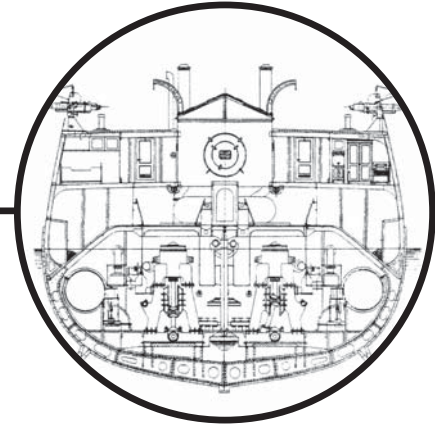




DOI 10.15589/jnn20170301
УДК 531.391:629.5.01
Т78

DYNAMICS OF A MARINE LASH SYSTEM WITH A FLEXIBLE LINK

ДИНАМИКА МОРСКОЙ ПРИВЯЗНОЙ СИСТЕМЫ С ГИБКОЙ СВЯЗЬЮ

Kostiantyn S. Trunin

trunin.konstantin.stanislav@gmail.com
ORCID: 0000-0001-6345-6257

К. С. Трунин,

канд. техн. наук, доц.

Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Mykolaiv

Национальный университет кораблестроения имени адмирала Макарова, г. Николаев

Abstract. In connection with increase in operating depths and expansion of the scope of use of marine lash systems (MLS), it is urgent to improve the theory and methods of designing their flexible links (FL) and refine the existing calculation methods. The existing calculation and design methods are either simplistic and do not take into account the actual loads and the nature of loading of the MLS FL or are rather complicated and cumbersome for design and construction kits and require considerable timing for their implementation. The mathematical model of the MLS dynamics includes not only the FL equations, but also the equations of dynamics of the tugboat and the towed UV. Their movement determines the boundary conditions at the FL nodes with the numbers $i = 0$ and $i = N$. The FL node with the number $i = 0$ is fixed to the tugboat, and the FL node with the number $i = N$ is fixed to the UV. Dynamics of the tugboat and that of the towed UV differ only in their parameters, thus, the equations of their dynamics have the same form. Let us assume that the tugboat and the UV are absolutely rigid rods. Their position in space is determined by the coordinates of their center of mass (x_i, y_i, z_i), the course angle (φ_{ki}), the trim angle (φ_{di}) and the roll angle (φ_{kri}). The length of the rods (L_i) is equal to the length of the tugboat or the UV. The position of the center of mass is determined by the distance from the stern (L_{ki}) to it. Based on the developed mathematical model, there has been determined a system of equations that describes the FL element dynamics as the result of impact of external forces and reactions of stretching, bending and turning. An algorithm for simulating the FL dynamics is obtained, which makes it possible to perform calculation of the dynamics of the MLS FL and further proceed to development of a computer program describing the MLS dynamics.

Keywords: marine lash system (MLS) dynamics; marine lash system (MLS); flexible links (FL); tugboat; underwater vehicle (SV); algorithm of the marine lash system (MLS) dynamics; computer program.

Аннотация. На основе разработанной математической модели определена система уравнений, описывающая динамику элемента гибкой связи (ГС) в результате действия на неё внешних сил и реакций растяжения, изгиба и поворота. Получен алгоритм моделирования динамики ГС, позволяющий выполнять расчёты динамики ГС морской привязной системы (МПС) и в дальнейшем перейти к разработке компьютерной программы, которая описывает динамику МПС.

Ключевые слова: динамика морской привязной системы; морская привязная система; гибкая связь; судно-носитель; подводный аппарат; алгоритм динамики морской привязной системы; компьютерная программа.

Анотація. Розроблено алгоритм динаміки морської прив'язної системи (МПС), який дає можливість виконувати розрахунки динаміки гнучкого зв'язку (ГЗ), судна-носія і буксированого підводного апарата, а на його основі створити комп'ютерну програму динаміки МПС із ГЗ.

Ключові слова: динаміка морської прив'язної системи; морська прив'язана система; гнучкий зв'язок; судно-носіє; підводний апарат; алгоритм динаміки морської прив'язної системи; комп'ютерна програма.

