

АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНСКОЙ ССР
ИНСТИТУТ ГИДРОМЕХАНИКИ

На правах рукописи.

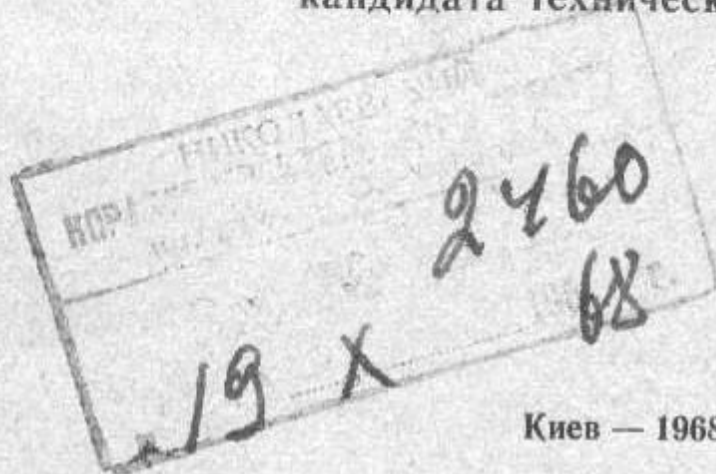
П. АВРАМЕНКО

ПРИСОЕДИНЕННАЯ МАССА ТЕЛ ВБЛИЗИ ГРАНИЦ ЖИДКОСТИ

024 — Гидроаэромеханика и газовая динамика

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук



Киев — 1968

Диссертационная работа выполнена
в Институте гидромеханики АН УССР

Официальные оппоненты:

доктор технических наук В.В.ЛУГОВСКИЙ
кандидат технических наук А.З.САЛЬКАЕВ

Ведущая организация - Ленинградский
кораблестроительный институт

Автореферат разослан *14.04.1968* 1968г.
Защита диссертации состоится *14.04.1968* 1968г.
на заседании Совета Института гидромеханики
АН У С С Р

Адрес: Киев-57, ул.Делябова, 8/4,
Институт гидромеханики АН УССР

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке
Института.

Ученый секретарь
кандидат технических наук

(В.Белинский)

БФ 80447 10.10.1968 г. Киев, ГИТУ-6 Зак.1254-200

- I -

Значительный рост вместимости и, следовательно, габаритов судов, перевозящих массовые грузы, увеличение объема смешанных перевозок по схеме река-море, строительство судов-катамаранов, появление искусственных морей с развитым ветро-волновым режимом, а также интенсивное развитие трубопроводного транспорта ставят перед инженерами и учеными, работающими в соответствующих отраслях, ряд задач, решение которых имеет важное народнохозяйственное значение.

В части судостроительной практики создается условие, когда весь комплекс расчетов по динамике корабля должен производиться с учетом влияния дна, стен каналов, а также взаимного влияния корпусов катамаранов.

Если раньше плавание судов в условиях волнения при ограниченной глубине носило эпизодический характер, то в настоящее время им (особенно судам внутреннего и смешанного плавания) приходится передвигаться на участках пути значительной протяженности в условиях интенсивного ветрового волнения при ограниченных глубинах.

Появляется необходимость в точных расчетах качки судов на мелководье, которые связаны с безопасностью плавания (особо важной является проблема запасов воды под днищем) и которые возможны при достаточной изученности всех элементов, входящих в уравнение качки.

В связи с этим несомненный интерес представляют исследования, относящиеся к оценке инерционных составляющих сил, действующих на судно при качке в условиях ограниченной глубины.

В расчетах динамики, необходимость в которых связана с преодолением трубопроводами водных преград и в которых экивал-

место занимает определение сил инерционной природы, также требуется учитывать влияние границ потока (дно, свободная поверхность).

Таким образом большое практическое значение приобретают задачи по определению присоединенных масс тел, совершающих колебания вблизи границ жидкости.

Реферируемая работа посвящена аналитическому и экспериментальному решению ряда двумерных задач по определению присоединенной массы тел, имеющих различную форму поперечных сечений и колеблющихся в жидкости конечной глубины.

Работа состоит из введения, пяти глав и заключительной части. В конце работы приведен список литературы и дано приложение.

Во введении рассмотрен ряд вопросов, объясняющих актуальность исследований, связанных с движением тел вблизи границ жидкости.

Первая глава посвящена краткому изложению основных понятий о присоединенной массе, рассмотрению основных методов, которые используются при ее определении, а также обзору литературы, относящейся к изучаемому вопросу.

В обзорной части теоретические работы рассматриваются по группам, в качестве определяющих признаков которых приняты вид границ и удовлетворение на них граничные условия.

Из экспериментальных работ рассмотрены в основном работы, в которых отображены исследования, выполненные с помощью метода вынужденных или свободных колебаний, а также метода электрогидродинамической аналогии (ЭГДА).

Отдельно рассмотрены работы, посвященные некоторым специальным исследованиям, связанным с определением присоединенных масс (влияние поступательной скорости движения тела, влияние

вязкости жидкости, взаимная связь между присоединенными массами и силами демпфирования), а также определению присоединенных масс при расчете качки и вибрации судов.

На основании рассмотрения приведенных в обзорной части работ формулируется ряд выводов, которые в определенной степени характеризуют возможные направления дальнейших исследований движения тел вблизи границ жидкости.

Отмечено, что различным вопросам определения присоединенных масс тел посвящено достаточно большое количество теоретических и экспериментальных работ, и что, однако, преобладающая их часть, с точки зрения практического применения, относится к случаю движения судов в условиях неограниченной глубины.

Ряд вопросов, связанных с качкой судна в условиях мелководья рассматривается в работах Н.Е. Луковского, М.Д. Хаскинда, А.М. Басина, В.Н. Анфимова, Ю.В. Ремеза, В.К. Анкудинова, Я.М. Элиса, И.Ю. и Ф. Урселла.

Результаты экспериментальных исследований для случая конечной глубины представлены в работах И.Ю. и Ф. Урселла, П.С. Воробьева и В.К. Анкудинова.

Далее указывается, что полученные различными авторами данные в основном охватывают формы с соотношениями главных размеров, характерными для морских судов, что отсутствуют систематические экспериментальные данные для случая колебания тел в условиях ограниченных глубин.

В литературе фактически не освещен вопрос определения гидродинамических параметров качки развивающегося типа судов-катамаранов.

Недостаточно полно, и особенно для условий ограниченных глубин, исследовано влияние масштабного эффекта.

Большой интерес представляют исследования возможностей

использования обширной информации, полученной для случая колебания судов в условиях безграничной глубины, при решении аналогичных задач, но для условий мелководья (имеется в виду выявление возможных закономерностей, которые бы позволили осуществлять соответствующий пересчет данных, относящихся к условиям глубокой воды, на случай ограниченных глубин).

