DOI https://doi.org/10.15589/znp2020.2(480).13
УДК 001.891:65.011.56

QUESTION OF ESTIMATING THE EFFECT OF PERMUTATION OF TIERS OF THE MAXIMUM COMPLEXITY LOGICAL TREE FOR THE BINARY CASE

ПИТАННЯ ОЦІНКИ ЕФЕКТУ ПЕРЕСТАНОВКИ ЯРУСІВ ЛОГІЧНОГО ДЕРЕВА МАКСИМАЛЬНОЇ СКЛАДНОСТІ ДЛЯ БІНАРНОГО ВИПАДКУ

Igor F. Povkhan
igor.povkhan@uzhnu.edu.ua
ORCID: 0000-0002-1681-3466

І. Ф. Повхан,
канд. техн. наук, доцент

State Higher Educational Institution "Uzhhorod National University", Uzhgorod
Державний вищий навчальний заклад «Ужгородський національний університет», м. Ужгород

Abstract. The work continues the problem of logical trees and raises important questions related to the General method of minimizing logical tree structures by rearranging tiers in their structure. It is clear that the simple, efficient and economical structure of the logical classification tree of the initial training sample allows you to provide the necessary speed, the level of complexity of the recognition scheme, which guarantees simple and complete recognition of discrete objects. Representation of the initial training sample in the form of a logical tree creates a tree-like data structure that provides compression and transformation of the initial data of the training sample, and therefore allows significant optimization and saving of hardware resources of the information system.

An arbitrary constructed recognition system in the form of a classification tree can be written either in DNF or CNF form, so the recognition tree, which is a specific classification rule, can be represented using the corresponding logical function. So important problems when building recognition systems of this type are the tasks of synthesizing logical functions that are equivalent to a given recognition tree, evaluating their complexity, and minimizing the resulting tree. Here we study the General complexity of graph-schema models (structures of logical classification trees) that are constructed during the training of the recognition system (the logical classification tree is actually a generated recognition function). To do this, we estimate the complexity of the tree that is used in the branched feature selection scheme for recognizing n-dimensional discrete sets (objects).

So, today there are certain approaches to minimize (normalize) the structures of logical trees, which differ in a certain algorithmic complexity and rigid orientation for specific logical structures (classes of logical trees). The method of rearranging tiers in the structure of logical trees allows to achieve a significant effect during optimization and can be applied to any regular tree of any complexity. Also, you should note the significant advantages of this approach of minimizing logical classification trees in terms of software simplicity of building classification trees, reducing the time of General generation of a logical tree, and so on. This work is relevant for all image recognition methods in which the resulting classification function can be represented as a logical tree.

Key words: permutation of tiers; logical tree; graph-schema models; minimization of logical trees.

Анотація. Робота продовжує проблематику логічних дерев та порушує важливі питання, які пов'язані із загальною методикою мінімізації деревоподібних логічних конструкцій шляхом перестановки ярусів в їхній структурі. Зрозуміло, що проста, ефективна й економна структура логічного дерева класифікації початкової навчальної вибірки дозволяє забезпечити необхідну швидкодію, рівень складності схеми розпізнавання, що гарантує проведення простого та повного розпізнавання дискретних об'єктів. Представлення початкової навчальної вибірки у вигляді логічного дерева генерує деревоподібну структуру даних, яка забезпечує стиск та перетворення початкових даних навчальної вибірки, а отже, дозволяє суттєву оптимізацію й економію апаратних ресурсів інформаційної системи.

Довільну побудовану систему розпізнавання у вигляді дерева класифікації можна записати у формі ДНФ або КНФ, так дерево розпізнавання, яке являє собою певне правило класифікації, можна представити за допомогою відповідної логічної функції. Отже, важливими проблемами під час побудови систем розпізнавання такого типу будуть задачі синтезу логічних функцій, які еквівалентні даному дереву розпізнавання, оцінка їхньої складності, задача мінімізації отриманого дерева. Тут досліджується загальна складність граф-схемних моделей (структур логічних дерев класифікації), які конструюються у процесі навчання системи розпізнавання (логічне дерево класифікації фактично являє собою згенеровану функцію розпізнавання). Для цього оцінюється складність дерева, яке використовується у схемі розгалуженого вибору ознак для розпізнавання n-мірних дискретних наборів (об'єктів).

Так, натепер існують певні підходи мінімізації (нормалізації) структур логічних дерев, які відрізняються алгоритмічною складністю та жорсткою спрямованістю під конкретні логічні структури (класи логічних дерев). Метод перестановки ярусів у структурі логічних дерев дозволяє добитися значного ефекту за оптимізації та може бути застосований для довільного регулярного дерева довільної складності. Також варто зафіксувати суттєві переваги даного підходу мінімізації логічних дерев класифікації у плані програмної простоти побудови дерев класифікації, зменшення часу загальної генерації логічного дерева тощо. Робота актуальна для всіх методів розпізнавання образів, в яких отримана функція класифікації може бути представлена у вигляді логічного дерева.

