

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний університет кораблебудування  
імені адмірала Макарова

**Ю. І. КАСЬЯНОВ, В. В. КРАСНОВ**

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ  
ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ**

*Методичні вказівки до лабораторних робіт*

Частина 1

*Рекомендовано Методичною радою НУК*

Миколаїв 2009

УДК 621.3: 681.3

**Касьянов Ю.І., Краснов В.В.** Математичне моделювання електротехнічних об'єктів: Методичні вказівки до лабораторних робіт: В 2 ч. – Миколаїв: НУК, 2009. – Ч. 1. – 48 с.

*Кафедра електрообладнання суден та інформаційної безпеки*

Подано необхідні теоретичні відомості та методичні вказівки до виконання лабораторних робіт, на основі яких студенти повинні набути навичок побудови математичних моделей електротехнічних об'єктів і реалізації цих моделей на аналогових та цифрових ЕОМ, а також засвоїти загальні принципи проведення наукових досліджень методами математичного моделювання.

Призначено для студентів спеціальностей "Електротехнічні системи і комплекси транспортних засобів", "Електромеханічні системи автоматизації та електропривод", "Захист інформації з обмеженим доступом та автоматизація її обробки в комп'ютерних системах та мережах", які вивчають дисципліни "Моделювання електромеханічних систем" та "Моделювання об'єктів і процесів".

*Рецензент* д-р техн. наук, професор В.С. Блінцов

*Згідно з наказом ректора НУК № 08 від 09.01.2008  
"навчально-методичні посібники, методичні вказівки  
друкуються в авторській редакції" і відповідальність  
за їх редагування несе автор.*

© Видавництво НУК, 2009

## ВСТУП

У науці і техніці *моделювання* являє собою метод дослідження властивостей певного об'єкта (оригіналу) за допомогою вивчення властивостей іншого об'єкта (моделі), що знаходиться у визначеній однозначній відповідності з першим об'єктом і є більш зручним для рішення задач дослідження. У цьому випадку *моделлю* може бути явище, технічний пристрій, знакове утворення або інший умовний образ. Моделювання, як процес, містить у собі: побудову моделі, дослідження її і перенос отриманих відомостей на оригінал.

При *математичному моделюванні* модель має відмінну від оригіналу природу, але процеси в ній описуються математичними формулами і рівняннями того ж виду, що і для оригіналу. Математичні моделі, мають високу універсальність, тому що математичний опис об'єктів різної природи може бути реалізовано одними і тими ж засобами обчислювальної техніки, а значить з малими матеріальними і часовими затратами. Математичне моделювання забезпечує високий рівень сервісу для дослідника (простота зміни параметрів моделі, можливість одержання результатів у зручній формі з можливістю подальшої обробки, діалоговий режим) і дозволяє легко вести багатоваріантні дослідження з метою оптимізації об'єкта.

Швидкий розвиток засобів обчислювальної техніки зумовив широке впровадження методів математичного моделювання в усіх областях науки і техніки. Сьогодні практично жодне проектування, жодне наукове дослідження не обходиться без математичного моделювання. Тому дисципліни, пов'язані з математичним моделюванням тих чи інших об'єктів

і процесів, присутні в кожній сучасній технічній спеціальності, по яких ведуть навчання вищі навчальні заклади.

Лабораторні роботи дозволять студентам одержати практичні навички з математичного моделювання електротехнічних об'єктів.

## **ЗАГАЛЬНІ ВИМОГИ ТА ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ**

До виконання лабораторних робіт кожен студент повинен пройти інструктаж з техніки безпеки, про що робиться відповідний запис у журналі. *Виконання правил техніки безпеки є обов'язковим.*

Лабораторні роботи виконуються студентами індивідуально або по бригадах згідно з завданням.

Виконання лабораторних робіт передбачає попередню домашню підготовку, яка включає вивчення необхідних теоретичних відомостей та порядку виконання роботи, проведення необхідних розрахунків, побудову структурної схеми аналогової моделі, розробку алгоритму обчислень та програми і т.д. Детально зміст попередньої підготовки приводиться в описанні кожної лабораторної роботи. На початку заняття викладач перевіряє наявність попередньої теоретичної та практичної підготовки. *Непідготовлені студенти до роботи не допускаються!*

Під час лабораторної роботи студенти реалізують математичні моделі, підготовлені у вигляді схеми, програми або графіку, на аналоговій обчислювальній машині (АОМ) чи персональному комп'ютері та проводять дослідження на моделі відповідно з методичними вказівками. *Якщо при виконанні лабораторних робіт на АОМ напруга на виході підсилювачів перевищує  $\pm 10$  В або спрацьовує сигналізація несправності підсилювачів чи джерел живлення, потрібно вимкнути АОМ та звернутись до викладача!* Результати досліджень перевіряються і підписуються викладачем та додаються до одного зі звітів бригади. За результатами роботи кожним студентом оформляється звіт, який повинен містити наступні розділи:

назву роботи;

мету;

короткі теоретичні відомості, які опановано і використано під час виконання роботи;

конкретне завдання згідно варіанту та порядок виконання роботи;

результати експериментальних досліджень або методика налагодження моделі з відповідними поясненнями і аналізом.

Звіт оформляється на аркушах формату А4 з рамками. Штмп на кожному листі необов'язковий. Титульний лист містить штмп висотою 40 або 55 мм, де вказується: назва роботи; номер спеціальності, номер групи та номер лабораторної роботи; прізвище студента та викладача; дата виконання та здачі.

Усі розрахунки виконуються в одиницях системи СІ.

Елементи схем повинні зображуватись у відповідності до стандартів ЄСКД.

Координатні осі графіків повинні мати градування. При суміщенні графіків декількох функцій з одним аргументом для кожної з них проводиться своя вісь з відповідним градуванням. Розрахункові і експериментальні точки при побудові графіків вручну потрібно чітко позначати. Графіки слід будувати з використанням креслярських інструментів.

Висновки до роботи повинні відображати аналіз результатів досліджень.

Звіт з роботи подається викладачу на перевірку перед наступним заняттям. Якщо робота виконана з помилками, чи оформлення звіту не відповідає вимогам, він повертається для переробки. Захист звітів по лабораторних роботах може відбуватись як у процесі занять, так і на додаткових консультаціях або на спеціально відведеному занятті. Умовою для зарахування роботи є наявність вірного звіту і спроможність студента відповісти на запитання викладача по тематиці даної роботи. Якість відповіді при захисті звіту може оцінюватись викладачем по п'ятибальній системі і враховуватись під час екзамену з дисципліни.

### *Лабораторна робота № 1*

## **РОЗВ'ЯЗУЮЧИЙ ПІДСИЛЮВАЧ**

**Мета роботи:** знайомство з принципами реалізації математичних операцій в аналоговій обчислювальній техніці, вивчення роботи розв'язуючого підсилювача в режимах масштабного підсилювача, суматора та інтегратора.

### **Теоретичні положення**

В аналогових обчислювальних машинах (АОМ) для розв'язання рівнянь, що описують об'єкт моделювання, використовується *операційний принцип*, коли математична модель представляється в вигляді схеми, що складається з певним чином з'єднаних *операційних елементів* (ОЕ), кожен з яких реалізує певну математичну операцію.

На рис. 1.1 наведено типову структуру АОМ. Масштабні підсилювачі, інвертори, суматори, інтегратори та інтегрисуматори, являють собою *лінійні* операційні елементи (ЛОЕ). *Нелінійні* ОЕ (НОЕ) реалізують операції множення та ділення двох змінних, нелінійні функції одного аргументу та типові нелінійності. Декілька однотипних ОЕ зазвичай конструктивно об'єднують в операційний блок (ОБ). В склад АОМ також входять додаткові блоки – *системи обслуговування*, що забезпечують нормальне функціонування та взаємозв'язок ОБ в процесі розв'язання задачі.

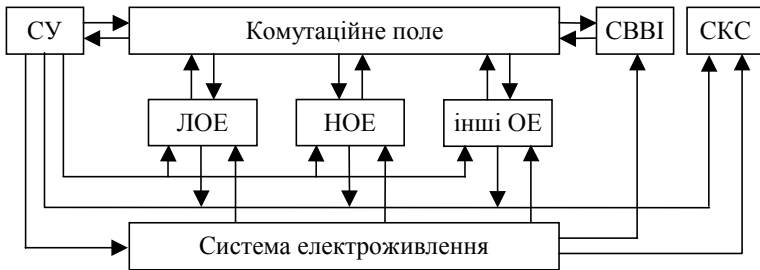


Рис. 1.1. Типова структура АОМ

До їх числа відносяться:

система управління СУ (забезпечує різні режими роботи ОБ, синхронізацію роботи окремих частин АОМ та відлік часу);

система вводу-виводу інформації СВВІ та комутації (набірне поле, датчики тестової напруги, потенціометри для установки коефіцієнтів передачі ОП та для налагодження ОБ, вимірювальні прилади);

система контролю і сигналізації СКС;

система електроживлення.

Практично всі операційні елементи та блоки аналогових обчислювальних машин побудовані на основі операційних підсилювачів (ОП), увімкнених по схемі з негативним зворотнім зв'язком по напрузі.

*Операційний підсилювач* – це підсилювач постійного струму, що характеризується рядом важливих властивостей:

1. ОП має дуже великий коефіцієнт підсилення напруги  $\mu = 10^4 - 10^8$  в широкому діапазоні частот ( $0 - 10^5$  Гц).

2. Так як діапазон вихідної напруги ОП обмежений  $-U_{\max} \leq U_{\text{вих}} \leq U_{\max}$  (для АОМ типу АВК-31  $U_{\max} = 10$  В), то напруга на вході ОП дуже мала і електричний потенціал вхідної точки (рис. 1.2) практично

співпадає з потенціалом загальної точки схеми ("землі")  $\varphi_{\text{ВХ}} = -Y_{\text{ВХ}}/\mu \rightarrow 0$ . Тому вхідну точку ОП називають "потенційно нульовою".

3. ОП має великий вхідний опір за рахунок використання у вхідному каскаді емітерного повторювача або польових транзисторів і практично не споживає струму:  $i_{\text{ВХ}} = \varphi_{\text{ВХ}}/r_{\text{ВХ}} \approx 0$ .

4. Недоліком ОП є явище дрейфу нуля (мимовільна зміна вихідної напруги при відсутності сигналу на вході). Дрейф нуля виникає в результаті зміни температури, старіння елементів, зміни напруги живлення та інших явищ, що порушують баланс в схемі, і є одним із джерел інструментальної похибки при моделюванні. Для зменшення впливу дрейфу нуля, крім різних схемних рішень, в АОМ вводять операцію "установлення нуля" перед початком моделювання.

При побудові ОЕ використовують ОП, які мають властивість інверсії (вхідна і вихідна напруги мають протилежні знаки), що полегшує організацію негативного зворотного зв'язку.

ОП з зовнішніми елементами вхідних кіл та кола зворотного зв'язку (рис. 1.2) називають *розв'язуючим підсилювачем* (РП).

Розглянемо можливості РП по реалізації математичних операцій. Для цього запишемо рівняння для даної схеми згідно законів Кірхгофа та Ома з урахуванням властивостей ОП.

Для "потенційно нульової" точки маємо  $i_0 + i_{\text{ВХ}} = i_1 + i_2 + \dots + i_i + \dots + i_n$ . Враховуючи, що  $i_{\text{ВХ}} \approx 0$  та  $\varphi_{\text{ВХ}} \approx 0$ , можемо записати

$$\frac{-U_{\text{ВХ}}}{Z_0} = \frac{U_{\text{ВХ}1}}{Z_1} + \frac{U_{\text{ВХ}2}}{Z_2} + \dots + \frac{U_{\text{ВХ}i}}{Z_i} + \dots + \frac{U_{\text{ВХ}n}}{Z_n},$$

звідки

$$\begin{aligned} U_{\text{ВХ}} &= -\left( \frac{Z_0}{Z_1} U_{\text{ВХ}1} + \frac{Z_0}{Z_2} U_{\text{ВХ}2} + \dots + \frac{Z_0}{Z_i} U_{\text{ВХ}i} + \dots + \frac{Z_0}{Z_n} U_{\text{ВХ}n} \right) = \\ &= -\sum_{i=1}^n \frac{Z_0}{Z_i} U_{\text{ВХ}i}. \end{aligned} \quad (1.1)$$

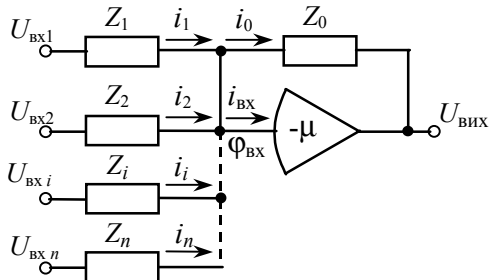


Рис. 1.2. Розв'язуючий підсилювач

В операторній формі

$$U_{\text{вих}}(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p) U_{\text{вх}i}(p), \quad (1.2)$$

де  $W_i(p) = \frac{U_{\text{вих}}(p)}{U_{\text{вх}i}(p)} = -\frac{Z_0(p)}{Z_i(p)}$  – передаточна функція РП по  $i$ -му входу.

Вхідні кола та коло зворотного зв'язку в загальному випадку представляють собою дво- або чотириполосники з активними та реактивними, лінійними чи нелінійними елементами. В залежності від цього та кількості входів РП можна одержати різні ОЕ. Розглянемо лінійні операційні елементи.

