

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
У країнський державний морський технічний університет
імені адмірала Макарова

Розв'язання задач з електротехніки

Частина I ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО, ЗМІННОГО ТА ТРИФАЗНОГО СТРУМІВ

Рекомендовано Методичною радою УДМТУ
як методичні вказівки

Миколаїв 2002

УДК 621.3

Кінаш А.Т., Жук О.К. Розв'язання задач з електротехніки. Частина 1. Електричні кола постійного, змінного та трифазного струмів. – Миколаїв: УДМТУ, 2002. – 32 с.

Кафедра теоретичної електротехніки та електронних систем

Методичні вказівки містять декілька розділів, кожний з яких включає розв'язання типових задач. Наведені задачі дають можливість розв'язувати їх без додаткового довідкового матеріалу.

Методичні вказівки призначено для індивідуальної роботи студентів неелектротехнічних спеціальностей денного, заочного відділень та дистанційного навчання Українського державного морського технічного університету імені адмірала Макарова.

Іл. 33, табл. 3, спис. літ. – 10 назв.

Рецензент В.М.Рябенський, д-р техн. наук, професор

ВСТУП

Задачі з електротехніки різноманітні, і єдиної методики розв'язання запропонувати не можна. Наведемо лише загальні рекомендації.

1. Необхідно зобразити електричну схему, виписати задані і шукані величини.

2. Проаналізувати схему електричного кола: визначити, скільки гілок, вузлів, незалежних контурів вона містить.

3. На схемі позначити всі її вузли, показати задані і прийняті напрямки ЕРС, напруг і струмів. Індокси струмів у гілках рекомендується вибирати такими ж, як індокси в елементах даної гілки.

4. Літерні позначення й одиниці фізичних величин повинні відповідати державному стандарту:

Опір електричний активний R , Ом.

Опір електричний реактивний X , Ом.

Опір електричний повний Z , Ом.

Провідність електрична активна G , Ом.

Провідність електрична реактивна B , См.

Провідність електрична повна Y , См.

Ємність C , Ф.

Індуктивність L , Гн.

Електрорушійна сила (ЕРС) E , В.

Напруга U , В.

Струм I , А.

Потужність активна P , Вт.

Потужність реактивна Q , вар.

Потужність повна S , В·А.

Частота f , Гц.

Кутова частота ω , рад/с.

1. ЛІНІЙНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ З ОДНИМ ДЖЕРЕЛОМ ЖИВЛЕННЯ

При розв'язанні задач з одним джерелом живлення найчастіше застосовують метод згортання кола. Цей метод полягає в заміні груп послідовно і паралельно з'єднаних резисторів еквівалентним. Потім за рівнянням стану простого контуру визначають струм у нерозгалуженій частині кола. За допомогою зворотного перетворення знаходять струми у всіх гілках заданого кола.

Приклад 1.1. Для електричної схеми (рис.1.1) знайти струм у нерозгалуженій частині кола й в окремих гілках. Напруга на затискачах кола $U = 16$ В.

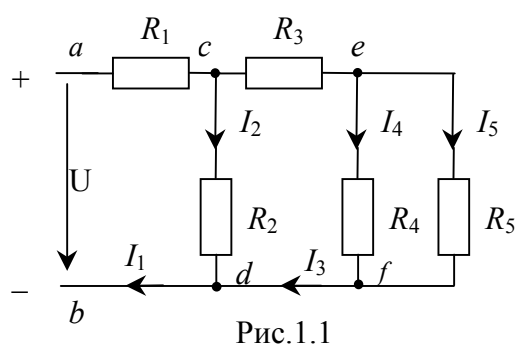


Рис.1.1

Опори $R_1 = 3,5$ Ом, $R_2 = 3,0$ Ом, $R_3 = 1,8$ Ом, $R_4 = 2,0$ Ом, $R_5 = 3,0$ Ом.

Порядок розв'язання задач методом перетворення електричного кола такий:

1. Визначаємо кількість гілок, тобто невідомих струмів. Дане коло має п'ять гілок.

2. Позначаємо на схемі всі вузли (a, b, c, d, e, f) і вказуємо позитивні напрямки струмів (I_1, I_2, I_3, I_4, I_5) від позитивного полюса джерела ЕРС до негативного, тобто напрямом, що збігається з напрямком руху позитивно заряджених часток.

3. Визначаємо еквівалентний опір. Резистори R_4 і R_5 з'єднані паралельно. Їхній еквівалентний опір

$$R_{ef} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}, \quad R_{ef} = \frac{2 \cdot 3}{2 + 3} = 1,2 \text{ Ом.}$$

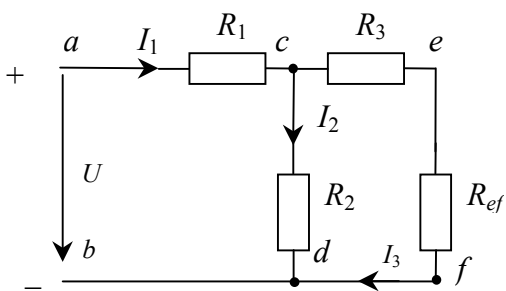


Рис.1.2

Схему рис.1.1 приведемо до еквівалентної, зображеної на рис.1.2. Резистори R_3 і R_{ef} з'єднані послідовно.

Їхній еквівалентний опір

$$R_{3ef} = R_3 + R_{ef},$$

$$R_{3ef} = 1,8 + 1,2 = 3 \text{ Ом.}$$

На ділянці cd резистори R_2 і R_{3ef}

з'єднані паралельно. Їхній еквівалентний опір

$$R_{cd} = \frac{R_2 \cdot R_{3ef}}{R_2 + R_{3ef}}, \quad R_{cd} = \frac{3 \cdot 3}{3 + 3} = 1,5 \text{ Ом.}$$

Таким способом схема рис.1.2 приводиться до схеми, зображеної на рис.1.3. Резистори R_1 і R_{cd} з'єднані послідовно, еквівалентний опір кола

$$R_{ab} = R_1 + R_{cd}, \quad R_{ab} = 3,5 + 1,5 = 5 \text{ Ом.}$$

4. Визначаємо струми гілок і напруги на ділянках електричного кола. Струм у нерозгалуженій частині кола

$$I_1 = \frac{U}{R_{ab}}, \quad I_1 = \frac{16}{5} = 3,2 \text{ Ом.}$$

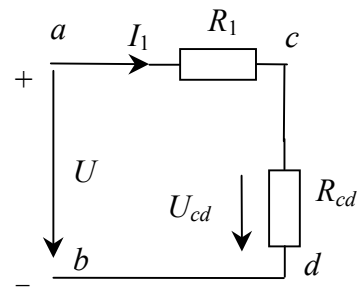


Рис.1.3

Укажемо на рис.1.3 умовно-позитивний напрямок спадання напруги на резисторі R_{cd} .

Для розрахунку струмів у гілках визначимо напругу на розгалуженій ділянці кола U_{cd} :

$$U_{cd} = R_{cd} I_1, \quad U_{cd} = 1,5 \cdot 3,2 = 4,8 \text{ В.}$$

Струми

$$I_2 = \frac{U_{cd}}{R_2}; \quad I_3 = \frac{U_{cd}}{R_3};$$

$$I_2 = \frac{4,8}{3} = 1,6 \text{ А}; \quad I_3 = \frac{4,8}{3} = 1,6 \text{ А.}$$

Напруга на резисторі R_{ef}

$$U_{ef} = R_{ef} I_3, \quad U_{ef} = 1,2 \cdot 1,6 = 1,92 \text{ В.}$$

Струми в гілках

$$I_4 = \frac{U_{ef}}{R_4}; \quad I_5 = \frac{U_{ef}}{R_5}; \quad I_4 = \frac{1,92}{2} = 0,96 \text{ А}; \quad I_5 = \frac{1,92}{3} = 0,64 \text{ А.}$$

2. ЛІНІЙНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ З ДЕКІЛЬКОМА ДЖЕРЕЛАМИ ЖИВЛЕННЯ

Розглянемо застосування різних методів розрахунку складних лінійних кіл постійного струму на прикладі 2.1.

Приклад 2.1. Для електричного кола (рис.2.1) з параметрами $E_1 = 120 \text{ В}$, $E_2 = 80 \text{ В}$, $U = 20 \text{ В}$, $R_1 = R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 40 \text{ Ом}$, $R_4 = 50 \text{ Ом}$ визначити всі струми методами законів Кірхгофа, контурних струмів,

напруги між двома вузлами, а також струм у резисторі R_4 методом еквівалентного генератора. Скласти баланс активних потужностей.

Метод рівнянь Кірхгофа

Порядок розрахунку:

1. Визначаємо кількість невідомих струмів, що дорівнює числу гілок кола p . Для кожної гілки задаємо довільним напрямком струму. Струми в рівняннях Кірхгофа є алгебричними величинами, знаки яких залежать від напрямку струмів.

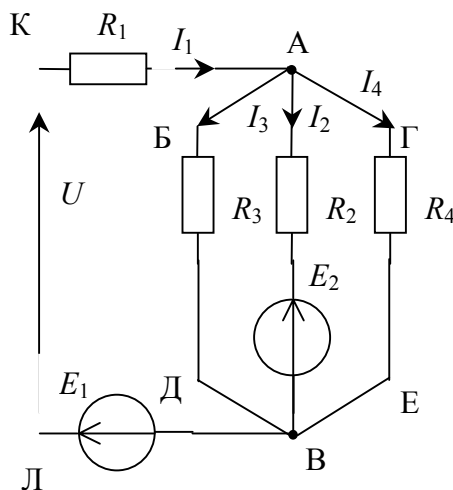


Рис.2.1

2. Складаємо взаємно незалежні рівняння за першим законом Кірхгофа, кількість яких дорівнює числу вузлів q , зменшених на одиницю $(q - 1)$.

3. Складаємо взаємно незалежні рівняння за другим законом

Кірхгофа, число яких $n = p - q = 1$.

