

УДК 629 502:51:504.5
DOI [https://doi.org/10.15589/znp2026.1\(503\).1.1](https://doi.org/10.15589/znp2026.1(503).1.1)

ESTIMATION OF MAXIMUM MOTION AMPLITUDES OF A SHIP MOORED AT A QUAY UNDER WIND AND WAVE ACTION

ОЦІНКА МАКСИМАЛЬНИХ АМПЛІТУД РУХУ ПРИШВАРТОВАНОГО СУДНА ПРИ ВІТРИ ТА ХВИЛЮВАННІ

Mykhaylo B. Kosoy
michail@onu.edu.ua
ORCID: 0009-0008-9757-644X

Oleksandr V. Demidiuk
alexanderdemidiuk@gmail.com
ORCID: 0009-0002-1450-4077

Nadiia I. Aleksandrovska
a.nadegda@gmail.com
ORCID: 0000-0001-6591-2068

М. Б. Косой,
канд. техн. наук

О. В. Демідюк,
канд. техн. наук, доцент

Н. І. Александровська,
канд. техн. наук, доцент

Odesa National Maritime University, Odesa

Одеський національний морський університет, м. Одеса

Abstract. Introduction. Safe operation of ships moored at quays depends on limiting linear and angular motions induced by wind and wave action. Excessive oscillations may interrupt cargo handling and create additional loads on berth structures and mooring equipment. Although nonlinear time-domain simulations provide detailed predictions, they are computationally intensive and not always suitable for rapid operational decisions. Therefore, a simplified analytical method capable of estimating maximum motion amplitudes and verifying compliance with port limits is required. **Purpose.** The objective of this study is to develop a quantitative engineering criterion for assessing whether the amplitudes of six-degree-of-freedom ship motions remain within prescribed operational boundaries. Special attention is given to the influence of mooring configuration, including the number, arrangement, and initial pretension of lines. The method should allow evaluation of admissibility conditions without solving the complete nonlinear system of differential equations. **Results.** A linear mathematical model of the “ship–mooring–quay” system is formulated in matrix form and transformed into the frequency domain. The model incorporates added mass, hydrodynamic damping, hydrostatic restoring forces, aerodynamic loads, elastic stiffness of mooring lines, and quay fender reactions with equivalent viscous damping. Based on matrix norm estimates and invertibility conditions, an algebraic stability and admissibility criterion is derived. The criterion relates environmental excitation to system stiffness and damping characteristics. Validation is performed using a case study of a large bulk carrier under storm wave conditions. Several mooring arrangements are analyzed for loaded and ballast states. The results show that ballast conditions are more sensitive to mooring geometry. Additional spring lines effectively reduce longitudinal motions but have limited influence on vertical displacements. **Conclusions.** The proposed approach provides a practical engineering tool for rapid assessment of cargo operation feasibility under adverse weather. It avoids complex nonlinear calculations while maintaining sufficient accuracy for decision-making. Rational selection of mooring configuration significantly improves operational safety and reduces critical motion amplitudes.

Key words: ship motions; wave-induced loads; mooring system; motion amplitudes; cargo operation conditions.

Анотація. Вступ. Безпечна експлуатація суден, пришвартованих біля причалів, залежить від обмеження лінійних та кутових переміщень, спричинених дією вітру та хвиль. Надмірні коливання можуть перешкоджати виконанню вантажних операцій і створювати додаткові навантаження на причальні споруди та швартовне обладнання. Хоча нелінійні часові моделі забезпечують детальний прогноз, вони є обчислювально складними та не завжди придатними для оперативних рішень. Тому необхідний спрощений аналітичний метод оцінювання максимальних амплітуд руху та перевірки їх відповідності портовим обмеженням. **Метою роботи** є розробка кількісного інженерного критерію оцінювання того, чи перебувають амплітуди рухів судна з шістьма ступенями свободи в межах установлених експлуатаційних норм. Особливу увагу приділено впливу кількості, розташування та початкового натягу швартовних канатів. Метод повинен забезпечувати оцінювання допустимості

умов без розв'язання повної нелінійної системи диференціальних рівнянь. *Результати.* Побудовано лінійну математичну модель системи «судно–швартування–причал» у матричній формі та переведено її в частотну область. У моделі враховано приєднані маси, гідродинамічне демпфування, відновлювальні сили, аеродинамічні навантаження, жорсткість швартовних канатів та реакції відбійників з еквівалентним в'язким демпфуванням. На основі оцінки норм матриць і умов їх оберненості отримано алгебраїчний критерій стійкості та допустимості. Критерій пов'язує зовнішні збурення з характеристиками жорсткості та демпфування системи. Метод апробовано на прикладі великотоннажного балкера за штормових умов. Показано, що баластний стан більш чутливий до геометрії швартування, а додаткові шпрінги зменшують поздовжні переміщення, але майже не впливають на вертикальні. *Висновки.* Запропонований підхід є зручним інженерним інструментом для оперативної оцінки можливості виконання вантажних робіт у складних погодних умовах. Метод дозволяє уникнути складних нелінійних розрахунків і забезпечує достатню точність для практичного прийняття рішень. Рациональний вибір схеми швартування суттєво підвищує безпеку експлуатації.

Ключові слова: коливання судна; хвильове навантаження; швартовна система; амплітуди переміщень; умови вантажних операцій.

ВСТУП

При проектуванні причалів в акваторіях, необладнаних захисними спорудами, необхідно з'ясувати питання щодо ступеня впливу вітру та хвилювання на поведінку ошвартованого біля причалу судна, щоб задовольнити регламентованим технічним стандартам проектування причалів та терміналів, таких як PIANC WG 115 (Standard for the Design of Fenders) [1], або РД 31.33.10-87 [2]. Під дією вказаних зовнішніх факторів судно може отримувати переміщення, що ускладнюють проведення вантажно-розвантажувальних робіт, і більше того, переміщення можуть призвести до пошкодження як самого судна, так і причалу. Ці обставини не сприяють безпечній та ефективній експлуатації судна та причалу, вимагають розробки режиму стоянки судна та проведення розвантажувально-вантажних робіт. Науково обґрунтоване ухвалення рішення у цьому питанні має спиратися на кількісний техніко-економічний аналіз процесів навантаження-розвантаження, зокрема вивчення механічного руху ошвартованого біля причалу судна. Особливий інтерес представляє вивчення поведінки судна при впливі морського хвилювання, що приходить з моря і хвилювання, викликаного великотоннажним судном, що проходить повз.

Вичерпну відповідь зазначеної проблеми дає вирішення сполученої задачі про взаємодію хвильового та вітрового полів акваторії порту з судном та причалом, руху судна із 6 ступенями свободи під впливом вітру та хвиль, та реакцією швартовних тросів, нелінійною у загальному випадку. Зважаючи на складність, таке рішення можливе тільки в чисельному вигляді, а результати – у формі графіків і таблиць значень величин, що описують рух судна. Переваги повноти чисельного рішення втрачаються через відсутність у рішенні аналітичних співвідношень між параметрами умови завдання. Однак для багатьох експлуатаційних питань важлива не повнота вирішення задачі про рух судна біля причалу, а оперативність та простота у прийнятті рішення. Наприклад, визначити умови для проведення вантажно-розвантажувальних

робіт біля причалу під час вітру і хвилюванні. У нормативних документах портів такі умови представлені як обмеження на амплітуди параметрів лінійних і кутових переміщень судна. Розробка кількісного критерію відповідності умов швартування судна подібним обмеженням портів служб дозволить дати простий інженерний інструмент прийняття рішення щодо проведення вантажних робіт на судні у складних погодних умовах.

Дослідження руху пришвартованого судна ведуться у різних напрямках. Важливими питаннями є з'ясування умов лінеаризації задачі. Адже і хвильова дія, і робота швартовної системи тросів і відбійників істотно нелінійна вже для 10% деформацій.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА ПУБЛІКАЦІЙ

Найбільш повний огляд методів вирішення проблемних задач швартування судна надано в роботі «A Review of Ship Mooring Systems» [3], в якій систематично розглядаються сучасні дослідження щодо систем швартування, включаючи вплив сил, механічних характеристик тросів, коефіцієнтів тертя, елементів кріплення та схем швартування, порівнюються класичні підходи та нові методи моделювання. За результатами роботи підкреслюється важливість обліку сил жорсткості та переднатягу в системах тросів, вплив зміни ліній на стійкість судна біля причалу та взаємодія з гідродинамічним впливом, вплив натягу і швартовної схеми тросів на рух.