Якщо в якості  $Z_0 \dots Z_n$  в схемі (див. рис. 1.2) використати відповідно резистори  $R_0 \dots R_n$ , то будемо мати суматор, що реалізує операцію підсумовування змінних  $U_{\text{вх}1} \dots U_{\text{вх}n}$  з множенням їх на постійні коефіцієнти

$$U_{\text{вих}} = -\sum_{i=1}^n k_i U_{\text{вх}i}, \quad (1.3)$$

де  $k_i = R_0/R_i$  – коефіцієнт передачі по  $i$ -му входу.

Якщо при цьому використати лише один вхід РП (наприклад з  $R_1$ ), то матимемо масштабний підсилювач (операцію множення змінної на постійний коефіцієнт:  $U_{\text{вих}} = -k_1 U_{\text{вх}1}$ ), а при  $R_0 = R_1$  – інвертор ( $U_{\text{вих}} = -U_{\text{вх}1}$ ).

Інтегратор одержимо, якщо в коло зворотного зв'язку РП поставити конденсатор  $C$ , а на вхід – резистор  $R$ . Тоді  $Z_0 = 1/Cp$  і

$$U_{\text{вих}}(p) = -\frac{1}{RCp} U_{\text{вх}}(p) = -\frac{1}{Tp} U_{\text{вх}}(p), \quad (1.4)$$

де  $T = RC$  – постійна часу інтегрування.

В часовій області

$$U_{\text{вих}}(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t U_{\text{вх}}(t) dt + U_{C0} = -k \int_0^t U_{\text{вх}}(t) dt + U_{C0}, \quad (1.5)$$

де  $k$  – коефіцієнт передачі інтегратора;  $U_{C0} = U_{\text{вих}}(0)$  – початкові умови (напруга, до якої був заряджений конденсатор  $C$ ).

При кількох входах магімемо інтеграторумтор:

$$U_{\text{вих}}(t) = - \sum_{i=1}^n k_i \int_0^t U_{\text{вх}i}(t) dt + U_{C0} = - \int_0^t \sum_{i=1}^n k_i U_{\text{вх}i}(t) dt + U_{C0}. \quad (1.6)$$

Як бачимо, коефіцієнт передачі по тому чи іншому входу можна задати вибравши відповідне співвідношення між  $R_0$  та  $R_i$  або  $C$  та  $R_i$ . Але ряд номіналів резисторів та конденсаторів є обмеженим (особливо в універсальних АОМ). Тому, щоб задати довільний коефіцієнт, на вхід РП включають потенціометр по схемі дільника напруги (рис. 1.3), який має коефіцієнт передачі  $0 \leq \alpha_i \leq 1$ . Тоді загальний коефіцієнт передачі по входу

ду  $k_i = \alpha_i \frac{R_0}{R_i} = \alpha_i k_{\phi i}$  і регулю-

ванням потенціометра можна установити будь-який коефіцієнт у діапазоні  $k_i = 0 \dots k_{\phi i}$ . Коефіцієнт  $k_{\phi i} = R_0/R_i$  називатимемо фіксованим. В АВК-31 значення фіксованих коефіцієнтів (1, 10 та 100) указуються біля вхідних резисторів РП (додаток 1, рис. Д.2).

**Установлення довільного коефіцієнта** при прямому методі вимірювання виконують наступним чином:

1. Вибирають вхід РП з фіксованим коефіцієнтом  $k_{\phi i}$ , більшим за установлюваний ( $k_{\phi i} \geq k_i$ ), але якомога ближчим до нього. Наприклад, при  $k_i \leq 1$  краще взяти  $k_{\phi i} = 1$ .

2. На цей вхід підключають потенціометр (рис. 1.3), а на вихід РП – вольтметр по схемі прямого вимірювання ("мінус" вольтметра підключено до гнізда "земля").

3. На вхід потенціометра подають тестову напругу  $U_T \leq U_{\text{max}}/k_i$  (зручніше 1 або 10 В) і, повертаючи ручку потенціометра, установлюють на виході РП (по вольтметру) напругу  $U_{\text{вих}} = -k_i U_T$ .

Щоб підвищити точність вимірювання та установки потрібного коефіцієнта використовують *компенсаційний метод*. Для цього потрібно мати високоточний датчик тестової напруги (ДТН) з можливістю зчиту-

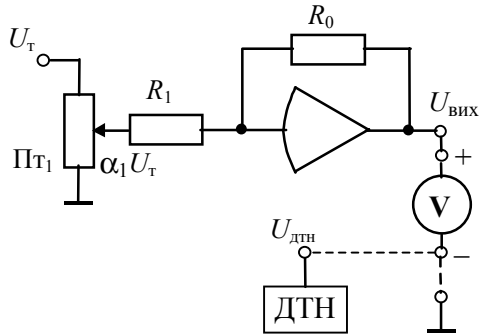


Рис. 1.3. Масштабний підсилювач з потенціометром на вході

вання значення напруги з шкали чи клавіатури та вольтметр з кількома межами виміру і нулем посередині.

Установлення коефіцієнта компенсаційним методом відрізнятиметься тим, що "мінус" вольтметра, відключивши від "землі", включають на вихід ДТН (рис. 1.3), на якому задають напругу  $U_{\text{дтн}} = -k_i U_{\text{т}}$ . З допомогою потенціометра добиваються нуля на вольтметрі, переходячи з більшої межі вимірювання на меншу (більш точну).

Якщо компенсаційним методом потрібно заміряти напругу на виході РП (результат виконання математичної операції), то нуля на вольтметрі добиваються, змінюючи напругу на ДТН. Нуль на вольтметрі відповідає умові  $U_{\text{дтн}} = U_{\text{вих}}$ . Результат зчитують з клавіатури ДТН.

При вимірюванні прямим методом абсолютна похибка вимірювання дорівнює половині ціни поділки для межі вимірювання з  $U_{\text{max}}$  і  $U_{\text{вих}}$ , а при компенсаційному методі – половині ціни поділки на найменшій межі вимірювання. Таким чином, точність підвищується на кілька порядків.

*Установлення довільного коефіцієнта на інтеграторі* (інтеграторі) має особливості, обумовлені тим, що інтеграл від постійної є лінійна функція. Таким чином, при подачі на вхід інтегратора постійної (тестової) напруги вихідна напруга буде весь час лінійно змінюватись і установити коефіцієнт буде неможливо.

Тому для установлення довільного коефіцієнту на інтеграторі потрібно в коло зворотного зв'язку замість конденсатора  $C$  тимчасово поставити резистор  $R_0$  з умовою, що  $R_0/R_i = 1/R_i C$ . Це виконується в АВК-31 автоматично завданням режиму "Нормалізація". Крім того потрібно запустити інтегратори клавішею "Пуск", оскільки, щоб не відбувалось самочинного інтегрування, у вихідному положенні ("ИП") входи інтегратора відключені. Далі установлення коефіцієнта може виконуватись прямим або компенсаційним методом аналогічно описаному вище.

В АВК-31 коефіцієнти, встановлені на інтеграторі (інтеграторі), можуть бути збільшені у 10 або 100 разів зміною конденсатора зворотного зв'язку (множник указаний біля конденсатора).

### **Попередня підготовка**

1. Необхідно вивчити основні теоретичні положення та ознайомитись з будовою і характеристиками АОМ. Короткий опис та основні технічні характеристики аналогової обчислювальної машини АВК-31 наведено в додатку 1. Більш детальну інформацію можна знайти в [1, 3, 4].

2. Побудувати принципові схеми масштабного підсилювача, суматора на два входи та інтегратора з потенціометрами на входах (де це

потрібно), які будуть реалізуватись в лабораторній роботі. Записати функції, що реалізуються кожним з операційних елементів та визначити теоретичні значення вихідної напруги, які повинні бути одержані в результаті реалізації математичних операцій на АОМ. Визначити значення  $k_{\phi}$  та  $U_T$ , необхідні для установки коефіцієнтів передачі, наведених в табл. 1.1, та теоретичні значення вихідної напруги при цьому.

Таблиця 1.1

Параметри	Варіанти відповідно до номеру бригади			
	1	2	3	4
$k_1$	0,26	2,14	0,78	4,32
$U_{\text{ВХ1}}, \text{В}$	-10	-2,5	10	1,5
$k_2$	7,5	0,3	1,2	0,4
$U_{\text{ВХ2}}, \text{В}$	0,8	10	-2,55	-10
$k, \text{с}^{-1}$	0,4	1,7	2,1	0,5
$U_{\text{ВХ}}, \text{В}$	2,3	-0,8	0,5	-2,1
$t, \text{с}$	9	6	8	7

### Порядок виконання роботи

1. Перевірити наявність зворотного зв'язку у всіх операційних підсилювачів АОМ, після чого включити машину і дати прогрітись 10–15 хвилин.

2. Вибрати один з блоків БИС (рис. Д.2) та виконати прив'язку схем досліджуваних ОЕ до машини, позначивши на схемах номери ОП та потенціометрів, які будуть використовуватись для реалізації схем. Номер складається з двох цифр (наприклад: 1.1), перша з яких означає посадочне місце блоку БИС, а друга – номер підсилювача чи потенціометра в блоці.

3. Установити нулі ОП вибраного блока, по чергово підключаючи їх виходи, що знаходяться на панелі управління в групі "Виходи усилителей" (рис. Д.3), до "+" вольтметра, включеного за схемою прямого вимірювання, та обертаючи ручки відповідних потенціометрів установки нулів на відкидній панелі (рис. Д.1). При цьому поступово переходять з більшої межі вимірювання на меншу. Точна установка нулів інтеграторів виконується в режимі інтегрування, для чого нажати кнопку "Пуск" і відповідним потенціометром домогтися, щоб стрілка вольтметра не рухалась.

4. Зібрати схему масштабного підсилювача з потенціометром на вході (рис. 1.3) на підсилювачі У1 чи У2 блока БИС і, подавши необ-

хідну тестову напругу  $U_T$  з ДТН-1, установити коефіцієнт передачі  $k_1$  (табл. 1.1), використовуючи прямий метод вимірювання. Потім, відключивши "-" вольтметра від "землі" і підключивши до нього вихід ДТН-2, заміряти вихідну напругу  $U_{\text{вих.експ.}}$  компенсаційним методом. Визначити абсолютну та відносну похибки установлення коефіцієнта прямим мето-

дом ( $\Delta = U_{\text{вих теор.}} - U_{\text{вих експ.}}$ ;  $\delta = \frac{\Delta}{U_{\text{вих теор.}}} \cdot 100\%$ ). Підстроїти коефіці-

єнт, використовуючи компенсаційний метод установки коефіцієнта.

5. Задати з ДТН-1 напругу  $U_{\text{вх1}}$  (див. табл. 1.1) та заміряти компенсаційним методом напругу  $U_{\text{вих.експ.}}$  на виході масштабного підсилювача. Порівняти її з теоретичним значенням та визначити похибку множення на постійний коефіцієнт аналогічно попередньому пункту. Відключити ДТН-1.

6. Побудувати суматор, підключивши до масштабного підсилювача ще один вхід і встановивши коефіцієнт передачі по ньому  $k_2$  (див. табл. 1.1) компенсаційним методом. Подати на входи напруги  $U_{\text{вх1}}$  і  $U_{\text{вх2}}$  від ДТН-1 та гнізд опорної напруги  $\pm 10$  В на блоці управління БУ (рис. Д.4). Виміряти напругу  $U_{\text{вих.експ}}$  на виході суматора компенсаційним методом. Порівняти її з теоретичною та визначити похибку операції підсумовування.

7. Зібрати схему інтегратора з потенціометром на вході, використовуючи підсилювач У3 чи У4 блока БИС. Задати коефіцієнт передачі інтегратора  $k$  (див. табл. 1.1) компенсаційним методом. Подати на вхід напругу  $U_{\text{вх}}$ . Кнопкою "Пуск" включити режим інтегрування, а через час  $t$  зупинити інтегратори кнопкою "Останов" або програмно з допомогою лічильника часу. Заміряти вихідну напругу  $U_{\text{вих.експ}}$  та порівняти її з теоретичним значенням. Визначити абсолютну та відносну похибки.

### **Зміст звіту по лабораторній роботі**

В звіті необхідно привести: опис виконання роботи; принципові схеми ОЕ, що досліджуються, з вказаними на них номерами РП та потенціометрів, що використовуються, значеннями фіксованих коефіцієнтів передачі по входах, вхідними та вихідними змінними; рівняння, що реалізуються схемами; значення тестових напруг, що використовувались для установлення коефіцієнтів передачі по входах; значення вхідних напруг; розраховані теоретичні та експериментально одержані значення вихідних напруг; значення абсолютних та відносних похибок; висновки.

## Контрольні запитання

1. В чому полягає операційний принцип побудови моделі?
2. Що таке "дрейф нуля", які його причини та як позбавитись його впливу на результат?
3. Назвати основні властивості операційного підсилювача.
4. Як встановити довільний коефіцієнт передачі розв'язуючого підсилювача? Як зробити це компенсаційним методом?
5. Які особливості має установка коефіцієнта передачі інтегратора?

