

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний університет кораблебудування
імені адмірала Макарова

О.Г. Бідніченко, С.О. Слободян

ЗАДАЧІ З НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

для аудиторного і самостійного розв'язання

Рекомендовано Методичною радою НУК

Група _____

Студент _____

Миколаїв 2021

УДК 514.18 (075.8)
ББК 22.151.3я7
Б59

Кафедра комп'ютерно-інтегрованих технологій та інженерної графіки

Рецензент канд. техн. наук, доцент О.Ю. Кукліна.

Бідніченко О.Г., Слободян С.О.

ЗАДАЧІ З НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ для аудиторного і самостійного розв'язання: навчальний посібник [Текст]. – Миколаїв: НУК, 2021. – 54 с.

Навчальний посібник є добіркою задач, в якому студенти практичним розв'язанням закріплюють знання з нарисної геометрії, отримані на лекціях. Перед кожною темою наведено стислі відомості з відповідного теоретичного матеріалу. Задачі розв'язуються безпосередньо на сторінках цього посібника із застосуванням креслярських інструментів.

Навчальний посібник призначений для аудиторної та самостійної роботи студентів першого курсу денної та заочної форм навчання всіх інженерних спеціальностей університету, які вивчають нарисну геометрію.

УДК 514.18 (075.8)
ББК 22.151.3я7
Б 59

© О.Г. Бідніченко,
С.О. Слободян, 2021



Нарисна геометрія є першим ступенем в оволодінні дисципліною "Інженерна і комп'ютерна графіка". У нарисній геометрії вивчаються теоретичні основи створення геометричних і графічних моделей просторових об'єктів, побудови їх різновидів, розв'язування інженерно-геометричних задач.

Навчальний процес з нарисної геометрії включає такі форми навчання: лекції, самостійну роботу студента вдома, практичні заняття, поточний контроль засвоєння матеріалу по темах курсу, виконання й захист домашніх графічних робіт, консультації, іспит.

На лекціях студенти знайомляться з теоретичними основами курсу, методами розв'язання типових задач нарисної геометрії, з новою для них термінологією, конспектують матеріал, що подається викладачем.

Під час самостійної роботи студент закріплює теоретичний матеріал, користуючись конспектом лекцій і рекомендованою літературою. При підготовці до наступного практичного заняття студент має скласти план розв'язування задач, наведених у посібнику і, по можливості, розв'язати їх. План розв'язування багатьох задач визначається елементарною стереометрією і реалізується методами нарисної геометрії. Рекомендується така послідовність розв'язання задач:

- 1) проаналізувати текстові і графічні умови задачі;
- 2) встановити зв'язок між шуканими і даними геометричними образами;
- 3) скласти раціональний план розв'язування задачі в просторі;
- 4) графічна реалізація плану;
- 5) перевірити і проаналізувати отриманий результат.

Задачі розв'язуються безпосередньо у посібнику. Усі графічні побудови виконуються тонкими лініями із застосуванням гостро зачищеного олівця твердості ТМ (НВ) або М (В). Остаточні результати обов'язково обводяться товстою суцільною лінією м'яким олівцем згідно з вимогами державних стандартів на оформлення креслень.

Для одержання точного графічного рішення задачі необхідно розв'язувати з використанням креслярських інструментів (циркуля, лінійки, косинця тощо) відповідного гатунку. Відхилення від паралельності, перпендикулярності недопустимі.

У посібнику перед кожною з тем наведені стислі відомості з теоретичного матеріалу, що дозволить з більшою ефективністю засвоювати основні положення та методи нарисної геометрії.

На практичних заняттях студент показує викладачу розв'язані задачі, уточнює і доповнює їх, розв'язує ті задачі, які виявилися для нього складними. Вдома студент завершує виконання й оформлення задач і готується до їх захисту на наступному практичному занятті. За цих обставин він може отримати максимальну кількість балів. Прострочення терміну здачі зменшує кількість балів по темі.

1. ТОЧКА

Точка відноситься до основних понять геометрії. Точку не можна визначити іншими більш елементарними поняттями. Теоретично точка не має

розмірів. Проекцією точки є точка. На кресленні точку та її ортогональні проекції умовно показують невеликим колом діаметра 1,5...2 мм.

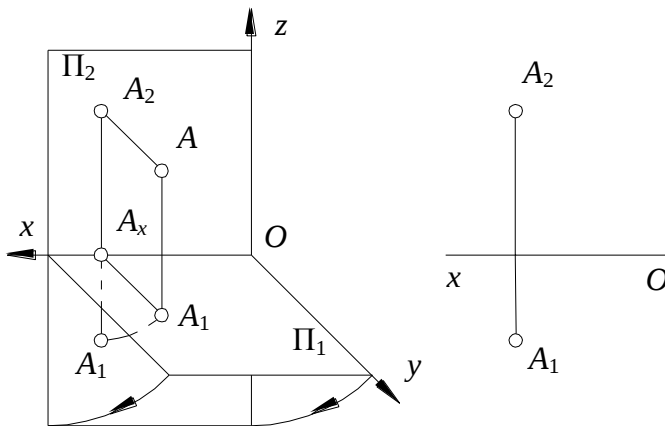


Рис. 1.1

На рис. 1.1 ліворуч показане наочне зображення точки A в системі двох координатних площин Π_1, Π_2 та її проекції на горизонтальну (A_1) і фронтальну (A_2) площини проєкцій, справа подане *двокартинне комплексне креслення* цієї точки.

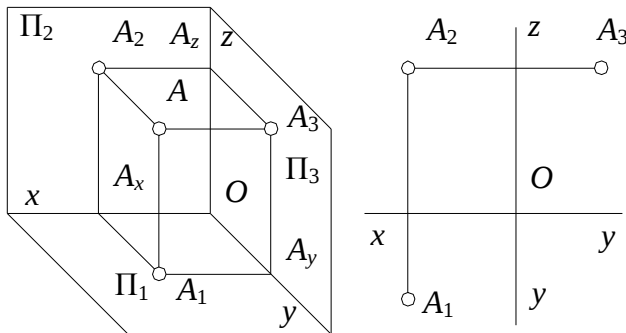


Рис. 1.2

Рис. 1.3

На рис. 1.2 точку A зображено в системі трьох площин проєкцій. Тут додано профільну площину проєкцій Π_3 . *Трикартинне комплексне креслення* точки A показане на рис. 1.3.

Положення точки A у просторі визначається трьома коор-

Проекції точок		
Кординати	Наочне зображення	Епюр
$x \text{ i } y$ $OA_x = x$ $OA_y = y$	Горизонтальна проєкція точки 	
$x \text{ i } z$ $OA_x = x$ $OA_z = z$	Фронтальна проєкція точки 	
$y \text{ i } z$ $OA_y = y$ $OA_z = z$	Профільна проєкція точки 	

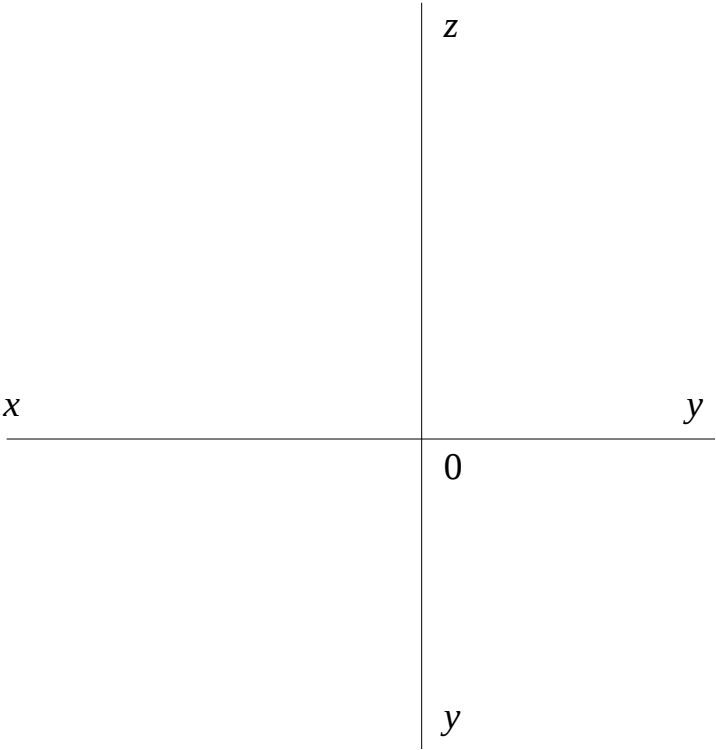
динатами (x, y, z), які відповідають величинам відстаней точки від площин проєкцій Π_3, Π_2, Π_1 , відповідно.

Проекції точки мають таку властивість: фронтальна та горизонтальна проекції належать одній *вертикальній лінії сполучення*, а фронтальна та профільна проекції – одній *горизонтальній лінії сполучення*. Комплексне креслення часто називають *епюром*.

Просторові зображення та комплексні креслення (епюри) точки A , які побудовані за умови її збігання з площинами проєкцій Π_1, Π_2, Π_3 , показані на рис. 1.4.

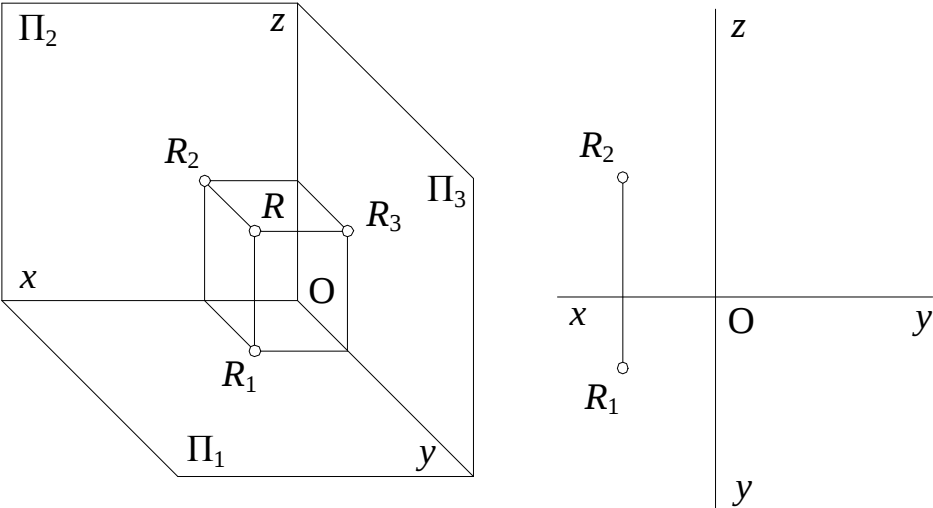
Рис.1.4

1. Побудувати трикартинні комплексні креслення точок A , B , C і D , координати яких задано у таблиці.



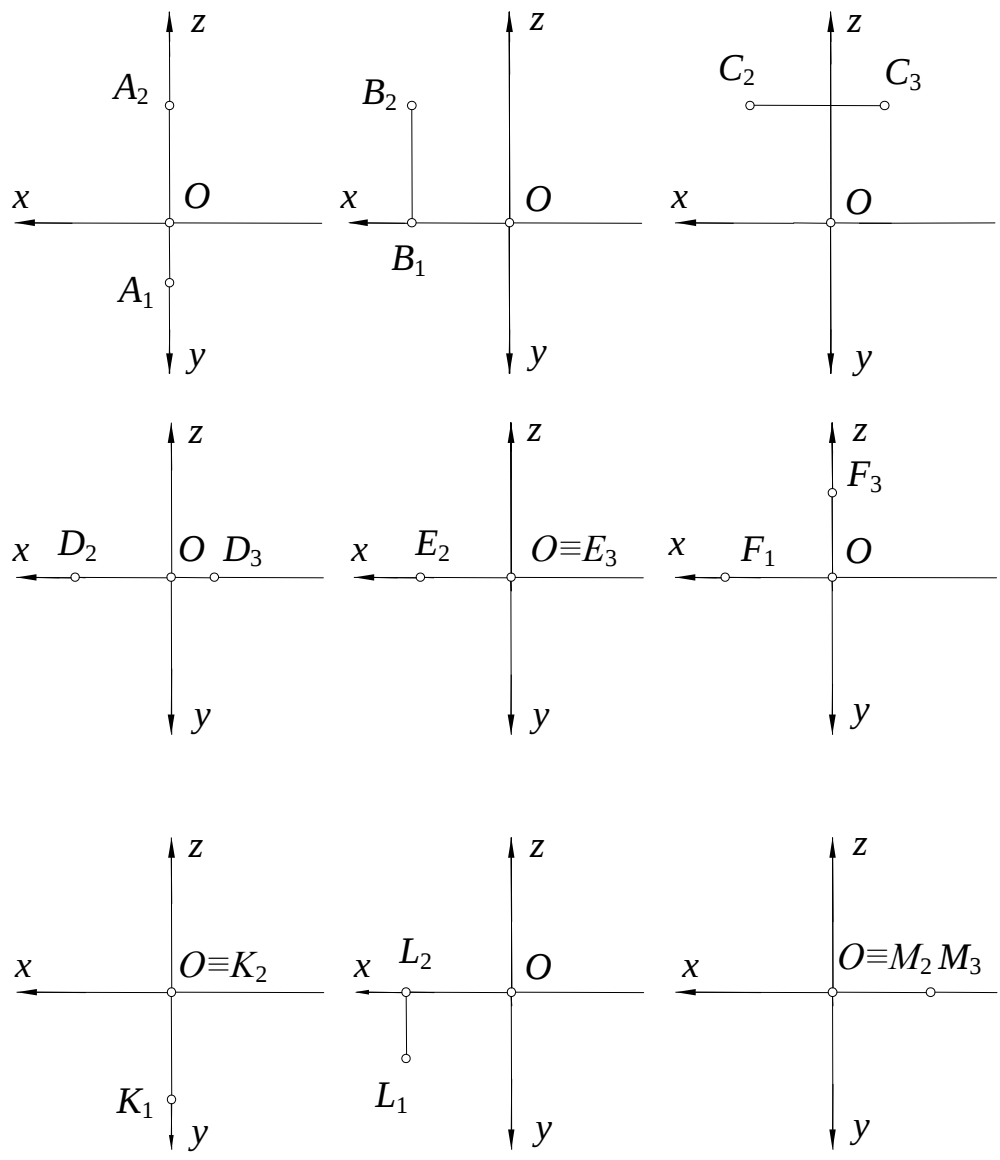
	x	y	z
A	38	12	10
B	8	25	54
C	20	0	20
D	26	32	38

2. Побудувати наочні зображення точок A , B , C та їх комплексні креслення за умови, що точка A знаходиться над точкою R на відстані 20 мм, точка B перед точкою R на відстані 15 мм, точка C лівіше точки R на відстані 10 мм. На комплексному кресленні задачу розв'язувати в трьох проекціях. Записати координати всіх точок у таблицю.

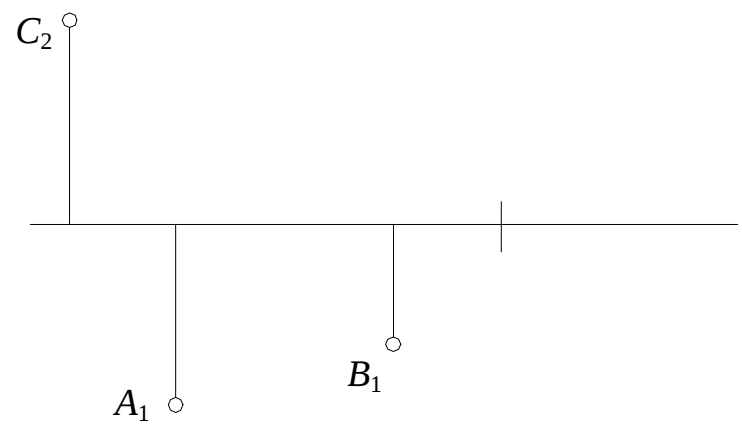


	x	y	z
R			
A			
B			
C			

3. За двома заданими проекціями точок побудувати їх третю проекцію.



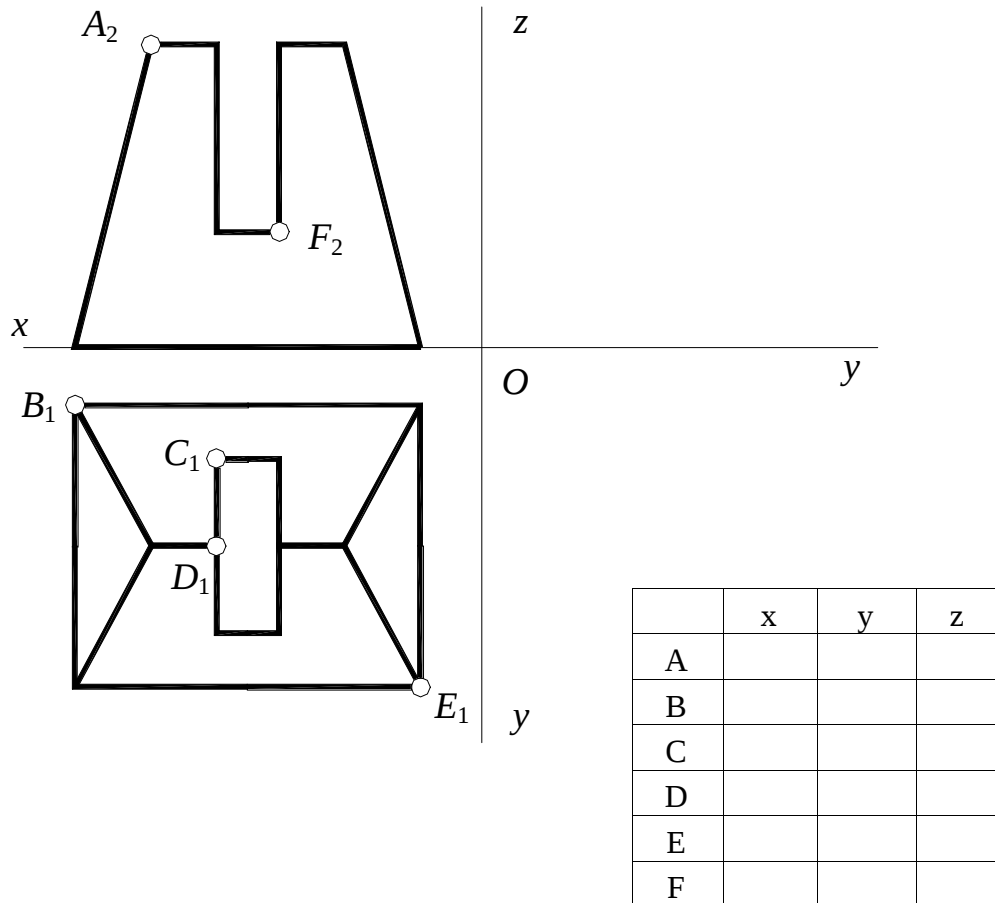
4. Побудувати трикартинне комплексне креслення точок, що знаходяться: точка A – на відстані 35 мм від площини Π_1 ; точка B – на рівній відстані від площин проекцій Π_1 та Π_2 ; точка C – у площині проекцій Π_2 ; точка D – одночасно у площинах проекцій Π_1 та Π_2 . Записати координати всіх точок у таблицю. Координата x точки D дорівнює 35 мм.



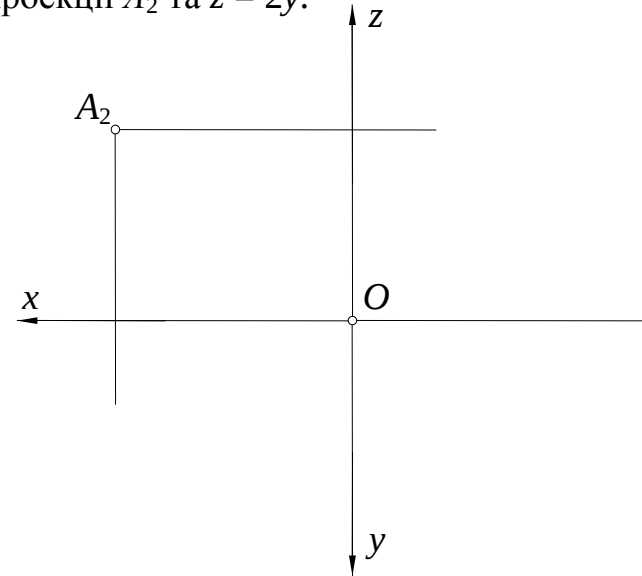
	x	y	z
A			
B			
C			
D			

5. Точки А, В, С, D, E, F, які є вершинами геометричної моделі, позначені тільки на одній її проекції. Побудувати профільну проекцію геометричної моделі.

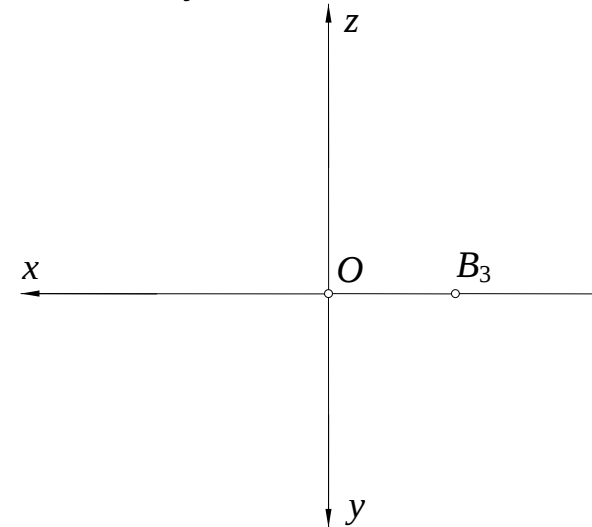
Знайти інші проекції точок та записати в таблицю їх координати. Задачу розв'язувати у трьох проекціях.



6. Побудувати проекції A_1 , A_3 точки А, якщо відоме положення проекції A_2 та $z = 2y$.



7. Побудувати проекції B_1 , B_2 точки В, якщо відоме положення проекції B_3 та $y = x/2$.



8. У середині куба, заданого проекціями, знаходиться точка N . Побудувати проекції точок, які є симетричними до точки N , за таких умов:

A – відносно нижньої грані;

B – відносно передньої грані;

C – відносно лівого нижнього ребра;

D – відносно правого переднього ребра;

E – відносно діагональної площини, що проходить через переднє верхнє та заднє нижнє ребра.

