

ТАШКЕНТСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ГОСУ-
ДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В. И. ЛЕНИНА

У. АБДУАЛИЕВ

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ И
СФЕРИЧЕСКИХ ВОЛН В АНИЗОТРОПНЫХ И ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ
УПРУГИХ СРЕДАХ

(ОГ.023 - Теория упругости и пластичности)

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

ТАШКЕНТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Ташкент - 1971

БИБЛИОТЕКА

Работа выполнена в лаборатории волновой динамики и вычислительной сейсмологии Института сейсмологии АН УзССР.

Научные руководители – доктор технических наук, профессор И.Г.Филиппов и кандидат физико-математических наук Я.У.Саатов.

Официальные оппоненты:

1. Доктор физико-математических наук Ф.Б.Абуталиев

2. Кандидат физико-математических наук, доцент А.Д.Багдасаров.

Будущее учреждение – Николаевский кораблестроительный институт им. адмирала Макарова А.О. (Кафедра прикладной и теоретической механики).

Автореферат разослан " 17 августа 1971 г.

Защита диссертации состоится " 6 ноября 1971 г. на заседании Совета по присуждению ученых степеней механико-математического факультета Ташкентского Ордена Трудового Красного Знамени Государственного университета им.В.И.Ленина (г.Ташкент, ГСП, ВУЗгородок, главный корпус, ауд. Г-303).

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке ТашГУ (ВУЗгородок, 4).

Ученый секретарь Совета
доцент

Султанова

/М.М.Султанова/

Волновая динамика и такие ее разделы, как теория распространения упругих волн в различных сплошных средах и динамические задачи взаимодействия распространяющихся волн с препятствиями с учетом явлений дифракции, являются давно сложившимися ветвями математической физики и им посвящены многочисленные исследования.

Исследования по распространению упругих волн в твердых и деформируемых телах под воздействием внешних нагрузок приобретают большую актуальность в самых разнообразных областях науки и техники.

Для проведения расчетов на прочность различных сооружений, сейсмических зданий, деталей конструкций, подверженных динамическим воздействиям, необходимо знать законы распространения упругих волн в сплошных средах и законы взаимодействия этих волн с различными препятствиями.

Изучение механики этих явлений для изотропных, анизотропных и многокомпонентных сред, вызванных действием взрыва или смещения земной коры, привлекают внимание многих исследователей.

Большинство важных вопросов практического характера требует изучения теории механизма действия нагрузки, а также знания параметров сейсмических волн, распространяющихся в твердой среде.

Задачи волновой динамики в твердых деформируемых средах весьма сложны и в настоящее время не существует довольно-таки общего метода для их решения. В этой области сплошных сред работали и работают крупнейшие совет-

ские и зарубежные ученые. Среди советских ученых необходимо отметить таких, как С.Л.Соболев, В.И.Смирнов, Л.А.Галин, Х.А.Рахматуллин, Г.Н.Савин, Г.И.Петрашень, С.Г.Михлин, Н.В.Зволинский, С.С. Григорян, А.Н.Гузъ, И.Г.Филиппов, В.И.Тульчин, Р.Я.Сунчелеев и многие, многие другие.

Динамическая теория многокомпонентных сред разрабатывалась Я.И.Френкелем, М.А.Био, Х.А.Рахматуллиным, Г.М.Ляховым, Т.Р.Стилем, А.Е.Грином, П.М.Нахди, В.Н.Николаевским, И.Г.Филипповым, Я.У.Саатовым и др. Она находит множество приложений при описании процессов деформирования и движения сред, в различных областях техники, геофизике, сейсмологии, акустике и в строительстве под действием динамических нагрузок.

Но следует отметить, что за последнее время исследования по динамической теории сплошных сред были направлены в большей степени на разбор конкретных задач, чем на развитие общей теории и методов. При решении динамических задач применяются различные методы; для прямолинейных препятствий и плоских волн разработан метод функционально-инвариантных решений волнового уравнения (метод Смирнова-Соболева), метод Винера-Хопфа и Мауэ, лучевой метод и т.д.

Область применения вышеперечисленных методов довольно ограничена. Сравнительно небольшое число имеющихся точных решений динамических задач объясняется большими математическими трудностями. В значительной степени эти трудности могут быть устранены привлечением современных быстродействующих счетных машин.

Задачи о движении цилиндрических и сферических твердых тел в различных средах — это распространенные и важные задачи современной техники.

Майлсом рассмотрена установившаяся задача о движении жесткого цилиндра, включенного в упругую среду и имеющего непрерывный контакт со средой. Решение задачи для продольной и поперечной падающих волн строится в виде рядов по функциям Ханкеля.

Мау исследовал неустановившееся движение твердой сферы, погруженной в упругую среду под действием плоской падающей волны. Решение задачи строится для стационарной волны напряжения, а затем при помощи интеграла Фурье осуществляется переход к нестационарной волне напряжения.

Бабичевым рассмотрены задачи о вращательном и поступательном движении шара в безграничной однородной упругой среде. Найдено поле напряжений в упругой неограниченной среде.

