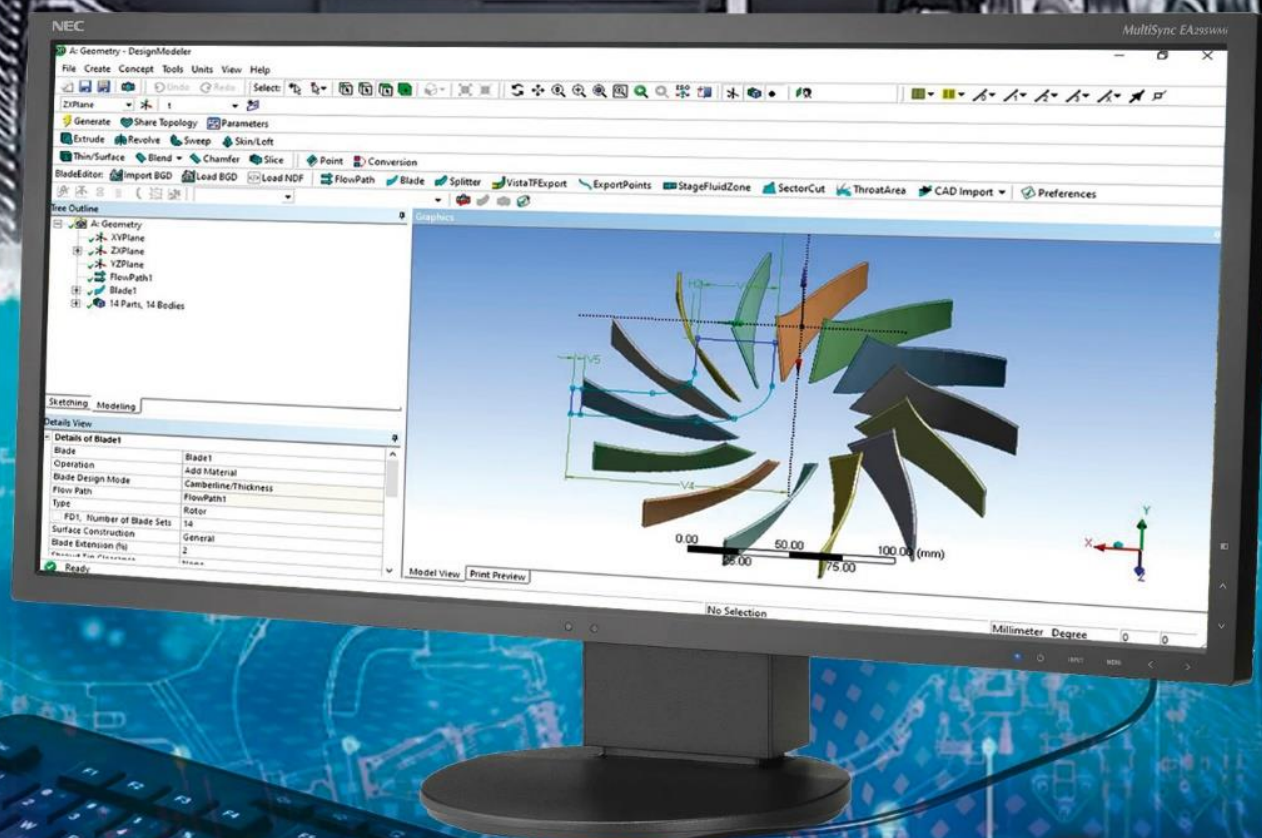


**С. І. СЕРБІН
А. В. КОЗЛОВСЬКИЙ**



**ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕЧІЇ
В КОМПРЕСОРНИХ СТУПЕНЯХ**

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет кораблебудування
імені адмірала Макарова

С. І. Сербін, А. В. Козловський

ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕЧІЇ В КОМПРЕСОРНИХ СТУПЕНЯХ

Навчальний посібник

Рекомендовано Вченою радою НУК

Миколаїв
«Іліон»
2026

УДК 004.94:621.438

С 32

АВТОРИ:

С. І. СЕРБІН, доктор технічних наук, професор;
А.В. КОЗЛОВСЬКИЙ, кандидат технічних наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Є. В. БІЛОУСОВ, доктор технічних наук, професор, професор кафедри суднових енергетичних установок та технічної експлуатації Одеського національного морського університету;

М. Р. ТКАЧ, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри інженерної механіки та технології машинобудування Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова;

О. К. ЧЕРЕДНІЧЕНКО, доктор технічних наук, професор, професор кафедри експлуатації суднових енергетичних установок та теплоенергетики Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова

*Рекомендовано Вченою радою НУК
як навчальний посібник
(протокол № 11 від 28.11.2025 р.)*

Сербін С. І.

С 32 Числове моделювання течії в компресорних ступенях : навчальний посібник / С. І. Сербін, А. В. Козловський. — Миколаїв : Іліон, 2026. — 110 с.

ISBN 978-617-534-776-8

Розглянуто загальні питання використання методів числового моделювання в турбінобудуванні на прикладі моделювання течії повітря в компресорному ступені у розрахунковому середовищі Ansys Student.

Призначено для студентів другого (магістерського) рівня вищої освіти спеціальності G11 Машинобудування спеціалізації G11.02 Двигуни та енергетичні установки освітньої програми Газотурбінні установки і компресорні станції денної та заочної форм здобуття освіти.

УДК 004.94:621.438

ISBN 978-617-534-776-8

© Сербін С. І., Козловський А. В., 2026

© НУК імені адмірала Макарова, 2026

ВСТУП

Поведінка рідин і газів завжди була актуальним науковим завданням. Архімед, Леонардо да Вінчі заклали основу дослідження течії рідин. Ісаак Ньютон у своїх роботах спробував обчислити і передбачити течію рідини за допомогою своїх найпростіших законів. Його внеском у механіку рідин є концепція Ньютонівської в'язкості, принцип незворотності та співвідношення між швидкістю хвиль на поверхні рідини та їхньою довжиною.

Значну роботу зі створення математичного апарату для опису руху рідин було виконано в XVII і XIX століттях. Даніель Бернуллі (1700–1782 рр.) вивів своє відоме рівняння, Леонард Ейлер (1707–1783 рр.) запропонував оригінальну систему рівнянь, які описують збереження моменту і маси для нев'язкої рідини. Він же запропонував теорію потенціалу швидкостей. Також значний внесок у розв'язання проблеми зробили француз Клод Луї Марі Генрі Нав'є (1785–1836 рр.) та ірландець Джордж Габріель Стокс (1819–1903 рр.), які запровадили в'язкісне перенесення в рівняння Ейлера, що привело до створення відомих рівнянь Нав'є – Стокса.

Ця система диференціальних рівнянь, створена близько 200 років тому, зараз є основою сучасної числової гідрогазодинаміки і містить закони збереження і переносу маси, моменту, хімічних сполук і турбулентності. Зрозуміло, ці рівняння так тісно пов'язані, що розв'язати їх не було можливим до 60–70-х років XX століття, коли з'явилися перші сучасні ЕОМ, що були спроможні розв'язувати реальні задачі гідрогазодинаміки в розумні терміни. Крім того, в XIX столітті проблемами, що належать до теорії потоків, займалися Симеон-Дені Пуассон, Жозеф Луї Лагранж, Джон Вільям Релей, М. Мауріс Куетт, Осборн Рейнольдс і П'єр Симон де Лаплас.

На початку XX століття виконано велику роботу з удосконалення теорії прикордонного шару в турбулентних потоках. Людвіг Прандтль (1875–1953 рр.) запропонував теорію прикордонного шару та стисливих потоків, число Прандтля тощо. Теодор фон Карман (1881–1963 рр.) проаналізував явище, яке зараз називається доріжкою Кармана. Жоффрей Інграм Тейлор (1886–1975 рр.) створив статистичну теорію турбулентності. Андрій Миколайович Колмогоров (1903–1987 рр.) запропонував концепцію масштабу Колмогорова та універсальний енергетичний спектр турбулентності, а Джордж Батчелор (1920–2000 рр.) зробив свій внесок у теорію однорідної турбулентності.

Льюїс Фрай Річардсон (1881–1953 рр.) розробив першу числову систему передбачення погоди, розділивши фізичний простір на осередки, і використав кінцево-різницеві наближення для розв’язання найпростіших диференціальних рівнянь Б’єркнеса. Зауважимо, що його спроба розрахувати погодні умови для 8-ми годинного періоду зайняла два тижні і закінчилася невдачею.

Перше числове розв’язання обтікання циліндра виконано в 1933 році А. Томом і опубліковано в Англії [1]. Кавагуті в Японії отримав схожий розв’язок для обтікання циліндра в 1953 році, використовуючи інженерний калькулятор і працюючи по 20 годин на тиждень протягом 18 місяців [2].

У 60-х роках теоретичний підрозділ NASA в Лос-Аламосі, США, розробив безліч числових методів, що використовуються і донині, зокрема $k - \varepsilon$ модель турбулентності. У 70-х роках група вчених під керівництвом Д.Б. Сполдінга в Імперському коледжі в Лондоні розробила основні алгоритми, що базуються на турбулентних функціях струму, SIMPLE алгоритм, а також вивела форми рівнянь для кінетичної енергії k та питомої швидкості дисипації кінетичної енергії турбулентності ε [3, 4]. Ця група також займалася розробкою моделей горіння – моделі

руйнування вихору та так званої PDF-моделі [5]. Також свій внесок у теорію горіння внесли Зельдович Я. Б. [6], Вільямс Ф. А [7] та інші [8–13].

Іншим видатним ученим, який, можливо, найбільше вплинув на розвиток числових методів та їхнє широке застосування, був С. В. Патанкар. Його книги з проблем числової гідрогазодинаміки і теплообміну [14, 15] послужили основою для створення сотень програмних комплексів обчислювальної гідрогазодинаміки. Згодом багато авторів зверталися до теми числового моделювання течії рідин [16–19].

На початку 80-х років XX століття подібні програмні пакети стали широко застосовуватися провідними машинобудівними компаніями, зокрема газотурбінними, на комерційній основі. На сьогодні створенням універсального програмного забезпечення для числового моделювання промислових процесів, зокрема горіння, займається безліч компаній у всьому світі. Серед відомих програмних продуктів можна виділити ANSYS CFX, ANSYS Fluent, Star-CD, Phoenix, Advanced CFD тощо.

Проектування газотурбінних двигунів до кінця 1970 рр. ґрунтувалося на емпіричному підході, який вимагав проведення великої кількості натурних експериментів. Час проектування нових двигунів за такого підходу становив понад 15 років і вимагав значних матеріальних витрат [20]. З метою скорочення термінів і вартості розроблення, а також зниження ризиків під час проектування провідні підприємства-розробники газотурбінних двигунів, такі як Pratt&Whitney, General Electric, Snecma Moteurs, Siemens і Rolls Royce розгорнули роботи за програмами розвитку числових методів математичного моделювання та їхнього впровадження. В Україні активно впроваджують подібні програмні комплекси великі машинобудівні підприємства: АТ Науково-виробничий комплекс газотурбобудування «Зоря»-«Машпроект» (м. Миколаїв), ДП Запорізьке машинобудівне конструкторське бюро «Прогрес», ВАТ «Мотор Січ» (м. Запоріжжя).

Одним із завдань, що вирішуються за допомогою подібних програм, стало створення сучасних високоефективних компресорів.

У даному посібнику увагу зосереджено на питаннях використання методів числового моделювання в галузі турбобудування для розв'язання інженерних задач, що виникають у процесі проєктування, виготовлення та експлуатації газотурбінного двигуна, і зокрема, однієї з його складових – компресора. Як приклад використання інформаційних технологій показано процес моделювання течії в компресорному ступені, створеному на основі тривимірної моделі лопатки в програмному пакеті Ansys Workbench Student [21], а також подальше використання цієї моделі для перевірочних розрахунків міцності, теплових і гідродинамічних досліджень.

Даний посібник призначено для студентів другого (магістерського) рівня вищої освіти спеціальності G11 «Машинобудування» спеціалізації G11.02 «Двигуни та енергетичні установки» освітньої програми «Газотурбінні установки і компресорні станції» денної та заочної форм навчання.

1. МЕТОДИ ЧИСЛОВОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТЕЧІЇ РІДИНИ

1.1. Основні рівняння руху в'язкої рідини

Завдання математичного моделювання турбулентної течії в каналах турбомашин – це завдання числового моделювання гідрогазодинаміки. При цьому точність прогнозування характеристик течії значно залежить від точності опису полів швидкостей, тисків і температур. Таким чином, насамперед, під час розроблення моделі течії необхідно правильно вибрати та обґрунтувати відповідні моделі турбулентності та граничні умови.

Ці математичні моделі набувають форми систем диференціальних і алгебраїчних рівнянь, розв'язання яких у найважливіших аспектах повністю узгоджується з характеристиками елементів пристрою, що моделюється, або процесу. Модель можна розглядати як ідеалізований або неповний опис залежностей, які фактично існують, між конструктивними та робочими характеристиками об'єкту, з одного боку, і фундаментальними законами фізики та хімії – з іншого. Дослідження течій в'язкого газу на рівні математичного моделювання є, отже, проміжною ланкою між дослідженнями, що проводяться на рівнях інженерної практики та фундаментальної науки.

Необхідність і можливість математичного моделювання процесів, що протікають у ступенях компресора, зумовлюється низкою чинників:

- наявністю математичного апарату для опису гідрогазодинамічних процесів, що протікають у компресорах;
- високим рівнем розвитку обчислювальної техніки, яка дає змогу на практиці реалізувати числові методи розв'язання диференціальних рівнянь математичних моделей;
- необхідністю отримання повної інформації про поля фізичних величин у високонапірних ступенях компресора, яку складно отримати

експериментально у зв'язку з дискретністю проведення вимірів, а також необхідністю проведення натурних випробувань;

- необхідністю зниження термінів і вартості проєктних і доводочних робіт під час створення перспективних зразків газотурбінних двигунів.

Математична модель течії в'язкої рідини в компресорних ступенях заснована на таких рівняннях:

- нерозривності;
- збереження кількості руху;
- збереження енергії.

Через складність фізичних процесів у таких ступенях під час побудови математичної моделі зроблено певні припущення, які спрощують процедуру числового розв'язання:

- потік у ступені являє собою суміш термодинамічно досконалих газів;
- течія газу тривимірна турбулентна, усталена в часі;
- теплообміном через лопатки, вал і корпуси нехтуємо.

Рівняння нерозривності

Рівняння збереження маси або рівняння нерозривності для стисливих і нестисливих середовищ запишемо у вигляді [15]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = S_m, \quad (1.1)$$

де ρ – масова густина потоку;

$\vec{v}$ – вектор локальної швидкості потоку;

S_m – джерельний член, який визначає масу, що привноситься в потік будь-яким способом (наприклад, випаровуванням крапель рідини).

Рівняння збереження кількості руху

Рівняння збереження кількості руху в нерухомій системі координат можна записати таким чином [22]

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla(\rho \vec{v} \vec{v}) = \nabla p + \nabla \cdot (\bar{\bar{\tau}}) + \rho \vec{g} + \vec{F}, \quad (1.2)$$

де p – статичний тиск;

$\rho \vec{g}$ – гравітаційна сила, що діє на одиницю маси;

$\vec{F}$ – зовнішні сили, що діють на потік (наприклад, додатковий опір від пористого тіла);

$\bar{\bar{\tau}}$ – тензор тисків.

Рівняння збереження енергії

Рівняння збереження енергії в загальному вигляді записується так:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot (\vec{v}(\rho E + p)) = \nabla \cdot \left(-\vec{J}_q + (\bar{\bar{\tau}}^{eff} \cdot \vec{v}) \right) + S_h, \quad (1.3)$$

де $\vec{J}_q$ – густина теплового потоку суміші;

$\vec{J}_j$ – густина дифузійного теплового потоку j -го компонента суміші.

У рівнянні (1.3) повна енергія E визначається таким чином:

$$E = h - \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2},$$

де h – ентальпія ідеального газу, яка знаходиться за виразом $h = \sum_j Y_j h_j$ для

багатокомпонентної суміші. У цьому випадку Y_j – концентрація j -го

компоненту, а $h_j = \int_{T_{ref}}^T c_{p,j} dT$ – ентальпія компонента в інтервалі

температур від $T_{ref} = 293\text{K}$ до температури T .

Вираз у дужках у правій частині диференціального рівняння (1.3) $(\vec{\tau}_{eff} \cdot \vec{v})$ описує в'язкісний нагрів. Оскільки для газів і потоків в компресорній частині двигуна внесок в'язкісного нагріву незначний, то рівняння збереження енергії можна перетворити таким чином:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot (\vec{v}(\rho E + p)) = -\nabla \cdot \vec{J}_q + S_h, \quad (1.4)$$

де $S_h = -\sum_j \frac{h_j^0}{M_j} R_j$ – джерельний член, що описує тепловиділення, якщо воно є.

В цій формулі h_j^0 представляє ентальпію формування j -го компонента, R_j – об'ємну швидкість утворення компоненту, а M_j – молярну масу.

Рівняння збереження маси для окремих компонентів суміші

Якщо необхідно враховувати рівняння для хімічних речовин, які можуть подаватися в проточну частину компресора, то отримати концентрацію кожного компоненту Y_i можна, розв'язавши рівняння для його конвективно-дифузійного переносу. У загальному вигляді це рівняння має вигляд:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Y_i) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} Y_i) = -\nabla \cdot \vec{J}_i + R_i + S_i, \quad (1.5)$$

де R_i – рівень утворення i -го компонента в результаті реакції;

S_i – рівень додаткового утворення i -го компонента з дисперсної фази або інших джерел;

$\vec{J}_i$ – масова дифузія i -го компоненту.

У цьому вигляді рівняння розв'язується для $N - 1$ компоненту, де N – загальна кількість елементів, присутніх у системі. Оскільки сумарна

масова частка всіх компонентів має дорівнювати одиниці, то масова частка N -го компоненту визначається як одиниця мінус сума $N-1$ знайдених масових часток. Щоб звести до мінімуму числову помилку N -й компонент вибирають таким чином, щоб його масова частка в суміші була максимальною. Цим компонентом може бути, наприклад, азот N_2 , коли окисником є повітря.

Наступним кроком є інтерпретація рівняння переносу компонентів у рівнянні збереження енергії. Для багатоконпонентних потоків перенесення ентальпії, яке здійснюється завдяки масовій дифузії

$$\nabla \left[\sum_{i=1}^n h_i \cdot \vec{J}_i \right],$$

може істотно впливати на розподіл ентальпії. Зокрема, коли число Льюїса:

$$Le_i = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p \cdot D_{i,m}} \quad (1.6)$$

для якого-небудь із компонентів значно відрізняється від одиниці, нехтування цією умовою може призвести до великих помилок. Зазначимо, що в рівнянні (1.6) λ – теплопровідність.

1.2. Замикання системи диференціальних рівнянь

Система рівнянь (1.1–1.5) є не замкнутою. Зазвичай вона замикається шляхом додавання відповідних диференціальних рівнянь моделі турбулентності, напівемпіричних залежностей для тензора тисків, теплового та дифузійного потоків, а також рівняння стану суміші ідеальних газів. Залежність термодинамічних і теплофізичних властивостей газів від температури враховується за допомогою апроксимуючих формул.

Закон Ньютона. Використовується співвідношення для тензора тисків, відомим із кінетичної теорії розріджених газів:

$$\bar{\bar{\tau}} = \mu \left[\nabla \bar{v} + \nabla \bar{v}^T - \left(\frac{2}{3\mu} - k \right) \nabla \cdot \bar{v} I \right]. \quad (1.7)$$

У цій формулі μ являє собою молекулярну в'язкість, I – одиничний тензор, а k – коефіцієнт, що відображає ефект об'ємного розширення.

Скориставшись припущенням про нехтування об'ємною в'язкістю, перепишемо вираз (1.7) у вигляді:

$$\bar{\bar{\tau}} = \mu \left[\nabla \bar{v} + \nabla \bar{v}^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \bar{v} I \right].$$

Закон Фур'є для теплового потоку. Тепловий потік у суміші задається двома членами: тепловим потоком $\vec{J}_{q,\lambda}$, викликаним теплопровідністю, і потоком тепла за рахунок дифузії $\vec{J}_{q,d}$

$$\vec{J}_q = \vec{J}_{q,\lambda} + \vec{J}_{q,d},$$

де $\vec{J}_{q,\lambda} = -\lambda_{eff} \nabla T$; $\vec{J}_{q,d} = \sum_j h_j \vec{J}_j$.

Тоді закон Фур'є матиме вигляд:

$$\vec{J}_q = -\lambda_{eff} \nabla T + \sum_j h_j \vec{J}_j,$$

де $\lambda_{eff} = \lambda + \lambda_t$ – коефіцієнт ефективної теплопровідності.

Закон Фіка для термодифузії. Дифузійний потік $\vec{J}_i$ розраховується таким чином:

$$\vec{J}_i = - \left(\rho \cdot D_{i,m} + \frac{\mu_t}{Sc_t} \right) \cdot \nabla Y_i - D_{i,T} \frac{\nabla T}{T},$$

де $D_{i,T}$ – коефіцієнт термічної дифузії;

$D_{i,m}$ – середній коефіцієнт масової дифузії для i -го компонента в суміші;

Sc_t – турбулентне число Шмідта, що визначається за формулою

$$Sc_t = \frac{\mu_t}{\rho D_t};$$

μ_t – коефіцієнт турбулентної в'язкості, який визначається за формулою Колмогорова-Прандтля [23]:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon},$$

де C_μ – емпірична константа;

D_t – коефіцієнт турбулентної дифузії.

Закон Клайперона-Менделєєва. Закон для суміші ідеальних газів установлює зв'язок між термодинамічними змінними таким чином:

$$p = R\rho T \sum_i \frac{Y_i}{M_i}.$$

Тут M_i – молекулярна маса хімічного компонента i ;

R – універсальна газова стала.

1.3. Вибір моделі турбулентності

Істотний вплив на прогностні властивості розроблюваної математичної моделі течії в компресорних ступенях ГТД має вибір гідродинамічної моделі турбулентності. Сьогодні відома чимала кількість різних їхніх модифікацій, однак, з огляду на різні особливості компресорних ступенів, вибір моделей турбулентного переносу є актуальним.

Нижче представлені найпоширеніші моделі турбулентності.

Стандартна $k - \varepsilon$ модель турбулентності. Модель є напівемпіричною і являє собою сукупність диференціальних рівнянь переносу кінетичної енергії турбулентності k та питомої швидкості дисипації кінетичної енергії турбулентності ε [3].

Ці рівняння мають такий вигляд:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{Pr_{t,k}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k, \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{Pr_{t,\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (1.9)$$

У формулах (1.8) та (1.9):

$$G_k = -\rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad - \text{генерація турбулентної кінетичної енергії}$$

залежно від градієнтів осереднених швидкостей;

$$G_b = -g_i \frac{\mu_t}{\rho Pr_t} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad - \text{генерація турбулентної кінетичної енергії}$$

внаслідок плавучості для ідеальних газів;

Y_M – внесок пульсаційного розширення для стискуваних потоків, що розраховується таким чином:

$$Y_M = 2\rho \varepsilon M_t^2,$$

$$M_t = \sqrt{\frac{k}{a^2}} \quad - \text{турбулентне число Маха, де } a \text{ – місцева швидкість}$$

звуку;

$C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, C_{3\varepsilon}$ – емпіричні константи;

$Pr_{t,k}, Pr_{t,\varepsilon}$ – турбулентні числа Прандтля для k і ε відповідно;

S_k, S_ε – джерельні члени для k і ε .

У результаті перетворень отримуються такі співвідношення:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{Pr_{t,k}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \rho \varepsilon - Y_M + S_k, \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{Pr_{t,\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G_k - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon. \quad (1.11)$$

Значення емпіричних констант узято з експериментальних даних для турбулентних потоків води і повітря:

$$C_{1\varepsilon} = 1,44, C_{2\varepsilon} = 1,92, Pr_{t,k} = 1, Pr_{t,\varepsilon} = 1,3.$$

RNG різновид $k - \varepsilon$ моделі турбулентності. Рівняння RNG $k - \varepsilon$ моделі турбулентності отримують із нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса з використанням математичного методу реномгрупи [24]. Присутнє додаткове рівняння для обчислення турбулентної в'язкості, а значення констант відрізняються від тих, що використовуються в стандартній $k - \varepsilon$ моделі.

Загальний вигляд диференціальних рівнянь RNG-моделі:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\alpha_k \mu_{eff} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\alpha_\varepsilon \mu_{eff} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon + S_\varepsilon.$$

Тут α_k , α_ε – величини зворотні значенням ефективного числа Прандтля для k і ε відповідно;

μ_{eff} – ефективна в'язкість, для обчислення якої додається нове диференціальне рівняння:

$$d \left(\frac{\rho^2 k}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \right) = 1,72 \frac{\hat{v}}{\sqrt{\hat{v}^3 - 1 + C_v}} d\hat{v}, \quad (1.12)$$

де $\hat{v} = \mu_{eff} / \mu$;

$C_v = 100$ – константа.

Рівняння (1.12) інтегрується за Ренольдсом, для того щоб визначити вплив масштабу турбулентності на ефективне турбулентне перенесення. Це дає змогу краще описувати низькорейнольдсові течії та течії біля стінок.

Величини α_k і α_ε розраховуються з використанням аналітичного виразу, отриманого в теорії ренормування:

$$\left| \frac{\alpha - 1,3929}{\alpha_0 - 1,3929} \right|^{0,6321} \left| \frac{\alpha + 2,3929}{\alpha_0 + 2,3929} \right|^{0,3679} = \frac{\mu_{mol}}{\mu_{eff}},$$

де $\alpha_0 = 1,0$ – константа;

μ_{mol} – коефіцієнт молекулярної в'язкості.

Основна відмінність між стандартною RNG і $k - \varepsilon$ моделями турбулентності полягає в додатковій умові:

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta / \eta_0) \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \frac{1}{k},$$

де $\eta \equiv Sk / \varepsilon$, $\eta_0 = 4,38$, $\beta = 0,012$.

Значення констант для RNG-моделі: $C_{1\varepsilon} = 1,42$, $C_{2\varepsilon} = 1,68$, $C_\mu = 0,0845$.

В областях потоку, де $\eta > \eta_0$, вираз R_ε є від'ємною величиною, тим самим зменшуючи значення ефективної в'язкості. Таким чином, для потоків із великим градієнтом напружень RNG-модель дає нижчі значення турбулентної в'язкості, ніж стандартна $k - \varepsilon$ модель турбулентності. Внаслідок цього RNG-модель більш придатна для моделювання потоків, що різко розширюються, і течій з великою кривизною ліній струму, що дає підставу рекомендувати її для проведення практичних розрахунків течії в каналах ГТД.

Існують й інші різновиди моделей турбулентності для моделювання течії в стаціонарній постановці:

- $k-\varepsilon$ Realizable – двопараметрична модель турбулентності, яка не вимагає великих обчислювальних ресурсів і підходить для моделювання обертових потоків, течії струменів, течії в каналах і відривних потоків;
- $k-\omega$ SST – двопараметрична модель турбулентності, що має високу збіжність, більш точно описуються пристінкові течії;

– RSM – модель турбулентності, яка вважається більш точною порівняно з двопараметричними моделями завдяки розв’язанню додаткових п’яти рівнянь для напружень Рейнольдса. Розв’язання додаткових рівнянь вимагає відповідного збільшення розрахункових ресурсів. Ця модель дає більш точні рішення для складних течій, які можуть включати в себе закручені течії в циклонах і обертових лопаткових машинах. Дані, отримані для двопараметричних моделей турбулентності, будуть порівнюватися з даними щодо втрат і витрат для RSM-моделі.

Усі вищеописані моделі добре підходять для опису сталих, умовно стаціонарних процесів течії в турбоступенях. Однак за сильних відривних течій і режимів помпажу в компресорах можуть видавати досить великі похибки.

Існує також низка моделей турбулентності, що дають змогу проводити моделювання течій рідин і газів, які мають суто нестационарний характер. В даний час відомо досить велику кількість різних їх модифікацій, нижче наведені кілька основних підходів до моделювання нестационарних робочих процесів турбулентності, які відрізняються за точністю та обчислювальними витратами:

1. Пряме числове моделювання (DNS – Direct Numerical Simulation). Пряме числове моделювання є найбільш фундаментальним підходом до дослідження турбулентних течій, оскільки базується на безпосередньому розв’язанні рівнянь Нав’є–Стокса без використання будь-яких моделей турбулентності. У цьому методі всі масштаби руху, від

найбільших вихрових структур до найдрібніших турбулентних мікрОВихорів Колмогорова, відтворюються чисельно, що дозволяє отримати максимально точний опис перебігу потоку. Саме тому DNS вважається еталонним методом для фундаментальної науки й використовується як база для перевірки та вдосконалення спрощених моделей RANS, LES, SAS і DES [25].

Основною особливістю DNS є усунення будь-яких емпіричних наближень у моделюванні турбулентності, проте це потребує надзвичайно високої просторової та часової роздільної здатності. Для розрахунків необхідно мати обчислювальну сітку, яка здатна охопити всі турбулентні масштаби аж до найдрібніших, що різко підвищує вимоги до обчислювальних ресурсів. Витрати на проведення DNS зростають пропорційно числу Рейнольдса у степені $9/4$, і це обмежує практичне застосування методу лише випадками з відносно невеликими значеннями числа Re . Навіть сучасні суперкомп'ютери дозволяють використовувати DNS тільки для простих каналів, труб або плоских прикордонних шарів при помірних швидкостях потоку.

До безперечних переваг DNS належить його максимальна точність, повний опис структури турбулентності та можливість отримання фундаментальної інформації про механізм переходу від ламінарного до турбулентного режиму. Крім того, дані DNS є безцінними для перевірки адекватності спрощених моделей і побудови нових числових методів. Разом з тим обмеження методу очевидні: надзвичайно високі вимоги до обчислювальних ресурсів, неможливість прямого застосування у складних промислових геометріях і потенційна відсутність перспективи використання в інженерній практиці у найближчому майбутньому.

Нині DNS залишається переважно науковим інструментом, який застосовується у фундаментальних дослідженнях турбулентних течій, для аналізу структури вихорів, енергетичного каскаду та для створення нових фізично обґрунтованих моделей турбулентності. У турбомашинобудуванні

його використання обмежене, але результати DNS широко застосовуються для перевірки коректності CFD-методів, які реально використовуються в інженерії. Таким чином, метод прямого числового моделювання можна розглядати як «золотий стандарт» теоретичних досліджень, що формує базу знань для розвитку прикладних підходів числового аналізу [25].

2. Моделювання великих вихорів (LES – Large Eddy Simulation).

Сутність LES-методу полягає в моделюванні великих турбулентних структур (вихорів), які залежать від геометрії та умов потоку, а дрібніші вихори моделюються за допомогою спеціальних субсіткових моделей турбулентності.

Турбулентні потоки характеризуються наявністю вихорів, масштаб і час існування яких змінюються в широкому діапазоні. Розміри найбільших вихорів можна порівняти з характерним геометричним розміром течії. Причиною дрібномасштабних вихорів є розсіювання турбулентної кінетичної енергії.

При використанні LES-моделі турбулентності великомасштабні вихори моделюються безпосередньо, а дрібномасштабні вихори – з використанням однієї з напівемпіричних моделей турбулентності. Пряме числове рішення тільки великомасштабних вихорів дозволяє використовувати в LES-моделях менш густі розрахункові сітки і великі кроки за часом, ніж в DNS-методі. Проте, ці розрахункові сітки повинні мати більшу кількість елементів, ніж сітки для звичайних моделей турбулентності. Крім того, розрахунок на LES-моделях необхідно проводити для досить великого часового відрізка, щоб отримати стабільні середньостатистичні дані за потоком. Тому обчислювальні і часові витрати при використанні моделі великих вихорів залишаються на порядок більшими, ніж для усереднених моделей турбулентності. Однак для сильно закручених потоків в проточній частині ГТД застосування таких моделей стає обґрунтованим [2].

Моделювання великих вихорів потребує меншої обчислювальної потужності ніж DNS, при цьому це дає змогу моделювати нестабільні та складні турбулентні потоки в різних геометричних конструкціях. Використання теорії великих вихорів в числовому моделюванні процесів в компресорах ГТД є надзвичайно ефективним і перспективним підходом для отримання детального уявлення про турбулентні процеси [26–27].

Основна відмінність LES від DNS-моделювання полягає в концепції процедури фільтрування для LESL: в процесі фільтрування відсіваються вихори, масштаб яких менше критерію фільтрування або розміру комірки розрахункової сітки. Остаточні рівняння, таким чином, керують динамікою великих вихорів. Математично поділ величини ϕ на великі та дрібні структури через узагальнений фільтр записується як [2]:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi', \quad (1.13)$$

$$\bar{\phi}(x, t) = \iiint \phi(x - x^*, t) G(x^*) d^3 x^*. \quad (1.14)$$

Фільтруюча функція G нормалізується як

$$\iiint G(x - \xi, \Delta) d^3 \xi = 1, \quad (1.15)$$

де $\Delta = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}$ – ширина фільтру.

Вибір функції для фільтра - один з центральних пунктів у моделюванні великих вихорів. Нижче наведено широко використовувані фільтри.

Усереднений за об'ємом коробковий фільтр

$$G(x - \xi, \Delta) = \begin{cases} 1/\Delta^3, & |x_i - \xi| < \Delta x_i / 2 \\ 0, & |x_i - \xi| > \Delta x_i / 2 \end{cases}. \quad (1.16)$$

Фільтр Гаусса:

$$G(x - \xi, \Delta) = \left(\frac{6}{\pi \Delta^2} \right)^{3/2} \exp \left(-6 \frac{|x_i - \xi|^2}{\Delta^2} \right). \quad (1.17)$$

Фільтр Фур'є:

$$G(x - \xi, \Delta) = \frac{1}{\Delta^3} \prod_{i=1}^3 \frac{\sin(x_i - \xi_i) / \Delta}{(x_i - \xi_i) / \Delta}. \quad (1.18)$$

Існує безліч інших фільтрів, проте всі вони вводять масштаб Δ , який являє собою найменший масштаб турбулентності, допустимий фільтром. Відфільтровані рівняння Нав'є-Стокса та рівняння нерозривності мають такий вигляд [2]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \bar{u}_i) = 0, \quad (1.19)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad (1.20)$$

де σ_{ij} – тензор тисків від молекулярної в'язкості;

τ_{ij} – підсітковий масштаб напружень;

$$\sigma_{ij} = \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial t} \mu \frac{\partial \bar{u}_l}{\partial x_l} \delta_{ij},$$

$$\tau_{ij} = \overline{\rho u_i u_j} - \rho \bar{u}_i \bar{u}_j.$$

Підсіткова модель. Підсітковий масштаб напружень, отриманий в результаті операції фільтрації, вимагає моделювання. Для цього використовується гіпотеза Буссінеска [28], яка дозволяє розрахувати масштаб турбулентних напружень за формулою:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = 2 \mu_t \bar{S}_{ij},$$

де μ_t – підсітковий масштаб турбулентної в'язкості;

$\bar{S}_{ij}$ – оціночний тензор напружень для обраного масштабу, який визначається виразом:

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right).$$

Зазначимо, що існує кілька способів для знаходження величини μ_t , які визначають різновид LES-моделі турбулентності.

WALE-модель. У даній моделі [29] турбулентна в'язкість визначається за формулою:

$$\mu_t = \rho L_s^2 \frac{(S_{ij}^d S_{ij}^d)^{3/2}}{(\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{5/2} + (\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{5/4}},$$

де величини L_s і S_{ij}^d розраховуються таким чином:

$$L_s = \min(kd, C_w V^{1/3}),$$

$$S_{ij}^d = \frac{1}{2}(\bar{g}_{ij}^2 + \bar{g}_{ji}^2) - \frac{1}{3}\delta_{ij}\bar{g}_{kk}^2, \bar{g}_{ij} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}, \bar{g}_{ji} = \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}.$$

Оскільки LES-модель включає моделювання найдрібніших вихорів, характерні розміри комірок можуть бути набагато більшими, ніж колмогоровський масштаб довжини, а часові кроки можуть бути обрані більшими, ніж вони можливі для DNS. Таким чином, вимоги до обчислювальних ресурсів в LES набагато нижчі, ніж для DNS. Зі значним розвитком обчислювальної техніки сфера застосування LES значно зростає.

В даний час існує ряд стратегій поєднання LES і RANS підходів [30] та [31], хоча до цього часу не повністю вирішені проблеми передачі інформації між зонами.

В останні роки для розрахунку автоколивальних турбулентних потоків досить широке застосування отримав більш економічний підхід, що базується на нестационарних рівняннях Рейнольдса (Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes або URANS). Однак з теоретичної точки зору правомірність цього підходу далеко не очевидна, а наявний досвід його застосування є досить суперечливим і недостатнім для формулювання будь-яких загальних висновків про межі його застосовності. Тому застосування URANS для кожного нового типу автоколивальних течій

вимагає проведення досить трудомістких числових досліджень і зіставлення результатів розрахунків з експериментом або з аналогічними результатами розрахунків за допомогою LES-моделі [32].

