

УДК 539.3
DOI [https://doi.org/10.15589/znp2025.4\(502\).8](https://doi.org/10.15589/znp2025.4(502).8)

DETERMINATION OF MODERN SINGLE SHAFT GAS TURBINE ENGINES ROTOR FORCED VIBRATION FREQUENCIES AND AMPLITUDES

ВИЗНАЧЕННЯ ЧАСТОТ ТА АМПЛІТУД ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ РОТОРА СУЧАСНОГО ГАЗОТУРБІННОГО ДВИГУНА

Serhii O. Morhun
serhii.morhun@nuos.edu.ua
ORCID: 0000-0003-2881-7541

С. О. Моргун,
канд. техн. наук, доцент

Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Mykolaiv
Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова, м. Миколаїв

Abstract. *Aim of the study.* The research is devoted to the development of a refined mathematical model of a gas turbine rotor forced vibration using three-dimensional curvilinear finite elements. The main idea of the research is to determine the impeller forced vibration frequency spectrum and amplitudes using the finite element method. *Methodology.* The rotor blades are constructed as solid bodies with variable surface curvature. For their correct approximation a refined mathematical model on the base of Lagrange variation principle and finite elements method has been developed. It can be used for different types of marine gas turbine engines rotors. The developed numerical calculation algorithm gives an opportunity to take into account the presence of holes on the blade edge. Thus the impellers forced vibration frequencies and amplitudes spectra have been found. The mathematical model reliability is confirmed by the results of turbine blades natural vibration experimental studies. The developed methodology is simple in usage and can be widespread on other constructional elements of gas turbine engines. *Results.* The influence of the finite elements type on the value of the gas turbine engine rotor forced vibration blades frequencies and amplitudes is shown. The impeller forced vibration frequencies and amplitudes are determined. The insignificant discrepancy between the calculated and experimentally found natural vibration frequencies proves the high accuracy of the developed mathematical model, which can be used in further studies. *Scientific novelty.* A mathematical model has been developed that allows to take into account the significant curvature of the blade. Thus, the impellers forced vibration has been investigated and their frequencies and amplitudes have been determined. *Practical impact.* The calculated data can be used to improve the modern gas turbine engines rotor design and for further research related to their stress-strain state. The obtained results can also be considered as initial data for studying the parameters of rotor fatigue strength.

Key words: finite elements; gas turbine engine rotor; forced vibration frequencies and amplitudes; numerical calculations; forced vibration.

Анотація. *Мета дослідження.* Дослідження присвячено побудові удосконаленої математичної моделі вимушених коливань ротора турбіни газотурбінного з використанням тривимірних скінчених елементів. Основна ідея дослідження полягає у визначенні спектру частот та амплітуд вимушених коливань лопаткових вінців з використанням методу скінчених елементів. *Методологія.* Лопатки роторів ГТД мають форму криволінійних твердих тіл зі змінною кривизною поверхні. Для їх коректної апроксимації розроблено уточнену математичну модель на основі варіаційного принципу Лагранжа другого роду та методу скінчених елементів. Розроблений алгоритм числового розрахунку дає можливість враховувати також наявність отворів на поверхні вихідної кромки та охолоджуючих каналів. З її використанням, було знайдено частоти та амплітуди вимушених коливань лопаткових вінців. Адекватність розробленої математичної моделі підтверджено порівнянням результатів власних коливань лопаток вінця, отриманих відповідно до цієї методики, з експериментальними даними. Отримані розрахункові та експериментальні методики прості у використанні та можуть бути використані при дослідженнях напружено-деформованого стану та втомної міцності ротора. *Результати.* Показано вплив типу скінчених елементів на величину розрахованих частот та амплітуд вимушених коливань лопаток роторів ГТД. Визначено частоти та форми вимушених коливань вінців. Незначна розбіжність між розрахунковими та експериментально знайденими частотами власних коливань доводить високу точність розробленої математичної моделі, яка може бути використана в подальших дослідженнях. *Наукова новизна.* Розроблено математичну модель, що дає можливість враховувати значну кривизну пера лопатки. Таким чином, досліджено вимушені коливання лопаткових вінців та визначено їх частоти та амплітуди. *Практичне значення.* Розрахункові дані можуть бути використані для удосконалення конструкцій лопаткових вінців сучасних газотурбінних двигунів

та для подальших досліджень, що стосуються їх напружено-деформованого стану. Також отримані результати можна розглядати як вихідні дані для дослідження параметрів втомної міцності ротора.