В заключительной части главы формулируется ряд задач, которые предполагается решить в процессе исследований, а именно:

1. Определение характера и степени влияния на величину присоединенной массы формы и соотношения главных размеров сечений, а также частоты колебаний тел, совершающих движение в условиях ограниченных глубин.
2. Исследование специфики определения присоединенных масс судов-катамаранов, имеющих различную форму поперечных сечений корпусов, а также различное расстояние между ними,
3. Оценка масштабного эффекта, который может иметь место при колебании тел в условиях ограниченных глубин.
4. Выявление возможных закономерностей, которые позволили бы использовать имеющиеся сведения о присоединенных массах тел, совершающих колебания в условиях неограниченных глубин, для расчетов колебания тел на мелководье.

Исходя из того, что в практических расчетах весьма широко используется гипотеза плоских сечений, решение задач предполагается в плоской постановке с использованием как аналитических, так и экспериментальных методов.

Во второй главе определяется присоединенная масса эллиптических цилиндров, совершающих движение вблизи свободной поверхности жидкости и твердых плоских стенок.

Решение задачи осуществляется с использованием приближен-

ного метода, предложенного Э.Л.Блохом и А.С.Гиневским и относящегося к методам решения задач о движении системы тел в идеальной жидкости.

Сущность метода состоит в том, что если при совместном движении N тел известны потенциалы скорости для изолированного движения каждого из них в безграничной жидкости, а также известны скорости, индуцируемые движением $N-1$ тел, то возможно приближенно определить потенциал скорости, имеющий место при совместном движении N тел. При этом за расчетную индуцируемую скорость принимается скорость, которая получается в центре тяжести рассматриваемого тела.

В реферируемой работе указанный метод используется для определения присоединенной массы эллиптических цилиндров, совершающих движение вдоль и по нормали к границам идеальной жидкости, которые представлены плоской твердой стенкой, свободной поверхностью, двумя плоскими твердыми стенками (стенки параллельны между собой, цилиндр движется между ними), а также плоской твердой стенкой и свободной поверхностью (цилиндр совершает движение между ними).

Во всех случаях движение цилиндра у грани жидкости моделируется движением системы цилиндров в соответствующих направлениях, которые принимаются в зависимости от вида граничной поверхности, следовательно, от граничных условий, которые должны выполняться на них (на стенке - $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$, на свободной поверхности $\Phi = 0$ *, где Φ - потенциал скорости результирующего движения системы цилиндров, n - нормаль к поверхности стенки).

Движение эллиптического цилиндра у стенки или под свободной поверхностью моделируется движением двух цилиндров, а движение цилиндра между двумя стенками, а также между стенкой и

свободной поверхностью - движением трех цилиндров.

Потенциалы скоростей результирующего движения Φ определяются при этом в виде суммы потенциалов скорости, имеющих место при движении какого-либо одного цилиндра с единичной скоростью в предположении, что остальные цилиндры присутствуют, но остаются неподвижными. Значения этих потенциалов определяются на основании решения систем уравнений, в которых известными являются потенциалы скорости движения цилиндров в безграничной жидкости φ^0 и индуцируемые скорости ΔU .

Полученное решение для случая движения эллиптического цилиндра единичной длины в направлении, совпадающем с плоскостью стенки (одной) позволяет записать формулу для определения присоединенной массы в следующем виде:

$$\bar{M}_x = \pi r b^2 \left[1 - \frac{\bar{a}+1}{H+2\bar{h}\sqrt{H}} \right]^{-1} \left[1 + \frac{\bar{a}(\bar{a}+1)}{H+2\bar{h}\sqrt{H}} \right] \quad (1)$$

или

$$\bar{M}_x = \pi r b^2 K_x \quad (2)$$

где K_x - коэффициент влияния границы (произведение величин в квадратных скобках).

Коэффициент присоединенной массы, как отношение присоединенной массы цилиндра к массе жидкости, вытесненной погруженным цилиндром, представлен следующей зависимостью:

$$\bar{K}_x = \frac{\pi r b^2}{\pi r a b} K_x \quad (3)$$

В приведенных выше формулах a и b - соответственно большая и малая полуось поперечного сечения цилиндра; h - расстояние от центра тяжести поперечного сечения цилиндра до стенки;

$$\bar{h} = h/b; \quad H = 4\bar{h}^2 + \bar{a}^2 - 1.$$

Соответствующие формулы для случая движения цилиндра по нормали к стенке записаны

$$\bar{M}_y = \pi r a^2 \left[1 - \frac{\bar{a}(\bar{a}+1)}{H+2\bar{h}\sqrt{H}} \right]^{-1} \left[1 + \frac{\bar{a}+1}{2\bar{h}\sqrt{H} + \bar{a}\bar{h}^2} \right] = \pi r a^2 K_y \quad (4)$$

$$\bar{K}_y = \bar{a} K_y \quad (5)$$

Получены также аналогичные формулы для случая движения цилиндра вдоль ($\bar{M}_x$, $\bar{K}_x$ и $\bar{K}_x$) и по нормали ($\bar{M}_y$, $\bar{K}_y$ и $\bar{K}_y$) к свободной поверхности жидкости.

По данным формулам были произведены вычисления, результаты которых показаны в виде графиков $\bar{K}_x = f(\bar{a}, \bar{h})$, $\bar{K}_y = f(\bar{a}, \bar{h})$, а также $\bar{K}_x = f(\bar{a}, \bar{h})$ и $\bar{K}_y = f(\bar{a}, \bar{h})$.

При этом $\bar{a}$ изменялось в пределах 0,5 - 10,0, а $\bar{h} = 1,1 - 10,0$.

Сравнение данных результатов с результатами, полученными В.С.Сабанеевым, указывает на их хорошее совпадение.

При определении потенциала скорости Φ для случая движения эллиптического цилиндра между двумя стенками (решение сводилось к рассмотрению движения трех цилиндров) делалось допущение об отсутствии взаимного влияния крайних цилиндров.

Исходя из этой системы уравнений, решение которой позволяет определить Φ , записывалась в следующем виде (для случая движения цилиндра в направлении, совпадающем с плоскостью стенок):

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1^0 &= \varphi_1 + \Delta \bar{U}_0 \varphi_2 \\ \varphi_2^0 &= \varphi_2 + \Delta \bar{U}_0 \varphi_1 + \Delta \bar{U}_0 \varphi_3 \\ \varphi_3^0 &= \varphi_3 + \Delta \bar{U}_0 \varphi_2 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Где φ_1^0 , φ_2^0 и φ_3^0 - потенциалы скоростей соответственно первого, второго и третьего цилиндров при их движении в безграничной жидкости;

φ_1 , φ_2 и φ_3 - потенциалы скоростей соответственно первого, второго и третьего цилиндров при движении каждого из них в присутствии двух остальных, но в предположении, что они остаются неподвижными;

$\Delta \bar{U}_0$ - скорость, индуцируемая в центре тяжести первого цилиндра движением второго цилиндра и наоборот;

$\Delta \bar{U}_0$ - скорость, индуцируемая в центре тяжести второго цилиндра движением третьего цилиндра и наоборот.