## Лабораторна робота № 2

### МОДЕЛЮВАННЯ НА АОМ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

**Мета роботи:** засвоєння методики побудови математичної моделі електричного кола та підготовки її до реалізації на АОМ. Отримання практичних навичок моделювання на АОМ перехідних процесів в електричних колах.

#### Теоретичні положення

Перехідні процеси в електричних колах з зосередженими параметрами описуються системами звичайних диференціальних рівнянь, які складаються на основі законів електротехніки та методів розрахунку електричних кіл.

Звичайним диференціальним рівнянням  $n$ -го порядку називають рівняння виду

$$F(y, y', y'', \dots, y^{(n)}, x) = 0, \quad (2.1)$$

що містить невідому функцію  $y$  аргументу  $x$  та її похідні  $y^{(k)} = d^k y / dx^k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ). Така форма запису рівняння називається неявною.

При описанні перехідних процесів незалежним аргументом є час  $t$  ( $x$  і  $y$  є функціями часу). В цьому випадку рівняння (2.1) матиме вигляд

$$F(y, y', y'', \dots, y^{(n)}, t, x, x', x'', \dots, x^{(m)}) = 0, \quad (2.2)$$

де  $x(t)$  – вхідна змінна, яку ще називають зовнішнім впливом;  $y(t)$  – вихідна змінна;  $y^{(k)} = d^k y / dt^k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ );  $x^{(i)} = d^i x / dt^i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ).

Вхідних змінних може бути декілька і вони можуть бути константами.

Якщо процеси в об'єкті, в тому числі і в електричному колі, описуються лінійними диференціальними рівняннями, то такий об'єкт назива-

ють лінійним. Диференціальне рівняння вважається лінійним, якщо воно лінійне відносно шуканої функції, вхідних впливів та їх похідних. В явній формі запису таке рівняння має вид

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 y' + a_0 y = b_m x^{(m)} + b_{m-1} x^{(m-1)} + \dots + b_1 x' + b_0 x. \quad (2.3)$$

Динаміка лінійних об'єктів може бути описана також з допомогою передаточних функцій. Від передаточної функції завжди можна перейти до рівняння виду (2.3) і навпаки.

Розв'язання рівняння (2.3) полягає в знаходженні функції  $y(x, t)$  при заданих початкових умовах і називається *задачею Коші*.

Процес моделювання на АОМ об'єктів, що описуються диференціальними рівняннями, включає наступні основні етапи [1,2,3]:

1. Постановка задачі моделювання (вивчення об'єкта, прийняття можливих допущень, складання програми дослідження, вироблення вимог до точності і форми видачі результатів, визначення початкових даних).

2. Побудова математичної моделі (системи рівнянь, що описує об'єкт).

3. Приведення рівнянь до виду, зручного для моделювання.

4. Перехід до машинних змінних, одержання машинних рівнянь і побудова структурної схеми аналогової моделі

5. Визначення масштабів та розрахунок коефіцієнтів передачі розв'язуючих підсилювачів.

6. Набір і налагодження моделі на АОМ.

7. Пробне рішення (на підставі пробних рішень змінюються масштаби змінних, коефіцієнти і схема моделі, аж до зміни постановки задачі).

8. Виконання програми досліджень.

9. Аналіз результатів та висновки.

Розглянемо етапи підготовки математичної моделі до реалізації на АОМ на прикладі моделювання динаміки об'єкта, що описується звичайним лінійним диференціальним рівнянням другого порядку з постійними коефіцієнтами виду

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = x(t), \quad (2.4)$$

де  $x(t)$  – вхідна величина;  $a_0, a_1, a_2$  – постійні коефіцієнти.

Таким об'єктом може бути, наприклад, послідовний коливальний контур, що наведений на рис. 2.1 і, відповідно до другого закону Кірхгофа, описується диференціальним рівнянням

$$L \frac{di}{dt} + R \cdot i + \frac{1}{C} \int_0^t i \cdot dt = E. \quad (2.5)$$

Враховуючи, що  $i = dq/dt$ , його можна записати у вигляді

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = E, \quad (2.6)$$

де  $q$  – електричний заряд.

Оскільки дослідника, як правило, цікавить не заряд, а струм, то у більшості випадків користуються рівнянням (2.5).

Приведення математичного описання до *виду, зручного для моделювання* при аналоговому моделюванні зводиться до розв'язання диференціальних рівнянь відносно старших похідних з наступним використанням при побудові моделі метода зниження порядку похідної [1,2] або переходу до системи рівнянь першого порядку у нормальній формі Коші (розв'язаних відносно похідних). Перехід до форми Коші є більш доцільним, оскільки вона є універсальною (використовується і при чисельному моделюванні) та спрощує масштабування змінних.

Привівши рівняння (2.5) до форми Коші і виділивши при цьому таку важливу схемотехнічну величину, як напруга на конденсаторі, матимемо

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = L^{-1}(E - u_c - R \cdot i); \\ \frac{du_c}{dt} = \frac{1}{C} \cdot i. \end{cases} \quad (2.7)$$

В АОМ всі залежні змінні (струми, напруги, заряди і т.д.) представляються у вигляді напруги, вимірюються у вольтах і називаються *машинними змінними*, які прийнято позначати рискою зверху. Значення машинних змінних обмежене (для АВК-31  $\bar{U}_{\max} = \pm 10$  В), тому при пе-

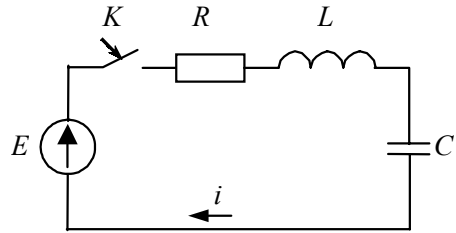


Рис. 2.1. Схема коливального контуру

реході до машинних змінних потрібно вводити *масштаби*. При цьому реальна змінна представляється її машинним значенням помноженим на відповідний масштаб:  $x = m_x \cdot \bar{x}$ . Масштаб, як постійна, може виноситись за знаки диференціала та інтеграла. Після переходу до машинних змінних матимемо

$$\begin{cases} \frac{m_i \cdot d\bar{i}}{m_i \cdot d\tau} = \frac{m_e}{L} \bar{E} - \frac{m_u}{L} \bar{u}_c - \frac{m_i \cdot R}{L} \bar{i}; \\ \frac{m_u \cdot d\bar{u}_c}{m_i \cdot d\tau} = \frac{m_i}{C} \cdot \bar{i}, \end{cases} \quad (2.8)$$

де  $\tau$  – машинний час.

Позбувшись масштабів у лівих частинах рівнянь та представивши вирази, що об'єднують постійні величини, у вигляді коефіцієнтів, одержимо систему *рівнянь у машинному вигляді*

$$\begin{cases} \frac{d\bar{i}}{d\tau} = k_1 \bar{E} - k_2 \bar{u}_c - k_3 \bar{i}; \\ \frac{d\bar{u}_c}{d\tau} = k_4 \bar{i}, \end{cases} \quad (2.9)$$

де  $k_1 = \frac{m_t \cdot m_e}{m_i \cdot L}$ ;  $k_2 = \frac{m_t \cdot m_u}{m_i \cdot L}$ ;  $k_3 = \frac{m_t \cdot R}{L}$ ;  $k_4 = \frac{m_t \cdot m_i}{m_u \cdot C}$ .

Структурна схема аналогової моделі, побудована по рівняннях (2.9) при нульових початкових умовах ( $i(0) = 0$ ;  $u_c(0) = 0$ ) приведена на рис. 2.2.

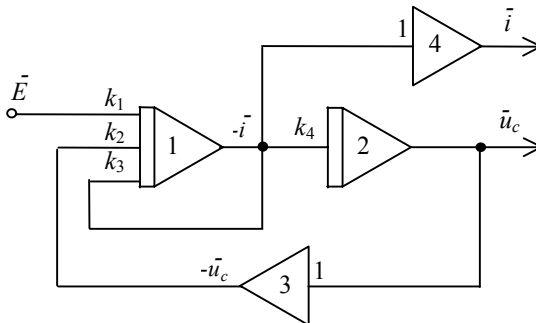


Рис. 2.2. Структурна схема аналогової моделі

Для розрахунку значень коефіцієнтів передачі розв'язуючих підсилювачів потрібно знайти чисельні значення масштабів для змінних.

Значення масштабу по деякій змінній  $x$  визначають з умови

$$m_x \geq \frac{X_{\max}}{U_{\max}}, \quad (2.10)$$

де  $X_{\max}$  – максимальне значення реальної змінної. Знак  $>$  відповідає округленню до найближчого більшого значення, зручного для виконання розрахунків. Масштаб має розмірність  $[m_x] = \frac{[x]}{\bar{B}}$ , де  $\bar{B}$  – машинний вольт. При моделюванні процесів в електричних колах, як правило, масштаби для струмів у різних гілках кола та масштаби для ЕРС і напруг у різних точках кола беруть однаковими.

Максимальні значення реальних змінних визначають, виходячи з граничних, найбільш жорстких режимів. Наприклад, для наведеної схеми коливального контуру (див. рис. 2.1) при  $R = 0$  максимальне значення

напруги  $u_{\max} = 2E$ , а максимальне значення струму  $i_{\max} = E \sqrt{\frac{C}{L}}$ . Таким

чином,  $m_u = m_e = \frac{u_{\max}}{10} \text{В}/\bar{B}$ ,  $m_i = \frac{i_{\max}}{10} \text{А}/\bar{B}$ . У випадку складних об'єктів,

коли неможливо або важко визначити точно максимальні значення реальних змінних, їх визначають орієнтовно (з запасом), а потім уточнюють після контрольного рішення задачі.

Для полегшення фіксації результатів моделювання, зменшення затрат часу та підвищення точності вводять масштаб по часу  $m_t = t/\tau$ , уповільнюючи або прискорюючи процес в моделі.

При періодичному коливальному процесі масштаб визначається як  $m_t = \bar{f} / f_{\max}$ , де  $f_{\max}$  – реальна максимальна частота коливань у колі. Оскільки у нашому випадку маємо один коливальний контур, а ЕРС –

постійна, то  $f_{\max} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}$ . Машинну частоту  $\bar{f}$  краще взяти в діапазоні  $0,1 \dots 1$  Гц, це забезпечить зручність спостереження та фіксації результатів і придатні значення коефіцієнтів передачі РП. Якщо при реалізації моделі передбачається обчислення похідної будь-якого порядку від тієї чи іншої масштабованої змінної синусоїдальної форми, то потрібно

взяти значення кутової машинної частоти  $\bar{\omega} = 2\pi f \leq 1$ , якщо передбачається обчислення інтегралу, то  $\bar{\omega} \geq 1$ . При не синусоїдальному характері величин похідні та інтеграли краще представити у вигляді окремих масштабованих змінних і визначити їх максимальні значення та масштаби.

### Постановка задачі та попередня підготовка

В задачу лабораторної роботи входить побудова аналогової моделі коливального контуру, приведеного на рис. 2.1, та дослідження на ній перехідних процесів при замиканні ключа  $K$ . В результаті моделювання потрібно одержати залежності:  $u_c(i)$ ,  $i(t)$  та  $u_c(t)$  при заданому опорі резистора  $R$  (табл. 2.1) та при  $R = 0$ .

Таблиця 2.1

Параметри	Варіанти				
	1	2	3	4	5
$E$ , В	500	15	220	10	400
$R$ , Ом	200	150	100	250	100
$L$ , Гн	0,4	0,02	0,1	0,05	0,2
$C$ , мкФ	2	0,1	3	0,01	10

Вдома студенти повинні для електричного кола (рис. 2.1) з заданими параметрами (табл.2.1) скласти математичну модель, привести рівняння до виду, зручного для моделювання, виконати масштабування змінних, перейти до машинних рівнянь, побудувати структурну схему аналогової моделі та розрахувати коефіцієнти передачі. Масштаб по часу потрібно взяти виходячи з наведених вище рекомендацій і таким, щоб значення коефіцієнтів передачі знаходились в діапазоні  $0,1 \dots 10$ .

### Порядок виконання роботи

1. Вибрати на АОМ операційні підсилювачі, що будуть використовуватися для моделювання, та встановити нулі на їх виходах. Підключити до операційних підсилювачів вхідні елементи та кола зворотного зв'язку, необхідні для встановлення одержаних коефіцієнтів передачі. Нанести на підготовлену схему аналогової моделі номери операційних підсилювачів та номери потенціометрів.

2. Встановити коефіцієнти передачі операційних підсилювачів.

3. Зібрати схему аналогової моделі.

4. Подати сигнал  $i(t)$  або  $u_c(t)$  на вхід вольтметра та, запустивши

інтегратори кнопкою "Пуск", переконатися у працездатності моделі (стрілка вольтметра повинна періодично коливатись, не виходячи за межі  $\pm 10$  В), після чого повернути модель у вихідне положення кнопкою "ИП".

5. Увімкнути осцилограф. З'єднати гнізда "земля" осцилографа та АОМ. Вимкнувши розгортку по часу, ручками "Зміщення" по  $X$  та  $Y$  установити промінь в центр екрану. Подаючи по чергово опорну напругу 10 В з АОМ на входи  $X$  та  $Y$  осцилографа, ручками "Масштаб" по  $X$  та  $Y$  виконати калібрування осцилографа, відхиливши промінь в кінець масштабної сітки. Подати на  $X$  сигнал по  $i$ , а на  $Y$  (вх.1) – сигнал по  $u_c$ .