3. Масштабне адаптивне моделювання (SAS – Scale-Adaptive Simulation). Метод SAS було розроблено як проміжний підхід між традиційними моделями RANS (Reynolds-Averaged Navier–Stokes) та більш точними, але обчислювально затратними LES (Large Eddy Simulation). Основна ідея полягає в тому, що модель автоматично адаптується до локальних особливостей потоку, забезпечуючи можливість відтворення нестационарних турбулентних структур у тих областях, де це дійсно необхідно, тоді як у зонах квазістационарного руху зберігається ефективність RANS-підходу [25].

У SAS моделях використовується модифікація традиційних двопараметричних моделей турбулентності (наприклад, SST – Shear Stress Transport). До рівняння обчислення турбулентної в'язкості вводиться додатковий член, чутливий до локальної просторово-часової дискретизації. Це дозволяє моделі «відчувати» характер потоку й автоматично переходити від усередненого опису (RANS) до більш детального (подібного до LES), якщо в зоні виникають значні нестационарні структури.

Хоча метод здатен відтворювати вихори та зони рециркуляції, він все ж менш точний у прогнозі дрібномасштабних турбулентних структур порівняно з LES чи DNS. Точність залежить від просторової та часової дискретизації: надмірне спрощення сітки може призвести до зниження якості результатів. SAS є чутливим до граничних умов, що потребує ретельного налаштування при складних геометріях.

Модель SAS показала високу ефективність у задачах:

- моделювання компресорних ступенів з інтенсивною взаємодією ротор-статор, де формуються нестационарні вихрові структури;

- аналізу зон рециркуляції та відривів потоку в дифузорах і каналах зі складною геометрією;
- прогнозування аеродинамічних нестабільностей (помпаж, вихрова нестійкість) у компресорах;
- дослідження течії в пристроях з горінням, де SAS може забезпечити адекватне відтворення великомасштабних вихорів при нижчих обчислювальних витратах, ніж LES.

В цьому підході використовуються модифіковані турбулентні рівняння, які дозволяють розраховувати вихори з реального потоку без необхідності повного їх визначення, як за моделями LES. Підходить для нестационарних задач з помірною обчислювальною складністю. Метод SAS особливо ефективний для об'єктів із сильно вираженими зонами рециркуляції та нестационарною турбулентністю, при цьому залишається менш точний, ніж метод LES у прогнозі детальної структури потоку [25].

Концепція SAS заснована на введенні масштабу Кармана в рівняння переносу турбулентності. Значення масштабу Кармана дозволяє SAS-моделі динамічно адаптуватися до визначення структур при моделюванні URANS, що приводить до LES-подібної поведінки течії в нестійких регіонах. У той же час модель забезпечує стандартні можливості RANS-підходу у стабільних регіонах потоку.

Рівняння SST-SAS-моделі відрізняється від моделі SST-RANS додатковим SAS-членом Q_{SAS} , який входить в рівняння вихрової турбулентності [25]:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j k) = P_k - \rho c_\mu k \omega + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right],$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \omega) = a \frac{\omega}{k} P_k - \rho \beta \omega^2 + Q_{SAS} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + (1 - F_1) \frac{2\rho}{\sigma_{\omega 2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j},$$

де $\sigma_{\omega 2}$ – значення σ_ω для k -ε режиму SST-моделі.

Додатковий член Q_{SAS} визначається за рівнянням Єгорова-Ментера:

$$Q_{SAS} = \max \left[\rho \zeta_2 k S^2 \left(\frac{L}{L_{vK}} \right)^2 \right] - C \frac{2\rho k}{\sigma_\phi} \max \left(\frac{1}{\omega^2} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \frac{1}{k^2} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right), 0.$$

4. Відокремлене вихрове моделювання (DES – Detached Eddy Simulation). DES є гібридним підходом до відтворення турбулентних течій, який поєднує в собі елементи RANS і LES. Його сутність полягає в тому, що у прикордонних шарах, де вихрові структури мають дуже дрібний масштаб і вимагали б надзвичайно густої сітки для коректного LES-моделювання, застосовується економічніший підхід RANS. Натомість у зонах відривів і рециркуляцій, де утворюються великомасштабні вихори, метод переходить до LES-опису, що забезпечує відтворення часової та просторової динаміки потоку. Таким чином, DES дозволяє одночасно зберігати прийнятну обчислювальну ефективність та адекватну точність у ключових областях, де нестационарні явища визначають поведінку системи [25].

Перевагою DES є значне зниження обчислювальних витрат порівняно з повноцінною LES, оскільки найбільш ресурсоємні зони біля стінок розраховуються за спрощеними рівняннями RANS. Метод демонструє високу точність у відривних зонах і дозволяє відтворювати формування та розвиток великих вихрових структур, що істотно впливають на аеродинамічні характеристики. Крім того, підхід є універсальним і придатним для застосування до широкого спектра інженерних задач, де одночасно присутні як стаціонарні, так і нестационарні режими.

Разом з тим метод DES має певні обмеження. Для його коректної роботи потрібна сітка достатньої густоти у зонах відриву; при надмірно грубій сітці розрахунок може фактично зводитися до класичного RANS без відтворення вихрової динаміки. Крім того, у перехідних областях між зонами RANS та LES іноді виникають похибки через різницю у фізичному

змісті моделей турбулентності. У порівнянні з LES, DES поступається у відтворенні дрібномасштабних вихорів, проте значно виграє у швидкості розрахунків, що робить його придатним для практичних застосувань.

Метод DES активно використовується в авіаційній та автомобільній промисловості для моделювання обтікання фюзеляжів, крил, кузовів та інших конструкцій, де наявні відриви та рециркуляційні зони. У турбомашинобудуванні він застосовується для дослідження нестационарних процесів у компресорних і турбінних ступенях, включно з аналізом помпажу, зупинок потоку та вихрової нестабільності. Крім того, DES є корисним інструментом у задачах прогнозування аеродинамічного шуму та моделювання потоків у дифузорах і соплах.

З погляду порівняння з іншими методами, DES забезпечує значно кращу деталізацію нестационарних явищ, ніж класичні підходи RANS, але поступається LES у точності відтворення маломасштабної турбулентності. У порівнянні з SAS, який автоматично адаптується до локальних вихрових структур, DES реалізує більш жорсткий поділ між зонами RANS і LES залежно від сітки, що водночас є як його перевагою, так і потенційним джерелом похибок. Таким чином, DES займає проміжне місце серед методів турбулентного моделювання, поєднуючи відносну обчислювальну економність і здатність відтворювати складні нестационарні структури потоку [25].

У підході DES нестационарні RANS-моделі застосовуються в пристінному шарі, тоді як LES-модель – у зонах відриву потоку. Зазвичай зона LES відповідає основній турбулентній області, де домінують великі нестійкі структури турбулентності. У цій зоні моделі DES працюють як LES-моделі з відповідними підсітковими моделями (subgrid-scale). У приповерхневій області активуються відповідні RANS-моделі.

Моделі DES були спеціально розроблені для задач з високими числами Рейнольдса в умовах обтікання стінок, де повноцінне моделювання LES з розділенням пристінного шару було б надмірно

ресурсомістким. На відміну від LES, DES використовує лише RANS-роздільну здатність у пристінних шарах. Проте навіть у такому вигляді застосування DES може вимагати значних обчислювальних ресурсів, тому як загальна рекомендація вказується, що для більшості практичних розрахунків доцільніше використовувати традиційні RANS-моделі турбулентності.

Моделі DES, які часто називають гібридними моделями LES/RANS, поєднують переваги RANS-моделювання з LES для застосування, наприклад, у високошвидкісній зовнішній аеродинаміці. В Ansys Fluent модель DES реалізована на основі таких моделей турбулентності як: Spalart–Allmaras (наближення одного рівняння), k-ε модель, BSL k-ω, SST k-ω, а також модель переходу SST (Transition SST). Обчислювальні витрати при використанні моделей DES менші, ніж у LES, але вищі, ніж у RANS [45].

DES із моделлю BSL або SST k-ω. Член дисипації турбулентної кінетичної енергії [45] модифікується для турбулентної моделі DES:

$$Y_k = \rho \beta^* k \omega F_{DES},$$

де F_{DES} виражається як:

$$F_{DES} = \max\left(\frac{L_t}{C_{des} \Delta_{\max}}, 1\right),$$

де C_{des} – це калібрувальна константа, яка використовується в моделі DES і має значення 0,61, а $\Delta_{\max}$ – це просторова характеристика сітки (grid spacing), яка у випадку прямокутної гексаедральної комірки визначається як максимальна довжина ребра. Для інших типів комірок або умов використовується узагальнення цього підходу.

Турбулентна довжина шкали (turbulent length scale) – це параметр, який визначає характерну довжину у моделі RANS і використовується для переходу між режимами RANS та LES у моделі DES:

$$L_t = \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega}.$$

Модель DES-BSL / SST також пропонує опцію «захисту» пристінного шару від дії обмежувача. Це реалізується за допомогою зональної формулювання моделі BSL / SST. При цьому модифікується:

$$F_{DES} = \max\left(\frac{L_t}{C_{des}\Delta_{\max}}(1 - F_{SST}), 1\right),$$

де $F_{SST} = 0, F_1, F_2$, F_1, F_2 – функції згладжування, які використовуються в моделі BSL / SST. Альтернативно можуть бути обрані інші функції захисту пристінного шару — такі як функція захисту DDES (*Delayed Detached Eddy Simulation*) або IDDES (*Improved DDES*) [45].

Типове налаштування – використання DDES. Функція згладжування F_{DDES} задається за формулою:

$$F_{DDES} = \tanh\left[(C_{d1}r_d)^{C_{d2}}\right],$$

де $C_{d1} = 20, C_{d2} = 3$, та

$$r_d = \frac{\nu_t + \nu}{k^2 y^2 \sqrt{0,5 \cdot (S^2 + \Omega^2)}},$$

де S – модуль тензора швидкості деформації;

Ω – модуль тензора завихренності;

y – відстань до стінки;

$k = 0,41$ – константа фон Кармана.

1.4. Граничні та початкові умови

Для числового розв'язання системи диференціальних рівнянь (1.1–1.5) і (1.8–1.9), що описують процеси в течіях ступенів компресорів ГТД, необхідно задавати додаткові умови на границях розрахункової області, які є фізичними параметрами. Для задач, що розглядаються в цій роботі, використовувалися такі типи граничних умов:

«Вхід газу» – границя, через яку суміш газів втікає в розрахункову область. На границі входу задаються: масова витрата суміші, напрямок вектора швидкості, температура, масові частки компонентів, надлишковий тиск, рівні кінетичної енергії та дисипації турбулентності.

«Вихід» – границя, через яку суміш газів витікає з розрахункової області. На виході задається статичний тиск, крім того, за наявності тут зворотних струмів, задається низка незалежних змінних: вектор швидкості, температура, масові частки компонентів, величини кінетичної енергії та дисипації турбулентності.

«Стінка». Стінки каналів вважаються адіабатичними, нерухомими і гідродинамічно гладкими. Крім того, під час течії в'язкого газу на непроникній стінці має бути задана природна умова «прилипання», яка передбачає, що швидкість потоку на стінці дорівнює нулю. Однак безпосереднє застосування умови «прилипання» вимагає модифікації моделі турбулентності в пристінковій області, де турбулентна в'язкість близька до молекулярної, і значного подрібнення розрахункової сітки поблизу стінки. Складність геометрії профілів лопаток зазвичай вимагає створювати розрахункові сітки відповідної розмірності зі згущенням у пристінкових шарах біля профілів. Тому замість умови «прилипання» для опису турбулентного прикордонного шару можна використовувати напівемпіричні функції, що пов'язують значення незалежних змінних у центрі пристінкового розрахункового осередку зі значеннями відповідних змінних на стінці, і базуються на припущенні Лаундера і Сполдінга [33].

Логарифмічний закон стінки для осередненої швидкості має вид:

$$U^* = \begin{cases} y^* & \text{при } y^* \leq 11,225 \\ \frac{1}{K} \ln(Ey^*) & \text{при } y^* > 11,225 \end{cases},$$

де безрозмірні параметри U^* і y^* визначаються виразами:

$$U^* = \frac{U_P C_\mu^{0,25} k_P^{0,5}}{\tau_w / \rho};$$

$$y^* = \frac{\rho C_\mu^{0,25} k_P^{0,5} y_P}{\mu}. \quad (1.21)$$

Тут $K = 0,4187$ – стала Кармана;

$E = 9,793$ – емпірична константа;

U_P – середня швидкість потоку в точці P ;

k_P – кінетична енергія турбулентності потоку в точці P ;

y_P – відстань від точки P до стінки;

μ – динамічна в'язкість;

τ_w – напруга тертя на стінці.

Логарифмічний закон діє при значеннях безрозмірного параметру $30 < y^* < 300$.

Закон стінки для температури має аналогічний логарифмічний вигляд:

$$T^* = \begin{cases} \Pr y^* + 0,5 \rho \Pr \frac{C_\mu^{0,25} k_P^{0,5}}{q_w} U_P^2 & \text{при } y^* \leq y_T^* \\ \Pr [\ln(Ey^*) + P] + \\ 0,5 \rho \frac{C_\mu^{0,25} k_P^{0,5}}{q_w} U_P^2 \{ \Pr_t U_P^2 + (\Pr - \Pr_t) U_c^2 \} & \text{при } y^* > y_T^* \end{cases}, \quad (1.22)$$

де величина P розраховується за формулою Джайтіліка [34]:

$$P = 9.24 \left[\left(\frac{\Pr}{\Pr_t} \right)^{0,75} - 1 \right] \left(1 + 0,28 e^{-0,007 \Pr / \Pr_t} \right),$$

а безрозмірний параметр T^* – за виразом:

$$T^* = \frac{(T_w - T_p) \rho_p C_{\mu}^{0,25} k_p^{0,5}}{q_w},$$

де Pr – молекулярне число Прандтля;

$Pr_t = 0,85$ – турбулентне число Прандтля на стінці;

q_w – питомий тепловий потік через стінку;

T_p – температура в осередку, що прилягає до стінки;

T_w – температура на стінці;

U_c – середнє скалярне значення швидкості за умови $y^* = y_T^*$;

$A = 26$ – константа Ван Драйста;

c_p – питома теплоємність газу при сталому тиску.

Безрозмірна товщина теплового підшару y_T^* у рівнянні (1.22) обчислюється як значення, за якого лінійний і логарифмічний закони перетинаються, відповідаючи молекулярному числу Прандтля модельованого газу.

Передбачається, що перенос речовини в пристінковому шарі здійснюється аналогічно перенос енергії:

$$Y^* = \begin{cases} Sc y^* & \text{при } y^* \leq y_c^* \\ Sc_t \left[\frac{1}{K} \ln(Ey^*) + P_c \right] & \text{при } y^* > y_c^* \end{cases},$$

де безрозмірний параметр Y^* і величина P_c визначаються за формулами:

$$Y^* = \frac{(Y_{iw} - Y_i) \rho_p C_{\mu}^{0,25} k_p^{0,5}}{J_{iw}},$$

$$P_c = 9.24 \left[\left(\frac{Sc}{Sc_t} \right)^{0,75} - 1 \right] \left(1 + 0,28 e^{-0,0075 Sc / Sc_t} \right),$$

де Sc – молекулярне число Шмідта;
 Sc_t – турбулентне число Шмідта;
 Y_i – масова частка компоненту в осередку;
 Y_{iw} – масова частка компоненту на стінці;
 J_{iw} – дифузійний потік на стінці.

Величина y_c^* розраховується аналогічно величині y_t^* з тією різницею, що числа Прандтля замінюються відповідними числами Шмідта.

Рівняння (1.8) переносу кінетичної енергії турбулентності розв'язується в усій розрахунковій ділянці включно з пристінковими осередками. Гранична умова для k на стінці має вигляд:

$$\frac{\partial k}{\partial n} = 0,$$

де n – локальна координата, нормальна до стінки.

Генерація кінетичної енергії G_k та швидкість її дисипації, які входять до джерельного члена рівняння (1.8) у пристінкових осередках розраховуються на основі гіпотези про локальну рівновагу. З цього припущення випливає, що генерація кінетичної енергії турбулентності та рівень її дисипації в пристінковому шарі вважаються однаковими. У результаті рівняння (1.9) для ε в пристінкових осередках не розв'язується, натомість вона визначається за формулою

$$\varepsilon_p = \frac{C_\mu^{0,75} k_p^{1,5}}{A \cdot y_p},$$

де A – емпірична константа.

У свою чергу, генерація кінетичної енергії в пристінковому шарі розраховується за формулою:

$$G_k = \tau_w \frac{\tau_w}{A \rho C_{\mu}^{0,25} k_p^{0,5} y_p}.$$

«Періодичність». Граничні умови періодичності використовуються, коли геометрія та очікувана структура модельованого потоку мають періодичну природу. Це штучна умова, за якої поля параметрів течії в періодично повторюваних площинах вважають ідентичними. Під час моделювання течії в лопатковому вінці ця умова дає змогу обмежити розрахункову ділянку сектором, що містить одну або дві лопатки, що істотно заощаджує обчислювальні ресурси.

Крім завдання параметрів на границях розрахункової області для ітераційного методу моделювання необхідно ініціалізувати поля незалежних змінних у всій області. Таким чином, початкові умови розрахунку являють собою поля тиску, температури, швидкості, масових концентрацій компонентів суміші та параметрів турбулентності k і ε .

1.5. Метод розв'язання системи диференціальних рівнянь

Для розв'язання диференціальних рівнянь (1.1, 1.2, 1.4, 1.5) і (1.8–1.9) використовується метод контрольного об'єму [15], що містить у собі такі основні етапи:

- дискретизація розрахункової області за допомогою побудови розрахункової сітки;
- інтегрування системи диференціальних рівнянь у контрольних об'ємах з метою одержання алгебраїчних рівнянь для невідомих параметрів, таких як швидкість, тиск, температура та інші скалярні величини;
- лінеаризація дискретизованих рівнянь та розв'язання отриманої системи лінійних рівнянь.

Розглянемо алгоритм дискретизації рівнянь на прикладі стаціонарного рівняння переносу скалярної величини ϕ . Скалярною величиною може бути температура, масові частки компонентів і параметри турбулентності k та ε . Це рівняння може бути записано в інтегральній формі для довільного контрольного об'єму V таким чином:

$$\oint \rho \phi \vec{v} \cdot d\vec{A} = \oint \Gamma_{\phi} \nabla_{\phi} \cdot d\vec{A} + \int_V S_{\phi} dV, \quad (1.23)$$

де ρ – густина газу;

$\vec{v}$ – вектор швидкості газу;

$\vec{A}$ – вектор площі поверхні;

Γ_{ϕ} – ефективний коефіцієнт дифузії для ϕ ;

$\nabla \phi$ – градієнт ϕ ;

S_{ϕ} – джерельний член.

Рівняння (1.23) застосовується до кожного контрольного об'єму в розрахунковій області. На рис. 1.1 показано приклад двовимірного трикутного осередку, який є контрольним об'ємом.

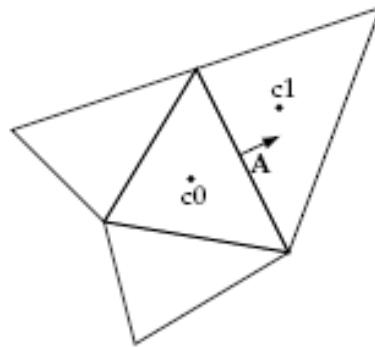


Рис. 1.1. Схема контрольного об'єму

Для такого осередку дискретизація рівняння (1.23) дає:

$$\sum_f^{N_f} \rho_f \vec{v}_f \phi_f \cdot \vec{A}_f = \sum_f^{N_f} \Gamma_{\phi} (\nabla \phi)_n \cdot \vec{A}_f + S_{\phi} V, \quad (1.24)$$

де N_f – кількість граней, що обмежують осередок;

ϕ_f – скалярна величина ϕ , що переноситься конвекцією через грань f ;

$\rho_f \vec{v}_f \phi_f \cdot \vec{A}_f$ – масовий потік через грань f ;

$(\nabla \phi)_n$ – величина $\nabla \phi$, нормальна до грані f ;

V – об'єм осередку.

Дискретні значення скаляра ϕ визначаються в центрах контрольних осередків c_0 і c_1 на рис. 1.1. Значення ϕ_f на гранях осередків, необхідні для обчислення конвективних членів у рівнянні (1.24), визначаються шляхом інтерполяції значень ϕ у центрах контрольних осередків. Це здійснюється за допомогою односторонньої різницевої схеми «проти потоку», у якій ϕ_f обчислюють за величиною ϕ в центрі осередку, що лежить вище за течією, відносно напрямку нормальної швидкості $\vec{v}_n$. Для побудови схеми першого порядку точності значення змінних приймаються постійними в об'ємах, розділених гранню.

Для схем вищого порядку точності змінні екстраполуються на поверхні осередків із застосуванням розкладання в ряд Тейлора за значенням у центрі осередку:

$$\phi_f = \phi + \nabla \phi \cdot \Delta \vec{s},$$

де ϕ – величина змінної в центрі осередку;

$\nabla \phi$ – градієнт змінної в осередку, що лежить вище за потоком;

$\vec{s}$ – вектор, початок якого знаходиться в центрі осередку, а кінець – у центрі грані.

Для визначення градієнта $\nabla \phi$ дані спочатку інтерполюються на вузли, а потім за теоремою Остроградського-Гаусса визначається градієнт у точці c_0

$$(\nabla \phi)_{c_0} = \frac{1}{V} \sum_f^{N_f} \bar{\phi}_f \vec{A}_f,$$

де $\bar{\phi}_f = \frac{\phi_{c_0} + \phi_{c_1}}{2}$ – середня величина за двома суміжними комірками, розділеними гранню f . Дискретизоване рівняння (1.24) крім невідомої скалярної величини ϕ в центрі комірки містить і невідомі величини в сусідніх комірках. Таким чином, у загальному випадку воно є нелінійним. Лінеаризоване рівняння (1.24) має такий вигляд:

$$a_p \phi = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b,$$

де індекс « nb » відноситься до центрів сусідніх осередків;

a_p и a_{nb} – лінеаризовані коефіцієнти для ϕ і ϕ_{nb} відповідно.

Подібні рівняння можуть бути записані для кожного осередку розрахункової області. У результаті отримаємо систему алгебраїчних рівнянь із розрідженою матрицею коефіцієнтів, яку розв'язують ітераційним методом Гаусса-Зейделя.

Дискретний аналог алгебраїчної системи рівнянь насправді є нелінійним, оскільки коефіцієнти a і b змінюються за ітераціями. Тому для забезпечення збіжності необхідно контролювати зміну величини ϕ . Це досягається шляхом введення додаткової умови, яка полягає в тому, що a і b повинні мало змінюватися від ітерації до ітерації. Цій умові можна задовольнити за допомогою методу нижньої релаксації:

$$\phi = \phi_i + \delta(\phi_i - \phi_{i-1}), \quad (1.25)$$

де i – номер ітерації;

$\delta = 0..1$ – параметр нижньої релаксації.

Описана вище схема дискретизації рівнянь переносу може бути застосована і для дискретизації рівнянь збереження кількості руху та рівняння нерозривності.

Прикладом може слугувати рівняння для x -компоненти кількості руху, у припущенні, що $\phi = v_x$:

$$a_p v_x = \sum_{nb}^{N_{nb}} a_{nb} v_{x,nb} + \sum_f^{N_f} p_f A_f \cdot I + S, \quad (1.26)$$

де індекс « P » відноситься до центру осередку, « f » – до граней осередку, « nb » – до центрів сусідніх осередків; I – одинична матриця.

У свою чергу дискретний аналог рівняння нерозривності має вигляд:

$$\sum_f^{N_f} J_f A_f = 0, \quad (1.27)$$

де $J_f = \rho v_n$ – потік маси через грань f , який визначається виразом:

$$J_f = \hat{J}_f + d_f (p_{c_0} - p_{c_1}).$$

Тут p_{c_0} і p_{c_1} – тиск у сусідніх осередках, розділених гранню f ;

$\hat{J}_f$ – член, що відображає вплив швидкостей у цих осередках;

d_f – функція від коефіцієнта $\bar{a}_p$, осередненого за двома ділянками.

Якщо поле тиску і потоки маси на гранях відомі, то рівняння (1.26) може бути розв'язане способом, аналогічним розв'язанню (1.24). Зазначимо, що рівняння збереження кількості руху та нерозривності розв'язуються послідовно, однак для нестисливих течій тиск не з'являється явно в рівнянні нерозривності. Для подолання цього використовується алгоритм SIMPLE [15], у якому зв'язок між тиском і швидкістю встановлюють співвідношенням (1.26) для розв'язування рівняння, одержуваного з дискретного аналога (1.27). Алгоритм SIMPLE (рис. 1.2) використовує співвідношення між швидкістю і поправками до тиску з метою дотримання умов закону збереження маси.

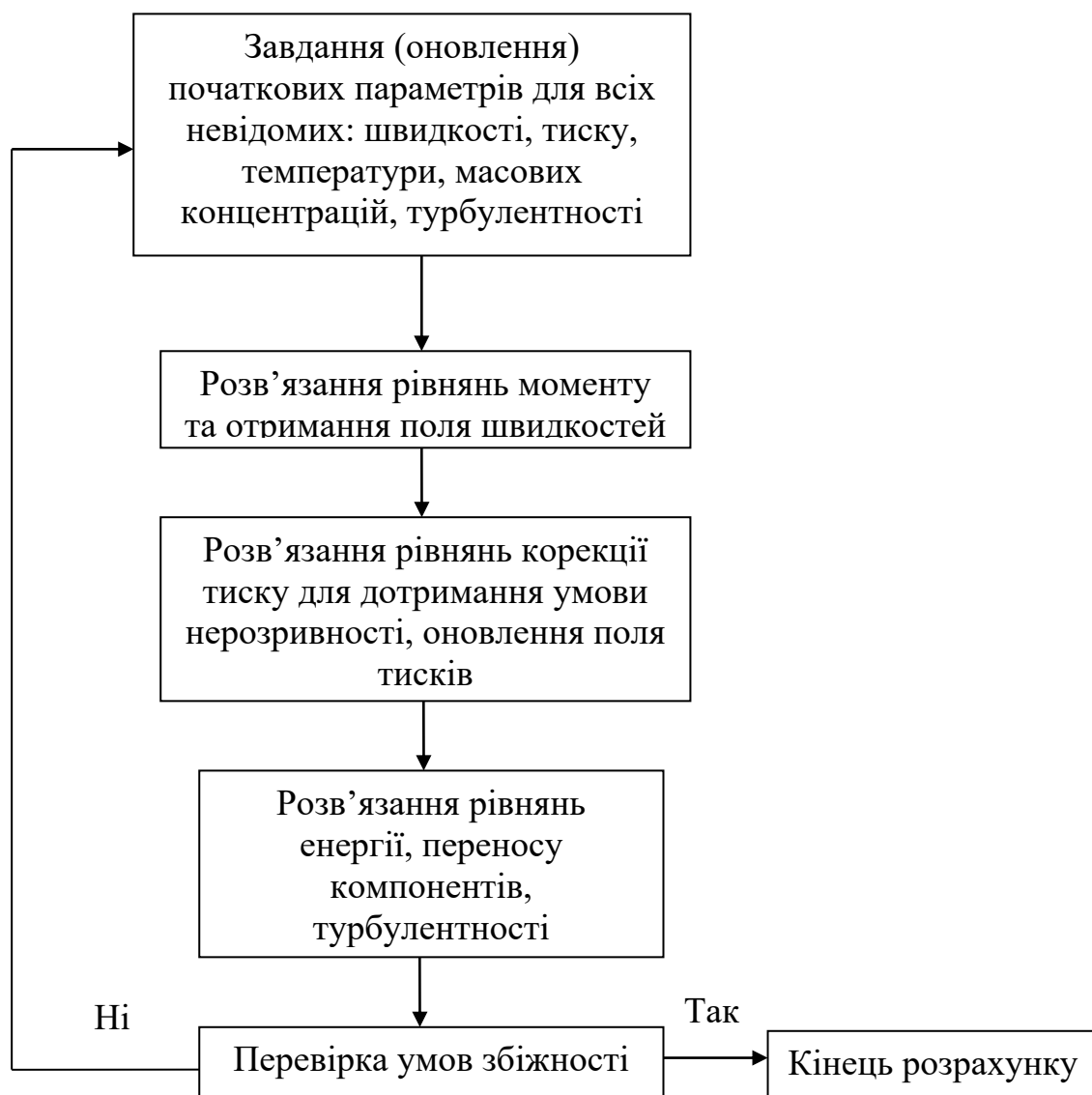


Рис. 1.2. Алгоритм методу SIMPLE

2. ПРОГРАМНІ КОМПЛЕКСИ ДЛЯ ЧИСЛОВОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТЕЧІЇ В КОМПРЕСОРНИХ СТУПЕНЯХ

Засоби автоматизації інженерних розрахунків, аналізу та симуляції фізичних процесів, які здійснюють динамічне моделювання, перевірку та оптимізацію виробів, називаються CAE (англ. computer-aided engineering). Підклас засобів CAE, що використовуються для комп'ютерного аналізу, позначається терміном CAA (англ. computer-aided analysis). Традиційні області аналізу містять у собі: аналіз напружень деталей і збірок методом кінцевих елементів, аналіз теплових і рідинних потоків методами обчислювальної гідродинаміки, аналіз кінематики, моделювання динамічних механічних взаємодій, моделювання виробничих операцій.

Що стосується безпосередньо газотурбобудування, то програмні комплекси інженерного аналізу можуть виконувати такі завдання:

- розрахунок статички елементів ГТД;
- розрахунок критичних швидкостей роторів з урахуванням податливості та переміщення опор;
- моделювання динаміки елементів ротора та статора при обриві лопаток;
- власні частоти і форми коливань лопаток;
- аналіз ударної взаємодії лопатки з різними предметами;
- міцність при циклічних навантаженнях;
- аналіз контактної взаємодії (розрахунок замків лопаток, бандажних полиць, зубчастої передачі тощо);
- обчислювальна гідродинаміка;
- профілювання вінців турбомашин;
- моделювання теплового стану деталей і вузлів високотемпературних ГТД;
- розрахунок процесів горіння в камерах згоряння двигунів.

2.1. Програмні засоби для створення тривимірних геометричних моделей проточних частин компресорів

В числовому моделюванні для отримання достовірних результатів розрахунків необхідною передумовою є наявність точної тривимірної геометричної моделі елементів проточної частини. Від точності відтворення просторової геометрії лопаткового апарату залежить коректність побудови розрахункової сітки та адекватність подальшого моделювання течій робочого тіла.

Тривимірне моделювання лопаток у CAD/CAE-середовищах дозволяє не лише відтворити їхню реальну форму з урахуванням аеродинамічних, конструкційних та технологічних обмежень, але й створює основу для наступного етапу – генерації високоякісної розрахункової сітки. Таким чином, використання спеціалізованих програмних комплексів є першим і обов'язковим етапом у процесі дослідження та оптимізації проточних частин турбомашин.

Основні програмні комплекси, що використовуються для тривимірного моделювання:

ANSYS BladeModeler є спеціалізованим модулем для побудови геометрії лопаток та міжлопаткових каналів турбомашин, орієнтованим на параметричне проектування проточних частин компресорів газотурбінних двигунів. У цьому середовищі процес створення моделі базується на використанні вихідних даних меридіональних і профільних розрахунків, що дозволяє відтворювати просторову форму лопаток із точним урахуванням закручування, зміни товщини по висоті пера, розподілу геометричних параметрів уздовж радіуса та взаємного розташування профілів. Це дає змогу будувати не лише окремі лопатки, а й цілі міжлопаткові канали та каскади, що особливо важливо для моделювання багатоступневих компресорів. Параметричність геометрії забезпечує гнучкість: зміна декількох вхідних характеристик миттєво формує нову

модифікацію лопатки без потреби в ручному відтворенні всієї моделі. Крім того, BladeModeler тісно інтегрований з іншими модулями ANSYS, зокрема TurboGrid, який використовується для генерації високоякісних сіток у міжлопаткових каналах, та CFX і Fluent, що застосовуються для моделювання течії робочого тіла. Завдяки цьому створюється єдиний наскрізний процес – від побудови геометрії до отримання результатів CFD-аналізу [35].

Siemens NX, зокрема модуль NX Turbomachinery Design, є високофункціональним інструментом для інженерного проектування турбомашин. Він дозволяє створювати параметричні 3D-моделі лопаток, дисків та інших елементів компресорів із врахуванням технологічних обмежень лиття, фрезерування або 3D-друку. Система підтримує автоматизовану генерацію рядів лопаток на основі стандартних (NASA, NASA) або користувацьких профілів, з урахуванням геометричних параметрів — довжини, закрутки, кроку тощо. Інтеграція з NX Nastran і Simcenter 3D забезпечує повний інженерний цикл: від створення геометрії до аналізу напружено-деформованого стану, вивчення втомної міцності, теплових навантажень і CFD-аналізу обтікання проточних частин. Система також інтегрується з PLM-рішеннями (Teamcenter), що робить її зручною для командної роботи над складними проєктами. [36].

CATIA (Dassault Systemes), розроблена компанією Dassault Systemes, широко використовується в авіаційній та енергетичній промисловості. Вона забезпечує точне моделювання складної аеродинамічної геометрії, що особливо актуально для створення високоточних цифрових макетів лопаток, каналів і корпусів компресорів. За допомогою модулів Generative Shape Design та Imagine & Shape можна формувати поверхні довільної складності з повною параметризацією, що гарантує асоціативність моделей та швидке оновлення всієї збірки при зміні одного з параметрів. CATIA підтримує інтеграцію з PLM-

середовищем (наприклад, ENOVIA), що дозволяє ефективно керувати життєвим циклом складних виробів. Візуалізація, багатоваріантність проєктування та потужні інструменти для колективної роботи роблять CATIA надзвичайно ефективною при створенні компресорних каскадів складної структури [37].

SolidWorks є більш доступною CAD-системою, орієнтованою на швидке параметричне 3D-моделювання. Вона дозволяє оперативно створювати геометрію лопаток, дисків і каналів за допомогою ескізів, операцій обертання, витягування та лофтингу. SolidWorks підтримує використання шаблонів та бібліотек стандартних компонентів, що прискорює проєктування. Інтегровані засоби аналізу (SimulationXpress або SolidWorks Simulation) забезпечують базову оцінку міцності та деформацій. Завдяки CAM-модулям (наприклад, CAMWorks) можна готувати моделі до обробки на верстатах із ЧПК. Ця система зручна у навчанні та використанні, особливо для попереднього проєктування, однак менш придатна для складних симуляцій та обробки великих зборок [38].

Autodesk Fusion 360 – це хмарна CAD/CAE/CAM-платформа, яка поєднує засоби тривимірного моделювання, інженерного аналізу та підготовки до виробництва. Вона дозволяє працювати як у параметричному, так і в прямому (direct modeling) режимі, що особливо зручно при формуванні криволінійних поверхонь лопаток. Fusion 360 має вбудовані інструменти для статичного аналізу, теплового навантаження, а також базового CFD [39]. CAM-модуль підтримує підготовку до 3 та 5-осьової обробки, що дозволяє відразу переходити до виготовлення прототипів. Хмарна інфраструктура забезпечує просту колективну роботу та доступ до моделей з будь-якого пристрою. Основними обмеженнями Fusion 360 є менша масштабованість та точність у порівнянні з промисловими рішеннями, такими як Siemens NX або CATIA, тому вона краще підходить для створення прототипів, освітніх цілей та експериментальних досліджень.

PTC Creo (Parametric) є потужним середовищем параметричного тривимірного моделювання, що широко використовується у машинобудуванні, авіаційній та енергетичній галузях. Його основна перевага – висока гнучкість у створенні асоціативних моделей зі складною геометрією, зокрема лопаток і дискових елементів компресорів. Creo дозволяє формувати точні поверхні з урахуванням аеродинамічних і технологічних параметрів, а також використовувати інтегровані модулі для верифікації конструкції, включаючи статичний, тепловий та динамічний аналіз. Завдяки модулю Creo Simulate можна виконувати багатофізичні розрахунки, що є корисним для оцінки поведінки лопаток під навантаженням і при зміні температури. Інтеграція з системами PLM (Windchill) забезпечує контроль версій і підтримку командної роботи. PTC Creo часто застосовується для детального проєктування компресорних каскадів у промислових і наукових дослідженнях, де потрібна висока точність геометрії та повна параметризація моделі [40].