Ключові слова: перестановка ярусів; логічне дерево; граф-схемні моделі; мінімізація логічних дерев.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Дана робота присвячена питанню оптимізації конструкції логічних дерев шляхом перестановки ярусів у їхній структурі, оцінці загального ефекту цієї процедури. Нехай на першому етапі маємо побудоване логічне дерево для довільної функції $f(x_1,...,x_n)$ (Рис. 1).

Зазначимл, що функції $\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_k$ будуємо різними, відповідно функції $\beta_1,\beta_2,...,\beta_n$ будуємо також різними. Цей процес продовжуємо доти, доки це можливо.

На наступному етапі розглянемо побудоване логічне дерево, зауважимо, що яруси в даній структурі позначені числами $0,1,2,...,n-1$. Причому номер 0 належить до першого ярусу, а $n-1$ номер до ярусу n. Зазначимо, що на $l-$му ярусі знаходиться k^l вершин $(l=0,1,2,...,n-1)$. Зрозуміло, що всі функції, які відповідають вершинам $l-$го ярусу залежать від змінних $x_{l+1},x_{l+2},...,x_n$, причому загальна кількість цих аргументів дорівнює $n-l$. Кількість усіх функцій k значної логіки, які залежать від $n-l$ аргументів буде дорівнювати $k^{k^{n-l}}$. Причому принципово важливою буде залежність між k^l та $k^{k^{n-l}}$.

Якщо $n \le k+1$, то $k^{k^{n-l}} \ge k^k$ та $k^l \le k^k$, $(l=0,1,...,n-1)$. Отже, в цьому випадку $k^l \le k^{k^{n-l}}$ за всіх $(l=0,1,...,n-1)$. Тому можна зробити висновок, що за $n \le k+1$ в усіх вершинах $l-$ го ярусу можна розмістити різні функції.

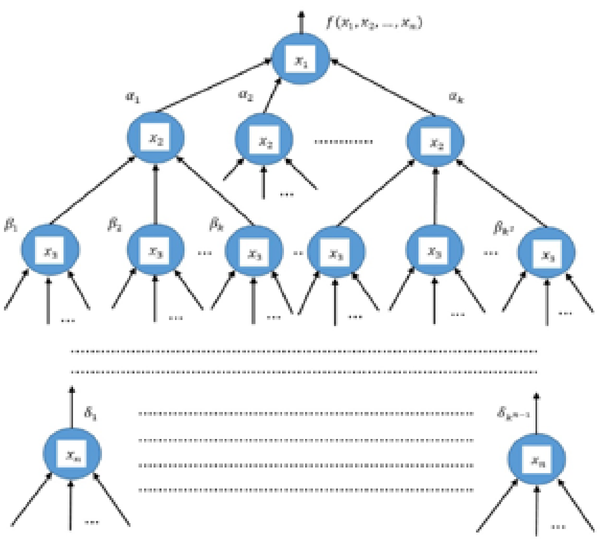

Рис. 1. Структура логічного дерева функції $f(x_1,x_2,...,x_n)$ максимальної складності

Зазначимо, якщо $k^{k^{n-l}} < k^l$, то в усіх вершинах $l-$го ярусу вже неможливо розмістити різні функції. Зрозуміло, що такі яруси знайдуться тоді, коли $n > k+1$.

Справді, якщо $n > k+1$, то $k^{k^{n-(n-1)}} = k^k k^{n-1}$. Отже, у такому разі на $n-1$ ярусі логічного дерева вже неможливо в різних вершинах розмістити різні функції.

Якщо $n > k+1$, то $k^0 = 1 < k^{k^{n-0}} = k^{k^n}$, відповідно $k^{n-1} > k^{k^{n-(n-1)}} = k^k$.

Отже, за $n < k+1$ завжди знайдеться таке число l_0, яке буде задовольняти таким умовам:

$$k^{l_0} \le k^{k^{n-l_0}};$$

$$k^{l_0} > k^{k^{n-(l_0+1)}} \tag{1}$$

Число l_0, яке задовольняє співвідношенню (1), є єдиним. Ярус з номером l_0, який задовольняє співвідношенню (1), будемо називати ярусом злому логічного дерева.

Визначення 1. Найбільш складним логічним деревом будемо називати таке дерево, яке містить у своїй структурі максимальну кількість різних міток (вершин, функцій).

Визначення 2. Під ярусом логічного дерева в даному дослідженні будемо розуміти горизонтальний ряд вершин даного графа (логічне дерево) зі змінною одного індексу. У літературі також уживаються терміни «каскад», «рівень», «полоса» (*stripe*).