6. Запустити АОМ кнопкою "Пуск" та зняти осцилограму  $u_c(i)$ . Повторити моделювання, відключивши в моделі вхід операційного підсилювача з коефіцієнтом, що враховує опір резистора  $R$  коливального контуру (це відповідатиме  $R = 0$ ).

7. Увімкнути розгортку по часу на осцилографі. Масштабом по  $X$  розгорнути осцилограму та вибрати бажану швидкість розгортки.

8. Подати на входи  $Y$  (вх.1 та вх.2) осцилографа сигнали  $i$  та  $u_c$  і включити "Комутатор". Зняти осцилограми  $i(t)$  та  $u_c(t)$  для ідеального коливального контуру ( $R = 0$ ) та при наявності  $R$ .

### Зміст звіту по лабораторній роботі

В звіт необхідно включити: схему об'єкту моделювання, його математичне описання, результати домашньої підготовки, одержані осцилограми, перераховані через масштаби до реальних значень величин, висновки.

### Контрольні запитання

1. В чому полягає метод зниження порядку похідної?
2. Яка мета операції масштабування змінних?
3. Як привести диференціальне рівняння до виду, зручного для моделювання?

4. Поставити у відповідність точки графіків  $u_c(i)$  та  $i(t)$ .

5. Довести, що для схеми (рис. 2.1) при  $R = 0$ :  $i_{\max} = E \sqrt{\frac{C}{L}}$ ;  $u_{\max} = 2E$ .

6. Побудувати схему аналогової моделі об'єкта, що описується диференціальним рівнянням  $2y'' + 4y' + 6y = 2x$  при початкових умовах:  $y''(0) = 0$ ;  $y'(0) = 3$ ;  $y(0) = -5$ .

## МОДЕЛЮВАННЯ ТИПОВИХ НЕЛІНІЙНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ

**Мета роботи:** Засвоєння методики реалізації на АОМ та настройки схем типових нелінійних залежностей САР та дослідження їх властивостей.

### Теоретичні положення

Схеми, що реалізують ті чи інші нелінійні залежності, будуються на основі операційних підсилювачів, на вхід чи в зворотний зв'язок яких включаються елементи з нелінійною вольт-амперною  $i_{\text{вих}} = f(U_{\text{вх}})$  або амплітудною  $U_{\text{вих}} = f(U_{\text{вх}})$  характеристикою. Такий підсилювач називається *нелінійним розв'язуючим підсилювачем* (НРП).

В якості нелінійних елементів найчастіше використовують діоди та діодні схеми. Типові вузли з діодами, що використовуються в нелінійних розв'язуючих підсилювачах АОМ, називають *типовими діодними ланками* (рос. – "диодная ячейка") [1,4,5]. Розрізняють *потенціальні* (рис. 3.1) та *струмові* (рис. 3.2) діодні ланки (ДЛ). Струмові ДЛ ще називають елементами з потенціально-заземленими діодами, оскільки діод при побудові НРП вихідним полюсом підключається до "потенціально-нульової" точки розв'язуючого підсилювача.

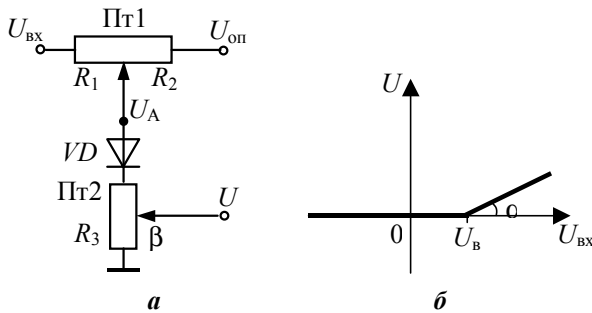


Рис. 3.1. Потенціальна діодна ланка (а) та її амплітудна характеристика (б)

Дія діодних ланок основана на врівноваженні підведеної до них напруги  $U_{\text{вх}}$  за допомогою опорної напруги  $U_{\text{оп}}$ . Знак  $U_{\text{оп}}$  залежить від полярності включення діода. В АОМ використовують ДЛ, в яких діоди пра-

цюють на відкриття діода. В таких ДЛ  $U_{\text{оп}}$  служить для запирання діода  $VD$  і в схемах на рис. 3.1 і 3.2  $U_{\text{оп}} < 0$ .

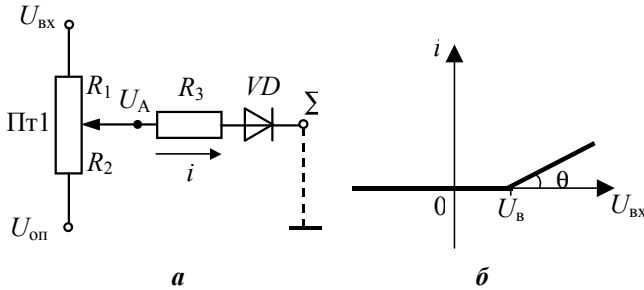


Рис. 3.2. Струмова діодна ланка (а) та її вольт-амперна характеристика (б)

Стан діода  $VD$  ("закрито" чи "відкрито") залежить від значення напруги  $U_A$ , яка визначається виразом

$$U_A = \frac{(U_{\text{вх}} R_2 + U_{\text{оп}} R_1)(R_3 + r_d)}{R_1 R_2 + (R_3 + r_d)(R_1 + R_2)}, \quad (3.1)$$

де  $r_d$  – опір діода.

Для простоти будемо вважати, що діоди мають ідеальні характеристики (у відкритому стані  $r_d = 0$ , у закритому стані  $r_d = \infty$ , відкриття діода відбувається при  $U_A = 0$ ). Тоді вхідна напруга, при якій відкривається діод, (напруга відкриття) визначиться з (3.1) як

$$U_B = -U_{\text{оп}} \frac{R_1}{R_2}. \quad (3.2)$$

Напруга відкриття завжди протилежна по знаку опорній нарузі. На рис. 3.1 і 3.2 напруга  $U_B > 0$ . При  $U_{\text{вх}} < U_B$  діод  $VD$  закритий і сигнал на виході діодної ланки відсутній. При  $U_{\text{вх}} > U_B$  діод  $VD$  відкритий і напруга на виході потенціальної ДЛ

$$U = \beta U_A = \beta \cdot \frac{\left( U_{\text{вх}} + U_{\text{оп}} \frac{R_1}{R_2} \right) R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = k_{\text{п}} (U_{\text{вх}} - U_B), \quad (3.3)$$

де  $\beta$  – коефіцієнт передачі потенціометра Пт2;  $k_{\Pi} = \frac{\beta}{\frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{R_3} + 1}$  – ко-

ефіцієнт передачі потенціальної ДЛ.

Струм на виході струмової ДЛ при відкритому діоді  $VD$

$$i = \frac{U_A}{R_3} = \frac{\left( U_{\text{вх}} + U_{\text{оп}} \frac{R_1}{R_2} \right) R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = k_c (U_{\text{вх}} - U_B), \quad (3.4)$$

де  $k_c = \frac{1}{R_1 + R_3 \left( \frac{R_1}{R_2} + 1 \right)}$  – коефіцієнт передачі струмової ДЛ, [См].

В результаті одержимо відповідно амплітудну та вольт-амперну характеристики, представлені на рис. 3.1,б та 3.2,б. Кути нахилу характеристик можна визначити відповідно як  $\alpha = \text{arctg } k_{\Pi}$ ,  $\theta = \text{arctg } k_c$ . Якщо змінити знак опорної напруги і полярність підключення діоду  $VD$  на протилежні, то одержимо характеристики в III квадранті. Для одержання характеристик в II та IV квадрантах необхідно на вхід ДЛ підключити інвертор.

В струмовій ДЛ може бути відсутній резистор  $R_3$ . Тоді при відкритому діоді  $U_A \approx 0$  і  $k_c = 1/R_1$ .

В зв'язку з тим, що співвідношення  $R_1/R_2$  впливає як на напругу відкриття діода, так і на крутизну характеристики, то *настроювання ДЛ виконують таким чином*: спочатку потенціометром Пт1 задають момент відкриття діода, а потім за допомогою відповідно потенціометра Пт2 або резистора  $R_3$  встановлюють кут нахилу характеристики. Для зменшення впливу опору потенціометра Пт1 на коефіцієнт передачі його потрібно взяти низькоомним, але при цьому слід враховувати вихідну потужність джерел опорної та вхідної напруги, щоб уникнути їх перевантаження.

Розглянемо як, використовуючи операційні підсилювачі з діодами та діодними ланками, можна реалізувати типові нелінійні залежності систем автоматичного регулювання. При побудові НРП потрібно враховувати інверсну дію операційного підсилювача. Схеми реалізації та графіки

типових нелінійних залежностей САР приведено на рис. 3.3. Слід вказати, що існує ряд інших схем, які реалізують ті ж залежності.

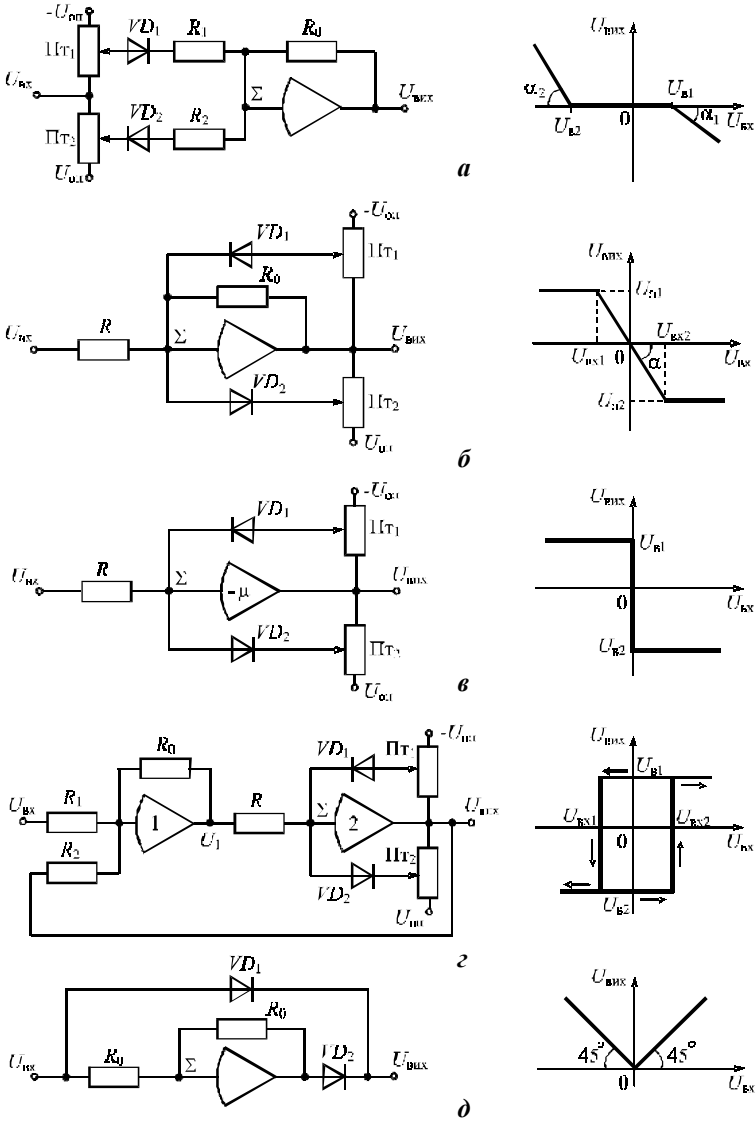


Рис. 3.3. Схеми реалізації та графіки типових нелінійних залежностей САР:

**а** – зона нечутливості; **б** – обмеження амплітуди; **в** – сухе тертя; **з** – релейна характеристика з гістерезисом; **д** – виділення модуля величини

Для настроювання схем та візуального контролю необхідно підключити вольтметри, осцилограф та джерело вхідної напруги ДН відповідно до рис. 3.4.

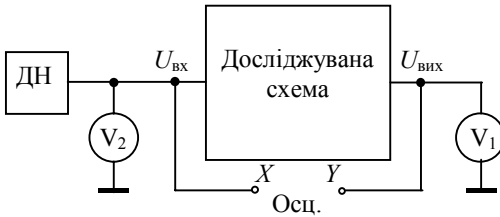


Рис. 3.4. Схема підключення приладів та джерела вхідної напруги

Для відтворення зони нечутливості (рис. 3.3,а) використано дві струмові ДЛ, включені на вхід операційного підсилювача. Джерело напруги  $\pm U_{\text{оп}}$  служить для запирання діодів  $VD_1$  і  $VD_2$ . Значення напруги відкриття діодів ( $U_{B1} > 0$ ,  $U_{B2} < 0$ ) визначаються

положенням движків потенціометрів Пт1 і Пт2. При  $U_{B1} > U_{\text{вх}} > U_{B2}$  обидва діоди закриті і  $U_{\text{вих}} = 0$ . При  $U_{\text{вх}} > U_{B1}$  відкривається діод  $VD_1$  і, враховуючи, що  $R_1 \gg R_{\text{Пт1}}$ , маємо масштабний підсилювач з коефіцієнтом передачі  $k_1 \approx R_0/R_1$ . Напруга на виході при цьому змінюється по закону  $U_{\text{вих}} = -k_1(U_{\text{вх}} - U_{B1})$ , а кут нахилу характеристики  $\alpha_1 = \arctg k_1$ . При  $U_{\text{вх}} < U_{B2}$  відкритим є діод  $VD_2$ . Тоді  $U_{\text{вих}} = -k_2(U_{\text{вх}} - U_{B2})$ , де  $k_2 \approx R_0/R_2$ . Кут нахилу амплітудної характеристики  $\alpha_2 = \arctg k_2$ .