У колі рис.2.1 кількість невідомих струмів $p = 4$. Отже, необхідно розв'язати систему з чотирьох рівнянь.

Число вузлів $q = 2$, тому необхідно скласти одне рівняння за першим законом Кірхгофа:

$$-I_1 - I_2 + I_3 + I_4 = 0.$$

Прийнявши напрямок обходу контурів АБДВЛК і АГЕВ за годинниковою стрілкою, контуру АБДВ проти годинникової стрілки і з огляду на правило знаків, одержимо:

$$R_1 I_1 + U + R_3 I_3 = E_1; \quad R_2 I_2 + R_3 I_3 = E_2; \quad R_2 I_2 + R_4 I_4 = E_2.$$

З урахуванням числових значень система рівнянь набуває вигляду:

$$-I_1 - I_2 + I_3 + I_4 = 0;$$

$$2I_1 + 20 + 40I_3 = 120;$$

$$2I_2 + 40I_3 = 80;$$

$$2I_2 + 50I_4 = 80.$$

Розв'язання цієї системи рівнянь дає значення шуканих струмів:

$$I_1 = 6,94 \text{ А}; \quad I_2 = -3,06 \text{ А}; \quad I_3 = 2,15 \text{ А}; \quad I_4 = 1,72 \text{ А}.$$

Знак "мінус" показує, що дійсний напрямок струму протилежний.

Метод контурних струмів

У методі контурних струмів як проміжні змінні вибирають струми, що замикаються в кожному незалежному контурі і названі контурними. Цей метод заснований на другому законі Кірхгофа. Для незалежних контурів складають систему рівнянь.

Порядок розрахунку:

1. Визначаємо незалежні контури і задаємося умовними позитивними напрямками контурних струмів. Контурні струми на відміну від струмів гілок мають індекси, позначені римськими цифрами.

2. Складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа, роблячи обхід контурів у напрямку їхніх контурних струмів.

Число рівнянь дорівнює числу контурних струмів $n = p - q + 1$.

Сума опорів усіх резистивних елементів кожного контуру зі знаком "плюс" є коефіцієнтом при струмі контуру.

Знак коефіцієнта при струмі суміжних контурів залежить від збігу чи розбіжності суміжних контурних струмів. При збігу – знак "плюс", розбіжності – "мінус".

ЕРС входить у рівняння зі знаком "плюс", якщо напрямок ЕРС і напрямку струму контуру збігаються, і "мінус" – при їх розбіжності.

3. Визначаємо контурні струми і струми гілок. Значення контурних струмів збігаються зі значеннями дійсних струмів тільки в зовнішніх гілках. Струми суміжних гілок визначаються контурними струмами сусідніх контурів.

Для схеми, зображеної на рис.2.2, визначаємо число незалежних контурів

$$n = 4 - 2 + 1 = 3.$$

Вибираємо ці контури і вказуємо в них напрямки контурних струмів I_I , I_{II} , I_{III} . Складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа:

$$(R_1 + R_3)I_I + R_3I_{II} = E_1;$$

$$R_3I_I + (R_2 + R_3)I_{II} + R_2I_{III} = E_2;$$

$$R_2I_{II} + (R_2 + R_4)I_{III} = E_2.$$

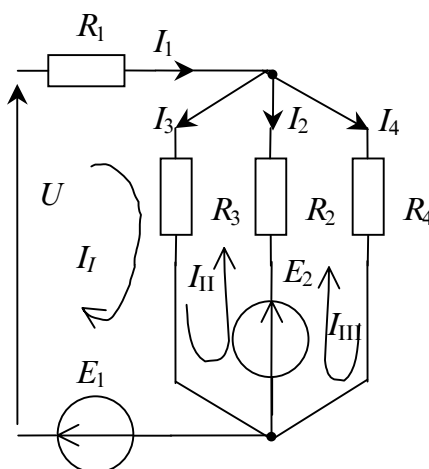


Рис.2.2

З урахуванням числових значень система рівнянь набуває вигляду:

$$(2 + 40)I_I + 40I_{II} + 20 = 120;$$

$$40I_I + (2 + 40)I_{II} + 20I_{III} = 80;$$

$$2I_{II} + (2 + 50)I_{III} = 80.$$

Розв'язання системи рівнянь дає:

$$I_1 = 6,04 \text{ A}; \quad I_2 = -4,79 \text{ A}; \quad I_3 = 1,72 \text{ A}.$$

Визначаємо дійсні струми гілок

$$I_1 = I_I, \quad I_2 = I_{II} + I_{III}, \quad I_3 = I_I + I_{II}, \quad I_4 = I_{III}.$$

$$I_1 = 6,94 \text{ A}; \quad I_2 = -4,79 + 1,72 = -3,07 \text{ A};$$

$$I_3 = 6,94 - 4,79 = 2,15 \text{ A}; \quad I_4 = 1,72 \text{ A}.$$

В отриманому результаті $(-3,07)$ знак "мінус" указує, що дійсний напрямок струму I_2 протилежний напрямку контурного струму I_{II} . Дійсні напрямки струмів I_1 , I_2 , I_3 і I_4 указані на рис.2.2.

Метод напруг між двома вузлами

Якщо розгалужене коло має тільки два вузли, то аналіз таких кіл ведуть методом напруг між двома вузлами.

В електричному колі (див. рис.2.1) напругу U можна замінити джерелом із внутрішнім опором $R=0$ і електрорушійною силою E . У цьому випадку схема набуває вигляду, як показано на рис.2.3.

Послідовність розрахунку:

1. Задаємося довільним напрямком вузлової напруги і за формулою

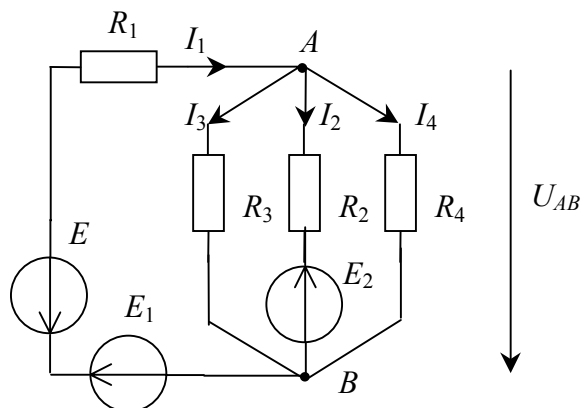


Рис.2.3

$$U_{AB} = \frac{\sum_{k=1}^m E_k G_k}{\sum_{k=1}^m G_k}$$

визначаємо його величину і напрямок (тут n – кількість гілок, m – кількість активних гілок із джерелами ЕРС). Вважаємо, що вузол A має позитивний потенціал.

Запам'ятаємо, що добуток $E_k G_k$ має знак "плюс", якщо ЕРС направлена до вузла B , і знак "мінус" – до вузла A .

2. Задаємося довільним напрямком струмів гілок і складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа. Розв'язуючи систему рівнянь, визначаємо струми.

Для схеми, зображеної на рис.2.3, визначаємо струми методом напруг між двома вузлами.

Вузлова напруга

$$U_{AB} = \frac{\frac{E_1 - E}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}, \quad U_{AB} = \frac{\frac{120 - 20}{2} - \frac{80}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{40} + \frac{1}{50}} = 86,124 \text{ В.}$$

Складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа і визначаємо струми в активних гілках. При цьому задаємося довільним напрямком струмів активних гілок:

$$\begin{aligned} E_1 - E &= R_1 I_1 + U_{AB}, & E_2 &= -R_2 I_2 + U_{AB}. \\ I_1 &= \frac{E_1 - E - U_{AB}}{R_1}, & I_2 &= \frac{-E_2 + U_{AB}}{R_2}. \\ I_1 &= \frac{120 - 20 - 86,124}{2} = 6,94 \text{ А}; & I_2 &= \frac{-80 + 86,124}{2} = 3,06 \text{ А}. \end{aligned}$$

Знаючи напрямок вузлової напруги U_{AB} , установлюємо напрямки струмів пасивних гілок і обчислюємо їхні величини:

$$\begin{aligned} I_3 &= \frac{U_{AB}}{R_3}; & I_4 &= \frac{U_{AB}}{R_4}; \\ I_3 &= \frac{86,124}{40} = 2,15 \text{ А}; & I_4 &= \frac{86,124}{50} = 1,72 \text{ А}. \end{aligned}$$

Метод еквівалентного генератора

Метод еквівалентного генератора застосовується в тих випадках, коли необхідно визначити струм в одній гілці чи проаналізувати режим роботи цієї гілки при зміні параметрів в іншій гілці.

Порядок розрахунку:

1. Розділимо електричне коло на дві частини: гілка, у якій потрібно визначити струм (зовнішня частина), і все інше коло, що залишилося (внутрішня частина).

За теоремою про еквівалентний генератор усю внутрішню частину можна замінити одним джерелом живлення з ЕРС E_r і опором R_r .

Еквівалентна схема – це послідовно з'єднані елементи гілки (R), у якій необхідно визначити струм та ЕРС E_r з внутрішнім опором R_r .

2. Обчислюємо параметри еквівалентного генератора. ЕРС еквівалентного генератора E_r дорівнює напрузі на затискачах внутрішньої частини кола U_{xx} при відключеній зовнішній частині кола.

3. Визначаємо опір еквівалентного генератора R_r , що дорівнює опору внутрішньої частини кола при відключеній зовнішній частині кола.

4. Визначаємо струм за формулою

$$I = \frac{E_r}{R + R_r}.$$

Для кола, зображеного на рис.2.3, визначимо струм в гілці з резистором R_1 методом еквівалентного генератора.