Найбільш сучасний підхід до вирішення задач швартування надано в роботі [4], що представляє інтелектуальну систему швартування, взаємодію механізмів та алгоритмів управління, спрямовану на активне керування рухом пришвартованого судна. В роботі відмічається, що активне керування натягом тросів може зменшувати коливання у всіх 6 степенів свободи руху, особливо низькочастотні горизонтальні рухи.

Задачі в повній постановці нелінійні, та потребують чисельного аналізу. В роботі [5] засобами чисельного моделювання реакції ошвартованого судна під впливом нерегулярних хвиль у порту, оцінюється

вплив переднягу швартовних ліній та його схеми на горизонтальні коливання. Варіації швартовної схеми суттєво змінюють горизонтальні амплітуди руху судна: більш високі значення переднягу зменшують амплітуди, але підвищують навантаження лінії; схеми з кількома лініями на одній точці кріплення дають більш рівномірний розподіл сил, але потребують обмеженості при розрахунку навантажень на причальні елементи. В роботі наведено порівняння чисельного результату із показниками реального експерименту прототипу, які вказують на ефективність підходу.

В роботі [6] приведені результати фізичного експерименту на моделі судна, ошвартованій коло причальній стінці. Основною метою дослідження було порівняння традиційної «вільної» схеми швартування та схеми з попередньо натягнутими швартовними лініями з точки зору: амплітуд коливань судна, зусиль у швартовах, стійкості положення біля причалу, ефективності демпфування. Експерименти показали, що система швартування з попереднім натягом здатна суттєво знизити поперечно-горизонтальні коливання пришвартованих суден, проте супроводжується зростанням зусиль у тросах. Ефективність методу залежить від рівня попереднього натягу та хвильових умов, що потребує оптимізаційного підходу при проектуванні. Отримані дані використовувалися для оцінки можливості застосування tension mooring як засобу зниження динамічних навантажень та підвищення експлуатаційної стійкості суден у портах. За результатами дослідження встановлено, що використання tension mooring призводить до збільшення жорсткості системи судно-швартові-причал, що змінює власні періоди коливань. Однак метод вимагає ретельного інженерного розрахунку та посиленої швартовної інфраструктури.

Як було підкреслено вище, на ефективність методу дослідження поведінки пришвартованого судна має вплив коректне врахування роботи швартовних канатів. Дослідження [7] присвячене методам моделювання тросів, та їх вплив на передбачення поведінки судна. Відмічено, що статичні моделі роботи тросів не дозволяють врахувати високочастотний вплив деформації тросів та судна, вплив якого простежується в реальній поведінці судна. Врахування динамічних моделей роботи тросів в системі рівнянь руху судна краще узгоджується з експериментальними даними щодо коливань судна.

У роботі [8] досліджувалося питання щодо визначення безпечних схем швартування судна у складних погодних умовах та розроблення рекомендацій портовим службам. Об'єктом цього дослідження була поведінка 3 суден-танкерів водотоннажністю 25000 т, 51500 т та 75000 т відповідно, біля причалу порту Вентспілс. Метод дослідження заснований на систематичному розрахунку диференціальної нелінійної моделі коливання судна біля причалу для різних

швартовних схем, а результати представлені у вигляді таблиць відповідності амплітуд та власних частот коливань відповідної геометрії швартовних канатів. Нелінійні ефекти потрібно було врахувати у роботі швартовних канатів, оскільки деформація була істотною при поперечних переміщеннях судна.

У циклі робіт [9-12] досліджується експериментальними та чисельними методами вплив швартовних схем на поведінку судна у причалу під дією цунамі. Зокрема, як геометрія швартовних канатів впливає на реакцію судна при хвильовому впливі. У [12] запропоновано метод оцінки поведінки судна під дією довгоперіодичних хвиль. Метод полягає в оцінці енергії частотного відгуку системи на хвильовий вплив: якщо динамічна система задається системою рівнянь у частотній області $(-\omega^2(M + \Lambda) + i\omega N + K_c)X(\omega) = F_w(\omega)$, то частотний відгук $RAO(\omega)$ системи визначається ставленням норм. Тоді його енергія визначається як $\sigma_x^2 = \int |RAO(\omega)|^2 S_{LP}(\omega) d\omega$, де $S_{LP}(\omega)$ – стандартний спектр довгоперіодичних хвиль.

МЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ

Як справедливо відображено в приведених роботах, поведінка одного і того ж судна при тому самому вітро-хвильовому режимі буде відрізнятися лише за рахунок схеми швартування: кількості і розстановки швартовних канатів, сили їх натягу. Тобто варіативними параметрами завдання є вектори швартовних канатів, їх кількість та натяг. Можна поставити зворотнє завдання: задавши обмеження на лінійні та кутові переміщення судна, визначити схему швартування, що гарантує задоволення обмежень. Цей критерій залежить лише від гідродинамічних характеристик судна та характеру сил впливу, і виражений у кінцевій формі, може бути простим інженерним інструментом аналізу ситуації з дозволу чи заборони проведення вантажних робіт на судні.

Отже **метою дослідження** є розробка методики кількісної оцінки умов швартування, за якою можна визначити, чи знаходяться максимальні амплітуди коливання судна в встановлених межах безпечної експлуатації вантажного обладнання та причальних споруд.

МЕТОДИ, ОБ'ЄКТ ТА ПРЕДМЕТ ДОСЛІДЖЕННЯ

Звичайно таку кількісну оцінку у кінцевій формі можна отримати в лінійній постановці задачі. Але логічно припустити, що розумні межі переміщень судна також встановлені для малих зовнішніх впливів. Тут не йдеться про те, що вибір оптимальної схеми швартування може зменшити амплітуди. Тут йдеться про те, що правильний вибір схеми швартування дозволить увійти до меж переміщень, встановлених портовою службою, та уникнути небажаного простою. Тому в цій роботі використовується лінійне наближення завдання щодо поведінки пришвартованого до причалу судна.

Сама фізична ситуація, саме істотне обмеження руху судна, дозволяє будувати лінійну модель хита-виці судна. Це дуже спрощує визначення амплітуд та власних частот коливань лінійних та кутових переміщень судна, визначення резонансних частот. Нелінійні ефекти можуть виникати через врахування нелінійних режимів роботи швартовних канатів та тертя на відбійниках. Лінійна система шести рівнянь руху судна в матричній формі дозволяє відносно нескладно отримати передавальні функції поступальних і обертових рухів для подальшого аналізу важливих характеристик його поведінки в прямій та зворотній задачах: для прямої задачі за значеннями амплітуд параметрів руху визначаються сили в швартовних тросах, а значить і на швартовних пристроях причалу; для зворотного завдання з обмежень на амплітуди переміщень встановлюються обмеження на вектори швартовних тросів, їх кількість і натяг.

Об'єктом дослідження є динамічна система «судна-швартовна система-причал» та її математична модель, **предметом дослідження** – амплітуди та частоти поступальних та кутових переміщень.

ОСНОВНИЙ МАТЕРІАЛ

Математична модель коливань судна, пришвартованого біля причал

Як було зазначено у вступі, розглядається класична лінійна модель хита-виці судна без ходу, теорія якої є обов'язковою для спеціальних освітніх курсів. Питання щодо реалізації законів зміни кількості руху та кінетичного моменту судна докладно розібрані у хрестоматійній літературі та докладного висвітлення у статті не вимагають. Так само в даній роботі прийнято до розгляду класичну лінійну модель гідродинамічних сил інерційної та хвильової природи та вітрового впливу на судно. Конкретна їх реалізація на структуру завдання не впливає. Докладно розібрано лише моделі силового впливу швартовних канатів та причального відбійника з судном.

Системи координат.

$O\zeta\eta\xi$ – нерухлива система координат з ортами $(\bar{i}, \bar{m}, \bar{n})$;

$Gxyz$ – рухлива система координат з ортами $(\bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$;

$\bar{r}_G = (\zeta_G, \eta_G, \xi_G)$ – радіус-вектор ц. т. G системи $O\zeta\eta\xi$;
 $\bar{v}_G = \begin{pmatrix} \dot{\zeta}_G & \dot{\eta}_G & \dot{\xi}_G \end{pmatrix}$ – швидкість ц. т. G у системі $O\zeta\eta\xi$;
 $\bar{r}_{GA} = (x_{GA}, y_{GA}, z_{GA})$ – відносний радіус-вектор точки A корпусу судна в системі $Gxyz$.