Примітка. Всі точки будувати на трьох проекціях.

Контрольні запитання

1. Який метод є основою нарисної геометрії?

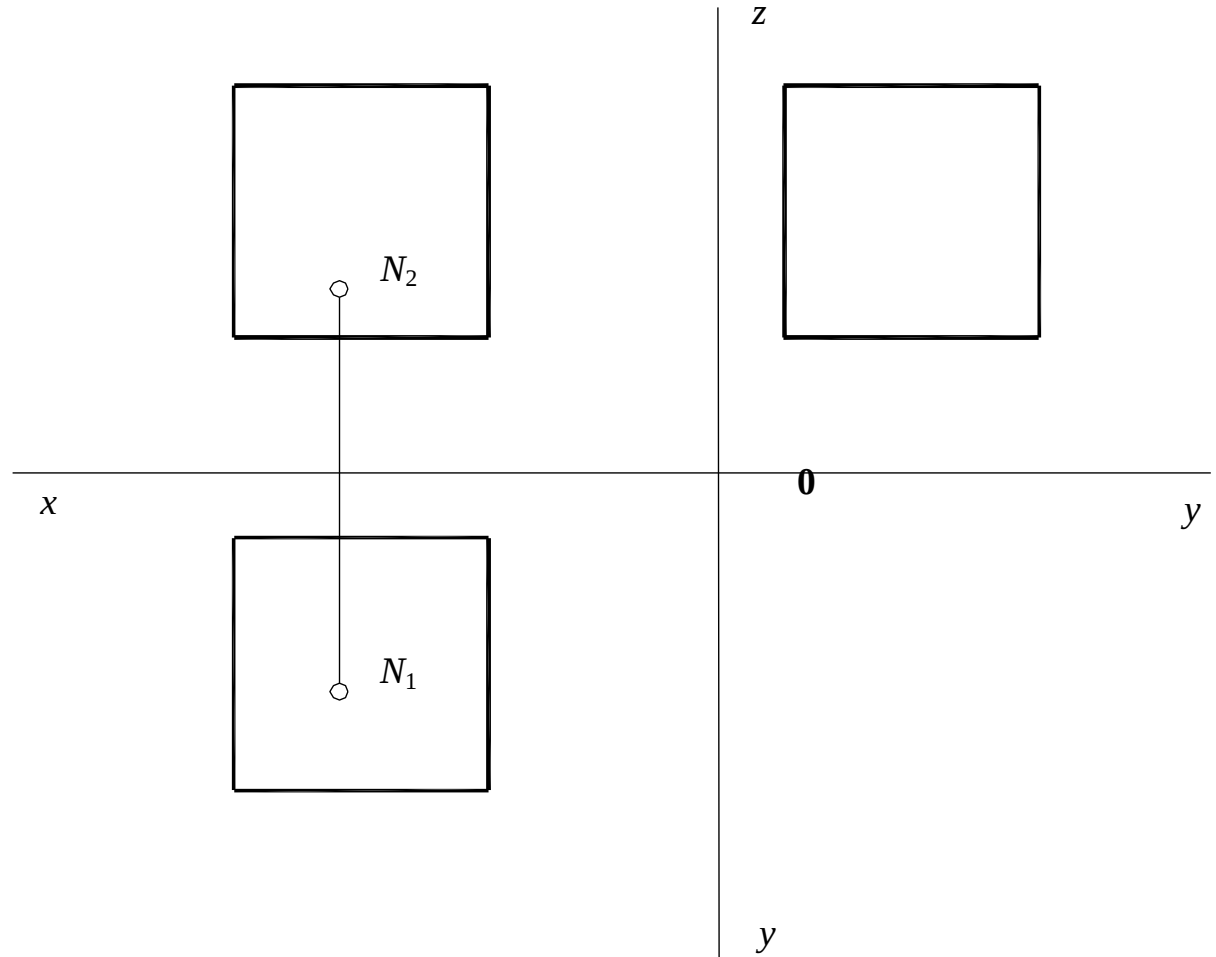
2. Як називаються площини проекцій, які позначення вони мають?

3. Як утворюються проекції точки?

4. Що таке комплексне креслення точки, як воно утворюється?

5. Як відображаються та позначаються проекції точки на кресленнях?

6. Як розташовані горизонтальна і фронтальна проекції точки?



7. Як розташовані фронтальна і профільна проекції точки?

8. Як побудувати профільну проекцію точки, якщо задано її горизонтальну та фронтальну проекції?

9. Як побудувати горизонтальну проекцію точки, якщо задано її фронтальну та профільну проекції?

2. ПРЯМА ЛІНІЯ

Пряма в геометрії розглядається як множина точок. Проекціями прямої є, як правило, також прямі. Пряма в просторі необмежена. Її положення визначається двома точками.

На комплексному кресленні пряму лінію можна задати її *проекціями* (рис. 2.1,*а*), *проекціями відрізка* (рис. 2.1,*б*) або *проекціями двох точок* (рис. 2.1,*в*).

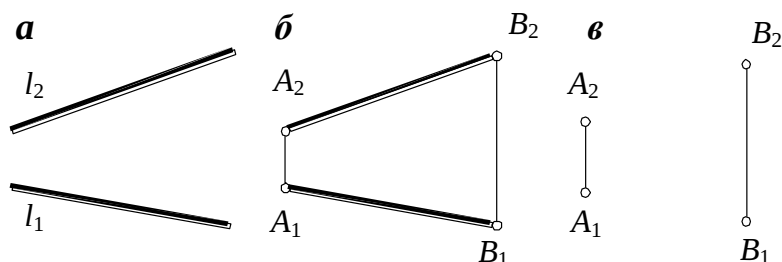


Рис. 2.1

Розрізняють прямі *загального* та *окремого* положення. *Пряма загального положення* – це пряма, яка нахилена до всіх площин проєкцій. Приклад такої прямої показано на рис. 2.2. Пряма AB на площини проєкцій Π_1 і Π_2 проєкціюється із спотворенням.

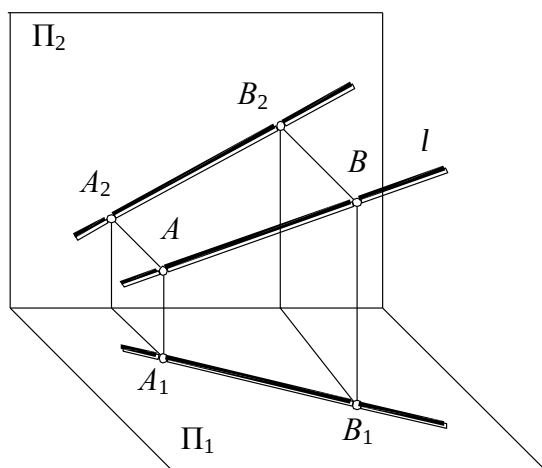


Рис. 2.2

Для визначення натуральної величини відрізка прямої загального положення застосовують *метод прямокутного трикутника*. На рис. 2.3 подано просторове зображення моделі, що реалізує метод прямокутного трикутника. Справа показано розв'язання задачі знаходження натуральної величини відрізка на комплексному кресленні. Одночасно з натуральною величиною відрізка визначаються кути його нахилу до площин проєкцій.

різка визначаються кути його нахилу до площин проєкцій.

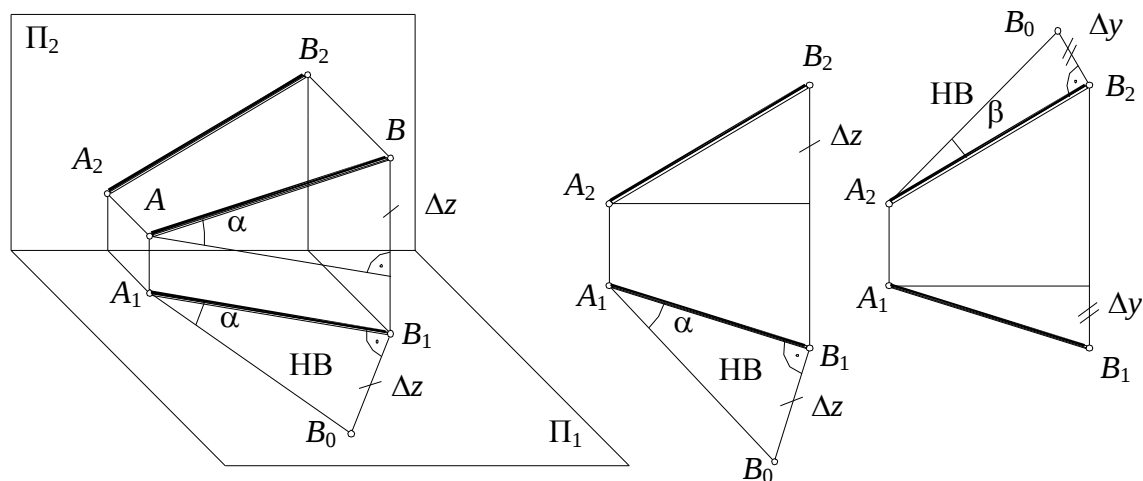


Рис. 2.3

Прямі, паралельні площинам проєкцій, називають *лініями рівня*. На рис. 2.4 показані просторові зображення та комплексні креслення, відповідно: горизонталі h , фронталі f та профільної прямої рівня p .

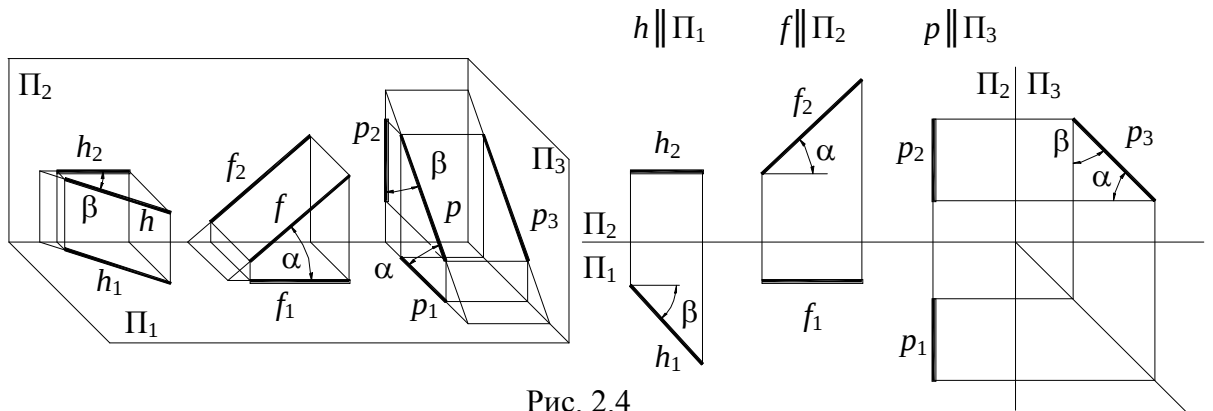


Рис. 2.4

Прямі, перпендикулярні до площин проєкцій, називають *проєкціювальними*. Просторові зображення та комплексні креслення *горизонтально-проєкціювальної* i , *фронтально-проєкціювальної* l та *профільно-проєкціювальної* прямої t показані на рис. 2.5.

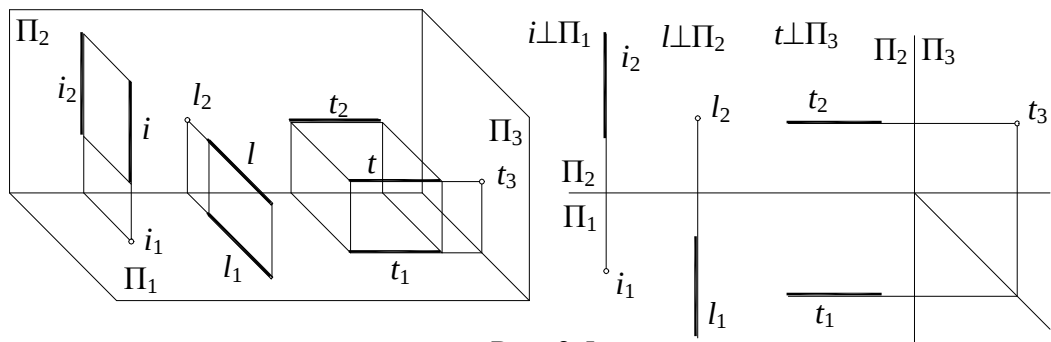


Рис. 2.5

Прямі можуть бути *паралельними* (AB і MO на рис. 2.6), *перетинатися* (AB і BC та MO і ON на рис. 2.6) або *перехрещуватися* у просторі (KL і MN на рис. 2.7). Якщо прямі паралельні, то їх однойменні проєкції також паралельні.

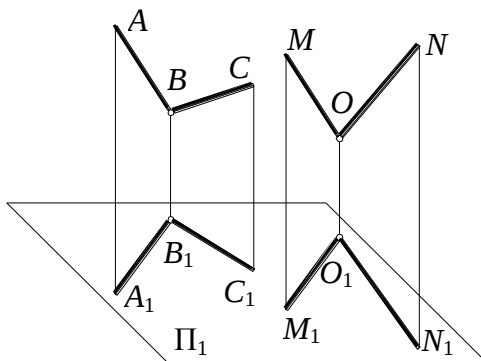


Рис. 2.6

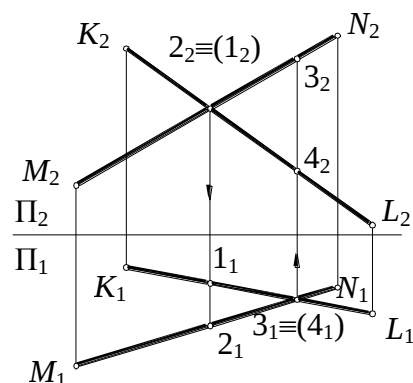
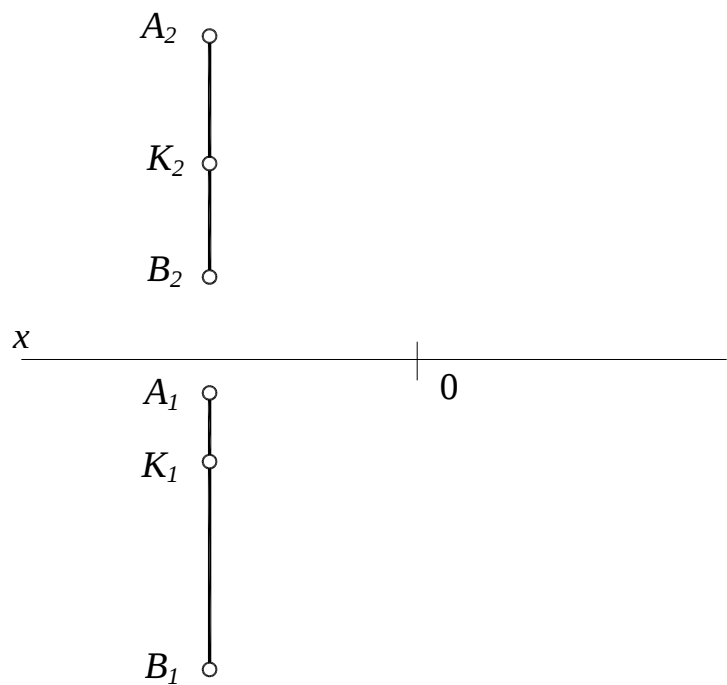


Рис. 2.7

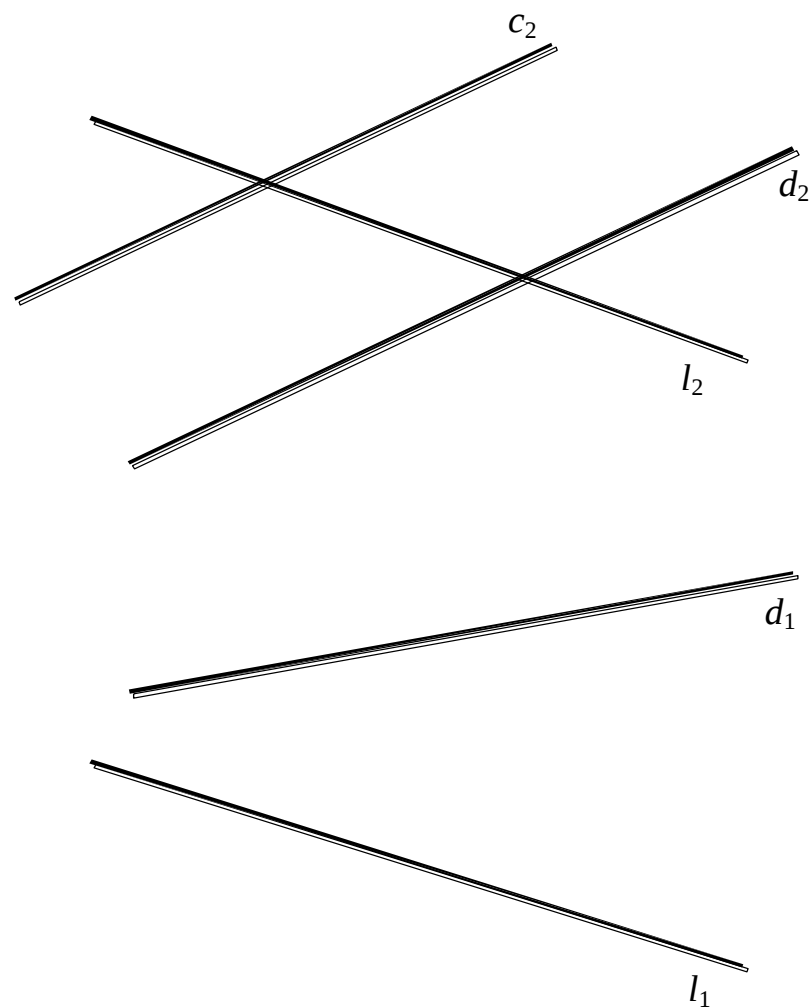
Якщо дві прямі перетинаються, то їх однойменні проєкції також перетинаються, а проєкції точки перетину знаходяться на одній лінії сполучення. Проєкції *мимобіжних* прямих можуть перетинатися або не перетинатися у межах видимості. Точки перетину проєкцій не лежать на одній лінії сполучення.

Видимість образів визначають *методом конкуруючих точок* (рис. 2.7).

9. Визначити, чи належить точка K прямій AB . Записати відповідь.



10. Побудувати горизонтальну проекцію прямої s , знаючи, що вона паралельна прямій d та перетинає пряму l . Визначити видимість конкуруючих точок мимобіжних прямих l і d .



11. Через точку K провести горизонталь h під кутом 45° до площини проєкцій Π_2 . На горизонталі знайти точку L , що віддалена від точки K на відстань 70 мм.

K_2 ○

K_1 ○

12. Побудувати фронталь f через точку M під кутом 30° до площини проєкцій Π_1 . Знайти відстань від точки D до фронталі.

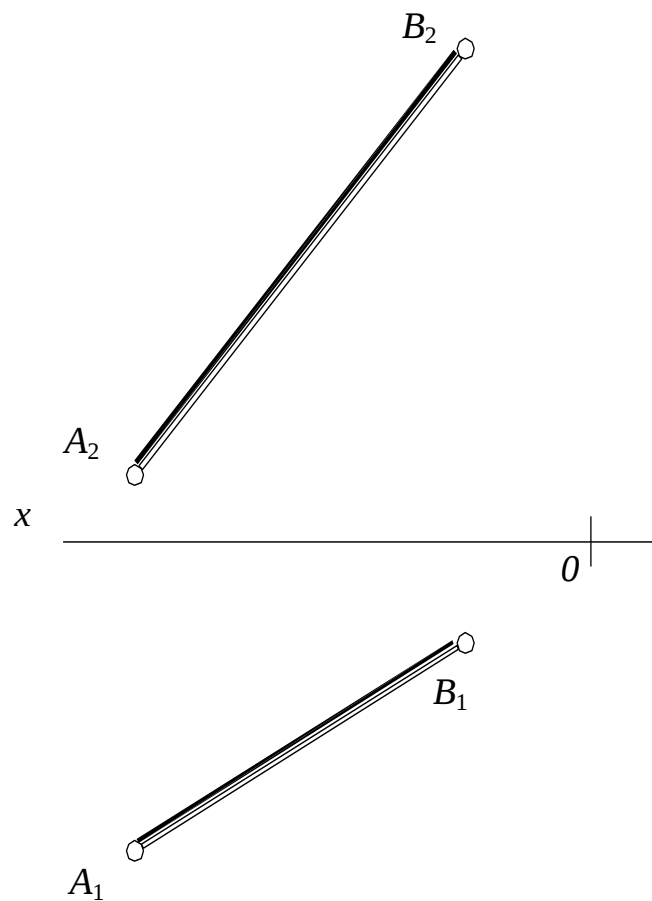
D_2 ○

M_2 ○

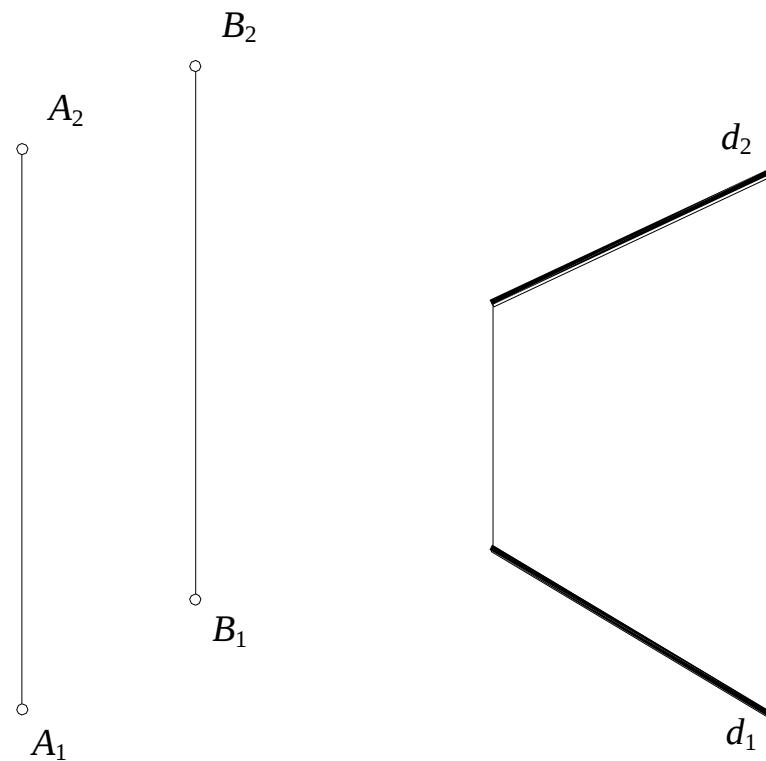
M_1 ○

D_1 ○

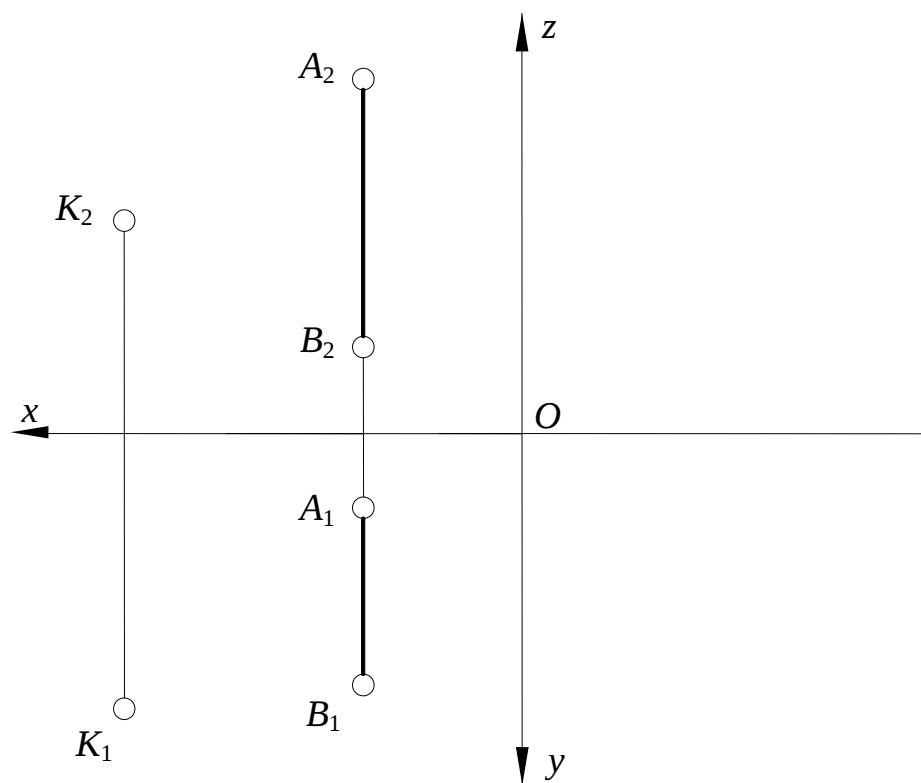
13. На відрізку AB знайти точку R , що віддалена на відстань 25 мм від площини проєкцій Π_1 , і точку S рівновіддалену від площин проєкцій Π_1 і Π_2 .



