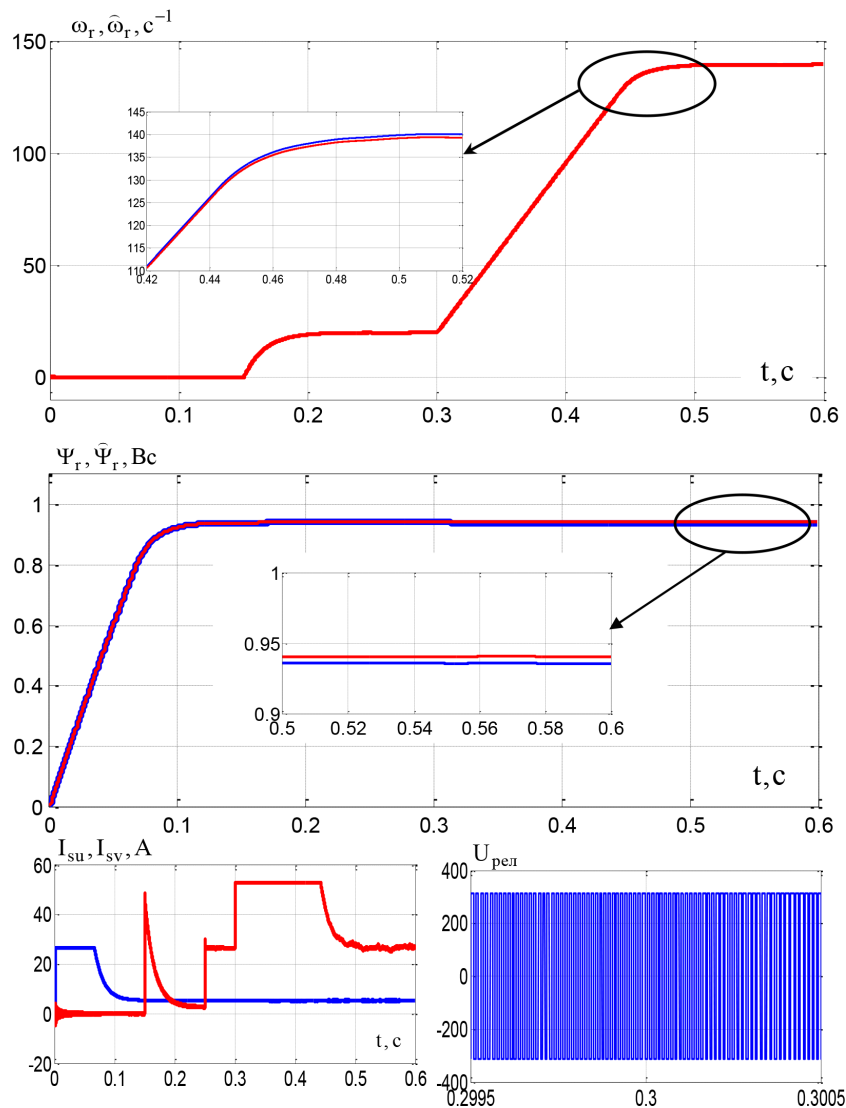


Рис. 2. Перехідні процеси в асинхронному ЕП зі спостерегачем швидкості та потокозчеплення

регулятор реактивної складової струму статора

$$U_{ru}^* = U_m \operatorname{sign}(U_\psi - I_{su}). \quad (32)$$

У каналі активної потужності алгоритм керування регулятора швидкості буде мати вигляд:

$$U_\omega = U_{sv}^* \operatorname{sign}(\omega^* - \hat{\omega}_f - \gamma_2 p \hat{\omega}_f), \quad (33)$$

$$\text{де } \gamma_2 = 1/a_{11} = \frac{L_s L_r - L_m^2}{L_r (R_s + k_r^2 R_r)} = T_l';$$

регулятор активної складової струму статора

$$U_{rv}^* = U_m \operatorname{sign}(U_\omega - I_{sv}). \quad (34)$$

На рисунку 2 представлені перехідні процеси в асинхронному ЕП з релейно-векторною системою керування, у контурі зворотного зв'язку якої включений розроблений спостерегач швидкості і потокозчеплення ротора АМ. Програма для вивчення динаміки даного ЕП написана в математичному