Для случая движения цилиндра вдоль поверхности стенок на разном расстоянии от них ($h_1 \neq h$) формулы для определения присоединенной массы и коэффициента присоединенной массы представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned} \bar{M}_x' &= \pi \rho b^2 \left[1 + \frac{\bar{a}+1}{H_1+2\bar{h}\sqrt{H_1}} + \frac{\bar{a}+1}{H+2\bar{h}\sqrt{H}} + \frac{\bar{a}(\bar{a}+1)}{H_1+2\bar{h}\sqrt{H_1}} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\bar{a}(\bar{a}+1)}{H+2\bar{h}\sqrt{H}} + \frac{\bar{a}(\bar{a}+1)^2}{(H_1+2\bar{h}\sqrt{H_1})^2} + \frac{\bar{a}(\bar{a}+1)^2}{(H+2\bar{h}\sqrt{H})^2} \right] \times \end{aligned}$$

$$\times \left[1 - \frac{(\bar{a}+1)^2}{(H_1+2\bar{h}\sqrt{H_1})^2} - \frac{(\bar{a}+1)^2}{(H+2\bar{h}\sqrt{H})^2} \right]^{-1} = \pi \rho b^2 \bar{K}_x \quad (7)$$

и

$$\bar{K}_x' = 1/\bar{a} \bar{K}_x \quad (8)$$

Здесь $H_1 = 4\bar{h}_1^2 + \bar{a}^2 - 1$; $H = 4\bar{h}^2 + \bar{a}^2 - 1$;
 $\bar{h}_1 = h_1/b$, $\bar{h} = h/b$,

h и h_1 - расстояния от центра тяжести поперечного сечения цилиндра до стенок.

При $h_1 = h$

$$\begin{aligned} \bar{M}_x &= \pi \rho b^2 \left[1 + \frac{2(\bar{a}+1)}{H+2\bar{h}\sqrt{H}} + \frac{2(\bar{a}+1)\bar{a}}{H+2\bar{h}\sqrt{H}} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2\bar{a}(\bar{a}+1)^2}{(H+2\bar{h}\sqrt{H})^2} \right] \left[1 - 2 \left(\frac{\bar{a}+1}{H+2\bar{h}\sqrt{H}} \right)^2 \right]^{-1} = \pi \rho b^2 \bar{K}_x \quad (9) \end{aligned}$$

Соответствующие формулы получены для случая движения цилиндра по нормали к стенкам ($\bar{M}_y'$, $\bar{K}_y'$, $\bar{K}_y'$ при $h_1 \neq h$ и $\bar{M}_y$, $\bar{K}_y$, $\bar{K}_y$ при $h_1 = h$).

Результаты расчетов, выполненных на основании этих формул, представлены в виде графиков $\bar{K}_x = f(\bar{a}, \bar{h})$ и $\bar{K}_y = f(\bar{a}, \bar{h})$ для $\bar{a} = 0,5 - 10,0$ (0,5; 1,0; 2,0; 3,0; ...; 10,0) и $\bar{h} = 1,1 - 10,0$.

Для сравнения на графики $\bar{K}_x$ нанесены точки, соответствующие данным П.С.Воробьева и С.Н.Рудина. Имеет место хорошее совпадение результатов.

Случай движения эллиптического цилиндра между двумя стен-

ками ($h_1 = h$) по нормали к их поверхности распространяется на случай вертикальных колебаний полупогруженного эллиптического цилиндра на свободной поверхности жидкости ($\omega \rightarrow \infty, \Phi = 0$) конечной глубины h .

Величина присоединенной массы при этом принимается равной половине величины присоединенной массы эллиптического цилиндра, совершающего колебание между двумя стенками, расстояние между которыми $2h$, т.е.

$$\tilde{M}_y^0 = \frac{1}{2} \pi \rho a^2 \bar{K}_y \quad (10)$$

При рассмотрении движения эллиптического цилиндра между стенкой и свободной поверхностью жидкости также используется допущение об отсутствии взаимного влияния крайних цилиндров.

На основании решения получены формулы, позволяющие определить присоединенную массу, коэффициент влияния границы и коэффициент присоединенной массы при движении цилиндра вдоль ($\tilde{M}_x', \bar{K}_x', \tilde{K}_x$ при $h_1 \neq h$ и $\tilde{M}_x, \bar{K}_x, \tilde{K}_x$ при $h_1 = h$) и по нормали ($\tilde{M}_y', \bar{K}_y', \tilde{K}_y$ при $h_1 \neq h$ и $\tilde{M}_y, \bar{K}_y, \tilde{K}_y$ при $h_1 = h$) к указанным границам.

Структура формул аналогична структуре формул для случая движения цилиндра между двумя стенками.

Как и выше на основании полученных формул произведены расчеты, результаты которых представлены графиками $\bar{K}_x = f(\bar{a}, \bar{h})$ и $\bar{K}_y = f(\bar{a}, \bar{h})$ для $\bar{a} = 0,5 - 10,0$ и $\bar{h} = 1,1 - 10,0$.

В конце главы приведен график, на котором показано изменение величины коэффициента присоединенной массы $\tilde{K}_y$ для кругового цилиндра по мере его погружения. Глубина воды принята равной 14,5 радиусам цилиндра.

В третьей главе определяется присоединенная масса клина с произвольным углом заострения γ_k . Клин совершает высокочастотные вертикальные колебания на свободной поверхности идеальной несжимаемой жидкости ($\Phi = 0$) конечной глубины h_0 .

Решение задачи осуществляется с помощью метода определения потенциала по заданным граничным условиям с использованием конформных отображений (используется интеграл Кристоффеля - Шварца).

В силу симметричности клина относительно главной вертикальной оси исследуется область, ограниченная дном, осью симметрии, погруженной частью контура клина и свободной поверхностью жидкости.

Представленная таким образом область в плоскости

$z (z = x + iy)$ с помощью промежуточного отображения на верхнюю полуплоскость $Im > 0$ плоскости $t (t = u + iv)$ отображается на половину полосы в плоскости $\zeta (\zeta = \xi + i\eta)$, в которой и получается аналитическая функция.

Определение константы, входящей в подынтегральное выражение зависимости, устанавливающей связь между плоскостями z и t , осуществляется с использованием рекомендаций В.Н.Савенкова. Эти рекомендации получены им на основании обобщения метода определения констант интеграла Кристоффеля-Шварца при помощи обобщенных степенных рядов, разработанного П.Ф.Фильчаковым.

В результате решения получена формула для определения присоединенной массы клина единичной длины.

$$\tilde{M}_y^0 = \rho \frac{\pi}{8} B_w^2 C_{\infty} \quad (11)$$

где B_w - ширина клина по ватерлинии;
 ρ - массовая плотность жидкости;

C_{∞} - коэффициент, величина которого в нашем случае зависит от угла заострения клина γ_k и глубины воды h .