Ключові слова: скінчені елементи; ротор ГТД; амплітуди та частоти вимушених коливань; чисельні розрахунки; вимушені коливання.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Ротори газотурбінних двигунів працюють в дуже несприятливих умовах, що виникають внаслідок одночасної дії ряду негативних чинників та викликають появу вимушених коливань в елементах ротора. До таких чинників можна віднести вплив високошвидкісного турбулентного газодинамічного потоку, великі температури на поверхнях лопаткових вінців внаслідок теплообміну між потоком та ротором, температурні градієнти внаслідок охолодження першого лопаткового вінця, вплив відцентрової сили, пов'язаної з обертанням ротора. Слід зазначити, що системи рівнянь, що описують вимушені коливання ротора не мають аналітичного рішення, тому необхідно використовувати чисельні методи, зокрема метод скінчених елементів. Також застосування чисельного моделювання для визначення мод і частот вимушених коливань та напружено-деформованого стану в роторах ГТД дозволяє на етапах розробки проектною документації та доведення готового виробу визначати концентратори напружень та розробити рекомендації щодо їх усунення. Чисельний аналіз, що ґрунтується на математичних моделях, які враховують всі вищенаведені негативні чинники, дозволяє значно зменшити кількість необхідних багатовартісних натурних експериментів.

В цій роботі розроблено удосконалену математичну модель вимушених коливань ротора газотурбінного двигуна під комплексною дією газодинамічного теплового та механічного навантажень. В якості вихідних даних використовуються результати досліджень полів тиску на температур на поверхні лопаткових вінців, отримані в роботах [1; 2].

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Швидкі темпи розвитку конструкцій суднових газотурбінних двигунів супроводжуються постійним зростанням інтенсивності процесів, що відбуваються в них при загальному підвищенні вимог до їх міцності та надійності. До базових завдань оцінки вібраційної міцності лопаткового апарату як одного з найбільш відповідальних елементів турбомашини відносяться визначення частот та амплітуд вимушених коливань лопаток під дією збуджуючих сил. Проблема динамічної міцності лопаткового апарату, через свою складність, вимагає постійного розширення та поглиблення теоретичних уявлень про динамічні явища, що супроводжують роботу турбомашин. Зазначене коло проблем поєднує різноманітні галузі знань, такі як механіка деформівного твердого тіла,

теорія коливань, аеродинаміка, теплообмін, технології виробництва та інші. Введення припущень, у межах цих теорій, чи облік будь-яких додаткових чинників обумовлено вимогами конкретної проблеми, для вирішення якої необхідно мати обґрунтований вибір комплексу чисельних методів.

Найбільш прості моделі лопаток засновані на поданні лопатки у вигляді пружної консольної балки (стрижня). Стрижневі моделі можуть застосовуватись як для оцінки статичної міцності пера лопатки, так і для дослідження згинально-крутильно-подовжніх коливань усієї лопатки вцілому. Для побудови стрижневих моделей використовують теорії різного рівня складності [3–5]. Отримані з урахуванням класичної теорії тонких стрижнів математичні моделі можуть бути застосовані лише для розрахунку незначно закручених статорних лопаток направляючих потік. Тому розвиток розрахунків міцності лопаток на основі класичної теорії стрижнів пов'язаний з удосконаленням вихідних гіпотез закрутки стрижня. На основі уточненої теорії закручених стрижнів у рамках одновимірного аналізу стало можливим дослідити взаємодію згинальних, крутильних та подовжніх деформацій, враховувати змінний профіль лопатки за її довжиною, несиметричність поперечного перерізу, початкову закрутку.

Для побудови розрахункових двовимірних моделей використовуються варіаційні залежності [4; 6–8]. Найбільш широко застосовуються апроксимація прогинів лопатки глобальними функціями, проте досить часто використовується і кусочно-поліноміальна апроксимація. Останнім часом також використовується метод скінчених елементів як універсальна процедура розробки математичних моделей.

У роботах [7; 9; 10] описані скінчені елементи для розрахунку коливань лопаток компресорів та турбін на основі теорії оболонки. Проведено розрахунки лопаток з бандажними полицями з урахуванням пружності хвостовика. Для моделювання зв'язку пера лопатки з полицями та хвостовиком розроблено перехідні елементи [6; 7; 9; 11]. У роботах [12; 13] на основі двовимірних моделей досліджено зміну частот та мод коливань при обертанні лопаток.