Визначення 3. Логічне дерево (граф), що представляє *k*-значну функцію $f(x_1,...,x_n)$ – це зв'язаний граф без циклів, у некінцевих вершинах якого знаходяться змінні $x_1,...,x_n$, а ребра нумеруються значеннями цих змінних. У кінцевих вершинах дерева – значення функції $f(x_1,...,x_n)$. На фіксованому шляху дерева та сама змінна трапляється тільки раз.

Визначення 4. Мітка стрілки, що входить у вершину дерева, характеризує функцію піддерева, визначеного цією міткою. Якщо всі вихідні стрілки деякої вершини позначені однаковою міткою α, то і вихідна мітка даної вершини відмічена тією самою міткою α.

Визначення 5. Якщо всі ребра, які входять у вершину логічного дерева (граф) x_i, відмічені ідентично, то вершина [x_i називається подібною.

Визначення 6. Логічне дерево (піддерево), верхня вершина якого є подібною, називається особливим деревом (піддеревом). Усі інші логічні дерева та піддерева (графи) у даному дослідженні будемо називати неособливими.

Визначення 7. Логічне дерево (граф функція), у вершинах кожного горизонтального ярусу якого записані однакові змінні (атрибути), називається регулярним. У протилежному разі логічне дерево (граф функція) називається нерегулярним.

Визначення 8. Під неоднорідним логічним деревом будемо розуміти дерево, у якого на певних ярусах можуть розташовуватись змінні різних індексів. Для однорідного дерева можлива лише структура, у якій розташовані на фіксованому ярусі змінні одного індексу.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Дане дослідження продовжує цикл робіт [1–5], які присвячені проблематиці деревоподібних логічних структур (логічних дерев) з погляду можливості їх використання в методах логічних дерев класифікації та розпізнавання. У роботах порушуються загальні питання побудови, оптимального використання, мінімізації логічних дерев. Так, з робіт [6–8] відомо, що побудована схема (правило) класифікації, яке побудоване довільним методом або алгоритмом розгалуженого вибору ознак (дерев класифікації), має деревоподібну логічну структуру. Причому така логічна структура (дерево) складається з вершин (атрибутів), які групуються за ярусами і які отримані на певному кроці (етапі) побудови дерева класифікації. Важливим сегментом області застосувань концепції логічних дерев залишаються методи дерев рішень (дерева класифікації, регресійні дерева), які активно використовуються як для задач теорії штучного інтелекту, засобом підтримки ухвалення рішень, так і в суміжних практичних галузях економіки, управління тощо [9–10]. Важливою особливістю дерев класифікації є гнучкість, тобто здатність логічних дерев послідовно враховувати та досліджувати ефект впливу окремих змінних, атрибутів структури. Є ще ціла низка причин, що забезпечують структурам логічних дерев більшу гнучкість, ніж традиційні методи й інструменти аналізу даних [11–12]. Так, здатність логічних дерев виконувати одномірне розгалуження для аналізу впливу (важливості, якості) окремих змінних дає можливість працювати зі змінними різних типів у вигляді предикатів (у випадку алгоритмічних дерев – відповідними автономними алгоритмами класифікації та розпізнавання) [13].

Так, важливою задачею, яка виникає із [14], є задача синтезу дерев розпізнавання, які будуть представлятися фактично деревом (графом) алгоритмів. На відміну від існуючих методів, головною особливістю деревоподібних систем розпізнавання є те, що важливість окремих ознак (групи ознак чи алгоритмів) визначається щодо функції, яка задає розбиття об'єктів на класи [15].

ВІДОКРЕМЛЕННЯ НЕ ВИРІШЕНИХ РАНІШЕ ЧАСТИН ЗАГАЛЬНОЇ ПРОБЛЕМИ

Зважаючи на початковий аналіз поточної проблематики логічних дерев (моделей логічних дерев класифікації), можна виділити проблему побудови ефективних методів оптимізації (мінімізації) логічних структур (структур логічних дерев класифікації). Можливість ефективної та економної з погляду апаратних ресурсів перестановки ярусів конструкції логічних дерев класифікації з метою мінімізації їх конструкції.

МЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ

Отже, зважаючи на все вищесказане, метою роботи буде отримання ефективного способу перестановки ярусів у конструкції фіксованого логічного дерева для його мінімізації його структури, оцінка ефективності цієї процедури щодо початкового регулярного логічного дерева для бінарного випадку.

Саме для досягнення даної мети поставлено такі завдання:

– оцінити загальний ефект мінімізації конструкції логічного дерева шляхом перестановки ярусів у його структурі;

– дослідити питання структурної складності максимального логічного дерева в розрізі загальної методики його побудови;

– представити просту схему оптимізації структури логічного дерева шляхом перестановки ярусів у його конструкції.