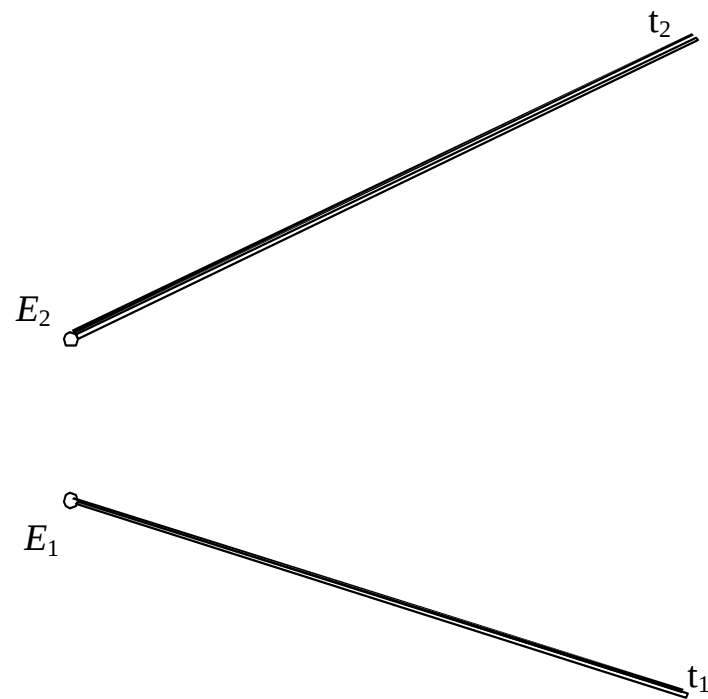
14. Через точку A провести пряму s так, щоб вона була паралельна фронталі f , яка проходить через точку B та перетинає пряму d .



15. Через точку K провести пряму, яка паралельна площині Π_1 і перетинає пряму AB .

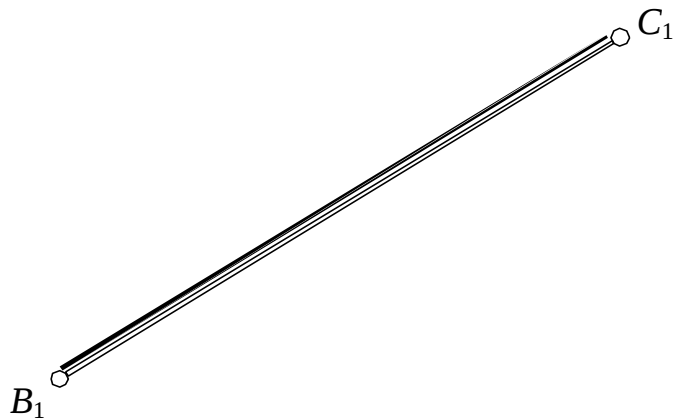


16. На прямій t знайти точку D , яка віддалена від точки E на відстань 70 мм.



17. Побудувати фронтальну проекцію відрізка BC , знаючи, що його довжина дорівнює 95 мм. Визначити кут нахилу цього відрізка до площини проєкцій Π_2 .

B_2 ○



Контрольні запитання

1. Якщо точка належить прямій, то як розташовані проєкції точки по відношенню до проєкцій прямої лінії?
2. Якщо точка не належить прямій, то як розташовані проєкції точки по відношенню до проєкцій прямої лінії?
3. Як розташовані на комплексному кресленні проєкції точки перетину двох прямих?
4. Який вигляд має комплексне креслення мимобіжних прямих?
5. Яким методом визначається видимість точок? У чому він полягає?
6. Яке положення у просторі можуть займати прямі лінії по відношенню до площин проєкцій?
7. Яким методом визначається натуральна величина відрізка прямої загального положення?
8. Як визначити кут нахилу відрізка до площини проєкцій?
9. Які відстані є катетами прямокутного трикутника при визначенні натуральної величини відрізка прямої загального положення?
10. Чим є гіпотенуза прямокутного трикутника при визначенні натуральної величини відрізка прямої загального положення?

3. ПЛОЩИНА

Площина – це найпростіший вид поверхні. Розрізняють площини *загального* та *окремого* положення. *Площини загального положення* – це площини, які не перпендикулярні та не паралельні площинам проєкцій. Площини загального положення можна задати способами, показаними на рис. 3.1.

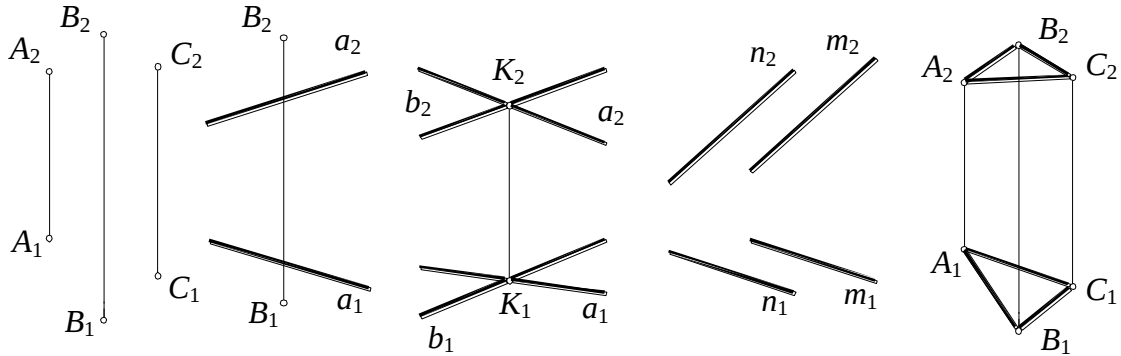


Рис. 3.1

Площини окремого положення – це площини перпендикулярні або паралельні площинам проєкцій. Отже вони розділяються на площини *рівня* та площини *проєкціювальні*. На площини проєкцій площини окремого положен-

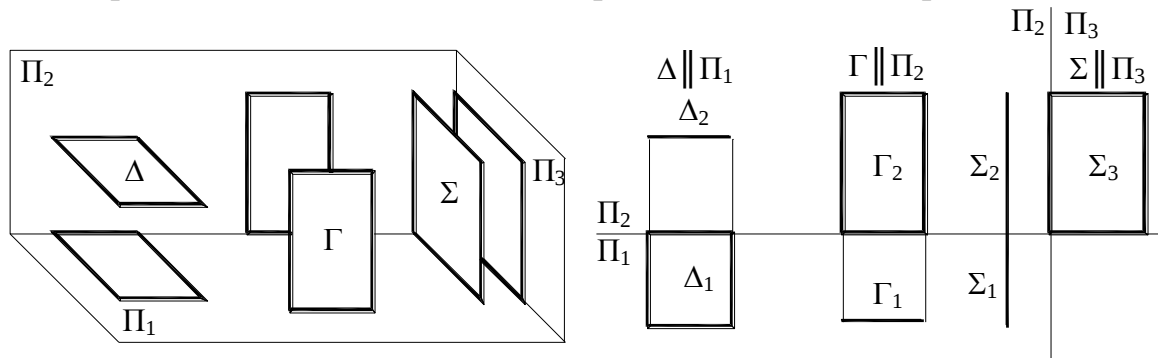


Рис. 3.2

ня проєкціюються у вигляді прямих ліній. На рис. 3.2 показані *площини рівня* у вигляді прямокутників, які *паралельні* одній з площин проєкцій.

На рис. 3.3 показані *проєкціювальні площини*. Це площини, *перпендикулярні* до однієї з площин проєкцій.

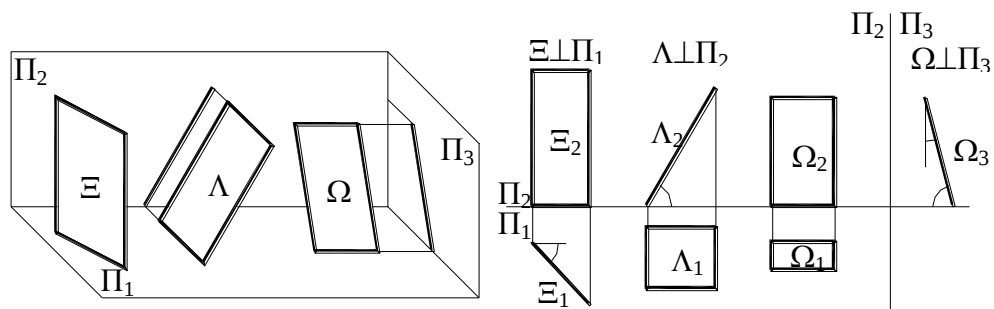


Рис. 3.3

Точка належить площині, якщо вона лежить на прямій, що належить цій площині. На рис. 3.4 у площині загального положення, яка задана паралель-

ними прямими m і n , побудовано довільну точку A , для чого було застосовано допоміжну пряму 1-2.

Пряма належить площині, якщо дві її точки належать цій площині. Для того, щоб у площині загального положення побудувати довільну пряму, необхідно задати довільну її горизонтальну або фронтальну проекцію, а другу її проекцію визначити за вертикальною відповідністю. На рис. 3.5 у площині трикутника ABC побудовано довільну пряму l , яка належить цій площині.

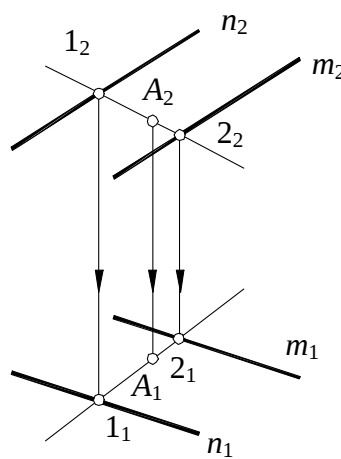


Рис. 3.4

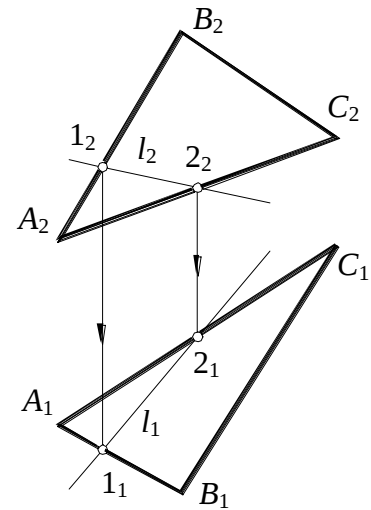


Рис. 3.5

Лініями рівня площини називають прямі лінії, що належать цій площині та паралельні одній з площин проєкцій.

Горизонталь – це пряма лінія, що належить заданій площині та паралельна горизонтальній площині проєкцій Π_1 . На рис. 3.6 у площині, заданій двома прямими a і b , що перетинаються у точці K , побудовано горизонталь h , фронтальна проєкція якої h_2 паралельна лінії перетину площин Π_1 та Π_2 , тобто паралельна осі x . Горизонтальна проєкція горизонталі проєкціюється у натуральну величину.

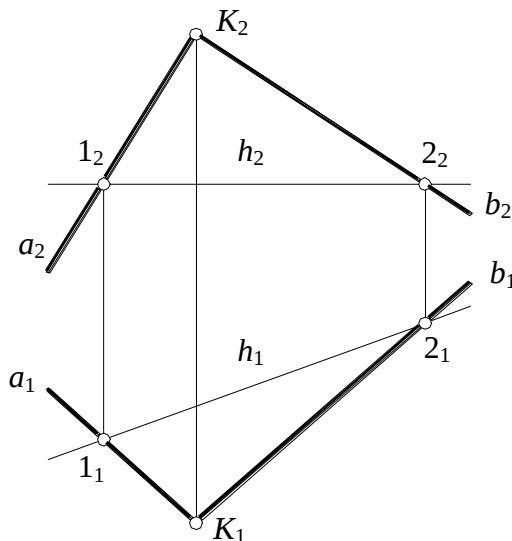


Рис. 3.6

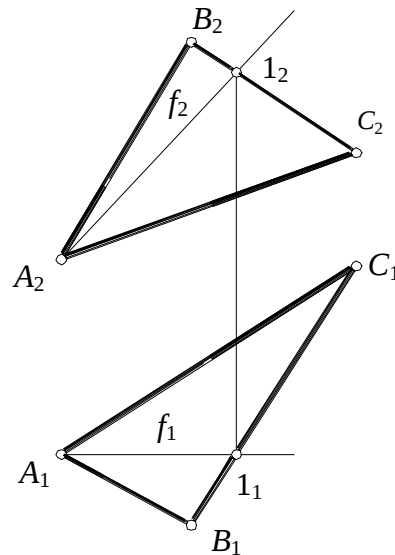
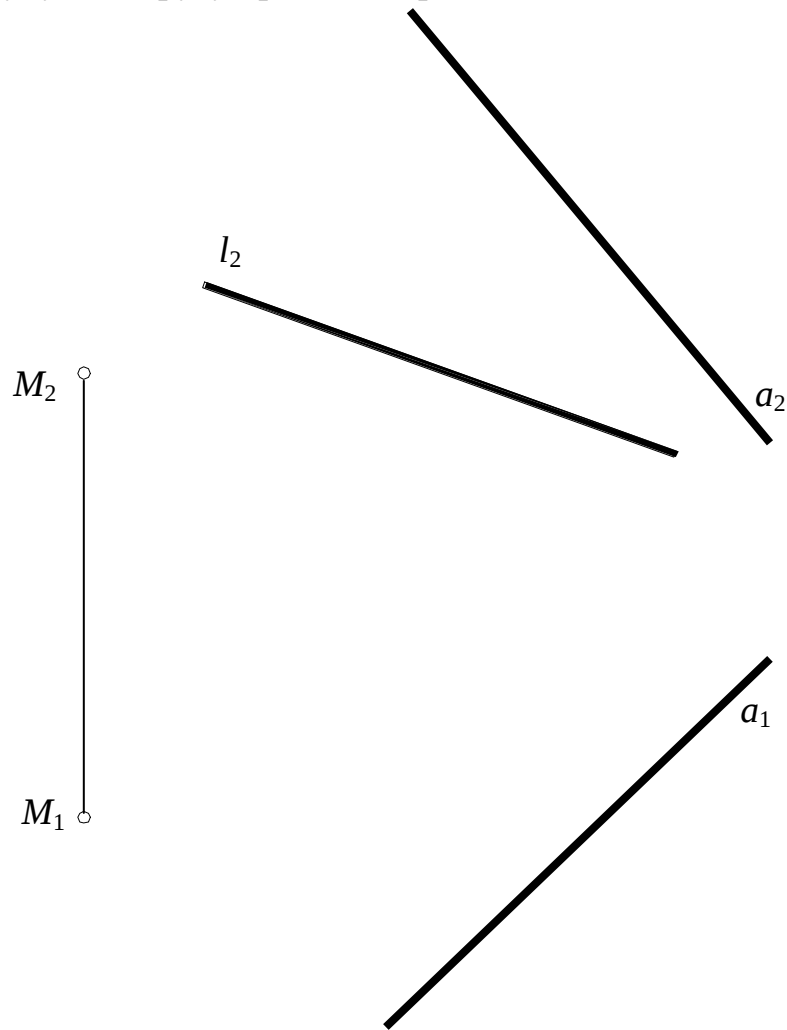


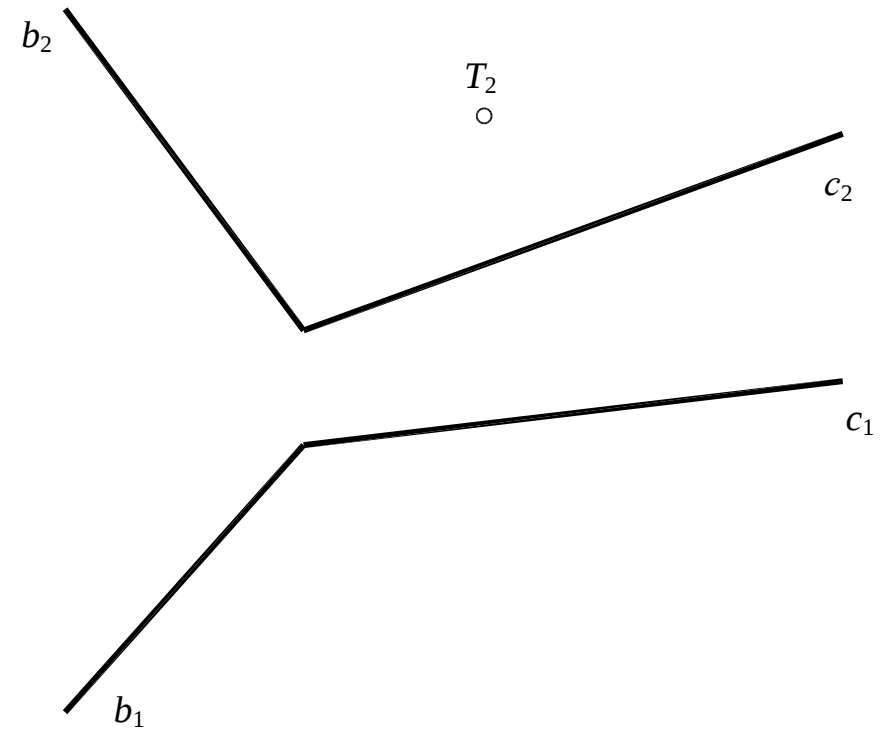
Рис. 3.7

Фронталь – це пряма лінія, що належить заданій площині та паралельна фронтальній площині проєкцій Π_2 . На рис. 3.7 у площині трикутника ABC побудовано фронталь f . Горизонтальна проєкція фронталі f_1 паралельна осі x . Фронтальна проєкція фронталі проєкціюється у натуральну величину.

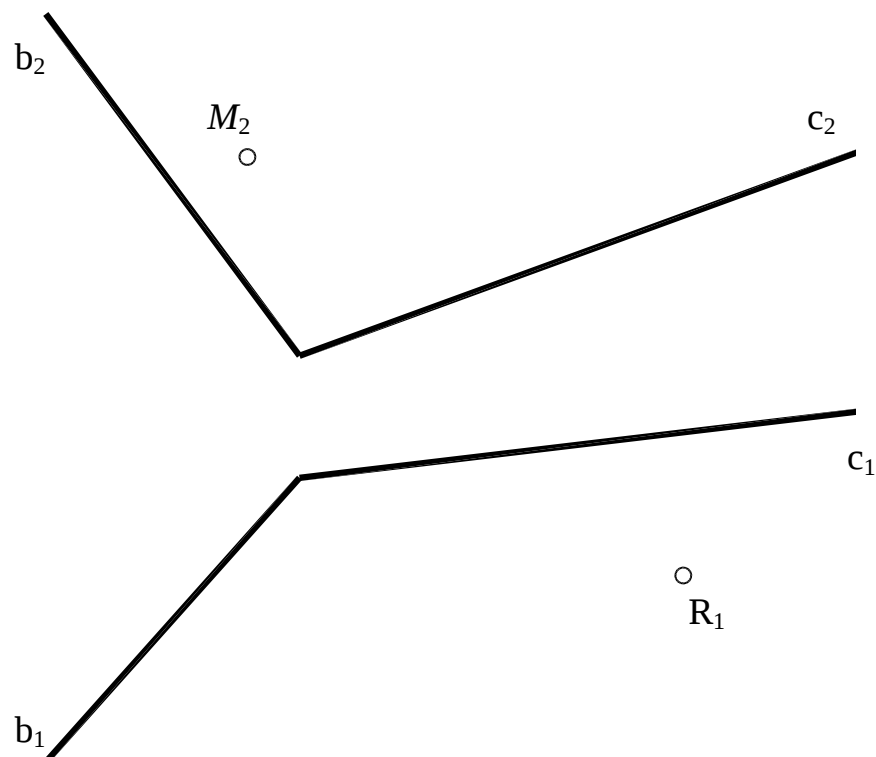
18. Пряма l належить площині $\Lambda(a, M)$. Провести в площині Λ через точку M горизонталь h та фронталь f . Побудувати другу проекцію прямої l .