Тривимірна постановка МКЕ дозволяє побудувати розрахункову модель, що враховує всі суттєві особливості геометрії пера лопатки, а також бандажних полиць, замкового з'єднання, складну структуру охолоджуючих каналів та усієї охолоджуючої порожнини. Нерівномірність поля тиску потоку, нагрівання, обертання ротора та багато інших факторів також можуть бути враховані лише у тривимірній постановці задачі.

Тривимірні моделі лопаток в даний час широко застосовуються в інженерній практиці та практично повністю будуються на основі методу скінчених елементів [11; 14]. Найбільш суттєвий фактор, що обмежує застосування тривимірних моделей лопаток, це висока кількість скінчених елементів різних розмірів та форми, необхідних для коректного моделювання ротора і, відповідно, підвищені, порівняно зі стрижневими та пластинчастими моделями, вимоги до обчислювальних ресурсів, що використовується для розрахунку. Однак, цю перешкоду можливо подолати, розвиваючи обчислювальні методи і розробляючи удосконалені криволінійні скінчені елементи.

ВІДОКРЕМЛЕННЯ НЕВИРІШЕНИХ РАНІШЕ ЧАСТИН ЗАГАЛЬНОЇ ПРОБЛЕМИ

Найбільш суттєвий фактор, що обмежує застосування тривимірних моделей лопаток, це висока кількість скінчених елементів різних розмірів та форми, необхідних для коректного моделювання ротора і, відповідно, підвищені, порівняно зі стрижневими та оболонковими моделями, вимоги до обчислювальних ресурсів, що використовується для розрахунку. Однак, цю перешкоду можливо подолати, розвиваючи обчислювальні методи і розробляючи удосконалені криволінійні скінчені елементи.

МЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ

Метою роботи є розробка удосконалених високоточних математичних моделей вимушених коливань роторів сучасних високопотужних газотурбінних двигунів з урахуванням комплексного впливу газодинамічного, навантаження та їх застосування при вирішенні актуальних прикладних задач.

МЕТОДИ, ОБ'ЄКТ ТА ПРЕДМЕТ ДОСЛІДЖЕННЯ

Об'єкт дослідження – частоти і амплітуди вимушених коливань лопаткових вінців ротора газотурбінного двигуна під дією газодинамічного потоку.

Предмет дослідження – вплив типу скінчених елементів на точність розрахунку частот та амплітуд вимушених коливань.

Методологія досліджень вимушених коливань роторів газотурбінних двигунів ґрунтується на використанні загальних положень теорії термопружності. Для розробки удосконалених математичних моделей відповідно до задач дослідження використовуються високоточні числові методи, зокрема метод скінчених елементів. Для проведення досліджень були використані два типи скінчених елементів – тетраедальний та гексагональний, що дозволяє провести детальну скінчено-елементну апроксимацію ротора та визначити оптимальний тип скінчених елементів для рішення поставленої задачі.

ОСНОВНИЙ МАТЕРІАЛ

Коливання твердого тіла в загальному вигляді можуть бути описані за допомогою варіаційного рівняння Гамільтона – Остроградського [15]:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (\Pi - T - A_c) dt = 0, \quad (1)$$

де Π – потенційна енергія деформації ротора, Дж; T – кінетична енергія, що призводить до коливань ротора, Дж; A_c – робота відцентрових сил, Дж; t_1, t_2 – час початку та закінчення коливань, с

Робота відцентрових сил розглянута в роботі [2]. Тому в подальшому необхідно визначити потенційну та кінетичну енергії.

Кінетична енергія визначається наступним чином:

$$T = \frac{1}{2} \iiint_V \rho \dot{\delta}_i \dot{\delta}_i dV; \quad (i = 1, \dots, q), \quad (2)$$

де ρ – густина матеріалу елементів ротора, кг/м³; δ_i – узагальнене переміщення.

Залежність для потенційної енергії деформації в тензорній формі:

$$\Pi = \frac{1}{2} \iiint_V \sigma_{ir} \varepsilon_{ir} dV; \quad (i, r = 1, \dots, q), \quad (3)$$

де σ_{ir} – тензор напружень; ε_{ir} – тензор деформацій.

Аналітичного розв'язку рівнянь (1–3) для складних конструктивно неоднорідних криволінійних твердотільних конструкцій, якими є лопаткові вінці (рис. 1) не існує. Тому використовуємо чисельні методи, зокрема метод скінчених елементів.