REFERENCES

- [1] Altshul B. A., Fridman A. L. *Dinamika tralovoy sistemy* [Dynamics of the trawl system]. Moscow, Agropromizdat Publ., 1990. 240 p.
- [2] Berto G. O. *Okeanograficheskie bui: Per. c angl.* [Oceanographic buoys]. Leningrad, Sudostroenie Publ., 1979. 215 p.
- [3] Blintsov V. S. *Privyaznyye podvodnyye sistemy* [Marine tethered systems]. Kyiv, Naukova Dumka Publ., 1998. 231 p.
- [4] Bugaenko B. A., Magula V. Ye. *Spetsialnye sudovye ustroystva: Uchebnoe posobie* [Special ship devices: Study guide]. Leningrad, Sudostroenie Publ., 1983. 392 p.
- [5] Bugaenko B. A., Gal A. F. *Kachka na neregulyarnom volnenii plavuchikh obektov, zakreplennykh na predvaritel'no natanutykh gibkikh svyazyakh* [Rolling on the irregular waves of floating objects fixed on preliminarily stretched flexible links]. *Zbirnyk naukovykh prats NUK — Collection of scientific publications of NUOS*. Mykolaiv, 2012, no. 1, pp. 38–42.
- [6] Godunov S. K., Ryabenkiy V. S. *Raznostnye skhemy* [Difference schemes]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 245 p.
- [7] Shamarin Yu. E. et. al. *Dinamika podvodnykh okeanograficheskikh sistem* [Dynamics of underwater oceanographic systems]. Kyiv, 2001. 228 p.
- [8] Yegorov V. I. *Podvodnyye buksiruyemye sistemy* [Underwater towed systems]. Leningrad, Sudostroyeniye Publ., 1981. 304 p.
- [9] Ikonnikov I. B., Gavrilov V. M., Puzyrev G. V. *Podvodnyye buksiruemye sistemy i bui neytralnoy plavuchesti* [Underwater towed systems and buoys of neutral buoyancy]. Saint Petersburg, Sudostroenie Publ., 1992. 224 p.
- [10] Kalitkin N. N. *Chislennyye metody* [Numerical methods]. Moscow, Nauka Publ., 1978. 512 p.
- [11] Korol Yu. M., Slizhevskiy N. B. *Pozitsionnye gidrodinamicheskie kharakteristiki gladkikh tsilindricheskikh kabel-trosov* [Positional hydrodynamic characteristics of smooth cylindrical tethers]. *Zbirnyk naukovykh prats NUK — Collection of scientific publications of NUOS*. Mykolaiv, NUK Publ., 2012, no. 1, pp. 31–37.
- [12] Kuvshinov G. Ye., Naumov L. A., Chupina K. V. *Sistemy upravleniya glubinyo pogruzheniya buksiruemykh obektov: monografiya* [Control systems for the depth of immersion of towed objects]. Vladivostok, Dalnauka Publ., 2005. 285 p.
- [13] Shchetinina A. I. *Morskoe delo. Uchebnik* [Maritime affairs: Study guide]. Leningrad, Transport Publ., 1971. 825 p.
- [14] Pirumov U. G. *Chislennyye metody* [Numerical methods]. Moscow, Drofa Publ., 2004. 224 p.
- [15] Vinogradov N. I., Gutman M. L., Lev I. G., Nisnevich M. Z. *Privyaznyye podvodnyye sistemy. Prikladnyye zadachi statiki i dinamiki* [Underwater tethered systems. Applied problems of statics and dynamics]. Saint Petersburg, Izdatelstvo Sankt-Peterburgskogo universiteta Publ., 2000. 324 p.
- [16] Nesterov Ye. S. *Rezhim, diagnost i prognoz vetrovogo volneniya v moryakh i okeanakh* [Mode, diagnosis and prediction of wind waves in the seas and oceans]. Moscow, Rosgidromet Publ., 2013. 337 p.
- [17] Rouch P. *Vychislitel'naya gidrodinamika* [Computational fluid dynamics]. Moscow, Mir Publ., 1980. 618 p.
- [18] Semenov-Tyan-Shanskiy V. V., Blagoveshchenskiy S. N., Kholodilin A. N. *Kachka korablya* [Ship's motion]. Leningrad, Sudostroenie Publ., 1969. 392 p.
- [19] Aleksandrov M. N., Zhukov Yu. D., Kirov G. S., Simonenko A. S., Smirnov Yu. A., Chumak A. Ye. *Sudovye ustroystva: Uchebnik* [Ship devices: Study guide]. Leningrad, Sudostroenie Publ., 1982. 320 p.
- [20] Trunin K. S. *Model ekvivalentnogo odnorodnogo stryzhnia dlia dynamichno navantazhenogo stalevoho kanata z orhanichnym serdechnykom* [Model of the equivalent homogeneous rod for dynamically loaded steel rope with an organic core]. *Mashynoznavstvo* [Mechanical Science]. 2007, no. 6, pp. 42–44.
- [21] Trunin K. S. *Udoskonalennia metodiv proektuvannia gnuchkykh zviazkiv morskyykh pryviaznykh system* [Improvement of design methods for marine tethered systems]. *Materialy Pershoi Mizhnarodnoi NTK «Innovatsii v sudnobuduvanni ta okeanotekhnitsi»* [Proceedings of the 1st International Scientific and Technical Conference «Innovations in Shipbuilding and Ocean Engineering»]. Mykolaiv, 2010. pp. 137–138.
- [22] Trunin K. S. *Algoritmy modelirovaniya dinamiki morskoy privyaznoy sistemy s gibkoy svyazy* [Algorithm for modeling the dynamics of a marine lash system with a flexible link]. *Pidvodna tekhnika i tekhnolohii: Materialy vseukrainskoi nauko-tekhnichnoi konferentsii z mizhnarodnoiu uchastiu: v 2 ch.* [Proceedings of the All-Ukrainian Scientific and Technical Conference with International Participation «Underwater Engineering and Technology»]. Mykolaiv, NUOS Publ., 2014, part 1, pp. 36–42.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