Особливістю даної схеми є низький вхідний опір, так як потенціометри, зазвичай, беруться низькоомними для зниження їх впливу на коефіцієнт передачі.

*Настройку схеми виконують наступним чином:*

1) движки потенціометрів установити в крайнє положення, яке відповідає подачі опорної напруги безпосередньо на діоди. Тоді при будь-якому значенні вхідної напруги маємо  $U_{\text{вих}} = 0$ ;

2) подати на вхід напругу  $U_{\text{вх}} = U_{B1}$  і обертанням движка потенціометра Пт<sub>1</sub> установити момент відкриття діода  $VD_1$ , що відповідатиме відхиленню стрілки вольтметра  $V_1$  (див. рис. 3.4) на виході схеми від нульового положення;

3) подати на вхід  $U_{\text{вх}} = U_{B2}$  і аналогічно установити момент відкриття діода  $VD_2$  потенціометром Пт2.

Для завдання довільних коефіцієнтів передачі  $k_1$  та  $k_2$  можна використати потенціальні ДЛ, що відповідатиме включенню в схемі (рис. 3.3,а) між діодами та резисторами  $R_1$  і  $R_2$  додаткових потенціометрів по схемі дільника напруги.

*Обмеження по амплітуді (по величині)* має місце в пристроях захисту, автоматичного регулювання підсилення та ін. Для реалізації

цієї функції в коло зворотного зв'язку масштабного підсилювача включено дві струмові ДЛ (рис. 3.3,б). Моменти відкривання діодів задаються потенціометрами Пт1 і Пт2. До тих пір, поки напруга на виході  $U_{в1} > U_{вих} > U_{в2}$ , обидва діоди закриті і схема працює в режимі масштабного підсилювача:  $U_{вих} = -kU_{вх}$ , де  $k = R_0/R$ . Коли напруга на виході досягає  $U_{вих} = U_{в1}$ , то відкривається діод  $VD_1$ . При цьому, нехтуючи опором відкритого діода і враховуючи знаки опорної і вхідної напруги, для "потенціально-нульової" точки  $\Sigma$  по першому закону Кірхгофа можна записати

$$\frac{(R_0 + R_1)U_{вих}}{R_0R_1} = \frac{U_{оп}}{R_2} + \frac{U_{вх}}{R}, \quad (3.5)$$

де  $R_1$  і  $R_2$  – опори частин потенціометра Пт1 аналогічно рис. 3.1.

Звідси будемо мати

$$U_{вих} = \frac{R_0R_1}{(R_0 + R_1)R_2}U_{оп} + \frac{R_0R_1}{(R_0 + R_1)R}U_{вх}. \quad (3.6)$$

Якщо потенціометри низькоомні, то  $R_1 \ll R_0$  і  $R_1 \ll R$ . Це значить, що в діапазоні  $U_{вх} \leq U_{вх1}$  коефіцієнт передачі знижується практично до нуля і  $U_{вих} = U_{оп}R_1/R_2 = U_{в1} = \text{const}$ . В реальності за рахунок опору діода та потенціометра ділянка характеристики в зоні обмеження може мати деякий кут нахилу. Така характеристика точніше відповідає елементам з режимом насичення.

Аналогічна дія схеми і в діапазоні  $U_{вх} \geq U_{вх2}$ , де відкритим є діод  $VD_2$ .

*Настройку схеми* виконують наступним чином:

1) потенціометри Пт1 і Пт2 встановлюють в таке положення, при якому опорна напруга подається безпосередньо на діоди. Діоди закриті при будь-якому  $U_{вих}$  і схема працює в режимі масштабного підсилювача (вихідна напруга зростає при збільшенні вхідної напруги);

2) для встановлення напруги обмеження  $U_{в1}$  на вхід схеми подають напругу  $U_{вх}$ , при якій  $U_{вих} > U_{в1}$ . Обертаючи движок потенціометра Пт1 добиваються на виході  $U_{вих} = U_{в1}$ ;

3) аналогічно встановлюють напругу обмеження  $U_{в2}$ .

Потрібний коефіцієнт передачі  $k$  задають, змінюючи співвідношення  $R_0/R$ , а при необхідності на вхід схеми включають потенціометр.

Схему (рис. 3.3,в), що реалізує характеристику *сухого тертя*, одержимо, якщо в попередній схемі вилучити резистор  $R_0$ , що рівнозначно  $R_0 = \infty$  і  $k \rightarrow \infty$ . У результаті при подачі будь-якої (навіть незначної) напруги на вхід схема миттєво виходитиме у режим обмеження. При  $U_{\text{вх}} < 0$  матимемо  $U_{\text{вих}} = U_{\text{в1}}$ , а при  $U_{\text{вх}} > 0$  напруга на виході  $U_{\text{вих}} = U_{\text{в2}}$ . Таким чином, схема реагує на зміну знаку вхідної напруги. Її ще називають релейною безконтактною схемою.

*Гістерезисні характеристики* відтворюються схемою, приведеною на рис. 3.3,г. В цій схемі два підсилювачі, один з яких реалізує попередню функцію (рис. 3.3,в), а інший є суматором, охоплені позитивним зворотним зв'язком. У результаті схема має два стійких стани: один при відкритому діоді  $VD_1$  ( $U_{\text{вих}} = U_{\text{в1}}$ ), інший – при відкритому діоді  $VD_2$  ( $U_{\text{вих}} = U_{\text{в2}}$ ), причому один з цих станів встановлюється відразу після вмикання схеми внаслідок існуючих флуктуацій напруги.

Оскільки частина схеми на підсилювачі 2 реагує на зміну знаку напруги  $U_1$ , то перехід з одного стійкого стану в інший відбувається при

$$U_1 = -\left(\frac{R_0}{R_1}U_{\text{вх}} + \frac{R_0}{R_2}\right) = -(k_1U_{\text{вх}} + k_2U_{\text{вих}}) = 0. \quad (3.7)$$

Звідси випливає, що в момент переходу вхідна напруга протилежна по знаку вихідній і визначається співвідношенням

$$U_{\text{вх}} = -\frac{k_2}{k_1}U_{\text{вих}} = -\frac{R_1}{R_2}U_{\text{вих}}. \quad (3.8)$$

Таким чином, ширина петлі гістерезиса залежить від співвідношення опорів  $R_1$  і  $R_2$ :  $U_{\text{вх1}} = -\frac{k_2}{k_1}U_{\text{в1}} = -\frac{R_1}{R_2}U_{\text{в1}}$ ;  $U_{\text{вх2}} = -\frac{k_2}{k_1}U_{\text{в2}} = -\frac{R_1}{R_2}U_{\text{в2}}$ .

Для виділення модуля величини можна використати схему на рис. 3.3,д. При позитивній полярності вхідного сигналу діод  $VD_1$  відкритий і  $U_{\text{вих}} = U_{\text{вх}}$ . Діод  $VD_2$  при цьому запертий негативною вихідною напругою підсилювача. При  $U_{\text{вх}} < 0$  діод  $VD_1$  закритий, а діод  $VD_2$  відкритий позитивною напругою на виході підсилювача. Оскільки коефіцієнт передачі підсилювача дорівнює одиниці, то і  $U_{\text{вих}} = -U_{\text{вх}}$ . Таким чином,  $U_{\text{вих}} = |U_{\text{вх}}|$ .

### Постановка задачі та попередня підготовка

В задачу лабораторної роботи входить реалізація усіх схем, приведених на рис. 3.3, та одержання їх амплітудних характеристик  $U_{\text{вих}}(U_{\text{вх}})$ .

Вдома потрібно вивчити принципи дії та порядок настроювання схем типових нелінійних залежностей (див. рис. 3.3).

### Порядок виконання роботи

1. При реалізації схем на АВК-31 слід користуватись наступними рекомендаціями:

в схемах використовувати операційні підсилювачі У1 та У2 та потенціометри Пт5, Пт6 блоків БИС;

використовувати діоди Д1 – Д12 блоку управління БУ, причому *сигнал з движка потенціометра обов'язково подавати на гніздо зеленого кольору*;

в якості входних опорів  $R_1, R_2, R$  взяти резистори  $R_1 - R_6$  блоку управління БУ з номерами відповідно табл. 3.1;

для реалізації схеми виділення модуля (див. рис. 3.3, *д*) використати розв'язуючий підсилювач з фіксованим коефіцієнтом  $k_\phi = 1$  (інвертор).

Таблиця 3.1

Параметри	Варіанти				
	1	2	3	4	5
$U_{в1}, В$	5	4	3	6	4
$U_{в2}, В$	-3	-5	-6	-4	-3
$R_1$	$R1$	$R3$	$R4$	$R5$	$R6$
$R_2$	$R2$	$R2$	$R5$	$R6$	$R3$
$R$	$R6$	$R1$	$R2$	$R1$	$R5$

2. При виключеній АОМ зібрати схему зони нечутливості (див. рис. 3.3, *а*).

3. Перевірити наявність зворотного зв'язку у всіх операційних підсилювачів АОМ та включити живлення.

4. Увімкнути осцилограф. З'єднати гнізда "земля" осцилографа та АОМ. Вимкнувши розгортку по часу, ручками "Зміщення" по  $X$  та  $Y$  установити промінь в центр екрану. Подаючи напругу 10 В з АОМ на входи  $X$  та  $Y$ , ручками "Масштаб" по  $X$  та  $Y$  виконати калібрування осцилографа.

5. Підключити вимірювальні прилади згідно з рис. 3.4. Оскільки в АВК-31 вольтметр один, то його слід включити на вихід схеми, а напругу на вхід подавати з датчика тестових напруг ДТН-1.

6. Налаштувати схему згідно з параметрами, заданими в табл. 3.1 та рекомендаціями, даними в теоретичній частині.

7. Змінюючи вхідну напругу в діапазоні  $\pm 10\text{В}$ , одержати на екрані осцилографа характеристику "вхід – вихід" та зарисувати її на міліметровку. Для плавного регулювання вхідної напруги можна замість ДТН-1 включити потенціометр по схемі дільника напруги (Пт1 – Пт4), на вхід якого подано опорну напругу  $\pm 10\text{ В}$  з блока БУ.

8. Аналогічно реалізувати всі інші типи нелінійні залежності, представлені на рис. 3.3 та дослідити їх.

9. По характеристиках схем рис. 3.3,а та б визначити коефіцієнти передачі  $k_1$ ,  $k_2$  та  $k$  і розрахувати значення опорів  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R$ , знаючи, що  $R_0 = 40\text{ кОм}$ . По характеристиці схеми 3.3,г визначити співвідношення  $R_1/R_2$  та порівняти його з розрахованим по отриманих значеннях опорів.

### **Зміст звіту по лабораторній роботі**

В звіт необхідно включити: схеми, що досліджуються, вказавши номінали елементів схем та номери використаних підсилювачів; схему підключення контрольно-вимірювальних приладів та джерела вхідної напруги; описання порядку виконання роботи та налаштування схем; одержані характеристики "вхід – вихід"; розрахунки; висновки.

### **Контрольні запитання**

1. Роз'яснити принцип дії потенціальної діодної ланки.
2. Як зміниться характеристика зони нечутливості, якщо в схемі збільшити опір резистора  $R_0$  в два рази?
3. Як встановити задані напруги обмеження в схемі на рис. 3.3,в?
4. Як зміниться характеристика, якщо в схемі (рис. 3.3,г) в коло зворотного зв'язку підсилювача 2 включити резистор?
5. Як впливає на характеристики опір діода та потенціометрів?

### *Лабораторна робота №4*

## **ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РЕЗОНАНСУ НАПРУГИ**

**Мета роботи:** засвоєння методики побудови математичної моделі електричного кола та підготовки її до реалізації на ЦОМ. Отримання практичних навичок моделювання в MathCAD.

### **Теоретичні положення**

Звичайні диференціальні рівняння (ЗДУ) електричних кіл формуються на основі законів Ома і Кірхгофа у виді сум напруг або струмів. Отже, усі члени кожного ЗДУ мають однакову розмірність. Сказане залишається

справедливим і для механічних систем, де підсумовуються сили або переміщення.

Розглянемо в якості об'єкта моделювання (ОМ) коливальний контур, зображений на рис. 2.1.

Математична модель (ММ) у виді ЗДУ другого порядку має вигляд:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = E, \quad (4.1)$$

де  $q$  – електричний заряд;  $dq/dt = i$  – струм у колі;  $q/C = u_c$  – напруга на конденсаторі.