Судно здійснює поступальні та обертові рухи з малими амплітудами та швидкостями. Тому вважаємо, що $|\bar{r}_G| \ll 1, |\bar{v}_G| \ll 1, |\bar{\omega}| \ll 1$, де $\bar{\omega}$ – кутова швидкість обертання судна. Матриця перетворення координат з системи $Gxyz$ в систему $O\zeta\eta\xi$ має вигляд $M_{Gxyz}^{O\zeta\eta\xi} = \begin{pmatrix} 1 & \theta & -\psi \\ -\theta & 1 & \phi \\ \psi & -\phi & 1 \end{pmatrix}$ де ϕ – кут обертання щодо осі Gx, ψ – кут обертання щодо осі Gy, θ – кут обертання щодо осі Gz. Через невеликі значення цих кутів можна ввести аксіальний

вектор $\bar{\phi} = (\phi, \psi, \theta)$. Кутова швидкість $\bar{\omega} = \dot{\bar{\phi}} = (\dot{\phi}, \dot{\psi}, \dot{\theta})$. У проєкціях на осі рухомої системи $Gxyz$ радіус-вектор $\bar{r}_G = (x_{OG}, y_{OG}, z_{OG}) = (\zeta_G, \eta_G, \xi_G) \cdot M_{O\zeta\eta\xi}^{Gxyz}$. У лінійній постановці завдання у цьому творі опустимо доданки з творами малих величин, тоді $\bar{r}_G = (x_{OG}, y_{OG}, z_{OG}) = (\zeta_G, \eta_G, \xi_G)$.

Радіус-вектор точки корпусу судна A має вигляд у системі $Gxyz$ $\bar{r}_A = (x_{OG}, y_{OG}, z_{OG}) + (x_{GA}, y_{GA}, z_{GA})$. Лінійної моделі швидкості цієї точки дорівнює $\bar{v}_A = (\dot{x}_{OG}, \dot{y}_{OG}, \dot{z}_{OG}) + (\bar{\omega} \times (x_{GA}, y_{GA}, z_{GA}))$, або в проєкціях на осі системи $Gxyz$: $\dot{x}_A = \dot{x}_{OG} + z_{GA}\dot{\psi} - y_{GA}\dot{\theta}$; $\dot{y}_A = \dot{y}_{OG} + x_{GA}\dot{\theta} - z_{GA}\dot{\phi}$; $\dot{z}_A = \dot{z}_{OG} + y_{GA}\dot{\phi} - x_{GA}\dot{\psi}$.

Прискорення точки корпусу судна A в рухомій системі $Gxyz$ в лінійній постановці задачі дорівнює $\bar{v}_A = \begin{pmatrix} x_{OG} & y_{OG} & z_{OG} \end{pmatrix} + (\bar{\omega} \times (x_{GA}, y_{GA}, z_{GA}))$, або в проєкціях на осі системи: $\dot{x}_A = \dot{x}_{OG} + z_{GA}\dot{\psi} - y_{GA}\dot{\theta}$; $\dot{y}_A = \dot{y}_{OG} + x_{GA}\dot{\theta} - z_{GA}\dot{\phi}$; $\dot{z}_A = \dot{z}_{OG} + y_{GA}\dot{\phi} - x_{GA}\dot{\psi}$.

Система рівнянь. Відповідно до загальної теорії лінійних коливань судна, систему рівнянь можна виразити у векторній формі,

$$(\mathbf{M}_s + \mathbf{\Lambda})\ddot{\mathbf{s}} + (\mathbf{M} + \mathbf{F}_f)\dot{\mathbf{s}} + (\mathbf{F}_c + \mathbf{F}_{bp} + \mathbf{F}_r)\mathbf{s} = \bar{\mathbf{F}}_w + \bar{\mathbf{F}}_{wd},$$

$$\mathbf{s} = (x_{OG}, y_{OG}, z_{OG}, \phi, \psi, \theta); \quad \dot{\mathbf{s}} = (\dot{x}_{OG}, \dot{y}_{OG}, \dot{z}_{OG}, \dot{\phi}, \dot{\psi}, \dot{\theta}); \quad (1)$$

$$\ddot{\mathbf{s}} = (\ddot{x}_{OG}, \ddot{y}_{OG}, \ddot{z}_{OG}, \ddot{\phi}, \ddot{\psi}, \ddot{\theta}).$$

$\mathbf{M}_s = |\mathbf{m}_{ij}^s|$, де $\mathbf{m}_{ij}^s = \begin{cases} \rho D, \text{ при } 1 \leq i, j \leq 3, \\ \mathbf{J}_{ij}, \text{ при } 4 \leq i, j \leq 6, \\ 0, \text{ при } i \neq j. \end{cases}$ $\mathbf{\Lambda}$ – матриця приєднаних мас, $\mathbf{M}$ – матриця коефіцієнтів демпфірування судна, $\mathbf{F}_f$ – матриця коефіцієнтів сил та моментів тертя судна про відбійник; $\mathbf{F}_p$ – матриця коефіцієнтів пружних сил та моментів взаємодії судна з відбійником; $\mathbf{F}_c$ – матриця коефіцієнтів пружних сил та моментів на швартових тросах; – матриця коефіцієнтів відновлювальних сил та моментів; $\bar{\mathbf{F}}_w$ і $\bar{\mathbf{F}}_{wd}$ – узагальнені сили хвилювання та вітру.

Відновлювальні сили та моменти. В силу малої величини кутів нахилу судна приймаємо рівнооб'ємними, а збільшення об'єму при вертикальних коливаннях пропорційне площі ватерлінії в рівноважному стані судна. Відновлювальна сила дорівнює $\bar{F}_r = \rho g S_w z_{OG} \bar{k}$. Поперечний момент, що відновлює, дорівнює $\bar{M}_r = M^*(r_m - (z_{OG} - z_c))\phi \bar{i}$, де R_m – поперечний метацентричний радіус судна, апліката центру величини зануреного обсягу судна. Подовжний момент, що відновлює, дорівнює, де позовжний метацентричний радіус судна. Матриця відновлювальних сил у безрозмірних координатах $\mathbf{F}_r = \mathbf{f}_{ij}^r$, де відмінні від нуля лише коефіцієнти, $f_{33}^r = \rho g L B \delta_w$, $f_{41}^r = \rho g L^2 B T \delta_c^* (\bar{r}_m + \bar{z}_c)$ і $f_{52}^r = \rho g L^2 B T \delta_c^* (\bar{R}_m + \bar{x}_c)$.

Аеродинамічні сили, що діють на судно. Для головної практичної мети дослідження – вироблення рекомендацій до умов стоянки судна та проведення розвантажувально-вантажних робіт у порту, цілком природно оцінити максимальні навантаження та переміщення судна під впливом хвиль та вітру. Хоча вітрові навантаження з боку вітру носять випадковий

характер, все ж таки можна виділити середню за часом швидкість і випадкові її пульсації. Аеродинамічні коефіцієнти надводної частини сильно залежать від форми та розташування надбудов та вантажного обладнання та розрахунок за сучасними методиками [13] потребує подібної інформації. Однак, враховуючи той факт, що оцінюються екстремальні навантаження, в роботі були прийняті методики розрахунку аеродинамічних характеристик судна, що добре зарекомендували себе, згідно [14]. Коефіцієнти опору

$$C_x = 0.03 + 0.08 \cos(\alpha); C_y = 1.2 \sin(\alpha); C_\varphi = 1.2 \left(0.25 - \frac{\alpha}{2\pi} \right) \sin(\alpha). \quad (2)$$

Компоненти вектору аеродинамічних сил такі:

$$(\bar{F}_{ad})_x = C_x \frac{v_{ad}^2}{2} \rho_a S; (\bar{F}_{ad})_y = C_y \frac{v_{ad}^2}{2} \rho_a S; (\bar{M}_{ad})_z = C_\varphi \frac{v_{ad}^2}{2} \rho_a S L. \quad (3)$$

Інші компоненти дорівнюють нулю.

Сили та моменти реакції швартовних тросів.