Altair HyperWorks – це комплексне середовище для інженерного аналізу, оптимізації конструкцій і моделювання технологічних процесів. Модулі Inspire та SimLab дозволяють створювати тривимірні моделі турбомашин з високим рівнем автоматизації. Під час розроблення проточних частин компресорів програмний комплекс забезпечує точне геометричне відтворення лопаток та можливість параметричної оптимізації форми на основі заданих критеріїв ефективності. Інтеграція з Altair AcuSolve дає змогу проводити CFD-аналіз, а з OptiStruct – виконувати структурну оптимізацію. HyperWorks підтримує імпорт моделей із більшості CAD-систем, що спрощує інтеграцію в існуючі проєктні процеси. Перевагою платформи є розвинуті засоби для топологічної оптимізації та аналізу вагової ефективності, що особливо важливо при створенні високошвидкісних компресорів газотурбінних двигунів [41].

COMSOL Multiphysics – насамперед відома як система для числового моделювання, має вбудоване середовище для створення тривимірних геометричних моделей елементів турбомашин. Модуль CAD Import/Design дозволяє формувати лопатки, канали та корпуси з високою точністю або імпортувати їх із зовнішніх CAD-систем для подальшого аналізу. Головною перевагою COMSOL є можливість об'єднання геометричного моделювання з мультифізичним аналізом – тепловим, гідродинамічним, акустичним і структурним – у межах єдиного інтерфейсу. Це дає змогу проводити повноцінне числове дослідження компресорних елементів із урахуванням складних фізичних взаємодій. Такий підхід особливо корисний на етапі наукових досліджень і прототипування, коли важлива не лише точність геометрії, а й адекватність фізичної моделі [42].

Onshape – це сучасна хмарна CAD-платформа, орієнтована на спільне 3D-моделювання. Вона повністю працює у вебсередовищі, що робить її зручною для розподілених команд розробників турбомашин. Onshape дозволяє створювати параметричні моделі лопаток, каналів і корпусів, використовуючи стандартні інструменти ескізного та поверхневого моделювання. Перевагою системи є миттєве оновлення змін у реальному часі, можливість одночасної роботи кількох користувачів над однією моделлю та відсутність необхідності встановлення локального програмного забезпечення. Onshape підтримує інтеграцію з CFD та CAE-рішеннями через API та спеціальні плагіни, що дозволяє використовувати її як перший етап у наскрізному інженерному процесі. Попри дещо спрощений набір інструментів у порівнянні з Siemens NX чи CATIA, Onshape добре підходить для навчальних, наукових і дослідницьких проєктів [43].

Turbodesigner3D – складова частина програмного комплексу AxSTREAM від компанії SoftInWay (США), спеціально розроблена для

тривимірному проєктування лопаткових апаратів турбомашин. Система підтримує автоматизовану побудову 3D-моделей на основі результатів аеродинамічних і термогазодинамічних розрахунків, виконаних у попередніх модулях AxSTREAM. Користувач може візуалізувати лопатки, міжлопаткові канали та каскади, проводити параметричну зміну геометрії, а також експортувати модель у формати, сумісні з ANSYS, Siemens NX або CATIA. Інтеграція з AxCFD забезпечує можливість подальшого числового моделювання течій, а з AxSTRESS – розрахунок міцності лопаток під дією відцентрових і термічних навантажень. Завдяки спрямованості на турбомашини Turbodesigner3D є високоспеціалізованим інструментом для інженерів галузі газотурбінного проєктування [44].

Таким чином, вибір програмного забезпечення залежить від специфіки завдань. Siemens NX та CATIA ідеально підходять для створення точних і технологічно адаптованих 3D-моделей проточних частин компресорів у великих інженерних проєктах. SolidWorks є хорошим вибором для концептуального моделювання й навчання, тоді як Autodesk Fusion 360 забезпечує гнучкість і доступність для швидкого прототипування та інженерного експериментування. Потужне параметричне середовище PTC Creo дозволяє виконувати високоточне моделювання лопаток і дискових елементів із подальшою верифікацією конструкційних характеристик, що робить його ефективним інструментом для промислового проєктування компресорних каскадів. Для формування та оптимізації розрахункових сіток ефективно застосовуються Altair HyperMesh і COMSOL CAD Import Module, які забезпечують гнучке налаштування структури сітки та інтеграцію з числовими солверами CFD. Хмарна платформа Onshape спрощує командну роботу над геометричними моделями та підтримує спільне редагування, що є перевагою для навчальних і дослідницьких завдань. Комплексне рішення SoftInWay AxSTREAM охоплює весь цикл проєктування турбомашин – від побудови

геометрії до розрахунку аеродинамічних характеристик і оптимізації, забезпечуючи повну інтеграцію із сучасними інструментами інженерного аналізу.

2.2. Системи комп'ютерного моделювання для побудови розрахункових сіток у проточних частинах компресорів

Після створення тривимірної геометричної моделі компресорних лопаток наступним етапом є побудова розрахункової сітки, яка забезпечує дискретизацію області обтікання для подальшого числового аналізу. Від якості розрахункової сітки залежить точність моделювання, швидкість збіжності розрахунків та достовірність отриманих результатів.

Особливої уваги потребує генерація сітки у міжлопаткових каналах, де характер течії визначається складною тривимірною геометрією та наявністю інтенсивних градієнтів параметрів потоку. Тому у турбінобудуванні застосовуються як універсальні генератори сіток, так і спеціалізовані програмні комплекси для турбомашин. Нижче подано порівняльний огляд сучасних програмних продуктів, які активно застосовуються для генерації сіток в задачах, пов'язаних із моделюванням проточних частин компресорів.

ANSYS TurboGrid. Одним із провідних рішень у цій галузі є ANSYS TurboGrid – спеціалізоване програмне забезпечення, розроблене для автоматизованої побудови високоякісних блочно-структурованих сіток у міжлопаткових каналах турбомашин. Основна його перевага полягає в повній автоматизації процесу сіткогенерації з урахуванням геометричних особливостей лопаток. TurboGrid формує сітку з підвищеною концентрацією елементів у прикордонному шарі, що особливо важливо для адекватного моделювання в'язкої взаємодії потоку з твердими стінками. Програмний продукт забезпечує тісну інтеграцію з CFD-аналізаторами ANSYS CFX та ANSYS Fluent, що спрощує весь інженерний

цикл. Завдяки своїй точності та швидкості TurboGrid є незамінним при моделюванні багатоступінчастих компресорів і турбін, де критично важливим є отримання регулярних, збалансованих і якісних сіток [45].

Pointwise. Ще одним потужним інструментом є Pointwise, який розробляється компанією Cadence Design Systems. На відміну від TurboGrid або AutoGrid5, Pointwise є універсальним генератором сіток, який підтримує структуровані, неструктуровані та гібридні сітки. Його особливістю є широкий спектр інструментів для ручного і автоматизованого керування якістю сітки – включно з аналізом ортогональності, гладкості, співвідношення сторін тощо. Pointwise сумісний із великою кількістю CFD-солверів, зокрема ANSYS Fluent, CFX, OpenFOAM, STAR-CCM+ та ін., що робить його гнучким рішенням для дослідників і інженерів, які працюють у різноманітних галузях – від аеродинаміки літальних апаратів до внутрішньопоточних процесів у компресорах. Завдяки можливості точно контролювати топологію та параметри сітки Pointwise часто використовується для нестандартних або геометрично складних об’єктів, зокрема в задачах оптимізації форми [46].

ANSYS ICEM CFD. Для більш універсального застосування в рамках CFD-системи ANSYS широко використовується ICEM CFD – модуль, який забезпечує побудову як структурованих, так і неструктурованих сіток, а також гібридних варіантів. ICEM CFD дозволяє працювати з багатозональними моделями, виконувати локальне згущення сітки в області підвищених градієнтів, імпортувати геометрію з широкого спектра CAD-форматів та експортувати готові сітки у формати більшості CFD-солверів. ICEM CFD забезпечує високий рівень гнучкості й деталізації, завдяки чому активно використовується у науково-дослідних установах, а також у проектуванні високонапружених компресорних машин, де потрібно точно керувати розміром, формою й щільністю сітки [47].

SnappyHexMesh (OpenFOAM). Для задач з відкритим вихідним кодом популярним вибором є snappyHexMesh – модуль, що входить до платформи OpenFOAM. Він орієнтований на автоматизоване створення гексагонально-домінантних неструктурованих сіток (hex-dominant mesh) на основі CAD-геометрії у форматах STL чи OBJ. SnappyHexMesh автоматично адаптує сітку до складних геометричних форм, дозволяє визначати області згущення, а також підтримує багаторівневе розділення доменів. Завдяки відкритому коду, користувачі можуть налаштовувати алгоритми генерації під власні задачі, що робить snappyHexMesh популярним інструментом у освітньому середовищі, наукових дослідженнях та проєктах, пов'язаних із відкритим програмним забезпеченням. Однак через обмежену гнучкість у порівнянні з комерційними аналогами, snappyHexMesh краще підходить для задач середнього рівня складності або для первинних прототипів [48].

NUMECA AutoGrid5 (Cadence Design Systems). AutoGrid5 є високоспеціалізованим програмним продуктом для побудови блочно-структурованих сіток у проточних частинах осьових, відцентрових та змішаних компресорів і турбін. Програмне забезпечення розроблено компанією NUMECA International (нині входить до складу Cadence Design Systems, Бельгія / США). AutoGrid5 забезпечує повну автоматизацію побудови сітки на основі параметричної геометрії, враховуючи форму лопаток, напрямок потоку та міжлопаткові проміжки. Алгоритми квазіортогональної побудови гарантують високу якість елементів навіть у прикордонному шарі. Інтеграція з CFD-солвером FINE/Turbo дозволяє виконувати аеродинамічні розрахунки безпосередньо після генерації сітки. Завдяки точності, швидкодії та надійній автоматизації AutoGrid5 широко застосовується у провідних турбінобудівних компаніях світу [49].

Centaur є універсальним середовищем для автоматизованої генерації неструктурованих та гібридних розрахункових сіток, яке розроблено

компанією CentaurSoft (США). Її основною особливістю є технологія комбінованого підходу, що поєднує тетраедральні, призмові та гексагональні елементи, завдяки чому можливо досягти високої точності при оптимальній кількості вузлів. Centaur підтримує імпорту геометрії з більшості CAD-систем, має вбудовані засоби автоматичного очищення поверхні та згладжування сітки. Програмне забезпечення активно застосовується у задачах зовнішньої та внутрішньої аеродинаміки, зокрема в аналізі проточних частин компресорів, де потрібна адаптація до складної геометрії. Підтримка різноманітних CFD-солверів (ANSYS Fluent, OpenFOAM, STAR-CCM+) робить Centaur універсальним інструментом для досліджень і промислових розрахунків [50].

Altair HyperMesh – це високопродуктивна платформа для передпроцесингу, призначена для створення тривимірних розрахункових сіток у задачах механіки рідин, твердого тіла та багатофізичних систем. Розробник – американська компанія Altair Engineering Inc. На відміну від вузькоспеціалізованих рішень HyperMesh є частиною інтегрованої екосистеми Altair HyperWorks, що дозволяє не лише генерувати сітки, але й виконувати оптимізацію структури моделі та аналіз результатів. Програма підтримує створення структурованих, неструктурованих і поверхневих сіток з широкими можливостями локального згущення та контролю якості елементів. Висока стабільність, гнучкість і сумісність із більшістю провідних CFD і FEM-солверів роблять HyperMesh ефективним інструментом для проєктування компресорів і турбін на ранніх етапах інженерного циклу [51].

ANSA – це потужне середовище для передпроцесингу, розроблене компанією BETA CAE Systems (Греція). Воно підтримує побудову структурованих, неструктурованих та гібридних сіток, має інструменти автоматичного визначення прикордонних шарів, згладжування поверхонь і валідації топології. Особливістю ANSA є висока швидкодія при роботі з

великими геометріями, що особливо актуально для осьових компресорів багатоступінчастої структури. Програма тісно інтегрована з CFD-системами ANSYS Fluent, STAR-CCM+, OpenFOAM та ABAQUS, що робить її універсальним рішенням для комплексного моделювання. Завдяки поєднанню автоматизації й ручного контролю ANSA широко застосовується в авіаційній, енергетичній та автомобільній галузях [52].

Таким чином, сучасні засоби генерації розрахункових сіток для компресорів охоплюють широкий спектр задач – від повністю автоматизованої побудови блочних сіток у міжлопаткових каналах до детального ручного контролю над кожним елементом геометрії. Вибір програмного продукту залежить від вимог до точності, гнучкості, інтеграції з CFD-солверами та рівня доступу до налаштувань алгоритмів. Для промислового використання перевагу зазвичай надають ANSYS TurboGrid та ICEM CFD, які забезпечують стабільну інтеграцію з інженерними платформами ANSYS. Універсальні рішення, такі як Pointwise, Altair HyperMesh і COMSOL CAD Import Module, дають змогу формувати як структуровані, так і неструктуровані сітки з високим рівнем контролю над якістю й топологією елементів. В освітніх та дослідницьких цілях часто застосовують snappyHexMesh із платформи OpenFOAM, а також хмарну систему Onshape, що спрощує колективну роботу з геометричними моделями. Для комплексного підходу до моделювання та оптимізації проточних частин турбомашин ефективними є спеціалізовані середовища, зокрема SoftInWay AxSTREAM, яке охоплює повний цикл від проектування до CFD-аналізу, та параметрична CAD-система PTC Creo, що поєднує інструменти тривимірного моделювання з багатофізичним аналізом і підтримкою PLM-середовищ.

2.3 Програмні рішення для аналізу та моделювання робочих процесів у компресорних ступенях

У сучасній практиці числового моделювання течій у компресорних ступенях газотурбінних двигунів використовується широкий спектр програмних комплексів, що забезпечують розрахунок тривимірних в'язких, стисливих і нестационарних течій. Такі системи дозволяють відтворювати аеродинамічні процеси у каналах турбомашин, оцінювати енергетичні втрати, визначати області відриву та нестійких режимів, а також проводити оптимізацію геометрії робочих елементів.

ANSYS CFX належить до універсальних CFD-пакетів, призначених для розрахунку тривимірних в'язких, стисливих і нестационарних течій у турбомашинах. Програмний комплекс має спеціалізовані алгоритми для моделювання ротор-статорної взаємодії та теплофізичних процесів, характерних для компресорів ГТД. CFX підтримує кілька підходів до відтворення взаємодії обертових і нерухомих елементів: *Frozen Rotor*, *Stage (Mixing Plane)* та *Transient Rotor-Stator*. Використання нестационарних URANS-розрахунків дозволяє досліджувати тимчасову динаміку потоку, явища типу помпажу та втрати стійкості. ANSYS CFX широко застосовується для побудови карт компресорних характеристик, аналізу зон відриву, оцінки ефективності ступенів і дослідження нестационарних ефектів [53].

ANSYS Fluent є потужним CFD-пакетом загального призначення, який забезпечує моделювання тривимірних в'язких, стисливих і нестационарних течій у складних геометріях. Fluent відзначається гнучкістю у налаштуванні фізичних моделей, широким вибором моделей турбулентності та розвинутим інтерфейсом користувача. Пакет підтримує моделювання ротор-статорної взаємодії, URANS-розрахунки, моделювання теплообміну, хімічних реакцій і багатофазних потоків. Fluent активно використовується для побудови карт компресорних

характеристик, дослідження зон рециркуляції, визначення втрат і аналізу нестационарних явищ у компресорних ступенях [54].

STAR-CCM+ (Siemens) — це CFD-платформа, орієнтована на мультифізичне моделювання складних систем. Програмне забезпечення забезпечує повну підтримку обертових систем координат, *Sliding Interface* для ротор-статорної взаємодії, а також моделі турбулентності URANS і LES. Пакет відзначається повною інтеграцією CAD, сітки, фізики та постпроцесингу в одному середовищі, а також має інструменти для оптимізації (*Design of Experiments*, параметризація, машинне навчання). STAR-CCM+ особливо ефективний для комплексного аналізу турбомашин або систем, де важлива мультифізична взаємодія (теплообмін, механіка, акустика) [55].

OpenFOAM — це відкритий CFD-пакет з модульною архітектурою, який забезпечує широкі можливості для моделювання гідродинамічних, теплофізичних і хімічних процесів. Хоча OpenFOAM не є спеціалізованим для турбомашин, він дозволяє користувачам створювати або модифікувати власні моделі турбулентності, граничні умови та фізичні процеси. У задачах компресорів застосовуються осесиметричні і тривимірні розрахунки із використанням обертових систем координат або MRF-підходу. OpenFOAM підтримує URANS та LES-розрахунки, що робить його ефективним інструментом у наукових дослідженнях і експериментальних розробках [56].

NUMECA FINE /Turbo (Cadence Design Systems) є спеціалізованим CFD-комплексом для аеродинамічного аналізу турбомашин. Програмне забезпечення оптимізоване для моделювання осьових, радіальних і змішаних компресорів і турбін, забезпечує автоматичне створення високоякісних структурованих сіток і точне відтворення ротор-статорної взаємодії. Система підтримує нестационарні розрахунки (URANS, LES), що дозволяє вивчати нестійкі режими та процеси розвитку помпажу. FINE™/Turbo використовується у провідних авіаційних компаніях для

побудови карт компресорних характеристик і оптимізації профілів лопаток [57].

COMSOL Multiphysics – універсальна мультифізична платформа, яка поєднує CFD-моделювання з теплообміном, механікою твердого тіла, акустикою та електромагнетизмом. У контексті компресорних ступенів COMSOL застосовується для аналізу взаємодії потоку з конструкційними елементами (fluid–structure interaction), моделювання теплових полів і дослідження аеропружних коливань. Платформа надає можливість виконання параметричних і оптимізаційних розрахунків, що дозволяє враховувати мультифізичні ефекти у процесі проектування [58].

SimScale – це хмарна CFD-платформа, яка реалізує підхід *Software as a Service* (SaaS). Вона дозволяє виконувати CFD-розрахунки без встановлення програмного забезпечення локально. Пакет підтримує моделювання стисливих і нестисливих течій, турбулентності (RANS, $k-\omega$ SST, LES), автоматизовану побудову сіток та інтегрований постпроцесинг. Завдяки простоті використання, доступності та можливості колективної роботи SimScale є зручним інструментом для попереднього аналізу компресорних ступенів і навчальних цілей [59].

TAU Code (DLR) – CFD-пакет, розроблений Німецьким аерокосмічним центром (*Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt*, DLR) для високоточного моделювання аеродинамічних процесів у турбомашинах. Код підтримує розрахунок стисливих, в'язких і турбулентних течій у тривимірних каналах із урахуванням обертання та взаємодії ротор–статор. TAU активно застосовується в рамках європейських дослідницьких програм (*Clean Sky*, *Horizon Europe*) для дослідження компресорних ступенів та оптимізації їх ефективності [60].

CONVERGE CFD – це сучасний CFD-пакет компанії *Convergent Science*, орієнтований на моделювання складних нестационарних процесів у турбомашинах, енергетичних установках і двигунах внутрішнього згоряння. Його особливістю є автоматична адаптивна побудова сіток

(*Adaptive Mesh Refinement*, AMR), що дозволяє підвищити точність у зонах із сильними градієнтами параметрів потоку. CONVERGE підтримує URANS, LES і DES моделі турбулентності, забезпечуючи високоточне моделювання явищ помпажу, рециркуляції та нестійких режимів у компресорних ступенях [61].

Таким чином, сучасні програмні засоби для числового моделювання робочих процесів у компресорних ступенях охоплюють повний спектр інженерних і наукових задач – від швидкого визначення аеродинамічних характеристик до детального мультифізичного аналізу нестационарних режимів течії. Вибір програмного комплексу залежить від вимог до точності розрахунків, рівня автоматизації, гнучкості налаштувань фізичних моделей і доступності ліцензій. Для промислового застосування перевагу зазвичай надають комерційним системам ANSYS CFX, ANSYS Fluent та STAR-CCM+, які забезпечують високу надійність, інтеграцію з CAD-інструментами й підтримку нестационарних URANS/LES-розрахунків. Спеціалізовані рішення, такі як NUMECA FINE /Turbo і TAU Code, орієнтовані на високоточне моделювання турбомашин і активно використовуються у проєктуванні авіаційних та стаціонарних компресорів. Для мультифізичних досліджень, де важливо врахувати теплообмін, деформації чи акустику, ефективним є середовище COMSOL Multiphysics, яке поєднує CFD з іншими типами аналізу. У дослідницьких і освітніх цілях широкого поширення набули відкриті та хмарні платформи OpenFOAM і SimScale, що забезпечують доступність, масштабованість і можливість гнучкої адаптації алгоритмів. Для задач, пов'язаних із нестационарними процесами та автоматичним уточненням розрахункової сітки, доцільно застосовувати CONVERGE CFD, який дозволяє детально відтворювати розвиток нестійких режимів, помпажу та рециркуляції у компресорних ступенях. У комплексі ці інструменти формують сучасну екосистему CFD-засобів, що підтримує повний цикл – від геометричного проєктування до аналізу та оптимізації параметрів компресора.

3. ПРИКЛАД ВИКОРИСТАННЯ ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ ANSYS STUDENT ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ КОМПРЕСОРНОГО СТУПЕНЯ

3.1. Підготовка тривимірної моделі геометрії каналів вінців напрямної та робочої лопаток компресорного ступеня

В якості початкових даних для розрахунку вибрано тривимірні моделі лопаток вінців 8-го ступеня компресора низького тиску (рис. 3.1). Дані для профілювання кореневого, середнього і периферійного перерізів отримано за розрахунковою методикою, викладеною в [62, табл. 2Д–6Д]. Профілі лопаток побудовано в програмному комплексі SolidWorks. Прийоми побудови тривимірних профілів викладено в [62, глава 4].

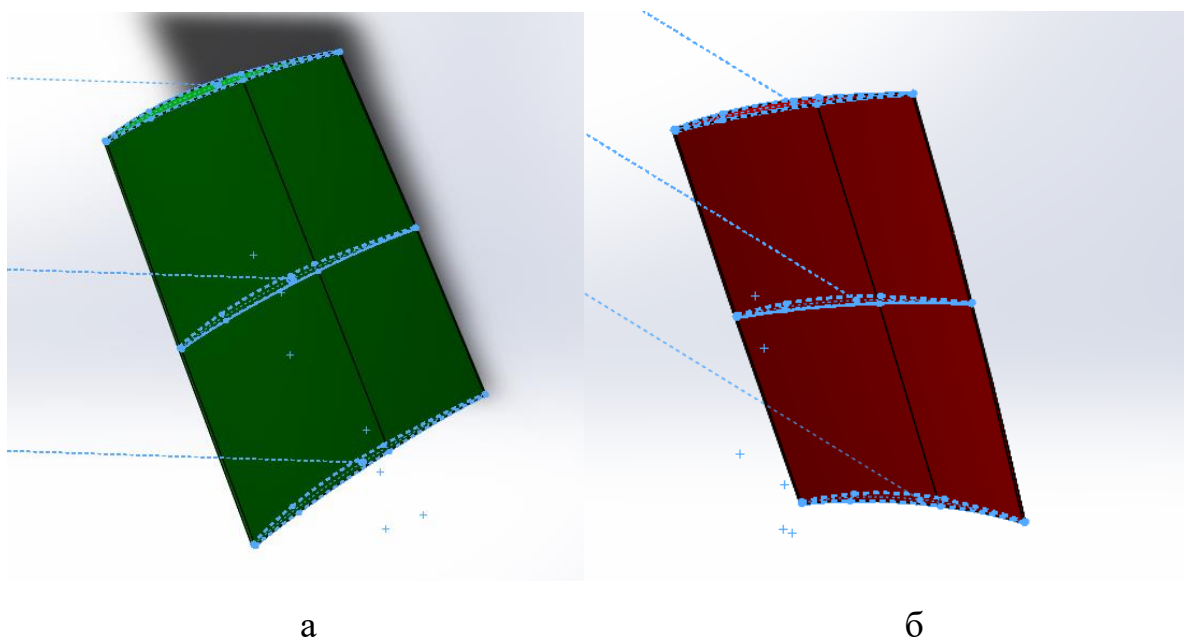


Рис.3.1. Лопатка напрямного апарату (а)
і лопатка робочого колеса (б) КНТ

Далі в програмному комплексі SolidWorks створюється файл збірки, в якому відкриваються файли, що містять ці лопатки (рис. 3.2).

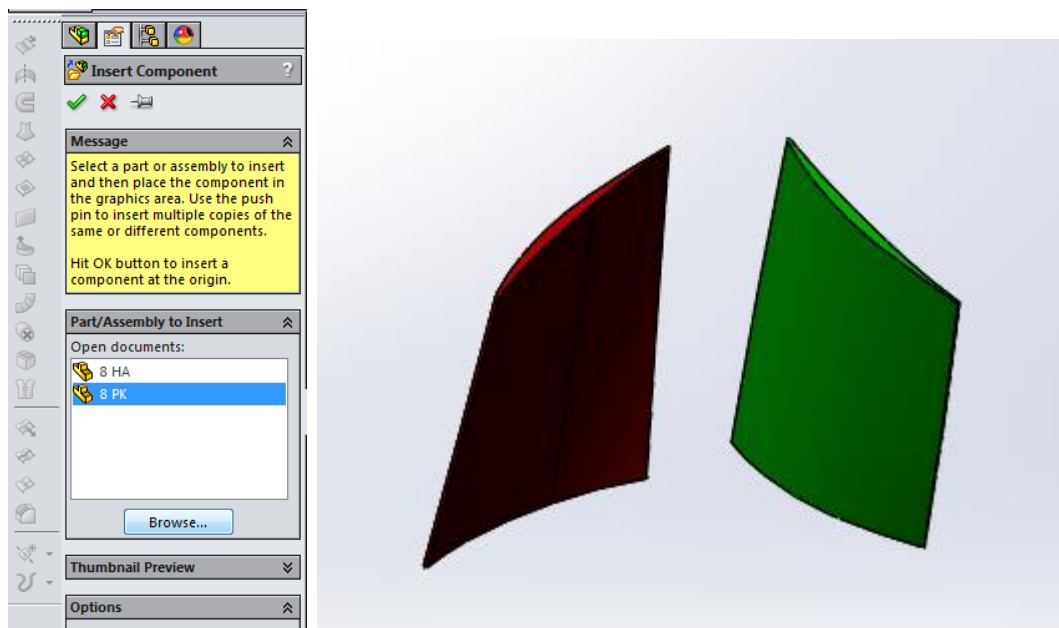
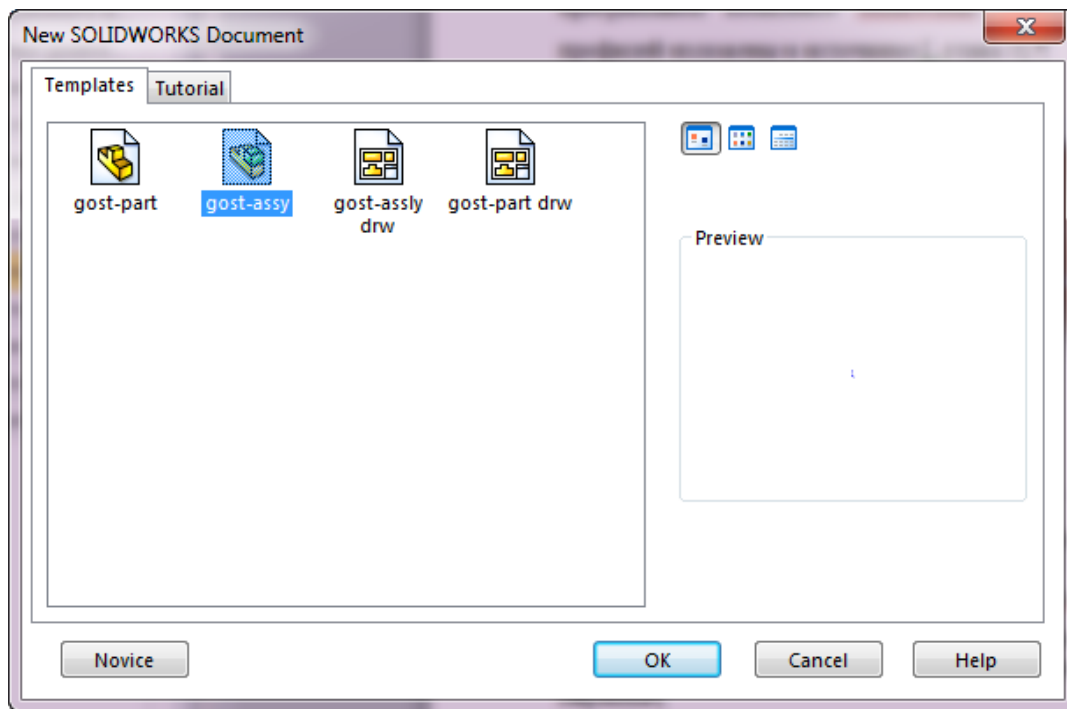


Рис. 3.2. Створення збірки та вибір лопаток із файлів

Варто звернути увагу на те, що положення профілів уздовж осі двигуна має бути передбачено ще на стадії побудови моделі профілів.

Для кожного з профілів створюється кільцевий канал, у якому буде моделюватися течія повітря. Для цього створюється новий компонент усередині збірки (рис. 3.3).

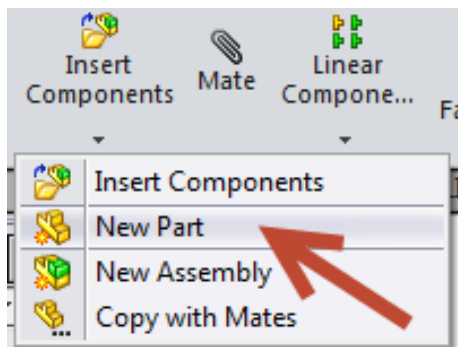


Рис. 3.3. Створення нового компонента всередині збірки

Будується переріз каналу робочих лопаток. Для цього будується ескіз, як показано на рис. 3.4.

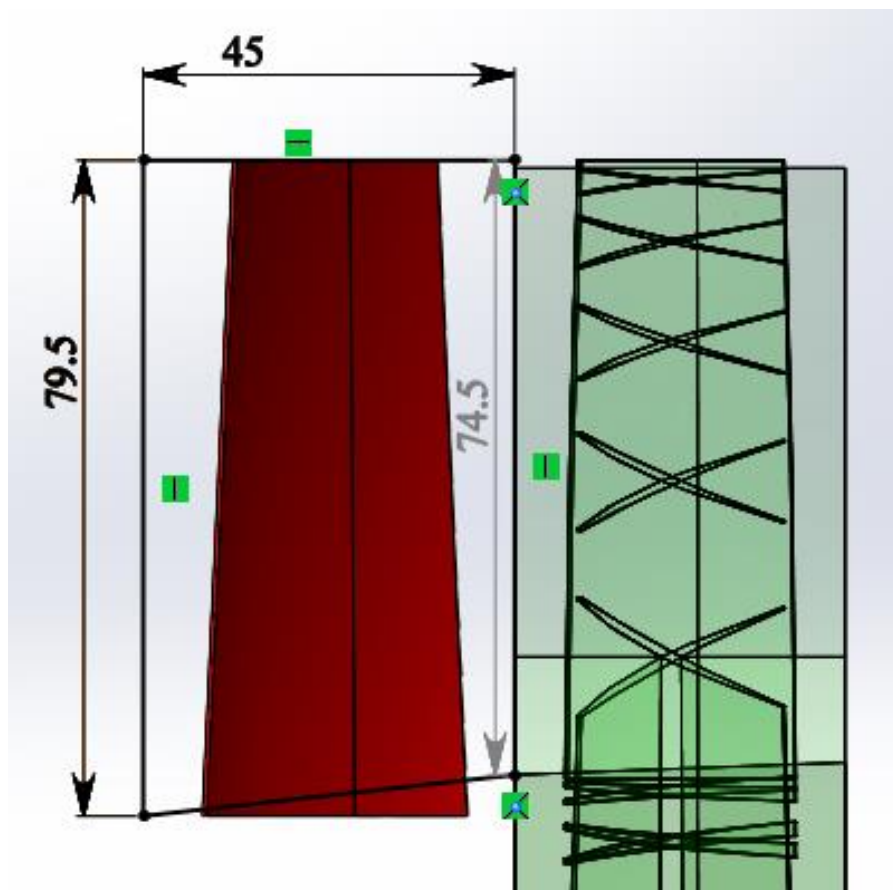


Рис. 3.4. Побудова перерізу каналу робочих лопаток

Виконується поворот перерізу каналу на 30 градусів в обидва боки, скориставшись інструментом «Revolve» (рис. 3.5) і завершення редагування деталі.

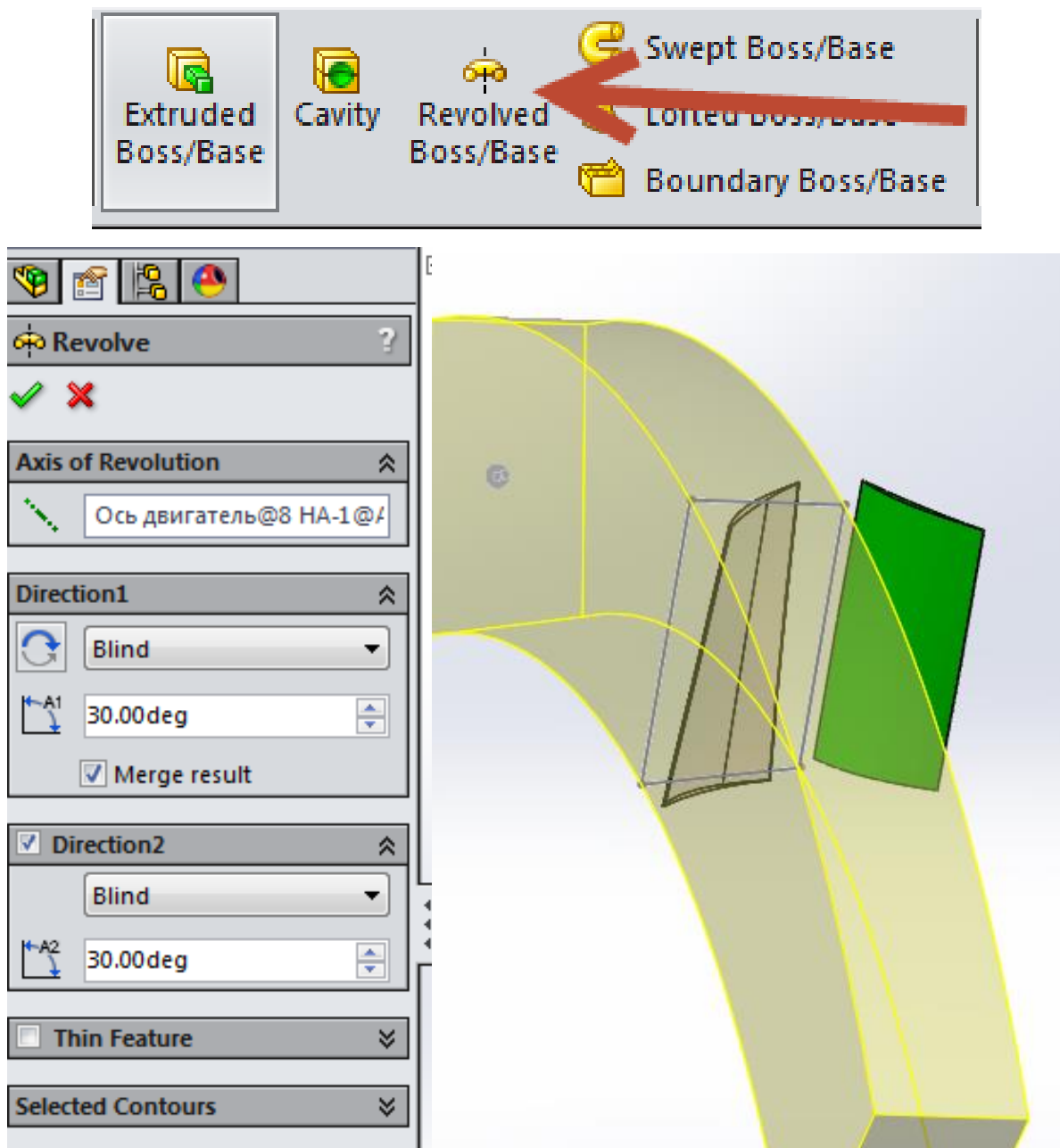


Рис. 3.5. Поворот перерізу каналу

Аналогічним чином створюється канал для напрямного апарату.

Тепер створюється масив лопаток відповідно до їхньої кількості. Для цього вибирається інструмент «Circular Component Pattern». Далі задаємо кількість лопаток у вінці – 64 для робочого колеса та 60 для напрямного апарату відповідно (рис. 3.6).