середовищі Matlab з використанням, як вихідних даних, параметрів асинхронної машини типу 4A132M4 з потужністю 11 кВт і синхронною частотою обертання 1500 об/хв. Вивчено наступні режими роботи: збудження АМ при нерухомому роторі, пуск до зниженої швидкості 20 рад/с з навантаженням 10 % від номінального, стрибкоподібний накид номінального навантаження, розгін під навантаженням до швидкості 140 рад/с. Постійна часу фільтра узяття $T_f = 10^{-4}$ с. Показано перехідні процеси: кутової швидкості вала ротора АМ, модуля опорного вектора потокозчеплення ротора та їхні оцінки; активної і реактивної складових струму статора; сигналу на виході релейного елемента в складі спостерегача. Релейний елемент працює в ковзному режимі, забезпечуючи спостереження за швидкістю двигуна її оцінкою. На графіках кутової швидкості і потокозчеплення синім кольором показані фактичні величини цих змінних, а червоним кольором – їх оцінки,

розраховані спостерігачем. З графіків випливає, що присутня незначна статична похибка ідентифікації швидкості і потоку. Цей ефект можна пояснити інерційністю спостерігача разом з фільтром (28), що приводить до обмеження частоти переключення релейного елемента. Реальний ковзний режим (з кінцевою частотою переключення) приводить до того, що величина на вході реле, яка представляє функцію адаптації (вираз під знаковою функцією у формулі (27)), не дорівнює точно нулю, а перебуває в межах деякого граничного шару. Описана властивість даного спостерігача породжує статичну похибку і розрахункова швидкість незначно відстає від реальної.

Висновки. У статті другим методом О. М. Ляпунова здійснений структурний синтез спостерігача кутової швидкості вала АМ з релейно-векторною системою керування. Отримано функцію адаптації

у вигляді векторного добутку оцінки вектора потокозчеплення ротора і похибки визначення струму статора. Запропоновано подавати сигнал функції адаптації на вхід релейного елемента, що позбавляє від розв'язання задачі параметричного синтезу і забирає небажану динаміку у випадку застосування ПІ-регулятора. Обґрунтовано необхідність підключення до виходу спостерігача швидкості фільтра нижніх частот, щоб використовувати сигнал на його виході для реалізації зворотного зв'язку за похідною швидкості у функції перемикачів релейного регулятора швидкості. Як такий фільтр запропонована аперіодична ланка першого порядку. Працездатність і достатня якість регулювання швидкості в бездатчиковій релейно-векторній системі керування АМ із запропонованим спостерігачем швидкості і потокозчеплення підтверджені методом математичного моделювання.