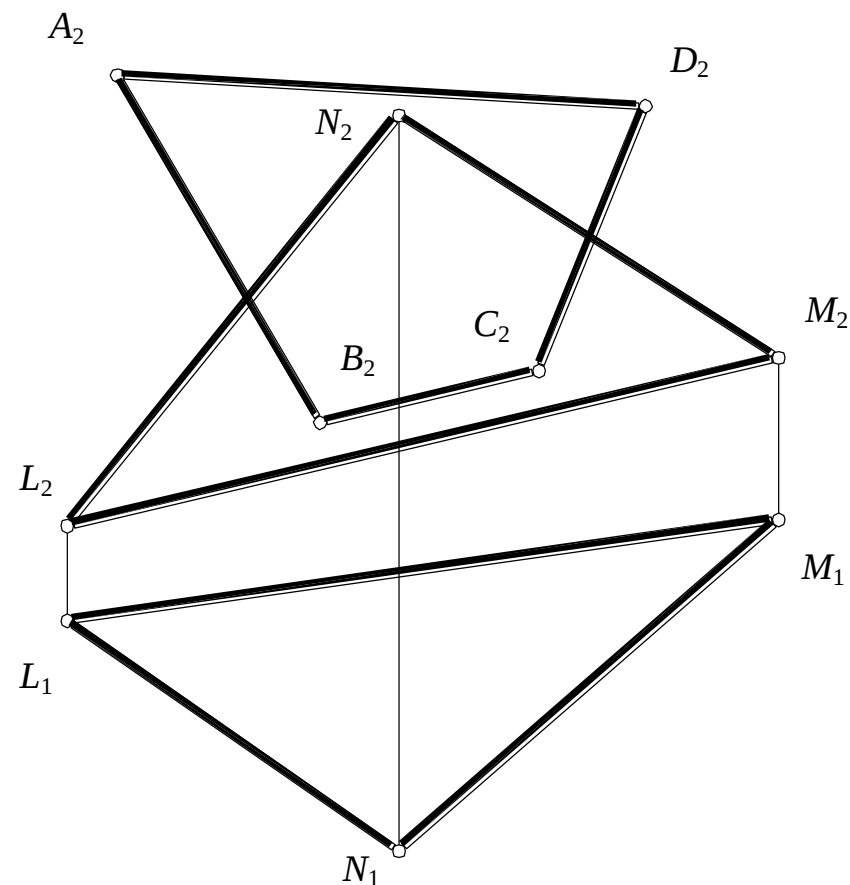
19. Побудувати другу проекцію точки T , яка належить площині $\Sigma(b \times c)$. Вкажіть можливі способи розв'язування задачі.



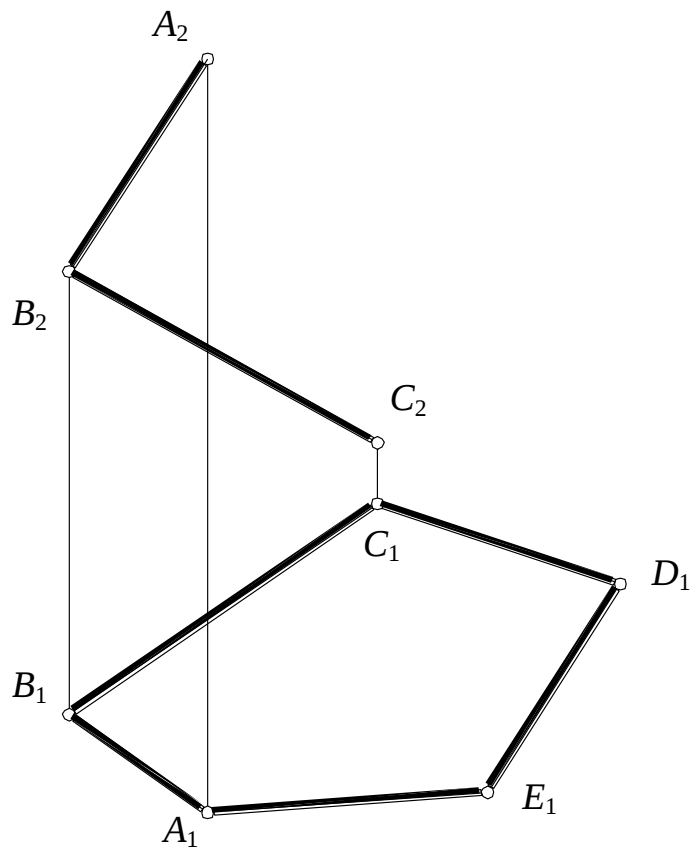
20. Провести в площині $\Sigma(b \times c)$ фронталь f через точку R та горизонталь h через точку M .



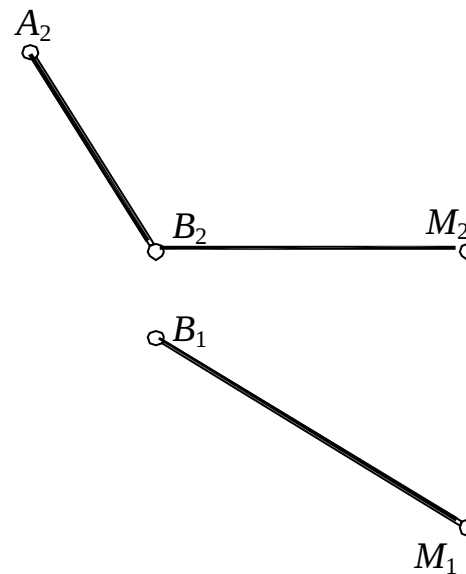
21. Побудувати горизонтальну проекцію чотирикутника $ABCD$, який лежить у площині LMN .



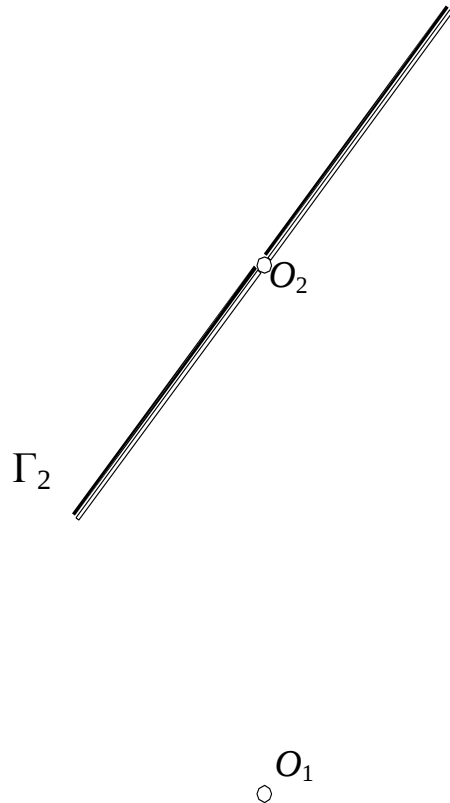
22. Добудувати фронтальну проекцію плоского багатокутника $ABCDE$.



23.* Побудувати проекції прямокутника $ABCD$, більша сторона якого лежить на прямій BM . Відомо, що відношення довжин сторін прямокутника дорівнює 1,5.



24. У фронтально-проекціювальній площині $\Gamma(\Gamma_2)$ побудувати коло m діаметром 60 мм і центром у точці O .



Контрольні запитання.

1. Яка умова належності прямої площині?
2. Як побудувати на комплексному кресленні пряму, що належить площині?
3. Як побудувати відсутню проекцію точки, якщо точка належить площині, яку задано на комплексному кресленні?
4. Яким чином може бути розташована додаткова пряма, що прив'язує проекцію точки до площини?
5. Які варіанти розташування площин у просторі можливі?
6. Які Ви знаєте площини рівня?
7. Що є комплексним кресленням площин рівня?
8. Які бувають проекціювальні площини по відношенню до площин проекцій?
9. Що є комплексним кресленням проекціювальних площин?
10. Якими способами задають на кресленні площини загального положення?

4. ТОЧКА. ПРЯМА. ПЛОЩИНА

Пряма паралельна площині, якщо вона паралельна будь-якій прямій, що належить цій площині. На рис. 4.1 через точку T проведено пряму a , паралельну площині, заданої прямою d та точкою M поза нею. Задачу розв'язано завдяки застосуванню довільної прямої M_1 .

Пряма перпендикулярна до площини, якщо вона перпендикулярна до двох прямих, що перетинаються та належать цій площині. На підставі теореми про проекції прямого кута за ці прямі доцільно взяти прямі окремого положення – лінії рівня площини, тобто її фронталь та горизонталь.

На рис. 4.2 із точки T опущено перпендикуляр n на площину, задану прямими a і b , що перетинаються в точці C . Спочатку в цій площині побудовано горизонталь h і фронталь f , а потім проведено проекції перпендикуляра n із застосуванням умови, що $n_1 \perp h_1$, а $n_2 \perp f_2$.

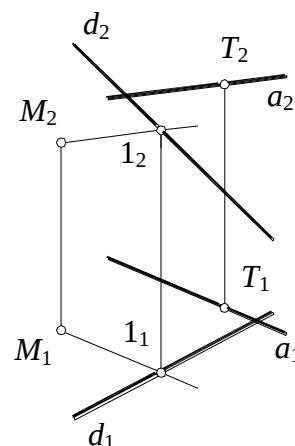


Рис. 4.1

Якщо пряма не належить площині та не паралельна їй, то вона перетинає цю площину в єдиній точці. На рис. 4.3 точку M перетину площини загального положення, заданої трикутником ABC , з прямою загального положення l знайдено із застосуванням допоміжної січної площини-посередника Γ . Видимість прямої визначено за допомогою метода конкуруючих точок.

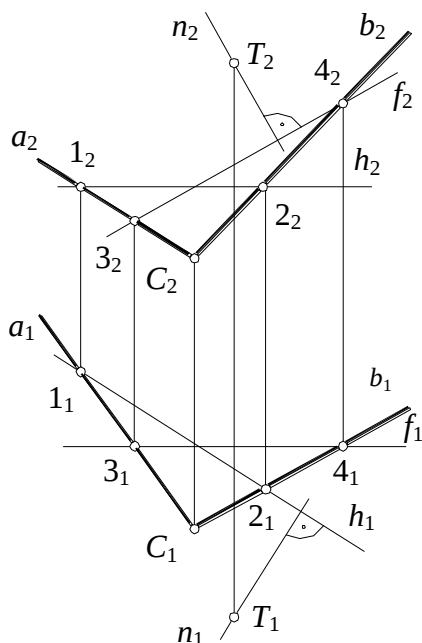


Рис. 4.2

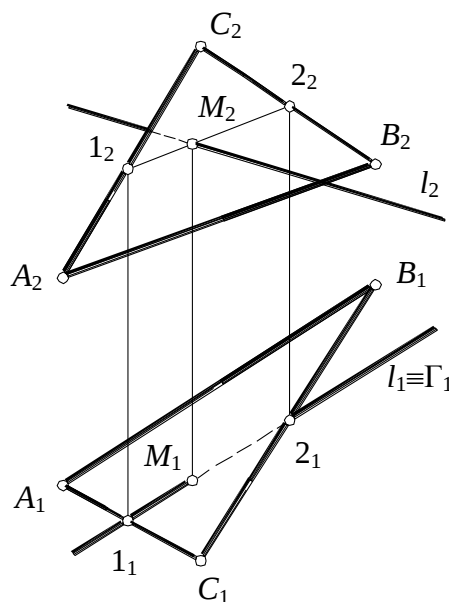


Рис. 4.3

Дві площини взаємно паралельні, якщо дві прямі, що перетинаються, однієї площини відповідно паралельні двом прямим, що перетинаються, іншої площини. На рис. 4.4 через точку D проведено площину, паралельну площині трикутника ABC . Ця площина визначається двома прямими m і n , які

перетинаються в точці D . Проекції прямих m і n проведено за умови, що $m_1 \parallel A_1B_1$ і $m_2 \parallel A_2B_2$ та $n_1 \parallel A_1C_1$ і $n_2 \parallel A_2C_2$.

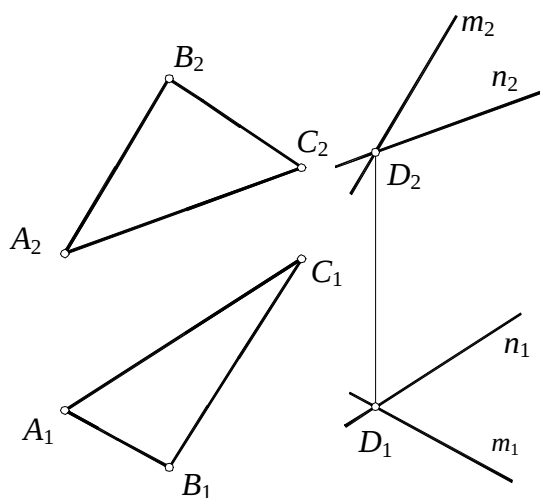


Рис. 4.4

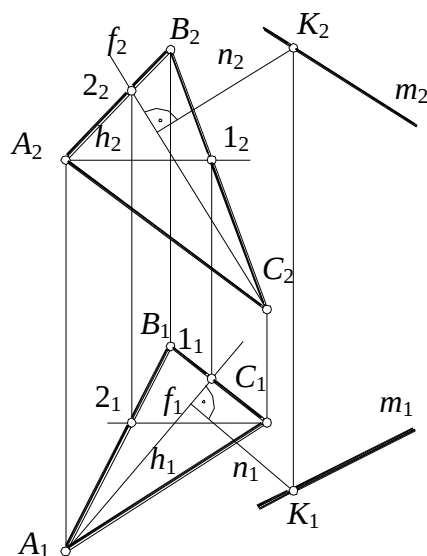


Рис. 4.5

Дві площини взаємно перпендикулярні, якщо одна з них проходить через перпендикуляр до другої площини. На рис. 4.5 з деякої точки K опущено перпендикуляр n на площину загального положення, задану трикутником ABC , а потім проведено довільну пряму m , яка в сукупності з прямою n визначає на комплексному кресленні шукану площину. Дійсно, прямі m і n перетинаються в точці K , а отже визначають площину. Ця площина проходить через перпендикуляр n , опущений на площину трикутника ABC . Таким чином, ці площини перпендикулярні між собою.

Лінією перетину двох площин є пряма. Для її побудови достатньо знайти дві точки, які належать двом площинам, що перетинаються, та з'єднати їх

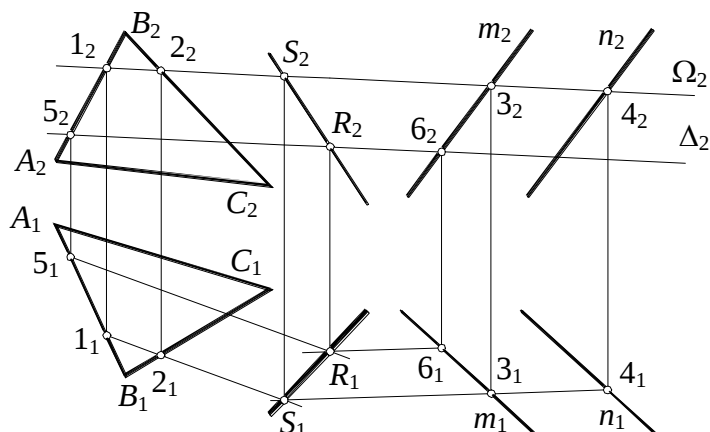
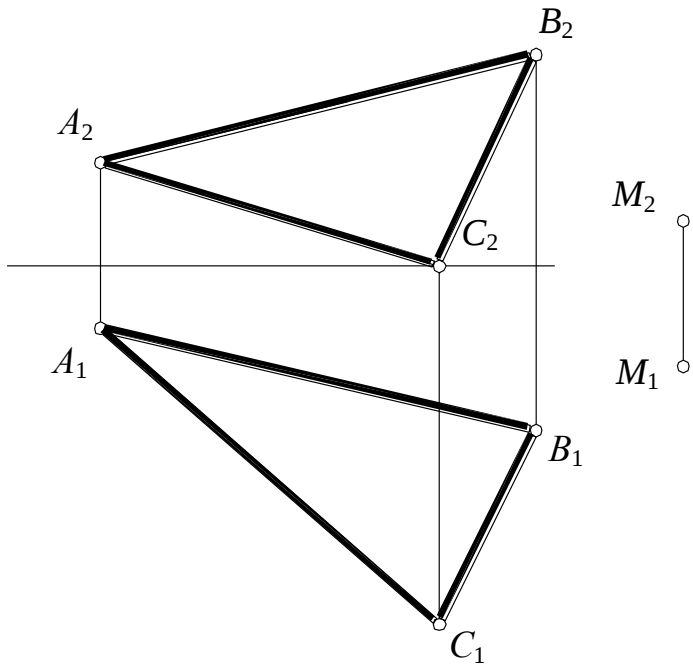


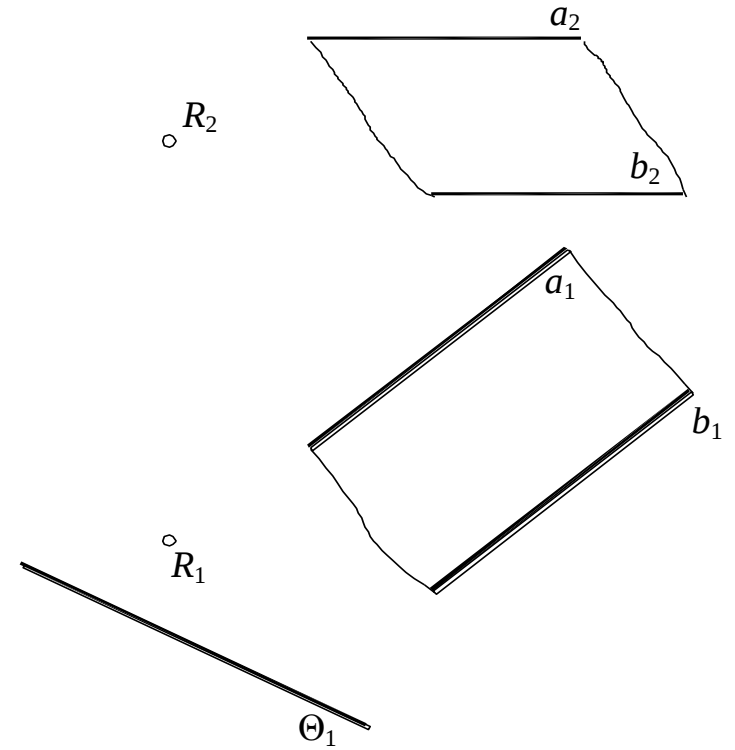
Рис. 4.6

прямою лінією. На рис. 4.6 точки R і S перетину двох площин загального положення знайдено із застосуванням площин посередників Ω і Δ , які для спрощення розв'язання задачі обрано паралельними між собою. Спочатку побудовані лінії перетину вихідних площин з площинами-посередниками, потім знайдено точки R і S , які визначають шукану лінію перетину двох заданих площин.

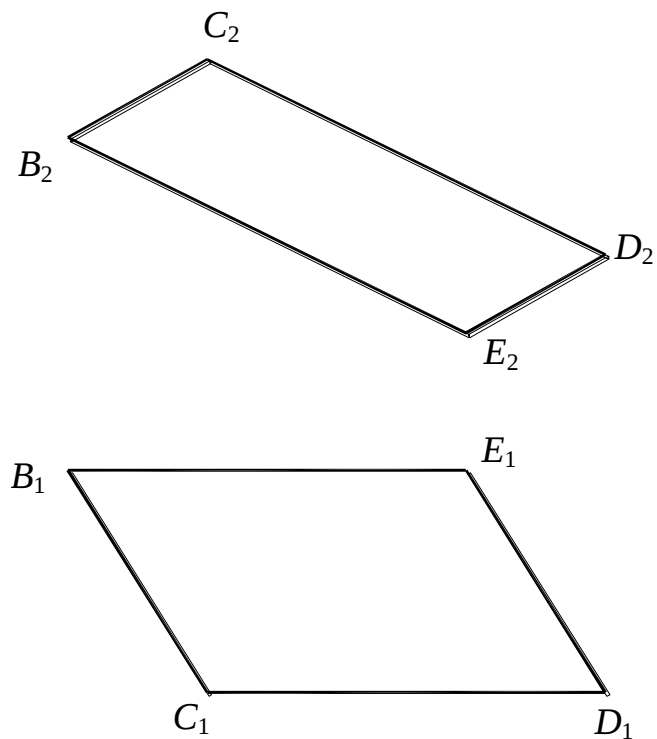
25. Побудувати проєкції трикутника MNK , площина якого паралельна площині трикутника ABC , якщо сторона MN паралельна Π_1 , сторона MK паралельна Π_2 . Відомо, що $MN = 30$ мм, $MK = 50$ мм.