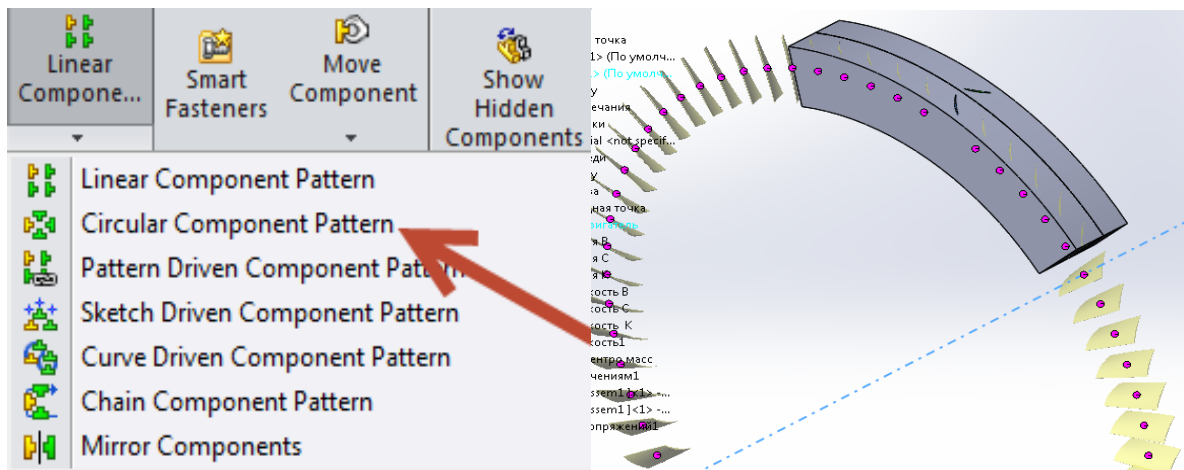


Рис. 3.6. Створення каналу для прямого апарату

Виключаються тіла лопаток із тіла каналів. Для цього активується режим редагування одного з каналів (рис. 3.7) та використовується інструмент «порожнина» (рис. 3.8). При цьому вказується тіло лопаток, які потрапляють у канал. Ця операція виконується для обох каналів.

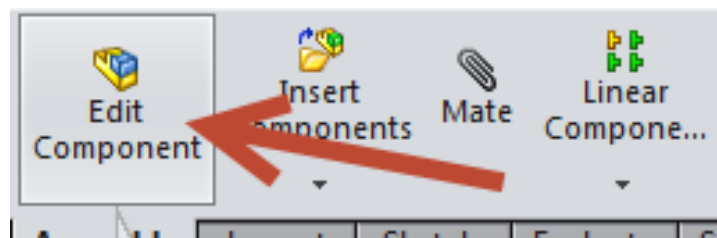


Рис. 3.7. Редагування каналів

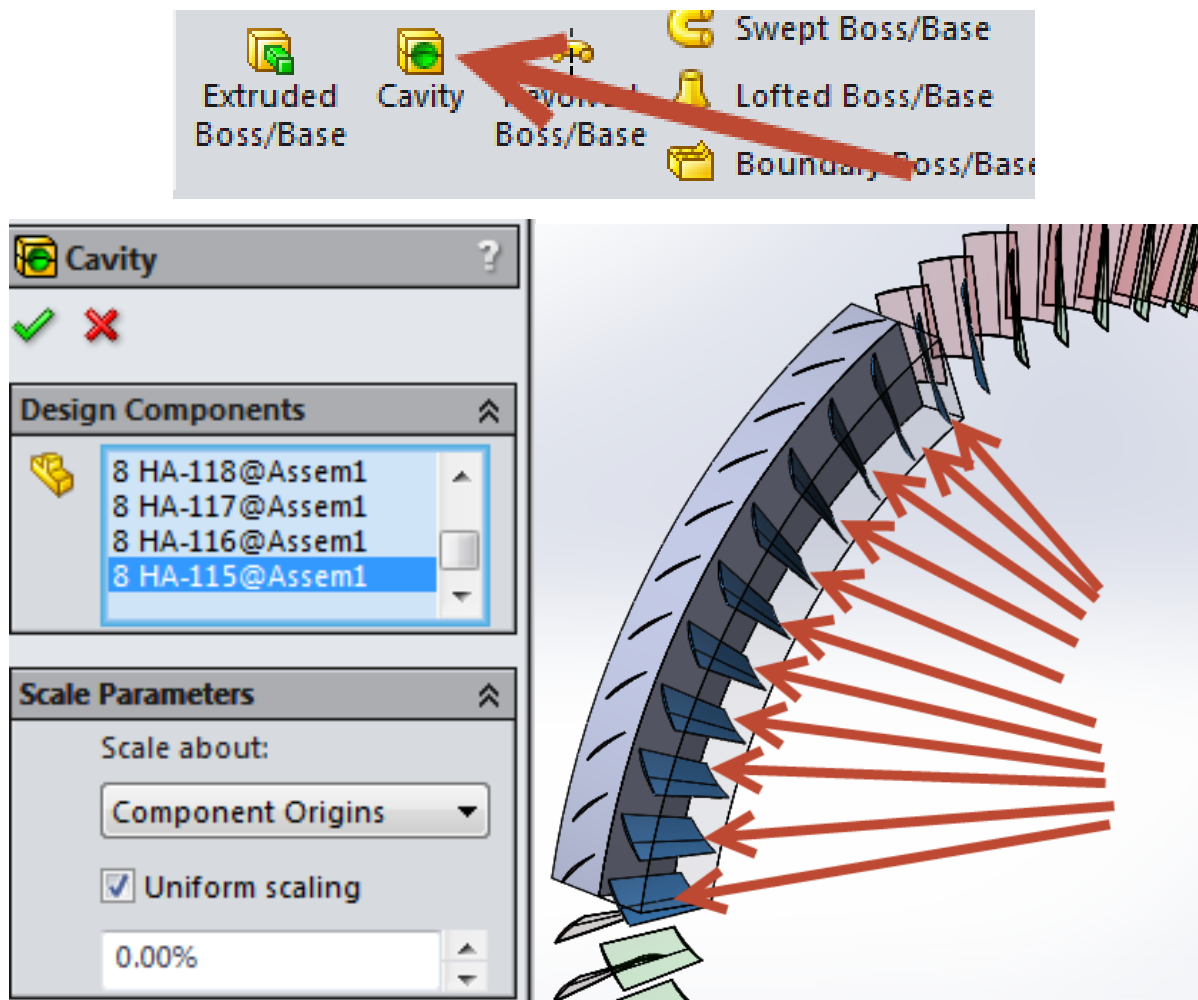


Рис. 3.8. Виключення тіла лопаток із тіла каналів використанням інструменту «порожнина»

Тепер відкривається кожен із каналів в окремому вікні. Для цього наведемо в дереві на деталь «канал» і, натиснувши правою клавішею миші, виберемо з меню «Open Part» (рис. 3.9). Деталь відкриється в окремому вікні.

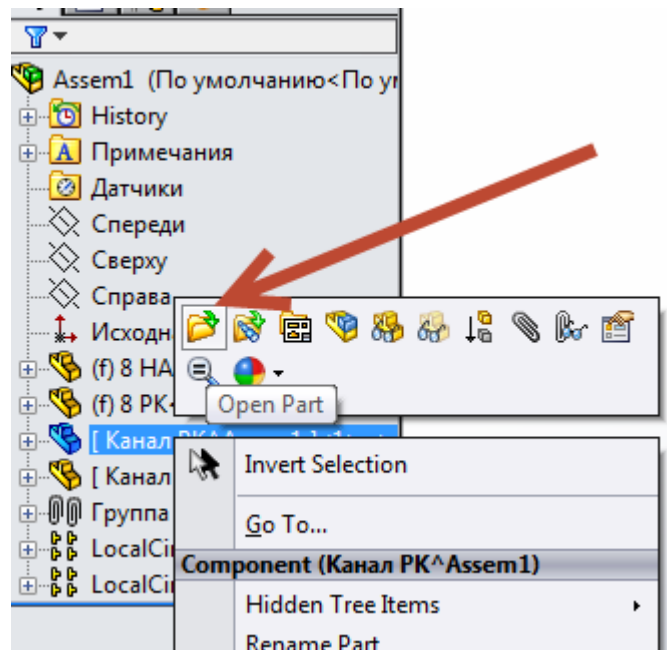


Рис. 3.9. Відкривання кожного із каналів в окремому вікні

Далі виникає завдання виділити канал з однією лопаткою. Створюється тривимірний ескіз, щоб намітити поверхню відсікання (рис. 3.10).

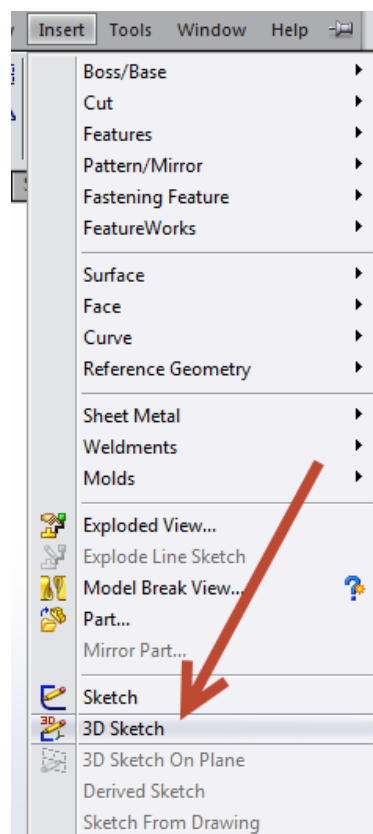


Рис. 3.10. Створення тривимірного ескізу

Інструментом «дуга за трьома точками» задаються межі лопаток на внутрішній і зовнішній конічних поверхнях (рис. 3.11).

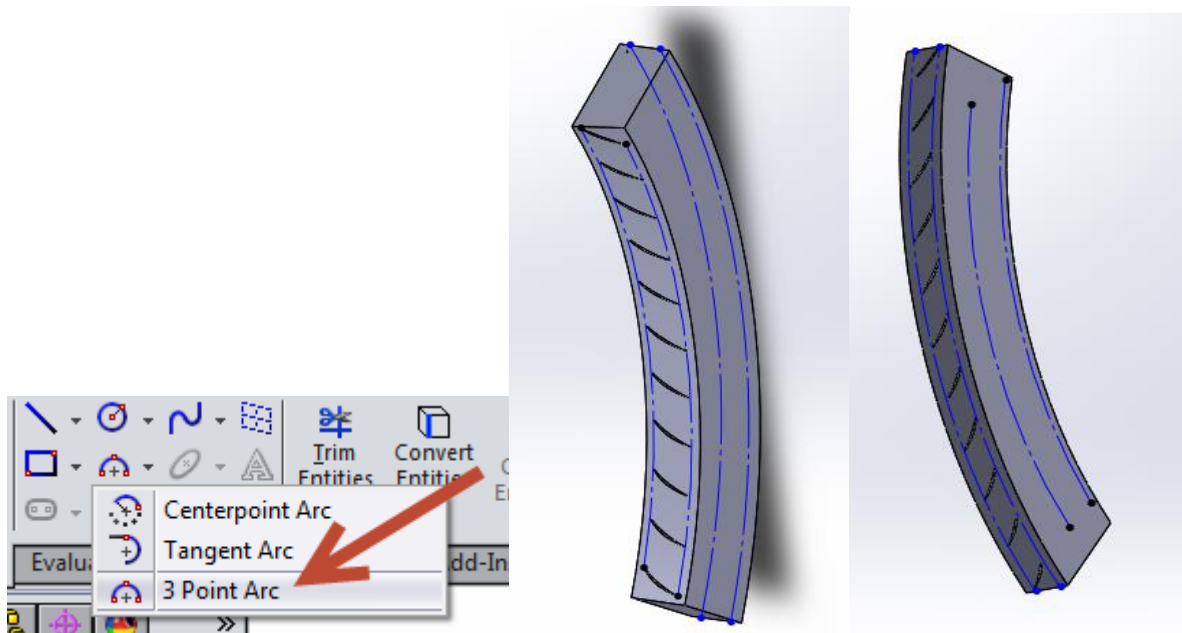


Рис. 3.11. Завдання меж лопаток

Не закриваючи ескізу, за допомогою кривих сплайнів, будуються проекції поверхні відсікання на верхній і нижній конічній поверхнях каналу (рис. 3.12). Важливо, щоб усі точки сплайну належали відповідній конічній поверхні.

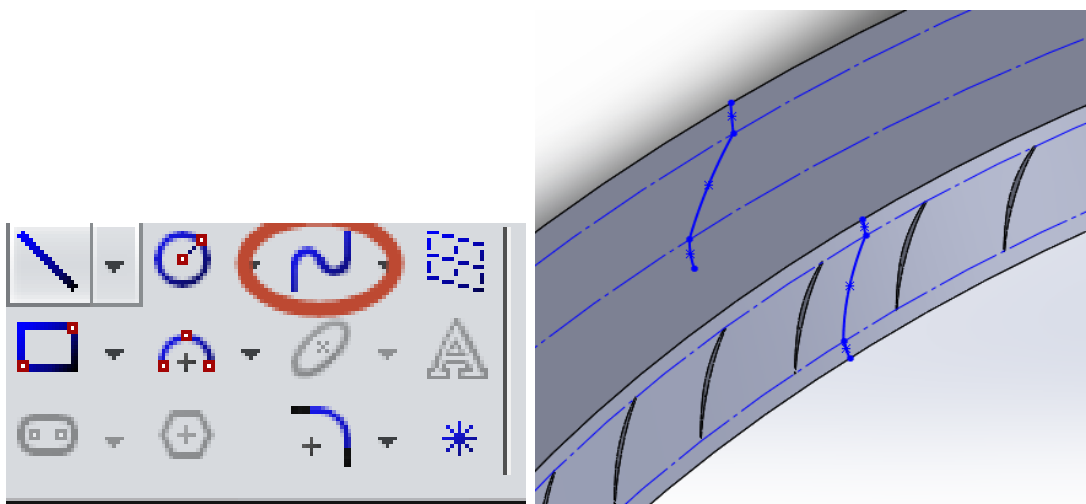


Рис. 3.12. Побудова проекції поверхні відсікання

Створюються поверхні за перерізами, використовуючи інструмент «Surface Loft» (рис. 3.13).

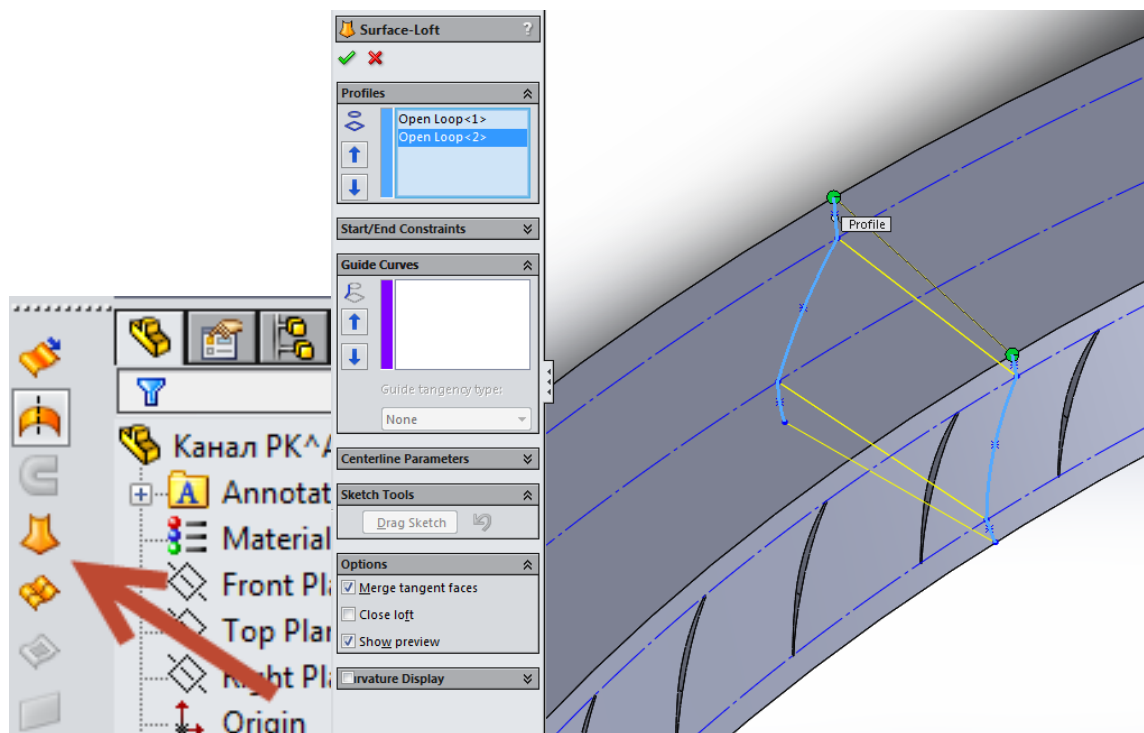


Рис. 3.13. Створення поверхні за перерізами

Отримана поверхня розмножується, використовуючи інструмент «Circular pattern». Кількість елементів масиву має дорівнювати кількості лопаток у вінці (рис. 3.14).

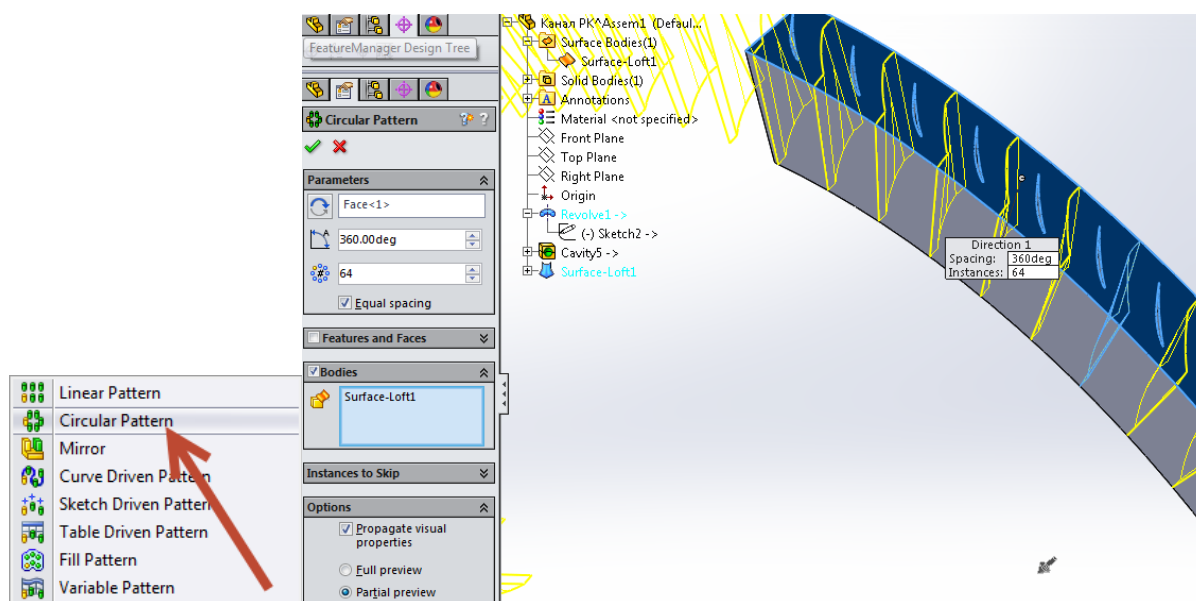


Рис. 3.14. Створення необхідної кількості лопаток

Отриманий файл зберігається у форматі «Parasolid» (рис. 3.15). Усі операції з побудови розділових поверхонь, виконані для робочого колеса (рис. 3.9–3.15), повторюються для напрямного апарату.

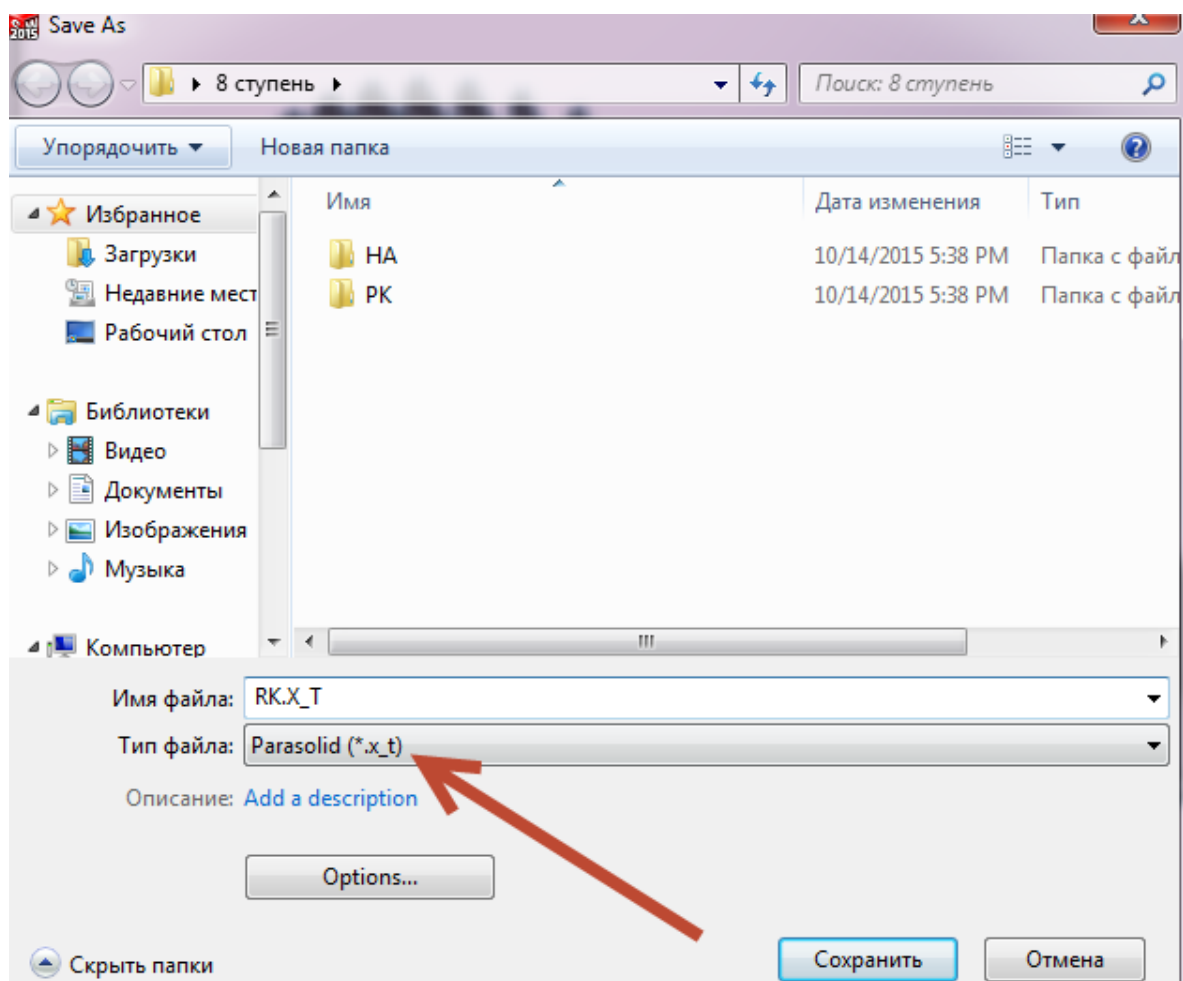


Рис. 3.15. Збереження файлу у форматі Parasolid

3.2. Підготовка розрахункової сітки для тривимірної моделі геометрії каналів вінців напрямної та робочої лопаток компресорного ступеня

Підготовка розрахункової кінцево-елементної сітки – важливий етап для коректного моделювання течії в лопаткових машинах. Некоректно створена сітка може вплинути на результати, зробивши їх значно оптимістичнішими, ніж насправді. Водночас необхідно враховувати ресурси комп'ютера, на якому буде проводитися розрахунок. Обсяг оперативної пам'яті може виявитися недостатнім для проведення розрахунків. Сітку для міжлопаткових каналів компресора необхідно будувати, виходячи з розрахунку, що 1 млн. елементів потребує приблизно 1 Гб оперативної пам'яті комп'ютера.

Для побудови розрахункової сітки використовується модуль Ansys Icem CFD (рис. 3.16).

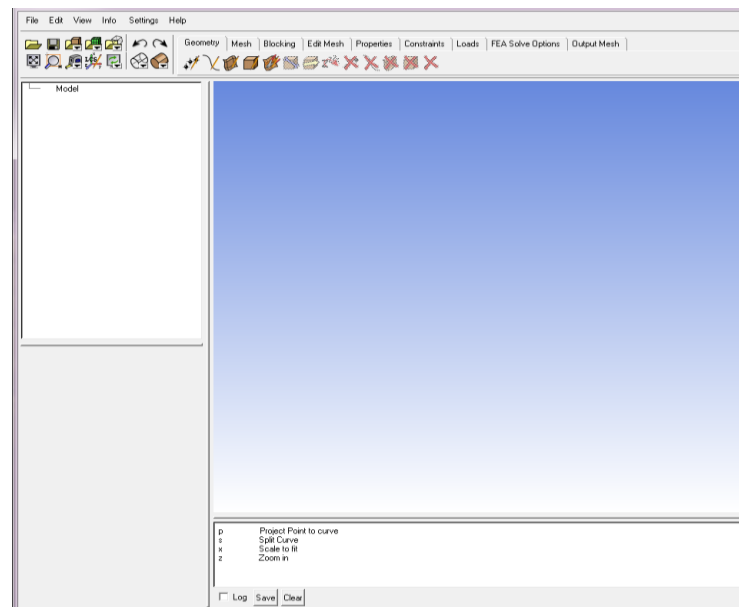


Рис. 3.16. Інтерфейс Ansys Icem CFD

Далі імпортується геометрія каналу робочих лопаток, а саме створений раніше файл RK.x_t за допомогою команд «Import geometry» – «Legacy» – «Parasolid». На бічній панелі вибираються міліметри як одиниці виміру геометрії під час імпорту (рис. 3.17).

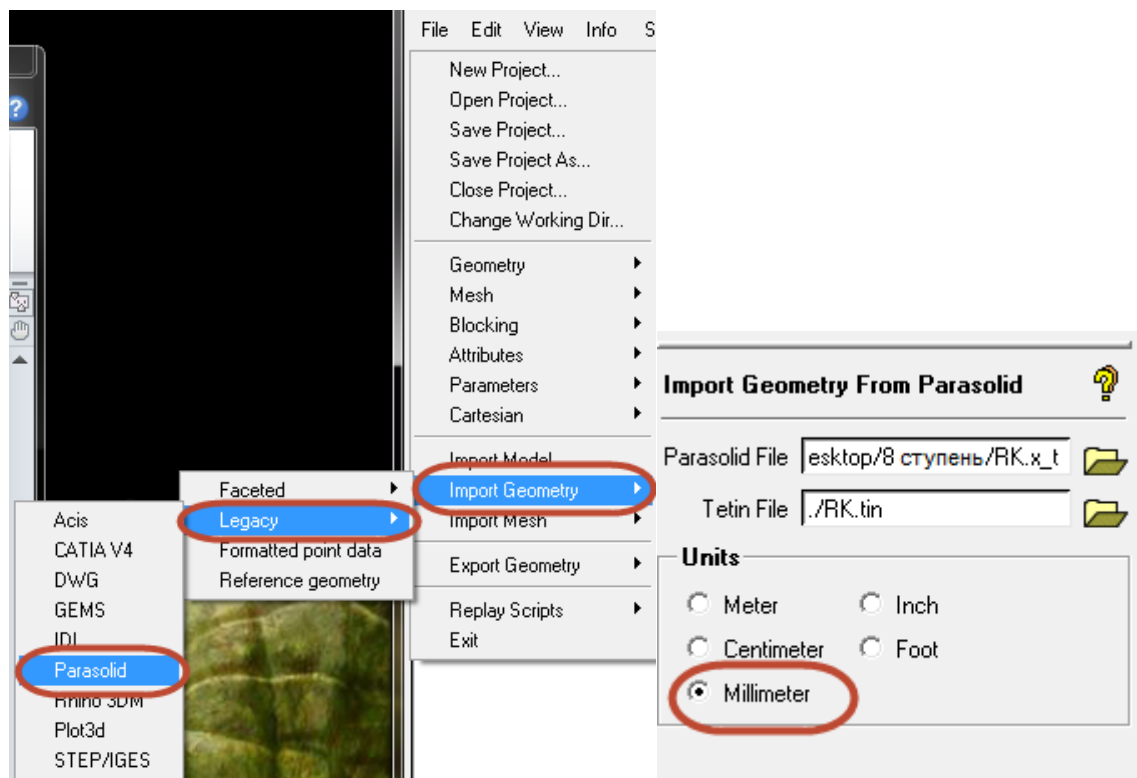


Рис. 3.17. Імпорт геометрії каналу робочих лопаток

Після імпорту на екрані буде видно тільки каркасні лінії. Необхідно відобразити поверхні. Для цього в дереві проєкту в пункті Geometry необхідно поставити галочку навпроти пункту Surfaces – поверхні (рис. 3.18).

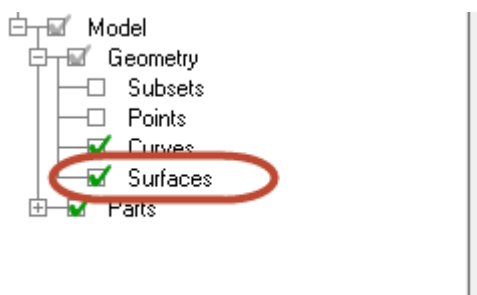


Рис. 3.18. Відображення поверхонь

Прибираються зайві поверхні, які не входять у створений канал. Для цього в панелі інструментів «Geometry» вибирається інструмент «Delete surface» і мишкою вказуються в графічному вікні потрібні поверхні (рис. 3.19).

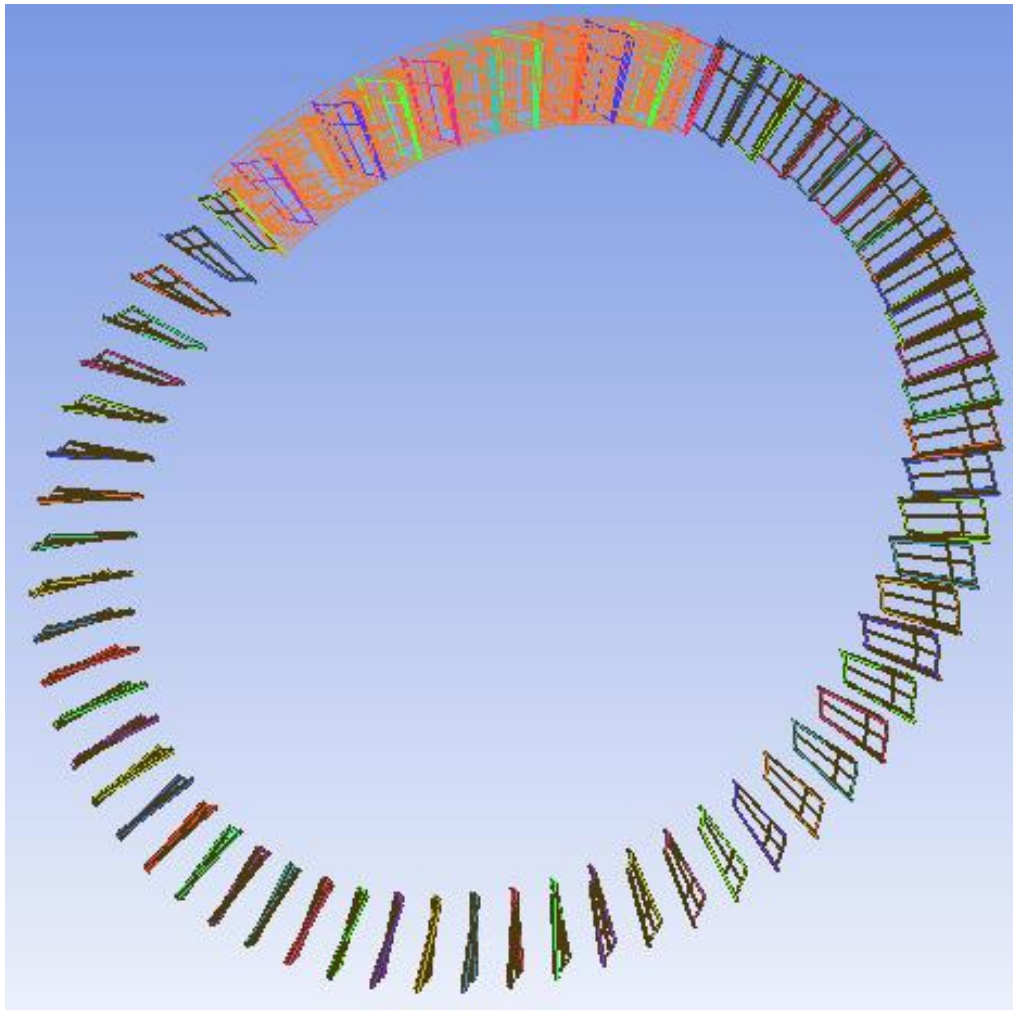
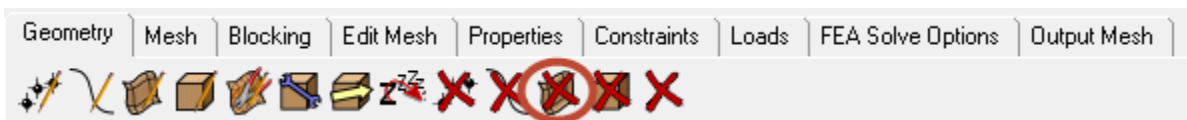


Рис. 3.19. Прибирання зайвих поверхонь

Будується топологія геометрії каналу за допомогою інструменту «Repair Geometry», при цьому вказується точність визначення геометрії 0,3 мм. Точність побудови топології має бути меншою за найменший елемент геометрії (рис. 3.20).

Отримується геометрія з кривими червоного та синього кольору. Червоний колір свідчить про те, що на даній кромці контактують дві поверхні, а синій – про те, що на даній кромці контактують три і більше поверхонь. Лінії жовтого кольору свідчать про те, що геометрія має незамкнений об'єм, тобто з даною кромкою контактує всього одна поверхня. Наявність кромek жовтого кольору небажана.

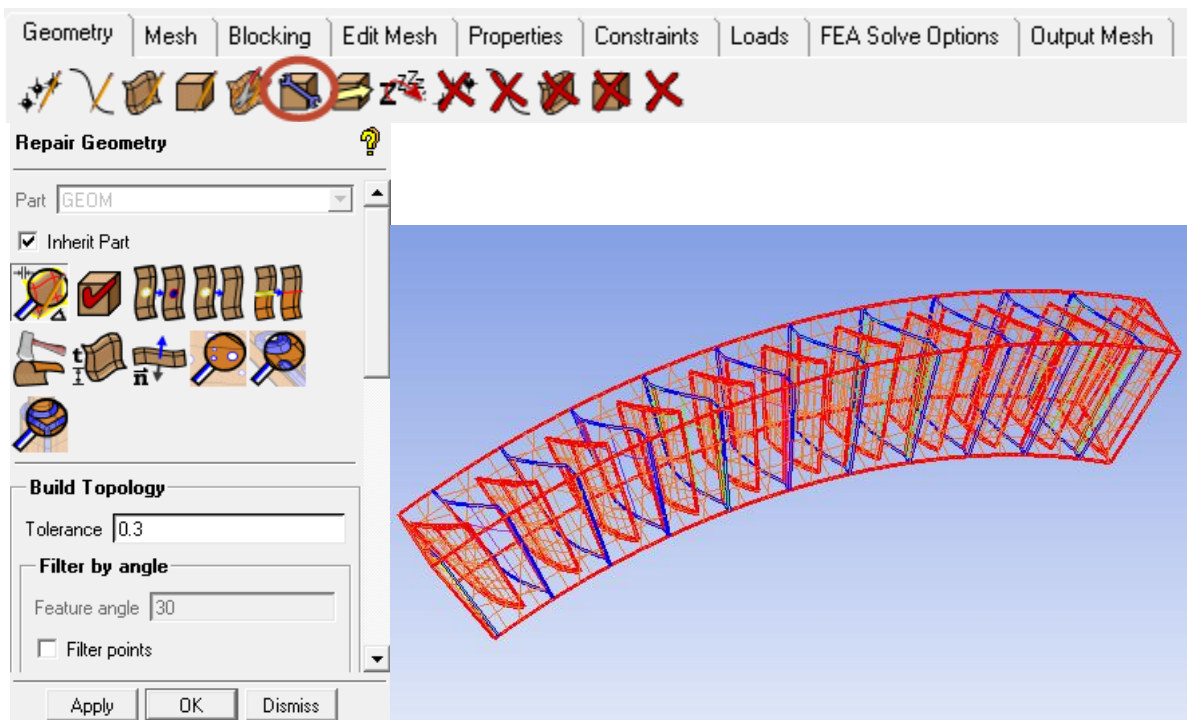


Рис. 3.20. Побудова топології геометрії каналу

Знову видаляються поверхні, як описано вище, залишається тільки один канал з однією лопаткою. Кромки, до яких не примикає жодна поверхня, стануть зеленого кольору (рис. 3.21).