В данной диссертационной работе рассматривается ряд задач, в которых исследуются вопросы распространения цилиндрических и сферических волн в анизотропных и двухкомпонентных упругих средах, вызванных источниками различного типа.

Работа состоит из введения, трех глав и заключения.

В первой главе, состоящей из двух параграфов, приводится краткий обзор работ по распространению упругих волн в сплошных средах и основные уравнения динамики двухкомпонентных упругих сред.

Во второй главе, состоящей из четырех параграфов, рассматриваются задачи о распространении цилиндрических волн и о движении цилиндрических тел в анизотропной и двухкомпонентной упругой средах.

В § I рассматривается задача о распространении цилиндрической волны, возбужденной воздействием равномерного внутреннего давления, приложенной цилиндрической полости конечного радиуса в анизотропном безграничном пространстве.

Показано, что в отличие от изотропной упругой среды, в анизотропной среде существует тангенциальное перемещение, отличное от нуля.

Данная задача решается при нулевых начальных и граничных условиях.

$$\sigma_{rz} = -P_0 f(t), \quad \tau_{r\theta} = 0 \quad \text{при } z = z_0. \quad (I)$$

Задача решена в линейной постановке методом интегрального преобразования Лапласа по времени и разложением по малому параметру.

На основании полученных решений проведены численные расчеты.

Приведенные графики показывают, что смещение на фронте волны равно нулю, затем, возрастая с течением времени, достигает максимума и далее убывает в зависимости от времени.

В § 2 этой главы в линейной постановке с применением метода интегрального преобразования Лапласа решается

задача о вращательном движении жесткого цилиндра конечного радиуса в анизотропной среде.

Задача решается при нулевых начальных и граничных условиях

$$U_z(r, t) = 0, \quad U_\theta(r, t) = U_0 f(t) \quad \text{при } z = z_0. \quad (2)$$

В результате исследования получено волновое поле перемещений и напряжений, вызванное указанным движением цилиндра. Кроме того показано, что в отличие от изотропной упругой среды, в данном случае отлично от нуля радиальное перемещение.

В § 3 изучается задача о вертикальном движении жесткого цилиндра вдоль оси z в двухкомпонентной упругой среде.

Предполагается, что среда состоит из двух твердых компонент, каждая из которых является однородной изотропной упругой средой.

Уравнения движения в перемещениях имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} + \frac{1}{z} \frac{\partial U_z}{\partial z} &= A_1 \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} + B_1 \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} + \frac{1}{z} \frac{\partial U_z}{\partial z} &= A_2 \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} + B_2 \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (3)$$

где U_z, U_z - смещения частиц соответствующих компонент; A_1, A_2, B_1, B_2 - некоторые постоянные, зависящие от констант среды.

При решении системы уравнений (3) принимаются граничные условия

$$U_z(z, t) = U_0 f(t), \quad U_z(z, t) = U_0 f'(t) \quad \text{при } z = z_0. \quad (4)$$

Задача решена в линейной постановке методом интегрального преобразования Лапласа по времени.

Показано появление двух поперечных волн при вертикальном движении цилиндра в указанных средах.

В § 4 рассматривается задача о вращательном движении жесткого цилиндра в двухкомпонентной упругой среде.

Задача состоит в определении волнового поля в окружающей двухкомпонентной упругой среде и вычислена реакция (момент) среды, вызванная указанным движением цилиндра.

В данной постановке основные уравнения в перемещениях имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U_0}{\partial z^2} + \frac{1}{z} \frac{\partial U_0}{\partial z} - \frac{U_0}{z^2} &= A_1 \frac{\partial^2 U_0}{\partial t^2} + B_1 \frac{\partial^2 U_0}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 U_0}{\partial z^2} + \frac{1}{z} \frac{\partial U_0}{\partial z} - \frac{U_0}{z^2} &= A_2 \frac{\partial^2 U_0}{\partial t^2} + B_2 \frac{\partial^2 U_0}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (5)$$

Система уравнений (5) решается при нулевых начальных и граничных условиях

$$U_0(z, t) = U_0 f(t), \quad U_0(z, t) = U_0 f'(t) \quad \text{при } z = z_0. \quad (6)$$

При заданных значениях функции $f(t)$ получены выражения для поля смещений, напряжений и реакции (момента) среды и приведены численные расчеты.

Графики показывают, что амплитуды смещения и напряжения в двухкомпонентных упругих средах больше, чем в однокомпонентных упругих средах.

В третьей главе, состоящей из трех параграфов, изучаются в линейной постановке задачи о распространении сферических волн и о движении сферических тел в двухкомпонентной упругой среде.

В § 1 решается задача о распространении сферической волны в безграничной двухкомпонентной упругой среде, возбуждаемой давлением, приложенным к границе сферической полости. В случае равномерного давления составляющие перемещений и напряжений являются функциями лишь радиуса и времени.