Застосування ЦОМ для математичного моделювання вимагає приведення ЗДУ до форми Коші, коли диференціальне рівняння високого порядку заміняється системою рівнянь першого порядку, розв'язаних відносно похідних, що завжди можливо, якщо ввести додаткові змінні. Наприклад, рівняння (4.1) можна записати у формі Коші наступним чином:

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = L^{-1}(E - Ri - C^{-1}q); \\ \frac{dq}{dt} = i. \end{cases} \quad (4.2)$$

Чисельне моделювання вимагає дискретизації математичного описання. Тому наступним етапом є перехід до кінцево-різницевого рівнянь (КРР), тобто заміна похідних кінцевими приростами змінних:

$$\begin{cases} \frac{\Delta i}{\Delta t} = L^{-1}(E - Ri - C^{-1}q); \\ \frac{\Delta q}{\Delta t} = i. \end{cases} \quad (4.3)$$

Звичайно для незалежної змінної вибирається постійний приріст, що позначається як  $h = \Delta t$  – крок інтегрування. Крок інтегрування  $h$  повинний бути менше мінімальної постійної часу, визначеної за критеріями подібності ЗДУ. Для визначення кроку інтегрування обчислимо період власних коливань системи  $T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$ . Якщо ми хочемо одержати  $N$  розрахункових точок за період коливань, то крок інтегрування:  $h = T/N$ .

Для розв'язання системи (4.3) необхідно для всіх змінних задати початкові умови. У вихідному положенні ключ  $K$  (див. рис. 2.1) розімкнутий, струм відсутній, заряд конденсатора нульовий:  $t = 0$ ,  $i(0) = 0$ ,  $q(0) = 0$ .

Порядок обчислення на кроці інтегрування прямим методом Ейлера виглядає так:

$$\begin{cases} \Delta i = h \cdot L^{-1}(E - Ri - C^{-1}q); \\ \Delta q = h \cdot i; \\ i = i + \Delta i; \quad q = q + \Delta q; \quad t = t + h. \end{cases} \quad (4.4)$$



Рис. 4.1. Блок-схема алгоритму моделювання

Загальну схему інтегрування прийнято давати у виді послідовних кроків обчислення:

$$\begin{cases} i_{(n+1)} = i_n + hL^{-1}(E - Ri_n - C^{-1}q_n); \\ q_{(n+1)} = q_n + hi_n; \\ t_{(n+1)} = t_n + h, \end{cases} \quad (4.5)$$

де  $n$  – поточний стан системи (на початку кроку інтегрування);  $n+1$  – майбутній стан системи (в кінці кроку інтегрування).

Після кожного кроку інтегрування значення змінних фіксуються й обчислення повторюються.

Блок-схема алгоритму моделювання наведена на рис. 4.1.

У додатку 2 наведено приклад чисельного моделювання у середовищі MathCAD з використанням прямого метода Ейлера перехідного процесу в послідовному коливальному контурі (див. рис. 2.1) з побудовою графіків залежностей  $i(t)$ ,  $u_c(t)$  та  $u_L(t)$ . При цьому у якості математичного описання об'єкта були взяті не рівняння (4.2), а рівняння (2.7), які дозволяють розраховувати не заряд, а напругу на конденсаторі. Відповідно змінились і рівняння виду (4.5) у програмі.

## Постановка задачі та попередня підготовка

В задачу лабораторної роботи входить чисельне моделювання перехідних процесів в коливальному контурі (див. рис. 2.1) при замиканні ключа  $K$  з використанням прямого метода Ейлера. В результаті моделювання потрібно одержати залежності:  $u_c(i)$  або  $q(i)$ ,  $i(t)$  та  $u_c(t)$  при заданому опорі резистора  $R$  та при  $R = 0$ .

Вдома студенти повинні підготувати програму для моделювання в MathCAD з виводом графіків, використовуючи вихідні дані з табл. 2.1. Кількість розрахункових точок на період колювання взяти  $N = 100$ . Загальну кількість розрахункових точок  $m$  попередньо можна взяти таким, щоб промоделювати 5...7 періодів колювань, а потім уточнити при моделюванні, виходячи з тривалості перехідного процесу.

### Порядок виконання роботи

1. Загрузити програму MathCAD.
2. Набрати підготовлену програму і одержати результат у вигляді графіків, уточнивши загальну кількість точок.
3. Провести дослідження впливу величини кроку  $h$  на результат моделювання. Для цього відкоригувати програму, зменшивши крок інтегрування у 10 разів, та повторити моделювання.
4. Задати в програмі  $R = 0$  та повторити пункти 2 і 3. Якщо стійкість моделі порушується через накопичення похибки в методі Ейлера, то потрібно зменшити крок інтегрування.

### Зміст звіту по лабораторній роботі

В звіт необхідно включити: схему об'єкту моделювання, його математичне описання, блок-схему алгоритму обчислювального процесу, програму та результати, одержані в MathCAD, висновки.

### Контрольні запитання

1. Пояснити обчислювальну формулу прямого метода Ейлера.
2. Дати графічну інтерпретацію метода Ейлера.
3. Одержати критерії подібності для кола на рис. 2.1.
4. Знайдіть дефінітні формули в СІ для електричних параметрів коливального контуру:  $[L]$ ,  $[R]$ ,  $[C]$ ,  $[E]$ .
5. Порівняти результати моделювання з результатами, отриманими в лабораторній роботі №2 та пояснити відмінності.

## ДОСЛІДЖЕННЯ ЕНЕРГЕТИЧНОГО БАЛАНСУ В КОЛИВАЛЬНОМУ КОНТУРІ ПРИ ЧИСЕЛЬНОМУ МОДЕЛЮВАННІ

**Мета роботи:** Дослідити зв'язок похибки по енергії при моделюванні на ЦОМ з похибкою чисельного методу та визначити можливість використання енергетичного балансу для підвищення точності моделювання.

### Теоретичні положення

Диференціальні рівняння в електротехніці виводять з фундаментального закону збереження енергії, що вперше був сформульований Декартом як категоричний імператив і не підлягає математичному доказові, але доступний експериментальній перевірці у фізиці.

Рівняння енергетичного балансу в електричному колі має вигляд

$$W_L + W_C + W_R = W_E, \quad (5.1)$$

звідки випливає, що енергія  $W_E$ , отримана від джерела живлення, запасється в котушках індуктивності у вигляді енергії електромагнітного поля  $W_L$  і в конденсаторах у вигляді енергії електростатичного поля  $W_C$  та розсіюється на резисторах у вигляді енергії теплових втрат  $W_R$ .

Для схеми резонансу напруг (див. рис. 2.1) складові електричної енергії виражаються таким чином:

$$W_L = \frac{L \cdot i^2}{2}; \quad W_C = \frac{C \cdot u^2}{2}; \quad W_R = R \int_0^t i^2 dt; \quad W_E = \int_0^t E \cdot i dt. \quad (5.2)$$

Якщо продиференціювати за часом рівняння (5.1), то матимемо рівняння балансу потужностей

$$P_L + P_C + P_R = P_E, \quad (5.3)$$

яке з урахуванням (5.2) при диференціюванні одержимо у вигляді

$$L \cdot i \frac{di}{dt} + C \cdot u \frac{du}{dt} + R \cdot i^2 = E \cdot i. \quad (5.4)$$

Так як  $C \frac{du}{dt} = i$ , то  $u = \frac{1}{C} \int_0^t i dt$ , а  $C \cdot u \frac{du}{dt} = i \cdot \frac{1}{C} \int_0^t i dt$ . Підставивши

це в (5.4) і розділивши все рівняння на  $i$ , одержимо рівняння 2-го закону Кірхгофа

$$L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i dt + R \cdot i = E. \quad (5.5)$$

У випадку виникнення постійної похибки  $\xi_W$  в енергетичному балансі

$$W_L + W_C + W_R - W_E = \xi_W, \quad (5.6)$$

вона ніяк не буде відображена в рівнянні (5.5), тому що похідна від константи дорівнює нулеві. В той же час розв'язання рівняння (5.5) з деякою похибкою, що має незмінний знак, за рахунок її інтегрування призведе до накопичення похибки в енергетичному балансі.

Розглянемо це на прикладі математичного моделювання ідеального коливального контуру (рис. 5.1), коли заряджений конденсатор включається на індуктивність. При цьому використовуємо метод Ейлера.

Дане коло описується системою диференціальних рівнянь.

$$\begin{cases} L \frac{di}{dt} = u; \\ C \frac{du}{dt} = -i \end{cases} \quad (5.7)$$

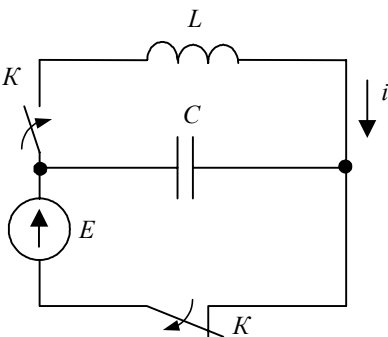


Рис. 5.1. Ідеальний коливальний контур з початковим зарядом конденсатора

при початкових умовах  $i(0) = 0$ ;  $u(0) = U_m = E$ , де  $u$  – напруга на конденсаторі.

Аналітичним розв'язком даної системи рівнянь є залежності

$$u = U_m \cos \omega t; \quad (5.8)$$

$$i = I_m \sin \omega t, \quad (5.9)$$

що описують незатухаючі коливання.

З рівності максимальної енергії в індуктивності та в конденсаторі

$$\frac{C \cdot U_m^2}{2} = \frac{L \cdot I_m^2}{2} \text{ знайдемо значення амплітуди струму}$$

$$I_m = \sqrt{\frac{C \cdot U_m^2}{L}}, \quad (5.10)$$

а кутова частота визначається формулою

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}. \quad (5.11)$$

При незатухаючому коливальному процесі енергія у контурі повинна залишатися постійною в будь-який момент часу. Однак, метод Ейлера приводить до росту енергії в геометричній прогресії, що легко довести простеживши зміну енергії на кроці інтегрування рівнянь (5.7) відповідно до розрахункової схеми Ейлера

$$\begin{cases} i_{(n+1)} = i_n + h \cdot u_n \cdot L^{-1}; \\ u_{(n+1)} = u_n - h \cdot i_n \cdot C^{-1}; \\ t_{(n+1)} = t_n + h, \end{cases} \quad (5.12)$$

де  $h = \frac{2\pi\sqrt{L \cdot C}}{N}$  – крок інтегрування,  $s$ ;  $N$  – число розрахункових точок на період коливань.

Енергія в контурі на початку кроку інтегрування

$$W_n = \frac{L \cdot i_n^2}{2} + \frac{C \cdot u_n^2}{2}, \quad (5.13)$$

а в кінці кроку

$$W_{(n+1)} = \frac{L \cdot i_{(n+1)}^2}{2} + \frac{C \cdot u_{(n+1)}^2}{2}. \quad (5.14)$$

Підставивши в (5.14) значення  $u_{(n+1)}$  та  $i_{(n+1)}$  з (5.12) і виконавши відповідні перетворення, одержимо

$$W_{(n+1)} = \left( \frac{L \cdot i_n^2}{2} + \frac{C \cdot u_n^2}{2} \right) \cdot \left( 1 + \frac{h^2}{L \cdot C} \right) = W_n \cdot \beta = W_0 \cdot \beta^{(n+1)}, \quad (5.15)$$

де  $\beta = 1 + \frac{h^2}{L \cdot C} > 1$ , що означає збільшення енергії в контурі на кожному кроці інтегрування в  $\beta$  разів. Причому, яким би малим не був крок інтегрування  $h$ , геометрична прогресія зростання енергії в контурі буде зберігатись.

Поточне значення похибки балансу енергії визначиться як

$$\xi_{W(n+1)} = W_{n+1} - W_0 \quad (5.16)$$

або, враховуючи (5.15),

$$\xi_{W(n+1)} = \beta W_n - W_0 = W_0 (\beta^{(n+1)} - 1). \quad (5.17)$$

Оскільки відбувається накопичення похибки енергетичного балансу, то можна записати

$$\xi_{W(n+1)} = \xi_{W(n)} + \Delta_{\xi(n+1)}, \quad (5.18)$$

де приріст похибки енергобалансу дорівнює приросту енергії на кроці інтегрування і пропорційний квадрату кроку

$$\Delta_{\xi(n+1)} = \Delta_{W(n+1)} = W_{(n+1)} - W_n = \frac{h^2}{L \cdot C} \cdot W_n = \frac{h^2}{L \cdot C} \cdot W_0 \cdot \beta^n. \quad (5.19)$$

Враховуючи, що похибка енергобалансу виникає за рахунок похибки обчислення струму і напруги, яка в основному визначається похибкою чисельного методу, можна зробити висновок, що, відслідковуючи енергетичний баланс на кожному кроці інтегрування і компенсуючи приріст енергії за рахунок корекції значень струму і напруги, можна компенсувати похибку чисельного методу і підвищити точність моделювання.

Напруга і струм обчислюються за однаковими обчислювальними формулами (одним методом), тому їх відхилення від істинного значення мають однаковий характер і можуть бути представлені у вигляді

$$u_{n+1} = k_{n+1} \cdot u_{\text{істр}(n+1)}; \quad i_{n+1} = k_{n+1} \cdot i_{\text{істр}(n+1)}, \quad (5.20)$$

де  $u_{\text{іст}(n+1)}$ ,  $i_{\text{іст}(n+1)}$  – істинні значення напруги і струму (при яких енергетичний баланс буде зберігатись);  $k_{(n+1)}$  – коефіцієнт похибки.