Напруга на затискачах внутрішньої частини кола (рис.2.4,*а*) дорівнює ЕРС еквівалентного генератора $E_r = U_{xx}$:

$$U_{xx} = \frac{\frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}, \quad U_{xx} = \frac{\frac{80}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{40} + \frac{1}{50}} = 73,39 \text{ В.}$$

Опір еквівалентного генератора R_r дорівнює опору внутрішньої частини кола рис.2.4,*б*.

$$\frac{1}{R_r} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}; \quad \frac{1}{R_r} = \frac{1}{2} + \frac{1}{40} + \frac{1}{50}; \quad R_r = 1,835 \text{ Ом.}$$

На основі еквівалентної схеми (рис.2.4,*в*) знаходимо струм в гілці з резистором R_1 :

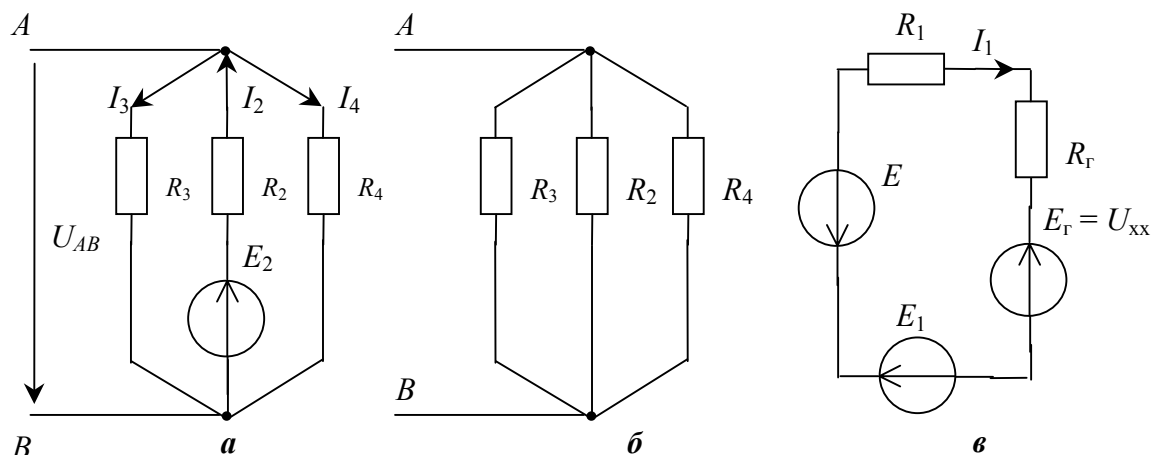


Рис.2.4

$$I_1 = \frac{E_1 - E - E_r}{R_1 + R_r},$$

$$I_1 = \frac{120 - 20 - 73,39}{2 + 1,835}.$$

При складанні балансу потужності треба мати на увазі те, що в тих гілках, де дійсний напрямок струму збігається з напрямком ЕРС, то відповідна ЕРС буде джерелом енергії, а в тих ділянках, де напрямок ЕРС і струми протилежні, джерело ЕРС буде споживачем. Усі резистивні елементи є споживачами.

Баланс активних потужностей має вигляд

$$\sum_{k=1}^n P_{\text{дж}} = \sum_{k=1}^m P_{\text{спож}},$$

де $P_{\text{дж}}$ – потужність джерела; $P_{\text{спож}}$ – потужність споживача; n – кількість джерел; m – кількість споживачів.

Складемо баланс активних потужностей для прикладу 2.1. Дійсні напрямки струмів I_1, I_2, I_3 і I_4 зазначені на рис.2.2. Визначаємо, що джерелом енергії є ЕРС E_1 , а споживачем – ЕРС E_2 .

Потужність джерела

$$P_{\text{дж}} = E_1 I_1, \quad P_{\text{дж}} = 120 \cdot 6,94 = 832,8 \text{ Вт.}$$

Потужність споживачів

$$P_{\text{спож}} = E_2 I_2 + R_1 I_1^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + U I_1;$$

$$P_{\text{спож}} = 80 \cdot 3,06 + 2 \cdot 6,94^2 + 2 \cdot 3,06^2 + 40 \cdot 2,15^2 + 50 \cdot 1,72^2 + 2 \cdot 6,94 = 831,47 \text{ Вт.}$$

Баланс активних потужностей

$$P_{\text{дж}} \approx P_{\text{спож}}, \quad 832,8 \text{ Вт} \approx 831,47 \text{ Вт.}$$

Приклад 2.2. Як зміниться струм I та напруга U_1 в електричному колі рис.2.5 після ввімкнення рубильника Р?

До ввімкнення рубильника:
еквівалентний опір електричного кола

$$R = R_1 + R_2,$$

струм дорівнює

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{R_1 + R_2}.$$

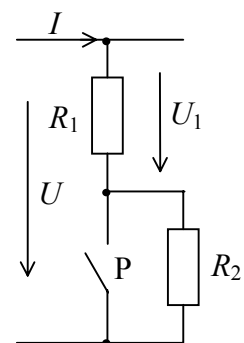


Рис 2.5.

Після ввімкнення рубильника

еквівалентний опір електричного кола зменшився:

$$R' = R_1, \quad R' < R,$$

струм збільшився:

$$I' = \frac{U}{R'} = \frac{U}{R_1}, \quad I' > I.$$

Напруга на резисторі R_1 збільшилась:

$$U' = R_1 I', \quad U' > U.$$

Відповідь. Струм I – збільшився, напруга U_1 – збільшилась.

Приклад 2.3. В колі збільшився опір R споживача, при цьому струм збільшився. Як це буде впливати на напругу на затискачах кола? Внутрішній опір джерела живлення дорівнює R_0 .

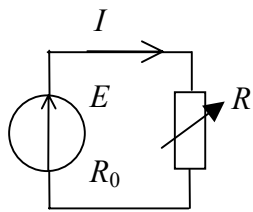


Рис.2.6

Якщо треба враховувати внутрішній опір джерела живлення, то рівняння зовнішньої характеристики

$$U = E - R_0 I,$$

де напруга на затискачах $U = RI$, ЕРС джерела $E = \text{const}$.

Струм кола

$$I = \frac{U}{R + R_0}.$$

Якщо збільшився опір R , а $R_0 = \text{const}$, то струм і спад напруги $R_0 I$ зменшилися, а як наслідок, збільшилась напруга U .

Якщо внутрішній опір джерела живлення $R_0 = 0$, тоді напруга на затискачах не залежить від величини опору R , тому що $E = U$.

Відповідь. Напруга на затискачах збільшується, якщо враховувати внутрішній опір джерела живлення.

3. ОДНОФАЗНІ КОЛА СИНУСОЇДАЛЬНОГО СТРУМУ

Однофазним колом синусоїдального струму називають коло, яке містить один або декілька джерел електричної енергії змінного струму, що мають однакову частоту і початкову фазу.

При розрахунку кіл синусоїдального струму, на відміну від розрахунку кіл постійного струму, необхідно враховувати не один, а три пасивні елементи (резистивний, індуктивний і ємнісний), котрі характеризуються відповідно активним опором R , індуктивним опором $X_L = 2\pi fL$ і ємнісним $X_C = \frac{1}{2\pi fC}$, де L – індуктивність; C – ємність; f – частота змінного струму.

Стандартна частота струму в електроенергетичних системах $f = 50$ Гц. Індуктивний і ємнісний опори визначають не тільки значення струмів у колі, але також зсув фаз між напругами і струмами.

Всі закони і методи розрахунку кіл постійного струму справедливі для розрахунку електричних кіл синусоїдального струму в комплексній формі.

Розрахунок кіл синусоїдального струму може бути виконаний і без застосування комплексних чисел. Основні розрахункові формули такі:

при послідовному з'єднанні елементів R, L і C

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad \text{– повний опір,}$$

$$I = \frac{U}{Z} \quad \text{– закон Ома,}$$

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}, \quad \varphi = \arccos \frac{R}{Z} \quad \text{– кут зсуву фаз;}$$

при паралельному з'єднанні двох гілок з елементами R_1, L в одній гілці і R_2, C – в іншій

$$Y = \sqrt{(G_1 + G_2)^2 + (B_C - B_L)^2} \quad \text{– повна провідність розгалуження,}$$

$$\text{де } G_1 = \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2}; \quad G_2 = -\frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} \quad \text{– активні провідності гілок;}$$

$$B_L = \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2};$$

$$B_C = \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2} - \text{реактивні провідності гілок.}$$

Приклад 3.1. Для електричної схеми (рис.3.1) знайти струм і напруги на всіх елементах. Напруга на затискачах кола $U = 120$ В. Опори $R = 30$ Ом, $X_L = 100$ Ом, $X_C = 60$ Ом.

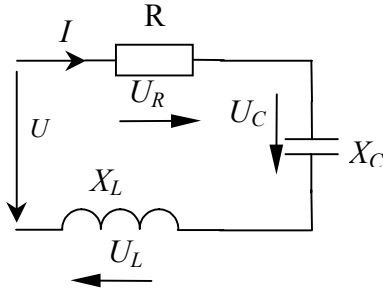


Рис.3.1

Повний опір кола

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2},$$

$$Z = \sqrt{30^2 + (100 - 60)^2} = 50 \text{ Ом.}$$

Струм у колі

$$I = \frac{U}{Z}; \quad I = \frac{120}{50} = 2,4 \text{ А.}$$

Напруги на елементах:

$$U_R = RI;$$

$$U_R = 30 \cdot 2,4 = 72 \text{ В} - \text{активному,}$$

$$U_L = X_L I;$$

$$U_L = 100 \cdot 2,4 = 240 \text{ В} - \text{індуктивному,}$$

$$U_C = X_C I; \quad U_C = 60 \cdot 2,4 = 144 \text{ В} - \text{ємнісному.}$$

Кут зсуву фаз

$$\varphi = \arccos \frac{R}{Z};$$

$$\varphi = \arccos \frac{30}{50} = 53,1.$$

Векторна діаграма показана на рис.3.2.