Расчеты по определению C_{∞} были выполнены для

$$\gamma_k = 1/6\pi, 1/3\pi, 1/2\pi, 2/3\pi \text{ и } 5/6\pi$$

при $\bar{h} = 1,5$ ($\bar{h} = h_0/T$, T - осадка клина).

Результаты расчетов представлены в таблице I.

Таблица I.

γ_k	C_{∞}
$1/6\pi$	1,19
$1/3\pi$	1,57
$1/2\pi$	1,84
$2/3\pi$	2,46
$5/6\pi$	3,88

Четвертая глава посвящена определению присоединенной массы эллиптического цилиндра с использованием метода электрогидродинамической аналогии (ЭГДА).

Рассмотрено три случая: движение цилиндра по нормали к твердой плоской стенке, движение в аналогичном направлении между стенкой и свободной поверхностью жидкости (на равном расстоянии от них), а также между двумя стенками (на равном расстоянии от них).

Граничные условия на свободной поверхности жидкости принимались исходя из пренебрежения силами тяжести по сравнению с силами инерции, т.е. $\Phi = 0$.

Эксперимент проводился на установке ЭГДА по методике, предложенной Г.А.Рязановым.

При изготовлении моделей из-за симметрии исследуемых об-

ластей потока моделировались только части последних.

В качестве токопроводящей среды использовалась электропроводная бумага с удельным сопротивлением $R_0 = 125 - 127 \text{ ом}$. С целью получения более равномерного распределения удельного сопротивления по модели бумага укладывалась в два слоя.

Размеры моделей принимались исходя из обеспечения условий, соответствующих граничным условиям моделируемого участка потока жидкости.

Эксперимент был проведен с использованием метода дискретного питания модели током.

Рабочая формула для определения присоединенной массы в случае движения цилиндра между двумя стенками записывается в следующем виде:

$$\bar{M}_y = \frac{4\rho R_0 R_{min} d_k^2}{1000(M_1 + R_0) R_0} \sum N_a \quad (12)$$

где ρ - массовая плотность жидкости;

R_0 - сопротивление агометра;

R_{min} - минимальное сопротивление канала;

d_k - ширина канала (язычка);

1000 - полное число делений шкалы агометра;

M_1 - сопротивление магазина сопротивлений;

R_0 - удельное сопротивление бумаги;

N_a - число делений, отсчитанное по шкале агометра.

Величина коэффициента присоединенной массы и коэффициента влияния границы жидкости соответственно получаются на основании следующих соотношений:

$$\bar{X}_y = \frac{\bar{M}_y}{\pi_{прав}} \quad (13)$$

и

$$\bar{R}_y = \frac{1}{2} \bar{x}_y \quad (14)$$

где a и b - соответственно большая и меньшая полуоси поперечного сечения цилиндра;

$$\bar{a} = a/b.$$

Для случая движения цилиндра у стенки, а также между стенкой и свободной поверхностью жидкости рабочая формула представлена в следующем виде:

$$\bar{M}_y = \frac{4\rho R_{min} d_k^2}{1000(M_1 + R_0 + M_2)R_0} \left(\sum_{S_1} N_a - \sum_{S_2} N_a \right) \quad (15)$$

Здесь S_1 - часть контура, на которой знак потенциала и $\cos(n, y)$ один и тот же;

S_2 - часть контура, на которой знак потенциала и $\cos(n, y)$ разные (n - нормаль к контуру).

На основании эксперимента были вычислены значения коэффициентов влияния границы $\bar{R}_y$ (движение между двумя стенками), $\bar{R}_y$ (движение у стенки) и $\bar{R}_y$ (движение между стенкой и свободной поверхностью жидкости).

Результаты вычислений представлены в виде графиков

$$\bar{R}_y = f(\bar{a}, \bar{h}), \quad \bar{R}_y = f(\bar{a}, \bar{h}) \quad \text{и} \quad \bar{R}_y = f(\bar{a}, \bar{h}) \quad \text{для}$$

$\bar{a} = 1,0; 2,0; 4,0; 6,0$ и $8,0$ при относительном расстоянии до границ $\bar{h} = 1/b = 1 - 10,0$ (h - расстояние от центра тяжести поперечного сечения цилиндра до границы).

Сравнение экспериментальных данных с данными расчетов, выполненных по формулам второй главы, указывает на некоторое расхождение результатов по мере увеличения $\bar{a}$ и уменьшения $\bar{h}$.

что согласуется с допущениями, принятыми в аналитическом методе.

В пятой главе с помощью метода вынужденных вертикальных

колебаний экспериментально определяется присоединенная масса цилиндрических тел, имеющих различную форму поперечных сечений.

Эксперимент проводился^{x/} с использованием специально спроектированной установки, на которой вращательное движение с помощью кривошипно-кулисного механизма преобразовывалось в поступательное движение, передающееся через пружину и штангу испытываемому телу.

Вынужденные вертикальные колебания описываются линеаризованным уравнением, представленным в следующем виде:

$$(m + \mu_y) \frac{d^2 y}{dt^2} + R^* \frac{dy}{dt} + (\gamma S_0 + C_n) y = C_n \tau \cos \omega t \quad (16)$$

где m - масса модели; μ_y - присоединенная масса модели;

R^* - коэффициент демпфирования;

S_0 - площадь действующей ватерлинии;

γ - объемный вес воды; C_n - жесткость пружины;

τ - радиус кривошипа;

y - перемещение нижнего конца пружины;

ω - частота колебаний модели ($\omega = 2\pi/\tau$, τ - период колебаний модели); t - время.

После выполнения решения с учетом, что $y = A_y e^{i(\omega t - \delta_y)}$

(A_y - амплитуда колебаний модели,

δ_y - сдвиг по фазе между качаниями модели и возмущениями),

получается выражение для определения присоединенной массы модели

$$\mu_y = \frac{1}{\omega^2} (\gamma S_0 + C_n - \frac{C_n \tau}{A_y} \cos \delta_y) - m \quad (17)$$

Эксперимент выполнен в Институте гидромеханики АН УССР в 1963-64 гг.

Коэффициент присоединенной массы находится в результате деления μ_y на массу модели m т.е.

$$\mu_y = \frac{1}{\omega^2 m} (\gamma S_0 + C_n - \frac{C_n z}{A_y} \cos \delta_y) - 1 \quad (18)$$

В процессе опытов заданными величинами являлись S_0 , C_n , z , m и фактически ω . В результате эксперимента требовалось получить A_y и δ_y .

Механическая установка состояла из массивной станины и смонтированных на ней механизмов. Основными элементами установки являются электродвигатель (постоянного тока, мощностью 0,45 кВт, номинальное число оборотов $n_n = 1500$ об/мин), редуктор (передаточное число $i_p = 11,5$), маховик (диаметр $\phi = 300$ мм), опорный подшипник вала, кривошипно-кулисный механизм, подвижная рамка, направляющие подвижной рамки, пружина, штанга, направляющие ролики, записывающее устройство.