В связи с увеличением рабочих глубин и расширением сфер использования морских привязных систем (МПС) возникает актуальность совершенствования теории и методов проектирования гибких связей (ГС) МПС, уточнения существующих методик расчётов. Они являются или упрощёнными и не учитывают действительные нагрузки и характер нагружения ГС МПС, или довольно сложными и громоздкими для конструкторов-проектантов и требуют значительных затрат времени для их выполнения.

При создании движущихся под водой привязных систем и аппаратов изучение вопросов их динамики, силового воздействия среды и судна-носителя, управления и стабильности движения является первостепенным и во многом определяет возможность нормального функционирования аппаратуры, установленной на них.

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Вопросам изучения динамики ГС посвящены труды многих исследователей.

В [2] проанализированы условия движения тел с ограниченным перемещением — буёв: гидродинамические силы, действующие на тела с ограниченным перемещением.

В [8] исследованы буксируемые системы (БС): гидродинамические силы, действующие на элементы БС при их движении, полная гидродинамическая сила, полный гидродинамический момент и составляющие.

В [9] рассмотрена динамика движения подводных буксируемых систем: основные кинематические и динамические зависимости движения подводных БС.

В [7] изучены подводные БС: физические свойства морской среды, нагрузки буксировки на тихой воде, динамические нагрузки при спуско-подъемных операциях, нестационарные режимы движения, воздействие морского волнения, гидродинамические силы, действующие на элементы БС и т. п.

В [15] предложена математическая модель динамики привязной подводной системы (ППС): учет влияния ГС на динамику подводного аппарата, модель динамики ГС — уравнения динамики гибких связей, гидродинамические нагрузки на ГС, пространственное равновесие ГС при прямолинейном движении (равновесие ГС, системы координат математической модели динамики ППС, задачи динамики ППС), нелинейная постановка задачи динамики ППС и др.

В [5] описаны: морское волнение, влияние экранирующего эффекта корпуса судна на волнение у борта, изменение параметров волнения на глубине, динами-

ческие нагрузки, возникающие при подъеме объектов судовыми спуско-подъемными устройствами.

В [3] рассмотрены вопросы проектирования ППС: обзор существующих ППС и областей их использования, постановка проектных задач механики ППС, уравнения динамики ППС, программные средства исследования динамики ППС, расчетные нагрузки на кабель-трос при рывках.

В [1] представлена динамика траловой системы: математический аппарат исследования динамики траловых систем, уравнения нестационарного движения траловой системы при заданных законах изменения скорости судна и длины вытравленного ваера, уравнения нестационарного движения траловой системы при заданных законах изменения скорости судна и тяговых характеристик ваерной лебедки, математические модели плоского движения траловой системы.

В [19] исследовано морское волнение: ветровое волнение (корреляционные функции и энергетические спектры), волны зыби, гидродинамические силы, действующие на тела у поверхности воды, гидродинамические силы, возникающие при взаимодействии ГС с потоком жидкости.

В [12] описаны динамические характеристики троса, нагруженного на волновое сопротивление, математические модели волнения моря и качки судна (нерегулярное морское волнение).

В [21] рассмотрена динамика каната, состоящего из неоднородных по материалам элементов, которая описывается волновым уравнением для эквивалентного по продольной жесткости сплошного упругого стержня. Получены аналитические выражения для следующих параметров эквивалентного стержня: плотности, модуля упругости, площади поперечного сечения и скорости распространения упругости волн.

В [11] методами вычислительной гидродинамики решена задача пространственного обтекания элемента кабель-троса круглого поперечного сечения, по результатам систематического численного эксперимента построена математическая модель для определения позиционных гидродинамических характеристик в функции от углов позиционирования и числа Рейнольдса.