Згідно з (5.14) та (5.20) можна записати

$$W_{n+1} = k_{n+1}^2 \cdot W_{\text{іст}(n+1)}, \quad (5.21)$$

де  $W_{\text{іст}(n+1)}$  – істинне значення енергії у колі, що відповідає енергетичному балансу і дорівнює початковому запасу енергії у колі:  $W_{\text{іст}(n+1)} = W_0$ .

Таким чином, помноживши  $u_{n+1}$  та  $i_{n+1}$  на коефіцієнт корекції

$$k_{\text{кор}(n+1)} = \frac{1}{k_{n+1}} = \sqrt{\frac{W_0}{W_{n+1}}}, \quad (5.22)$$

одержимо скоректовані (близькі до істинних) значення напруги та струму

$$u_{\text{кор}(n+1)} = u_{n+1} \sqrt{\frac{W_0}{W_{n+1}}}; \quad i_{\text{кор}(n+1)} = i_{n+1} \sqrt{\frac{W_0}{W_{n+1}}}. \quad (5.23)$$

Приклад розрахунку в MathCAD коливального процесу та енергії в контурі, зображеному на рис. 5.1, з наступною корекцією значень напруги і струму, приведено в додатку 3. Причому, корекція виконувалась уже для масиву розрахованих по (5.12) значень.

Процедуру корекції струмів та напруг можна виконувати і в процесі їх обчислення, для чого рівняння (5.12), (5.14) та (5.23) потрібно об'єднати в єдину систему, використавши в лівій і правій частині рівнянь (5.23) однакові ідентифікатори  $u_{n+1}$  та  $i_{n+1}$  (операція переприсвоєння), що можливо не у всіх версіях MathCAD.

### Постановка задачі та попередня підготовка

В задачу лабораторної роботи входить чисельне моделювання процесів в коливальному контурі (рис. 5.1) при замиканні ключа  $K$  з використанням прямого метода Ейлера, розрахунок цих процесів по аналітичних залежностях (5.8) і (5.9), розрахунок похибок по струму  $\xi_i$  та напрузі  $\xi_u$ , як різниці між чисельним та аналітичним розв'язком, розрахунок по (5.14) енергії в контурі при чисельному моделюванні та похибки енергетичного балансу по (5.16). В результаті потрібно одержати залежності:  $i(t)$ ,  $u(t)$ ,  $u(i)$ ,  $W(t)$  для чисельного моделювання та аналітичного розрахунку, а також залежності  $\xi_i(t)$ ,  $\xi_u(t)$ ,  $\xi_W(t)$ .

Вдома студенти повинні підготувати програму для моделювання в MathCAD згідно з поставленою вище задачею, використовуючи вихідні дані, приведені в табл. 5.1. Кількість кроків на період коливання взяти  $N = 100$ . Загальну кількість кроків  $m$  попередньо можна взяти таким, щоб промоделювати 5...10 періодів коливань.

Таблиця 5.1

Параметри	Варіанти				
	1	2	3	4	5
$E, \text{В}$	500	15	300	10	400
$L, \text{Гн}$	0,4	0,05	0,2	0,02	0,1
$C, \text{мкФ}$	5	0,5	20	2	1

### Порядок виконання роботи

1. Загрузити програму MathCAD.

2. Набрати підготовлену вдома програму і усунути помилки, у випадку їхньої появи. Одержати результат у вигляді графіків, уточнивши загальну кількість точок. Графіки залежностей  $i(t)$ ,  $u(t)$ ,  $W(t)$ , а також  $\xi_i(t)$ ,  $\xi_u(t)$ ,  $\xi_W(t)$  бажано будувати в одних координатних осях.

3. Обчислити значення коефіцієнта  $\beta$  як відношення енергії в контурі на початку і в кінці останнього кроку інтегрування:  $\beta = W_m / W_{m-1}$ . Порівняти результат з теоретичним значенням:  $\beta = 1 + h^2/LC$ .

4. Визначити значення енергії у контурі  $W_m$  та похибки енергетичного балансу  $\xi_{W_m}$  в кінці останнього кроку інтегрування. По графіках визначити максимальні значення похибок  $\xi_{i \max}$  та  $\xi_{u \max}$ .

5. Провести дослідження впливу величини кроку  $h$  на результат моделювання, зменшивши крок інтегрування у 5 разів і зберігаючи при цьому незмінною кількість розрахованих періодів коливань, повторити моделювання. Визначити у скільки разів при цьому змінюються величини  $W_m$ ,  $\xi_{W_m}$ ,  $\xi_{i \max}$ , та  $\xi_{u \max}$ .

6. Ввести у програму процедуру корекції значень напруги та струму по рівняннях (5.25). Одержати залежності:  $i(t)$ ,  $u(t)$ ,  $u(i)$ ,  $W(t)$ ,  $\xi_i(t)$ ,  $\xi_u(t)$ ,  $\xi_W(t)$  з урахуванням корекції.

### Зміст звіту по лабораторній роботі

В звіт необхідно включити: схему об'єкту моделювання, його математичне описання, програму та результати, одержані в MathCAD, висновки.

### Контрольні запитання

1. Привести рівняння (5.5) до форми Коші ?
  2. Як зміняться графіки процесу, якщо індуктивність буде неідеальною?
  3. Що відбудеться, якщо будуть задані нульові початкові умови?
  4. В чому суть проблеми енергетичного балансу при чисельному моделюванні?
  5. Яким чином можна використати похибку по енергії для підвищення точності моделювання?
  6. Установити залежність між коефіцієнтом корекції та кроком інтегрування.
- 
-

## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. *Горбачевич Е.Д., Левинзон Ф.Ф.* Аналоговое моделирование систем управления. – М.: Наука, 1984. – 304 с.
  2. *Урмаев А.С.* Основы моделирования на аналоговых вычислительных машинах. – М.: Наука, 1978. – 272 с.
  3. *Прагер И.Л.* Электронные аналоговые вычислительные машины. – М.: Машиностроение, 1985. – 280 с.
  4. Применение аналого-цифрового моделирующего комплекса на базе ИВК-3-2 и АВК-31: Учебное пособие / *В.С.Блинцов, Ю.И.Касьянов, В.В.Краснов* и др. – Николаев: НКИ, 1986. – 70 с.
  5. *Щеголева Л.И., Давыдов А.Ф.* Основы вычислительной техники и программирования. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 256 с.
  6. *Тетьельбаум И.М., Шнейдер Ю.Р.* Практика аналогового моделирования динамических систем: Справочное пособие – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 384 с.
  7. *Херхагер М., Партоль Х.* Mathcad 2000: полное руководство. – К.: Издательская группа ВНУ, 2000. – 416 с.
  8. *Заварыкин В.В., Житомирский В.Г., Лапчик М.П.* Численные методы: Учеб. пособие. – М.: Просвещение, 1991. – 176 с.
  9. *Дьяконов В.П.* Справочник по алгоритмам и программам на языке Бейсик для персональных ЭВМ. – М.: Наука, 1989. – 240 с.
  10. *Малахов В.П., Ситников В.С.* Моделювання в схемотехніці: Застосування матриць і графів для опису моделей і аналізу електронних схем: Навчальний посібник. – Одеса: Астропринт, 2001. – 192 с.
  11. *Мирошниченко А.Н., Румянцев С.Н.* Моделирование систем управления технических средств транспорта. Учебное издание. ГЭТУ. – СПб.: "Элмор", 1999. – 224 с.
-

### Короткий опис АОМ АВК-31

Аналогова обчислювальна машина АВК-31 призначена для дослідження динамічних об'єктів методом математичного моделювання в уповільненому, реальному та прискореному масштабі часу. Зовнішній вигляд АОМ приведено на рис. Д.1. Основними її складовими є операційні блоки, блок управління, панель управління, відкидна панель настрій операційних підсилювачів, стабілізовані блоки живлення.



Рис. Д.1. Зовнішній вигляд АВК-31

Операційні блоки довільно розміщуються в семи уніфікованих посадочних місцях. Їх лицьові панелі утворюють комутаційне поле, де за допомогою проводів набирається схема моделі. Гнізда панелей мають відповідний колір: червоні – виходи елементів; зелені – входи елементів; жовті (помаранчеві) – потенційно нульові точки ОП та точки, що з ними з'єднуються; чорні – "земля". Стандартний набір операційних блоків забезпечує виконання наступних математичних операцій: інвертування, множення на постійний коефіцієнт, підсумовування з одночасним множенням складових суми на постійні коефіцієнти, інтегрування однієї величини чи суми величин, множення та ділення двох величин, піднесення в квадрат та добування квадратного кореня, відтворення нелінійної функції одного аргументу, відтворення типових нелінійних залежностей типу "зона нечутливості", "обмеження амплітуди" та ін., логічні операції.

У лабораторних роботах використовуються *блоки інтеграторів і суматорів* (рис. Д.2), які служать для реалізації лінійних операційних елементів. Кожен блок містить чотири ОП, два з яких (У1 та У2) служать для побудови масштабних підсилювачів, інверторів та суматорів, а два інших (У3 та У4) – для реалізації інтеграторів та інтегросуматорів.

Потенційно нульові точки ОП виведені на жовті (помаранчеві) гнізда усередині схемного зображення ОП (трикутника). Кола зворотного зв'язку замикаються при з'єднанні цього гнізда з сусідніми гніздами того ж кольору, як показано на рис. Д.2. Причому, в інтеграторі (інтегросуматорі) зміною конденсатора в колі зворотного зв'язку можна збільшити коефіцієнти передачі в 10 або 100 разів (множники вказані біля відповідних гнізд). *Кола зворотного зв'язку завжди повинні бути замкнені, щоб виключити вихід ОП в режим насичення і їх перевантаження!*

Підсилювачі У3 та У4 мають по три входи, які підключаються на вхід ОП через безконтактні ключі у режимі інтегрування. У вихідному положенні вхідні кола відключені, щоб запобігти самовільному інтегруванню вхідних сигналів. Фіксовані коефіцієнти передачі по входах указані поряд з вхідними гніздами. При інтегруванні з ненульовими початковими умовами потрібно на вхід "НУ" подати напругу, що відповідає початковому значенню вихідного сигналу. Тоді у вихідному положенні конденсатор зворотного зв'язку зарядиться до заданої напруги, з якої й почне змінюватися вихідний сигнал в процесі інтегрування. При включенні в режим інтегрування вхід "НУ" відключається.

У підсилювачів У1 та У2 при замиканні кола зворотного зв'язку підключається один вхід з фіксованим коефіцієнтом 1. Для підключення ще трьох входів потрібно з потенційно нульовою точкою з'єднати обидва жовтих гнізда, як показано на рис. Д.2. Таким чином, матимемо суматор, три входи якого мають фіксований коефіцієнт 1, а один – 10.

Кожен з підсилювачів має два вихідних гнізда. Одне з них зв'язано з виходом ОП безпосередньо, а друге через нормально замкнутий кон-

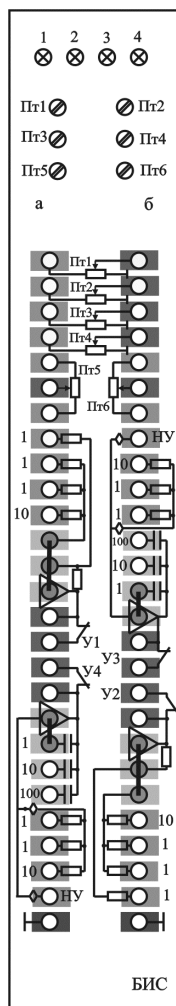


Рис. Д.2. Блок БИС

такт, який управляється клавішею "РСв" (режим "Розрив зв'язків"). При наборі моделі потрібно користуватись тільки другим гніздом. Тоді можна розірвати схему на окремі операційні елементи однією клавішею, не змінюючи шнурову комутацію, що значно полегшує переналадження моделі.

Усі операційні блоки, у тому числі і блоки БИС, містять по 6 потенціометрів, які служать для реалізації довільних коефіцієнтів передачі розв'язуючих підсилювачів, зміни величин вхідних напруг та початкових умов, використання в якості регулюючих елементів схем. Чотири з них включені по схемі дільника напруги, а два інших призначені для довільного використання. На лицьовій панелі винесено ручки та вхідні (зелені гнізда) і вихідні (червоні гнізда) точки потенціометрів з їх мнемосхемами.

Основні органи управління сигналізацією та контролю винесені на *панель управління* (рис. Д.3).