ОСНОВНИЙ МАТЕРІАЛ

Щоби оцінити вплив процедури перестановки ярусів логічного дерева, розглянемо, як зміниться складне дерево після перестановки ярусів (для спрощення розглянемо випадок двозначної логіки, тобто $k = 2$).

Так, структура складного логічного дерева має такий вигляд (Рис. 2). Зауважимо, що число, яке стоїть біля кожного ярусу, є номером даного ярусу, а набор чисел із лівої сторони – кількість вершин, із правої – кількість функцій.

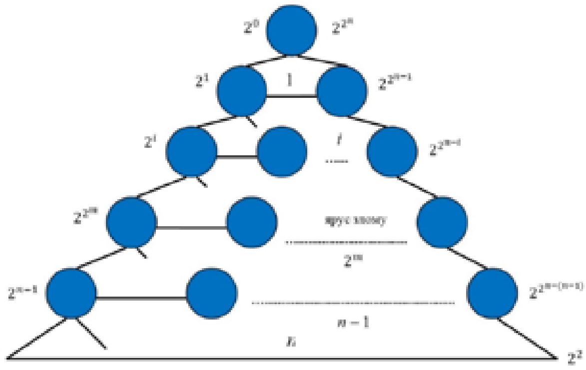

Рис. 2. Загальна структура логічного дерева перед процедурою перестановки ярусів

Для спрощення представлення виберемо n-кількість аргументів, так, щоби $n = 2^m, (m = 1,2,...)$. У такому разі номер ярусу злому буде завжди дорівнювати 2^m.

Визначення 9. Під ярусом злому будемо розуміти такий ярус деякого логічного дерева за номером i, де всі функції різні в усіх вершинах (вузлах), тобто – $2^i = 2^{2^{n-i}}$.

Справді, за $i = 2^m$ маємо $2^{2^m} = 2^{2^{2^m+m-2^m}}$. Отже, на ярусі злому $i = 2^m$ є 2^{2^m} вершин і в кожній вершині стоять різні функції, тобто різних функцій також усього 2^{2^m}.

На ярусі номер $i-1 = 2^m - 1$ буде 2^{2^m+1} вершин та $2^{2^{m-1}}$ різних функцій, тобто менше, ніж вершин, тому в деяких вершинах будуть стояти однакові функції.

На наступному етапі позначимо всі функції $(2^m - 1)$ ярусу через $f_1, f_2, ..., f_{2^{2^{m-1}}}$. Покажемо, що ці функції можна розташувати на $(2^m - 1)$ ярусі таким чином (Рис. 3).

Зазначимл, що в кожному циклі маємо $2^{2^{m-1}} * 2 = 2^{2^{m-1}+1}$ функцій, а всього циклів буде відповідно $-2^{2^{m-1}}$, звідси можна зробити висновок, що всього функцій буде $2^{2^{m-1}+1} * 2^{2^{m-1}} = 2^{2*2^{m-1}+1} = 2^{2^{m+1}}$, тобто фактично стільки, скільки є вершин на $(2^m–1)$-ому ярусі логічного дерева.

На наступному етапі розрахуємо загальну кількість різних функцій для логічного дерева, починаючи з ярусу злому. Зауважимо, що всі функції в ярусах логічного дерева, які розташовані вище, будуть різними, що визначається використанням оператора розкладу.

Отже, зважаючи на все вищесказане, матимемо таку структуру логічного дерева (Рис. 4):

Отже, усього функцій буде

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + ... + 2^{2^m} = 2^{2^m} - 1 .$$

Це випливає з того простого факту, що:

$$1 + 2 + 2^2 + ... + 2^k = 2^{k+1} - 1 .$$

Водночас не потрібно врахувати функції, які розташовані до ярусу злому, бо якщо деяка функція-мітка $\alpha = \phi(x_{m+1}, x_{m+2}, ..., x_n)$ траплялась у нижньому ярусі, то вона, очевидно, буде дорівнювати деякій функції-мітці $d(x_m, x_{m+1}, ..., x_n)$ на ярусі злому.

Після цього розглянемо вплив перестановок ярусів на логічне дерево, починаючи з ярусу злому ($2m$-го ярусу). Якщо переставити 2^m-й ярус та $(2^m–1)$-й ярус, то отримаємо таке (Рис. 5). Дана схема тільки для 1-го циклу, аналогічно для всіх інших циклів.