Після скінчено елементної апроксимації моделі секції ротора (рис. 1) залежності (2) та (3) для кінетичної та потенційної енергій скінченого елемента матимуть наступний вигляд:

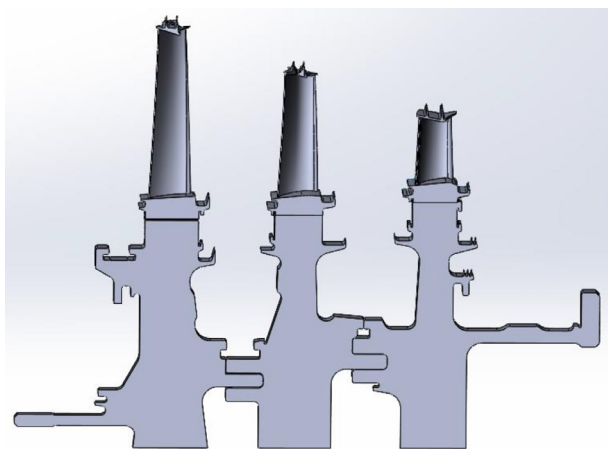


Рис. 1. Секція ротора газотурбінного двигуна, що складається з трьох лопаткових вінців

$$\Pi_e = \frac{1}{2} \iiint_{V_e} (\varepsilon_e)^T [D] \{\varepsilon_e\} dV_e = \frac{1}{2} \iiint_{V_e} [B_e]^T [D] [B_e] dV_e;$$

$$T_e = \frac{1}{2} \rho \iiint_V \{\delta_e\}^T [B_e]^T [N_e] [B_e] [N_e] \{\delta_e\} dV_e, \quad (4)$$

$$(e = 1, \dots, j),$$

де $[B]$ – матриця градієнтів, за допомогою якої пов'язані перші похідні функцій форми по глобальним декартовим координатам ротора та локальним координатам скінчених елементів; $[D]$ – матриця пружності матеріалів лопаток та дисків ротора; $[N_e]$ – матриця функцій форми скінченого елемента; $\{V_e\}$ – об'єм скінченого елемента.

З урахуванням залежностей (2–4) отримуємо канонічне рівняння вимушених коливань скінченого елемента:

$$[M_e] \left\{ \frac{d^2 \delta_e}{dt^2} \right\} + [C_e] \left\{ \frac{d \delta_e}{dt} \right\} + [K_e] \{\delta_e\} = \{p_e\} + \{F_{ce}\}, \quad (5)$$

$$(e = 1, \dots, j),$$

де $[M_e]$ – матриця мас скінченого елемента; $[C_e]$ – матриця демпфірування скінченого елемента; $[K_e]$ – матриця жорсткості скінченого елемента; $\{\delta_e\}$ – вектор узагальнених переміщень скінченого елемента; $\{p_e\}$ – вектор тиску потоку на поверхні скінченого елемента; $\{F_{ce}\}$ – вектор відцентрових сил.

Рішення рівняння (5) шукатимемо розкладаючи узагальнене переміщення скінченого елемента в тригонометричний ряд Фур'є. Тобто:

$$\delta_e = a_r^1 \cos(k\omega t) + a_r^2 \sin(k\omega t), \quad (6)$$

$$(e = 1, \dots, j, r = 1, \dots, 8, k = 1, \dots, g)$$

де a – амплітуда вимушених коливань елемента; ω – колова частота; k – номер гармоніки вимушених коливань.

Аналогічно до (6) для векторів тиску та відцентрових сил також отримуємо:

$$F_e = F_r^1 \cos(k\omega t) + F_r^2 \sin(k\omega t);$$

$$p_e = p_r^1 \cos(k\omega t) + p_r^2 \sin(k\omega t), \quad (7)$$

$$(e = 1, \dots, j, r = 1, \dots, 8, k = 1, \dots, g)$$

Для знаходження спектру частот вимушених коливань лопаткових вінців ротора турбіни використовується наступна залежність:

$$\det|[K] + [C] - (kf)^2[M]| = \{p\} + \{F_c\}, \quad (8)$$

$$(k = 1, \dots, g)$$

де f – частота вимушених коливань лопаткового вінця, Гц.

Проведемо аналіз точності та збіжності рішення. Для цього розглянемо вплив декількох типів скінчено-елементних сіток, зокрема тетраедальної та гексагональної, на частоти власних коливань лопаток

першого найбільш навантаженого лопаткового вінця. Отримані частоти будуть порівняні з експериментальними даними, наведеними в роботі [2].