Введемо позначення:

$\bar{r}_{if,a} = (\zeta_{if,a}, \eta_{if,a}, \xi_{if,a})$ – радіус-вектор і-го носового (кормового) кнехта на причалі в координатах нерухомої системи $O\xi\eta\xi$;

$\bar{r}_{F,A}^0 = (\zeta_{F,A}, y_{F,A}, z_{F,A})$ – радіус-вектор точки кріплення носових (кормових) канатів на судні у координатах нерухомої системи $O\xi\eta\xi$;

$\bar{r}_{F,A}^G = (x_{F,A}, y_{F,A}, z_{F,A})$ – радіус-вектор точки кріплення носових (кормових) канатів на судні в координатах рухомої системи $Gxyz$;

$\bar{l}_{if,a} = (\zeta_{if,a}, \sigma_{if,a}, \chi_{if,a})$ – вектор вздовж і-го носового (кормового) каната в координатах нерухомої системи $O\xi\eta\xi$.

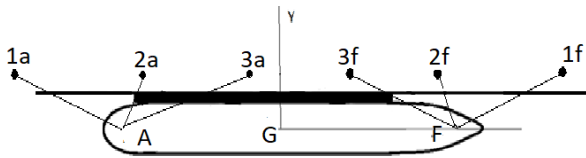


Рис. 1. Схема швартування судна.
1f, a – носовий, кормовий повздовжній;
2f, a – носовий, кормовий притискний;
3f, a – носовий, кормовий шпрінг.

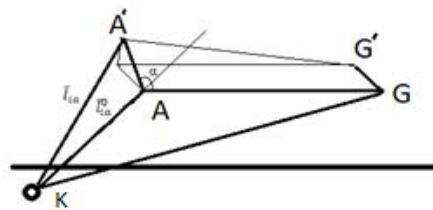


Рис. 2. Геометрія швартовного каната.
GK – вектор причального кнехта,
GA – вектор суднового кнехта,
AK – вектор швартовного каната

Ці вектори мають початкові довжини $|\bar{l}_{if,a}^0| = |\bar{r}_{if,a} - \bar{r}_{F,A}^0|$, у разі довільного становища судна можна висловити так: $\bar{l}_{if,a} = \bar{l}_{if,a}^0 - (\bar{r}_G + \bar{\Phi} \times \bar{r}_{F,A}^0)$, що впливає з малюнку 2. Звідси ясно, що зміни векторів

тросів $\bar{l}_{if,a}$ лінійно залежать від параметрів переміщення точок їх кріплення на судні, тобто від переміщення центру тяжіння G та кутових зсувів судна щодо рухомих осей. Швартування судна передбачає, що троси натягуються з відомим початковим зусиллям. У цій роботі припускаємо, що зусилля виникає при 1% розтягуванні тросів $\bar{l}_{if,a}^0 = 0.01 \bar{l}_{if,a}^0$, що задовольняє пружному режиму їх робіт, тобто $\bar{F}_{if,a}^0 = 0.01 k_e \bar{l}_{if,a}^0$, де k_e – коефіцієнт пружності каната в лінійній області розтягування. Для загального випадку сила у канаті дорівнює

$$\bar{F}_{if,a} = k_e \left(0.01 |\bar{l}_{if,a}^0| + |\bar{l}_{if,a}| \right) \frac{\bar{l}_{if,a}}{|\bar{l}_{if,a}|}, \quad (4)$$

де $|\bar{l}_{if,a}| = |\bar{l}_{if,a} - \bar{l}_{if,a}^0|$ є подовження і-го каната, $|\bar{l}_{if,a}| = |\bar{l}_{if,a}^0| - (\bar{r}_G + \bar{\Phi} \times \bar{r}_{F,A}^0) \cdot \frac{\bar{l}_{if,a}^0}{|\bar{l}_{if,a}^0|}$ з точністю до малих 2 порядку. Звідси бачимо, що $|\bar{l}_{if,a}| = -(\bar{r}_G + \bar{\Phi} \times \bar{r}_{F,A}^0) \cdot \frac{\bar{l}_{if,a}^0}{|\bar{l}_{if,a}^0|}$. Далі розглянемо вираз $\frac{\bar{l}_{if,a}}{|\bar{l}_{if,a}|}$, залишаючи у знаменнику лише основні значення довжини каната: $\frac{\bar{l}_{if,a}}{|\bar{l}_{if,a}|} \approx \frac{\bar{l}_{if,a}^0 - (\bar{r}_G + \bar{\Phi} \times \bar{r}_{F,A}^0) \cdot \frac{\bar{l}_{if,a}^0}{|\bar{l}_{if,a}^0|}}{|\bar{l}_{if,a}^0|}$. Підставляємо у вираз сили (4) і залишаємо лінійні щодо параметрів руху доданки $\bar{F}_{if,a} = \bar{F}_{if,a}^0 - k_e (\bar{r}_G + \bar{\Phi} \times \bar{r}_{F,A}^0) \cdot \frac{\bar{l}_{if,a}^0}{|\bar{l}_{if,a}^0|}$. Момент $\bar{M}_{if,a}$ сили $\bar{F}_{if,a}$ відносно точки G дорівнює

$$\bar{M}_{if,a} = \bar{r}_{F,A} \times \bar{F}_{if,a} \approx \bar{M}_{if,a}^0 - k_e (\bar{r}_G + \bar{\Phi} \times \bar{r}_{F,A}^0) \cdot \frac{\bar{r}_{F,A} \times \bar{l}_{if,a}^0}{|\bar{l}_{if,a}^0|}. \quad (5)$$

В узагальнених координатах вираз для сили та моменту має простий вигляд $(\bar{F}_{if,a}, \bar{M}_{if,a}) = (\bar{F}_{if,a}^0, \bar{M}_{if,a}^0) - \frac{k_e}{|\bar{l}_{if,a}^0|} (\bar{r}_G, \bar{\Phi}) \cdot (\bar{l}_{if,a}^0, \bar{r}_{F,A}^0 \times \bar{l}_{if,a}^0) \cdot (\bar{l}_{if,a}^0, \bar{r}_{F,A}^0 \times \bar{l}_{if,a}^0)^T$. Знайдемо вираз $(\bar{F}_{if,a}, \bar{M}_{if,a})$ у зв'язаній системі координат, відкидаючи доданки 2 порядку малості. Введемо ще позначення для доданків, які у результаті $(\bar{l}_{if,a}^0, \bar{r}_{F,A}^0 \times \bar{l}_{if,a}^0) \cdot (\bar{l}_{if,a}^0, \bar{r}_{F,A}^0 \times \bar{l}_{if,a}^0)^T$: $p_{if,a} = (\xi_{if,a} y_{F,A} - \eta_{if,a} z_{F,A})$; $q_{if,a} = (\zeta_{if,a} z_{F,A} - \xi_{if,a} x_{F,A})$; $s_{if,a} = (\eta_{if,a} x_{F,A} - \zeta_{if,a} y_{F,A})$; $w_{if,a} = \zeta_{if,a} x_{OG} + \eta_{if,a} y_{OG} + \xi_{if,a} z_{OG} + p_{if,a} \varphi + q_{if,a} \psi + s_{if,a} \theta$. Тоді проекції сил та моментів мають вигляд:

$$\begin{cases} F_{if,a}^x = \frac{k_e}{|\bar{l}_{if,a}^0|} \zeta_{if,a} (0.05 + w_{if,a}); \\ F_{if,a}^y = \frac{k_e}{|\bar{l}_{if,a}^0|} \eta_{if,a} (0.05 + w_{if,a}); \\ F_{if,a}^z = \frac{k_e}{|\bar{l}_{if,a}^0|} \xi_{if,a} (0.05 + w_{if,a}); \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} M_{if,a}^x = \frac{k_e}{|\bar{l}_{if,a}^0|} p_{if,a} (0.05 + w_{if,a}); \\ M_{if,a}^y = \frac{k_e}{|\bar{l}_{if,a}^0|} q_{if,a} (0.05 + w_{if,a}); \\ M_{if,a}^z = \frac{k_e}{|\bar{l}_{if,a}^0|} s_{if,a} (0.05 + w_{if,a}). \end{cases} \quad (7)$$