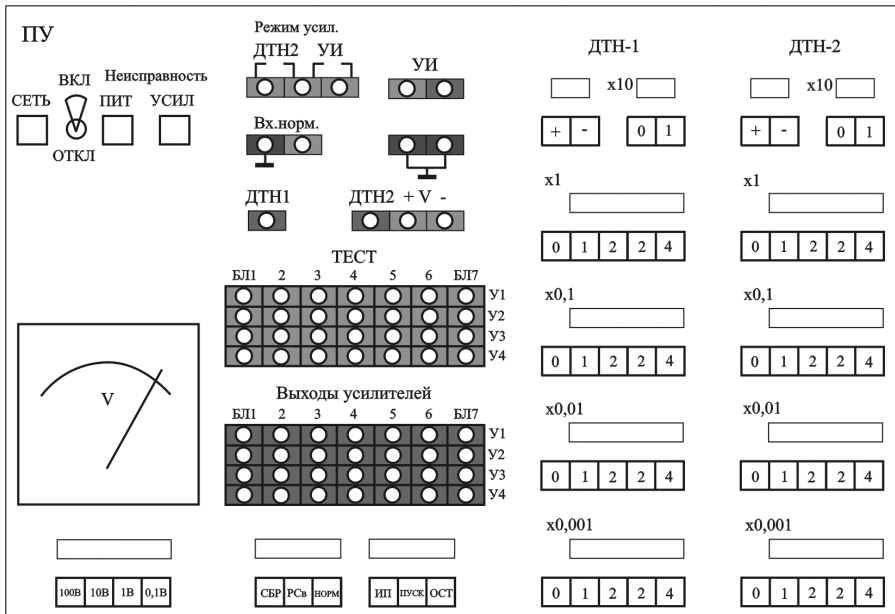


Рис. Д.3. Панель управління

Для формування вхідних та тестових напруг з дискретністю 0,001 В служать два датчики тестових напруг (ДТН-1 та ДТН-2), які розміщені під панеллю управління, а їх виходи та клавіатура винесені на панель управління. Кожна клавіша має свій коефіцієнт, помноживши який на

множник, що вказаний поряд з даною групою клавіш, можна визначити напругу, що задається тією чи іншою клавішею. Якщо натиснуто кілька клавіш, то їх напруги додаються і на виході матимемо сумарну напругу. *Щоб не перевантажувати операційні підсилювачі датчиків, задавати напругу більше 10 В заборонено!* Підсилювач датчика ДТН-2 може використовуватись також у режимі вимірювального прецизійного підсилювача з коефіцієнтом підсилення 100 для вимірювання малих напруг вольтметром та для підсилення слабких сигналів при подачі їх на осцилограф. Для вибору режиму необхідно з'єднати перемичкою відповідні два гнізда в групі "Режим усил."

Для вимірювання напруги на панелі управління встановлено вольтметр з нулем посередині та кількома межами вимірювання (0,1; 1; 10; 100 В). Під ним виведено клавіші переключення меж вимірювання, а поряд з виходом ДТН-2 – вхідні гнізда "±V". На "+" подається вимірюваний сигнал, а "-" підключається до чорного гнізда "земля" (в режимі прямого вимірювання) або до виходу ДТН-2 (при використанні компенсаційного методу).

Для контролю за сигналами на виходах підсилювачів операційних блоків при їх налагодженні та в процесі моделювання служить група гнізд "Выходы усилителей". Ці гнізда підключаються до "+" вольтметра або до зовнішніх вимірювальних приладів (осцилограф та ін.). Потрібне гніздо знаходимо по номеру блока та номеру підсилювача в ньому.

З панелі управління задаються режими налагодження елементів моделі та відбувається управління інтеграторами.

Режим "Розрив зв'язків" запускається клавішею "РСв" і служить для налагодження операційних елементів при уже зібраній схемі моделі. При цьому гнізда виходів ОП, підключені через нормально замкнуті контакти (див. рис. Д.2), відключаються і підключаються до групи гнізд "Тест" на панелі управління. Режим "Нормалізація" (кл. "Норм.") служить для установлення коефіцієнтів передачі інтеграторів. При цьому в кола зворотного зв'язку підсилювачів У3 та У4 (див. рис. Д.2) усіх блоків БИС автоматично замість конденсаторів включаються еквівалентні резистори. Скидання вказаних режимів виконується клавішею "СБР".

Клавішею "ИП" усі інтегратори та таймер служби часу встановлюються у вихідне положення. При натисканні клавіші "Пуск" відбувається ручний запуск інтеграторів у режим інтегрування або запуск таймера. Клавіша "Останов" служить для ручного переведення інтеграторів у режим зупинки (паузи), в якому на виходах інтеграторів зберігається напруга, отримана в кінці інтегрування, або для зупинки таймера.

На панелі управління також розміщено тумблер та сигнальна лампа подачі живлення з мережі в АОМ і сигнальні лампи несправності операційних підсилювачів та блоків живлення. *Відразу після увімкнення живлення АОМ потрібно натиснути клавішу "ИП",* оскільки під дією завади може відбутися самовільний запуск інтеграторів і їх перевантаження.

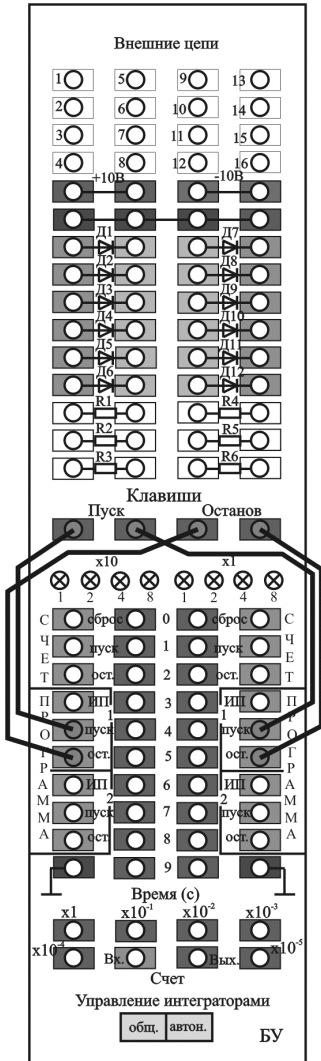


Рис. Д.4. Блок управления

Блок управління БУ (рис. Д.4) забезпечує управління інтеграторами у ручному та програмованому режимах.

Сигнали клавіш "Пуск" і "Останов" панелі управління виводяться на два гнізда кожен блока БУ. При ручному управлінні інтеграторами ці гнізда з'єднуються так, як показано на рис. Д.4. При цьому, крім того, повинна бути натиснута клавіша "Общ."

Програмне управління інтеграторами від служби часу може відбуватись як одночасно для всіх інтеграторів, так і для двох груп інтеграторів (1 – блоки з 1 по 4; 2 – блоки з 5 по 7) по автономних програмах, що задається клавішами "Общ." та "Автоп."

Запуск таймера клавішею "Пуск" відбудеться, якщо відповідно ліве та праве гнізда клавіші "Пуск" з'єднати з лівим та правим гніздами "Пуск" групи "Счет". При цьому запускається генератор імпульсів, який з заданою періодичністю (встановлюється з'єднанням гнізда "Вх.Счет" з відповідним множителем у групі гнізд "Время") у відповідному порядку подає сигнали на дві групи ( $\times 1$  та  $\times 10$ ) вихідних гнізд. Кількість імпульсів відображається світлодіодним індикатором. Щоб зупинити інтегратори або/та таймер у потрібний час, необхідно вихідні гнізда, що відповідають даному часу (даній кількості імпульсів) з'єднати з гніздами "Ост." відповідної програми або/та групи "Счет" (праве

– з правим, ліве – з лівим). Аналогічно можна програмно повернути таймер та інтегратори у вихідне положення, перезапустити та знову зупинити їх, забезпечивши моделювання з періодизацією розв'язку.

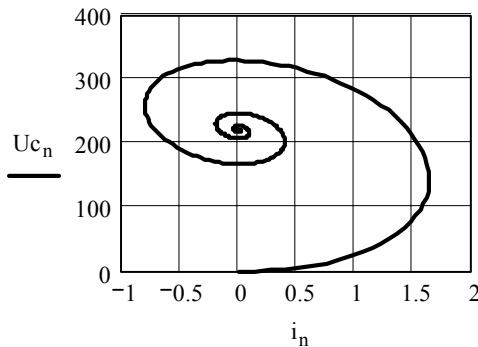
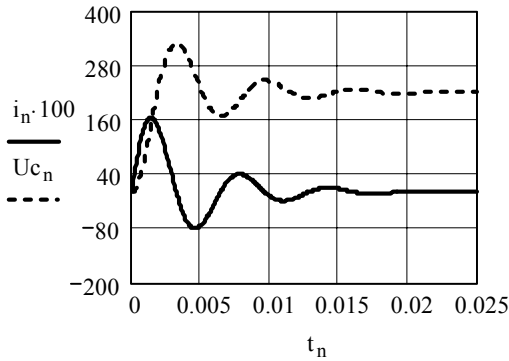
На лицьову панель блока управління виведено також гнізда джерела опорної напруги  $\pm 10\text{В}$ , входи та виходи діодних елементів і ряду резисторів, а також входи для організації зовнішніх кіл між кількома АОМ.

**Приклад чисельного моделювання у середовищі MathCAD  
перехідного процесу в послідовному коливальному контурі  
з використанням прямого метода Ейлера**

$$E := 220 \quad R := 50 \quad L := 0.1 \quad C := 10^{-5} \quad U_{c0} := 0$$

$$i_0 := 0 \quad t_0 := 0 \quad N := 100 \quad h := \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}{N} \quad m := 5 \cdot N$$

$$n := 0..m-1 \quad \begin{bmatrix} i_{(n+1)} \\ U_{c(n+1)} \\ t_{(n+1)} \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} i_n + h \cdot \frac{(E - U_{c_n} - R \cdot i_n)}{L} \\ U_{c_n} + h \cdot \frac{i_n}{C} \\ t_n + h \end{bmatrix}$$

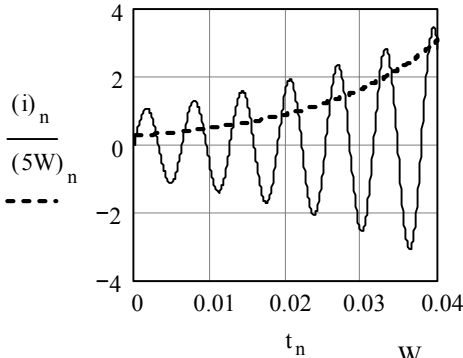


**Аналіз та використання енергетичного балансу при моделюванні процесів у ідеальному коливальному контурі методом Ейлера**

$$L := 0.1 \quad C := 10^{-5} \quad E := 100 \quad t_0 := 0 \quad i_0 := 0 \quad u_0 := E$$

$$W_0 := \frac{C \cdot (u_0)^2}{2} \quad N := 100 \quad m := 7N \quad h := \frac{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}{N} \quad n := 0..m-1$$

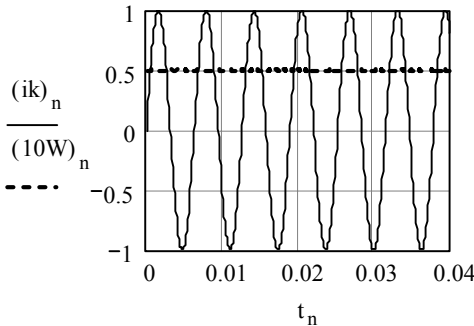
$$\begin{pmatrix} i_{n+1} \\ u_{n+1} \\ t_{n+1} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} i_n + h \cdot u_n \cdot L^{-1} \\ u_n - h \cdot i_n \cdot C^{-1} \\ t_n + h \end{pmatrix} \quad W_{n+1} := \frac{C \cdot (u_{n+1})^2 + L \cdot (i_{n+1})^2}{2}$$



$$ik_{n+1} := i_{n+1} \cdot \sqrt{\frac{W_0}{W_{n+1}}}$$

$$uk_{n+1} := u_{n+1} \cdot \sqrt{\frac{W_0}{W_{n+1}}}$$

$$W_{n+1} := \frac{C \cdot (uk_{n+1})^2 + L \cdot (ik_{n+1})^2}{2}$$



$$W_0 = 0.05$$

$$W_{700} = 0.05$$

## ЗМІСТ

Вступ .....	3
Загальні вимоги та вказівки до виконання лабораторних робіт .....	4
<i>Лабораторна робота № 1. Розв'язуючий підсилювач .....</i>	5
<i>Лабораторна робота № 2. Моделювання на АОМ перехідних процесів в лінійних електричних колах .....</i>	13
<i>Лабораторна робота №3. Моделювання типових нелінійних залежностей систем автоматичного регулювання .....</i>	20
<i>Лабораторна робота №4. Чисельне моделювання резонансу напруги .....</i>	28
<i>Лабораторна робота №5. Дослідження енергетичного балансу в коливальному контурі при чисельному моделюванні .....</i>	32
Рекомендована література .....	39
<i>Додаток 1. Короткий опис АОМ АВК-31 .....</i>	40
<i>Додаток 2. Приклад чисельного моделювання у середовищі MathCAD перехідного процесу в послідовному коливальному контурі з використанням прямого метода Ейлера .....</i>	46
<i>Додаток 3. Аналіз та використання енергетичного балансу при моделюванні процесів у ідеальному коливальному контурі методом Ейлера .....</i>	47

---

---

Навчальне видання

**КАСЬЯНОВ Юрій Іванович**  
**КРАСНОВ Володимир Васильович**

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ**  
**ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ**

*Методичні вказівки до лабораторних робіт*

Частина 1

*(українською мовою)*

Комп'ютерна верстка *В. Г. Мазанко*  
Коректор *М.О. Паненко*

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців,  
виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції  
ДК № 2506 від 25.05.2006 р.

Підписано до друку 25.12.09. Папір офсетний. Формат 60×84/16.  
Друк офсетний. Гарнітура "Таймс". Ум. друк. арк. 2,8. Обл.-вид. арк. 3,0.  
Тираж 100 прим. Вид. № 45. Зам. № 371. Ціна договірна

---

Видавець і виготівник Національний університет кораблебудування,  
54002, м. Миколаїв, вул. Скороходова, 5