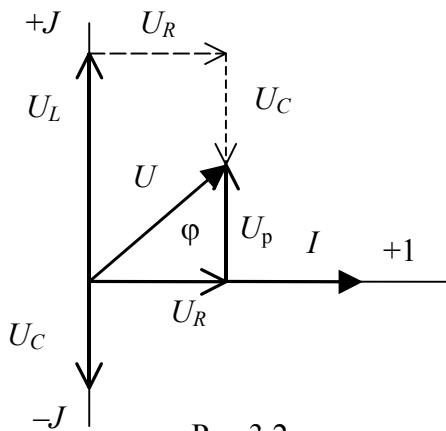


Рис.3.2

Приклад 3.2. Для електричної схеми (рис.3.3) визначити показання амперметрів, активну потужність і $\cos \varphi$ на затискачах кола.

Опори $R_1 = 6$ Ом, $X_L = 8$ Ом, $R_2 = 12$ Ом, $X_C = 16$ Ом. Напруга $U = 60$ В.

Знайдемо провідності гілок розгалуження:

$$G_1 = \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2}; \quad G_1 = \frac{6}{6^2 + 8^2} = 0,06 \text{ См};$$

$$B_1 = \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2}; \quad B_1 = \frac{8}{6^2 + 8^2} = 0,08 \text{ См};$$

$$G_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2}; \quad G_2 = \frac{12}{12^2 + 16^2} = 0,03 \text{ См};$$

$$B_2 = \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2}; \quad B_2 = \frac{16}{12^2 + 16^2} = 0,04 \text{ См}.$$

Провідність розгалуження

$$Y = \sqrt{(G_1 + G_2)^2 + (B_2 - B_1)^2},$$

$$Y = \sqrt{(0,06 + 0,03)^2 + (0,04 - 0,08)^2} = 0,0984 \text{ См}.$$

За знайденим значенням провідності визначаємо опори еквівалентного йому послідовного кола

$$R = \frac{G_1 + G_2}{Y^2}, \quad R = \frac{0,06 + 0,03}{0,0984^2} = 9,28 \text{ Ом};$$

$$X = \frac{B_2 - B_1}{Y^2}, \quad X = \frac{0,04 - 0,08}{0,0984^2} = -4,12 \text{ Ом}.$$

Знак "мінус" показує, що елемент ємнісний. Еквівалентна послідовна схема електричного кола зображена на рис.3.4.

Повний опір

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2},$$

$$Z = \sqrt{9,28^2 + 4,12^2} = 10,15 \text{ Ом}.$$

Струм у нерозгалуженій частині кола

$$I = \frac{U}{Z}; \quad I = \frac{60}{10,15} = 5,91 \text{ А}.$$

Струми в гілках:

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{\sqrt{R_1^2 + X_L^2}},$$

$$I_1 = \frac{60}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = 6 \text{ А}.$$

$$I = \frac{U}{Z_2} = \frac{U}{\sqrt{R_2^2 + X_C^2}},$$

$$I_2 = \frac{60}{\sqrt{12^2 + 16^2}} = 3 \text{ А}.$$

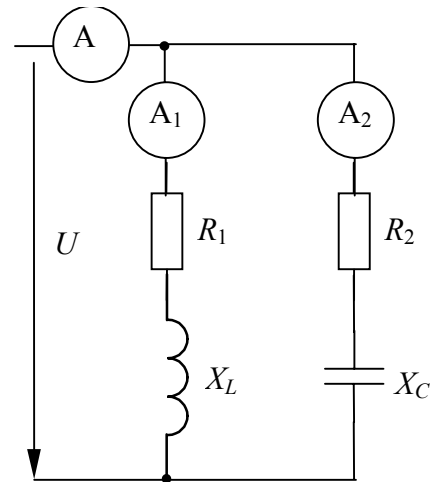


Рис.3.3

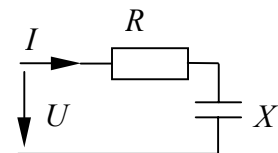


Рис.3.4

Приклад 3.3 . Для електричної схеми рис.3.5 знайти струми у всіх відгалуженнях. Напруга на затискачах кола $U = 12$ В. Параметри елементів: $R = 100$ Ом, $L = 3$ мГн, $C = 1,75$ мкФ, $f = 3$ кГц.

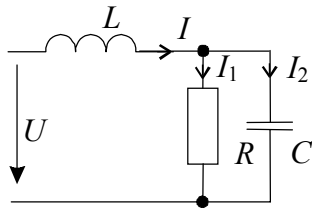


Рис.3.5

Визначаємо активний та ємнісний опори гілок:

$$X_L = 2\pi fL = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 56,52 \text{ Ом};$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 1,75 \cdot 10^{-6}} = 30,33 \text{ Ом}.$$

Провідності гілок розгалуження:

$$\text{активна } G = \frac{1}{R} = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ См};$$

$$\text{реактивна } B_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{30,33} = 0,033 \text{ См};$$

$$\text{повна провідність } Y = \sqrt{G^2 + B_C^2} = \sqrt{0,01^2 + 0,033^2} = 0,0345 \text{ См}.$$

Опори еквівалентного послідовного кола:

$$\text{повний } Z_{\text{посл}} = \frac{1}{Y} = \frac{1}{0,0345} = 29 \text{ Ом};$$

$$\text{активний } R_{\text{посл}} = Z_{\text{посл}} \cos \varphi_{\text{посл}} = 28,57 \cdot 0,29 = 8,41 \text{ Ом};$$

$$\text{реактивний } X_{\text{посл}} = Z_{\text{посл}} \sin \varphi_{\text{посл}} = 29 \cdot \sin 73,15^\circ = 27,75 \text{ Ом}.$$

Коефіцієнт потужності еквівалентного послідовного кола

$$\cos \varphi_{\text{посл}} = \frac{G}{Y} = \frac{0,01}{0,0345} = 0,29; \varphi_{\text{посл}} = 73,15^\circ.$$

Послідовна схема заміщення електричного кола показана на рис.3.6.

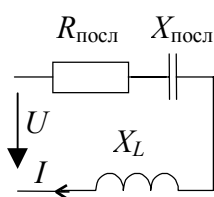


Рис.3.6

Повний опір кола

$$Z = \sqrt{R_{\text{посл}}^2 + (X_L - X_{\text{посл}})^2};$$

$$Z = \sqrt{8,41^2 + (56,52 - 27,75)^2} = 29,97 \text{ Ом}.$$

Струм кола

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{12}{29,97} = 0,4 \text{ А}.$$

Напруга на резисторі R та ємності C :

$$U_{\text{посл}} = Z_{\text{посл}} I = 29 \cdot 0,4 = 11,6 \text{ В}.$$

Струми в гілках:

$$I_1 = \frac{U_{\text{посл}}}{R} = \frac{11,6}{100} = 0,116 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{U_{\text{посл}}}{X_C} = \frac{11,6}{30,33} = 0,382 \text{ А}.$$

Перевірка: $I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{0,116^2 + 0,382^2} = 0,4 \text{ А}$.

Комплексний метод

Зробимо розрахунок прикладу 3.2 комплексним методом.

Послідовність розрахунку:

1. Зображення напруги на вхідних затискачах у комплексній формі.

2. Знаходження комплексних опорів $\underline{Z}_k$ гілок.

3. Обчислення за законом Ома $\dot{I}_k = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_k}$ комплексних струмів гілок.

4. Визначення за першим законом Кірхгофа загальний комплексний струм $\dot{I}$.

5. Розрахування за заданими значеннями напруги $\dot{U}$, струму $\dot{I}$ активної P , реактивної Q , повної S потужності і кута зсуву фаз за формулою комплексної потужності $\tilde{S} = \dot{U}\dot{I}$.

Комплексна напруга на вхідних затискачах $\dot{U} = 60 \text{ В}$.

Комплексні опори гілок:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_L = Z_1 e^{j\varphi_1}; \quad \underline{Z}_2 = R_2 - jX_C = Z_2 e^{-j\varphi_2},$$

де

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_L^2}; \quad \varphi_1 = \arccos \frac{R_1}{Z_1};$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_C^2}; \quad \varphi_2 = \arccos \frac{R_2}{Z_2}.$$

Комплексні струми гілок:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_1}, \quad \dot{I}_1 = \frac{60}{10e^{j53,1^\circ}} = 6e^{-j53,1^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_2}, \quad \dot{I}_2 = \frac{60}{20e^{-j53,1^\circ}} = 3e^{j53,1^\circ} \text{ А},$$

де $\underline{Z}_1 = 6 + j8 = 10e^{j53,1^\circ} \text{ Ом}$, $\underline{Z}_2 = 12 - j16 = 20e^{-j53,1^\circ} \text{ Ом}$.

За формулою Ейлера перейдемо до алгебричної форми зображення комплексного числа:

$$\dot{I}_1 = 6e^{-j53,1^\circ} = 6\cos(-53,1^\circ) + j6\sin(-53,1^\circ) = (3,6 - j4,7) \text{ А.}$$

$$\dot{I}_2 = 3e^{j53,1^\circ} = 3\cos 53,1^\circ + j3\sin 53,1^\circ = (1,8 + j2,4) \text{ А.}$$

Струм у нерозгалуженій частині кола (загальний струм)

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2, \quad \dot{I} = 3,6 - j4,8 + 1,8 + j2,4 = (5,4 - j2,4) \text{ А.}$$

Перейдемо від алгебричної до показової форми зображення комплексного числа:

$$\dot{I} = 5,4 - j2,4 = 5,91e^{-j24^\circ} \text{ А,}$$

$$\text{де } \dot{I} = \sqrt{5,4^2 + 2,4^2} = 5,91 \text{ А, } \cos \varphi = \frac{5,4}{5,91} = 0,914, \quad \varphi = 24^\circ.$$

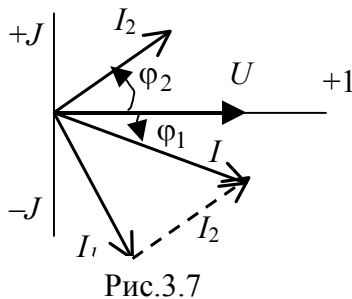


Рис.3.7

Векторна діаграма струмів та напруги зображена на рис.3.7. Повна комплексна потужність

$$\tilde{S} = 60(5,4 + j2,4) = 324 + j144 = 355e^{j24^\circ} \text{ В} \cdot \text{А},$$

де $P = 324 \text{ Вт}$ – активна потужність;
 $Q = 144 \text{ вар}$ – реактивна потужність.