Принятая электрическая схема позволяла в широких пределах регулировать число оборотов двигателя, а следовательно и частоту колебаний модели.

Практически величина ω изменялась в пределах

$$2\pi/\tau = 1,2 - 18 \text{ сек}^{-1}.$$

Амплитуда возмущений задавалась величиной радиуса кривошипного механизма, которая могла изменяться от 0 до 50 мм.

Основная часть экспериментов была выполнена с пружиной, жесткость которой $C_n = 1607$ н/м, и лишь некоторая часть опытов - при $C_n = 1086$ н/м.

В записывающем устройстве использовался открытый метод записи на диаграммную ленту. Запись производилась с помощью перьев, применяемых на барографах, а также с помощью стержней шариковых ручек.

Эксперименты проводились в двух специально подготовленных лотках, длина которых равнялась 13,6 м., ширина 0,88 и высота соответственно 0,50 и 1,50 м. Стенки лотков металлические, а дно бетонное. В торцах лотков устанавливались волногасители с уклоном, равным 1/3.

Часть контрольных опытов была проведена в волновом лотке с бетонными стенками и дном. Длина лотка 24,0 м, ширина 0,87 м и высота 1,40 м. Во всех случаях механическая установка располагалась в средней части лотков на равном расстоянии от волногасителей.

Помимо записей параметров, входящих в формулу (17), производилась регистрация образующихся волн. Это осуществлялось с помощью двухстержневого датчика, работающего на принципе изменения сопротивления в цепи при изменении погружения стержней.

Эксперимент был проведен с моделями, представленными четырьмя основными сериями. Первая серия - это цилиндрические модели с полуэллиптическим поперечным сечением подводной части с отношением большой и малой полуоси сечений $\bar{a} = 1, 2, 3, 5$ и 10. Размеры модели в мм показаны в таблице 2, где L - длина моделей, a - большая полуось сечения, b - меньшая полуось сечения (осадка модели), β - коэффициент полноты погруженной части поперечного сечения.

Таблица 2

$\bar{a}$	L	$2a$	b	β	$\bar{a}$	L	$2a$	b	β
1 ^x	866	196	98	0,784	3	866	355	65	0,784
	855	1000	500	0,784	5	865	397	40,5	0,784
	864	100	50	0,784	10	865	495	35	0,784
2	867	294	74,5	0,784					

^x/ Модели масштабной серии.

Модели второй серии представлены клиновидными моделями с углами заострения клина $\gamma_k = 1/6 \pi, 1/3 \pi, 1/2 \pi, 2/3 \pi$ и $5/6 \pi$.

Размеры моделей в мм даны в таблице 3.

Где B_w - ширина модели по ватерлинии, T - осадка модели.

Таблица 3.

γ_k	L	B_w	T	B_w/T	β
$1/6 \pi$	867	155	199	0,78	0,5
$1/3 \pi$	867	191	166	1,15	0,5
$1/2 \pi$	867	258	129	2,00	0,5
$2/3 \pi$	867	347	100	3,47	0,5
$5/6 \pi$	867	395	53	7,46	0,5

В состав третьей серии входили цилиндрические модели с эллиптическим поперечным сечением ($\bar{a} = 1, 2, 5$ и 10), размеры которых в мм даны в таблице 4.

Таблица 4.

$\bar{a}$	L	a	b
1	865	100	100
2	866	100	50
5	866	200	40
10	866	300	30

Четвертая серия - это модели катамаранного типа, т.е. двухкорпусные цилиндрические модели. Устройство моделей предусматривало оперативное изменение расстояния между корпусами. Поперечные сечения подводной части корпусов представлены полукругом, прямоугольником без закругления скел и прямоугольным треугольником, катеты которого равны осадке T и ширине од-ного корпуса по ватерлинии B_1 . Размеры моделей в мм даны в табл. 5.

Таблица 5.

Форма поперечного сечения подводной части корпуса модели	L	B_1	T
Прямоугольник	866	148	51
Полукруг	865	198	92
Прямоугольный треугольн.	866	88	150

Кроме того на основании одной из моделей катамаранного типа были получены две модели с прямоугольным сечением подводной части корпуса при $B_w = 296$ мм, $T = 51$ мм, $B_w/T = 5,79$ и $B_w = 148$ мм, $T = 72$ мм и $B_w/T = 2,05$.

Все модели были изготовлены из дерева. Поверхность их покрывалась тонким слоем парафина или бакелитом (для моделей с $a = 500$ и 50 мм).

Программа эксперимента предусматривала установление характера и степени зависимости величины присоединённой массы от взаимного расположения границ жидкости (дно, свободная поверхность) и моделей при колебании последних с различной частотой. Также предполагалось определение влияния амплитуд возмущений на интересующий нас гидродинамический параметр, изучение некоторых явлений, имеющих место при колебании моделей катамаранного типа и проверка степени проявления масштабного эффекта.

Клиновидные модели, модели вида полупогруженных эллиптических цилиндров, а также двухкорпусные модели (катамаранного типа) испытывались при изменении относительной глубины $\bar{h} = h_0/T$ в пределах $1,1 - 10,0$.

Радиус кривошипа (амплитуда возмущений) χ для двух первых серий моделей изменялся от 2,5 до 25 мм (2,5; 5,0; 10,0; 15,0; 20,0 и 25,0). Для третьей серии величина χ принималась 5 и 10 мм.

Модели с эллиптическим поперечным сечением испытывались в погруженном состоянии при различных расстояниях от главной оси моделей до свободной поверхности и дна при переменной глубине воды h_0 . При этом для некоторых моделей создавались условия, соответствующие условиям колебания цилиндра под свободной поверхностью (без влияния дна) и вблизи плоской стенки (без влияния свободной поверхности).

Для каждой модели опыт производился примерно при 20 значениях частоты колебаний.

Результаты экспериментов представлены в виде графиков, на которых показана зависимость коэффициента присоединенной массы $\tilde{X}_{y(\omega)}$ от безразмерного частотного параметра $\frac{\omega^2 a}{g}$ (для полупогруженных и полностью погруженных эллиптических цилиндров) при различных относительных глубинах $\bar{h}$, $C_\omega = f(\frac{\omega^2 B_w}{2g}, \bar{h})$ (для клиновидных моделей и моделей с прямоугольным поперечным сечением, $C_\omega = \frac{\mu_{\text{пр}}}{\rho \pi/8 B_w^2}$, $\mu_{\text{пр}}$ - величина присоединенной массы, приходящейся на единицу длины модели; ρ - массовая плотность воды, B_w - ширина модели по ватерлинии), а также $\tilde{X}_{y(\omega)} = f(\frac{\omega^2 B_1}{g}, \bar{h}, \bar{b})$ (для двухкорпусных моделей; при этом B_1 - ширина одного корпуса по ватерлинии, $\bar{b} = b_1/B_1$, b_1 - расстояние между корпусами по ватерлинии).