Таблиця 1. Вплив типу скінчено-елементної сітки на точність розрахунку частот власних коливань лопаток першого лопаткового вінця ротора

Форма коливань	Частота власних коливань f , Гц		
	Тетраедальна скінчено-елементна сітка	Гексагональна скінчено-елементна сітка	Експеримент
$m = 0, n = 1$	1455	1409	1382
$m = 1, n = 1$	2031	2014	1984
$m = 0, n = 2$	2580	2547	2530
$m = 1, n = 2$	3009	2972	2956
$m = 0, n = 3$	3685	3658	3631
$m = 1, n = 3$	4190	4160	4146

Дані, наведені в таблиці 1 свідчать, що частоти власних коливань лопатки, розраховані за використанням гексагональної скінчено-елементної сітки мають значно меншу розбіжність з експериментальними даними. Тому в подальшому для розрахунків вимушених коливань, буде використовуватися саме цей тип скінчених елементів. Також визначимо оптимальну щільність сітки гексагональних скінчених елементів.

Таблиця 2. Визначення оптимальної щільності сітки гексагональних скінчених елементів

Форма коливань	Розмір скінчено-елементної сітки, мм			
	1,0	0,5	0,25	Експеримент
	Частота власних коливань лопатки f , Гц			
$m = 0, n = 1$	1435	1421	1409	1382
$m = 1, n = 1$	2026	2037	2014	1984
$m = 0, n = 2$	2574	2566	2547	2530
$m = 1, n = 2$	3009	2996	2972	2956
$m = 0, n = 3$	3685	3657	3631	3631
$m = 1, n = 3$	4190	4170	4146	4146

Аналіз даних, наведених в табл.2, свідчить про те, що частоти коливань, отримані з використанням гексагональної скінчено-елементної сітки розміром 0,25 мм, найбільше узгоджуються з результатами експерименту. Тому в подальших розрахунках саме цей тип сітки буде використовуватися для скінчено-елементної апроксимації ротора турбіни.

ОБГОВОРЕННЯ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Розглянемо амплітудно-частотні характеристики вимушених коливань лопаткових вінців. Частоти вимушених коливань наведемо в вигляді відношення частоти, що відповідає певній формі коливань (f) до частоти обертання вала газотурбінного двигуна Ω .

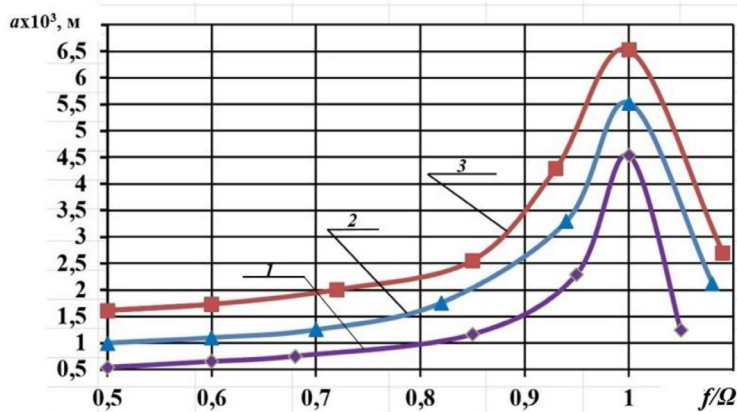


Рис. 2. Залежність амплітуди вимушених коливань лопаткових вінців від відношення частоти вимушених коливань вінця до частоти обертання валу ГТД: 1 – перший лопатковий вінець; 2 – другий лопатковий вінець; 3 – третій лопатковий вінець

Аналіз графіків на рис. 2 свідчить, що для всіх трьох вінців відбувається поступове збільшення амплітуди зі збільшенням частоти вимушених коливань. Потім при досягненні відношення частоти коливань вінця до частоти обертання валу приблизно в інтервалі 0,85–0,9 відбувається стрімке зростання амплітуди з піком при відношенні 1,0, а потім таке ж стрімке падіння. Форма кривих амплітудно-частотних характеристик лопаткових вінців дозволяє визначити які саме амплітуди відповідають резонансним частотам коливань для кожного з вінців. Можна побачити, що амплітуди вимушених коливань третього вінця є найбільшими, а першого – найменшими. Цей факт пояснюється тим, що відповідно до конструктивних особливостей лопатки третього вінця мають найбільшу довжину пера, тобто відцентрові сили, що діють на них, є більшими. Також лопатки другого та третього вінця не мають стінок охолоджуючих каналів, що наявні у лопаток першого вінця, і можуть виступати аналогами оболонкових стрінгерів. Тому ці лопатки мають більшу податливість і, відповідно, більші амплітуди коливань.