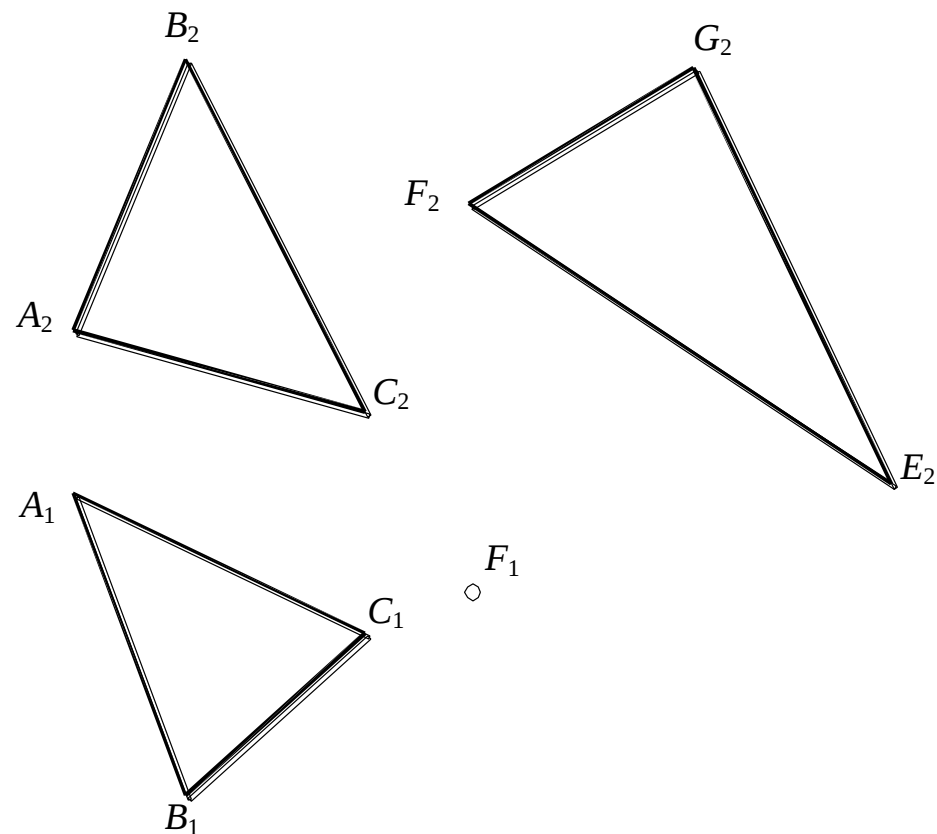
26. Через точку R провести пряму l , паралельну як площині $\Omega(a||b)$, так і площині $\Theta(\Theta_1)$.



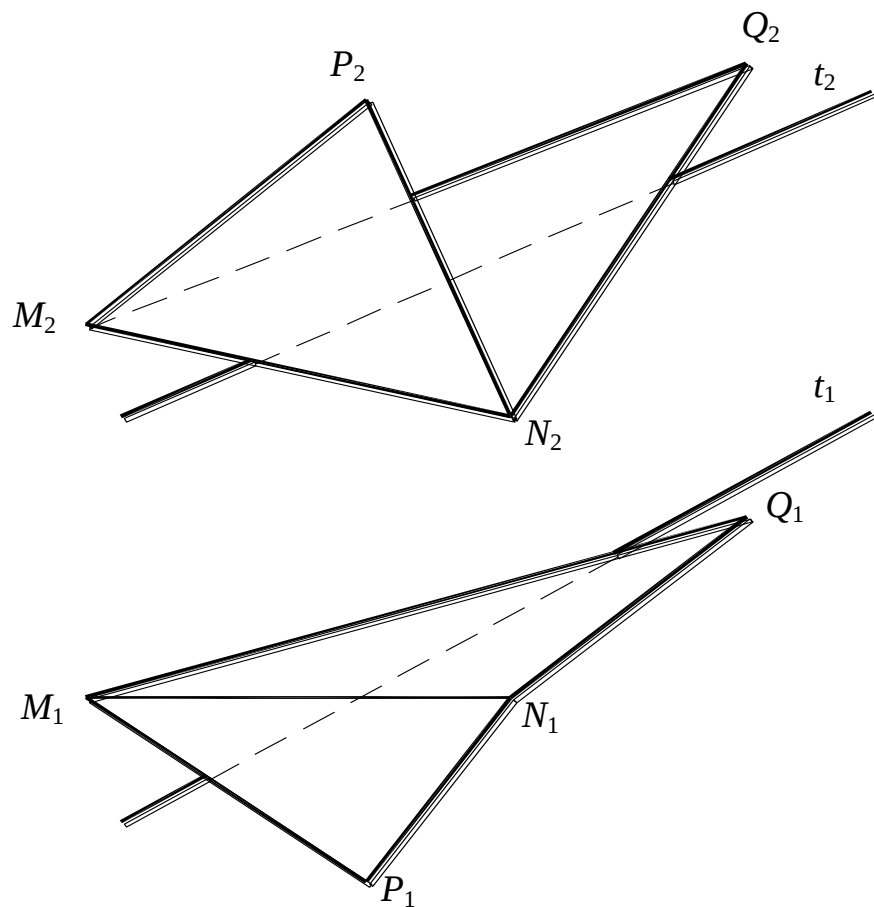
27. Через центр відсіку $BCDE$ провести пряму t , перпендикулярну до його площини. Визначити види-мість прямої.



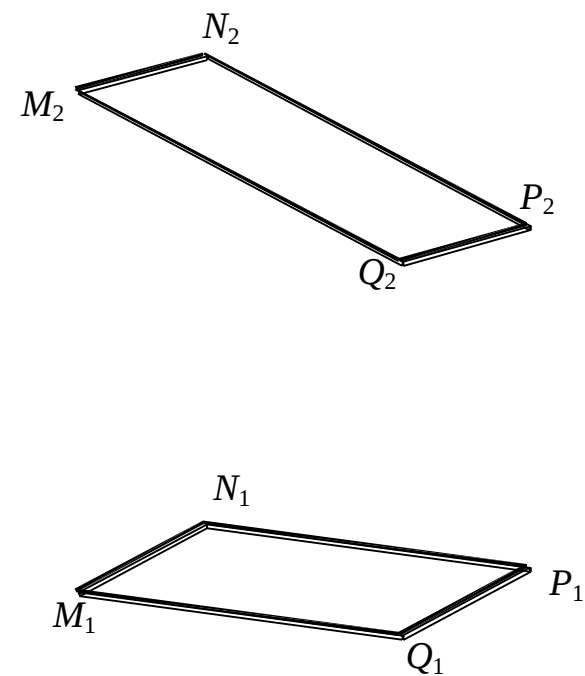
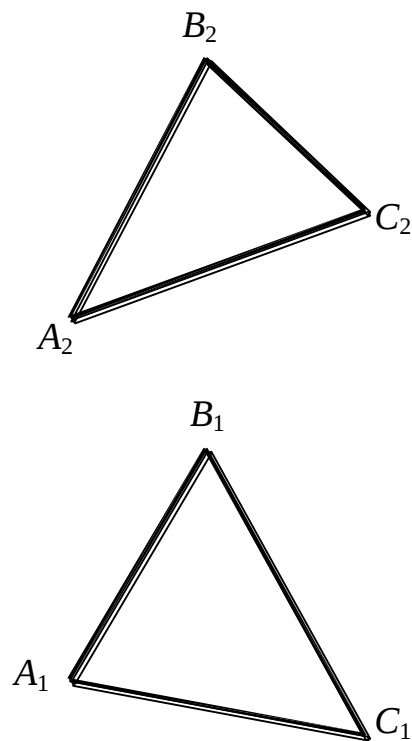
28. Побудувати горизонтальну проекцію трикутного відсіку FGE , паралельного заданому відсіку ABC .



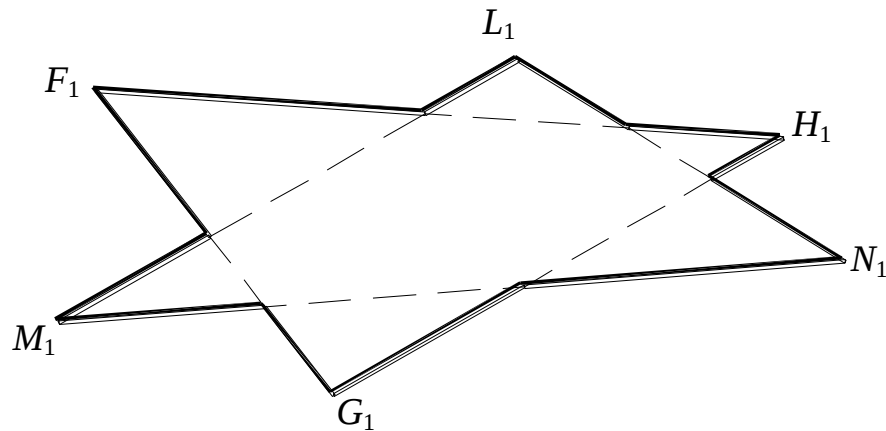
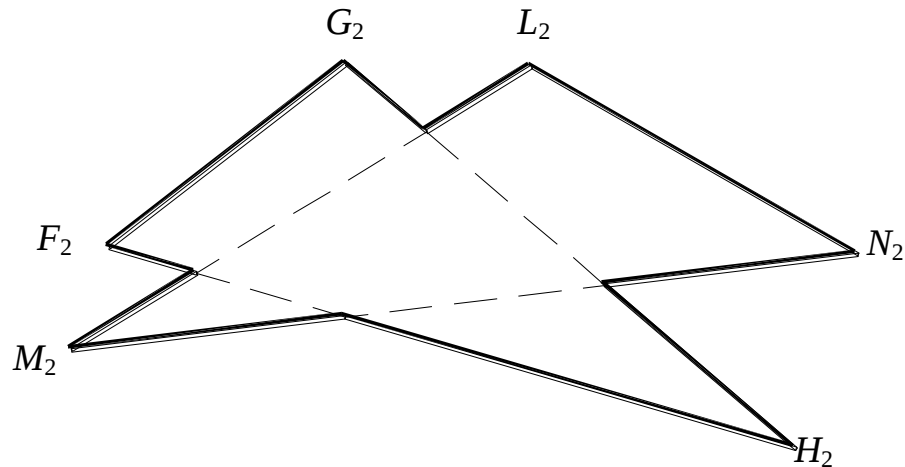
29. Побудувати точки перетину прямої t з гранями MNP і MNQ . Визначити видимість прямої.



30. Побудувати лінію перетину двох плоских відсіків при їх подовженні.



31*. Побудувати лінію перетину пластинок FGH і MNL . Визначити видимість.



Контрольні запитання

1. В якому випадку пряма є паралельною площині?
2. Яка умова перпендикулярності прямої та площини в загальному формулюванні?
3. Які прямі доцільно вибирати за такі, що перетинаються та лежать у площині?
4. Як на комплексному кресленні побудувати пряму, перпендикулярну до площини?
5. Скільки точок перетину з площиною може мати пряма, що не належить площині та не паралельна їй?
6. Як знайти точку перетину прямої з площиною?
7. Яким методом визначається видимість прямої?
8. Яка умова паралельності двох площин?
9. Яка умова перпендикулярності двох площин?
10. Який метод використовується для визначення лінії перетину двох площин?

5. ЗАМІНА ПЛОЩИН ПРОЕКЦІЙ

При застосуванні **способу заміни площин** проекцій положення геометричного образу у просторі не змінюють. Замість "*старих*" площин проекцій вводять "*нові*", по відношенню до яких геометричний образ займає бажане положення. Цей спосіб перетворення проекцій вимагає дотримання таких умов:

- 1) площини проекцій замінюються не одночасно, а послідовно;
- 2) кожна нова площина проекцій має бути перпендикулярною до тієї площини, яка залишається і переходить до нового комплексного креслення.

Ідею перетворення комплексного креслення способом заміни площин проекцій можна зрозуміти із розгляду рис. 5.1, на якому у просторі показано проекціювання точки A на нову площину проекцій Π_4 , яку потім суміщено з площиною проекцій Π_1 . Слід відзначити, що при цих перетвореннях координата z точки A залишається незмінною. На рис. 5.2 показано перетворення точки A на комплексному кресленні.

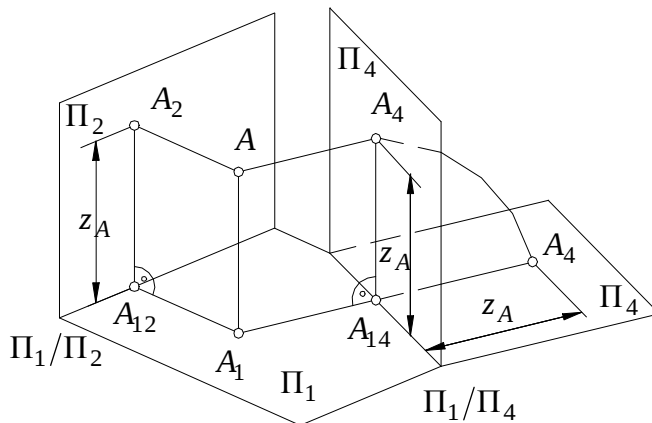


Рис. 5.1

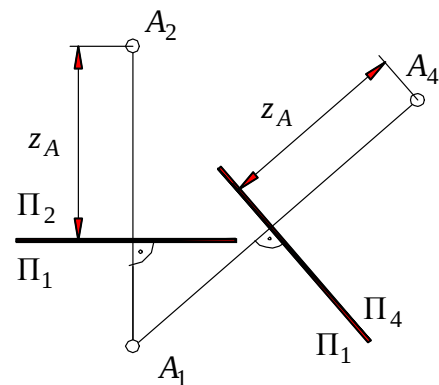


Рис. 5.2

Послідовне перетворення прямої загального положення у проекціювальну пряму (розв'язання першої та другої задач на перетворення), показано на рис. 5.3. У першому перетворенні вісь проекцій обрано паралельно горизонтальній проекції відрізка. У другому перетворенні нова вісь проекцій перпендикулярна до проекції відрізка на площину Π_4 .

Перетворення площини загального положення у площину рівня виконано на рис. 5.4. Спочатку площину проекцій Π_2 замінено на площину проекцій Π_4 , яку обрано за умови, щоб горизонталь площини ABC перетворилася у пряму проекціювальну. Потім площину Π_4 замінено площиною Π_5 , яку обрано па-

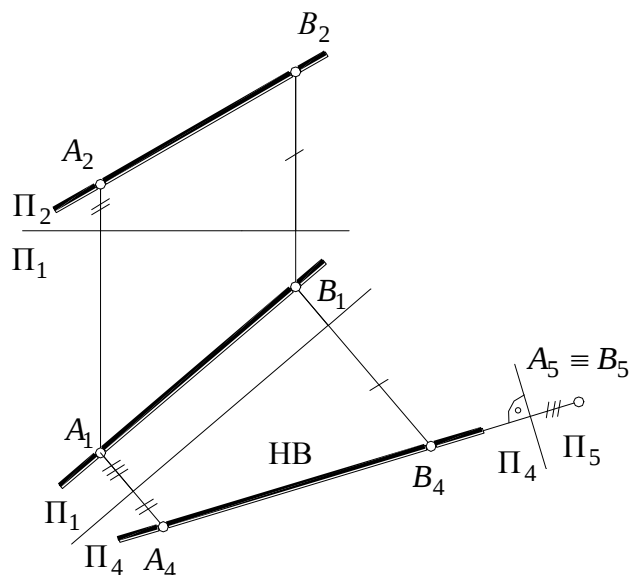


Рис. 5.3

паралельно виродженій проекції трикутника $A_4B_4C_4$. На площину проєкцій Π_5 трикутник ABC проєкціюється без спотворення, тобто в натуральну величину.

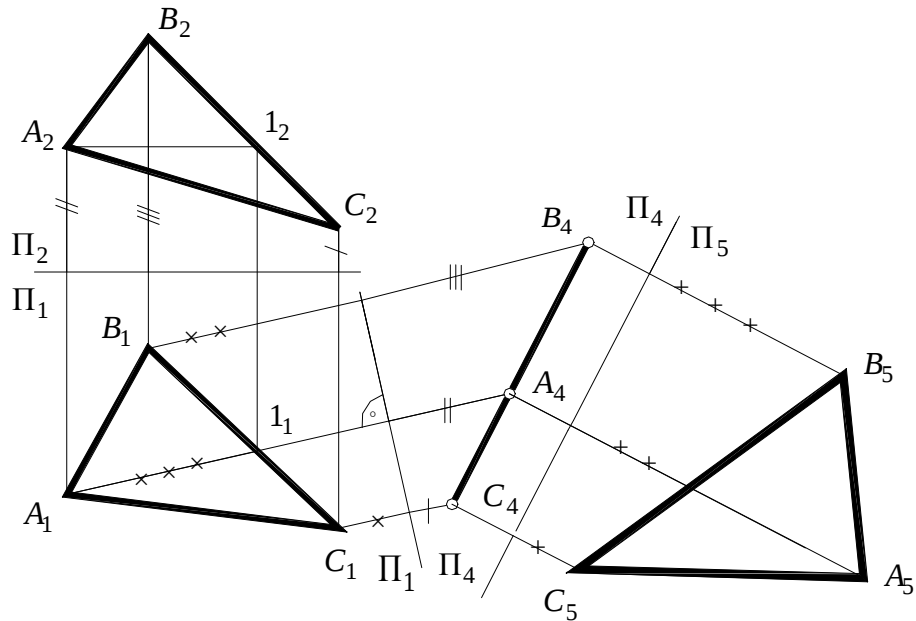


Рис.5.4

Приклад перетворення геометричної моделі за її ортогональними проєкціями у наочне зображення за довільним напрямом проєкціювання r показано на рис.5.5. Поставлена задача розв'язується за умови, що напрям проєкціювання займе положення проєкціовальної прямої. Для цього потрібно зробити подвійне перетворення проєкцій. Спочатку вводять площину проєкцій Π_4 , паралельно r_1 , а потім площину проєкцій Π_5 , перпендикулярно до заданого напрямку. Додаткова проєкція моделі на площину Π_5 є її наочним зображенням.

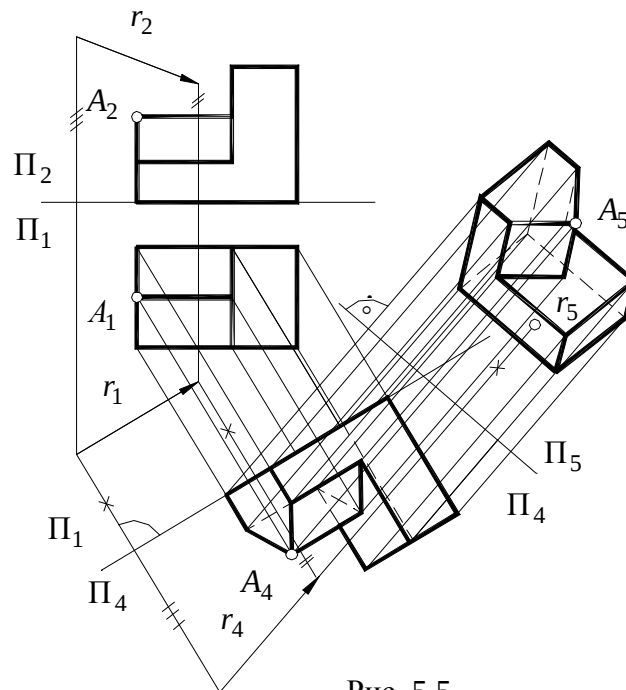
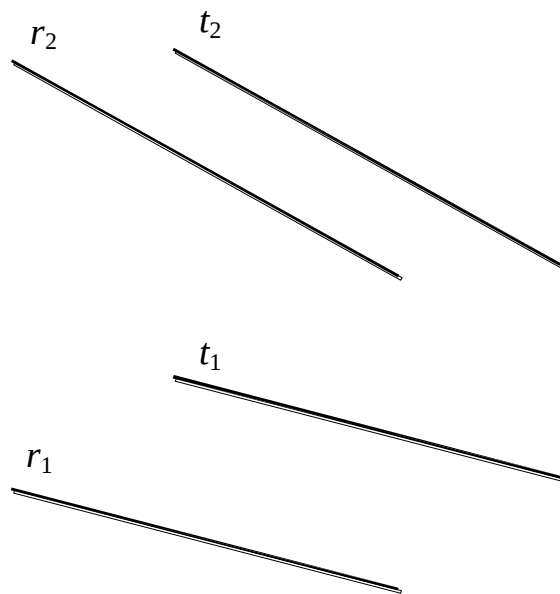
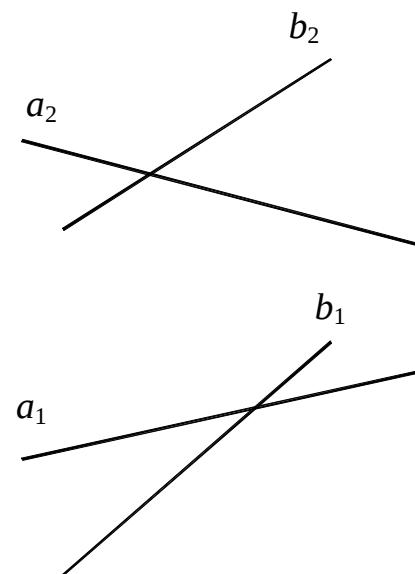


Рис. 5.5

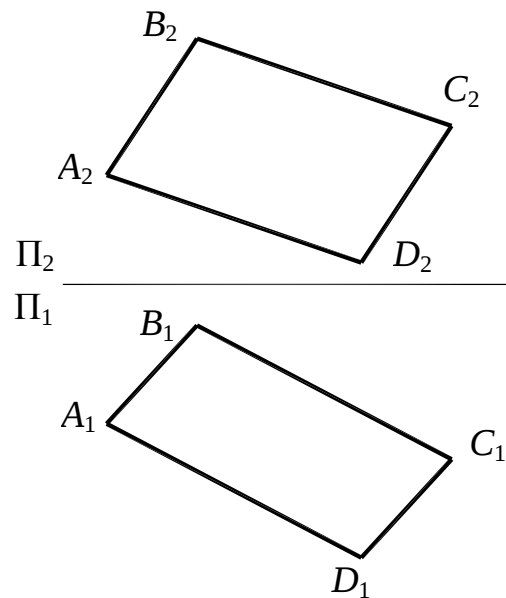
32. Визначити натуральну величину відстані між двома паралельними прямими t і r .



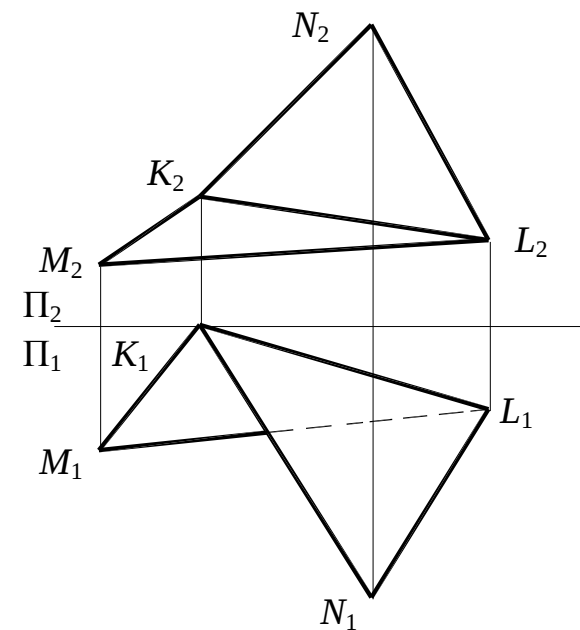
33. На мимобіжних прямих a і b знайти найближчі точки R і S .