Зауважимо, що тут на ярусі $(2^m–1)$ отримаємо точно таке розташування міток, яке було на (2^m) ярусі. На наступному етапі поміняємо місцями яруси

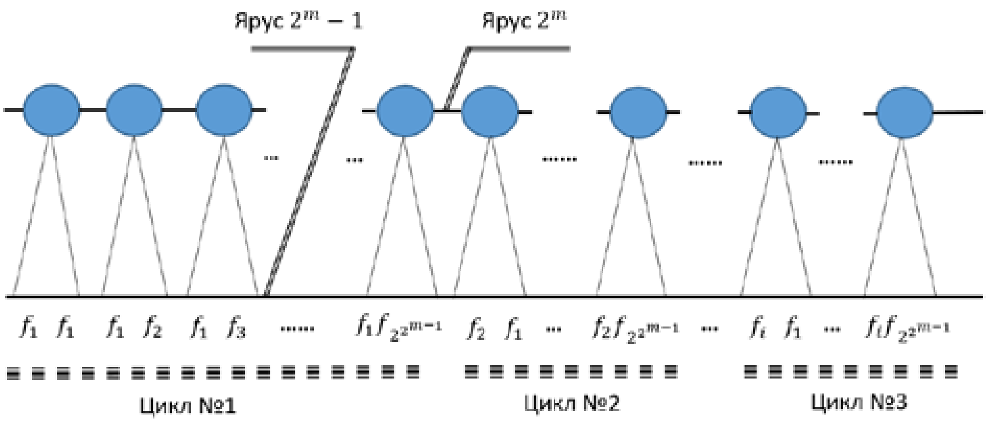

Рис. 3. Розбиття міток логічного дерева за циклами

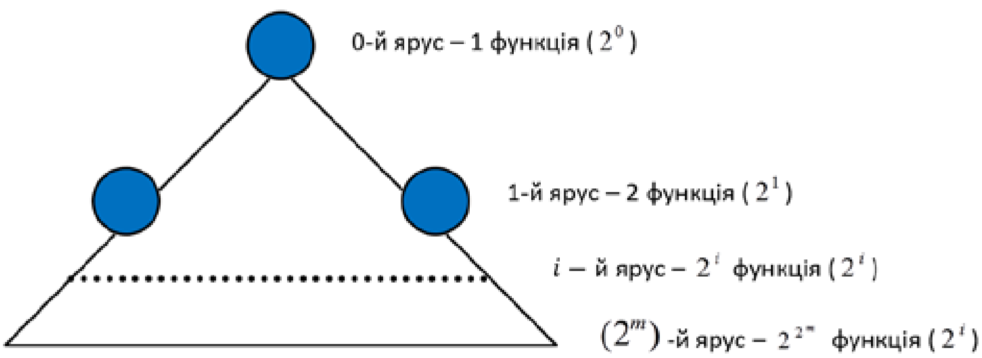

Рис. 4. Схема розрахунку вершин за ярусами

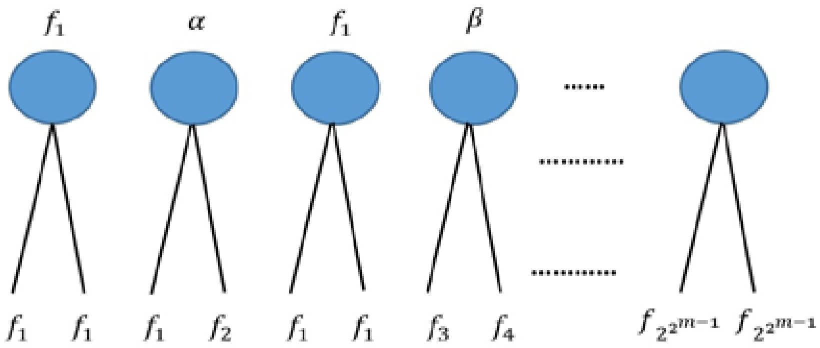

Рис. 5. Схема перестановки ярусів у логічному дереві

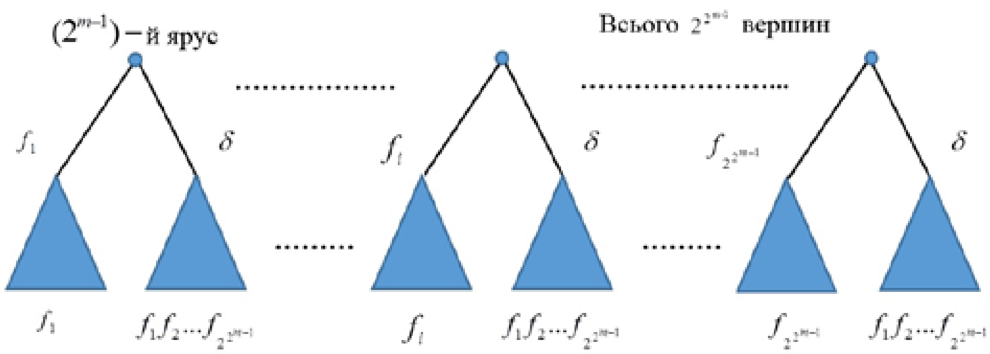

Рис. 6. Схема наступного кроку перестановки ярусів

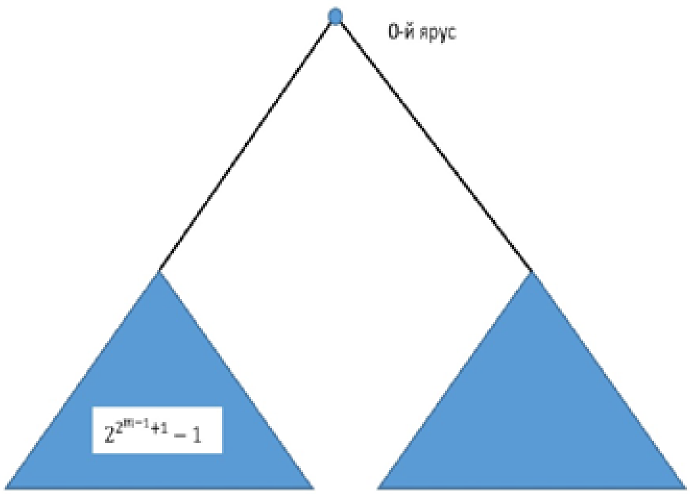

Рис. 7. Отримана структура логічного дерева після процедури перестановки ярусів

(2^m–1)-й та (2^m–2)-й і так далі, до (2^m–1)-го ярусу, після чого будемо мати таку картину (Рис. 5).

Зазначимо, що тепер на (2^m–1)-му ярусі логічного дерева отримаємо конструкцію, яка буде аналогічною 1-му циклу на ярусі злому (тобто на (2^m)-му ярусі логічного дерева) (Рис. 6).