Результуючі сили та моменти визначаються підсумовуванням по всіх носових та кормових канатах: $\bar{F}_{f,a} = \sum_i \bar{F}_{if,a}^x, \dots, \bar{M}_{f,a}^z = \sum_i \bar{M}_{if,a}^z$. Можна представити сили та моменти реакцій канатів у матричній формі, де елементами є коефіцієнти сил за параметрами руху судна $\bar{F}_c = \bar{f}_c^c$. Тоді вектор сил $(\bar{F}_c, \bar{M}_c)$ визначається як добуток матриці на вектор узагальнених переміщень: $(\bar{F}_c, \bar{M}_c) = \bar{F}_c \cdot (\bar{r}_G, \bar{\Phi})$

Сили реакції відбійників

Нормальні реакції. Розглянуті відбійники мають форму монолітного циліндра з еластичного та

пружного матеріалу. Розташовані вздовж лінії причалу взаємодіють із судном на довжині циліндричної вставки. Позначимо δS_{bp} площу контакту відбійника з корпусом судна, віднесено до одиниці довжини судна. При рівноважному стані пришвартованого судна відбійник повинен бути деформований по всій довжині смуги контакту на величину D_{bp}^0 , а сила реакції $\bar{F}_{bp}^0$ з боку відбійника на судно повинна бути протилежною силі, з якою троси притискають судно до причалу. У рівноважному положенні ця сила розподілена рівномірно площею контакту S_{bp} з судном: $\delta \bar{F}_{bp}^0 = \frac{\bar{F}_{bp}^0}{S_{bp}}$. Під час руху судна відбійник стискається корпусом за своєю довжиною нерівномірно, тобто його деформація $D_{bp}(x, z)$ є функцією точки торкання судна. Елементарна реакція пружності відбійника на елементі площі $\delta \bar{F}_{bp} = \delta \bar{F}_{bp}^0 - (k_{bp} \cdot \Delta D_{bp}(x, z)) \delta S$. Значення деформації відбійника $\Delta D_{bp}(x, z)$ дорівнює переміщенню в поперечному напрямку точки A торкання судна щодо рівноважного становища, тобто $\Delta D_{bp} = \Delta \bar{r}_A \cdot \bar{J} = (\Delta \bar{r}_G + ((\varphi, \psi, \theta) \times \bar{r}_{GA})) \cdot \bar{J}$, або в координатній формі $\Delta y_A = y_{OG} + \varphi z_{GA} - \theta x_{GA}$. Для визначення повної сили необхідно інтегрувати $\delta \bar{F}_{bp}$ по площі контакту з судном. Розглянемо окремо інтеграли, які присутні у доданках: $\int_{-0.5L}^{0.5L} \int_{-0.5L}^{0.5L} z_{GA} dz dx = \frac{b_{bp}^2 L}{2}$; $\int_{-0.5L}^{0.5L} \int_{-0.5L}^{0.5L} x_{GA} dz dx = 0$. Тому

$$\begin{cases} F_{bp}^x = 0; \\ F_{bp}^y = F_{bp}^0 - k_{bp} \left(y_{OG} + \frac{b_{bp}}{2} \varphi \right) S_{bp}; \\ F_{bp}^z = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Елементарний момент сил реакції відбійника дорівнює $\delta \bar{M}_{bp} = \bar{r}_{GA} \times \delta \bar{F}_{bp}$, або координатній формі $\delta M_{bp}^x = -z_{GA} \delta F_{bp}^0 + k_{bp} z_{GA} (y_{OG} + \varphi z_{GA} - \theta x_{GA})$; $\delta M_{bp}^y = 0$; $\delta M_{bp}^z = x_{GA} \delta F_{bp}^0 - k_{bp} x_{GA} (y_{OG} + \varphi z_{GA} - \theta x_{GA})$. Головний момент сил на відбійнику визначається інтегруванням цих виразів площею контакту. Розглянемо окремо інтеграли, які є у складових: Головний момент у координатах має вигляд

$$\begin{cases} M_{bp}^x = F_{bp}^0 \frac{b_{bp}}{2} - S_{bp} \left(k_{bp} \frac{b_{bp}}{2} y_{OG} + 0,03 k_{bp} b_{bp}^2 \varphi \right); \\ M_{bp}^y = 0; \\ M_{bp}^z = -0,03 k_{bp} L^2 S_{bp} \theta. \end{cases} \quad (9)$$

Сили і моменти пружної реакції відбійника можна представити у матричній формі $\mathbf{F}_{bp} = \mathbf{f}_{x_j}^{bp}$. Тоді вектор сил $(\bar{F}_{bp}, \bar{M}_{bp})$ визначається як добуток матриці на вектор узагальнених переміщень $(\bar{F}_{bp}, \bar{M}_{bp}) = \mathbf{F}_{bp} \cdot (\bar{v}, \bar{\omega})$.

Сили тертя на відбійниках причалу враховуються в рамках моделі сухого тертя, що створює нелінійну поведінку системи та не залишає надії отримати простий критерій для допустимих величин амплітуд коливань. В інженерній практиці часто нелінійне тертя замінюють в'язким лінійним, еквівалентним в енергетичному сенсі сухому [15, 16]. При такій заміні демпфіруюча сила підбирається так, щоб енергія, що розсіюється, за цикл коливань судна збігалася з реальними втратами. Сила сухого тертя на

елементі торкання δS_{bp} дорівнює $\delta \bar{F}_f = k_f \frac{|\bar{F}_{bp}|}{S_{bp}} \delta S_{bp}$, де $|\bar{F}_{bp}|_y$ – модуль нормальної сили тиску судна на причал, k_f – коефіцієнт сухого тертя металу по гумі відбійника. Для гармонійного коливання робота цієї сили одному циклі дорівнює, з урахуванням основних значень $\delta E_f = 4 \delta F_f |\bar{r}_A|$. Сила в'язкого тертя дорівнює $\delta F_v = k_v \left(\frac{0}{\bar{r}_G + \bar{\varphi} \times \bar{r}_A} \right) \delta S_{bp}$. Робота в'язкого тертя одному циклу дорівнює $\delta E_v = k_v \int_0^T \omega |\bar{r}_A| dt$. Інтегруючи по всій площі контакту і прирівнюючи отриманий вираз робіт отримаємо $k_v = \frac{k_f |\bar{F}_{bp}|_y}{\pi \omega A S_{bp}}$. Тоді елементарну силу тертя можна записати як $\delta \bar{F}_f = k_v \left(\frac{0}{\bar{r}_G + \bar{\varphi} \times \bar{r}_A} \right) \delta S_{bp}$. Елементарний момент сили тертя $\delta \bar{M}_f = \bar{r}_{GA} \times \delta \bar{F}_f$. Інтегруванням за площею контакту з відбійниками в координатній формі, опускаючи доданки з творами малих величин, отримуємо силу і момент у вигляді:

$$\begin{cases} F_f^x = k_v (\dot{x}_{OG} + (b_{bp}^2 \dot{\psi} - B b_{bp} \dot{\theta}) L); \\ F_f^y = k_v (\dot{y}_{OG} - b_{bp}^2 L \dot{\varphi}); \\ F_f^z = k_v (\dot{z}_{OG} - B b_{bp} L \dot{\varphi}); \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} M_f^x = k_v \left(\left(\frac{2b_{bp}^2}{3} + \frac{B^2}{2} \right) b_{bp} L (\dot{x}_{OG} + \dot{\varphi}) \right); \\ M_f^y = k_v \left(\frac{(b_{bp}^2 + L^2) b_{bp} L}{3} (\dot{y}_{OG} + \dot{\psi}) - \frac{B^2 b_{bp} L}{2} (\dot{z}_{OG} + \dot{\theta}) \right); \\ M_f^z = k_v \left(-\frac{B^2 b_{bp} L}{2} (\dot{y}_{OG} + \dot{\psi}) + \left(\frac{B^2}{2} + \frac{2L^2}{3} \right) b_{bp} L (\dot{z}_{OG} + \dot{\theta}) \right) \end{cases} \quad (11)$$

Сили та моменти тертя на відбійниках можна представити у матричній формі $\mathbf{F}_f = \mathbf{f}_j^f$.

Методика оцінки максимальних амплітуд хитавиці судна

Повернемося до основного завдання дослідження та конкретизуємо його. Метою дослідження є розробка інженерного методу оцінки відповідності амплітуд коливань судна встановленим границям та їх коригування, наскільки це можливо, шляхом зміни схем швартування. Як було зазначено вище, варіативними параметрами системи можуть бути лише коефіцієнти сил на швартовних тросах, які залежать від кількості, розподілу та натягу. Тому коефіцієнти матриці $\mathbf{F}_c$ і вектора $\mathbf{F}_c^0$ сил пружності торосів залежать від параметрів, що оптимізуються – векторів швартовних тросів $\bar{t}_i = (\zeta_i, \eta_i, \xi_i)$. Вдалим вибором швартовної схеми необхідно забезпечити системі необхідний запас стійкості коливання пришвартованого судна.