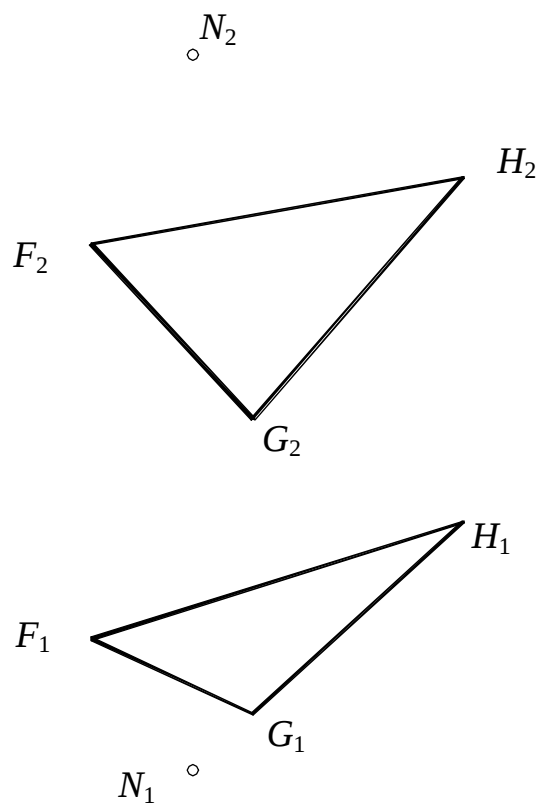
34. Визначити натуральну величину відріку $ABCD$ та кут його нахилу до площини проєкцій Π_1 .



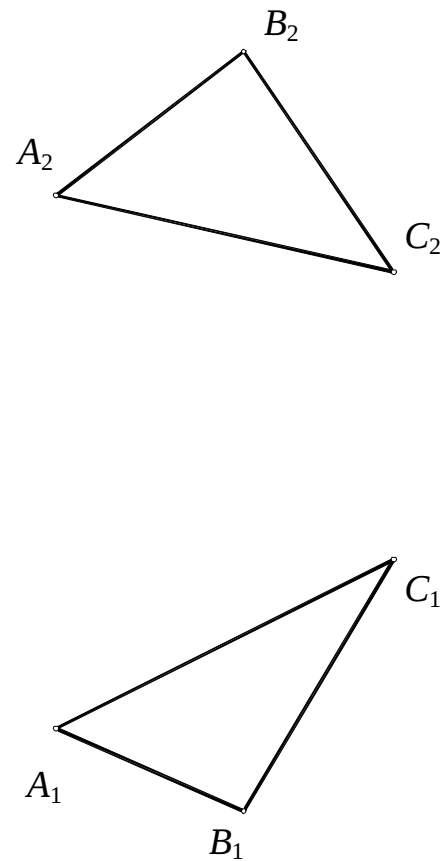
35. Визначити натуральну величину кута між двома плоскими відріками зі спільним ребром KL .



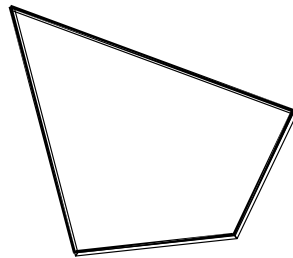
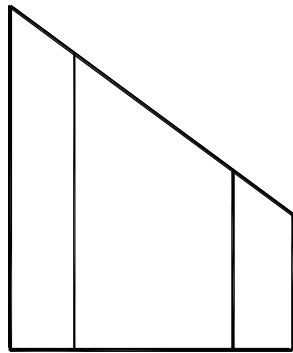
36. Визначити відстань від точки N до плоского відсіку FGH та кут нахилу відсіку до площини проєкцій Π_2 .



37*. Знайти центр та побудувати коло, описане навколо трикутника ABC .



38. Побудувати натуральний вигляд верхньої основи призми.



Контрольні запитання.

1. Як перетворити пряму загального положення в пряму рівня методом заміни площин проекцій?
2. Як перетворити пряму рівня в пряму проекціювальну методом заміни площин проекцій?
3. Як перетворити пряму загального положення в пряму проекціювальну методом заміни площин проекцій?
4. Як на мимобіжних прямих знайти найближчі точки?
5. Як перетворити площину загального положення в площину проекціювальну методом заміни площин проекцій?
6. Як перетворити проекціювальну площину в площину рівня методом заміни площин проекцій?
7. Як перетворити площину загального положення в площину рівня методом заміни площин проекцій?
8. Як визначити відстань від точки до площини загального положення на комплексному кресленні?
9. Як на комплексному кресленні знайти натуральну величину відсіку площини загального положення?
10. Як побудувати натуральну величину двогранного кута на комплексному кресленні?

6. КРИВІ ЛІНІЇ ТА ПОВЕРХНІ

У нарисній геометрії лінію розглядають як сукупність усіх послідовних положень точки, що рухається у просторі. Криві можуть бути закономірними або незакономірними, плоскими або просторовими. Прикладом закономірних кривих є алгебраїчні криві другого порядку: *коло*, *еліпс*, *парабола*, *гіпербола*.

На рис. 6.1 показані положення січних площин, які при перетині з конічною поверхнею утворюють означені вище криві.

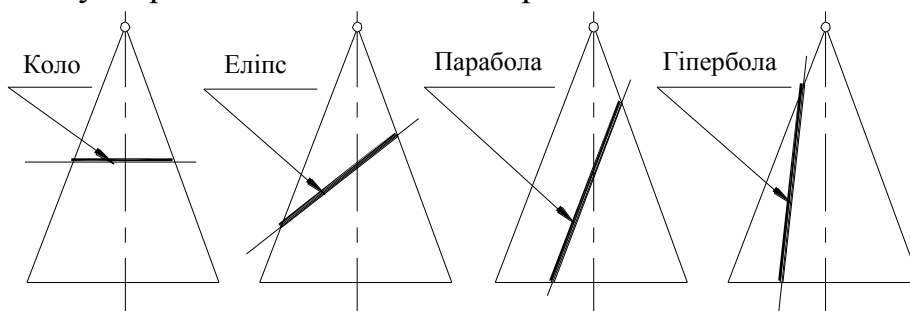


Рис. 6.1

Просторову закономірну криву показано на рис. 6.2, вона має назву геліси або гвинтової лінії. Ця лінія утворюється обертанням точки навколо осі та одночасним рухом з постійною швидкістю вздовж цієї ж осі.

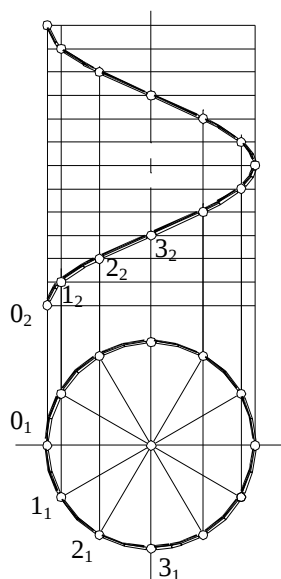


Рис. 6.2

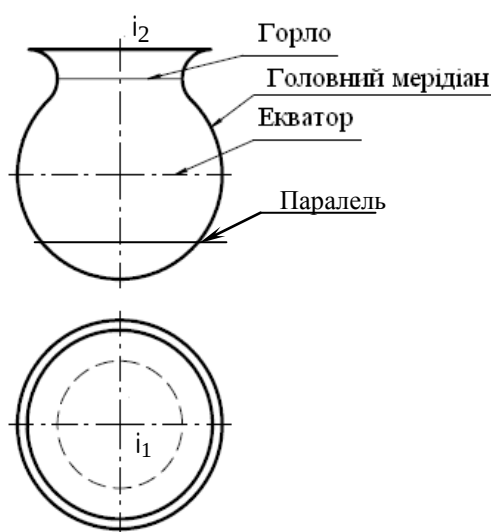


Рис. 6.3

Одними з найбільш розповсюдженими в практиці поверхнями є поверхні обертання. Поверхня обертання — це поверхня, яка утворюється при обертанні прямолінійної або криволінійної лінії навколо осі.

Елементами поверхонь обертання є *вісь обертання*, *головний меридіан*, *екватор*, *горло*, *паралель* (рис. 6.3).

Положення точки на поверхні обертання визначається за допомогою кола, яке проходить через цю точку на даній поверхні (рис. 6.4,б).

Це не виключає можливість використання прямолінійних твірних у випадку лінійчатих поверхонь обертання (рис. 6.4,а).

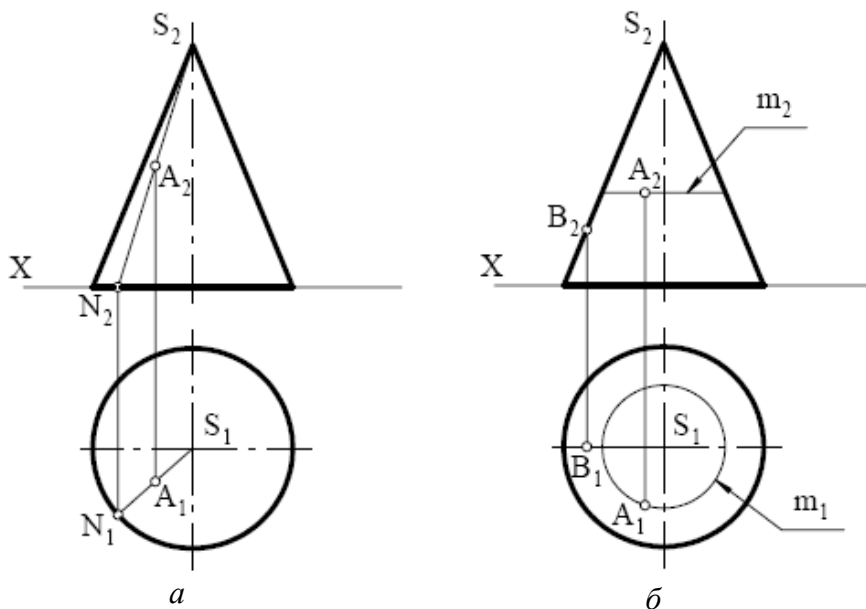


Рис. 6.4

При розв'язанні задач з поверхнями доводиться знаходити перетин їх з прямою чи кривою лінією, площиною, а також розглядати перетин поверхонь між собою. При розв'язанні таких задач застосовують способи допоміжних січних площин-посередників, а іноді і спосіб перетворення проєкцій.

На рис. 6.5 наводиться приклад побудови лінії перетину фронтально-проєкціювальної площини з конусом. Спочатку знаходяться опорні точки, а потім проміжні. Положення точок визначаються із застосуванням ліній каркаса, за які доцільно брати кола. Радіуси кіл визначаються по лініях дій допоміжних січних площин як відстані від осі поверхні до головного меридіану. Центри кіл співпадають з центрами кіл горизонтальних проєкцій поверхонь.

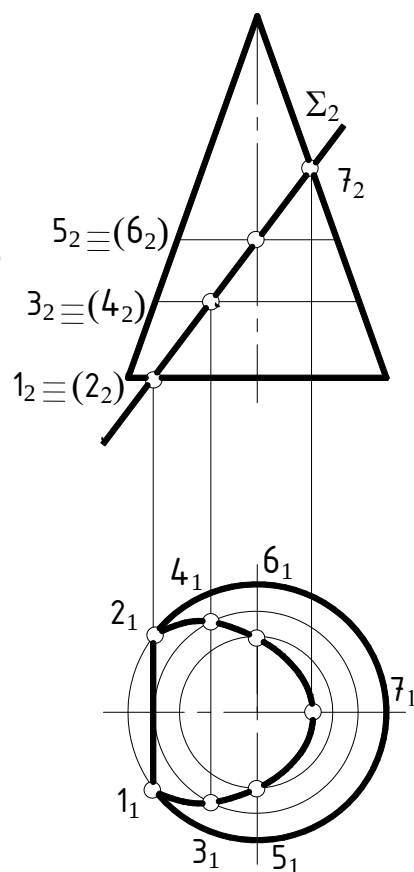


Рис. 6.5

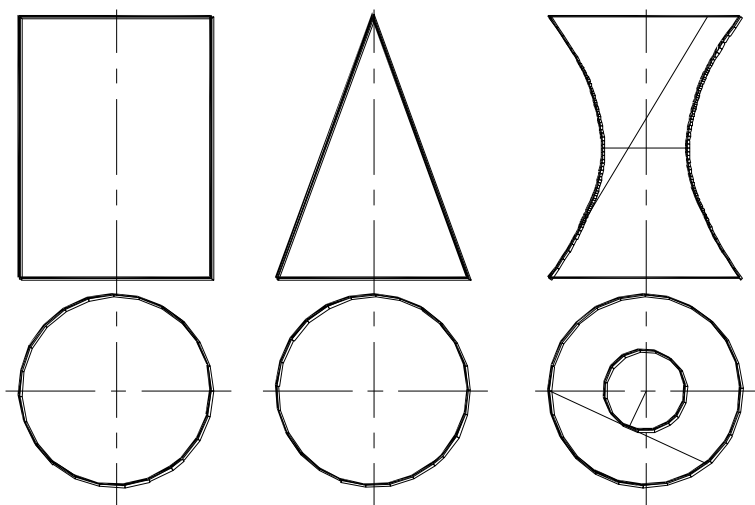
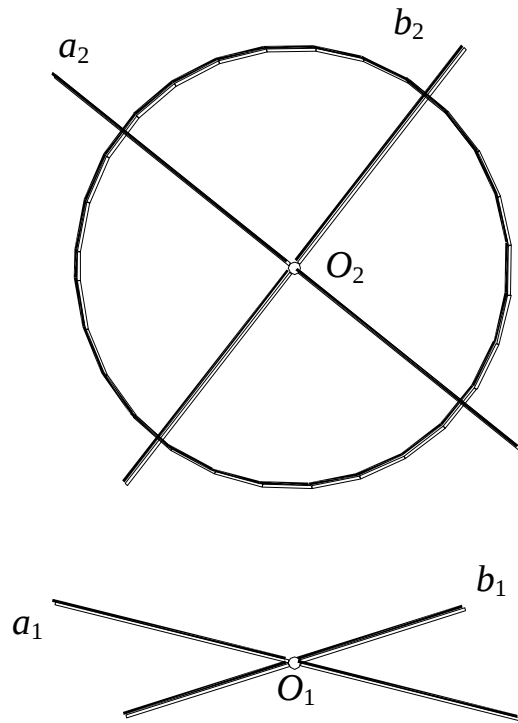


Рис. 6.6

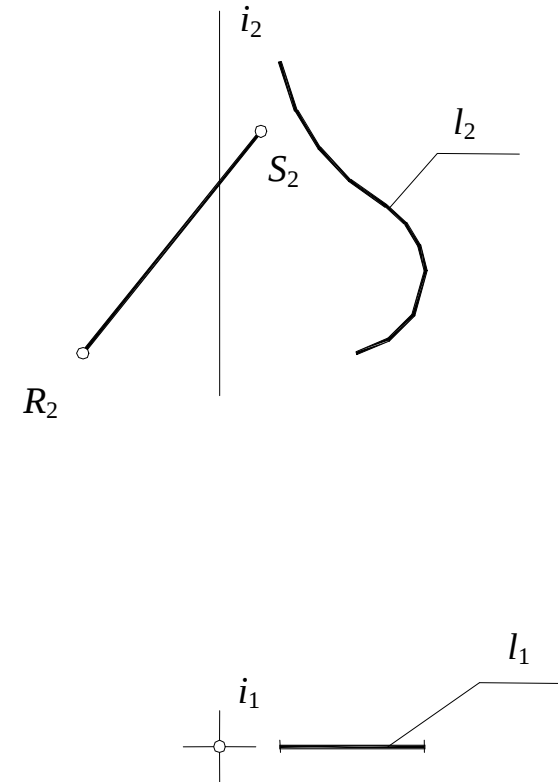
При обертанні кривих другого порядку відносно осей утворюються поверхні обертання другого порядку: *сфера, еліпсоїд, параболоїд, гіперболоїд*.

Приклади лінійчатих поверхонь обертання подані на рис. 6.6. До цих поверхонь відносяться *циліндр, конус, однопорожнинний гіперболоїд*.

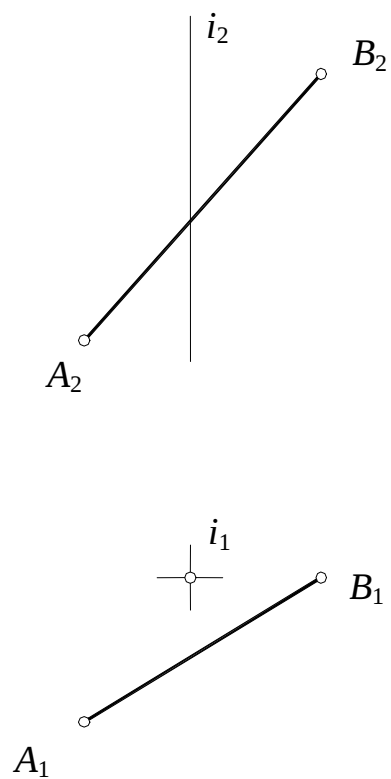
39 Крива t належить площині $\Sigma(a \times b)$. Побудувати її проекцію, яка відсутня. Як називається ця проекція?



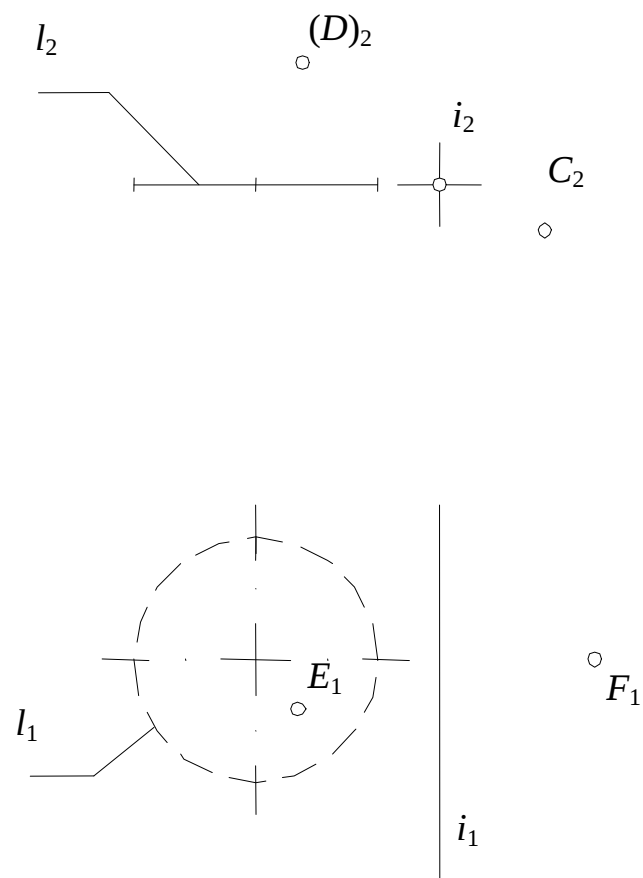
40. Побудувати проекції відсіку поверхні обертання $\Omega(i, l)$ та лінії RS , що належить цій поверхні. Матеріал моделі суцільний.



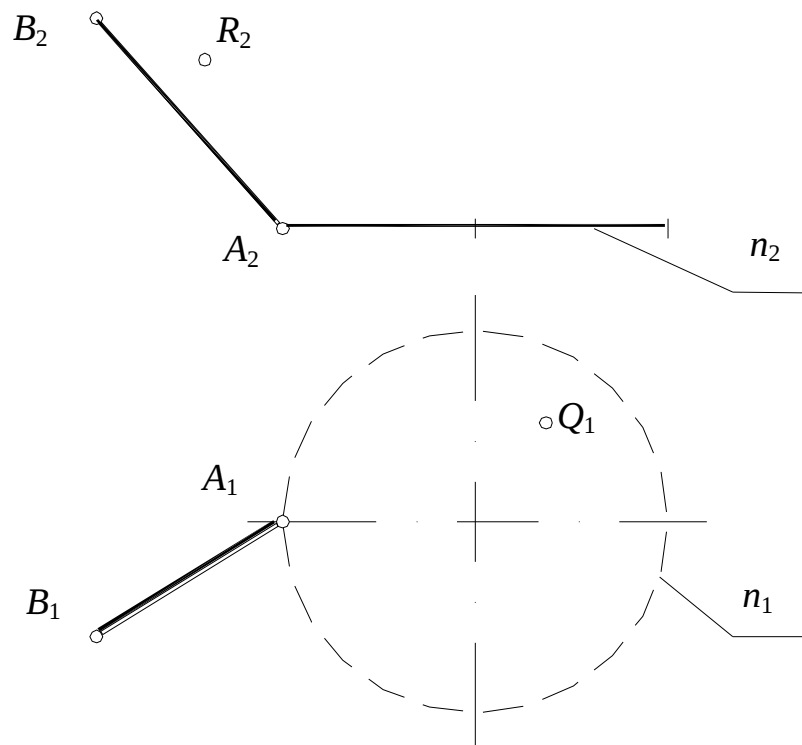
41. Побудувати проєкції відсіку поверхні, створеної обертанням відрізка прямої AB навколо осі i . Як називається ця поверхня та які каркasi вона має?