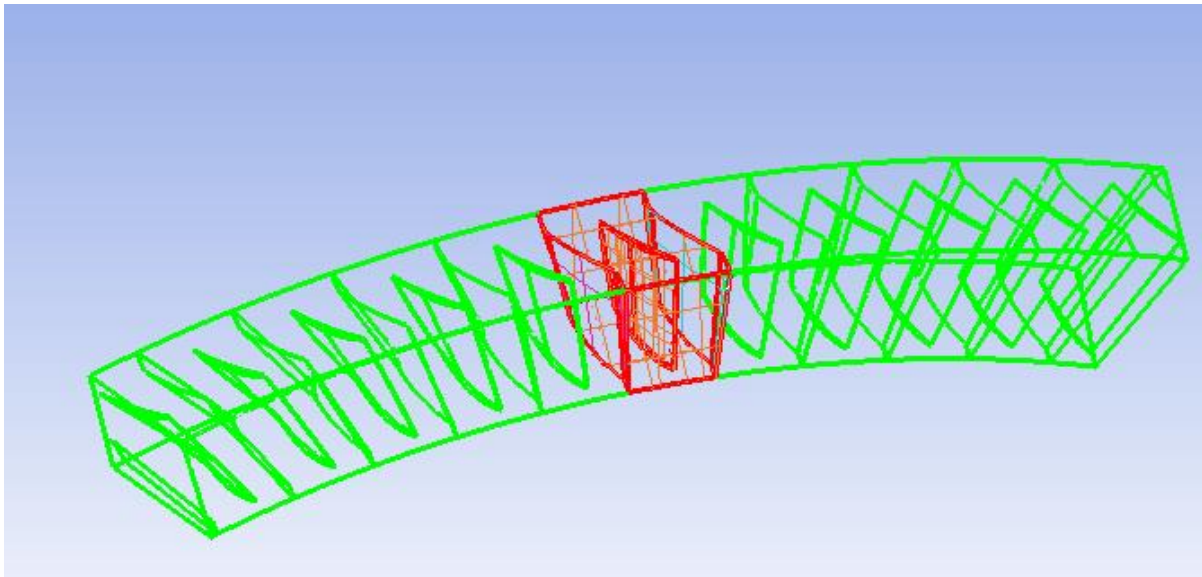


Рис. 3.21. Видалення поверхонь

Видаляються зайві кромки. Для цього вибираються на панелі інструментів «Delete curve» і ставиться галочка навпроти «Delete unattached», що означатиме, що треба видалити всі кромки, до яких не примикають поверхні. Після виконання команди залишається канал з однією лопаткою (рис. 3.22).

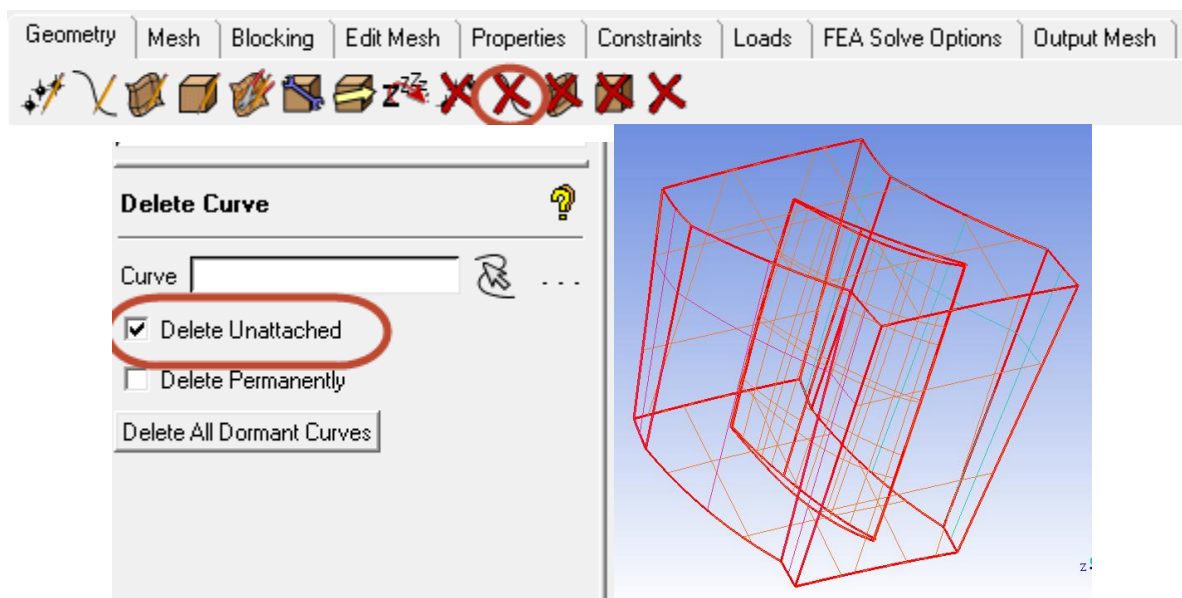


Рис. 3.22. Видалення зайвих кромки

Наступним кроком є позначення назви поверхонь, щоб мати можливість надалі призначити граничні умови для них. У дереві проєкту правою кнопкою миші обирається пункт «Parts» і обирається команда «Create part». У вікні, що з'явилося, вводиться назва, наприклад, «Inlet» – вхід, вказується на відповідну поверхню курсором миші та підтверджується виконання команди натисканням коліщатком мишки (рис. 3.23).

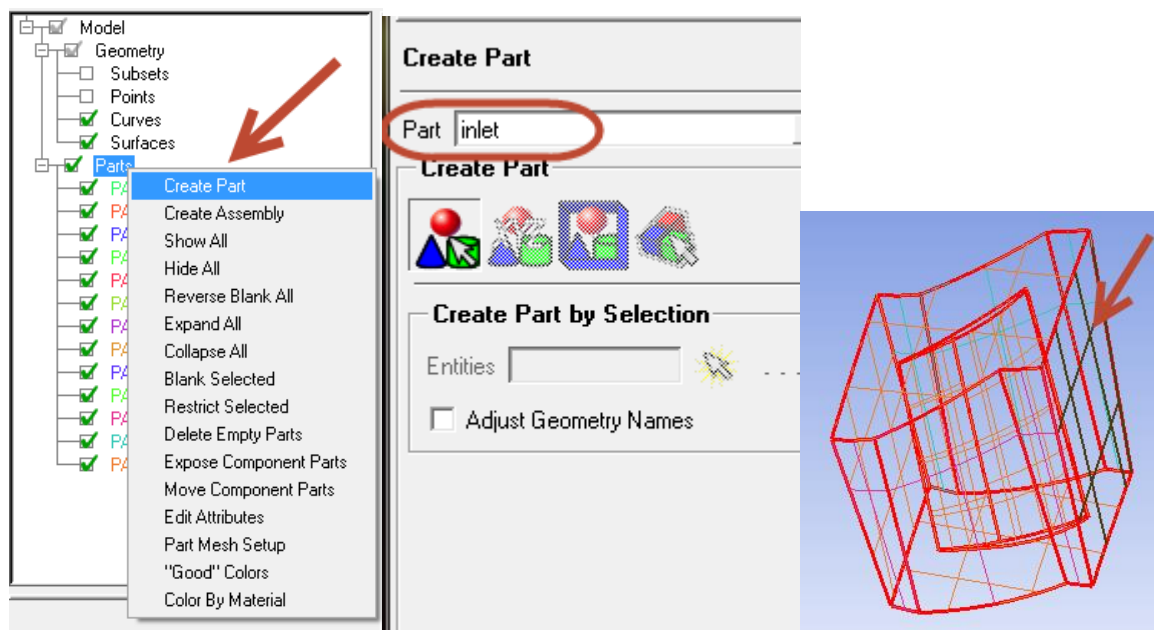


Рис. 3.23. Позначення назви поверхонь

Далі аналогічним чином позначається «Outlet» – вихід, «Hub» – периферійна частина каналу, «Shroud» – коренева частину каналу, «Period_1» та «Period_2» – бічні поверхні каналу, «Blade_sp» – спинка лопатки, «Blade_kor» – коритце лопатки, «Blade_vx» – вхідна кромка лопатки, «Blade_vyx» – вихідна кромка лопатки (рис. 3.24).

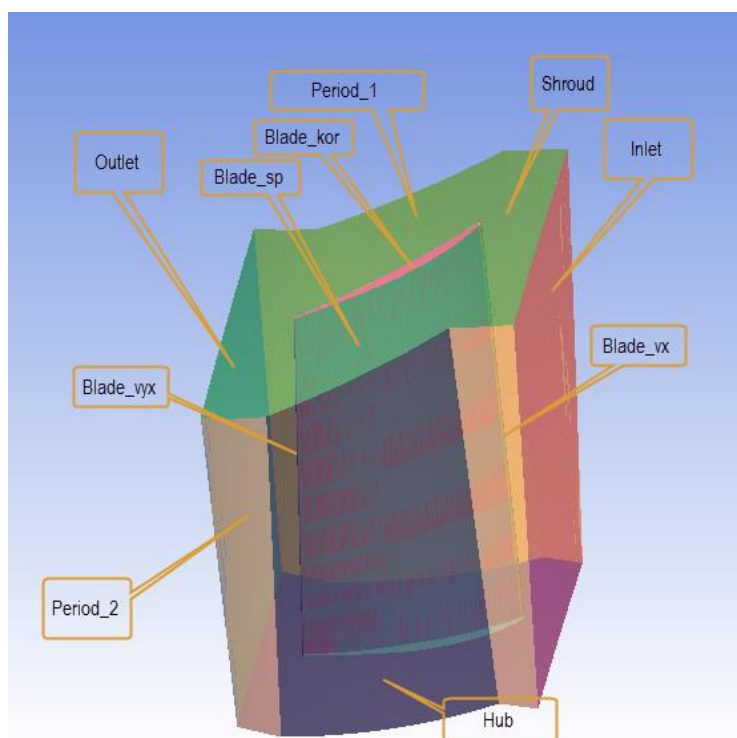


Рис. 3.24. Позначення назви поверхонь

У дереві проєкту вимикається видимість поверхонь і залишаються увімкненими тільки криві – «Curves». Як показано вище, присвоюється всім кривим назва «Curves» (рис. 3.25).

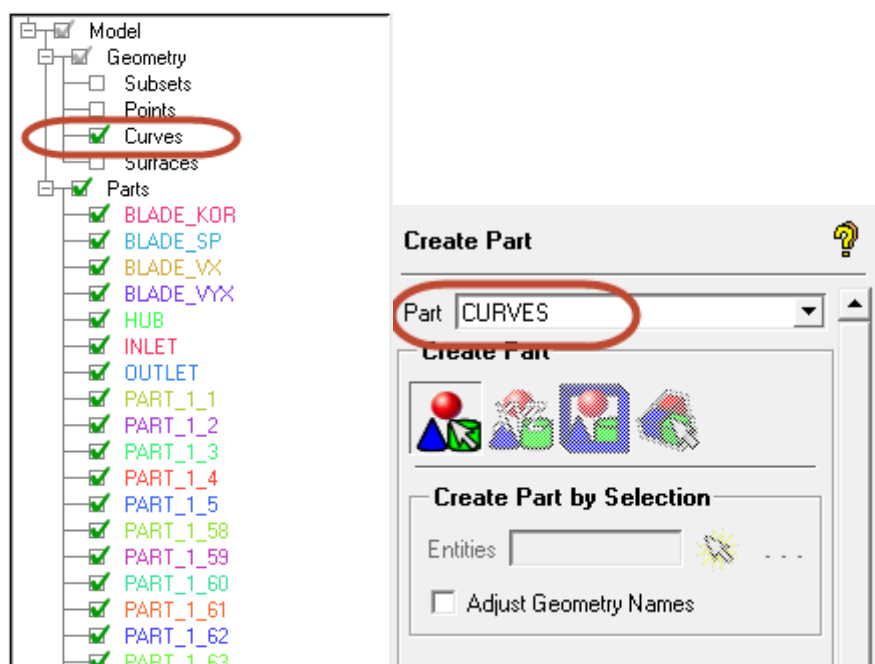


Рис. 3.25. Присвоєння всім кривим назви «Curves»

У дереві проєкту вимикається видимість поверхонь, кривих і залишаються увімкненими тільки точки – «Points». Як показано вище, присвоїмо всім точкам назву «Points» (рис. 3.26).

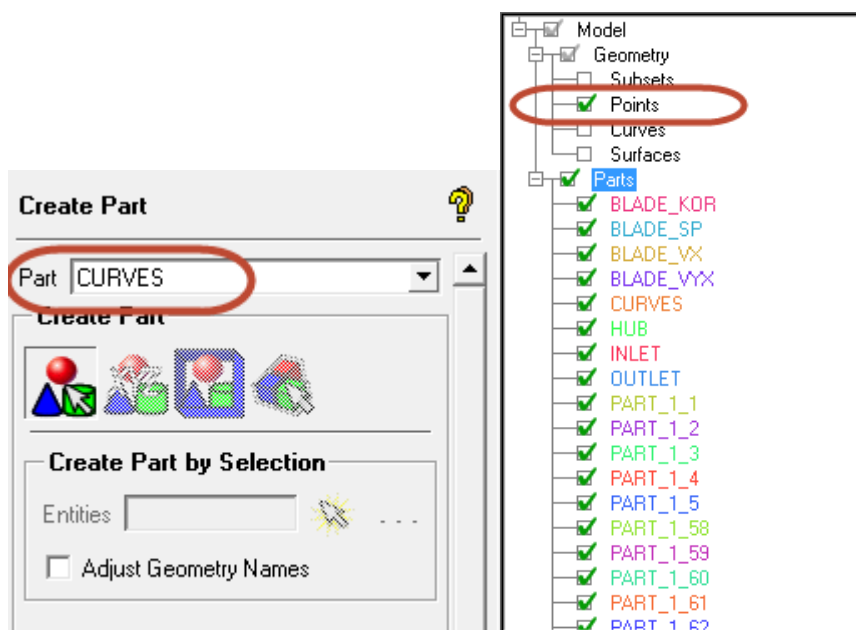


Рис. 3.26. Присвоєння всім точкам назви «Points»

Видаляються зайві точки. Для цього вибирається на панелі інструментів «Delete points» і ставиться галочка навпроти «Delete unattached», що означатиме, що треба видалити всі точки, до яких не примикають кромки. Після виконання команди повинні залишитись точки тільки на кінцях кромок каналу (рис. 3.27).

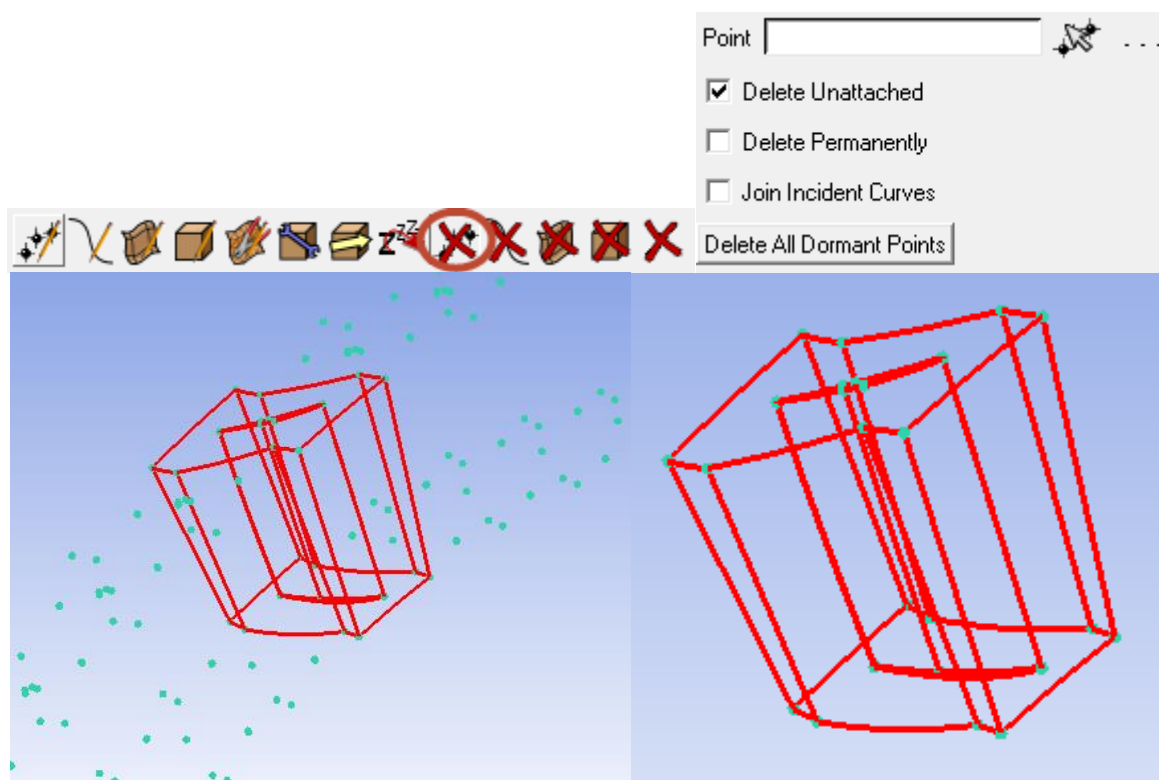


Рис. 3.27. Видалення зайвих точок

Потрібно вказати область, у якій необхідно будувати сітку. Для цього задається всередині об'єму каналу матеріальна точка, використовуючи інструмент «Create body». Об'єм обов'язково має бути замкнутий. Об'ємів може бути кілька. Курсором вказуються дві точки так, щоб середина умовного відрізка, який їх з'єднує, опинилася всередині об'єму каналу. Об'єму автоматично буде присвоєно ім'я «Body» (рис. 3.28).

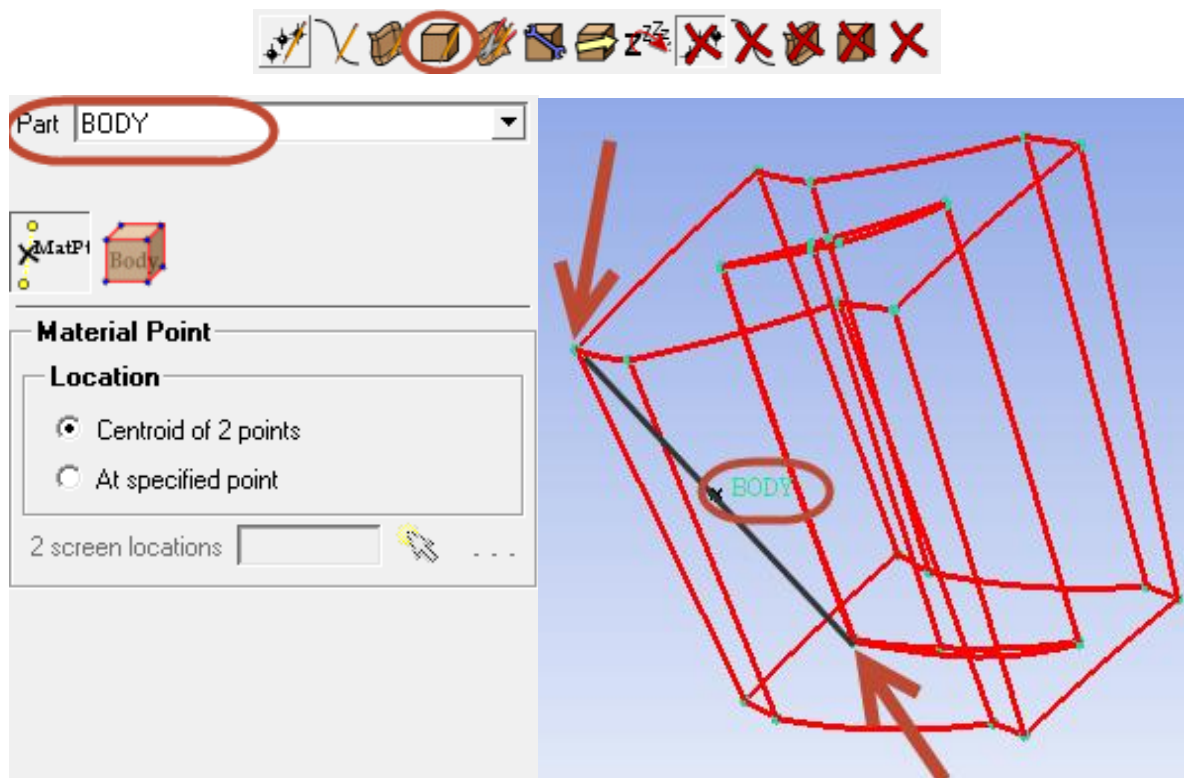


Рис. 3.28. Визначення області, у якій будується сітка

Встановлюються параметри елементів майбутньої сітки. Для цього у вкладці «Mesh» вибирається команда «Global mesh setup». У вікні, що з'явилося, задаються параметри: Масштаб (Scale factor) – 1, максимальний розмір тетраедричного елемента (Global element seed size) – 4, Мінімальний розмір елемента (Min size limit) – 0,3. У цьому випадку мінімальний розмір дорівнює або менше радіусу вихідної кромки. Кількість елементів у зазорах (Elements in gap) – 1 і мінімальна кількість елементів за кривизною поверхні (Refinement) – 10. Такі параметри гарантують автоматичне згущення сітки на дрібномасштабних елементах геометрії, в даному випадку – на вхідній і вихідній кромках лопатки (рис. 3.29).

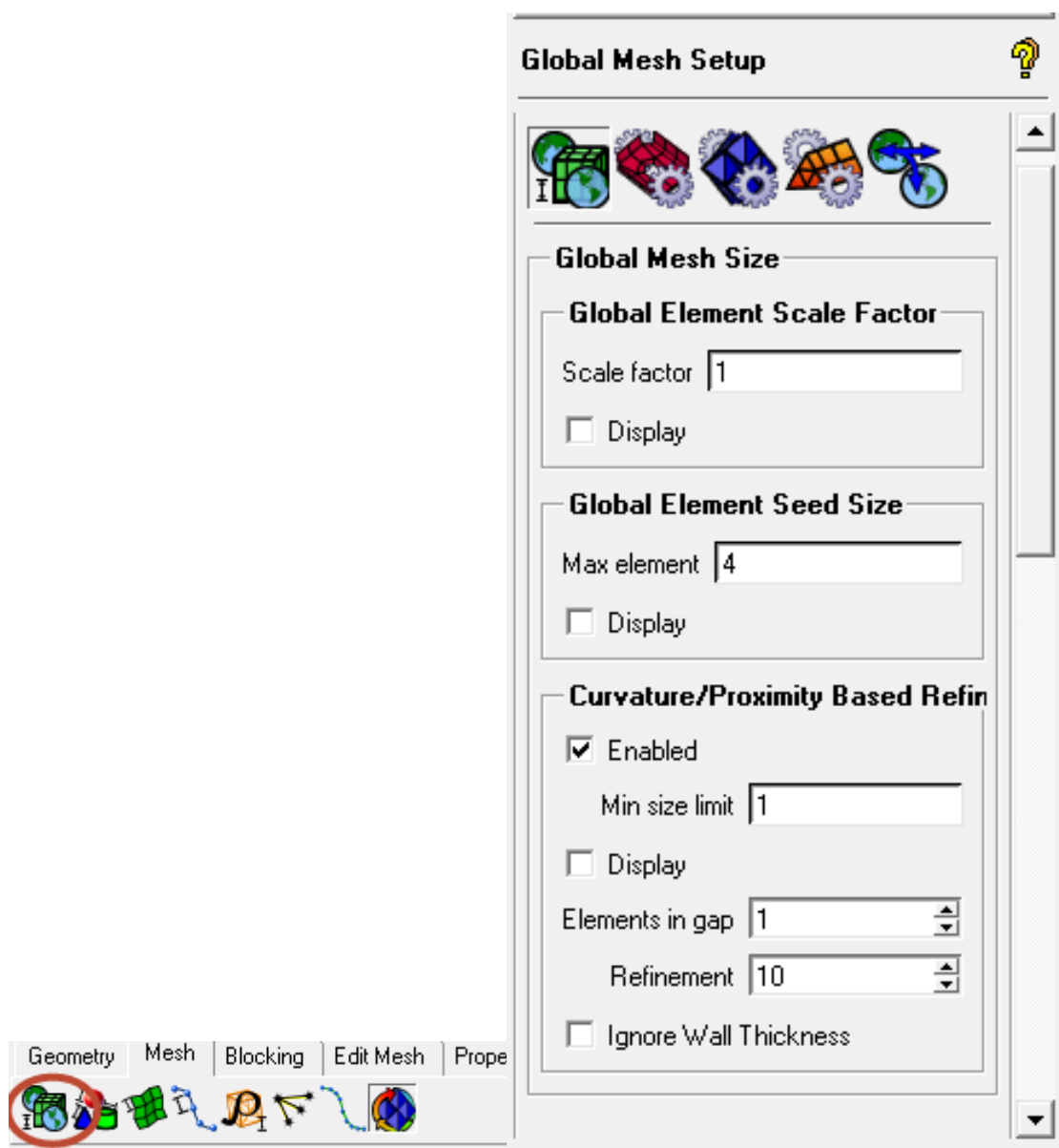


Рис. 3.29. Встановлення параметрів елементів майбутньої сітки

У цій же панелі на вкладці «Volume Meshing parameters» ставиться галочка навпроти команди «Run as butch processes». Це означатиме, що програма використовуватиме кількість ядер процесора, зазначену в налаштуваннях – Settings – General – 12 (рис. 3.30).

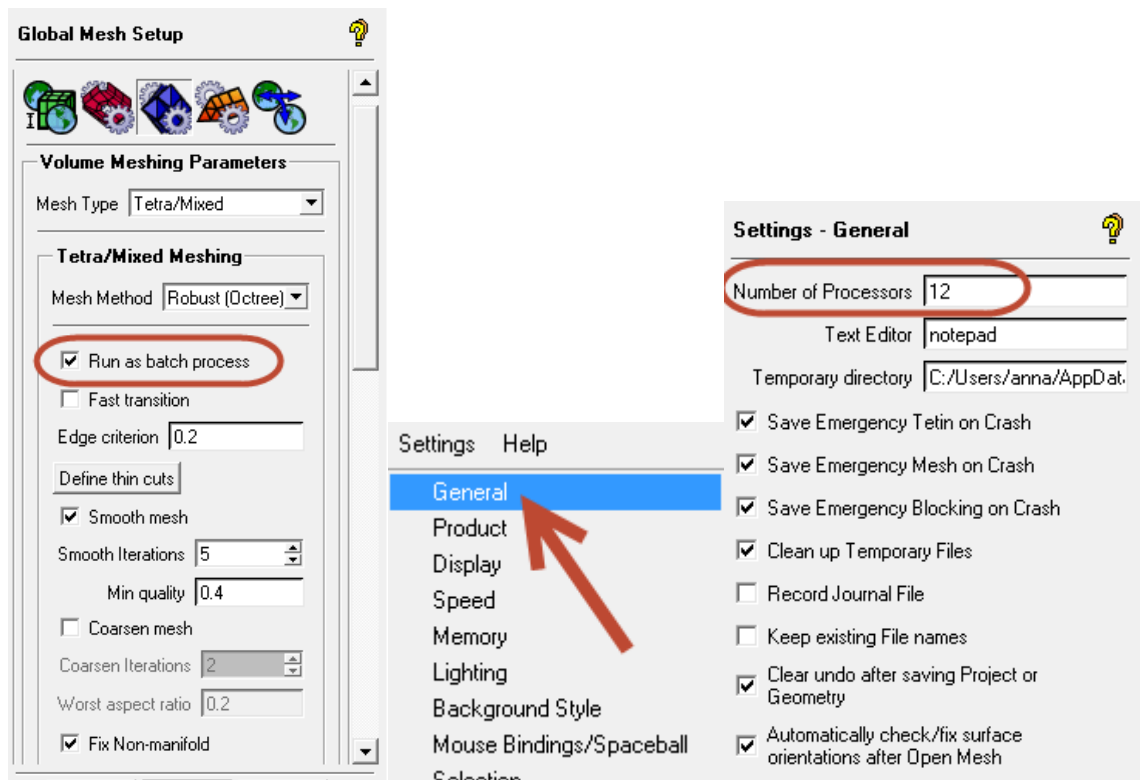


Рис.3.30. Налаштування використання кількості ядер процесора

Будується тетраедрична сітка, використовуючи команду «Compute mesh». Важливо, щоб тип сітки було вказано як Tetra/Mixed – що означає, що більшість елементів будуть тетраедричної форми (рис. 3.31).

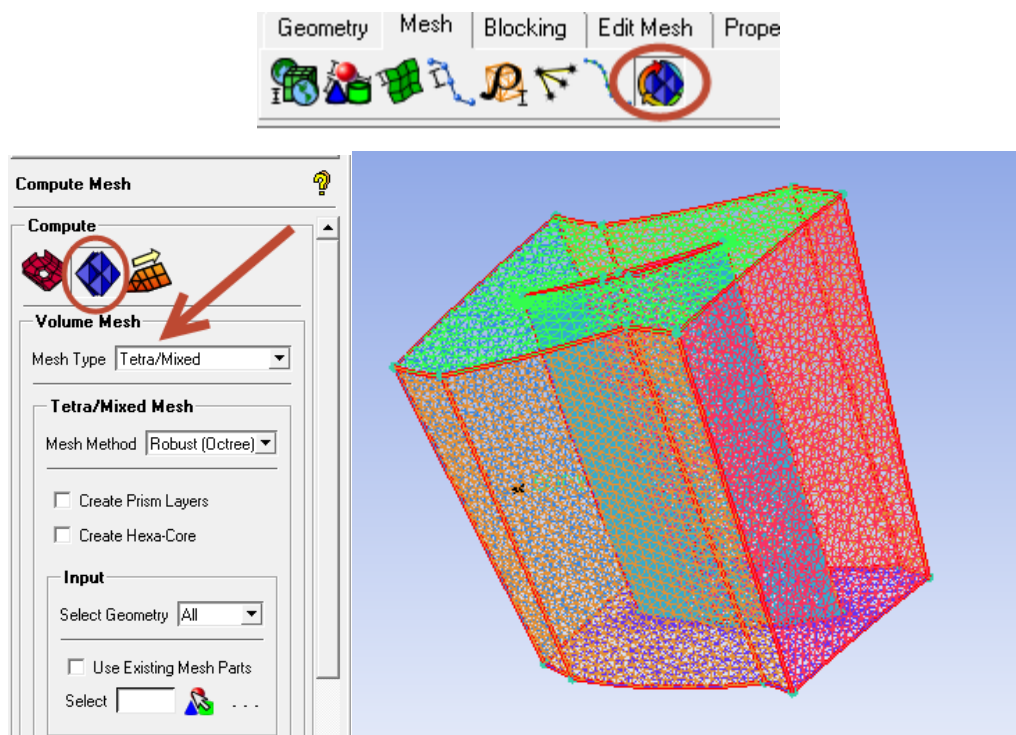


Рис. 3.31. Побудова тетраедричної сітки

Створюються сітка навколо профілю лопатки, яка буде описувати прикордонний шар. Вона буде складатися з призматичних елементів, розміри яких сильно впливають на моделювання точки відриву вихору від профілю.

Товщина першого шару y_p залежить від швидкості потоку, що набігає, і моделі турбулентності. Загалом для двопараметричної моделі $k-\varepsilon$ бажано, щоб параметр $y^+ < 11$.

За великих швидкостей набігання потоку призводить до дуже маленької товщини першого шару призматичної сітки.

Задаються параметри призматичного підшару. Вибирається команда «Global mesh setup» і задається товщина першого шару (Initial height) – 0,1, швидкість зростання товщини за шарами (Height Ratio) – 1,2 і загальна кількість призматичних шарів (Number of layers) – 10. Після цього натискається кнопка «Compute parameters». Підтверджуються параметри, натисканням кнопки «Apply» (рис. 3.32).

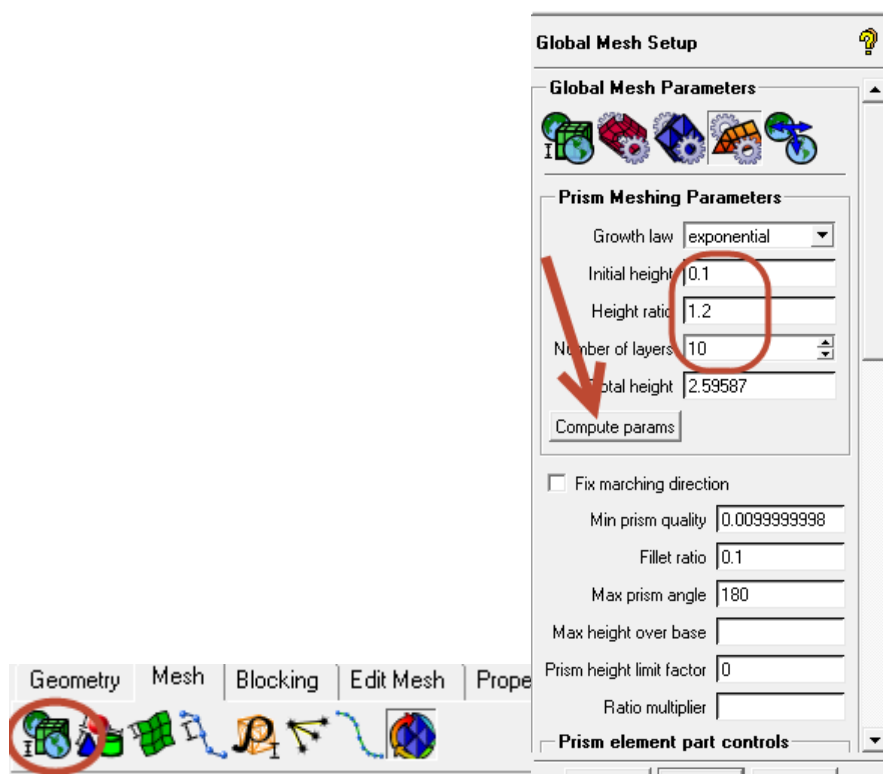


Рис. 3.32. Завдання параметрів призматичного підшару

Будується тетраедрична сітка, використовуючи команду «Compute mesh». Вибирається відповідна вкладка і у вікні вибираються назви поверхонь, на яких необхідно виростити призматичні підшари, натиснувши на «Select parts for Prism layer». Ставляться галочки навпроти назв поверхонь лопатки (Blade_kor, Blade_sp, Blade_vx, Blade_vyx) і об'єму каналу (Body), підтверджується та закривається вікно. Натискається команда «Compute», щоб запустити процес побудови призматичної сітки (рис 3.33). Час створення сітки може бути від кількох хвилин до кількох годин, залежно від складності геометрії.

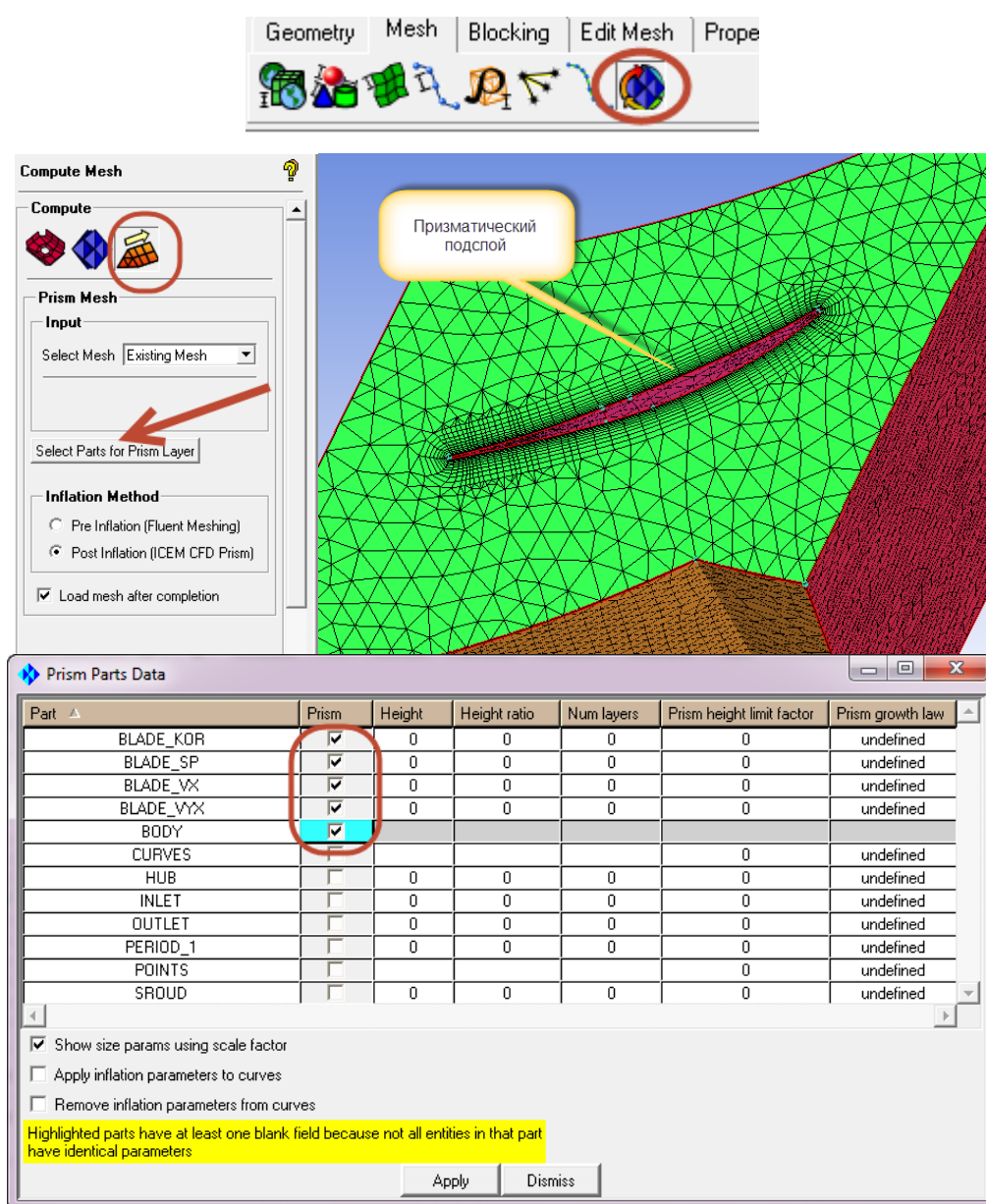


Рис. 3.33. Побудова призматичної сітки

Перевіряється якість створеної сітки, використовуючи команду «Check mesh» у панелі інструментів «Edit mesh». Галочки навпроти можливих типів помилок програма виставляє автоматично, і змінювати їх у цьому разі не треба. Натискається кнопка «Apply» і в текстовому вікні можна спостерігати за звітом про перевірку. Помилки бути не повинно (рис. 3.34). У разі появи помилок необхідно перебудувати сітку з іншими параметрами. Як правило, параметри необхідно змінювати в бік зменшення.