Запишемо систему рівнянь коливань судна (1) у частотній області:

$$[-(\mathbf{M}_s + \mathbf{M}_f) \dot{E}^2 + (\mathbf{M}_s + \mathbf{F}_f) i \dot{E} + (\mathbf{F}_c + \mathbf{F}_{bp} + \mathbf{F}_f)] \mathbf{X}(\dot{E}) + 2 \dot{A}'(\dot{E}) (\mathbf{F}_c^0 + \mathbf{F}_{bp}^0) = \mathbf{F}_w(\dot{E}). \quad (12)$$

За умовою на амплітуди переміщень задані обмеження щодо компонентів $|X_i| \leq \varepsilon_i$. Як правило, це вимоги портових служб на поступальні та кутові переміщення, за яких допустиме виконання вантажно-розвантажувальних робіт на судні біля причалу. Запишемо систему обмежень на амплітуди $X_j(\omega)$:

$$\left[\mathbf{A}(\dot{E}) + \mathbf{F}_c(\bar{t}_i) \right]^{-1} \left[\mathbf{B}(\dot{E}) - \mathbf{F}_c^0(\bar{t}_i) \right] \leq \varepsilon_i. \quad (13)$$

У цій формі неявно вказані обмеження на $\bar{t}_i$, що власне і є оцінкою сталого руху судна при обмеженнях. Завдання полягає в тому, щоб ці умови подати

у вигляді кінцевих співвідношень для зручності практичного застосування, без необхідності вирішувати систему (12). Оскільки обмеження на амплітуди не рівноцінні всім переміщенням, то використання координатних обмежень представляється раціональнішим. Розв'язність системи визначається критерієм Неймана існування зворотної матриці $[A(\omega) + F_c(I)]$: $A^{-1}F_c < 1$. Використовуючи властивості норми зворотної матриці, і навіть твори матриць цей критерій можна посилити $F_c A^{-1} < 1$. Далі, використовуючи тотожне перетворення та властивості норми добутку матриць, запишемо систему нерівностей у вигляді $[A + F_c]^{-1} \leq \frac{E}{AB - F_c^0}$. Тут слід зазначити, що всі норми беруться по нескінченності, оскільки найбільший інтерес становить оцінка обмежень рядків системи. Далі, виконуючи відомі оцінки величин норм у співвідношеннях, цю нерівність можна привести до виду, в якому норми матриць, що залежать від параметрів I_i , що варіюються відокремлені від інших членів нерівності: $F_c + F_c^0 \leq A - k(A) \frac{B}{E}$, де $k(A)$ – число обумовленості матриці A . Для матриці, масштабованої на власну діагональ, $k(A) = 1$.

Тут слід зазначити, що всі матриці системи ермітові з діагональним домінуванням, так як діагональні елементи інерційної матриці, і матриці демпфування, і матриці пружності системи канатів характеризують головні напрямки силового впливу, тоді як недиагональні елементи виявляють лише взаємну обумовленість змін на цих напрямках. Напишемо цю нерівність для кожного рядка

$$\sum_{l=1}^6 \left(|f_{kl}^c(I_i)| - |a_{kl}| + |f_l^0(I_i)| - k(A) \frac{|b_l|}{E_l} \right) \leq 0, k=1..6, \quad (14)$$

де $a_{kl} = -\omega^2 M_l - \left(\sum_{k=1}^6 (\omega^2 \lambda_{kl} + i\omega(\mu_{kl} + f_{kl}^f) + (f_{kl}^c + f_{kl}^{bp})) \right)$, $M_l = \begin{cases} \rho D, npi 1 \leq l \leq 3 \\ J_{kl}, npi 3 \leq l \leq 6 \end{cases}$, $b_l = f_l^w + f_l^{wd}$. Усі компоненти відомі як характеристики судна, характеристики швартовної схеми та хвильового режиму, тому оцінка обмежень на величини амплітуд лінійних та кутових переміщень має досить простий алгоритм.

Апробація методу оцінки амплітуд руху пришвартованого судна

Описаний метод було апробовано під час виконання авторами науково-дослідної роботи ОНМУ на замовлення компанії «ТЕХАГРО», що спеціалізується на проектуванні причалів. Метою дослідження було визначення максимальних амплітуд коливань судна, пришвартованого біля причалу, а також реакцій на берегових кнехтах та енергії навалу судна на причал за заданих хвильових умов.

Характеристики судна: довжина – 240,0 м; ширина – 38,0 м; дедвейт – 80 тис. т; осадка у вантажі – 15 м; осадку наполовину завантаженого – 10,5 м; осадка порожнього судна – 5,9 м.

Характеристика причалу: довжина – 270,0 м; ширина – 16,5 м; глибина – 17,0 м; відбійники SPC 900 G1.1, зосереджена сила реакції – 166 кН, поглинання енергії – 44 кНм, максимальна деформація – 74%.

Характеристика хвилювання: Штормова, висота – 3,5 м; довжина 55 м; період – 5 с; напрямом – уздовж причалу.

Сили викликані морським хвилюванням. Вектор головної та дифракційної складових хвильових сил та моментів представлений у вигляді

$$(\bar{F}_w)_{x_j} = -i\omega_w e^{i\omega t} \int_S (\Phi_w + \Phi_{df}) a_j ds, (\bar{M}_{wd})_{x_j} = -i\omega_w e^{i\omega t} \int_S (\Phi_w + \Phi_{df}) a_{j+3} ds, j=1 \div 3.$$

Потенціал морського хвилювання, що набігає, дорівнює $\Phi_w = \omega_w \cdot g \frac{ch(v \cdot z)}{ch(v \cdot h)} e^{i(v(x \cdot \cos(\alpha) + y \cdot \sin(\alpha)) + \omega t)}$. Потенціали дифрагованого хвилювання визначаються інтегруванням по корпусу його розподілу σ_{df} : $\Phi_{df} = \iint_S \sigma_{df} G ds$. Самі ж розподіли σ_{df} визначаються при вирішенні задачі розподілу гідродинамічних особливостей по корпусу судна та випромінювання $\iint_S \sigma_{df} \frac{\partial G}{\partial n} ds = -\frac{\partial \Phi_w}{\partial n}$.

Інерційно-демпфіруючі сили. Коефіцієнти λ_{ij} та μ_{ij} визначаються класичним методом потенційної теорії: $\lambda_{ij} + \frac{i}{v} \mu_{ij} = \rho \iint_S \Phi_i \frac{\partial \Phi_j}{\partial n} ds = \rho \iint_S \Phi_i a_j ds$. Для визначення потенціалів Φ_i реакції рідини чисельно вирішувалася задача розподілу потенціалу випромінювання та потенціалу випромінювання по поверхні нерухомого корпусу: $\iint_S \sigma_i \frac{\partial G}{\partial n} ds = i\omega_w a_i$, де a_1, a_2, a_3 де $(\bar{n} \cdot \bar{i}), (\bar{n} \cdot \bar{j}), (\bar{n} \cdot \bar{k})$ – рівні відповідно, і a_4, a_5, a_6 рівні $(\bar{r} \times \bar{n}) \cdot \bar{i}, (\bar{r} \times \bar{n}) \cdot \bar{j}, (\bar{r} \times \bar{n}) \cdot \bar{k}$, G – функція Гріна для шару рідини обмеженої глибини h , рівна $G = \frac{1}{|PQ_1|} + \frac{1}{|PQ_2|} + G_{ev} + G_w$,

$G_w = \frac{i\pi \cdot ch(\lambda_0 h)}{\lambda_0 (sh(\lambda_0 h) - ch(\lambda_0 h) + 2\lambda_0 h)} \cdot \frac{ch(\lambda_0 z) \cdot ch(\lambda_0 \xi)}{sh(2\lambda_0 h)} \cdot (J_0(v\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}) + iJ_1(v\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}))$ – хвильовий потенціал, задовольняє умові на поверхні;

$G_{ev} = p \cdot v \cdot \int_0^\infty \frac{2\pi(\lambda+v)e^{-\lambda h} ch(\lambda z) ch(\lambda \xi)}{(v \cdot ch(\lambda h) - \lambda \cdot sh(\lambda h))} \cdot J_0(\lambda\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2})$ – потенціал хвилі, що минає, задовольняє умові випромінювання, точки $Q1$ і $Q2$ – подібні точки на симетричних відносно дна акваторії корпусах; $v = \frac{\omega_w}{g}$; λ_0 визначається як корінь рівняння $v \cdot ch(\lambda h) - \lambda \cdot sh(\lambda h) = 0$. Самі потенціали визначаються інтегруванням по корпусу $\Phi_i = \iint_S \sigma_i G ds$.