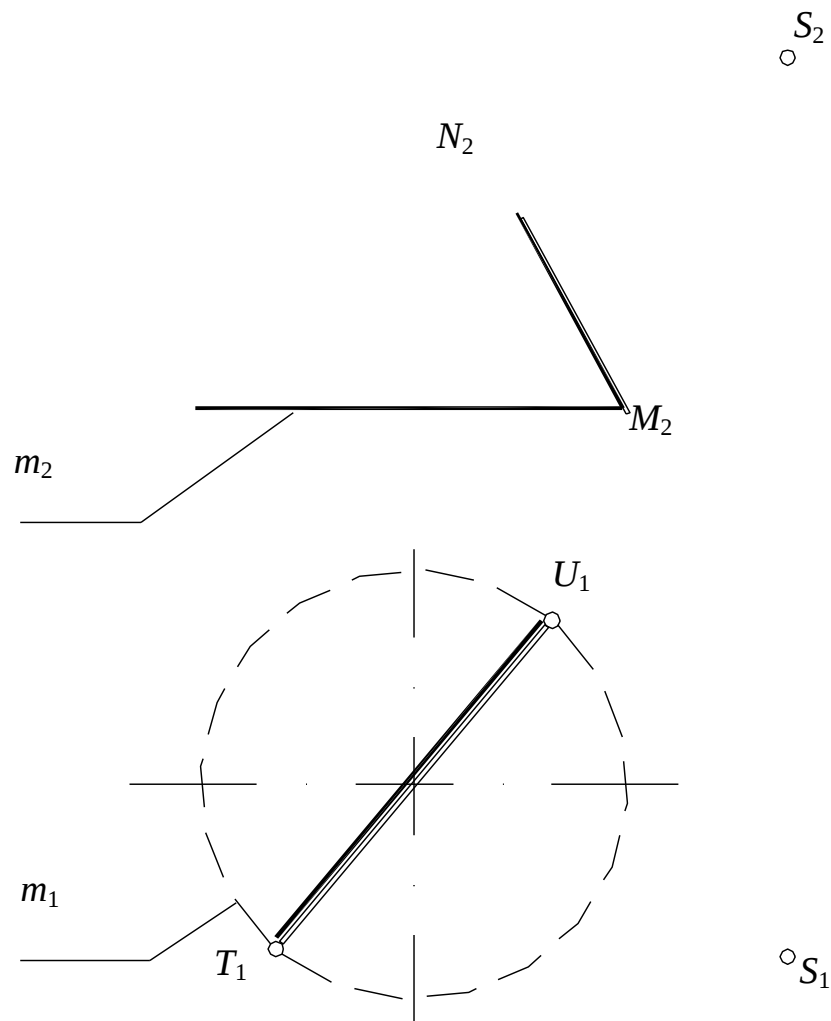
42. *Побудувати проєкції поверхні, створеної обертанням кола l навколо осі i . Побудувати проєкції точок C , D , E , F цієї поверхні. Визначити видимість.



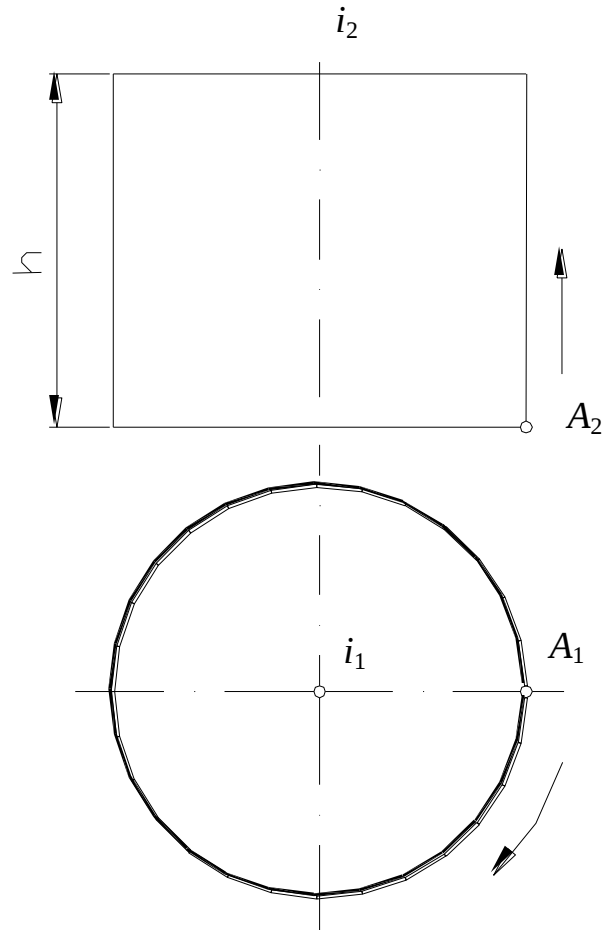
43. Коло n є основою еліптичного циліндра, а відрізок AB його твірною. Побудувати проекції відсіку цієї поверхні і знайти проекції точок R і Q , яких не вистачає. Матеріал листовий.



44. Побудувати проекції еліптичного конуса з основою m і вершиною S . Знайти проекцію ліній TU і MN , що належать цій поверхні і яких не вистачає.



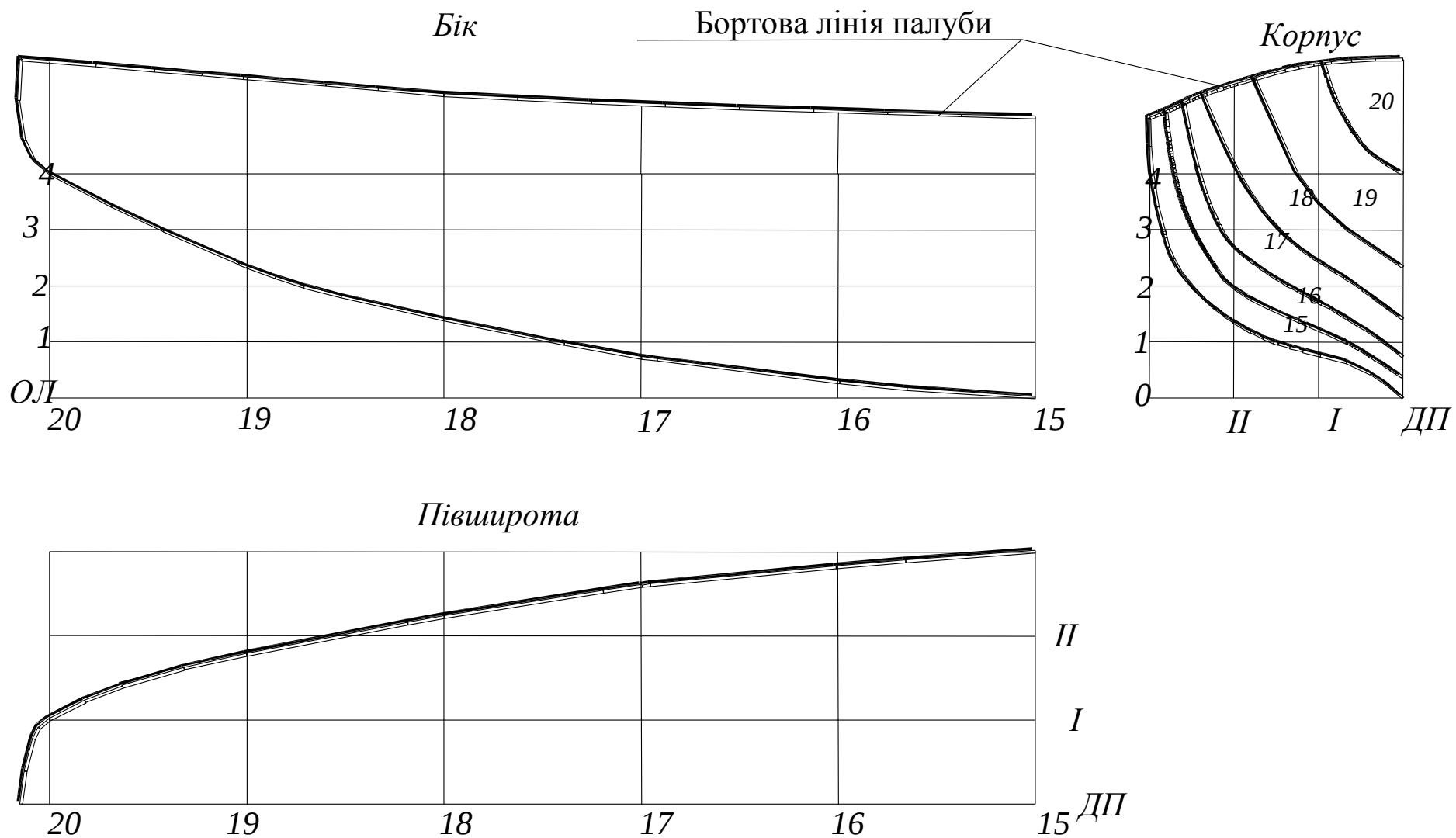
45. Побудувати проекції геліси r з кроком h , а потім проекції відсіку прямого гелікоїда з його каркасом.



Контрольні запитання.

1. Як побудувати проекцію відсутньої точки, якщо вона належить площині та задано одну її проекцію?
2. Як побудувати проекцію відсутньої точки, якщо точка належить заданій поверхні?
3. Як побудувати проекцію лінії на поверхні?
4. Якій каркас мають поверхні обертання?
5. Якій каркас мають лінійчаті поверхні?
6. Які лінії каркасу утворюють однопорожнинний гіперболоїд обертання?
7. Що таке горло поверхні?
8. Що таке екватор поверхні?
9. Що таке лінії відсіку поверхні?
10. Яку лінію називають гелісою?

46. *За заданою проекцією корпусу промислового судна та обрису його кормової частини побудувати три проекції трьохлінійного каркаса (теоретичного креслення): бік, півширота та корпус.



7. ПОЗИЦІЙНІ ЗАДАЧІ

При розв'язанні задач, тим чи іншим чином зв'язаних із поверхнями, дуже часто доводиться знаходити перетин поверхонь з прямою або кривою лінією, з площиною, а також розглядати перетин поверхонь між собою. Ці задачі в нарисній геометрії називають *позиційними*. Для розв'язання позиційних задач застосовують способи *допоміжних січних площин-посередників*, *допоміжних січних поверхонь*, а іноді у комбінації із способами перетворення проєкцій. Ідея застосування цих способів перетворення проєкцій полягає в досягненні такого положення геометричних образів, при якому безпосередньо знаходять бажані точки.

На рис. 7.1 наведено приклад знаходження точок перетину прямої лінії зі сферою із застосуванням допоміжної січної площини-посередника та заміни площин проєкцій. При цьому зроблено заміну горизонтальної проєкції проєкцією на площину Π_4 . Нова вісь проходить паралельно фронтальній проєкції відрізка прямої.

Побудову ліній перетину площин окремого положення з конусом та сферою показано на рис. 7.2. Спочатку знаходяться *опорні* точки, а потім *проміжні*. Положення точок визначаються із застосуванням ліній каркаса, за які в обох випадках доцільно брати кола.

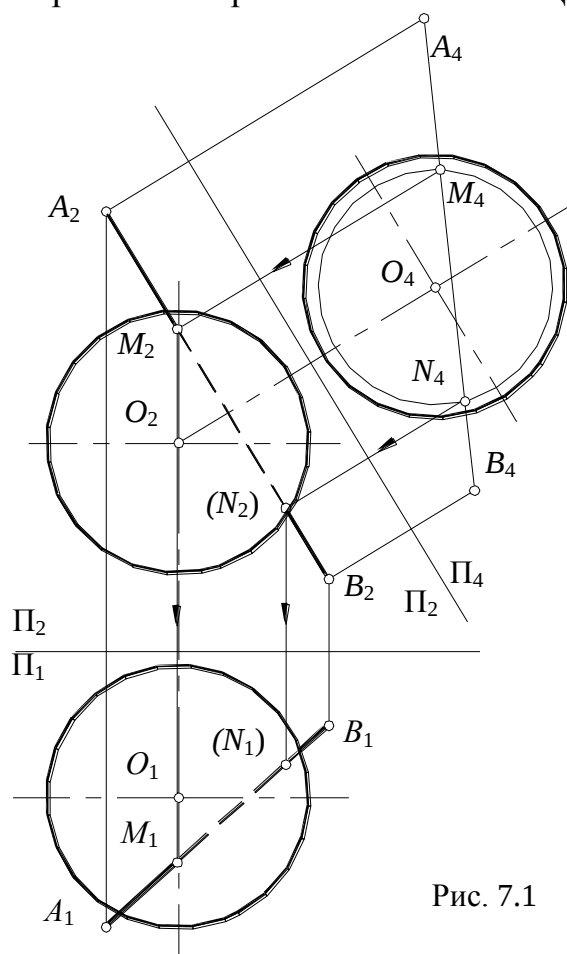


Рис. 7.1

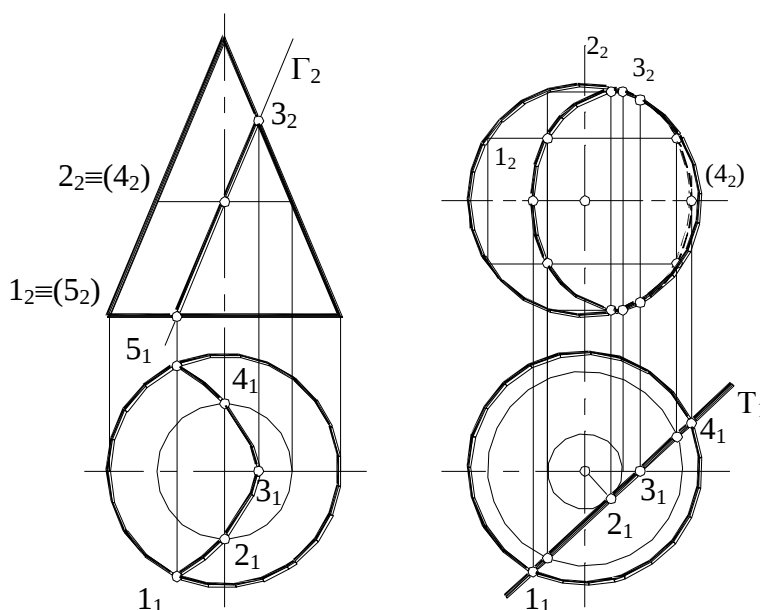


Рис. 7.2

Радіуси кіл визначаються по лініях дій допоміжних січних площин як відстані від осі поверхні до головного меридіана. Центри кіл збігаються з центрами кіл горизонтальних проекцій поверхонь.

На рис. 7.3 зображено циліндр і конус обертання, які взаємно перетинаються.

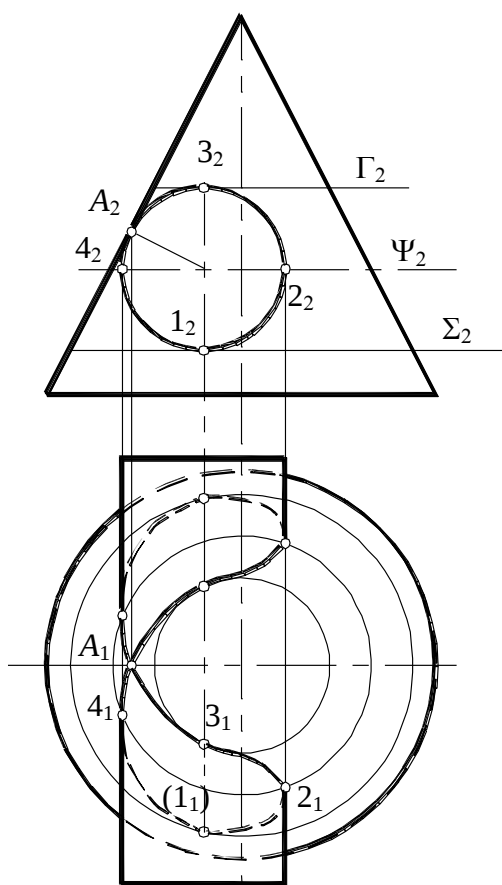


Рис. 7.3

Фронтальна проекція лінії взаємного перетину цих поверхонь збігається з фронтальною проекцією циліндра. Горизонтальну проекцію визначають за точками, які знаходять із застосуванням горизонтальних допоміжних січних площин-посередників, що перетинають конус за колами, а циліндр – за твірними.

За посередники можна брати не тільки площини, але й поверхні, зокрема сферичні. Сфери-посередники застосовують для побудови лінії перетину співвісних поверхонь обертання, осі яких перетинаються та займають окреме положення по відношенню до площин проекцій. Побудову лінії перетину поверхонь обертання методом сфер-посередників показано на рис. 7.4. Як впливає з розгляду цього рисунка, лінію перетину поверхонь обертання можна побудувати, маючи по одній їх проекції.

Якщо обидві поверхні обертання описані навколо однієї сфери (рис. 7.5), то за теоремою Монжа просторова лінія перетину поверхонь обертання розбігається на дві плоскі криві другого

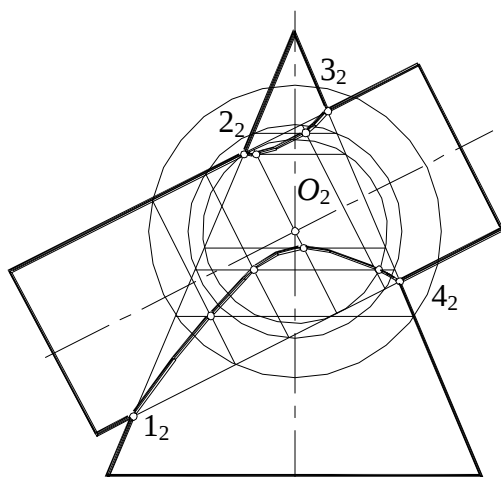


Рис. 7.4

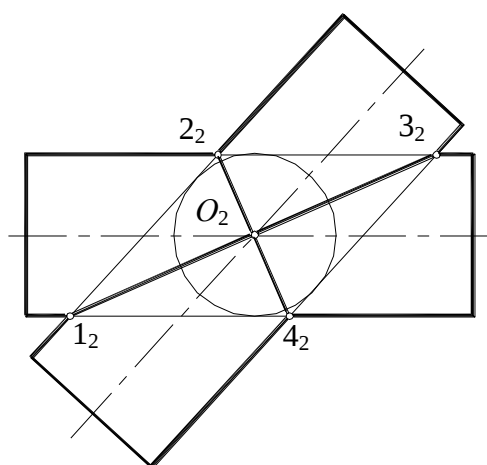
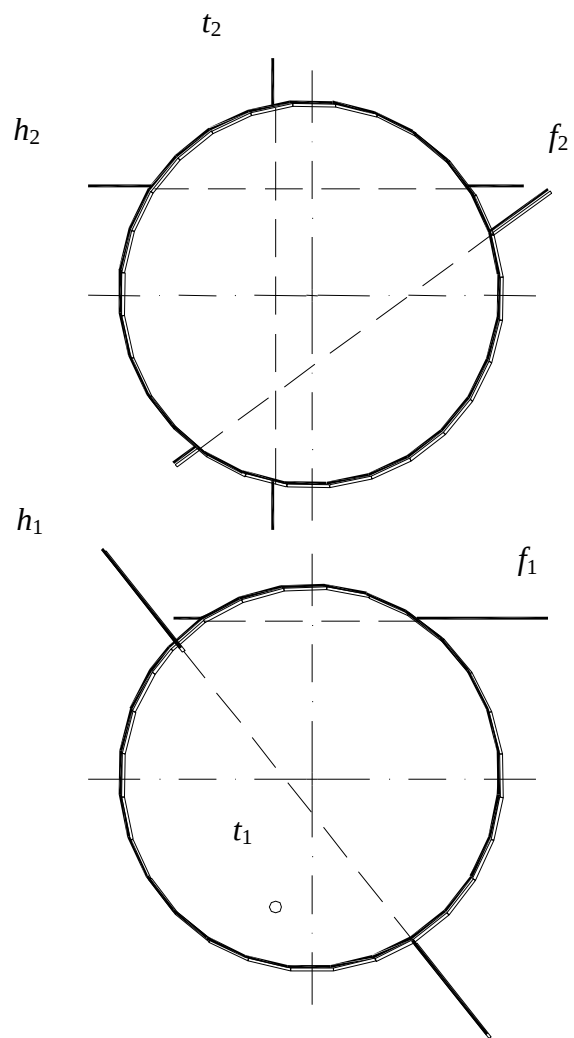


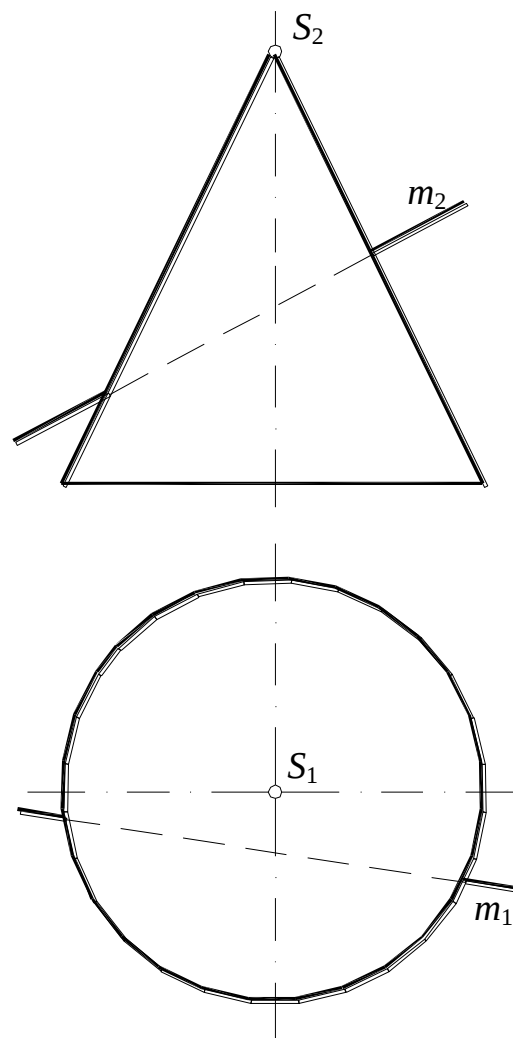
Рис. 7.5

порядку. Їх проекції будуються з'єднанням точок перетину крайніх твірних поверхонь, що перетинаються, відрізками прямих ліній.