Отримавши пікові значення амплітуд, за допомогою графіків на рис. 2 маємо змогу зрозуміти які саме форми вимушених коливань відповідають резонансним частотам.

Перейдемо до розгляду частот вимушених коливань ротора турбіни одновального ГТД. При розрахунках використовуються поля тиску потоку та температур на поверхнях лопаткових вінців, отримані в роботі [1]. Кутова швидкість обертання валу ГТД становить 11 330 об/хв. Лопатки виготовлені з жароміцного сплаву на нікелевій основі з наступними характеристиками: густина матеріалу лопатки $\rho = 8100 \text{ кг/м}^3$, модуль Юнга $E = 1,69 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,3$, границя тривалої міцності σ_{500} при температурі 1173К складає 600 МПа. Ро проводились для перших п'яти мод вимушених коливань кожного з лопаткових вінців окремо, а також для всього ротора загалом. Такий вибір кількості

форм вимушених коливань пов'язано з тим, що відповідно до рис. 2 саме за частот, що відповідають формам вимушених коливань з номером гармоніки $k = 3, 4$ можливе виникнення резонансу.

В таблиці 3 наведені частоти вимушених коливань для усіх трьох лопаткових вінців, з яких складається ротор турбіни.

Таблиця 3. Частоти вимушених коливань лопаткових вінців ротора для різних мод

Номер гармоніки моди, k	Частота вимушених коливань лопаткових вінців, f , Гц		
	Перший вінець	Другий вінець	Третій вінець
1*	821,43	819,14	579,81
1	868,27	848,30	780,33
2	1876,70	1154,60	1015,30
3	2090,82	2007,20	1592,00
4	3175,40	2286,20	1730,60

* позначає зонтичну форму коливань лопаткового вінця

Аналіз даних, наведених в табл. 3.4, свідчить про те, що збільшення номеру гармоніки форми коливань зростає і частота вимушених коливань для всіх трьох вінців. Збільшення частоти коливань також пов'язано зі збільшенням кількості вузлових діаметрів, що, в свою чергу, призводить наявності більш складних деформацій вінця. Важливим фактом є зменшення частоти вимушених коливань вінців при «русі» вздовж тракту турбіни. Для цього є декілька чинників. По-перше, тиск та температура потоку, що надходить до першого вінця є максимальними. Далі вони знижуються, при чому як перепад тиску, так і перепад температур є найбільшими саме для першого вінця [1]. По-друге, відповідно до конструктивних особливостей саме лопатки першого вінця є найбільш жорсткими. Також слід зауважити, що для третього вінця значення відцентрової сили є найбільшим, але її вплив на частоту вимушених коливань вінця менший, ніж вплив тиску потоку. Все це призводить до зниження

частоти вимушених коливань та підвищення їх амплітуди від першого лопаткового вінця до третього.

ВИСНОВКИ

У роботі проведено дослідження вимушених коливань ротора одновального газотурбінного двигуна на базі удосконаленої математичної моделі з використанням методу скінчених елементів. Модель враховує комплексний вплив турбулентного потоку робочого тіла на частоти вимушених коливань ротора. Також враховується і вплив відцентрової сили.

До переваг запропонованої моделі слід віднести її універсальність, що дозволяє використовувати її для

аналізу роторів турбін будь-яких ГТД незалежно від кількості лопаткових вінців та геометричних характеристик лопаток та дисків. Використання ізопараметричних гексагональних криволінійних скінчених елементів дозволяє з високою точністю моделювати як неохолоджувані лопатки та диски, так і конструктивно неоднорідні охолоджувані лопатки. Значну увагу було приділено питанням більш точного визначення амплітуд та частот вимушених коливань усіх лопаткових вінців. Було досліджено які саме частоти коливань та для яких форм є найбільш небезпечними. Для кожної з досліджених форм вимушених коливань визначено їх амплітуди.