Метою виконаних розрахунків була перевірка чутливості критерію впливу зміни схеми швартування на максимальні амплітуди параметрів коливання судна біля причалу. Дослідження велося щодо балкера-зерновоза, вантажні операції можуть проводитись як насосами, так і грейферами. Відповідно до [2], на вертикальні переміщення встановлюють обмеження 0,5 м, щоб уникнути ударів насадки шлангів об палубу. На кутові переміщення встановлені обмеження 1 град., так як при 1,5÷2,0 град. спостерігаються значні динамічні навантаження в судових вантажних пристроях. Для порівняння наведено також результати розрахунку задачі про коливання судна біля причалу. У кожній таблиці представлені 2 розрахунки: для класичної швартовної схеми «подовжні-притискні-шпрінгі» і для свідомо поганої схеми без притискних та шпрінгів для демонстрації реагування критерію на варіації у розташуванні та натягу канатів. З розрахунків в таблиці 1, у обох випадках схем швартування судна видно,

Таблиця 1. Судно в повному вантажі

№ каната	Координати причального кнехту	Розраховані амплітуди переміщень, м	Допустимі границі амплітуд, м	Значення критерія		
А. Схема швартування «подовжні-притискні-шпрінгі», початкове подовження канатів 2%						
1	$(L, 0.5B, 0.3T)$	x_G	0.02	ε_1	0.1	-0.7
2	$(0.5L, 0.5B, 0.3T)$	y_G	$2 \cdot 10^{-4}$	ε_2	0.1	-1.2
3	$(0.25L, 0.5B, 0.3T)$	z_G	0.22	ε_3	0.5	-1.4
4	$(-0.25L, 0.5B, 0.3T)$	φ	$3 \cdot 10^{-5}$	ε_4	0.017	-1.0
5	$(-0.5L, 0.5B, 0.3T)$	ψ	$1 \cdot 10^{-3}$	ε_5	0.017	-1.0
6	$(-L, 0.5B, 0.3T)$	θ	$2 \cdot 10^{-6}$	ε_6	0.017	-1.0
В. Схема швартування «подовжні», початкове подовження канатів 1%						
1	$(L, 0.5B, 0.3T)$	x_G	0.2	ε_1	0.1	-0.8
2	$(L, 0.5B, 0.3T)$	y_G	$2 \cdot 10^{-4}$	ε_2	0.1	-1.0
3	$(L, 0.5B, 0.3T)$	z_G	0.22	ε_3	0.5	-1.5
4	$(-L, 0.5B, 0.3T)$	φ	$8 \cdot 10^{-5}$	ε_4	0.017	-1.0
5	$(-L, 0.5B, 0.3T)$	ψ	$1 \cdot 10^{-3}$	ε_5	0.017	-1.0
6	$(-L, 0.5B, 0.3T)$	θ	$3 \cdot 10^{-5}$	ε_6	0.017	-1.0

Таблиця 2. Порожнє судно

№ каната	Координати причального кнехту	Розраховані амплітуди переміщень		Допустимі границі амплітуд		Значення критерія
А. Схема швартування «подовжні-притискні-шпрінгі», початкове подовження канатів 2%						
1	$(L, 0.5B, 0.3T)$	x_G	0.1	ε_1	0.1	-0.4
2	$(0.5L, 0.5B, 0.3T)$	y_G	$1.7 \cdot 10^{-4}$	ε_2	0.1	-1.2
3	$(0.25L, 0.5B, 0.3T)$	z_G	0.86	ε_3	0.5	0.9
4	$(0L, 0.5B, 0.3T)$	φ	$3 \cdot 10^{-5}$	ε_4	0.017	-1.0
5	$(0L, 0.5B, 0.3T)$	ψ	0.013	ε_5	0.017	-1.0
6	$(-0.25L, 0.5B, 0.3T)$	θ	$2 \cdot 10^{-6}$	ε_6	0.017	-1.0
7	$(-0.5L, 0.5B, 0.3T)$					
8	$(-L, 0.5B, 0.3T)$					
В. Схема швартування «продовжні», початкове подовження канатів 1%						
1	$(L, 0.5B, 0.3T)$	x_G	0.27	ε_1	0.1	2.4
2	$(L, 0.5B, 0.3T)$	y_G	$6 \cdot 10^{-4}$	ε_2	0.1	-0.9
3	$(L, 0.5B, 0.3T)$	z_G	0.88	ε_3	0.5	0.9
4	$(-L, 0.5B, 0.3T)$	φ	$8 \cdot 10^{-5}$	ε_4	0.017	-1.0
5	$(-L, 0.5B, 0.3T)$	ψ	0.02	ε_5	0.017	-1.0
6	$(-L, 0.5B, 0.3T)$	θ	$6 \cdot 10^{-4}$	ε_6	0.017	-1.0

що при зазначеному хвилюванні завантажене судно слабо реагує на зміни швартовної схеми і амплітуди його переміщень залишаються у призначених рекомендаціях [2] межах. В цьому випадку введений критерій приймає негативні значення, що відповідає сукупності нерівностей (14). З даних таблиці 2 (випадок схеми швартування В), видно що для порожнього судна поздовжні та вертикальні переміщення, а також диферент вже виходять за вказані межі та критерій дає позитивні значення, відповідно до (14). При введенні додаткових носових та кормових шпрінгів (випадок схеми швартування А), можна амплітуду поздовжніх переміщень зменшити до рекомендованих меж, проте амплітуди вертикальних коливань та диференту зменшити до вказаних меж не вдається. Це зумовлено тим, що кут між швартовними тросами та причалом дуже малий і не створює достатньої вертикальної сили натягу, що перешкоджає вертикальним рухам. Тому при оцінці допустимих умов вантажних операцій можна орієнтуватися на значення критерію для вертикальних переміщень та диференту та підбирати схему для мінімізації цих амплітуд.

ВИСНОВКИ

В роботі розроблено простий метод за якими визначається, чи знаходяться амплітуди поступальних та обертальних переміщень у межах встановлених меж. Цей метод має вигляд алгебраїчних

нерівностей, що зв'язують норми рядків матриці системи диференціальних рівнянь руху пришвартованого судна та вектору збурень. Один з компонентів нерівностей, саме норма матриці жорсткості системи канатів може змінюватись за рахунок змін координат точок кріплення канатів на причалі, по суті змінює схему швартування. Для аналізу та правильного вибору бажано цю залежність мати у явному вигляді. Якщо вирішувати диференціальну задачу в частотній області для пошуку передавальних функцій переміщень в аналітичному вигляді, виникає складність з пошуком зворотної матриці системи в аналітичному вигляді, що для розмірності 6х6 вкрай важко. Запропонований метод дозволяє позбутися зазначених аналітичних складнощів розрахунку зворотної матриці системи, і працювати з елементами матриці жорсткості системи канатів, як функціями схеми швартування. Аналіз нерівності застосовується для кожного рядка системи, тобто для кожного типу переміщення або для переміщень, що погано піддаються компенсації реакціями причалу та швартовної системи. Негативні значення нерівності сигналізують, що амплітуда переміщення лежить у границях встановлених меж, позитивні значення – поза межами. Модулі значень нерівностей також несуть інформацію про ступінь належності інтервалам, проте ця інформація не систематизована і потребує подальшого дослідження.