Из графиков, относящихся к полупогруженным эллиптическим цилиндрам видно, что величина $\tilde{X}_{y(\omega)}$ существенно зависит от частоты колебаний, соотношения размеров поперечных сечений и глубины h_0 . При этом характерным является то, что значение $\tilde{X}_{y(\omega)}$ для случая глубокой воды при довольно низких частотах колебаний несколько выше, чем в некоторых случаях. Ограниченной глубины. В проведенных опытах это обычно проявляется при $\frac{\omega^2 a}{g} < 0,5$. Например для кругового цилиндра в случае глубокой воды при

$\frac{\omega^2 a}{g} = 0,25$ величина $\tilde{X}_{y(\omega)}$ больше значения этого коэффициента для $\bar{h} = 2,0$ и $1,5$ при том же $\frac{\omega^2 a}{g}$.

Проводится сравнение экспериментальных данных с результатами аналитических расчетов, приведенных в работе И.О. и Ф.Урселла для $\bar{a} = 1$ при $\bar{h} = 2,0$ и $\bar{h} \gg 10$. Отмечается подобие в характере сравниваемых кривых, однако в зоне низких частот ($\frac{\omega^2 a}{g} < 1,0$) имеет место существенное расхождение результатов, объяснение которому, повидимому, надо искать в определенном несоответствии условий эксперимента условиям, заложенным в теорию.

Как и для моделей полуэллиптических цилиндров, для клиновидных моделей имеет место влияние частоты колебаний и глубины на величину C_ω . При этом влияние существенно возрастает с увеличением угла заострения γ_k .

Для моделей катамаранного типа величина $\tilde{X}_{y(\omega)}$ в определенном диапазоне частот при других аналогичных условиях зависит от относительного расстояния между корпусами $\bar{b}$.

С целью выявления причин этого явления были произведены исследования по определению характера и амплитуд колебаний уровня воды между корпусами модели и за ее пределами.

Наблюдения и расшифровка записей указывают на следующее:

1. Колебание воды между корпусами носит характер стоячей волны с пучностями в средней части и у бортов модели. При этом амплитуды колебаний в этих местах примерно одинаковы.
2. Минимум $\tilde{X}_{y(\omega)}$ имеет место при частоте, при которой $\frac{h_0}{2A_y}$ ($\frac{h_0}{2}$ - амплитуда колебаний уровня воды между корпусами, A_y - амплитуда колебаний модели) достигает максимума (Рис. 1).

Для модели с прямоугольным поперечным сечением при

$\bar{B} = 1,0$ и $\bar{h} > 10$ это проявляется при $\omega^2 B_1/g = 0,87$.

3. Амплитуда колебаний воды между корпусами при критической частоте превышает амплитуду колебаний модели. Для модели с прямоугольным поперечным сечением корпусов при $\bar{B} = 1,0$ и $\omega^2 B_1/g = 0,87$ $h_0/2A_1 \approx 3,9$.

4. При критической частоте колебаний наблюдается совпадение направления движения модели и воды между корпусами на большей части периода колебаний.

Для катамаранных моделей с поперечным сечением в виде прямоугольного треугольника характерным является то, что при внешнем расположении наклонных бортов (волнообразующих поверхностей) коэффициент присоединенной массы практически не зависит от расстояния между корпусами. При внутреннем же их расположении величина $\bar{B}$ оказывает влияние на характер изменения и величину $\tilde{M}_y^*$.

Величина присоединенной массы моделей катамаранного типа несколько меньше величины присоединенной массы модели, ширина корпуса которой равна удвоенной ширине одного корпуса катамарана.

Характер изменения и величина коэффициентов присоединенной массы полностью погруженного эллиптического цилиндра зависит от соотношения главных размеров сечений, расстояния до границы и вида последней.

Сравнение полученных для последнего случая экспериментальных данных (для высоких частот колебаний) хорошо согласуются с данными расчетов, выполненных по соответствующим формулам второй главы.

Сравнение результатов, полученных в процессе эксперимента с полупогруженными круговыми цилиндрами, радиусы которых равны $\bar{a} = 500$ и 100 мм. указывают на некоторое их расхожде-

ние в зоне низких частот колебаний ($\omega^2 a/g < 1,0$).

Отдельным разделом в работе представлены сравнения и некоторый анализ результатов, полученных различными методами.

Результаты сравнения представлены в виде графиков

$$\tilde{M}_y^* = f(\bar{a}, \bar{h}) \quad \text{и} \quad C_{\infty} = f(\chi_k, \bar{h}),$$

один из которых показан на рис. 2. На нем дана зависимость коэффициента присоединенной массы $\tilde{M}_y^*$ полупогруженных эллиптических цилиндров, совершающих высокочастотные колебания ($\omega \rightarrow \infty$) на свободной поверхности воды различной глубины h_0 . Приведенные данные получены на основании расчетов по формуле (10) второй главы, эксперимента на установке ЗГДА, эксперимента в лотках и вычислений по известной формуле

$$\tilde{M}_y^* = \frac{1}{2} M_y = \frac{1}{2} \pi \rho a^2 \quad (19)$$

откуда

$$\tilde{M}_y^* = \frac{\frac{1}{2} \pi \rho a^2}{\frac{1}{2} \pi \rho a b} = \bar{a} \quad (20)$$

Здесь M_y - присоединенная масса эллиптического цилиндра, совершающего колебания в направлении оси y (в нашем случае расположена вертикально) в безграничном потоке жидкости.

Величина $\tilde{M}_y^*$, полученная на основании эксперимента на установке ЗГДА (Рис. 2) определялась исходя из предположения, что присоединенная масса полупогруженного эллиптического цилиндра, совершающего вертикальные колебания на свободной поверхности жидкости при ограниченной глубине h_0 , равна половине присоединенной массы эллиптического цилиндра при его колебании между двумя стенками, расстояние между которыми равно $2h_0$.

При определении значений $\tilde{M}_y^*$ по результатам экспериментов

в лотках была принята гипотеза, что минимальное значение коэффициентов присоединенной массы $\tilde{X}_{y(\omega)} = f(\frac{a\omega^2}{g})$ для каких-то $\bar{a}$ и $\bar{h}$ примерно вдвое меньше величины его асимптотического значения ($\omega \rightarrow \infty$). Эта гипотеза была принята на основании обнаруженной в процессе обработки материалов закономерности в соотношении указанных величин.

Сравнение полученных различными методами результатов указывает на их достаточно хорошее совпадение. Только при больших значениях $\bar{a}$ ($\bar{a} = 5$) и при малых $\bar{h}$ данные теоретических расчетов существенно отличаются от экспериментальных данных, полученных на механической установке и установке ЭГДА.

Асимптотические значения $\tilde{X}_{y(\omega)} = f(\bar{h})$ для клиновых моделей, полученные экспериментально, отличаются от расчетных величин $\tilde{X}_{y(\omega)}$, (глава III), которые примерно на 15-18% выше экспериментальных.