REFERENCES

- [1] Smetankina, N., & Morhun, S. (2024). The modern single shaft gas turbine rotor stress-strain state determination taking into account the contact thermoelasticity problem. *Technicki vjesnik*, 31(2), 551–556. <https://doi.org/10.17559/TV-20230628000770>
- [2] Smetankina, N., & Morhun, S. (2025). Determination of the stress-strain state of the rotor of an improved single shaft gas turbine engine. *Strength of Materials*, 57(1), 58–68. <https://doi.org/10.1007/s11223-025-00746-9>
- [3] Dobridenko, O., Voitenko, S., Tereshchenko, Y., Yakovlieva, A., Boshkov, V., & Trofimov, I. (2024). Statistical analysis of aircraft gas turbine engine failures caused by quality of fuel. 2024 New Trends in Aviation Development (NTAD), *Stary Smokovec, Slovakia*, 26–31. <https://doi.org/10.1109/NTAD63796.2024.10850293>
- [4] Valeev, S., & Kondratyeva, N. (2022). Life test optimization for gas turbine engine based on life cycle information support and modeling. *Energies*, 15, 68–74. <https://doi.org/10.3390/en15196874>
- [5] Yuan, J., Gastaldi, Ch., Goy, E. D., & Chouvion, B. (2024). Friction damping for turbomachinery: a comprehensive review of modeling, design strategies and testing capabilities. *Progress in Aerospace Science*, 147. <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2024.101018>
- [6] Yershov, S. V., & Yakovlev, V. A. (2021). The influence of mesh resolution on 3D RANS flow simulations in turbomachinery flow path. *Journal of Mechanical Engineering*, 24(1), 13–27. <https://doi.org/10.15407/pmach2021.01.013>
- [7] Wang, S., Shouzu, L., Lei, L., Zhao, Zh., Wei, D., & Bengt, S. (2021). A high temperature turbine blade heat transfer multilevel design platform. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 79(2), 122–145. <https://doi.org/10.1080/10407782.2020.1835104>
- [8] Arnab, B., Prabhakar, S., & Giacomo, C. (2023). Natural frequency analysis of a functionally graded rotor-bearing system with a slant crack, subjected to thermal gradients. *International Journal of Turbo and Jet Engines*, 40(3), 243–255. <https://doi.org/10.1515/tjj-2021-0002>
- [9] Shakurova, L., Armenise, I., & Kustova, E. (2023). Effect of slip boundary conditions on nonequilibrium reacting air flows. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 53(3), 253–269. <https://doi.org/10.55787/jtams.23.53.3.253>
- [10] Skamniotis, Ch., Courtis, M., & Cocks, C. F. A. (2021). Multiscale analysis of thermomechanical stresses in double wall transpiration cooling systems for gas turbine blades. *International Journal of Mechanical Sciences*. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2021.106657>
- [11] Seok, S., Shahriar, A., & Montoya, A. A finite element approach for simplified 2D nonlinear dynamic contact impact analysis. (2023). *Archives of Applied Mechanics*, 93, 3511–3531. <https://doi.org/10.1007/s00419-023-02451-y>
- [12] Yalin, Sh., Lingling, Ch., Pengfei, Ch., Qingzhen, Ya., Yongqiang, Sh., & Hua, Ya. (2024). Numerical study on aerodynamic performance of an intake duct affected by ground effect. *International Journal of Turbo & Jet-Engines*, 41(4), 803–814. <https://doi.org/10.1515/tjj-2022-0056>
- [13] Chenglong, Sh., Yanhong M., Yongfeng, W., Xueqi, Ch., & Jie, H. (2025). Influence of conical shaft stiffness on the dynamic characteristics of flexible rotor. *International Journal of Turbo & Jet-Engines*. <https://doi.org/10.1515/tjj-2024-0073>
- [14] Lin, R., Hou, L., Dun, S., Cai, Y., Sun, C., & Chen, Y. (2023). Synchronous impact phenomenon of a high-dimension complex nonlinear dual-rotor system subjected to multi-frequency excitations. *Science China Technological Sciences*, 66, 1757–1768.
- [15] Duriagina, Z. A., Kulyk, V. V., Filimonov, O. S., Trostianchyn, A. M., & Sokulska, N. B. (2021). The role of stress-strain state of gas turbine engine metal parts in predicting their safe life. *Progress in Physics of Metals*, 22(4), 643–677. <https://doi.org/10.15407/ufm.22.04.643>

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Smetankina, N., Morhun, S. (2024). The modern single shaft gas turbine rotor stress-strain state determination taking into account the contact thermoelasticity problem. *Technicki vjesnik*, 31(2), 551–556. <https://doi.org/10.17559/TV-20230628000770>