REFERENCES

- [1] U.S. Department of Defense. (2023). Military and Government Mooring Design (UFC 4-150-06). Retrieved from Whole Building Design Guide website: www.wbdg.org
- [2] Chornomorniiproekt. (1987). Rekomendatsii shchodo obliku hidrometeorologichnoho rezhymu pry proektuvanni nedostatno zakhyschenykh vid khvyliuvannia prychaliv (RD 31.33.10-87) [Recommendations for taking into account hydrometeorological conditions when designing berths that are insufficiently protected from waves (RD 31.33.10-87)]. Chornomorniiproekt – Blackseaproject.
- [3] Villa-Caro, R., Carral, J. C., Fraguera, J. A., López, M., & Carral, L. (2018). A review of ship mooring systems. *Brodogradnja*, 69(1), 77–102. doi: 10.21278/brod69108
- [4] Gao, F., Tang, Y., Hu, C., & Xie, X. (2023). "Research on a Ship Mooring Motion Suppression Method Based on an Intelligent Active Anti-Roll Platform," *Applied Sciences*, vol. 13, no. 13, p. 7979, doi: 10.3390/app13137979.
- [5] Ueda, S., Shiraishi, S., Oshima, H. & Asano, K. (1995). "Numerical Evaluation of the Tension Mooring Effects on the Hydrodynamic Response of Moored Ships," *Int. J. Offshore Polar Eng.*, vol. 5, no. 02, pp. 114–120.
- [6] Ueda, S., Shiraishi, S., Oshima, H. & Asano, K., (1994). "Experimental evaluation of the tension mooring effect on the response of moored ships," in *Proc. Int. Conf. on Marine Simulation and Ship Manoeuvrability (MARSIM '94)*, pp. 451–460.
- [7] Puoti, I., Pandolfi, V., Borrelli, R. & Colicchio, G. (2023). "A finite volume Simo-Reissner beam model for moored floating body dynamics," *Ocean Engineering*, vol. 281, p. 114631, doi: 10.1016/j.oceaneng.2023.114631.
- [8] OIIMF. (1990). Doslidzhennia bezpechnykh skhem shvartuvannia sudna bilia prychalu u skladnykh pohodnykh umovakh: *Zvit pro naukovu-doslidnu robotu* [Research into safe mooring schemes for vessels at berths in difficult weather conditions. Research report]
- [9] Sakakibara, S., Sunahara, S., Abe, I., & Kubo, M. (2020). "Reproduction on Dynamic Behavior of a Moored Model Ship under Tsunami Bore," *J. Japan Inst. Navig.*, vol. 142, pp. 53–60, doi: 10.9749/jin.142.53.
- [10] Sakakibara, S., Sunahara, S., Abe, I., Kubo, M., & Tsugane, M. (2021). "Effect of Mooring Line Property on Dynamic Behavior of a Moored Model Ship under Tsunami Bore," *J. Japan Inst. Navig.*, vol. 144, pp. 21–31, doi: 10.9749/jin.144.21.
- [11] Sakakibara, S., Kubo, M., Kobayashi, E., Otake, Y., et al., (2008). "Moored Ship Motions in Harbor Basin Induced by Tsunami," *J. Japan Inst. Navig.*, vol. 118, pp. 159–168, doi: 10.9749/jin.118.159.
- [12] Sakakibara, S., Otake, Y., & Kubo, M. (2005). "Evaluation Method for Property of Long-period Moored Ship Motions Using a Standard Long-period Wave Spectrum," *J. Japan Inst. Navig.*, vol. 112, pp. 155–161, doi: 10.9749/jin.112.155.
- [13] Kosoy, M.B., (2003). *Metodika rozrakhunku aerodinamichnykh khatarakteristik nadvodnoyi chastiny korpusu transportnykh suden* [Methodology for calculating the aerodynamic characteristics of the above-water part of the hull of transport vessels]. *Visnyk ONMU – Herald of ONMU*, 11, 90-106. [in Ukrainian].

- [14] Voitekunsky, Y.I., Pershits, V.Y., Titov, I.A., (1973). *Dovidnyk z teorii korablya, Rozdil 2. Pershits, V.Y., Kerovanist korablya* [Reference book on ship theory, Chapt. 2. Pershits, V.Y., Ship maneuverability]. L.: Sudostroeniye – Shipbuilding [in Russian]
- [15] Roberts, J. B., & Spanos, P. D., (2003). *Equivalent Linearization: An Introduction*. London, U.K.: Springer.
- [16] Barltrop, N. J., & Adams, A. J., (1991). *Dynamics of Fixed Marine Structures*, 3rd ed. Oxford, U.K.: Butterworth-Heinemann

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] U.S. Department of Defense. (2023). *Military and Government Mooring Design* (UFC 4-150-06). Retrieved from Whole Building Design Guide website: www.wbdg.org
- [2] Рекомендації щодо обліку гідрометеорологічного режиму при проектуванні недостатньо захищених від хвилювання причалів. РД 31.33.10-87. ЧОРНОМОРНІПРОЕКТ. 1987. 56с.
- [3] Villa-Caro, R., Carral, J. C., Fraguera, J. A., López, M., & Carral, L. (2018). A review of ship mooring systems. *Brodogradnja*, 69(1), 77–102. doi: 10.21278/brod69108
- [4] Gao, F., Tang, Y., Hu, C., & Xie, X. (2023). "Research on a Ship Mooring Motion Suppression Method Based on an Intelligent Active Anti-Roll Platform," *Applied Sciences*, vol. 13, no. 13, p. 7979, doi: 10.3390/app13137979.
- [5] Ueda, S., Shiraishi, S., Oshima, H. & Asano, K. (1995). "Numerical Evaluation of the Tension Mooring Effects on the Hydrodynamic Response of Moored Ships," *Int. J. Offshore Polar Eng.*, vol. 5, no. 02, pp. 114–120.
- [6] Ueda, S., Shiraishi, S., Oshima, H. & Asano, K., (1994). "Experimental evaluation of the tension mooring effect on the response of moored ships," in *Proc. Int. Conf. on Marine Simulation and Ship Manoeuvrability (MARSIM '94)*, pp. 451–460.
- [7] Puoti, I., Pandolfi, V., Borrelli, R. & Colicchio, G. (2023). "A finite volume Simo-Reissner beam model for moored floating body dynamics," *Ocean Engineering*, vol. 281, p. 114631, doi: 10.1016/j.oceaneng.2023.114631.
- [8] Дослідження безпечних схем швартування судна біля причалу зі складних погодних умов. Звіт про науково-дослідну роботу. ОІМФ. 1990.
- [9] Sakakibara, S., Sunahara, S., Abe, I., & Kubo, M. (2020). "Reproduction on Dynamic Behavior of a Moored Model Ship under Tsunami Bore," *J. Japan Inst. Navig.*, vol. 142, pp. 53–60, doi: 10.9749/jin.142.53.
- [10] Sakakibara, S., Sunahara, S., Abe, I., Kubo, M., & Tsugane, M. (2021). "Effect of Mooring Line Property on Dynamic Behavior of a Moored Model Ship under Tsunami Bore," *J. Japan Inst. Navig.*, vol. 144, pp. 21–31, doi: 10.9749/jin.144.21.
- [11] Sakakibara, S., Kubo, M., Kobayashi, E., Otake, Y., et al., (2008). "Moored Ship Motions in Harbor Basin Induced by Tsunami," *J. Japan Inst. Navig.*, vol. 118, pp. 159–168, doi: 10.9749/jin.118.159.
- [12] Sakakibara, S., Otake, Y., & Kubo, M. (2005). "Evaluation Method for Property of Long-period Moored Ship Motions Using a Standard Long-period Wave Spectrum," *J. Japan Inst. Navig.*, vol. 112, pp. 155–161, doi: 10.9749/jin.112.155.
- [13] Косой, М.Б., (2003). Методика розрахунку аеродинамічних характеристик надводної частини корпусу транспортних суден // Вісник ОНМУ.– №11.– С. 90-106.
- [14] Войткунський, Я.І., Першиц, В.Я., Титов, І.А. (1973). *Довідник з теорії корабля. Л., Суднобудування, Розд. 2. Першиц, В.Я. Керованість корабля. С. 244-507.*
- [15] Roberts, J. B., & Spanos, P. D., (2003). *Equivalent Linearization: An Introduction*. London, U.K.: Springer.
- [16] Barltrop, N. J., & Adams, A. J., (1991). *Dynamics of Fixed Marine Structures*, 3rd ed. Oxford, U.K.: Butterworth-Heinemann.

© Косой М. Б., Демідюк О. В., Александровська Н. І.

Дата першого надходження статті до видання: 10.02.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 12.03.2026

Дата публікації (оприлюднення) статті: 22.05.2026



Стаття поширюється на умовах ліцензії відкритого доступу (CC BY 4.0)