Приклад 3.4. Вхідна напруга $u_{\text{вх}} = 141\sin(\omega t + 30^\circ)$. Опори $R = 5 \text{ Ом}$, $X_L = 4 \text{ Ом}$, $X_C = 1 \text{ Ом}$. Для електричної схеми рис.3.8 визначити миттєве значення вихідної напруги.

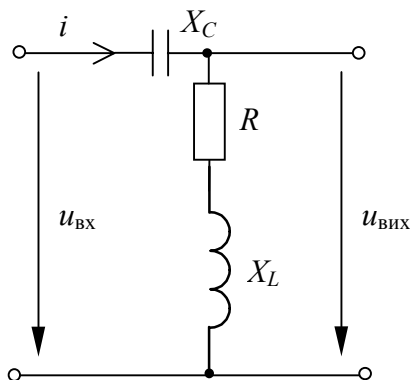


Рис.3.8

Комплексна вхідна напруга

$$\dot{U}_{\text{вх}} = \frac{141}{\sqrt{2}} e^{j30^\circ} = 100e^{j30^\circ} \text{ В.}$$

Комплексний повний опір

$$Z = R + jX_L - jX_C,$$

$$Z = 5 + j4 - j1 = 5 + j3 = 5,83e^{j31^\circ} \text{ Ом.}$$

Комплексний струм

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z}, \quad \dot{I} = \frac{100e^{j30^\circ}}{5,83e^{j31^\circ}} = 17,2e^{-j1^\circ} \text{ А.}$$

Комплексний опір вихідного кола

$$\underline{Z}_{\text{вих}} = R + jX_L, \quad \underline{Z}_{\text{вих}} = 5 + j4 = 6,4e^{j38,7^\circ} \text{ Ом.}$$

Комплексна вихідна напруга

$$\dot{U}_{\text{вих}} = Z_{\text{вих}} \dot{I}, \quad \dot{U}_{\text{вих}} = 6,4e^{j38,7^\circ} \cdot 17,2e^{-j1^\circ} = 110e^{j37,7^\circ} \text{ В.}$$

Миттєва вихідна напруга

$$u_{\text{вих}} = 110\sqrt{2} \sin(\omega t + 37,7^\circ) \text{ В.}$$

Приклад 3.5. У колі змінного струму напруга та струм змінюються за законами: $u = 141\sin(314t + 85^\circ)$ і $i = 14,1\sin(314t + 25^\circ)$. Визначити активну та реактивну потужності кола.

Діючі значення напруги та струму:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{141}{\sqrt{2}} = 100 \text{ В}; \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{14,1}{\sqrt{2}} = 10 \text{ А.}$$

Кут між напругою та струмом

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 85^\circ - 25^\circ = 60^\circ,$$

де початкові фази напруги та струму $\varphi_u = 85^\circ$; $\varphi_i = 25^\circ$.

Активна потужність кола

$$P = UI \cos \varphi; \quad P = 100 \cdot 10 \cos 60^\circ = 100 \cdot 10 \cdot 0,5 = 500 \text{ Вт.}$$

Розрахунок можна зробити комплексним методом:

Комплексні діючі значення напруги та струму

$$\dot{U} = Ue^{j\psi_u} = 100e^{j85^\circ} \text{ В}; \quad \dot{I} = Ie^{j\psi_i} = 10e^{j25^\circ}.$$

Комплексна повна потужність

$$\tilde{S} = \dot{U}\dot{I} = UIe^{j(\psi_u - \psi_i)} = 100 \cdot 10e^{j(85^\circ - 25^\circ)} = 1000e^{j60^\circ} \text{ ВА.}$$

$$\tilde{S} = 1000 \cos 60^\circ + j1000 \sin 60^\circ = (500 + j866) \text{ ВА,}$$

де $P = 500 \text{ Вт}$, $Q = 866 \text{ вар}$.

Приклад 3.6. Знайти активний опір кола, показаного на рис.3.9, якщо $i = 22\sqrt{2} \sin(\omega t - 30^\circ)$, $u = 220\sqrt{2} \sin \omega t$.

Комплексні дійсні значення струму та напруги

$$\dot{I} = 22e^{-j30^\circ} \text{ А}, \quad \dot{U} = 220 \text{ В.}$$

Повний комплексний опір

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}; \quad \underline{Z} = \frac{220}{22e^{-j30^\circ}} = 10e^{j30^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z} = 10 \cos 30^\circ + j10 \sin 30^\circ = (8,66 + j5) \text{ Ом,}$$

де активний опір кола $R = 8,66 \text{ Ом}$.

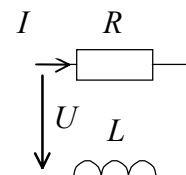


Рис.3.9

4. ТРИФАЗНІ КОЛА

Трифазні електричні кола в залежності від числа проводів, що з'єднують джерело і приймач, бувають трипровідними і чотирьохпровідними.

У чотирьохпровідних колах до приймачів підводяться дві напруги: лінійна U_L (напруга між лінійними проводами) і фазна U_Φ (напруга між лінійним і нейтральним проводами), що пов'язані між собою співвідношенням $U_L = U_\Phi \sqrt{3}$.

У комплексній формі фазні напруги виражаються формулами

$$\dot{U}_A = U_\Phi, \quad \dot{U}_B = U_\Phi e^{-j120^\circ}, \quad \dot{U}_C = U_\Phi e^{j120^\circ}.$$

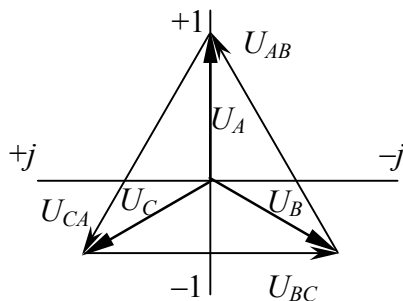


Рис.4.1

Комплексні лінійні напруги:

$$\dot{U}_{AB} = U_L e^{j30^\circ}, \quad \dot{U}_{BC} = U_L e^{-j90^\circ}, \quad \dot{U}_{CA} = U_L e^{j150^\circ}$$

Топографічна діаграма лінійних і фазних напруг зображена на рис.4.1.

Струми в трипровідній системі пов'язані рівнянням першого закону Кірхгофа

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0.$$

Приклад 4.1. До трифазної лінії з лінійною напругою $U_L = 380$ В

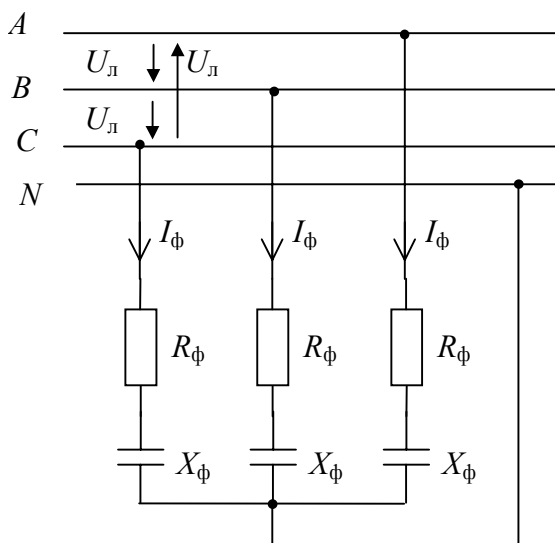


Рис.4.2

підключені три однакових споживачі, з'єднаних за схемою зірка з нейтральним проводом (рис.4.2). Активний і реактивний опори кожного приймача відповідно дорівнюють $R_\Phi = 4$ Ом, $X_\Phi = 3$ Ом. Визначити струми у фазах і нейтральному проводі, а також активну, реактивну і повну потужності трифазної системи.

Навантаження усіх фаз однакові, тому розрахунок проводять для однієї фази.

Напруга фази

$$U_{\Phi} = \frac{U_L}{\sqrt{3}}, \quad U_{\Phi} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В.}$$

Повний опір фази

$$Z_{\Phi} = \sqrt{R_{\Phi}^2 + X_{\Phi}^2}, \quad Z_{\Phi} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ Ом.}$$

Струм фази

$$I_{\Phi} = \frac{U_{\Phi}}{Z_{\Phi}}; \quad I_{\Phi} = \frac{220}{5} = 44 \text{ А.}$$

Струм у нейтральному проводі $I_N = 0$, тому що навантаження симетричне.

Повна, активна і реактивна потужності трифазної мережі відповідно дорівнюють:

$$S = 3U_{\Phi}I_{\Phi}, \quad S = 3 \cdot 220 \cdot 44 = 29040 \text{ В} \cdot \text{А} = 29,04 \text{ кВ} \cdot \text{А.}$$

$$P = S \cos \varphi, \text{ де } \cos \varphi = \frac{R}{Z}, \quad \cos \varphi = \frac{4}{5} = 0,8;$$

$$P = 29,04 \cdot 0,8 = 23,23 \text{ кВт.}$$

$$Q = S \sin \varphi, \text{ де } \sin \varphi = \frac{X}{Z}, \quad \sin \varphi = \frac{3}{5} = 0,6;$$

$$Q = 29,04 \cdot 0,6 = 17,42 \text{ квар.}$$

Приклад 4.2. До трифазної лінії (рис.4.3) з лінійною напругою $U_L = 380 \text{ В}$ підключений несиметричний споживач. Опори кожного приймача відповідно дорівнюють: $R_A = 10 \text{ Ом}$, $R_B = 4 \text{ Ом}$, $X_B = 3 \text{ Ом}$, $R_C = 12 \text{ Ом}$, $X_C = 9 \text{ Ом}$. Визначити струми в трифазному режимі й активну потужність. Побудувати векторну діаграму напруг і струмів.