Тобто процедурою перестановки ярусів у логічному дереві можна отримати таку структуру логічного дерева – починаючи з $(2^{m-1}-1)$ ярусу дерева (Рис. 7).

Зазначимо, що аналогічно вищевказаному кількість різних функцій у лівому трикутнику буде дорівнювати:

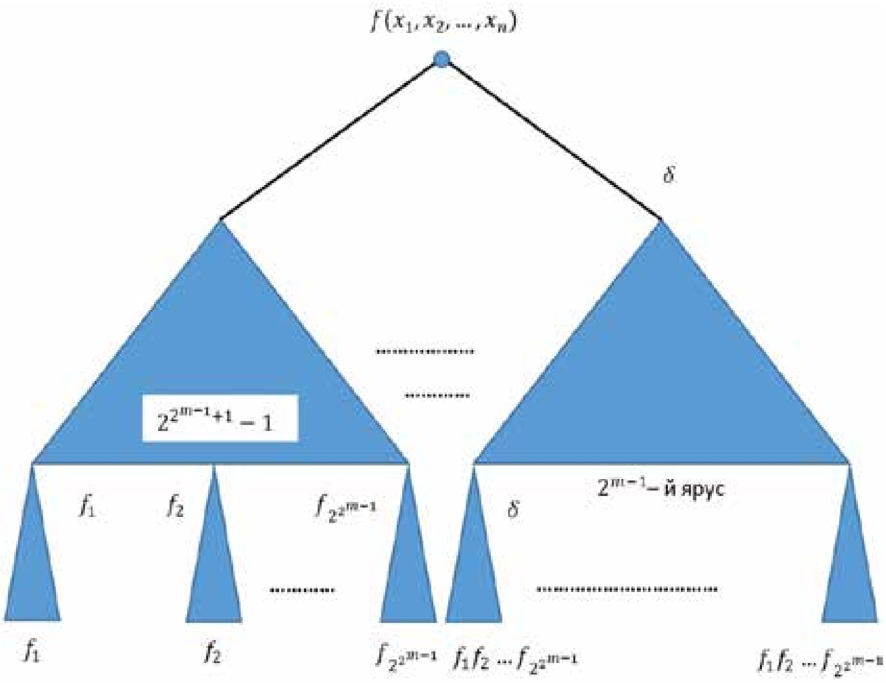

Рис. 8. Остаточна структура логічного дерева після проведення процедури перестановки ярусів

$$2^0 + 2^1 + \ldots + 2^{2^{m-1}} = 2^{2^{m-1}+1} - 1 \;.$$

Тоді остаточну структуру логічного дерева можна зобразити так (Рис. 8).

Отже, загальна кількість усіх міток після проведення всіх перестановок буде дорівнювати:

$$2^{2^{m-1}} - 1 + 2^{2^{m-1}+1} - 1 - 1 - 2^{2^{m-1}} - 1 = 3 * 2^{2^{m-1}} - 1 .$$

Так за $m = 2$ до проведення перестановок ярусів маємо $2^{2^2+1} - 1 = 31$ мітку, а після даної процедури: $3 * 2^{2^{2-1}} - 1 = 11$.