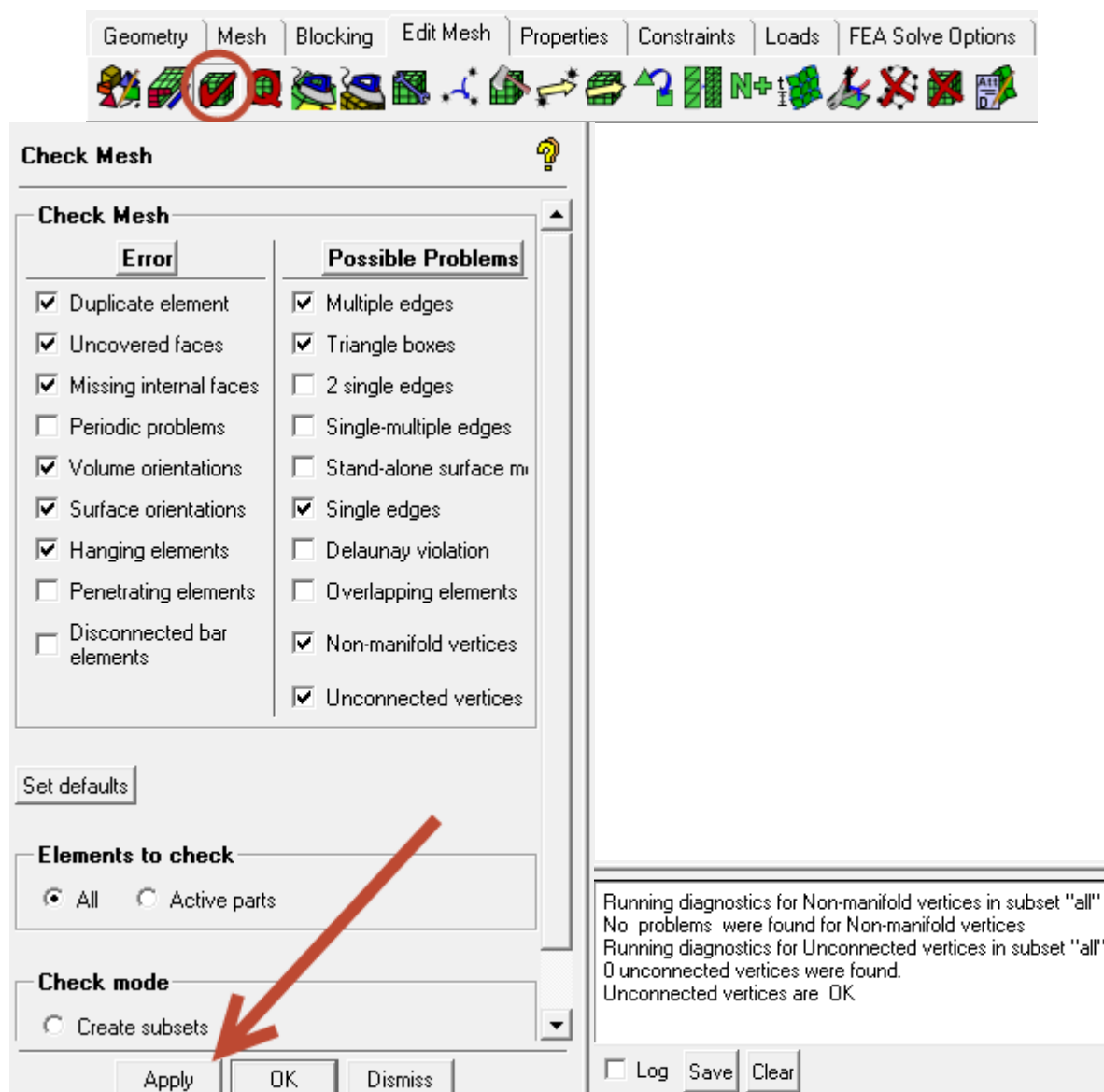


Рис. 3.34. Перевірка якості створеної сітки

Експортується сітка у формат Ansys CFX. Для цього вибирається вкладка «Output mesh» і команда «Solver setup». У вікні команди вибирається зі списку програм Ansys CFX (рис. 3.35). Попередньо необхідно зберегти проєкт Ansys Icem.

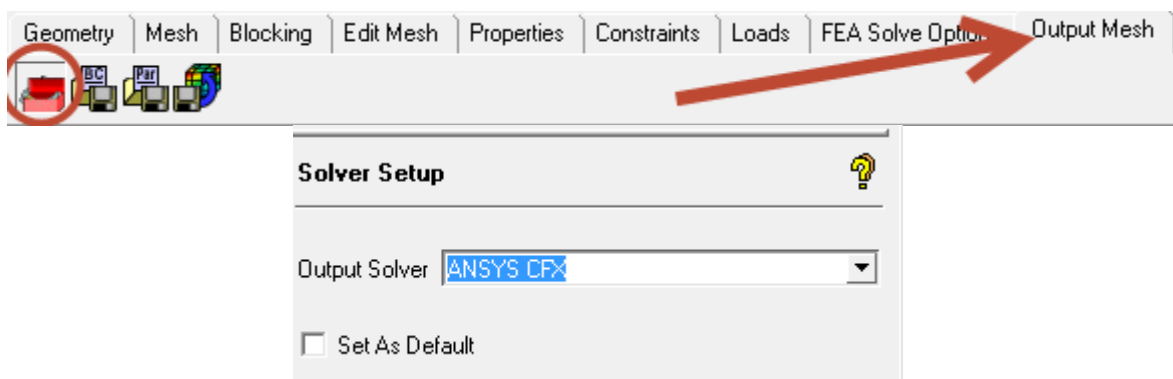


Рис. 3.35. Експорт сітки у формат Ansys CFX

Вибирається команда «Output mesh», за потреби змінюється шлях і назва файлу сітки та натискається кнопка «Done».

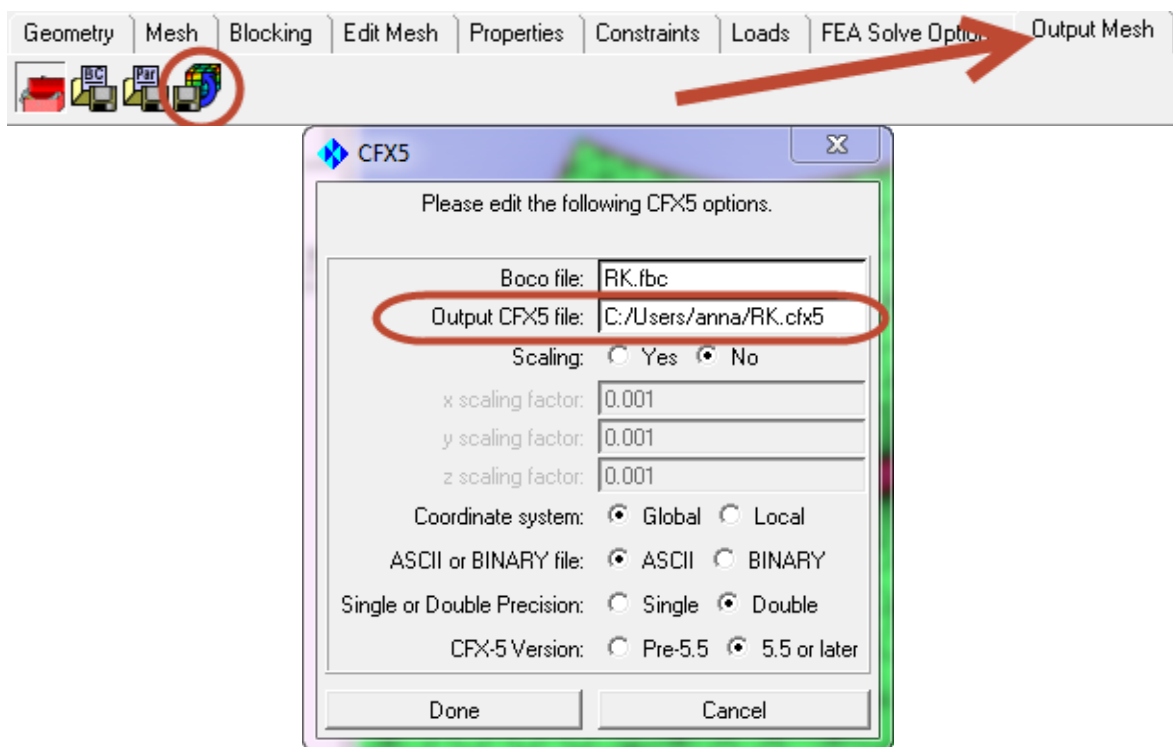


Рис. 3.36. Збереження файлу сітки

Закривається проєкт і створюється аналогічна сітка для прямого апарату.

3.3. Завдання розрахункових моделей і граничних умов для розрахунку

Для завдання граничних умов і математичних моделей, необхідних для гідродинамічного розрахунку, відкривається модуль Ansys CFX і обирається препроцесор CFX-Pre (рис. 3.37).

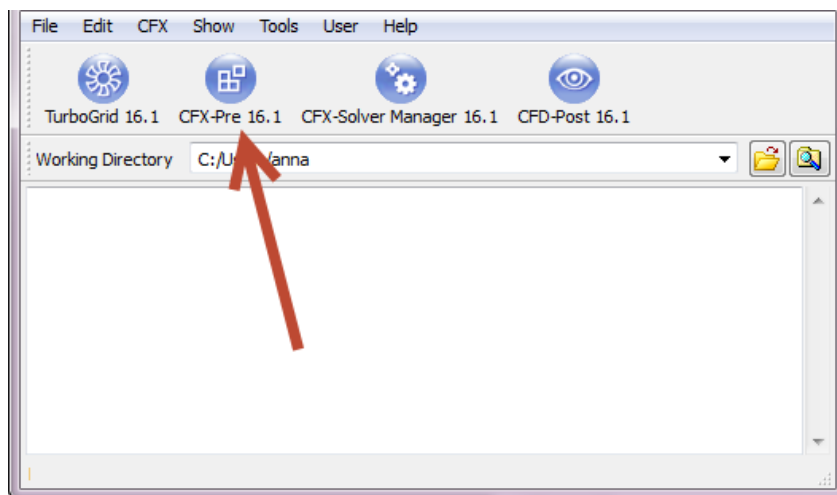


Рис. 3.37. Вибір препроцесора CFX-Pre в Ansys CFX

Створюється новий проєкт і обирається тип проєкту General – загальний (рис 3.38).

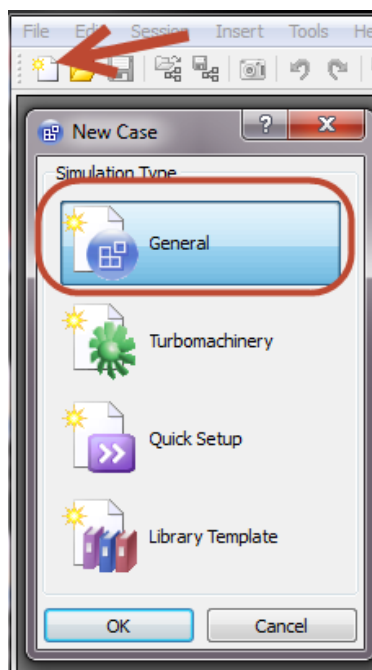


Рис. 3.38. Створення нового проєкту

Імпортується сітка, створена для робочого каналу за допомогою команди «Open Mesh», і вибирається файл RK.cfx5, створений під час імпорту сітки з Ansys Icem (рис. 3.39). Як одиниці виміру сітки вказуються міліметри.

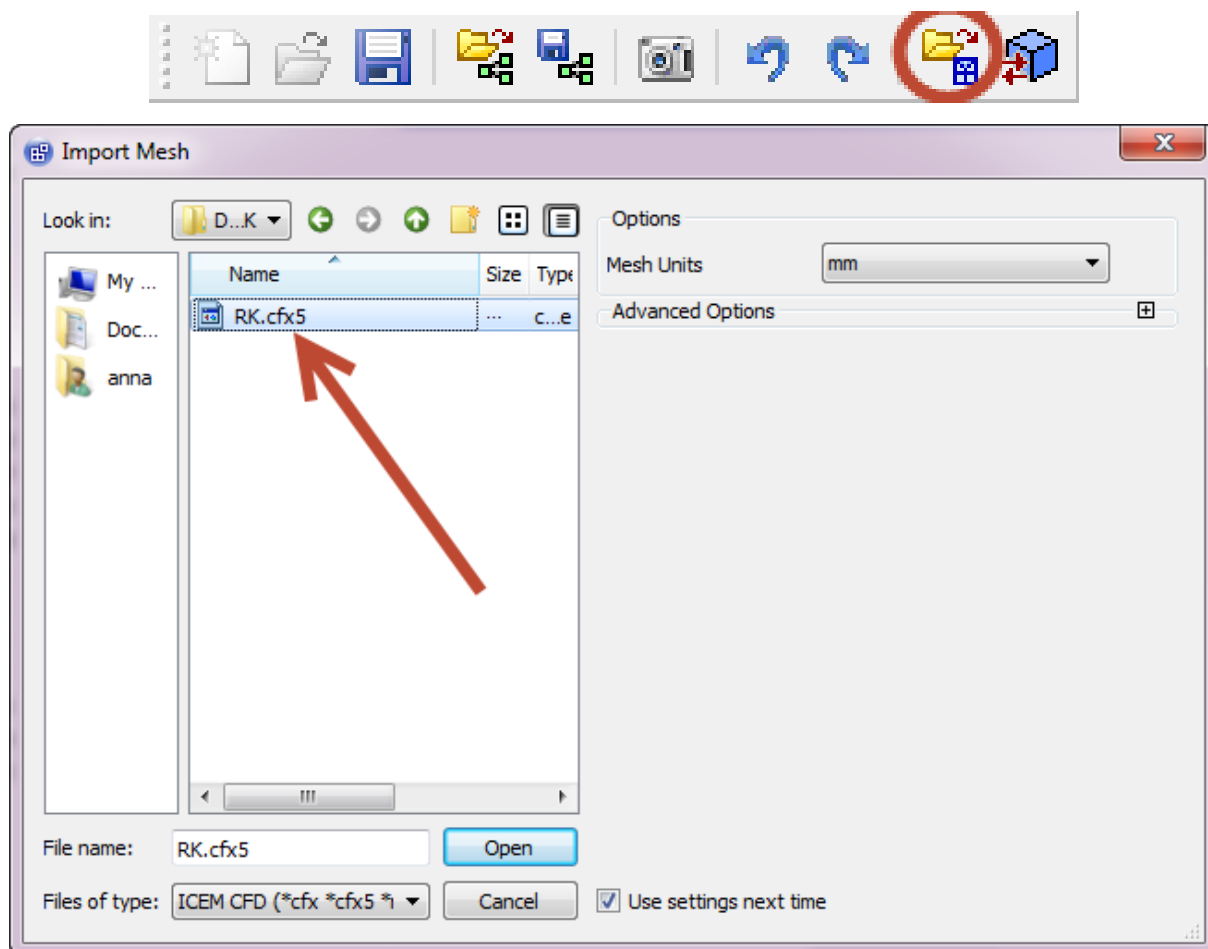


Рис. 3.39. Імпорт сітки

Аналогічно відкриваємо файл NA.cfx5, який містить сітку для прямого апарату. У результаті виходить ступінь, що складається з двох каналів (рис. 3.40).

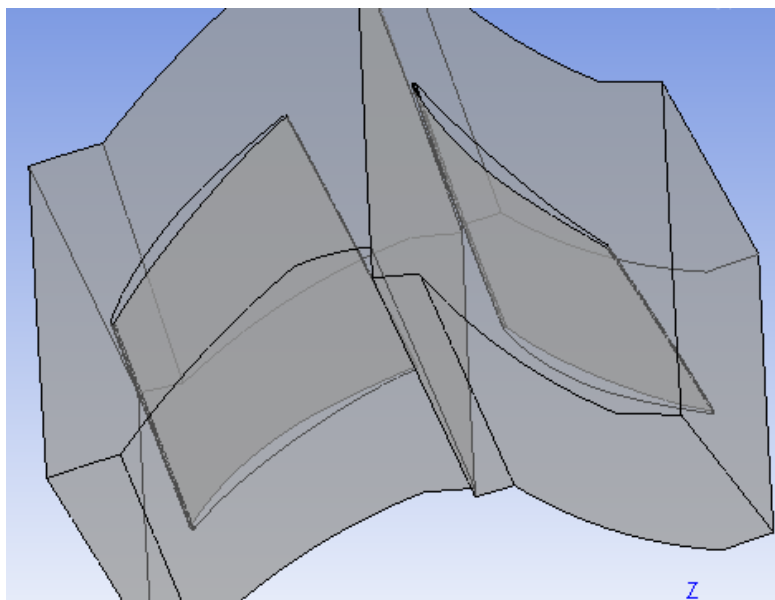


Рис. 3.40. Компресорний ступінь, що складається з двох каналів

Задаються математичні моделі для обертового робочого колеса. Для цього в дереві проєкту обирається мишкою пункт «Default Domain», який задає розрахункову область (рис. 3.41).

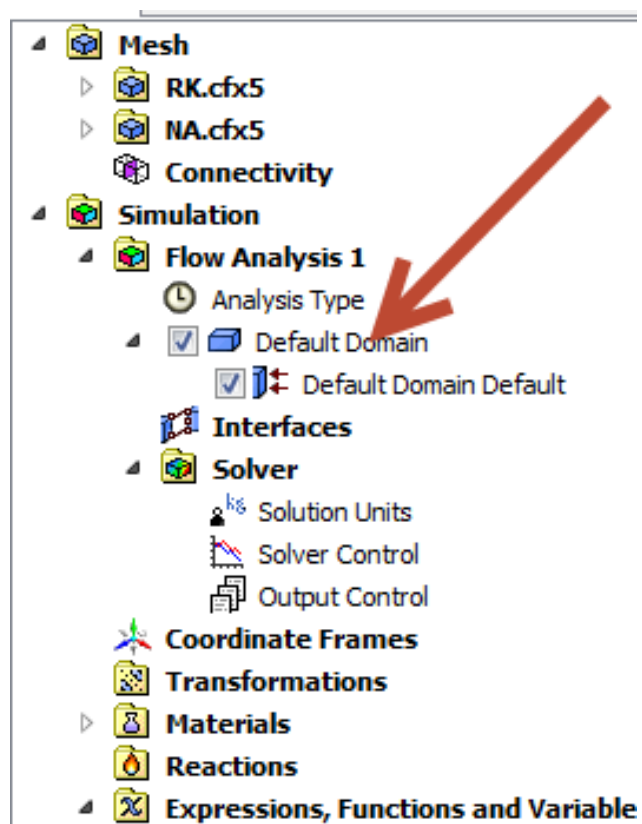


Рис. 3.41. Завдання розрахункової області

У вікні, що відкрилося, задаються такі параметри основних налаштувань «Basic Settings»:

- у рядку «Location» вказується назва розрахункової області «BODY», яка відповідає каналу робочих лопаток;
- у рядку «Material» обирається з бази даних Air Ideal Gas (повітря, як ідеальний газ) в якості газу, що тече в каналі;
- у рядку «Reference Pressure» задається опорний тиск 0 атмосфер;
- у рядку «Domain Motion» (рух розрахункової області) обирається «Rotating» (обертання) і задається 6373 об/хв, при цьому задається вісь обертання як вісь X глобальної системи координат.

У вкладці «Fluid models» у рядку «Heat transfer» (модель теплообміну) обирається «Total Energy» (повна енергія) і ставиться галочка навпроти пункту «Incl. Viscous Work term», що означає врахування в'язкісного нагрівання газу від тертя. Далі встановлюються модель турбулентності k - ϵ з налаштуваннями за замовчуванням і ставиться галочка навпроти пункту «High Speed (compressible) Wall heat transfer model». Це означає врахування стисливості та високошвидкісної течії під час розрахунку теплообміну біля стінок (рис. 3.42). Також можна вибирати SST модель турбулентності. Перейменовується розрахункова область у дереві проєкту в RK.

Details of **Default Domain in Flow Analysis 1**

Basic Settings Fluid Models Initialization

Location and Type

Location: BODY

Domain Type: Fluid Domain

Coordinate Frame: Coord 0

Fluid and Particle Definitions...

Fluid 1

Fluid 1

Option: Material Library

Material: Air Ideal Gas

Morphology

Option: Continuous Fluid

☐ Minimum Volume Fraction

Domain Models

Pressure

Reference Pressure: 0 [atm]

Buoyancy Model

Option: Non Buoyant

Domain Motion

Option: Rotating

Angular Velocity: 6373 [rev min⁻¹]

☐ Alternate Rotation Model

Axis Definition

Option: Coordinate Axis

Rotation Axis: Global X

Mesh Deformation

Option: None

OK Apply Close

Details of **Default Domain in Flow Analysis 1**

Basic Settings Fluid Models Initialization

Heat Transfer

Option: Total Energy

☒ Ind. Viscous Work Term

Turbulence

Option: k-Epsilon

Wall Function: Scalable

☒ High Speed (compressible) Wall Heat Transfer Model

☐ Turbulent Flux Closure for Heat Transfer

Advanced Turbulence Control

Combustion

Option: None

Thermal Radiation

Option: None

☐ Electromagnetic Model

Рис. 3.42. Завдання параметрів основних налаштувань для робочого колеса

Задаються математичні моделі для напрямного апарата. Для цього обирається інструмент «Create Domain» і у вікні, що з'явилося, задається йому ім'я NA (рис. 3.43).

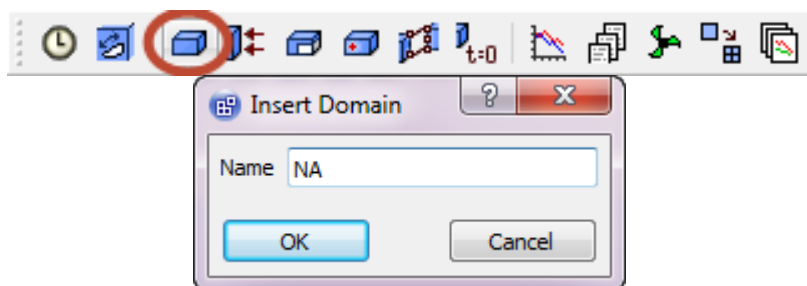


Рис. 3.43. Завдання ім'я напрямного апарата

Задаються математичні моделі у вікні, що відкрилося, аналогічно робочому колесу. Єдина відмінність полягатиме в тому, що в рядку «Domain motion» необхідно вказати, що напрямний апарат нерухомий, вибравши опцію «Stationary» (рис. 3.44). У полі «Location» вказуємо «BODY 2» – розрахункову область напрямного апарата.

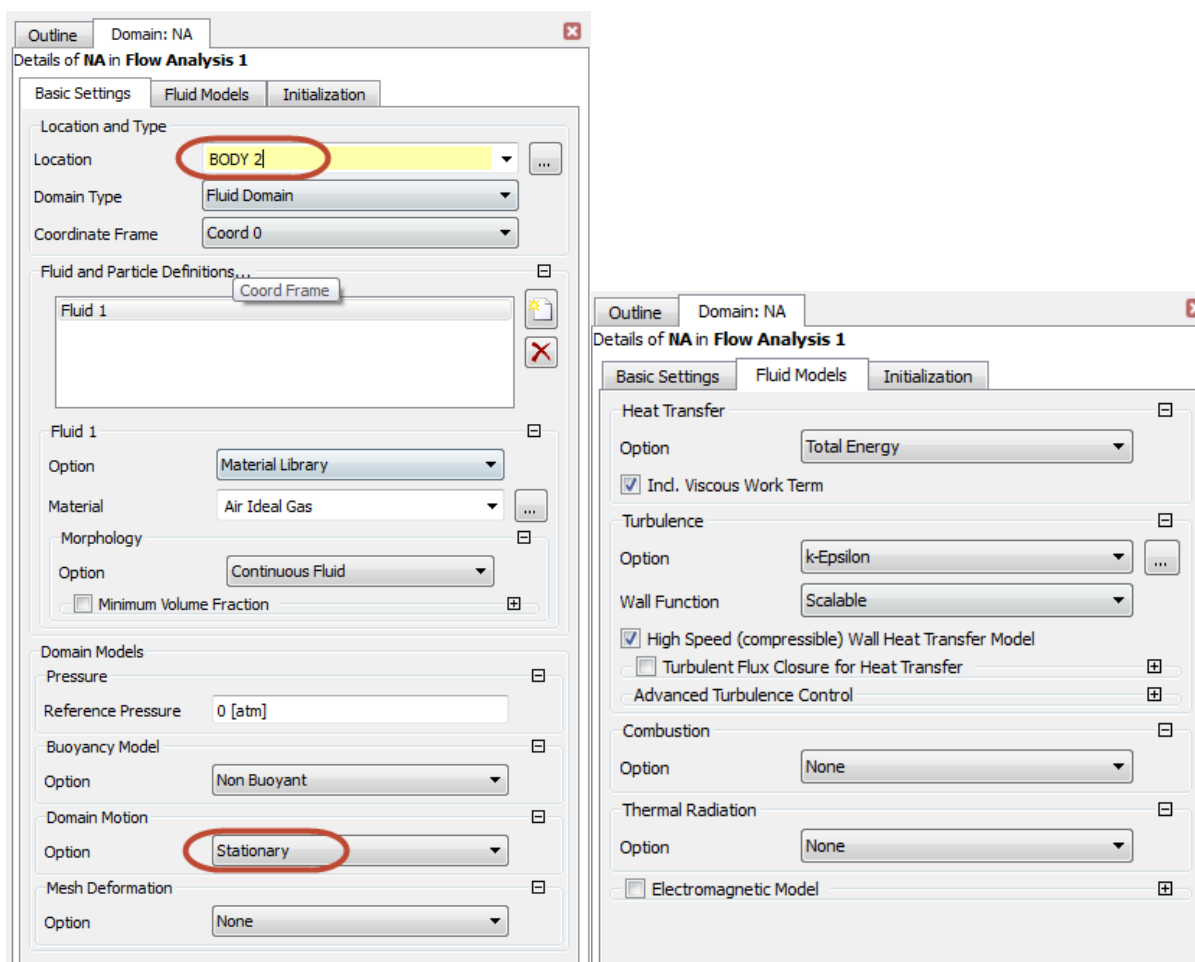


Рис. 3.44. Завдання параметрів основних налаштувань для напрямного апарату

Створюються граничні умови. Вибирається інструмент «Create Boundary condition» і вказуються, в якій саме з розрахункових областей необхідно створити граничну умову (рис. 3.45)



Рис. 3.45. Створення граничних умов

Створюється умова входу «Opening» у розрахунковій області RK робочого колеса. Це означає, що газ може як втікати, так і витікати з розрахункової області. У налаштуваннях вказується назва поверхні, у яку втікати газ – «Inlet», і тип системи координат, у якій задаватимуться числові параметри «Rotating». Далі у вкладці «Boundary details» задається тиск на вході (Opening pressure) 0,416 МПа, проекції одиничного вектора швидкості на осі координат $[0,8 \ 0 \ 0,6]$ і температура на вході в робоче колесо 454 К (рис. 3.46).

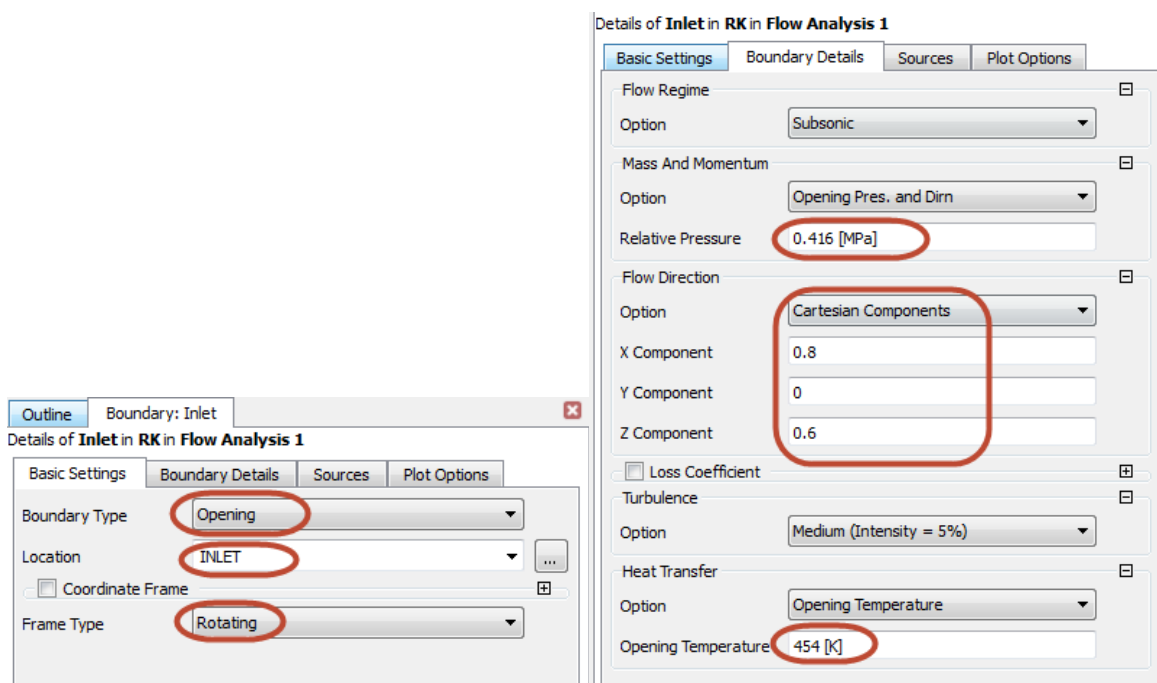


Рис. 3.46. Завдання початкових умов у розрахунковій області робочого колеса

Створюється умова виходу «Outlet» у розрахунковій ділянці прямого апарата НА. Це означає, що газ може тільки витікати з розрахункової області. У налаштуваннях вказуємо назву поверхні, через яку буде витікати газ – «Outlet 2». Далі у вкладці «Boundary details» задаємо приведену до нормальних умов витрату повітря через увесь кільцевий канал «Exit corrected Mass Flow Rate» (рис. 3.47). Витрата, приведена до нормальних умов, розраховується за такою формулою:

$$G_{kor} = G \frac{\sqrt{T_{вих}/T_0}}{P_{вих}/P_0} = 79,2 \frac{\sqrt{477/288}}{0,486/0,1} = 20,95 \text{ кг/с},$$

де $G = 79,2 \text{ кг/с}$ – реальна розрахункова витрата повітря через ступінь;

$P_{вих} = 0,486 \text{ МПа}$ – розрахунковий тиск на виході зі ступеня;

$T_{вих} = 477 \text{ К}$ – розрахункова температура на виході зі ступеня;

$P_0 = 0,1 \text{ МПа}$ – атмосферний тиск;

$T_{ex} = 288 \text{ К}$ – атмосферна температура.

Така форма завдання граничної умови дає змогу програмі стабільніше працювати, коригуючи витрату і тиск на виході залежно від реальної картини течії газу.

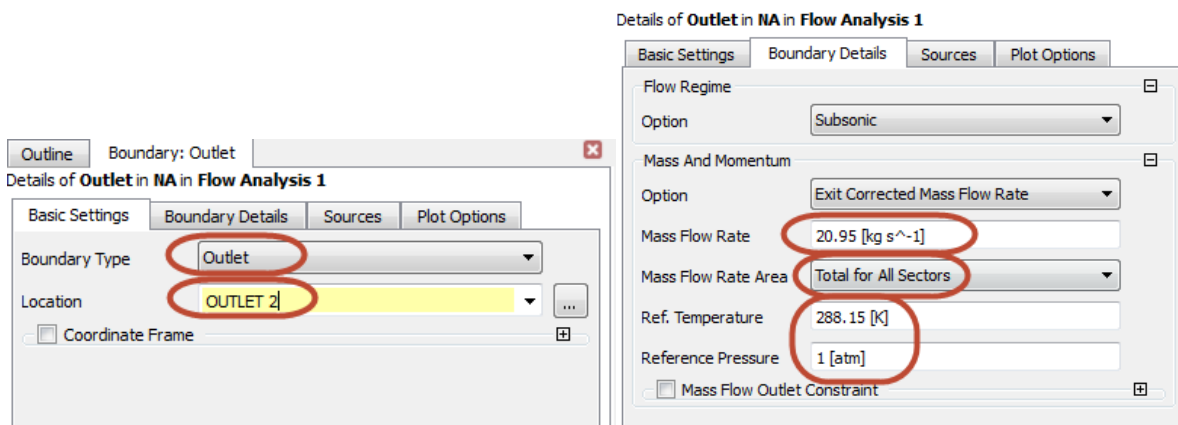


Рис. 3.47. Завдання початкових умов у розрахунковій області прямого апарата

Задається зв'язок між робочим колесом і напрямним апаратом, вибравши інструмент «Interface». У параметрах інтерфейсу задаються

імена поверхонь сітки, які необхідно зв'язати: «Outlet» – вихід із робочого колеса та «Inlet 2» – вхід у напрямний апарат. Далі вказується тип зв'язку «Frozen Rotor», а також кути зв'язуваних секторів сітки «Specified Pitch angles». Ці кути визначаються виходячи з числа лопаток у робочому колесі «Pitch angle side 1» $1\ 360/64 = 5,625^\circ$ і напрямному апараті «Pitch angle side 2» $2\ 360/60 = 6^\circ$ (рис. 3.48).