Фазна напруга

$$U_{\Phi} = \frac{U_L}{\sqrt{3}}; \quad U_{\Phi} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В.}$$

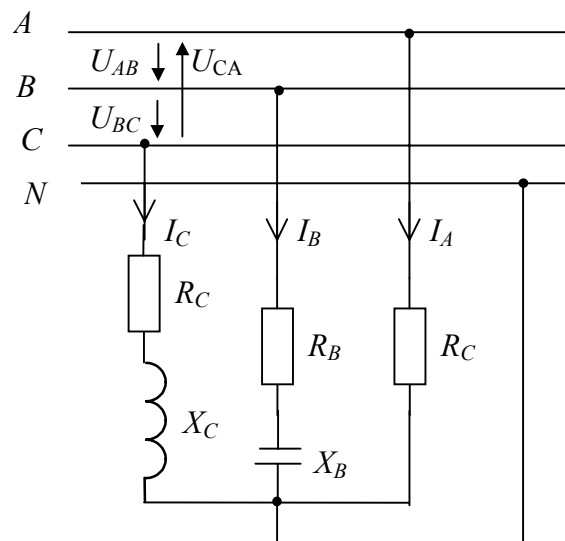


Рис.4.3

Нехай вектор фазної напруги $\dot{U}_\Phi = 220 \text{ В}$ збігається з позитивним напрямком дійсної осі (рис.4.4), тоді

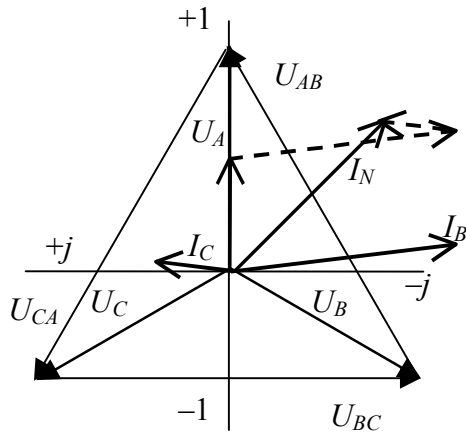


Рис.4.4

$$\dot{U}_B = U_\Phi e^{-j120^\circ}, \quad \dot{U}_e = 220e^{j120^\circ} \text{ В},$$

$$\dot{U}_C = U_\Phi e^{j120^\circ}, \quad \dot{U}_c = 220e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

Комплексні фазні опори:

$$\underline{Z}_A = R_A, \quad \underline{Z}_A = 10 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_B = R_B - jX_B, \quad \underline{Z}_B = 4 - j3 = 5e^{-j37^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_C = R_C + jX_C, \quad \underline{Z}_C = 12 + j9 = 15e^{j37^\circ} \text{ Ом}.$$

На підставі закону Ома визначаємо фазні струми:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_C}; \quad \dot{I}_A = \frac{220}{10} = 22 \text{ А};$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_B}; \quad \dot{I}_B = \frac{220e^{-j120^\circ}}{5e^{-j37^\circ}} = 44e^{-j83^\circ} = (5,36 - j43,6) \text{ А};$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_C}; \quad \dot{I}_C = \frac{220e^{j120^\circ}}{15e^{j37^\circ}} = 14,7e^{j83^\circ} = (1,8 + j14,6) \text{ А}.$$

Відповідно до першого закону Кірхгофа

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C;$$

$$\dot{I}_N = 22 + 5,36 - j43,6 + 1,8 + j14,6 = 29,16 - j29 = 41,4e^{-j45^\circ} \text{ А}.$$

Активна потужність

$$P = R_A I_A^2 + R_B I_B^2 + R_C I_C^2; \quad P = 10 \cdot 22^2 + 4 \cdot 44^2 + 12 \cdot 14,7^2 = 15177 \text{ Вт}.$$

Для побудови векторної діаграми струмів і напруг вибираємо масштаби m_U , m_I . Побудову векторної діаграми починаємо із симетричної системи векторів напруг. Отримані значення комплексів напруг, а потім комплексів струмів відкладаємо на комплексній площині (див. рис.4.4).

Приклад 4.3. До трифазної мережі (рис.4.5) з лінійною напругою $U_\Delta = 220 \text{ В}$ підключений несиметричний споживач. Опори кожного

приймача відповідно дорівнюють $R_{AB} = 44 \text{ Ом}$, $R_{BC} = 30 \text{ Ом}$, $X_{BC} = 40 \text{ Ом}$, $X_{CA} = 44 \text{ Ом}$.

Визначити струми в трифазному режимі і побудувати векторну діаграму напруг і струмів.

Нехай вектор лінійної напруги збігається з позитивним напрямком дійсної осі (рис.4.6), тоді $\dot{U}_{AB} = 220e^{j120^\circ} \text{ В}$, $\dot{U}_{BC} = 220 \text{ В}$,

$$\dot{U}_{CA} = 220e^{-j120^\circ} \text{ В}.$$

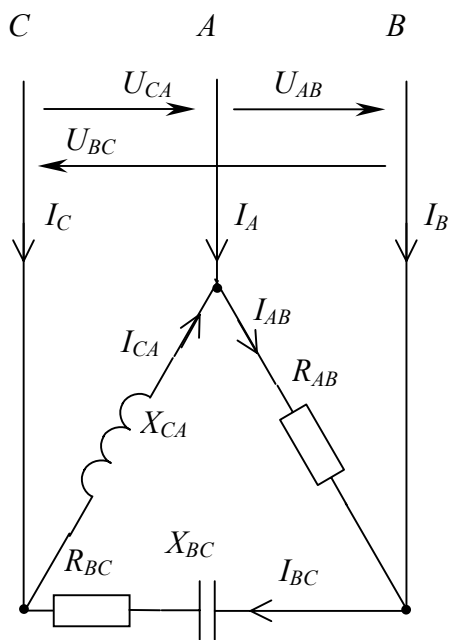


Рис.4.5.

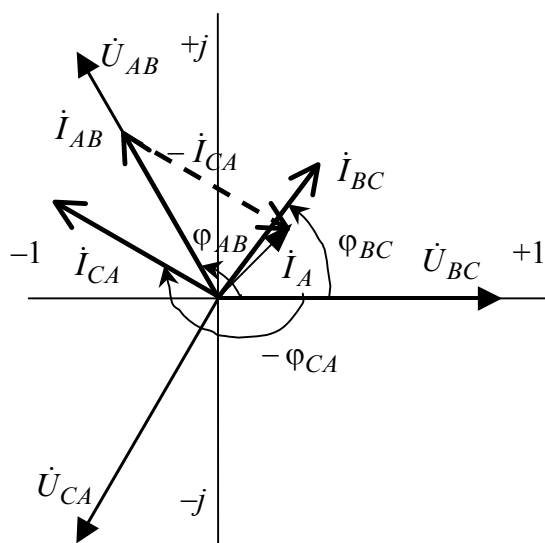


Рис.4.6

На підставі закону Ома визначаємо фазні струми:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{R_{AB}}; \quad \dot{I}_{AB} = \frac{220e^{j120^\circ}}{44} = 5e^{j120^\circ} = (-2,5 + j4,33) \text{ А};$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{R_{BC} - jX_{BC}}; \quad \dot{I}_{BC} = \frac{220}{30 - j40} = \frac{220}{50e^{-j53^\circ}} = 44e^{j53^\circ} = (2,65 + j3,51) \text{ А};$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{jX_{CA}}; \quad \dot{I}_{CA} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{44e^{j9^\circ}} = 5e^{-j210^\circ} = (-4,33 + j2,5) \text{ А}.$$

Відповідно до першого закону Кірхгофа

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}, \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}, \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC};$$

$$\dot{I}_A = -2,5 + j4,33 + 4,33 - j2,5 = 1,83 - j1,83 = 2,59e^{-j45^\circ} \text{ А},$$

$$\dot{I}_B = 2,65 + j3,51 + 2,5 - j4,33 = 5,15 - j0,82 = 5,21e^{-j9^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_C = -4,33 + j2,5 - 2,65 - j3,51 = -6,98 - j1,01 = 7,05e^{j172^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0;$$

$$1,83 + j1,83 + 5,15 - j0,82 - 6,98 - j1,01 = 0.$$

Приклад 4.4. Визначити показання вольтметра, ввімкненого на лінійну напругу симетричного трифазного споживача, з'єднаного зіркою, якщо миттєве значення лінійного струму $i_{\text{л}} = 24\sin(\omega t - 30^\circ)$ А, а повний опір фази споживача становить 10 Ом.

При з'єднанні зіркою симетричного трифазного споживача $I_{\text{л}} = I_{\text{ф}}$.

Амплітудне значення струму $I_m = 24$ В,

Дійсне значення струму

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad I = \frac{24}{\sqrt{2}} = 17 \text{ А.}$$

Фазна напруга

$$U_{\text{ф}} = R_{\text{ф}} I_{\text{ф}}, \quad U_{\text{ф}} = 10 \cdot 17 = 170 \text{ В.}$$

Лінійна напруга

$$U_{\text{л}} = \sqrt{3} U_{\text{ф}}, \quad U_{\text{л}} = \sqrt{3} 170 = 294 \text{ В.}$$

Приклад 4.5. Симетричний трифазний споживач з повним опором фази 30 Ом з'єднаний трикутником і увімкнений до симетричної системи напруг. Визначити лінійний струм споживача, якщо миттєве значення лінійної напруги $u_{AB} = 282\sin(314t + 30^\circ)$ В.

При з'єднанні трикутником симетричного трифазного споживача $U_{\text{л}} = U_{\text{ф}}$.