Тобто після проведення процедури перестановок маємо виграш у складності фінальної структури логічного дерева майже втричі.

На наступному етапі розрахуємо виграш у складності структури логічного дерева в загальному випадку:

$$\frac{2^{2^{m+1}}}{3 * 2^{2^{m-1}}} = \frac{1}{3} * 2^{2^{m-1+1}} . \qquad (2)$$

За $m = 3$ маємо $\frac{1}{3} * 2^{2^{3-1+1}} \cong 10$.

За $m = 4$ маємо $\frac{1}{3} * 2^{2^{4-1+1}} \cong 160$.

ВИСНОВКИ

Отже, можна зробити висновок, що зі зростанням числа m, відповідно n, ефективність перестановки ярусів логічного дерева дуже швидко зростає.

Наприклад, за $m = 5$ маємо таке: $\frac{1}{3} * 2^{2^{5-1+1}} = \frac{2^{17}}{3}$, водночас число $n = 2^5 + 5 = 37$, а принципово важливим механізмом мінімізації логічних дерев залишається процедура перестановки ярусів (блоків) у структурі дерева, яка дозволяє досягти помітного ефекту зменшення складності логічного дерева.

У роботі були вирішені такі завдання:

– оцінено загальний ефект мінімізації структури ЛДК шляхом перестановки ярусів у його конструкції;

– досліджено питання структурної складності максимального логічного дерева в розрізі загальної методики його побудови;

– запропоновано просту схему оптимізації конструкції ЛДК шляхом перестановки ярусів.

Зазначимо також, що для довільного регулярного логічного дерева, якщо l-му ярусі в усіх вершинах стоять різні функції (мітки), тоді в усіх вершинах $0,1,2,\ldots,l-1$ ярусів даного логічного дерева стоять різні функції, а для регулярного логічного дерева загальна кількість різних міток (функцій) найбільш складного логічного дерева $D_{n,k}$ залежно від випадку розташування ярусу злому логічного дерева буде дорівнювати величині $\frac{k^{n+1}}{n*(k-1)}$ або відповідно $\frac{k^{1+n+\rho}}{n*(k-1)}$.

Отже, у роботі показано, що ефект перестановки ярусів логічного дерева є надзвичайно значним, тобто дужкові форми функцій, які знайдені по довільному логічному дереву та дереву з перестановками, можуть відрізнятися в $\frac{1}{3} * 2^{2^{m-1+1}}$ разів. Отже, пошук ефективних перестановок є надзвичайно важливою задачею в даному підході.

REFERENCES

[1] Zheng Z., Kohavi R., Mason L. (2001). *Real world performance of association rule algorithms* [Associative algorithms in logical trees]. *Proceedings of the Seventh ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining.* Ed. by F. Provost, R. Srikant. P. 401–406.

[2] Vasilenko Y.A., Vasilenko E.Y., Povhan I.F., Vashchuk F.G. (2004). *Conceptual basis of pattern recognition systems based on the method of branched feature selection*. [General concept of logical trees]. *Scientific and technical journal "European Journal of Enterprise Technologies".* 7 [1]. P. 13–15.

[3] Vasilenko Y.A., Vasilenko E.Y., Povhan I.F., Vashchuk F.G. (2003). *Method of branched feature selection in mathematical design of multilevel pattern recognition systems.* [Methods and algorithms for constructing logical trees]. *Scientific and technical journal "Artificial Intelligence".* № 7. P. 246–249.

[4] Vasilenko Y.A., Povhan I.F., Vashchuk F.G. (2011). *The problem of evaluation of complexity of logic trees, recognition, and a general method of optimization*. [Methods of optimization of logical trees]. *Scientific and technical journal "European Journal of Enterprise Technologies".* № 6/4(54). P. 24–28.

[5] Povkhan I.F., Vashchuk F.G. (2012). *Overall assessment of minimization of logical tree structures* [The problem of minimizing logical trees]. *Scientific and technical journal "European Journal of Enterprise Technologies".* № ¼ (55). P. 29–33.

[6] Quinlan J.R. (2008). *Induction of Decision Trees.* [General theory of logical trees]. *Machine Learning.* № 1. P. 1–81. 22.

[7] Vtogoff P.E. (2009). *Incremental Induction of Decision Trees.* [Algorithms of decision trees]. *Machine Learning.* № 4. P. 161–186.

[8] Laver V.O., Povkhan I.F. (2019). The algorithms for constructing a logical tree of classification in pattern recognition problems. [General concept of logical trees]. *Scientific notes of the Tauride national University. Series: technical Sciences.* Vol. 30 (69) № 4. P. 100–106.