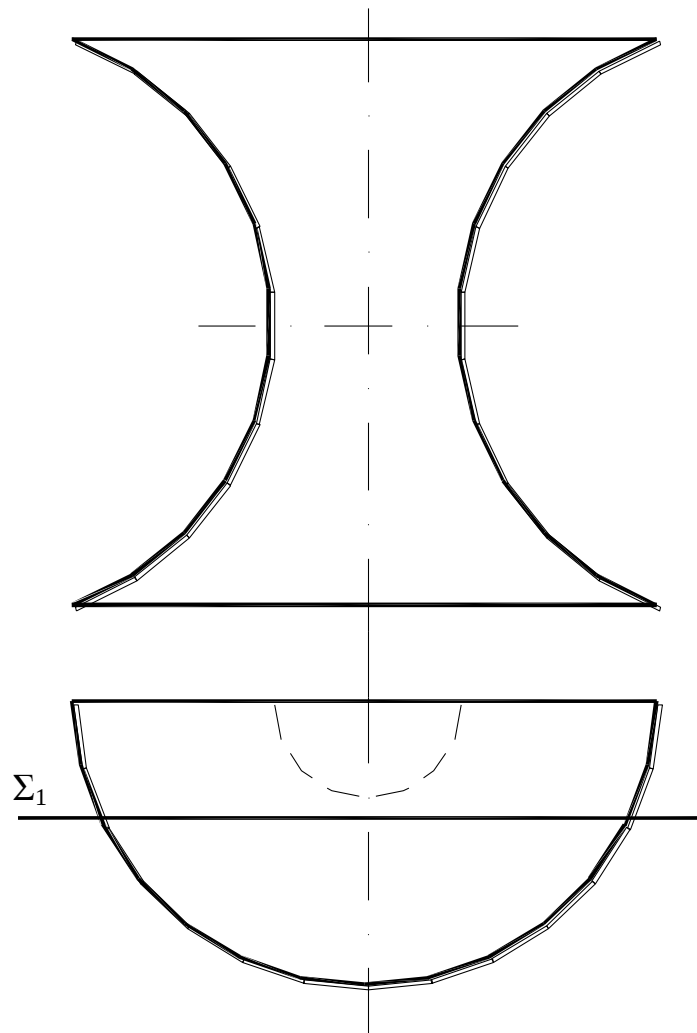
47. Побудувати проекції точок перетину прямих h , f і t з поверхнею сфери. Визначити видимість.



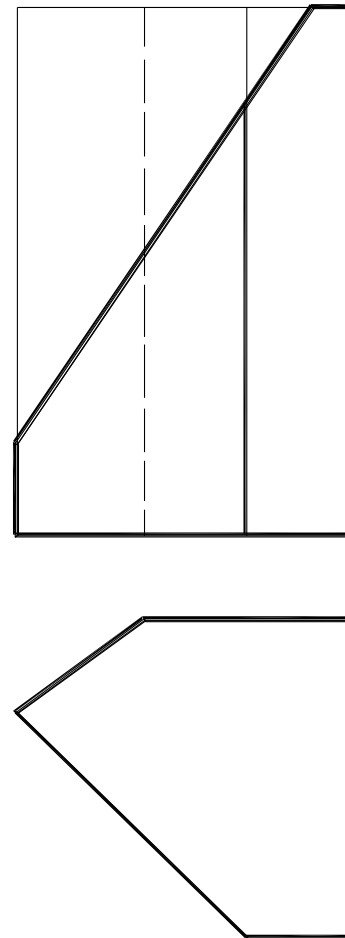
48. Побудувати проекції точок перетину прямої m з поверхнею конуса обертання. Визначити видимість прямої m .



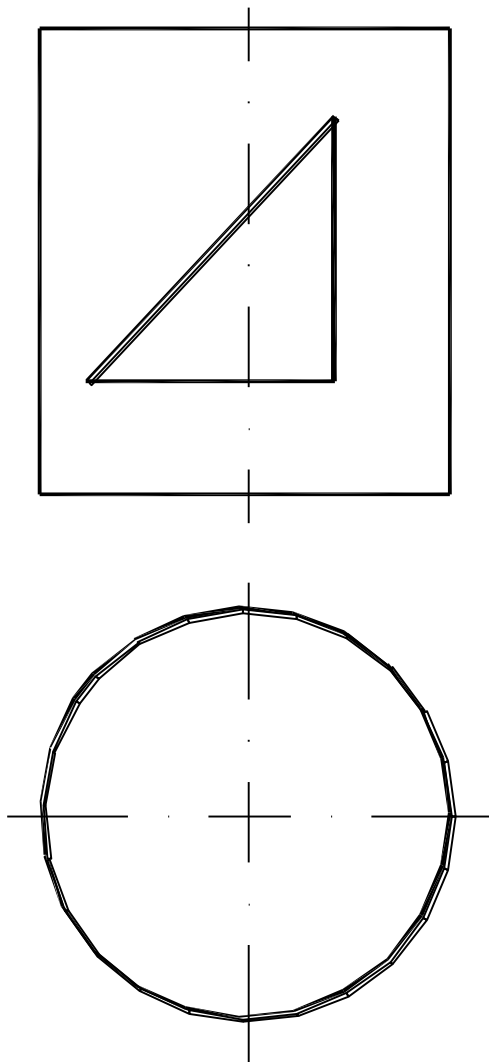
49. Побудувати проекції перерізу поверхні тора площиною Σ . Матеріал моделі суцільний.



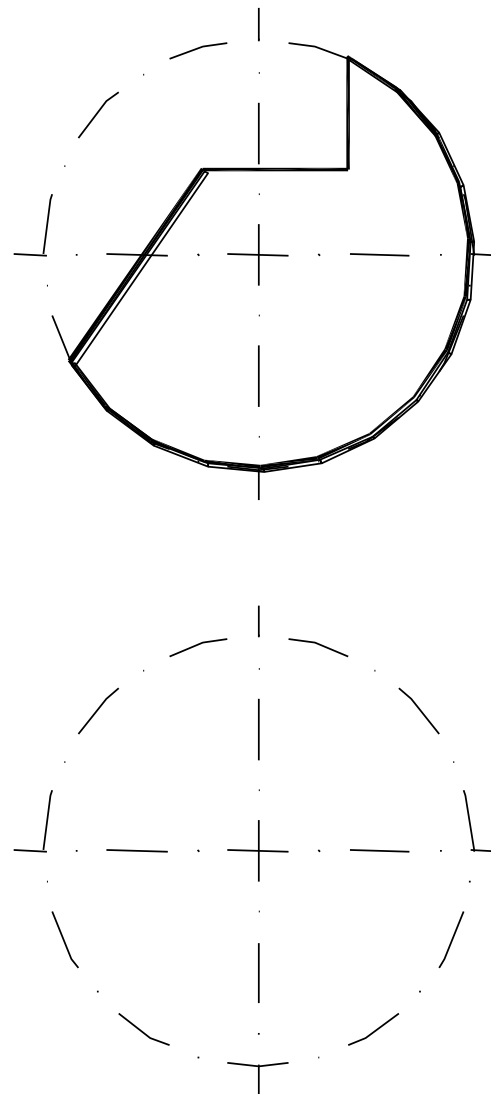
50. Побудувати три проекції відсіченої призми. Матеріал моделі суцільний.



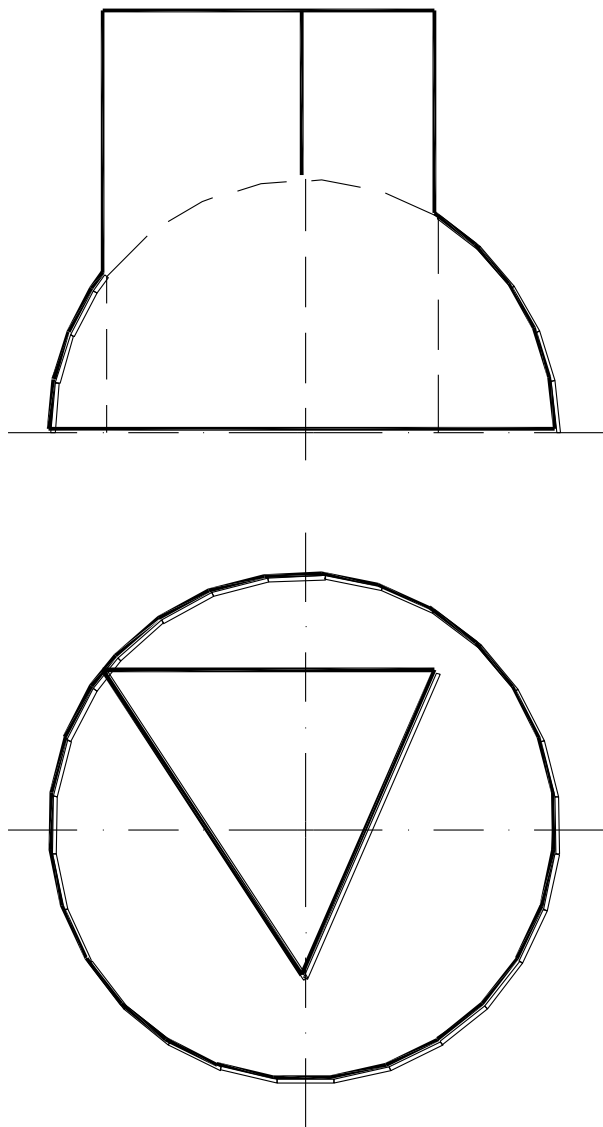
51. Побудувати три проекції циліндра обертання з наскрізним отвором. Матеріал моделі листовий.



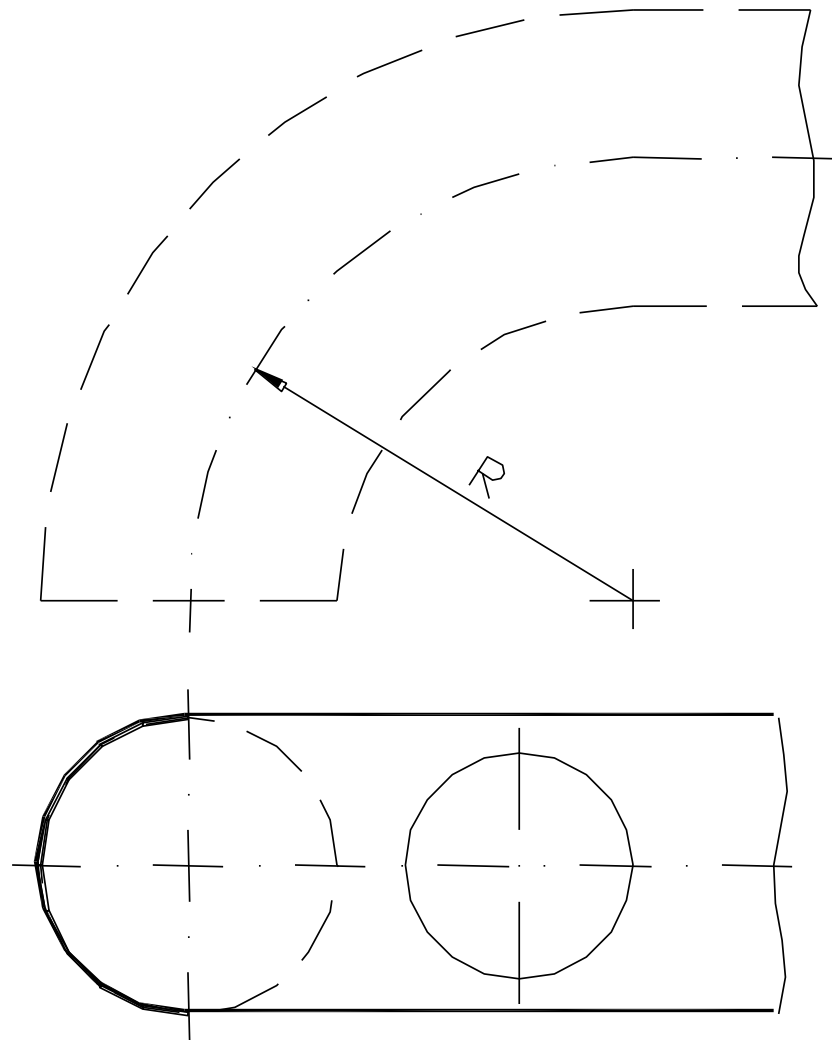
52. Побудувати три проекції відсіченої сфери. Матеріал моделі суцільний.



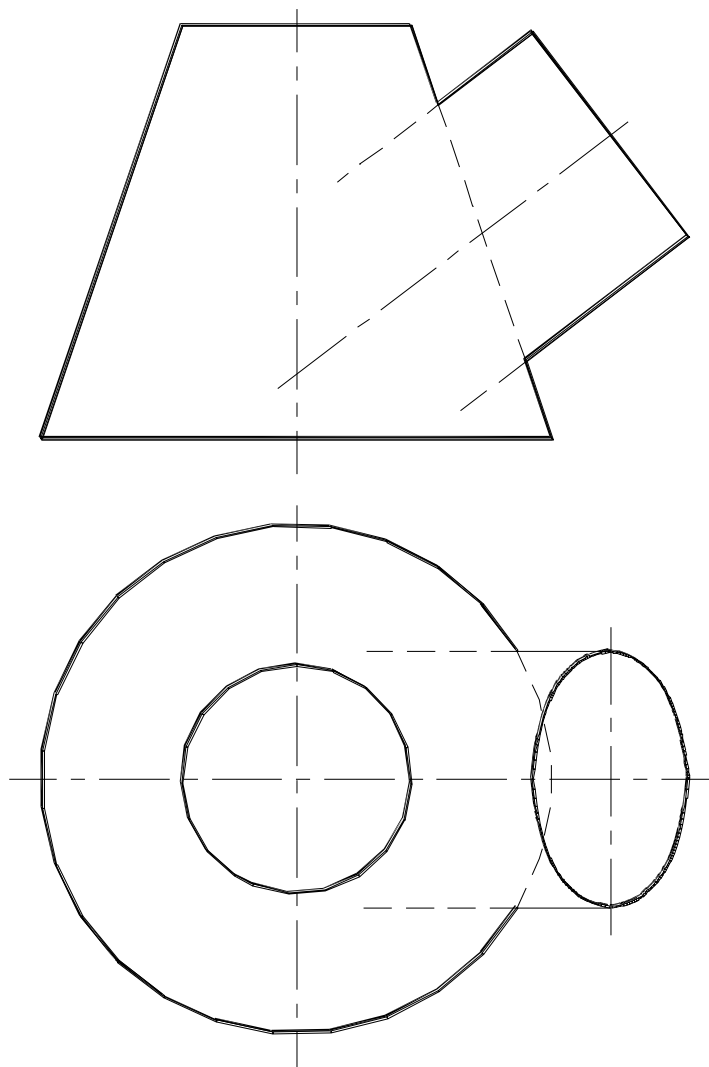
53. Побудувати проекції лінії взаємного перетину поверхонь сфери та призми. Визначити видимість.



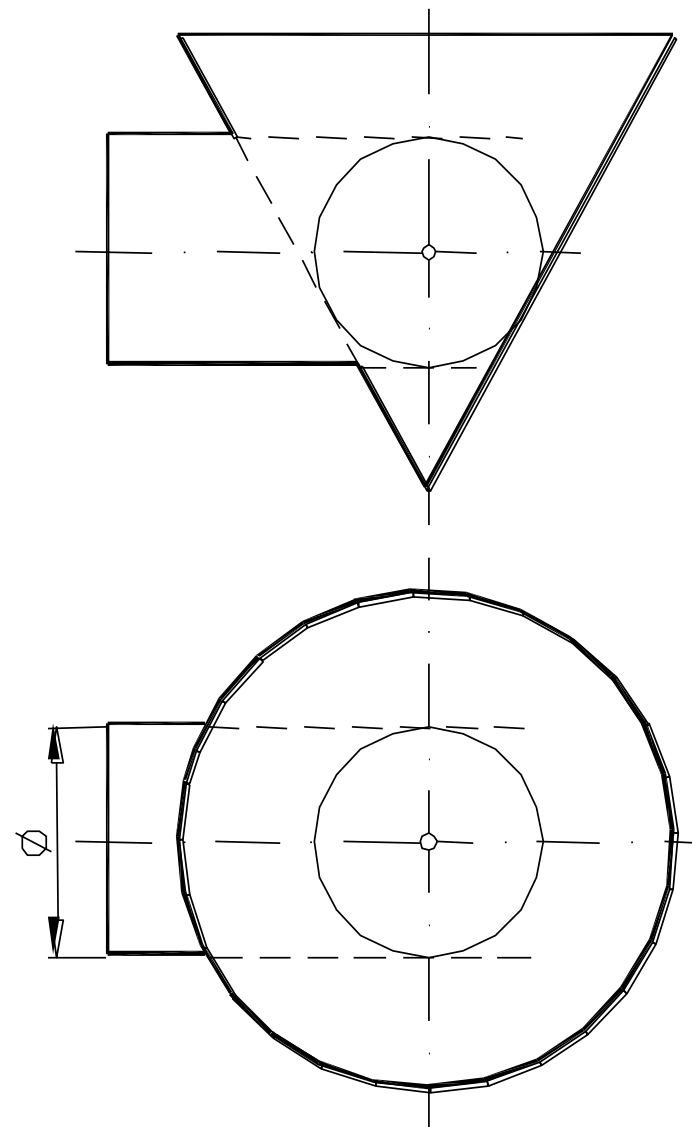
54. Побудувати проекції наскрізного отвору в моделі, яку виготовлено із суцільного матеріалу.



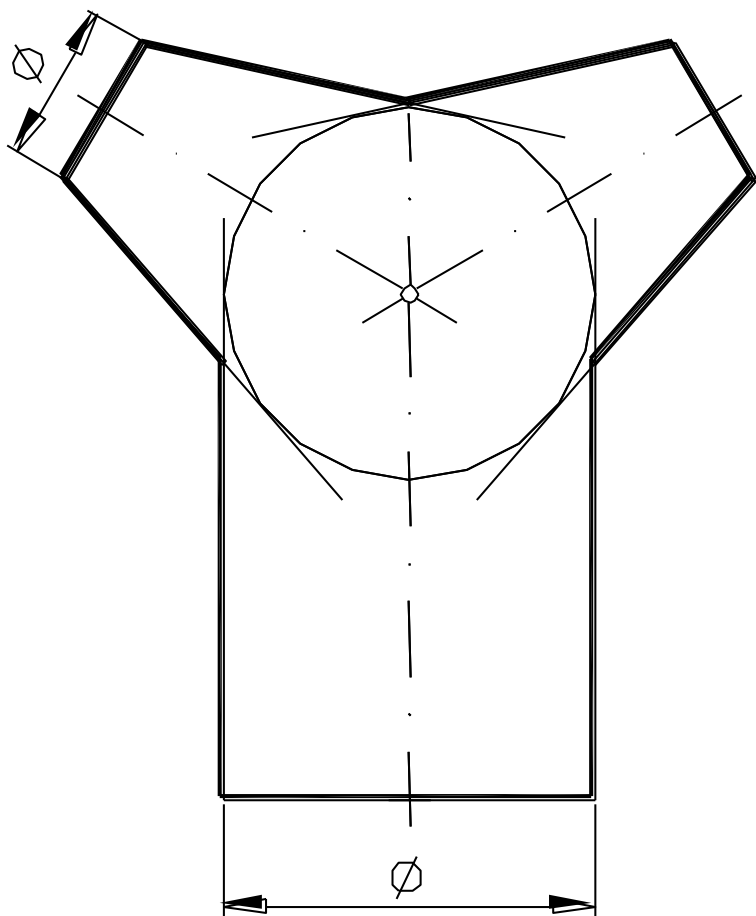
55. Побудувати лінію перетину двох поверхонь обертання, осі яких перетинаються.



56. Побудувати проєкції лінії перетину поверхонь технічної конструкції, яку виготовлено із листового матеріалу. Основа конуса відкрита.



57. Побудувати лінію перетину поверхонь потрібника суднової вентиляції. Всі поверхні описані навколо однієї й тієї ж сфери.



Контрольні запитання.

1. Як визначити точку перетину прямої з поверхнею?
2. Яким методом визначається видимість прямої по відношенню до поверхні?
3. Як побудувати лінію перетину поверхні площинною окремого положення?
4. Якими методами визначається лінія перетину двох поверхонь?
5. Як побудувати лінію перетину поверхонь, якщо одна з поверхонь займає окреме положення?
6. У чому полягає метод січних площин-посередників?
7. В якому випадку використовують метод сфер-посередників?
8. У чому полягає метод сфер-посередників?
9. Які особливості лінії перетину двох поверхонь, що описані навколо однієї сфери?
10. Як формулюється теорема Монжа?

ЗМІСТ

1.	ТОЧКА	3
2.	ПРЯМА ЛІНІЯ	9
3.	ПЛОЩИНА	16
4.	ТОЧКА. ПРЯМА. ПЛОЩИНА.....	22
5.	ЗАМІНА ПЛОЩИН ПРОЕКЦІЙ	28
6.	КРИВІ ЛІНІЇ ТА ПОВЕРХНІ.....	34
7.	ПОЗИЦІЙНІ ЗАДАЧІ	41

ЗАХИСТ ЗАДАЧ ПО ТЕМАХ

№	Назва теми	Номери задач	Кількість балів	Дата захисту	Підпис викладача
1	Точка	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8			
2	Пряма	9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17			
3	Площина	18, 19, 20, 21, 22, 23*, 24			
4	Точка-пряма-площина	25, 26, 27, 28, 29, 30, 31*			
5	Заміна площин проекцій	32, 33, 34, 35, 36, 37*, 38			
6	Криві лінії і поверхні	39, 40, 41, 42*, 43, 44, 45, 46*			
7	Позиційні задачі	47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57			

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИКОНАННЯ І ЗАХИСТУ ПРАКТИЧНИХ ТА САМОСТІЙНИХ ЗАВДАНЬ

№	Найменування	Кількість	Максимальна кількість балів	
			За одне завдання	Всього
1	Задачі по темах	7 тем	5	35
2	Домашні завдання	3	5	15
3	Тести по темах	3	зараховано	зараховано
4	Контрольна робота	5 питань	2	10
5	Іспит (залік)	1	-	40
	Всього			100

ДЛЯ НОТАТОК

Навчальне видання

БІДНІЧЕНКО Олена Галиківна
СЛОБОДЯН Сергій Олегович

ЗАДАЧІ З НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

для аудиторного і самостійного розв’язання

Навчальний посібник

Надруковано з оригінал-макету,
підготовленого авторами посібника

Формат 60x84/16. Ум. друк. арк. 3. Тираж 150 прим.

Надруковано з оригінал-макету замовника:

ФОП Швець В.М., м. Миколаїв,

Тел..:(0512) 50-04-48

Свідоцтво видавничої діяльності:

Серія ДК № 5078 від 01.04.2016 р.