В табличной форме представлены результаты вычислений отношений величины коэффициента присоединенной массы для данной относительной глубины $\bar{h}$ ($\bar{h} = 1,5; 2,0; 3,0; \text{ и } 5,0$) к величине этого коэффициента для $\bar{h} = 10$.

Данные относятся к трем формам поперечных сечений тел (полуэллипс, клин, прямоугольник) при пяти значениях отношений половины ширины к осадке (1,0; 1,5; 2,0; 2,5 и 3,0) для высокочастотных колебаний ($\omega \rightarrow \infty$) и при трех значениях $B_w/2T$ (1,0; 2,0; и 3,0) для конечных значений частоты ($\frac{\omega^2 a}{2g} = 0,5; 1,0; 1,5; \text{ и } 2,0$).

Анализ результатов позволяет говорить, что при $\omega \rightarrow \infty$ в рассмотренном диапазоне $B_w/2T$ величина отношения коэффициента $\tilde{X}_{y(\omega)}$ для производной глубины $\bar{h}$ к величине этого коэффициента, полученного для глубокой воды, при одинаковом значении

$B_w/2T$ практически не зависит от формы контура.

На основании анализа исследований, проведенных с помощью различных методов (приближенный метод для определения присоединенной массы эллиптических цилиндров, метод решения задачи по граничным условиям — определение присоединенной массы клина, эксперимент с помощью метода ЭГДА, а также экспериментальный метод вынужденных колебаний) сделаны следующие выводы:

1. Имеет место достаточно хорошее согласование результатов, полученных на основании принятых в работе методов исследований.

2. Влияние уменьшения глубины воды на величину присоединенной массы особенно сильно проявляется с увеличением отношения ширины тела к его осадке (B_w/T).

При этом значение коэффициентов присоединенной массы контуров, совершающих колебание на свободной поверхности с достаточно низкими частотами (в нашем случае в зоне $\frac{\omega^2 a}{g} < 0,5$), в условиях безграничной глубины могут быть несколько больше, чем в условиях мелководья (например для $\bar{a} = 1$ при $\frac{\omega^2 a}{g} = 0,25$

$$\frac{\tilde{X}_{y(\omega)}(\bar{h}=2,0)}{\tilde{X}_{y(\omega)}(\bar{h}=10,5)} = 0,79.$$

Минимальные значения коэффициентов присоединенной массы эллиптических контуров, совершающих вертикальные колебания на свободной поверхности жидкости, в рассмотренном диапазоне частот по величине равны примерно половине асимптотических значений этого коэффициента (при $\omega \rightarrow \infty$). Это наблюдается при различных относительных глубинах). Причем с увеличением $\bar{a}$ имеет место некоторое перемещение минимума $\tilde{X}_{y(\omega)}$ в зону больших $\frac{\omega^2 a}{g}$.

Отношение коэффициента присоединенной массы контура для

данной конечной глубины при весьма высоких частотах колебаний ($\omega \rightarrow \infty$) по нормали в свободной поверхности жидкости практически не зависит от формы контура (при равных $B_w/2T$).

3. Присоединенная масса модели катамаринного типа с прямоугольным поперечным сечением подводной части корпусов существенно меньше присоединенной массы однокорпусной модели, ширина которой равна суммарной ширине корпусов первой.

В определенном диапазоне частот колебаний значение присоединенной массы моделей катамаринного типа зависит от расстояния между корпусами, и их минимум (в пределах рассмотренного диапазона δ) переходит в зону высших значений $\frac{\omega^2 B}{g}$ при уменьшении δ . Характерным для данного случая является наличие значительных амплитуд колебаний уровня воды между корпусами. При этом величина их может превышать амплитуды колебаний модели (так для модели с прямоугольным поперечным сечением корпусов при $\delta = 1,0$ $\frac{\omega^2 B}{g} = 0,87$ $\eta_0/2A_y = 3,9$).

Для моделей катамаринного типа, корпуса которых имеют форму поперечного сечения в виде прямоугольного треугольника, имеет место зависимость присоединенной массы от расположения (внутреннего или внешнего) наклонного борта.

4. Сравнение результатов эксперимента, проведенного с полупогруженными цилиндрами, имеющими радиусы 500 и 100 мм, указывает на возможность некоторого влияния размеров моделей, которое в наибольшей степени может проявляться в зоне низких частот колебаний.

5. Не обнаружено существенного влияния амплитуд возмущений (радиуса кривошипа Z) на величину присоединенных масс.

6. Полученные результаты могут быть рекомендованы для использования в практических расчетах вибрации, вертикальной

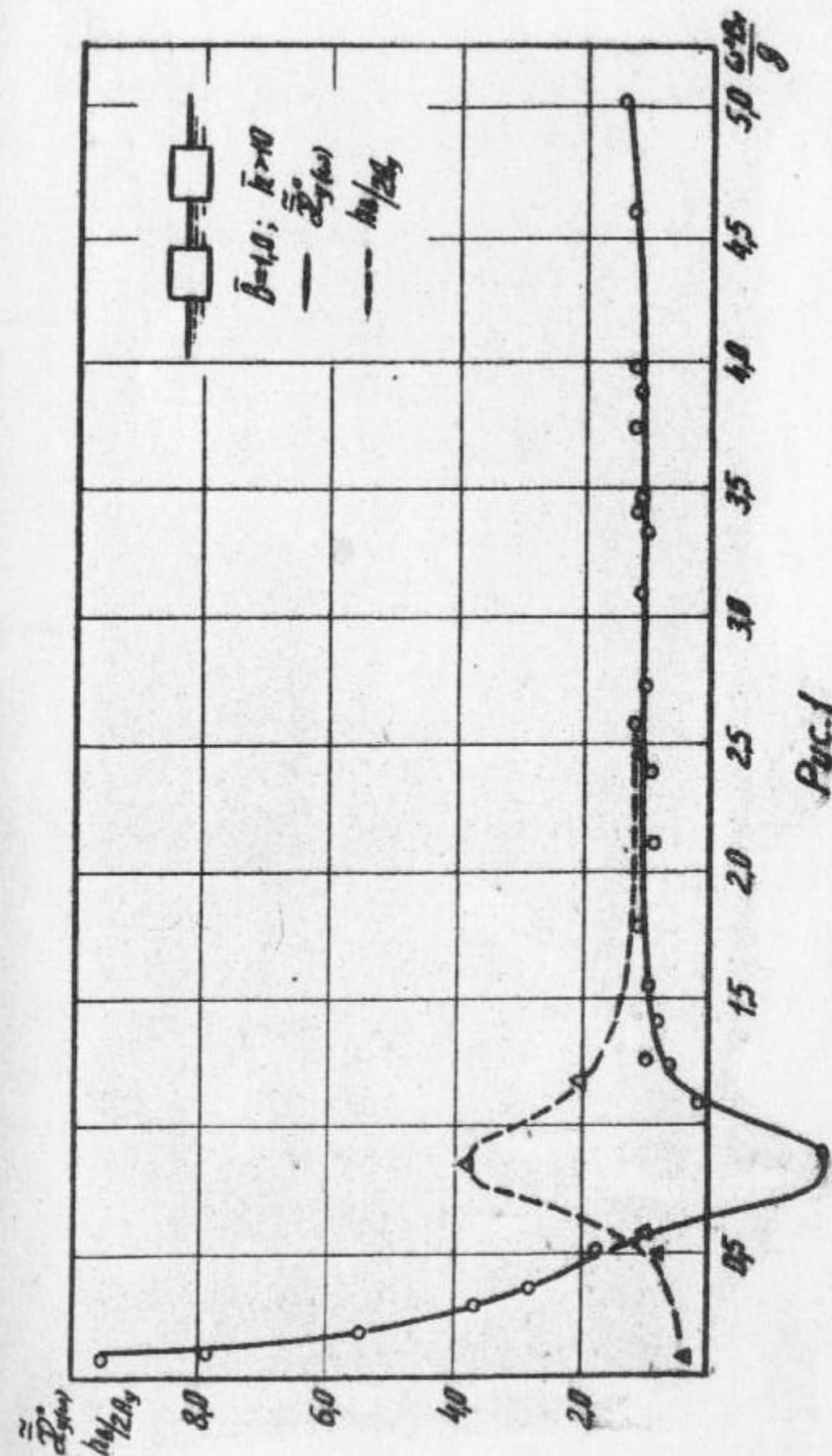
и килевой качки судов, плавающих в условиях мелководья, а также в ряде других задач, связанных с нестационарностью движения тел в ограниченном потоке.