Движение среды описывается следующими уравнениями

$$\begin{aligned} \Delta \Phi_1 &= A_1 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial t^2} + B_1 \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial t^2} \\ \Delta \Phi_2 &= A_2 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial t^2} + B_2 \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (7)$$

где Δ — лапласиан; Φ_1 и Φ_2 — обобщенные потенциалы.

Уравнения (7) решаются при начальных

$$\Phi_1 = \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} = 0, \quad \Phi_2 = \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} = 0 \quad \text{при } t = 0 \quad (8)$$

и граничных условиях

$$\sigma_{rz} = -\alpha_2 - (1-\kappa)P(t), \quad \tau_{rz} = \alpha_2 - \kappa P(t) \quad \text{при } z = z_0 \quad (9)$$

Получено аналитическое решение задачи (7) — (9) для

давления $P(t)$, изменяющегося по закону экспоненциальной функции с течением времени.

В § 2 решается задача о вращательном движении жесткой сферы в безграничной двухкомпонентной упругой среде.

Для определения движения среды необходимо решать уравнения

$$\begin{aligned}\Delta \Psi_1 &= A_1 \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial t^2} + B_1 \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial t^2} \\ \Delta \Psi_2 &= A_2 \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial t^2} + B_2 \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial t^2}\end{aligned}\quad (10)$$

при граничных условиях

$$U_\varphi(z, \theta, t) = \varphi(t) \sin \theta, \quad \dot{U}_\varphi(z, \theta, t) = \dot{\varphi}(t) \sin \theta \quad \text{при } z = z_0 \quad (11)$$

Решение задачи получено при произвольном законе вращения сферы.

Реакция (момент) среды на вращающуюся сферу определяется по формуле

$$M = \int_0^\pi \left[(\mu_1 + \mu_3) \left(\frac{\partial U_\varphi}{\partial z} - \frac{U_\varphi}{z} \right) + (\mu_2 + \mu_3) \left(\frac{\partial U_\varphi}{\partial z} - \frac{U_\varphi}{z} \right) \right] 2\pi z_0^3 \sin^2 \theta d\theta \quad (12)$$

Произведен численный расчет для реальных параметров среды.

В § 3 рассматривается задача о поступательном движении жесткой сферы в безграничной двухкомпонентной упругой среде. Сфера радиуса z_0 , находящаяся в двухкомпонентной упругой среде, начиная с некоторого момента

времени t движется в направлении оси z

При решении задачи рассмотрены два типа граничных условий: прилипание и свободное проскальзывание (отсутствие трения).

В первом случае граничные условия имеют вид

$$U_z(z, \theta, t) = z(t) \cos \theta, \quad U_\theta(z, \theta, t) = -z(t) \cos \theta \quad \text{при } z = z_0 \quad (13)$$

$$\dot{U}_z(z, \theta, t) = \dot{z}(t) \cos \theta, \quad \dot{U}_\theta(z, \theta, t) = -\dot{z}(t) \cos \theta$$

Во втором случае, т.е. при отсутствии трения, граничные условия принимают вид

$$U_z(z, \theta, t) = z(t) \cos \theta, \quad \sigma_{z\theta} = 0 \quad \text{при } z = z_0 \quad (14)$$

$$\dot{U}_z(z, \theta, t) = \dot{z}(t) \cos \theta, \quad \dot{\tau}_{z\theta} = 0$$

Получено аналитическое решение для обоих типов граничных условий.

Основное содержание диссертации было доложено на Республиканской конференции по прикладной механике и III Республиканской конференции молодых ученых Узбекистана, посвященной 100-летию со дня рождения В.И. Ленина (Ташкент, 1970), а также неоднократно обсуждалось на семинарах лаборатории "волновой динамики и вычислительной сейсмологии" и отдела сейсмологии Института сейсмологии АН УзССР, на кафедре "механика сплошных сред" ТашГУ им. В.И. Ленина и опубликовано в статьях автора:

1. Абдуалиев У. "Вертикальное движение цилиндра в двухкомпонентной упругой среде", ДАН УзССР, № 9, 1970.
2. Абдуалиев У. "Вращательное движение сферы в двухкомпонентной упругой среде", Изв. АН УзССР, серия техн. наук, № 2, 1971.
3. Абдуалиев У., Саатов Я.У. "Вращательное движение цилиндра в двухкомпонентной упругой среде", В сб. "Сейсмология и сейсмогеология Узбекистана", Ташкент, Изд-во "Фан", 1971.
4. Абдуалиев У. "О распространении сферических волн в двухкомпонентной упругой среде", Третья республиканская научная конференция молодых ученых Узбекистана, посвященная 100-летию со дня рождения В.И. Ленина, Ташкент, Изд-во "Фан", 1970.
5. Абдуалиев У. "О распространении цилиндрических волн в анизотропной среде", ДАН УзССР, № 7, 1971.

Р11830 Подписано в печать 30/VI-71 г.

Заказ № 103/71 Тираж 175

Отпечатано на ротационте в Институте кибернетики
с ВЦ АН УзССР, Ташкент, 170, ул. Володарского, 26.