- [2] Smetankina, N., Morhun, S. (2025). Determination of the stress-strain state of the rotor of an improved single shaft gas turbine engine. *Strength of Materials*, 57(1), 58–68. <https://doi.org/10.1007/s11223-025-00746-9>
- [3] Dobridenko, O., Voitenko, S., Tereshchenko, Y., Yakovlieva, A., Boshkov, V., Trofimov, I. (2024). Statistical analysis of aircraft gas turbine engine failures caused by quality of fuel. *2024 New Trends in Aviation Development (NTAD)*, Stary Smokovec, Slovakia, 26–31. <https://doi.org/10.1109/NTAD63796.2024.10850293>
- [4] Valeev, S., Kondratyeva, N. (2022). Life test optimization for gas turbine engine based on life cycle information support and modeling. *Energies*, 15, 68–74. <https://doi.org/10.3390/en15196874>
- [5] Yuan, J., Gastaldi, Ch., Goy, E.D., Chouvion, B. (2024). Friction damping for turbomachinery: a comprehensive review of modeling, design strategies and testing capabilities. *Progress in Aerospace Science*, 147. <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2024.101018>
- [6] Yershov, S. V., Yakovlev, V. A. (2021). The influence of mesh resolution on 3D RANS flow simulations in turbomachinery flow path. *Journal of Mechanical Engineering*, 24(1), 13–27. <https://doi.org/10.15407/pmach2021.01.013>
- [7] Wang, S., Shouzuo, L., Lei, L., Zhao, Zh., Wei, D., Bengt, S. (2021). A high temperature turbine blade heat transfer multilevel design platform. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 79(2), 122–145. <https://doi.org/10.1080/10407782.2020.1835104>
- [8] Arnab, B., Prabhakar, S., Giacomo, C. (2023). Natural frequency analysis of a functionally graded rotor-bearing system with a slant crack, subjected to thermal gradients. *International Journal of Turbo and Jet Engines*, 40(3), 243–255. <https://doi.org/10.1515/tjj-2021-0002>
- [9] Shakurova, L., Armenise, I., Kustova, E. (2023). Effect of slip boundary conditions on nonequilibrium reacting air flows. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 53(3), 253–269. <https://doi.org/10.55787/jtams.23.53.3.253>
- [10] Skamniottis, Ch., Courtis, M., Cocks, C. F. A. (2021). Multiscale analysis of thermomechanical stresses in double wall transpiration cooling systems for gas turbine blades. *International Journal of Mechanical Sciences*. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2021.106657>
- [11] Seok, S., Shahriar, A., Montoya, A. (2023). A finite element approach for simplified 2D nonlinear dynamic contact impact analysis. *Archives of Applied Mechanics*, 93, 3511–3531. <https://doi.org/10.1007/s00419-023-02451-y>
- [12] Yalin, Sh., Lingling, Ch., Pengfei, Ch., Qingzhen, Ya., Yongqiang, Sh., Hua, Ya. (2024). Numerical study on aerodynamic performance of an intake duct affected by ground effect. *International Journal of Turbo & Jet-Engines*, 41(4), 803–814. <https://doi.org/10.1515/tjj-2022-0056>
- [13] Chenglong, Sh., Yanhong M., Yongfeng, W., Xueqi, Ch., Jie, H. (2025). Influence of conical shaft stiffness on the dynamic characteristics of flexible rotor. *International Journal of Turbo & Jet-Engines*. <https://doi.org/10.1515/tjj-2024-0073>
- [14] Lin, R., Hou, L., Dun, S., Cai, Y., Sun, C., Chen, Y. (2023). Synchronous impact phenomenon of a high-dimension complex nonlinear dual-rotor system subjected to multi-frequency excitations, *Science China Technological Sciences*, 66, 1757–1768.
- [15] Duriagina, Z. A., Kulyk, V. V., Filimonov, O. S., Trostianchyn, A. M., Sokulska, N. B. (2021). The role of stress-strain state of gas turbine engine metal parts in predicting their safe life. *Progress in Physics of Metals*, 22(4), 643–677. <https://doi.org/10.15407/ufm.22.04.643>

© Моргун С. О.

Дата надходження статті до редакції: 04.11.2025

Дата затвердження статті до друку: 26.11.2025

Опубліковано: 30.12.2025

Стаття поширюється на умовах ліцензії CC BY 4.0