Дійсне значення напруги

$$U_{\text{ф}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; \quad U_{\text{ф}} = \frac{282}{\sqrt{2}} = 200.$$

Фазний струм

$$I_{\text{ф}} = \frac{U_{\text{ф}}}{Z_{\text{ф}}} = \frac{200}{30} = 6,67 \text{ А.}$$

Лінійний струм $I_{\text{л}} = \sqrt{3} I_{\text{ф}} = \sqrt{3} 6,67 = 11,54 \text{ А.}$

5. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ

5.1. У колі (рис.5.1) напруга на затискачах $U = 10 \text{ В}$ і опори $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 4 \text{ Ом}$, $R_4 = 8 \text{ Ом}$, $R_5 = 3 \text{ Ом}$, $R_6 = 5 \text{ Ом}$. Визначити струми в гілках і нерозгалуженій частині кола.

Відповідь: $I_1 = 1,92 \text{ А}$; $I_2 = 1,24 \text{ А}$; $I_3 = 0,68 \text{ А}$; $I_4 = 0,03 \text{ А}$; $I_5 = 0,7 \text{ А}$.

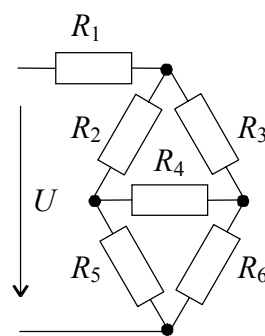


Рис. 5.1

5.2. У колі (рис.5.2) відомі опори $R_1 = 40 \text{ Ом}$, $R_2 = 30 \text{ Ом}$, $R_3 = 15 \text{ Ом}$, $R_4 = 25 \text{ Ом}$. Напруга на затискачах $U = 120 \text{ В}$, а ЕРС джерела живлення $E_1 = 50 \text{ В}$. Визначити струми в гілках і в нерозгалуженій частині кола. Скласти баланс потужностей.

Відповідь: $I_1 = 1,23 \text{ А}$, $I_2 = 0,7 \text{ А}$, $I_3 = 0,53 \text{ А}$.

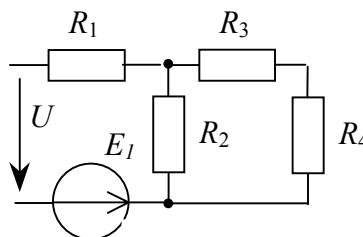


Рис.5.2

5.3. У колі (рис.5.3) ЕРС джерел живлення $E_1 = 120 \text{ В}$, $E_2 = 220 \text{ В}$, $E_3 = 100 \text{ В}$, а опір гілок $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 2 \text{ Ом}$. Визначити струми в гілках кола і режим роботи кожного з джерел. Скласти баланс потужностей.

Відповідь: $I_1 = 41,05 \text{ А}$; $I_2 = 33,67 \text{ А}$; $I_3 = 7,37 \text{ А}$.

5.4. У колі (рис.5.4) визначити, як зміняться показання амперметрів і вольтметра після замикання вимикача В.

Відповідь: I – збільшиться; $I_1 = I_2 = 0$; U – збільшиться.

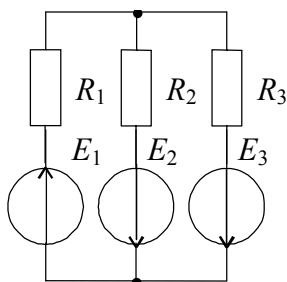


Рис.5.3

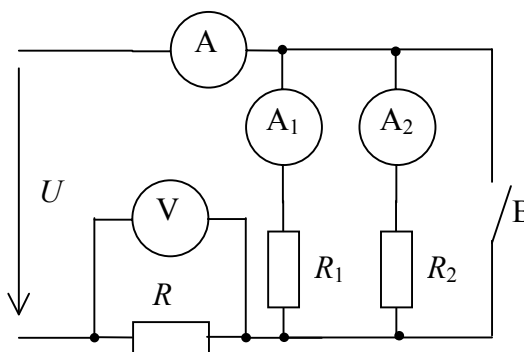


Рис.5.4.

5.5. У коло (рис.5.5) синусоїдального струму частотою $f = 50 \text{ Гц}$ і напругою $U = 150 \text{ В}$ включені послідовно елементи. Параметри резистора, котушок і конден-

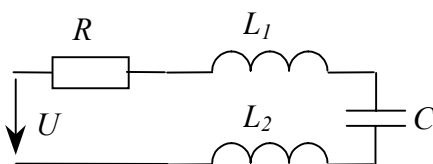


Рис.5.5

сатора відомі: $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $L_1 = 0,032 \text{ Гн}$, $L_2 = 0,016 \text{ Гн}$, $C = 400 \text{ мкФ}$. Знайти струм, повну, активну і реактивну потужності кола. Побудувати векторну діаграму напруг і струму.

Відповідь: $I = 17,2 \text{ А}$; $P = 1183 \text{ Вт}$; $Q = 2290 \text{ вар}$; $S = 2580 \text{ В}\cdot\text{А}$.

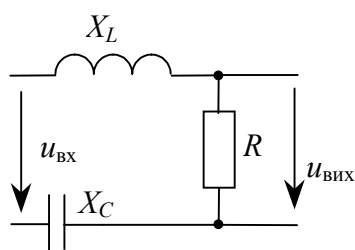


Рис.5.6

5.6. У колі (рис.5.6) вхідна напруга $u_{\text{вх}} = 141 \sin \omega t$, активний опір $R = 16 \text{ Ом}$, індуктивне $X_L = 20 \text{ Ом}$, ємнісний X_C . Знайти миттєве значення вихідної напруги.

Відповідь: $u_{\text{вх}} = 80\sqrt{2} \sin(\omega t - 37^\circ)$.

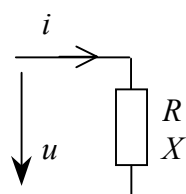


Рис.5.7

5.7. У коло (рис.5.7) синусоїдального струму $i = 141 \sin(\omega t + 30^\circ)$ включені послідовно два елементи. Напруга джерела $u = 141 \sin(\omega t - 40^\circ)$. Визначити параметри елементів R і X .

Відповідь: $R = 7,66 \text{ Ом}$, $X = 6,43 \text{ Ом}$.

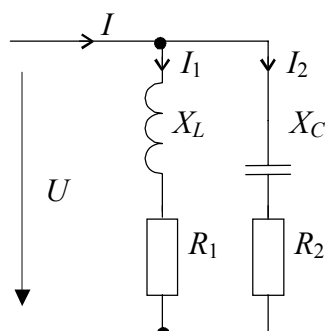


Рис.5.8

5.8. У колі (рис.5.8) активні і реактивні опори гілок відповідно дорівнюють $R_1 = 3 \text{ Ом}$, $X_L = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$ і $X_C = 5 \text{ Ом}$. Струм $I_1 = 3 \text{ А}$. Визначити напругу, підведену до кола, і зсув фаз.

Відповідь: $U = 15 \text{ В}$; $I = 2,86 \text{ А}$; $I_2 = 2,83 \text{ А}$; $\varphi = 4,7^\circ$.

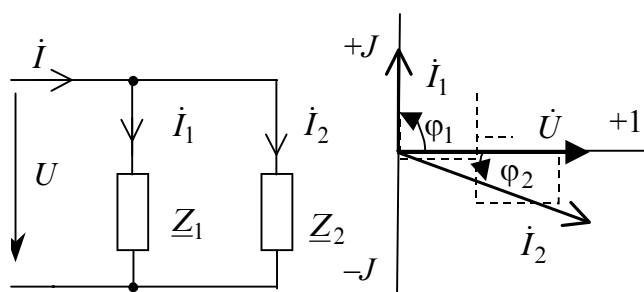


Рис.5.9

5.9. За наведеною векторною діаграмою на рис.5.9,б визначити характер навантаження в гілках схеми заміщення кола (рис.5.9,а).

Відповідь: гілка з Z_1 – ємнісна, Z_2 – активно-індуктивна.

5.10. До чотирипровідної трифазної мережі (рис.5.10) з лінійною напругою $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$ підключено споживач, з'єднаний зіркою

(рис.5.10): $R_A = 3 \text{ Ом}$, $X_A = 4 \text{ Ом}$, $R_B = 12 \text{ Ом}$, $X_B = 9 \text{ Ом}$, $R_C = 18 \text{ Ом}$, $X_C = 24 \text{ Ом}$. Визначити струми в лінійних проводах, а також у нейтральному проводі.

Відповідь: $I_A = 44 \text{ А}$; $I_B = 14,7 \text{ А}$; $I_C = 7,3 \text{ А}$; $I_N = 42,1 \text{ А}$.

5.11. До трифазної лінії з лінійною напругою $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$ підключений споживач, з'єднаний за схемою "трикутник" (рис.5.11). Активні і реактивні опори фаз споживача: $R_{AB} = 40 \text{ Ом}$, $X_{AB} = 20 \text{ Ом}$, $R_{BC} = 25 \text{ Ом}$, $X_{BC} = 25 \text{ Ом}$, $X_{CA} = 22 \text{ Ом}$. Визначити фазні і лінійні струми.

Відповідь: $I_{AB} = 4,92 \text{ А}$; $I_{BC} = 6,29 \text{ А}$; $I_{CA} = 10 \text{ А}$; $I_A = 13,3 \text{ А}$.
 $I_B = 10,5 \text{ А}$; $I_C = 4,2 \text{ А}$.