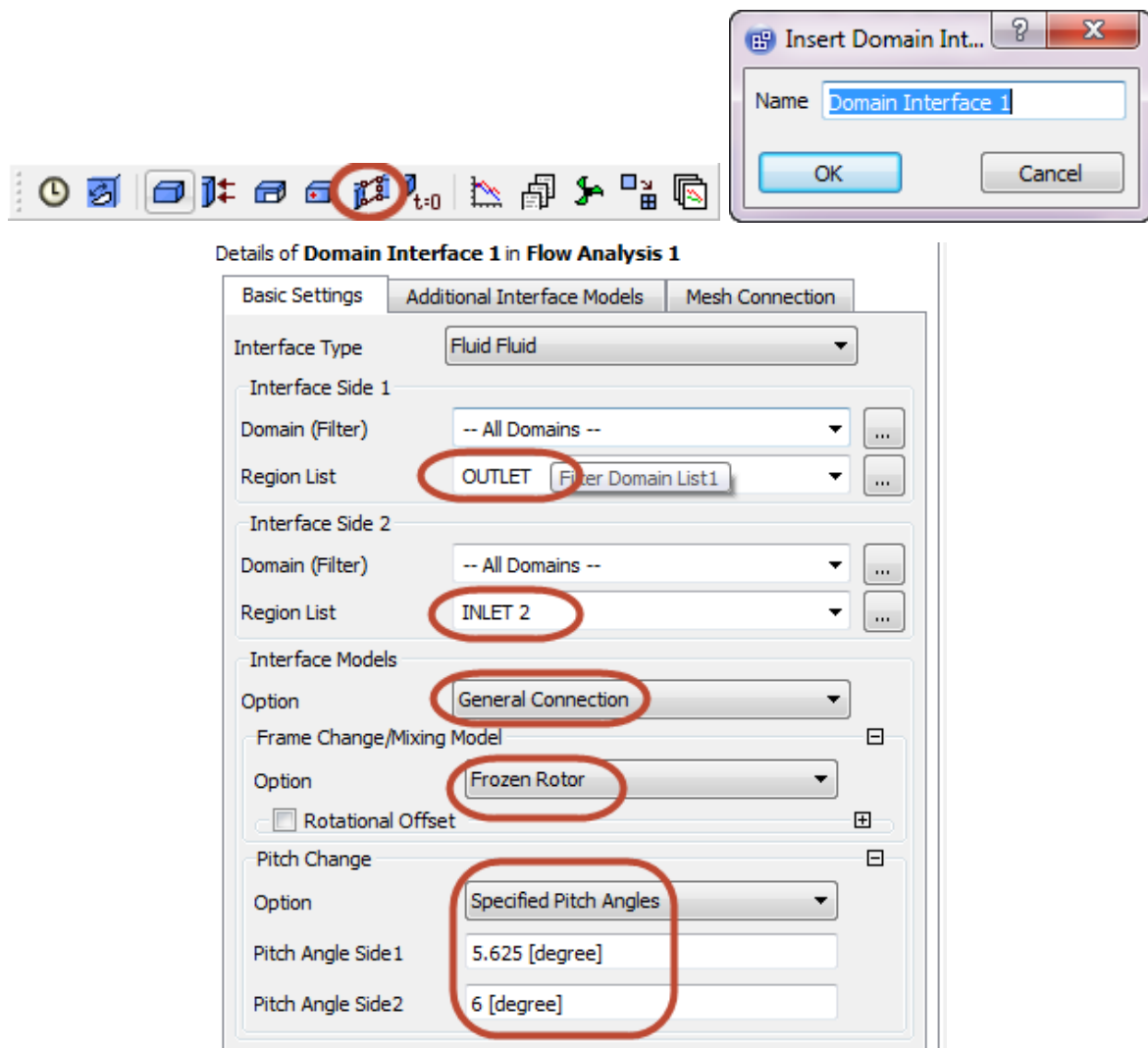


Рис. 3.48. Завдання зв'язку між робочим колесом і напрямним апаратом

Зазначається, що бічні межі модельованих секторів є періодичними. Для цього створюються ще два інтерфейси для робочого колеса і напрямного апарату окремо. У параметрах у рядку «Domain» вказується ім'я розрахункової області, для якої створюватиметься умова періодичності (RK або NA) і назву періодичної поверхні (Period_1,

Period_1 2, Period_2, Period_2 2). Тип періодичної умови «Rotational periodicity» говорить про те, що розрахункова область буде періодично повторюватися за кільцем. Вісь кільця також вкажемо в рядку «Rotation Axis» – це буде вісь X глобальної системи координат (рис. 3.49).

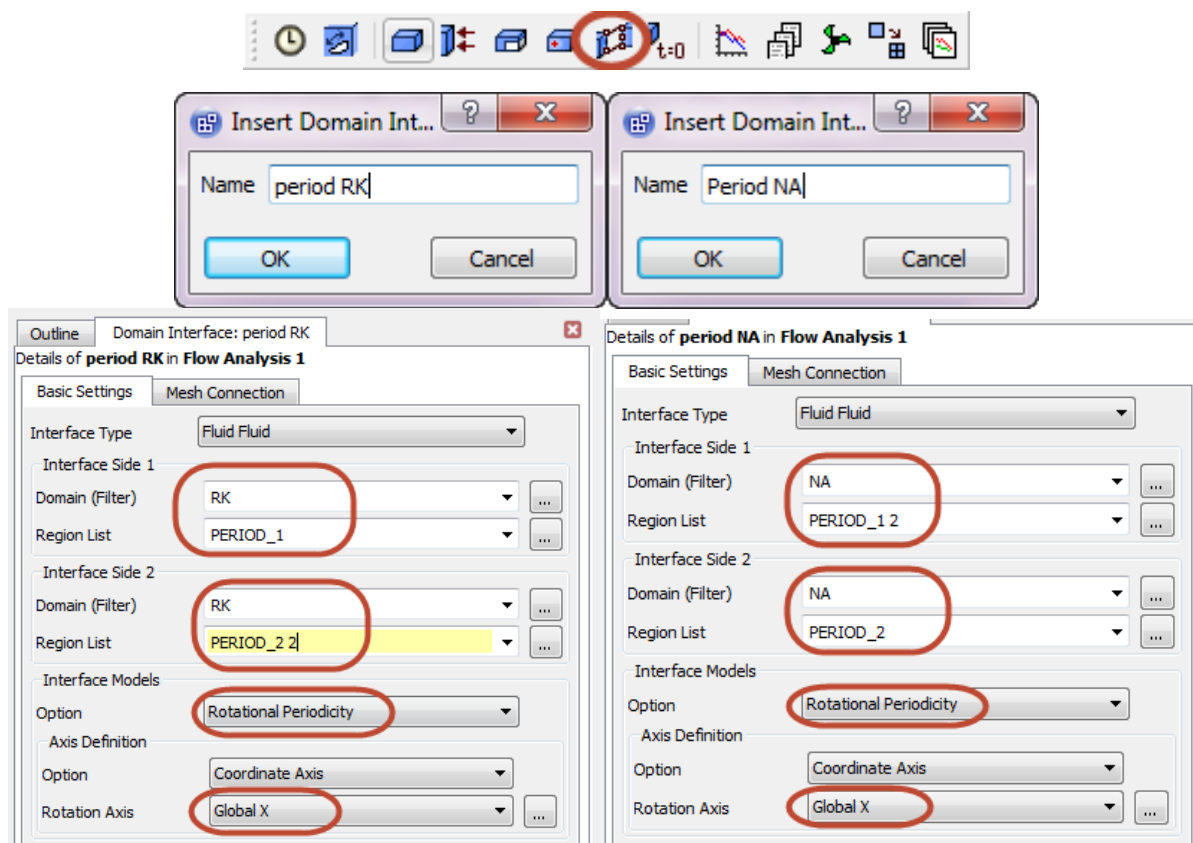


Рис. 3.49. Створення умови періодичності

Задаються початкові поля швидкостей, температур і тисків для розрахункових областей, натиснувши команду «Initialize». Для лопаткових машин, у яких параметри змінюються дуже значно, краще залишати налаштування за замовчуванням, даючи змогу програмі самостійно обчислювати початкові поля тисків, температур і швидкостей, зважаючи на задані граничні умови на вході та виході (рис. 3.50).

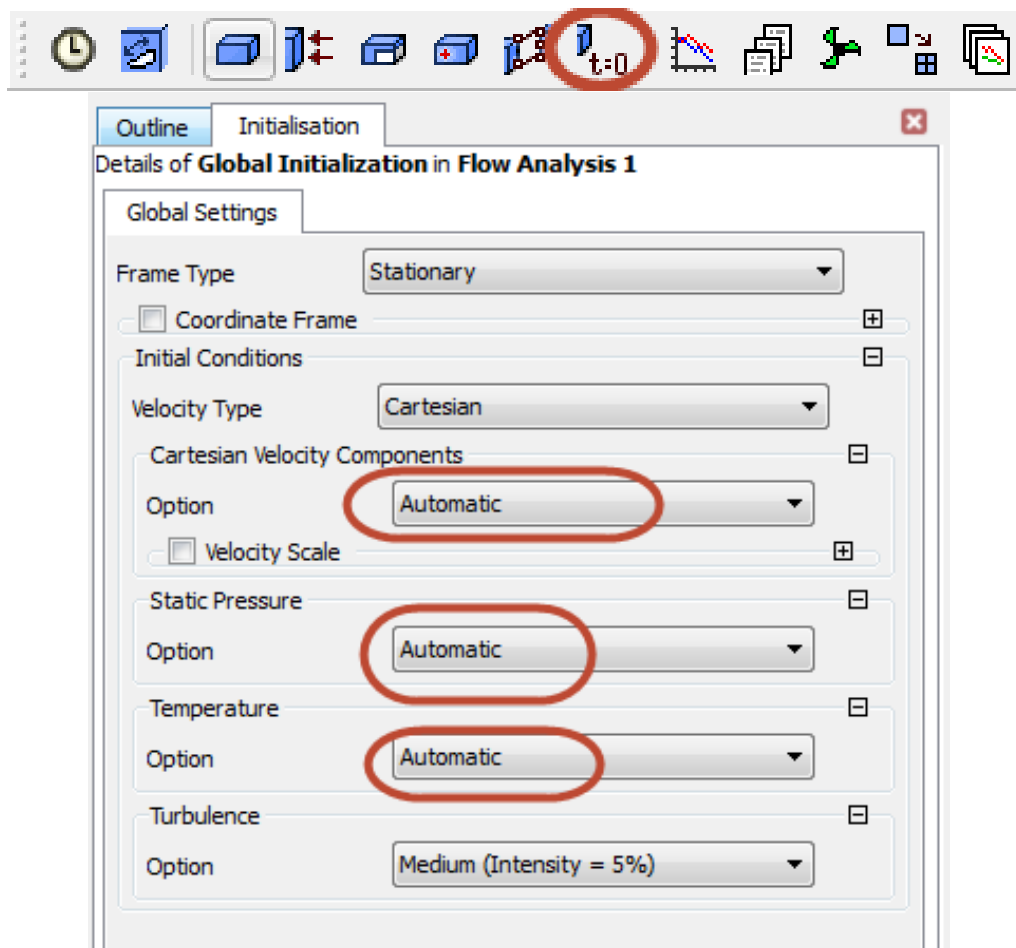


Рис. 3.50. Завдання початкових полів швидкостей, температур і тисків для розрахункових областей

Задаються налаштування розв'язувача «Solver control», у яких вказується бажана кількість ітерацій розрахунку – Max. Iteration 1000. Надалі, за умови збіжності розв'язання, програма може перервати розрахунок так і не виконавши всі 1000 ітерацій. Або розрахунок може перервати користувач у зручний для нього момент. У вкладці додаткових опцій розв'язувача «Advanced options» ставляться галочки навпроти «Compressibility control» і «High speed numerics». Це необхідно зробити для того, щоб у разі появи в ступені надзвукових течій задача продовжила розв'язання (рис. 3.51).

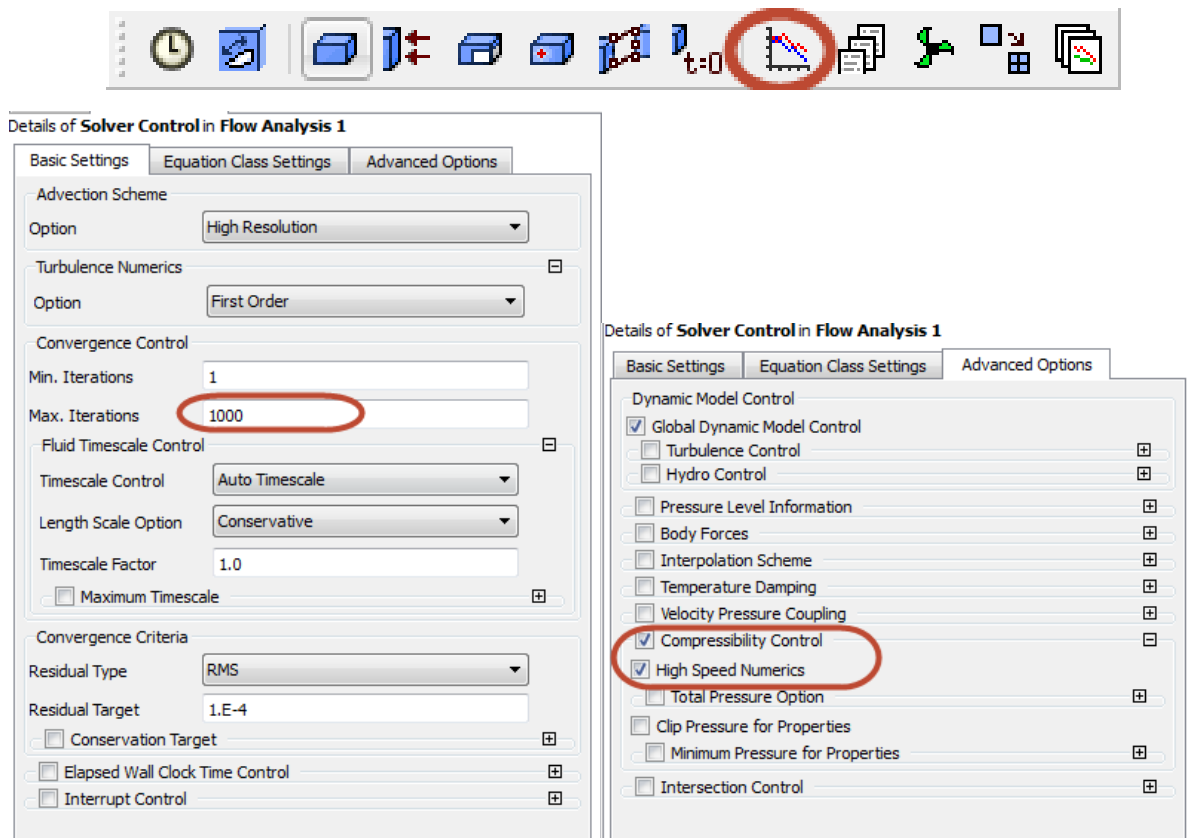


Рис. 3.51. Завдання налаштування розв'язувача

Створюється файл для розв'язувача натисканням команди «Write Solver input file», і вказується шлях та ім'я для цього файлу Stage.def (рис. 3.52).

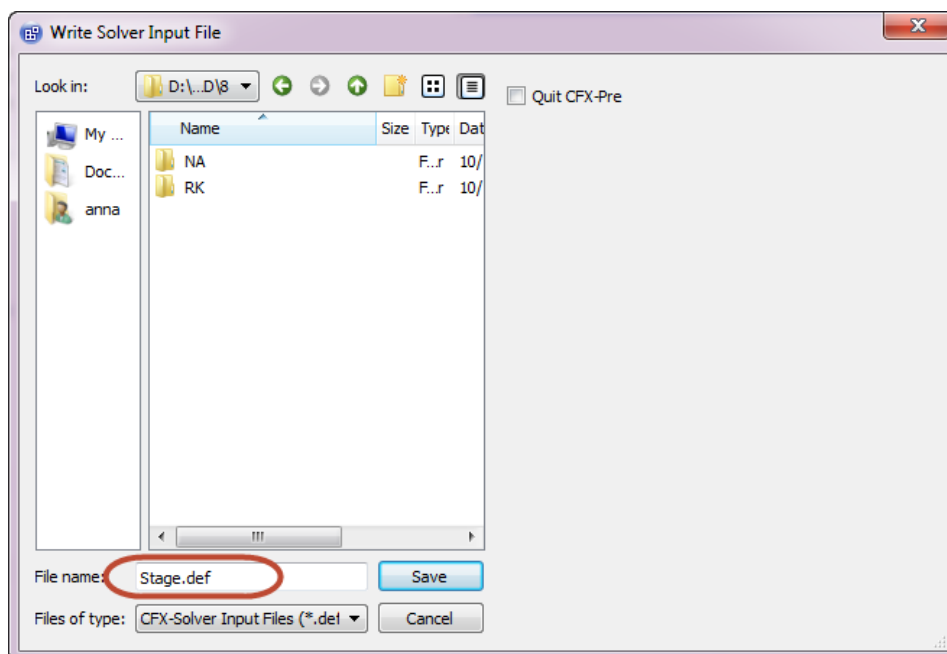


Рис. 3.52. Створення файлу для розв'язувача

Після створення файлу розв'язувача автоматично відкриється вікно розв'язувача CFX Solver Manager. У цьому вікні буде вказано шлях до файлу Stage.def. Далі необхідно вибрати режим запуску Run mode. Якщо процесор комп'ютера багатоядерний, то рекомендується вибрати режим розпаралелювання задачі Platform MPI local parallel і кнопками +/- задати кількість ядер процесора. Чим більше ядер буде в наявності, тим швидше буде проведено розрахунок. Потім необхідно вказати папку, в якій будуть збережені файли результатів «Working directory». На завершення потрібно натиснути кнопку «Start Run», щоб запустити розрахунок (рис. 3.53).

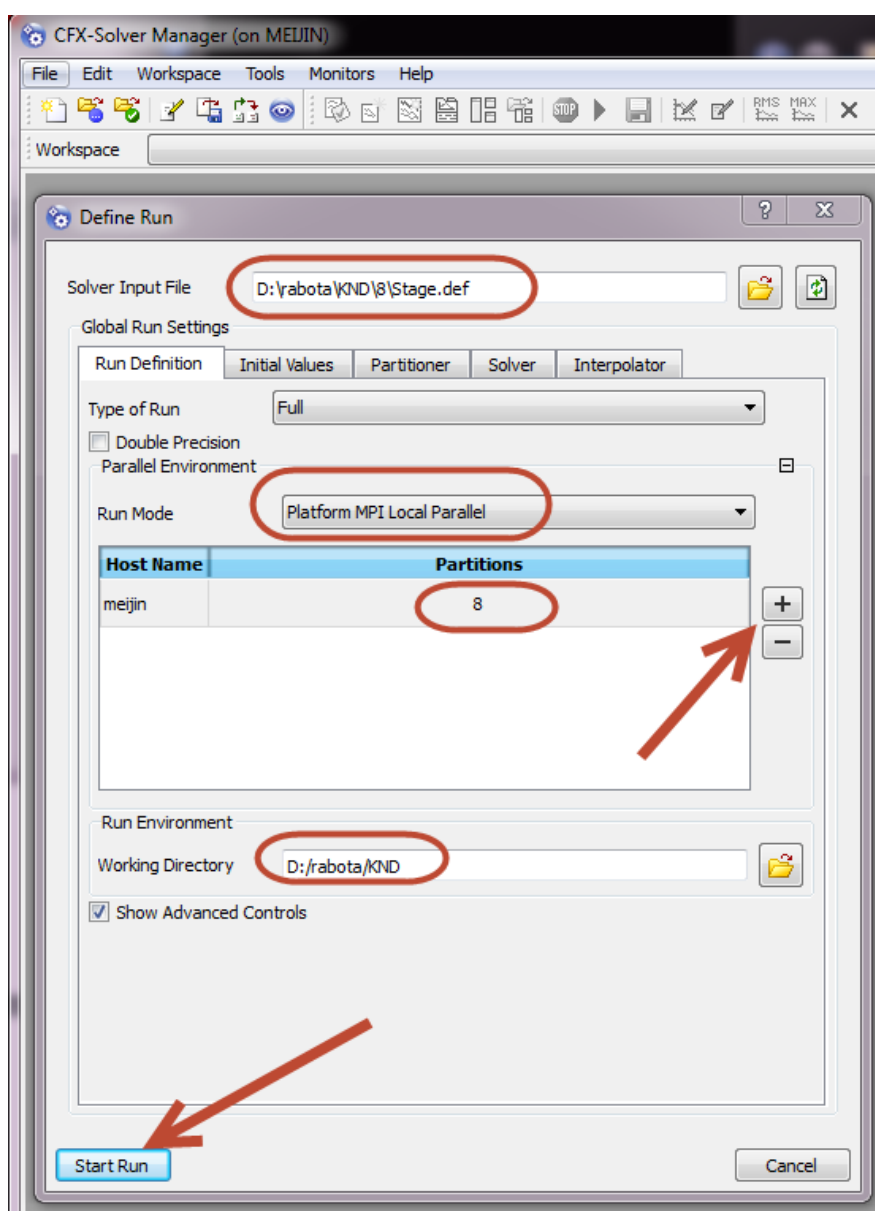


Рис. 3.53. Вибір режиму розпаралелювання задачі

Далі відкриється вікно, в якому відображатимуться відомості про перебіг розрахунку. Найбільш інформативними будуть графіки збіжності розрахунку. В ідеалі, якщо всі граничні умови задано правильно, графіки мають поступово рухатися вниз. Після того, як усі графіки досягнуть позначки $1e-04$, розв'язок вважатимуть таким, що зійшовся. Програма автоматично припинить виконання і запише файл результатів. Буває, що графіки збіжності починають коливатися біля якоїсь величини, яка перевищує $1e-04$. У такому разі найкраще, почекавши декілька години, зупинити виконання розрахунку вручну, натиснувши кнопку «Stop». Програма запише результати у файл Stage_001.res (рис. 3.54).

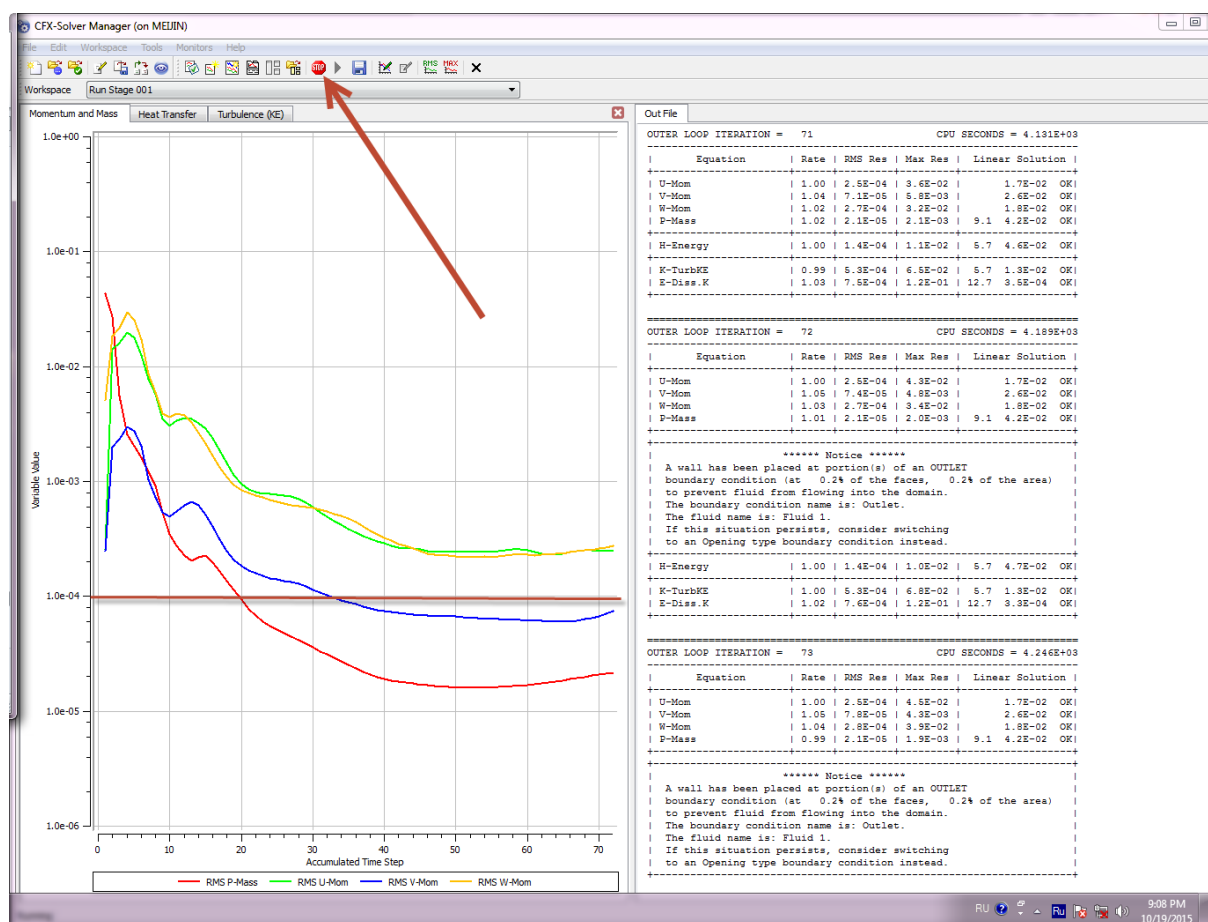


Рис. 3.54. Перебіг розрахунку

3.4. Обробка результатів числового моделювання

Для перегляду результатів запускається постпроцесор, обравши CFX Post з меню програми (рис. 3.55).

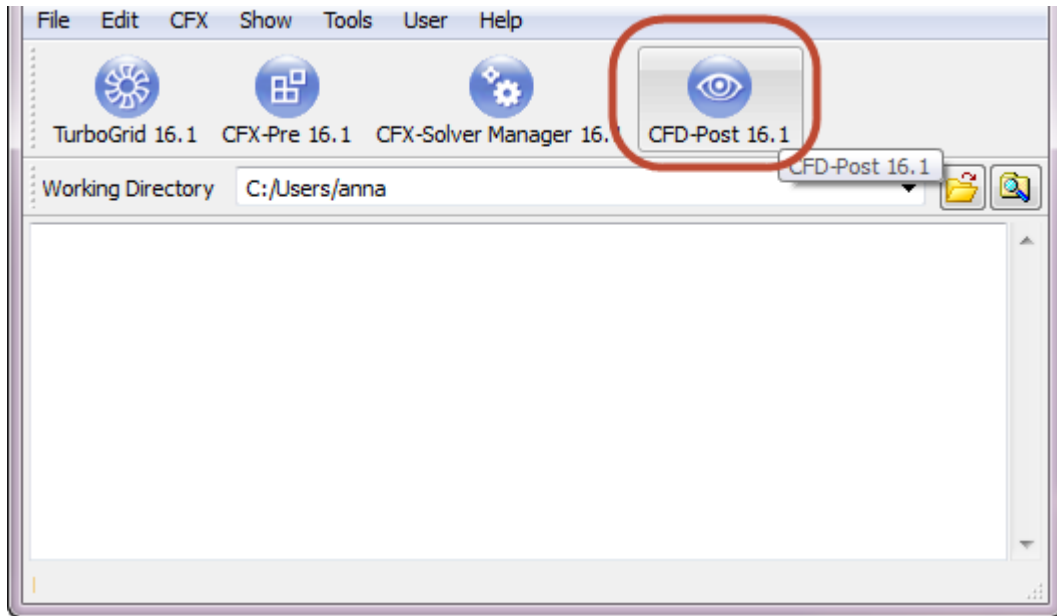


Рис. 3.55. Запуск постпроцесора

Відкривається файл результатів Stage_001.res. Під час відкриття з'явиться вікно, в якому можна буде вибрати розрахункові області для імпорту. Необхідні обидві області: і робоче колесо NA, і напрямний апарат RK (рис. 3.56).

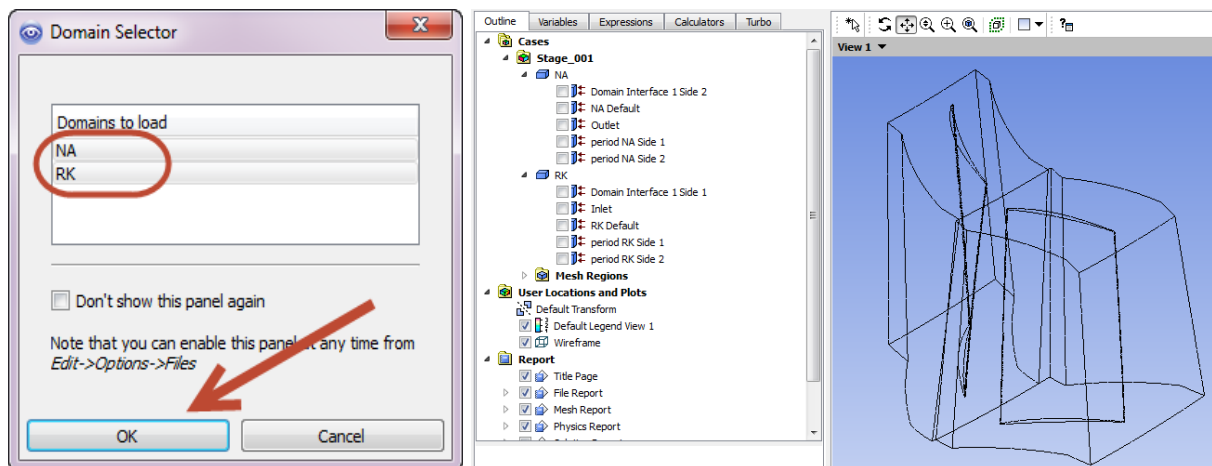


Рис. 3.56. Вибір розрахункової області для імпорту

У вкладці «Turbo» в дереві проєкту підтверджується автоматична ініціалізація ступеню, натиснувши кнопку Yes. Цей макрос дасть змогу легко відобразити параметри потоку в будь-якому перерізі ступеня (рис. 3.57)

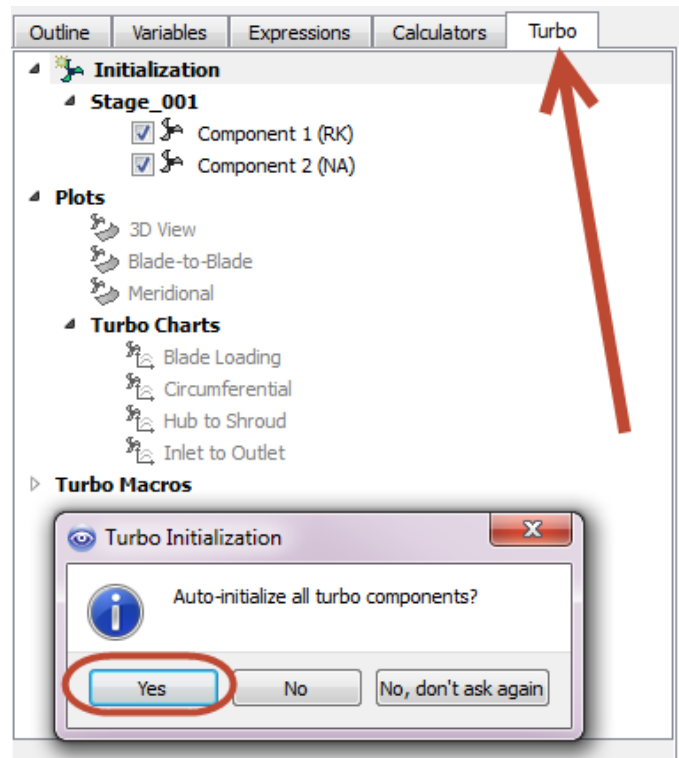


Рис. 3.57. Автоматична ініціалізація ступеню

Відображується розподіл статичного тиску у середньому перерізі ступеня. Для цього в дереві мишкою обирається пункт «Blade-to-Blade» і у вікні, що відкрилося, задаються параметри візуалізації. У рядку «Span» задається параметр перерізу 0,5, який відповідає середньому перерізу. Величина 0 відповідатиме кореневому перерізу, а 1 – периферійному перерізу. Зі списку змінних у рядку «Variable» вибирається «Pressure» (статичний тиск.) Встановлюється діапазон шкали для змінної «Local», який автоматично вибере максимальне і мінімальне значення статичного тиску в цьому перерізі (рис. 3.58).

Аналогічним чином відображається розподіл повного тиску «Total pressure», статичної температури «Temperature», повної температури «Total

temperature», місцевої швидкості звуку «Local Speed of Sound», числа Маха «Mach Number», густини «Density», статичної та повної ентальпій «Static enthalpy» і «Total Enthalpy».

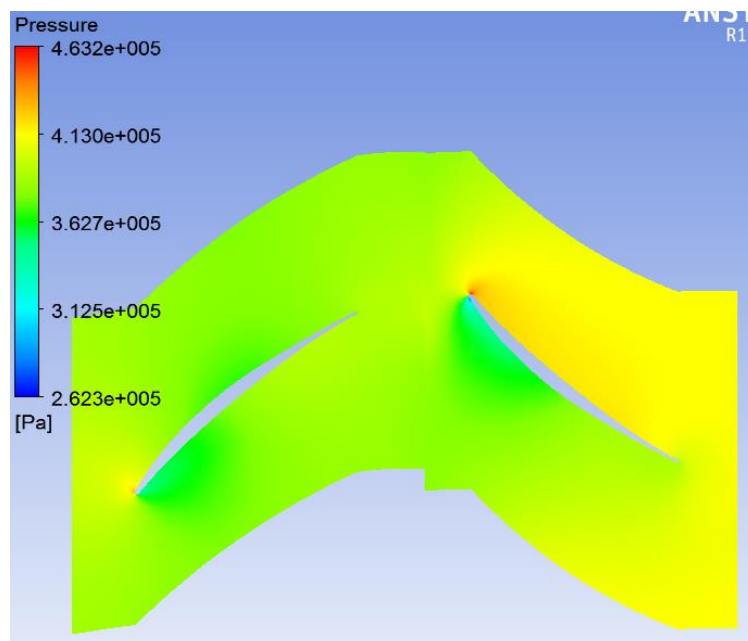
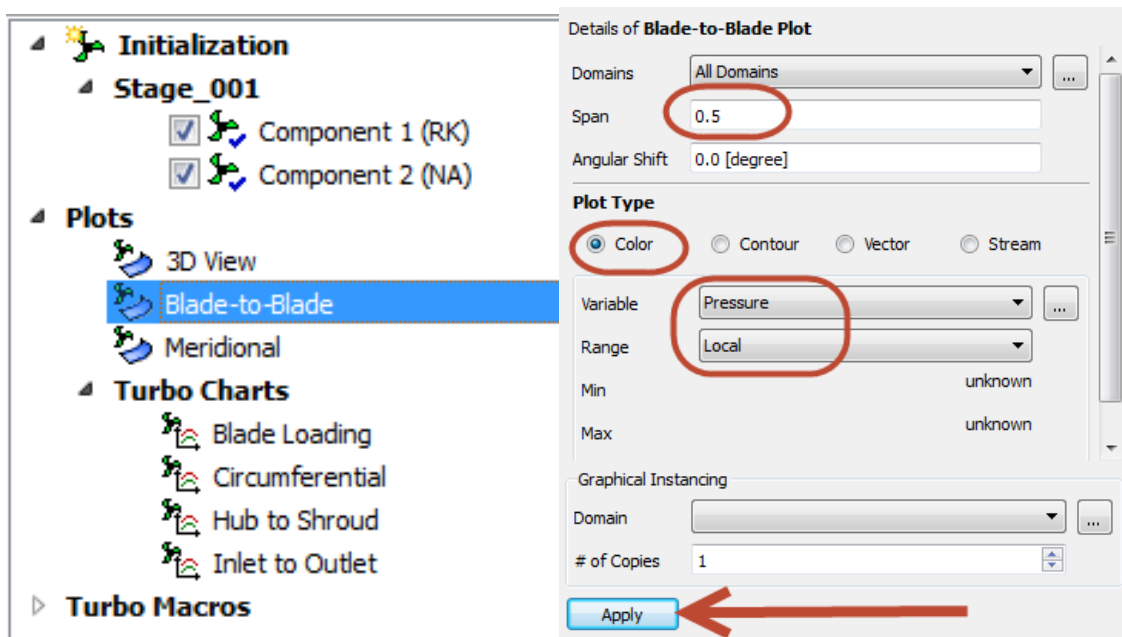


Рис. 3.58. Розподіл статичного тиску

Розглядаються вектори швидкості в перерізі, для цього виконуються дії за аналогією з попереднім пунктом, при цьому в рядку «Plot type» встановлюємо тип малюнка «Vector». У рядку «Variable» встановлюється

швидкість «Velocity» або швидкість у нерухомій системі координат «Velocity in STN Frame» (рис. 3.59).