[9] Srikant R., Agrawal R. (1997). Mining generalized association rules. [Association rules]. *Future Generation Computer Systems.* Vol. 13, № 2. P. 161–180.

[10] Hastie T., Tibshirani R., Friedman J. (2008). *The Elements of Statistical Learning*. P. 768

[11] Povkhan I.F. (2018). *The problem of functional evaluation of the training sample in the problems of recognition of discrete objects.* [The problem of assessing the importance of features]. *Scientific notes of Taurida national University. Series: technical Sciences.* Volume 29 (68). № 6. P. 217–222.

[12] Povkhan I.F. (2019). Features of synthesis of generalized features in the construction of recognition systems using the logical tree method. *Materials of the international scientific and practical conference "Information technologies and computer modeling ITKM-2019".* P. 169–174.

[13] Povhan I. Designing of recognition system of discrete objects. (2016). [Classification tree methods]. *2016 IEEE First International Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP)*. Lviv, Ukraine. P. 226–231.

[14] Vasilenko Y.A., Vasilenko E.Y., Povkhan I.F. (2002). [A feature in pattern recognition theory]. Defining the concept of a feature in pattern recognition theory. *Scientific and technical journal "Artificial Intelligence".* № 4, P. 512–517.

[15] Subbotin S.A. (2019). [Decision trees]. Construction of decision trees for the case of low-information features. *Radio Electronics, Computer Science, Control*, № 1, P. 121–130.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

[1] Zheng Z., Kohavi R., Mason L. Real world performance of association rule algorithms. *Proceedings of the Seventh ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining* / Ed. by F. Provost, R. Srikant. 2001. P. 401–406.

[2] Концептуальна основа систем розпізнавання образів на основі метода розгалуженого вибору ознак / Ю.А. Василенко та ін. *European Journal of Enterprise Technologies :* науково-технічний журнал. 2004. № 7 [1]. С. 13–15.

[3] Метод розгалуженого вибору ознак в математичному конструюванні багаторівневих систем розпізнавання образів / Ю.А. Василенко та ін. *Штучний інтелект :* науково-технічний журнал. 2003. № 7. С. 246–249.

[4] Проблема оцінки складності логічних дерев розпізнавання та загальний метод їх оптимізації / Ю.А. Василенко та ін. *European Journal of Enterprise Technologies :* науково-технічний журнал. 2011. № 6/4 (54). С. 24–28.

[5] Повхан І.Ф., Ващук Ф.Г. Загальна оцінка мінімізації деревоподібних логічних структур. *European Journal of Enterprise Technologies :* науково-технічний журнал. 2012. № 1/4 (55). С. 29–33.

[6] Quinlan J.R. Induction of Decision Trees. *Machine Learning.* 2008. № 1. P. 1–81.

[7] Vtogoff P.E. Incremental Induction of Decision Trees. *Machine Learning.* 2009. № 4. P. 161–186.

[8] Лавер В.О., Повхан І.Ф. Алгоритми побудови логічних дерев класифікації в задачах розпізнавання образів. *Вчені записки Таврійського національного університету.* Серія «Технічні науки». 2019. Т. 30 (69). № 4. С. 100–106.

[9] Srikant R., Agrawal R. Mining generalized association rules. *Future Generation Computer Systems.* 1997. Vol. 13. № 2. P. 161–180.

[10] Hastie T., Tibshirani R., Friedman J. The Elements of Statistical Learning. 2008. P. 768.

[11] Повхан І.Ф. Проблема функціональної оцінки навчальної вибірки в задачах розпізнавання дискретних об'єктів. *Вчені записки Таврійського національного університету.* Серія «Технічні науки». 2018. Т. 29 (68). № 6. С. 217–222.

[12] Повхан І.Ф. Особливості синтезу узагальнених ознак при побудові систем розпізнавання за методом логічного дерева. *Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання ІТКМ-2019 :* матеріали Міжнародної науково-практичної конференції. Івано-Франківськь, 2019. С. 169–174.

[13] Povhan I. Designing of recognition system of discrete objects. *IEEE First International Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP)*. Lviv, Ukraine, 2016. P. 226–231.

[14] Василенко Ю.А., Василенко Е.Ю., Повхан І.Ф. Визначення поняття ознаки в теорії розпізнавання образів. *Штучний інтелект :* науково-технічний журнал. 2002. № 4. С. 512–517.

[15] Суботин С.А. Построение деревьев решений для случая малоинформативных признаков. *Radio Electronics, Computer Science, Control.* 2019. № 1. P. 121–130.

Дата надходження статті до редакції: 07.05.2020
Дата затвердження статті до друку: 10.07.2020