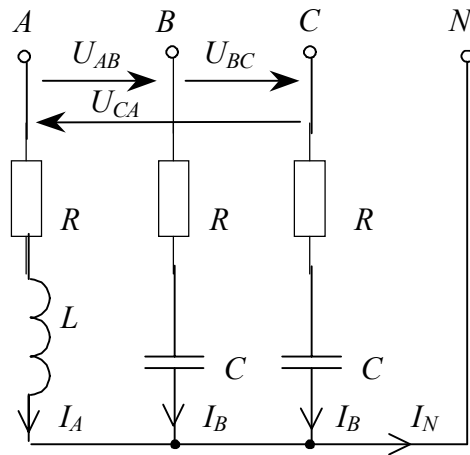


Рис.5.10

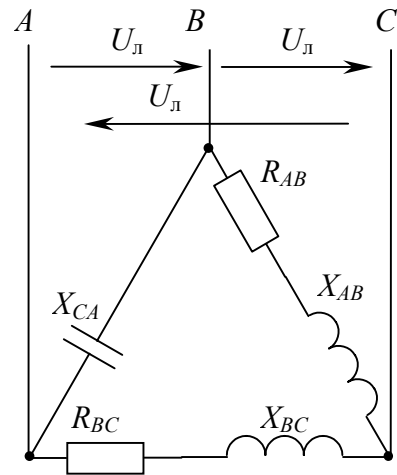


Рис.5.11

5.12. До трифазної лінії з лінійною напругою $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$ підключений приймач, з'єднаний трикутником (рис.5.12). Комплексні опори фаз приймача $\underline{Z}_{AB} = 40 + j30$, $\underline{Z}_{BC} = 25 - j30$, $\underline{Z}_{CA} = 12 + j16$.

Визначити фазні і лінійні струми. Побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

Відповідь:

$I_{AB} = 44 \text{ А}$; $I_{BC} = 5,64 \text{ А}$; $I_{CA} = 11 \text{ А}$;
 $I_A = 47,9 \text{ А}$; $I_B = 39,4 \text{ А}$; $I_C = 15,6 \text{ А}$.

Варіанти контрольних завдань наведені в табл.5.1–5.3.

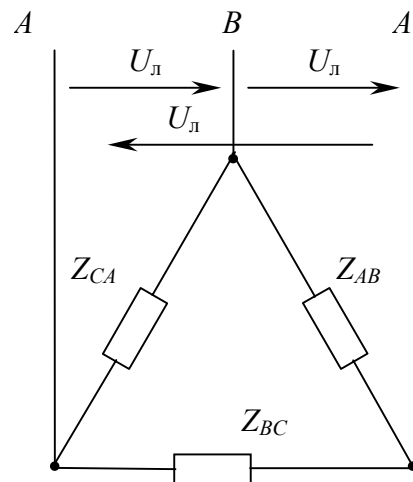


Рис.5.12

Таблиця 5.1. Варіанти контрольних завдань 5.1, 5.2, 5.3

Номер варіанта	U	E_1	E_2	E_3	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6
	В				ОМ					
1	100	110	90	116	5	6	2	2	8	6
2	105	115	100	108	7	4	4	3	6	4
3	110	100	95	100	5	3	7	6	5	2
4	100	110	95	116	7	6	2	2	8	6
5	107	111	105	110	5	2	8	4	6	5
6	105	115	100	108	7	4	4	3	6	4
7	110	100	115	115	6	7	7	2	5	8
8	111	115	100	105	5	9	5	3	2	2
9	100	105	99	100	6	9	6	4	3	4
10	115	100	100	115	5	7	5	6	5	5
11	100	115	100	108	7	4	4	3	6	4
12	100	110	90	116	5	6	2	2	8	6
13	107	111	105	110	5	3	6	8	2	5
14	115	100	98	100	4	8	6	4	5	2
15	113	117	100	111	6	2	5	8	9	7
16	117	113	111	100	2	6	8	5	7	9
17	101	117	99	109	5	3	7	5	7	9
18	101	100	93	107	4	7	5	4	8	2
19	100	110	90	116	5	6	2	2	8	6
20	103	108	100	111	4	9	9	1	3	5
21	105	106	117	100	3	3	7	2	7	6
22	116	100	115	119	5	7	4	3	3	5
23	100	111	99	108	2	2	7	4	7	7
24	115	100	92	103	8	6	9	3	3	2
25	105	115	100	116	7	8	4	4	2	3
26	115	100	116	110	5	9	5	3	6	7
27	107	105	107	108	3	7	5	4	3	6
28	110	100	95	105	5	3	4	6	9	5

Таблиця 5.2. Варіанти контрольних завдань 5.5, 5.6, 5.7, 5.8

Номер варіанта	U	U_m	I_m, A	R_1	R_2	L_1	L_2	$C,$	X_L	X_C
	В			Ом		Гн		мкФ	Ом	
1	30	141	2,82	3	2	0,032	0,016	400	6	8
2	33	282	1,41	10	12	0,096	0,0127	320	8	4
3	35	156	15,6	8	6	0,019	0,032	500	10	6
4	37	85	8,5	10	20	0,0127	0,096	680	4	8
5	39	70,1	7,1	4	5	0,096	0,019	630	8	6
6	40	141	2,82	3	2	0,032	0,016	400	5	8
7	41	282	1,41	10	12	0,096	0,0127	320	8	4
8	43	156	15,6	8	6	0,019	0,032	500	10	6
9	45	282	15,6	5	5	0,096	0,016	680	5	8
10	47	85	8,5	10	12	0,019	0,0127	400	4	3
11	49	141	2,82	4	6	0,032	0,096	320	8	4
12	50	282	1,41	10	2	0,096	0,019	680	10	8
13	51	156	15,6	8	5	0,019	0,032	400	5	6
14	53	85	8,5	3	4	0,032	0,016	500	8	4
15	55	141	2,82	8	4	0,19	0,0127	680	10	8
16	56	70,1	7,1	5	6	0,096	0,032	400	5	6
17	57	282	1,41	5	3	0,032	0,016	500	4	5
18	59	156	15,6	8	6	0,019	0,032	320	8	4
19	60	141	2,82	3	4	0,0127	0,032	680	5	3
20	61	282	2,82	10	8	0,032	0,019	320	5	6
21	63	85	8,5	5	8	0,019	0,096	400	6	2
22	64	70,1	7,1	6	3	0,032	0,016	500	10	8
23	65	141	1641	4	2	0,096	0,016	320	8	4
24	66	282	2,82	6	4	0,0127	0,032	500	6	3
25	57	165	15,6	6	3	0,096	0,019	400	6	4
26	58	282	2,82	5	2	0,019	0,032	320	10	8
27	59	156	15,6		4	0,032	0,019	680	8	4
28	63	141	2,82	6	3	0,0127	0,016	320	10	8

Примітка. Частота змінного струму $f = 50$ Гц.

Таблиця 5.3. Варіанти контрольних завдань 5.10, 5.11, 5.12

Номер варіанта	U_A	R_A, R_{AB}	X_A, X_{AB}	R_B, R_{BC}	X_B, X_{BC}	R_C, R_{CA}	X_C, X_{CA}
	В	ОМ					
1	127	3	4	0	3	12	9
2	220	6	8	4	-3	18	24
3	380	8	15	6	8	12	9
4	127	3	-4	6	-8	24	18
5	380	6	-8	3	-4	8	15
6	127	8	-15	4	-3	6	8
7	220	5	-6	4	3	12	9
8	380	12	9	3	4	9	-12
9	127	18	24	6	8	18	-24
10	220	6	8	4	-3	18	24
11	127	3	4	0	3	12	9
12	380	8	15	6	8	12	9
13	127	3	-4	6	-8	24	18
14	220	8	-15	3	-4	8	15
15	380	12	9	3	4	9	-12
16	127	5	-6	4	3	12	9
17	220	6	8	4	-3	18	-24
18	380	3	4	0	3	12	9
19	220	18	24	6	8	9	-12
20	127	12	9	3	4	8	15
21	220	5	-6	4	3	12	9
22	380	18	24	6	8	18	-24
23	220	3	4	0	3	12	9
24	127	18	24	6	8	9	-12
25	380	12	9	3	4	8	15
26	220	5	-6	4	3	12	9
27	127	18	24	6	8	18	-24
28	220	3	4	0	3	12	9

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Борисов Ю.М., Липатов Д.Н., Зорин Ю.Н. Электротехника. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 552 с.
2. Жук А.К., Кинаш А.Т., Сидоренко С.П. Основы микропроцессорной техники: Учебное пособие. – Николаев: НКИ, 1990. – 46 с.
3. Иванов А.А. Справочник по электротехнике. – К.: Вища школа, 1984. – 304 с.
4. Иванов И.И., Равдоник В.С. Электротехника. – М.: Высшая школа, 1984. – 320 с.
5. Липатов Д.Н. Вопросы и задачи по электротехнике для программированного обучения: Учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Энергия, 1984. – 360 с.
6. Нетушил А.В. Справочное пособие по электротехнике и основам электроники. – М.: Высшая школа, 1986. – 248 с.
7. Пантюшин В.С. Электротехника. – М.: Высшая школа, 1984. – 560 с.
8. Сборник задач по электротехнике и основам электроники: Учеб. пособие для неэлектротехн. спец. вузов/ Под ред. В.Г.Герасимова. – М.: Высшая школа, 1967. – 288 с.
9. Судовая электротехника и электроника / Под ред. Д.В.Вилесова. – Л.: Судостроение, 1985. – 312 с.
10. Электротехника: Учебник. для неэлектротехн. спец. вуз/ Под ред. В.Г.Герасимова. – М.: Высшая школа, 1985. – 480 с.

ЗМІСТ

Вступ	3
1. Лінійні електричні кола постійного струму з одним джерелом живлення	4
2. Лінійні електричні кола постійного струму з декількома джерелами живлення	5
3. Однофазні кола синусоїдального струму	13
4. Трифазні кола	20
5. Контрольні завдання	25
Список рекомендованої літератури.....	31

КІНАШ Анатолій Тимофійович
ЖУК Олександр Кирилович

РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

Частина I

ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО, ЗМІННОГО ТА ТРИФАЗНОГО СТРУМІВ

Редактори Т.І.Нікуліна, І.Ю.Цицюра

Комп'ютерний набір А.Т.Кінаш

Комп'ютерна правка та верстка О.С.Нойнець

Коректор Н.О.Шайкіна

Підписано до друку 27.02.2002. Формат 60х84^{1/16}. Папір офсетний.
Ум. друк. арк. 1,86. Обл.-вид. арк. 2,0. Тираж 270 прим. Вид № 50
Зам. № 91. Ціна договірна

Видавництво УДМТУ. 54002, м. Миколаїв, вул. Скороходова, 5