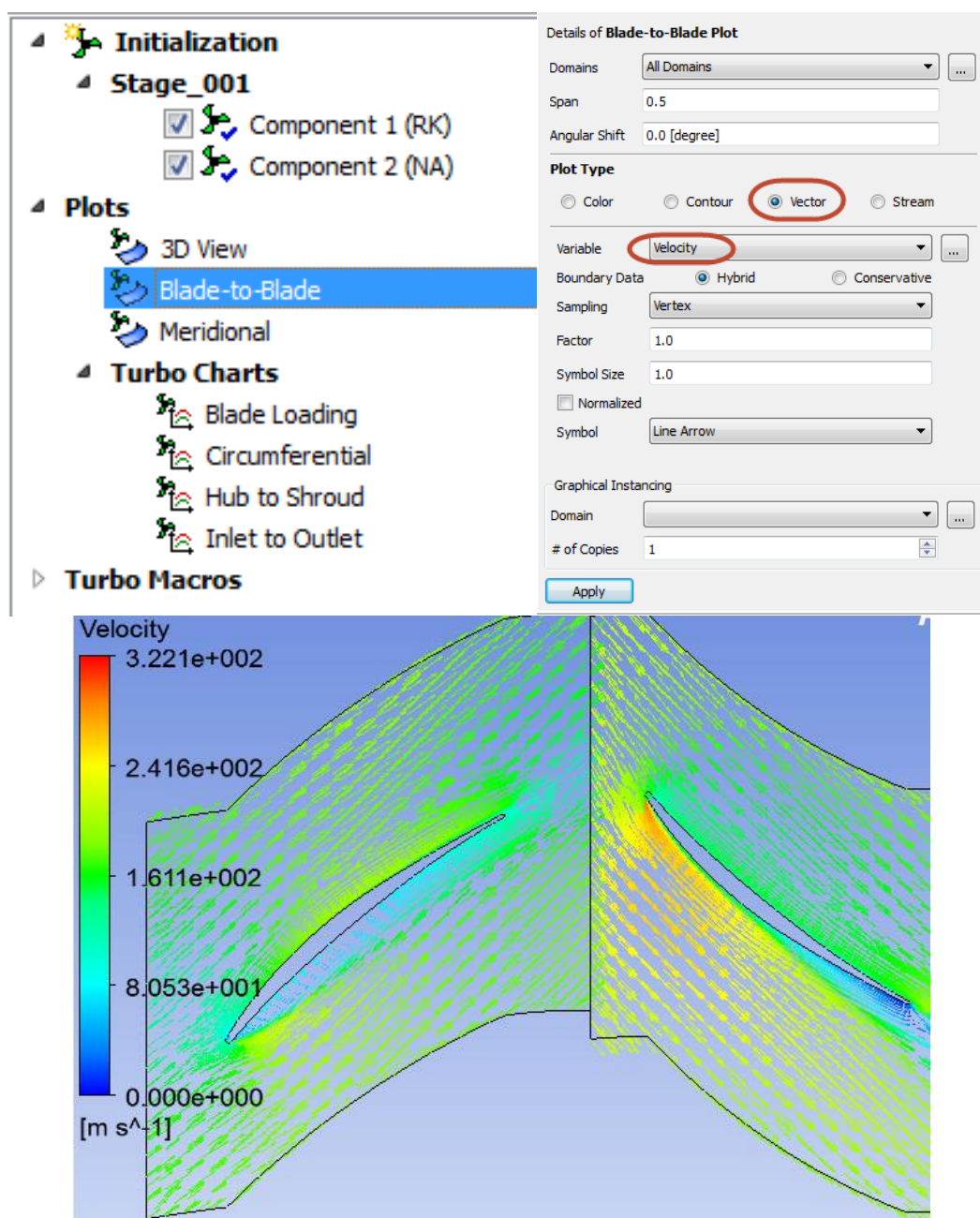


Рис. 3.59. Вектори швидкості в перерізі

Подивитися поля різних змінних у меридіональному перерізі можна, обравши мишкою пункт «Meridional» і у вікні, що відкрилося, задавши параметри візуалізації. Тут крім змінної «Variable» необхідно задавати параметр, за яким будуть усереднені змінні в кільцевому каналі. У рядку «Circ Average» необхідно вибрати масу повітря «Mass», площу перерізу

«Area» або довжину каналу «Length». Можна не усереднювати змінні, виставивши в рядку параметр «None».

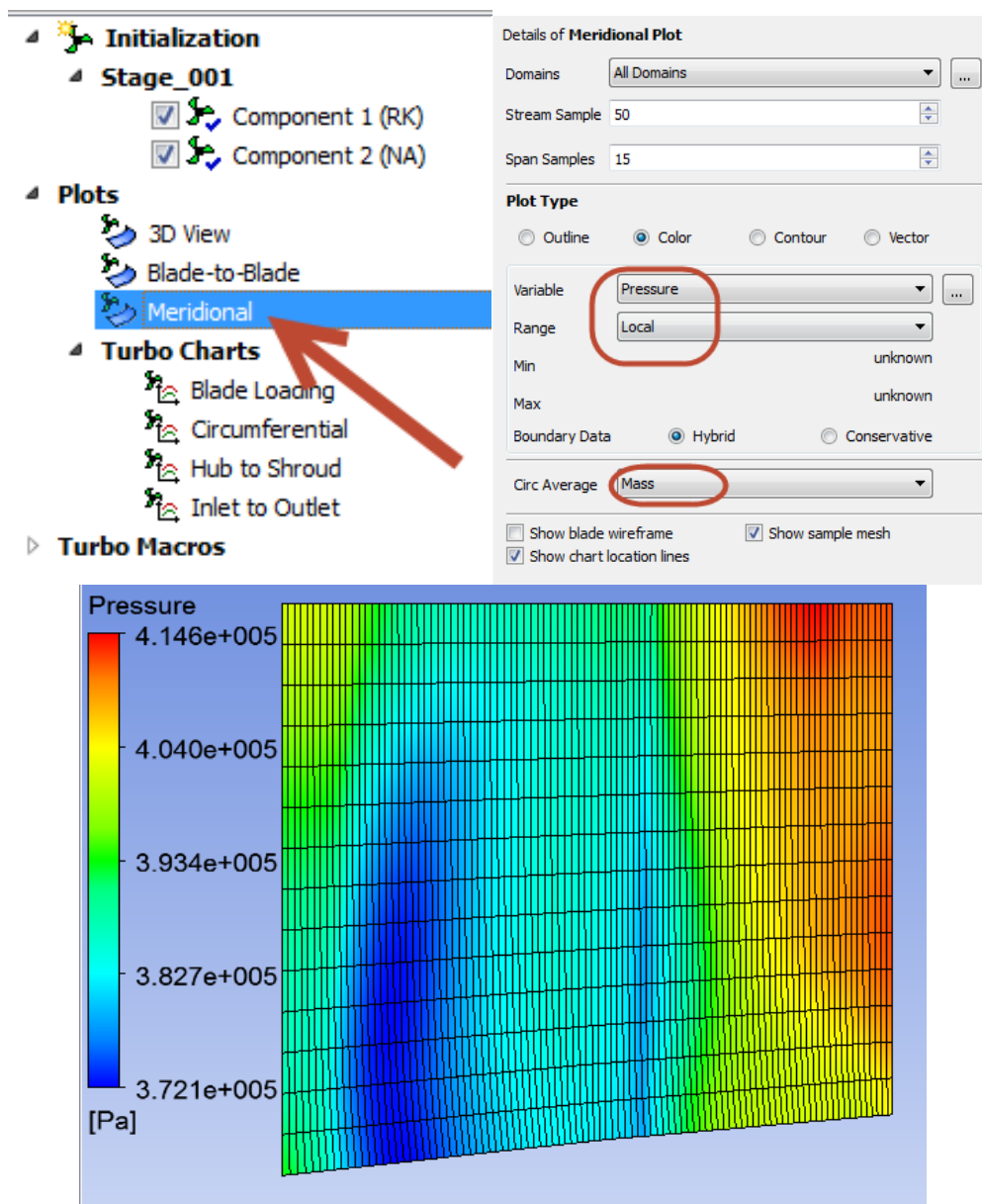


Рис. 3.60. Поле тиску у меридіональному перерізі

Обчислюються конкретні числові величини. Для цього у вкладці «Calculators» обирається «Function calculator».

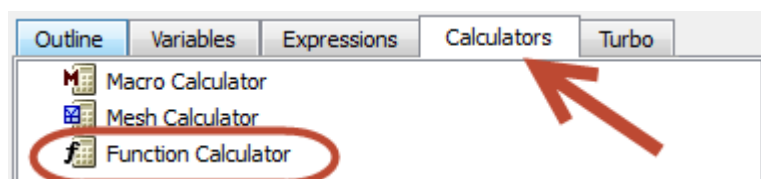


Рис. 3.61. Обчислення конкретних числових величин

Обчислюється осереднений за витратою повітря повний тиск на вході і на виході зі ступеня. Для цього в рядку «Function» вибирається параметр «massFlowAve», що означає усереднення змінної за масовою витратою газу. У рядку «Location» вказуємо по черзі «Inlet» (вхід) і «Outlet» (вихід) – поверхні, для яких необхідно розрахувати змінну. У рядку «Variable» обираємо необхідну змінну, у нашому випадку – повний тиск «Total Pressure». Обираємо «Calculate» і отримуємо значення повного тиску на вході та виході зі ступеня. Відповідно, виходячи з цих даних, можна розрахувати міру підвищення тиску в ступені $\pi_k=1,45$ (рис. 3.62). Аналогічним чином можна отримати точні значення температур, швидкостей, ентальпій, чисел Маха на вході і виході зі ступеня.

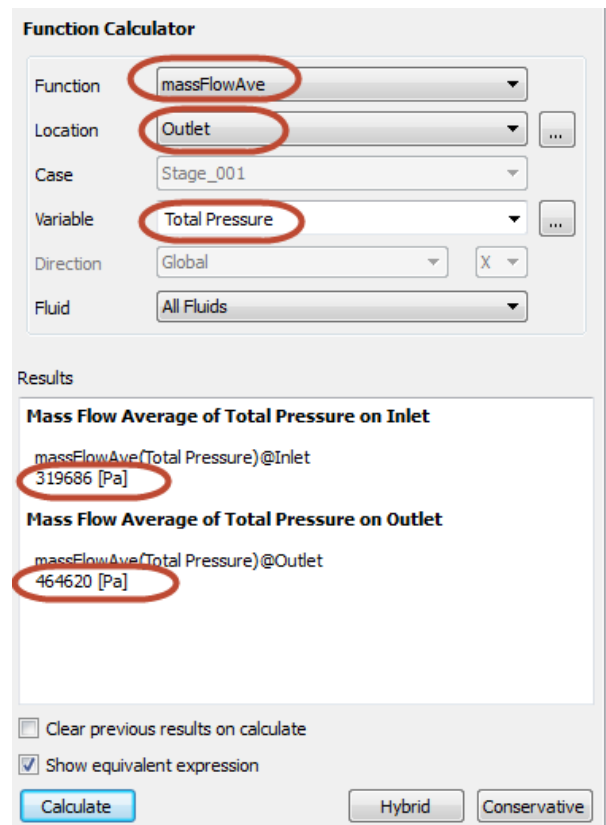


Рис. 3.62. Обчислення осередненого за витратою повітря повного тиску

Знаючи міру підвищення тиску в ступені та визначивши повні температури та ізохорні й ізобарні теплоємності на вході й виході зі

ступеня, можна знайти внутрішній ізоентропійний ККД за такою формулою:

$$\eta^* = \frac{T_1^* (\pi^{\frac{k-1}{k}} - 1)}{T_2^* - T_1^*} = 0.943,$$

де T_1^* и T_2^* – повні температури повітря на вході та виході зі ступеня (рис. 3.63);

$k = \frac{c_p}{c_v} = 1,4$ – показник адіабати повітря в ступеню, осереднений за об'ємом;

c_p – середня ізобарна теплоємність повітря в ступеню;

c_v – середня ізохорна теплоємність повітря в ступеню (рис. 3.63).

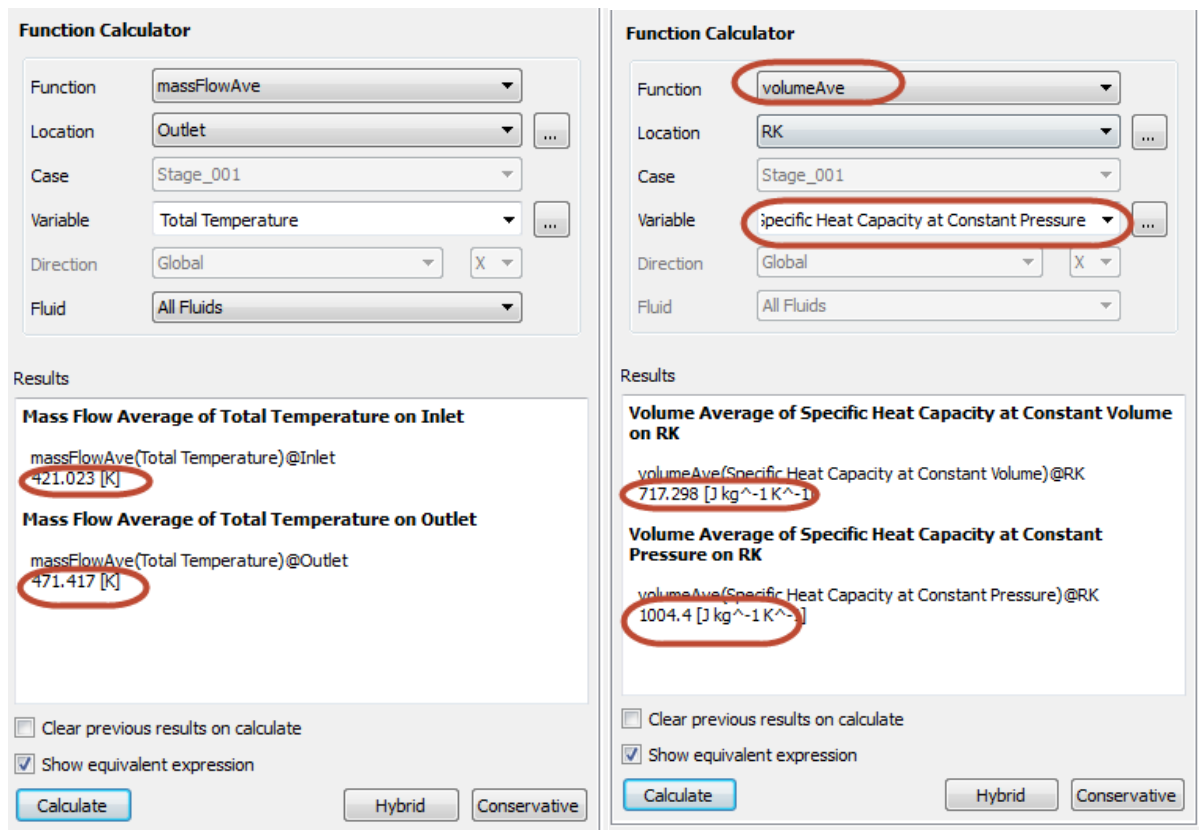


Рис. 3.63. Значення параметрів на вході та виході зі ступеня

Можна також визначити силу від аеродинамічного впливу на лопатки і крутний момент. Попередньо необхідно об'єднати поверхні лопатки в одну загальну поверхню. Для цього вибирається інструмент

«Location» і у випадяючому меню – команда «Surface Group». Далі задається ім'я для поверхні «Lop RK». У рядку «Locations» вказуються назви поверхонь лопатки робочого колеса (Blade_Kor, Blade_Sp, Blade_Vx, Blade_Vyx) (рис. 3.64).

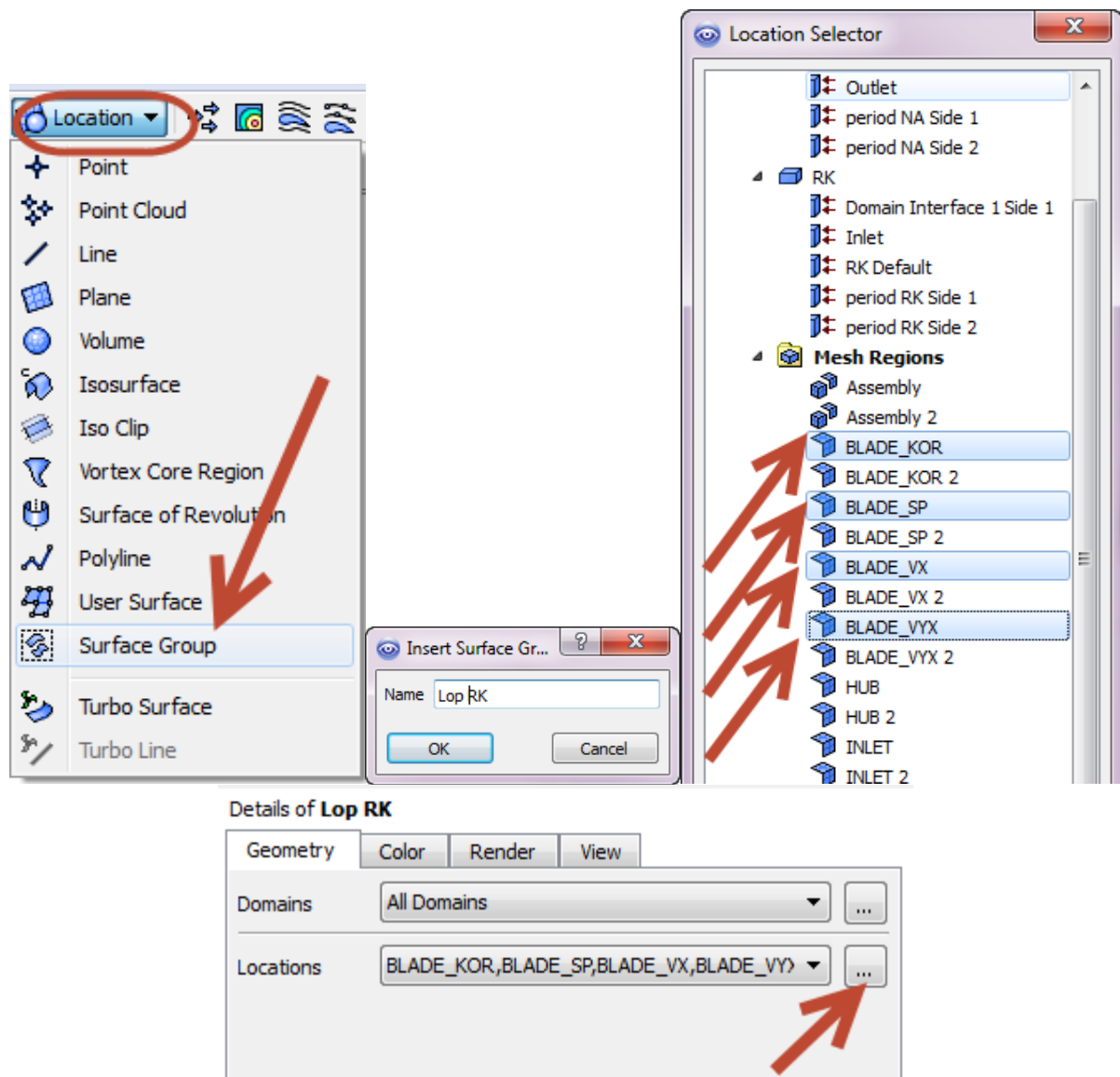


Рис. 3.64. Назви поверхонь лопатки робочого колеса

Запускається «Function Calculators». У рядку «Function» вибирається функція для розрахунку сили «Force». У рядку «Location» вказується створена раніше поверхня лопатки робочого колеса «Lop RK». І в рядку «Direction» вказується вісь проекції сили. Осьова сила буде проекцією на вісь X , а радіальна сила буде проекцією на вісь Y (рис. 3.65).

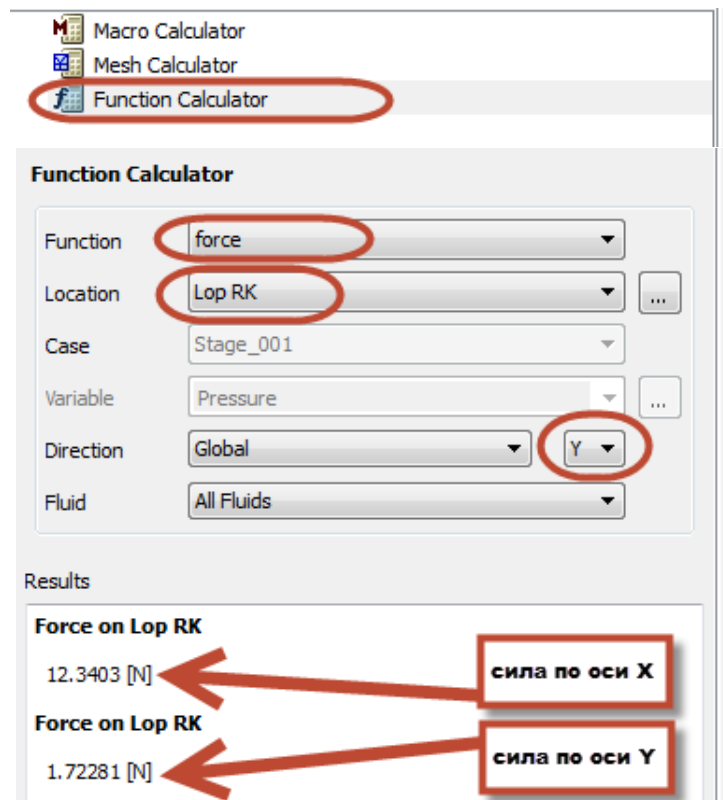


Рис. 3.65. Функція для розрахунку сили, що діють на лопатки
робочого колеса

Крутний момент на лопатці розраховується аналогічно силі. У рядку «Function» вибирається функція для розрахунку крутного моменту «Torque» і вказується вісь (рис. 3.66).

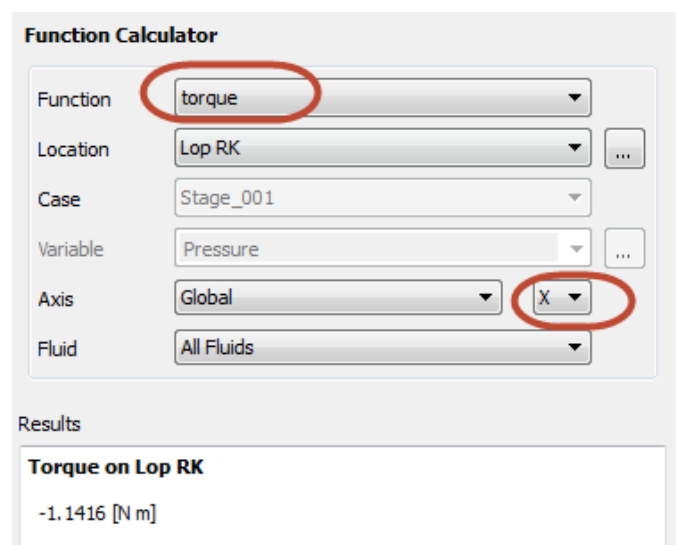


Рис. 3.66. Функція для розрахунку крутного моменту лопатки
робочого колеса

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Thom A. The Flow Past Circular Cylinders at Low Speeds. *Proc. Royal Society*. 1933. A141. P. 651–666.
2. Launder B. E., Spalding D. B. Lectures in Mathematical Models of Turbulence. London : Academic Press, 1972. 327 p.
3. Caretto L. S., Gosman A. D., Patankar S. V., Spalding D. B. Two calculation procedures for steady three-dimensional flows with recirculation. *Proc. 3rd International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*. Paris, 1972. P. 60–68.
4. Spalding D. B. Combustion and Mass Transfer. London : Academic Press, 1979. 409 p.
5. The Mathematical Theory of Combustion and Explosions / Zel'dovich I. A. et al. New York: Consultants Bureau, 1985. 597 p.
6. Williams F. A. Combustion Theory. Boca Raton: 1985. 708 p.
7. Khitrin L. N. The Physics of Combustion and Explosion. Jerusalem: Israel Program for Scientific Translations, 1962. 448 p.
8. Blinov V. I., Khudyakov G. N. Diffusion Burning of Liquids. Washington: U.S. Department of Commerce, National Technical Information Service, 1961. 208 p.
9. Lewis B., Elbe G. Combustion, Flames and Explosions of Gases. 2nd ed. New York: Academic Press, 1961. 731 p.
10. Gaydon A. G. Flame spectra in the photographic infra-red. *Proc. Royal Society of London*. 1942. Vol. 181, Issue 985. P. 197–209.
11. Kumagai S. Combustion. Tokyo: Iwanami Shoten, 1976. 238 p.
12. Poinot T., Veynante D. Theoretical and Numerical Combustion. Philadelphia: Edwards Publishing, 2001. 473 p.
13. Patankar S. V. Computation of Conduction and Duct-Flow Heat Transfer. New York : McGraw-Hill, Hemisphere Publishing Corp., 1980. 200 p.

14. Patankar S. V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. New York: McGraw-Hill, Hemisphere Publishing Corp., 1980. 197 p.
15. Anderson D. A., Tannehill J. C., Pletcher R. H. Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer. New York: McGraw-Hill, 1984. 774 p.
16. Fletcher C. A. J. Computational Techniques for Fluid Dynamics. Vol. 2, Specific Techniques for Different Flow Categories. Berlin: Springer-Verlag, 1991. 494 p.
17. Roache P. J. Computational Fluid Dynamics. Albuquerque, NM: Hermosa Publishers, 1972. 434 p.
18. Godunov S. K., Ryabenkii V. S. Theory of Difference Schemes: An Introduction. Amsterdam: North-Holland, 1964. 488 p.
19. Миколаївські газотурбінні двигуни та установки. Історія створення / за ред. В. І. Романова. Миколаїв: ДП НВКГ «Зоря»-«Машпроект», ЦНДДКР «Машпроект», Вид-во «Юг-Інформ», 2005. 304 с.
20. Liedtke O., Schulz A., Wittig S. Design Study of a Lean Premixed Prevaporized Counter Flow Combustor for a Micro Gas Turbine. *Proc. ASME Turbo Expo 2002*. GT-2002-30074. P. 405–412.
21. ANSYS Workbench Platform [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.ansys.com/Products/Platform>.
22. Launder B. E., Spalding D. B. The Numerical Computation of Turbulent Flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1974. Vol. 3. P. 269–289.
23. Choudhury D. Introduction to the Renormalization Group Method and Turbulence Modeling. Lebanon: Fluent Inc., Technical Memorandum TM-107, 1993. 70 p.
24. Reynolds W. C. The potential and limitation of direct and large eddy simulation. *Lecture Notes in Physics*. New York: Springer, 1989. P. 313–343.
25. ANSYS, Inc. ANSYS Fluent Theory Guide. 2013. 780 p.

26. Angello L. C., Castaldini C. Combustion tuning guidelines: Understanding and mitigating dynamic instabilities in modern gas turbine combustors. *Proc. ASME Turbo Expo 2004, Power for Land, Sea and Air*. 2004. Paper GT2004-54081. P. 81–85.
27. Meher-Homji C. B., Zachary J., Bromley A. F. Gas turbine fuels-system design, combustion and operability. *39th Turbomachinery Symposium. Texas A&M University*. 2010. P. 155–185.
28. Hinze J. O. Turbulence. New York: McGraw-Hill Publishing Co., 1975. 790 p.
29. Nicoud F., Ducros F. Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor. *Flow, Turbulence and Combustion*, 1999. № 62(3). P. 183–200.
30. Ballaras E., Benocci C., Piomelli U. Two layer approximate boundary conditions for large-scale simulation. *AIAA Journal*, 1996. Vol. 34. P. 1111–1119.
31. Spalart P. R. Detached-Eddy Simulation. *Springer Netherlands*. 2002. P. 1997–2000.
32. Wilcox D. C. Turbulence modeling for CFD. California: DCV Industries, 1994. 460 p.
33. Magnussen B. F. On the Structure of Turbulence and a Generalized Eddy Dissipation Concept for Chemical Reaction in Turbulent Flow. *Proc. of the Nineteenth AIAA Meeting*. St. Louis, 1981. P. 42.
34. Matveev I., Serbin S., Butcher T., Tutu N. Flow Structure Investigation in a Tornado Combustor. *Proc. 4th Int. Energy Conversion Engineering Conference*. 2006. AIAA 2006-4141. P. 4141–4154.
35. ANSYS BladeModeler [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.ansys.com/products/fluids/ansys-blademodeler>.
36. NX Turbomachinery Milling (Siemens Digital Industries Software) [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.varindustries.de/>

images/phocadownload/CAM/Broschueren/Siemens%20SW%20NX%20Turbo machinery%20Milling%20Fact%20Sheet.pdf.

37. CATIA [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.3ds.com/products/catia>.

38. SOLIDWORKS [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.solidworks.com>.

39. Autodesk Fusion [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.autodesk.com/products/fusion-360/overview>.

40. PTC Creo (Parametric) [Электронный ресурс]. США: PTC Inc. Режим доступа: <https://www.ptc.com/products/creo>.

41. Altair Engineering Inc. Altair HyperWorks – Simulation-driven design platform [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://altair.com/hyperworks>.

42. COMSOL Inc. CAD Import Module – Import and repair of CAD data for simulation [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.comsol.com/cad-import-module>.

43. Onshape – Cloud-native CAD & PDM platform [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.onshape.com>.

44. SoftInWay Inc. AxSTREAM Platform – Integrated solution for turbomachinery design, analysis, and optimization [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.softinway.com/software-solutions/axstream>.

45. ANSYS TurboGrid [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.ansys.com/products/fluids/ansys-turbogrid>.

46. Cadence acquires Pointwise to expand system analysis offerings [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.cadence.com/en_US/home/company/newsroom/press-releases/pr/2021/cadence-acquires-pointwise-to-expand-system-analysis-offerings-a.html.

47. ANSYS ICEM CFD Help Manual [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://ansyshelp.ansys.com/public/Views/Secured/corp/v251/en/pdf/Ansys_ICEM_CFD_Help_Manual.pdf.

48. OpenFOAM: User Guide: 4.4 Mesh generation with the snappyHexMesh utility [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://www.openfoam.com/documentation/user-guide/4-mesh-generation-and-conversion/4.4-mesh-generation-with-the-snappyhexmesh-utility>.
49. NUMECA International (Cadence Design Systems). AutoGrid5 – Automated grid generation for turbomachinery applications [Електронний ресурс]. Бельгія / США: Cadence Design Systems. Режим доступу: https://www.cadence.com/en_US/home/tools/system-analysis/numeca-autogrid.html.
50. CentaurSoft. Centaur – Hybrid unstructured grid generation system [Електронний ресурс]. – США: CentaurSoft. Режим доступу: <https://www.centaursoft.com>.
51. Altair Engineering Inc. Altair HyperMesh – High-performance finite element pre-processor [Електронний ресурс]. США: Altair Engineering Inc. – Режим доступу: <https://altair.com/hypermesh>.
52. BETA CAE Systems. ANSA – Advanced pre-processing for CFD and structural analysis [Електронний ресурс]. Греція: BETA CAE Systems. Режим доступу: <https://www.beta-cae.com/ansa.htm>.
53. ANSYS Inc. ANSYS CFX User's Guide. Canonsburg, USA, 2024. 1156 p.
54. ANSYS Inc. ANSYS Fluent Theory Guide. Canonsburg, USA, 2024. 1412 p.
55. Siemens Digital Industries Software. STAR-CCM+ Technical Documentation. Munich, Germany, 2024. 1028 p.
56. OpenCFD Ltd. OpenFOAM User Guide [Електронний ресурс]. Reading, United Kingdom, 2024. Режим доступу: <https://www.openfoam.com>.
57. Cadence Design Systems. FINE™/Turbo Product Overview [Електронний ресурс]. Brussels, Belgium, 2024. Режим доступу: <https://www.cadence.com>.

58. COMSOL AB. COMSOL Multiphysics® User's Guide. Stockholm, Sweden, 2024. 856 p.
59. SimScale GmbH. SimScale Platform Documentation [Електронний ресурс]. Munich, Germany, 2024. Режим доступу: <https://www.simscale.com>.
60. Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR). TAU Code Overview and Applications. Cologne, Germany, 2023. 124 p.
61. Convergent Science Inc. CONVERGE CFD Theory and Validation Manual. Madison, USA, 2024. 742 p.
62. Романовський Г. Ф., Ващенко М. В., Седько М. П. Основи проектування компресорів суднових ГТД: навч. посібник. Миколаїв: НУК, 2008. 292 с.

ЗМІСТ

Вступ.....	3
1. МЕТОДИ ЧИСЛОВОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТЕЧІЇ РІДИНИ.....	7
1.1. Основні рівняння руху в'язкої рідини	7
1.2. Замикання системи диференціальних рівнянь.....	11
1.3. Вибір моделі турбулентності.....	13
1.4. Граничні та початкові умови.....	29
1.5. Метод розв'язання системи диференціальних рівнянь.....	33
2. ПРОГРАМНІ КОМПЛЕКСИ ДЛЯ ЧИСЛОВОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТЕЧІЇ В КОМПРЕСОРНИХ СТУПЕНЯХ.....	39
2.1. Програмні засоби для створення тривимірних геометричних моделей проточних частин компресорів	40
2.2. Системи комп'ютерного моделювання для побудови розрахункових сіток у проточних частинах компресорів.....	46
2.3 Програмні рішення для аналізу та моделювання робочих процесів у компресорних ступенях	51
3. ПРИКЛАД ВИКОРИСТАННЯ ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ ANSYS STUDENT ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ КОМПРЕСОРНОГО СТУПЕНЯ	55
3.1. Підготовка тривимірної моделі геометрії каналів вінців напрямної та робочої лопаток компресорного ступеня	55
3.2. Підготовка розрахункової сітки для тривимірної моделі геометрії каналів вінців напрямної та робочої лопаток компресорного ступеня.....	65
3.3. Завдання розрахункових моделей і граничних умов для розрахунку	80
3.4. Обробка результатів числового моделювання.....	94
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	103

Навчальне видання

СЕРБІН
Сергій Іванович

КОЗЛОВСЬКИЙ
Артем Вікторович

ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕЧІЇ В КОМПРЕСОРНИХ СТУПЕНЯХ

Навчальний посібник

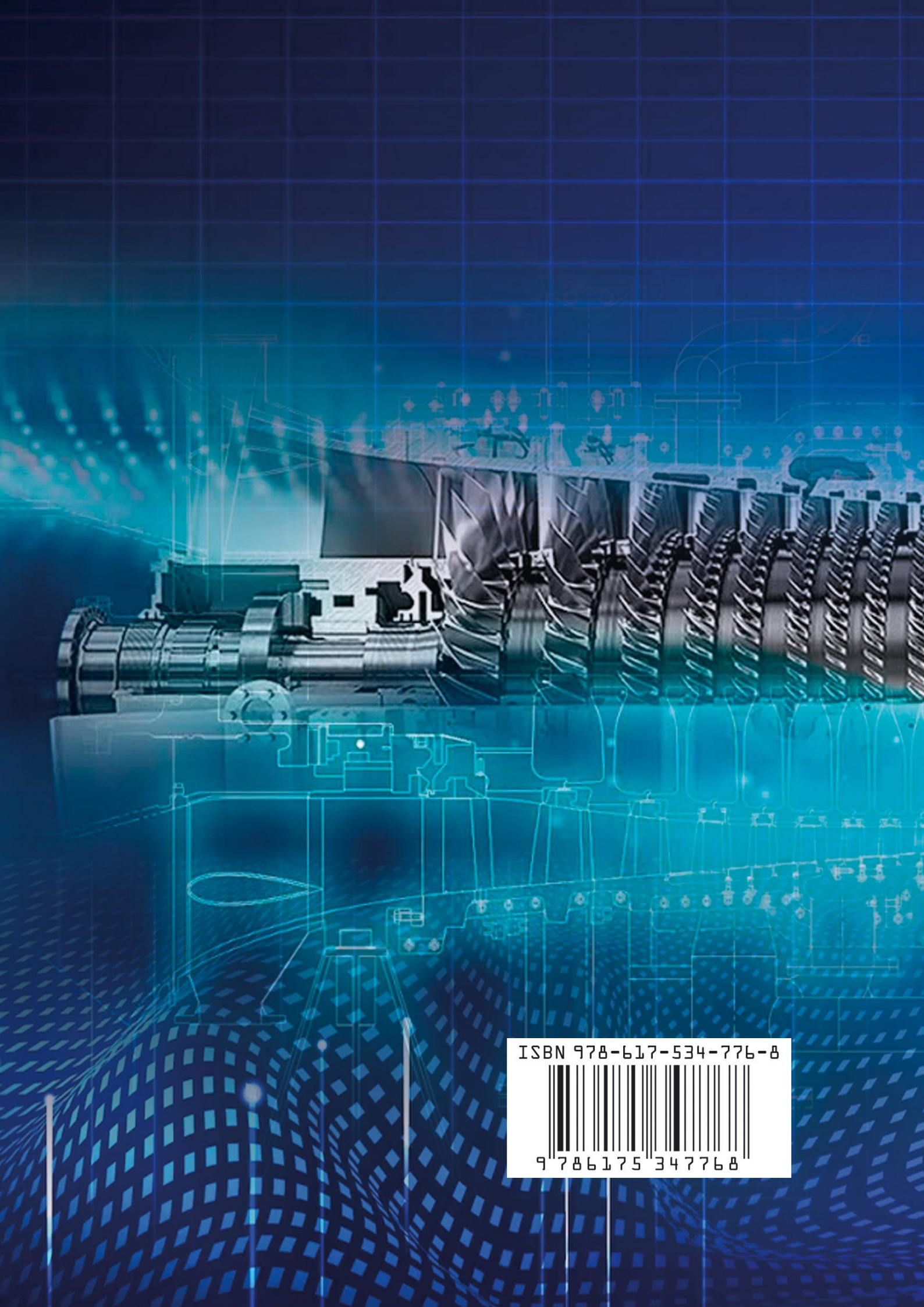
Формат 60×84¹/₁₆. Умовн. друк. арк. 6.4. Тираж 50 пр. Зам. № 534-776.

ВИДАВЕЦЬ І ВИГОТОВЛЮВАЧ

Товариство з обмеженою відповідальністю фірма «Іліон».

54038, м. Миколаїв, вул. Бузника, 5/1.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 1506 від 25.09.2003 р.



ISBN 978-617-534-776-8



9 786175 347768