REFERENCES

- [1] Kliuiev O. V., & Sadovoi O. V., Sokhina Yu. V. (2022). Sposterihach shvydkosti obertannia i potokozchepлення rotora v systemi vektornoho keruvannia asynkhronnym elektroprivodom. [Rotor Speed and Flux Linkage Observer in a Vector Control System for Induction Motor Drives]. *Zbirnyk naukovykh prats Dniprovskoho derzhavnoho tekhnichnoho universytetu (tekhnichni nauky)*. Kamianske. 2 (41). S. 89–97. DOI: 10.31319/2519-2884.41.2022.10 [in Ukrainian]
- [2] Li Guohua, & Wang Jiqiang. (2012). Speed Sensorless Indirect Vector Control System Based on a Novel Sliding Mode Control Speed Observer. *Manufacturing Science and Technology, ICMST2011*, Vol. 383, pp. 196–201. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.383-390.196
- [3] Vadim Utkin, Juergen Guldner, Jingxin Shi. (2009). *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. CRC Press, Taylor & Francis Group, 325 p.
- [4] Phuc Thinh Doan, & Tan Tien Nguyen, Sang Kwun Jeong, Sea June Oh, Sang Bong Kim. (2013). Sensorless Vector Control of AC Induction Motor Using Sliding-Mode Observer. *International Journal of Science and Engineering*, Vol. 4, pp. 39–43. DOI: 10.12777/ijse.4.2.39-43
- [5] Nihat Inanc. (2007). A robust sliding mode flux and speed observer for speed sensorless control of an indirect field oriented induction motor drives. *Electric Power Systems Research*, Vol. 77, Issue 12, pp. 1681–1688. DOI: 10.1016/j.epsr.2006.11.015
- [6] Gouichiche Abdelmadjid, & Boucherit Mohamed Seghir, Safa Ahmed, Messlem Youcef. (2012). Sensorless Sliding Mode Vector Control of Induction Motor Drives. *International Journal of Power Electronics and Drive System (IJPEDS)*, Vol. 2, No. 3, pp. 277–284. DOI: 10.11591/ijpeds.v2i3.405
- [7] Youpeng Chen, & Wenshao Bu, Yanke Qiao. (2021). Research on the Speed Sliding Mode Observation Method of a Bearingless Induction Motor. *Energies*. DOI: 10.3390/en14040864
- [8] Chau Si & Thien Dong, Hau Huu Vo, Thinh Cong Tran, Pavel Brandstetter, Petr Simonik. (2017). Application of Sensorless Sliding Mode Observer in Control of Induction Motor Drive. *Power engineering and electrical engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 747–753. DOI: 10.15598/aece.v15i5.2626

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Ключев, О. В., & Садовой, О. В., Сохина Ю. В. (2022). Спостерігач швидкості обертання і потокозчеплення ротора в системі векторного керування асинхронним електроприводом. *Збірник наукових праць Дніпровського державного технічного університету (технічні науки)*. Кам'янське, Вип. 2 (41). С. 89–97. DOI: 10.31319/2519-2884.41.2022.10
- [2] Li Guohua, & Wang Jiqiang. (2012). Speed Sensorless Indirect Vector Control System Based on a Novel Sliding Mode Control Speed Observer. *Manufacturing Science and Technology, ICMST2011*, Vol. 383, pp. 196–201. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.383-390.196
- [3] Vadim Utkin, Juergen Guldner, Jingxin Shi. (2009). *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. CRC Press, Taylor & Francis Group, 325 p.
- [4] Phuc Thinh Doan, & Tan Tien Nguyen, Sang Kwun Jeong, Sea June Oh, Sang Bong Kim. (2013). Sensorless Vector Control of AC Induction Motor Using Sliding-Mode Observer. *International Journal of Science and Engineering*, Vol. 4, pp. 39–43. DOI: 10.12777/ijse.4.2.39-43
- [5] Nihat Inanc. (2007). A robust sliding mode flux and speed observer for speed sensorless control of an indirect field oriented induction motor drives. *Electric Power Systems Research*, Vol. 77, Issue 12, pp. 1681–1688. DOI: 10.1016/j.epsr.2006.11.015

- [6] Gouichiche Abdelmadjid, & Boucherit Mohamed Seghir, Safa Ahmed, Messlem Youcef. (2012). Sensorless Sliding Mode Vector Control of Induction Motor Drives. *International Journal of Power Electronics and Drive System (IJPEDS)*, Vol. 2, No. 3, pp. 277–284. DOI: 10.11591/ijpeds.v2i3.405
- [7] Youpeng Chen, & Wenshao Bu, Yanke Qiao. (2021). Research on the Speed Sliding Mode Observation Method of a Bearingless Induction Motor. *Energies*. DOI: 10.3390/en14040864
- [8] Chau Si & Thien Dong, Hau Huu Vo, Thinh Cong Tran, Pavel Brandstetter, Petr Simonik. (2017). Application of Sensorless Sliding Mode Observer in Control of Induction Motor Drive. *Power engineering and electrical engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 747–753. DOI: 10.15598/aece.v15i5.2626

© Ключев О. В.

Дата першого надходження статті до видання: 16.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 15.04.2026

Дата публікації (оприлюднення) статті: 30.05.2026



Стаття поширюється на умовах ліцензії відкритого доступу (CC BY 4.0)