Приведенный перечень литературы включает 163 наименования.

Основное содержание работы опубликовано
в следующих статьях автора.

1. Присоединенная масса эллиптического цилиндра у границы
жидкости, об. Гидротехника и гидромеханика, изд. АН УССР
1964 г.
2. Присоединенная масса клина, колеблющегося в условиях ограничен-
ной глубины. Сб. гидродинамика больших скоростей, вып. 8,
1967, "Наукова думка".
3. О присоединенной массе тел, совершающих колебательное дви-
жение в условиях мелководья. Прикладная механика, т. III,
вып. 7, 1967.
4. Присоединенная масса клина вблизи границы жидкости. Сб.
Доклады ХУП научно-технической конференции по теории корабля
(Крыловские чтения) вып. 88, 1967, НТО СП им. акад. А. Н. Крылова
5. О присоединенной массе катамаранов, Сб. Гидродинамика боль-
ших скоростей, вып. 6, "Наукова думка" находится в печати.

Материалы диссертации докладывались на семинарах и ученых
советах Института гидромеханики АН УССР, а также на VI конфе-
ренции по экспериментальной гидромеханике судна в 1964г. (Эк-
спериментальное определение присоединенных масс тел различной
формы при вертикальных колебаниях в жидкости ограниченной
глубины)



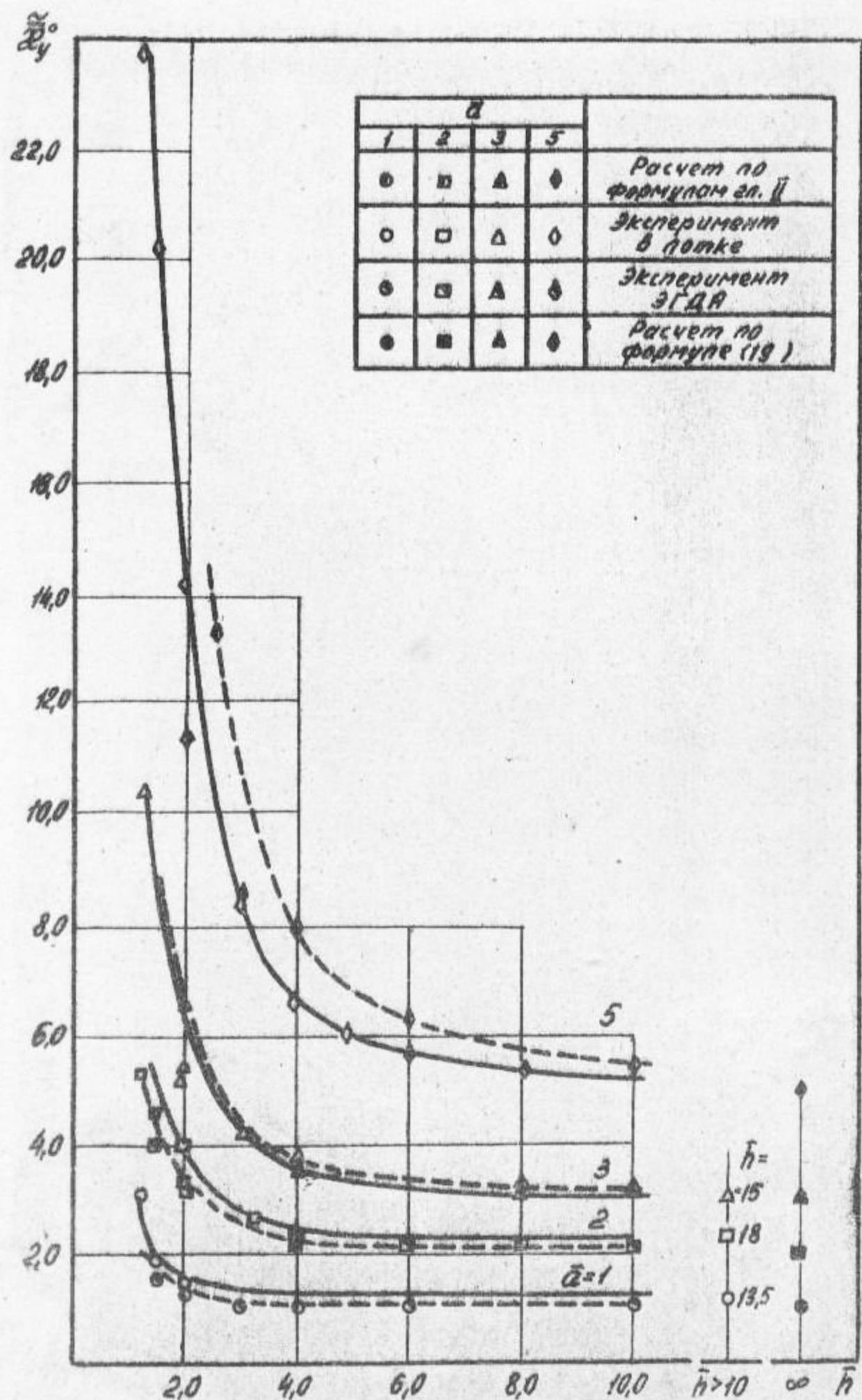


Рис. 2