В [4] предложена методика расчёта колебаний от нерегулярного морского волнения плавучих объектов с предварительно натянутыми связями, которая основана на учёте влияния связей как упругих элементов, реакции в которых приложены к корпусу объекта и пропорциональны его перемещениям. Как считают авторы, реальная система с предварительно натянутыми связями может быть сведена к линейной динамической системе, находящейся под воздействием стационарного случайного процесса — нерегулярного волнения.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ — разработка алгоритма динамики МПС, который позволяет выполнять расчёты динамики ГС, судна-носителя (СН) и буксируемого подводного аппарата (ПА), а на его основе разработать компьютерную модель (программу расчёта) динамики МПС с ГС.

ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

Как отмечается в [7, с. 24], качка судна-буксировщика приводит к появлению значительных динамических составляющих натяжения кабель-буксира, которые ограничивают скорость буксировки. Обычно при изучении качки судно рассматривается как твердое тело. В соответствии с наличием шести степеней свободы существуют шесть видов качки. На волнении судно подвержено не менее чем двум видам качки одновременно [18]. При произвольном расположении судна относительно волнения возникают все основные виды качки.

Статистическая обработка результатов измерений, проводившихся в шельфовых и глубоководных районах Мирового океана при различных гидрометеороусловиях, показала взаимосвязь между интенсивностью качки носителей измерительных систем и интенсивностью собственных движений измерительных элементов, которая сохраняется даже при значительном возрастании глубины погружения приборов. Несущий трос и конструкция подвески измерительных приборов к несущему тросу способны в определенных условиях усиливать возмущения, передаваемые от носителя океанографической системы на измерительные элементы, что приводит к высокому уровню искажений регистрируемой информации о гидрофизических параметрах [7].

Во время буксировки в море также неизбежны рывки на тросе [13, с. 645]. Причиной таких динамических нагрузок являются удары волн, рыскание и резкие изменения скоростей движения буксирующего и буксируемого судов, качка и т. п. Смягчить эти динамические нагрузки можно использованием:

- 1) потенциальной энергии упругой деформации каната;
- 2) потенциальной энергии веса буксирного троса, т. е. поднятием вверх центра тяжести кривой, по которой располагается трос. В этом случае чем ниже этот центр тяжести, тем на большую высоту он может быть поднят, и чем больше вес буксирной линии, тем большую кинетическую энергию она может компенсировать. Положение центра тяжести и вес буксирной линии находятся в прямой зависимости от длины буксирного троса.

Как отмечал В. И. Егоров [8, с. 4], анализ поведения ГС при буксировке сводится к задаче о взаимодействии ее со стационарным потоком, решение которой получено в результате исследовательской работы А. Н. Крылова, Н. Е. Кочина, Д. П. Скобова, А. С. Горшкова и др.

Математическая модель динамики МПС (1)–(40) включает не только уравнения ГС, но и уравнения динамики СН и буксируемого ПА, движение которых определяет граничные условия в узлах ГС с номерами $i = 0$ и $i = N$. Будем считать, что узел ГС с номером $i = 0$ закреплён на СН, а узел ГС с номером $i = N$ закреплён на ПА.

Динамика СН и буксируемого ПА отличается только параметрами, поэтому уравнения их динамики имеют одинаковый вид. Будем считать, что СН и ПА представляют собой абсолютно жёсткие стержни, положение которых в пространстве определяется координатами их центра массы (x_i, y_i, z_i), курсовым углом (φ_{ki}), углом дифферента (φ_{di}) и крена ($\varphi_{kr i}$). Длина стержней (L_i) равна длине СН или ПА, а положение центра массы определяется расстоянием до него от кормы (L_{ki}). Положение и ориентация этих переменных и параметров показаны на рис. 1.

Система уравнений динамики СН или ПА состоит из шести уравнений

$$M_{ci} \cdot \ddot{x}_i = F_{cxi}; \quad (1)$$

$$M_{ci} \cdot \ddot{y}_i = F_{c yi}; \quad (2)$$

$$M_{ci} \cdot \ddot{z}_i = F_{czi}; \quad (3)$$

$$J_{ki} \cdot \ddot{\varphi}_{ki} = M_{zi}; \quad (4)$$

$$J_{di} \cdot \ddot{\varphi}_{di} = M_{di}; \quad (5)$$

$$J_{kri} \cdot \ddot{\varphi}_{kri} = M_{kri}, \quad (6)$$

где M_{ci} — масса судна; J_{ki}, J_{di}, J_{kri} — моменты инерции судна относительно осей поворота, дифферента и крена соответственно; $F_{cxi}, F_{c yi}, F_{czi}, M_{zi}, M_{di}, M_{kri}$ — внешние силы и крутящие моменты, действующие на судно.

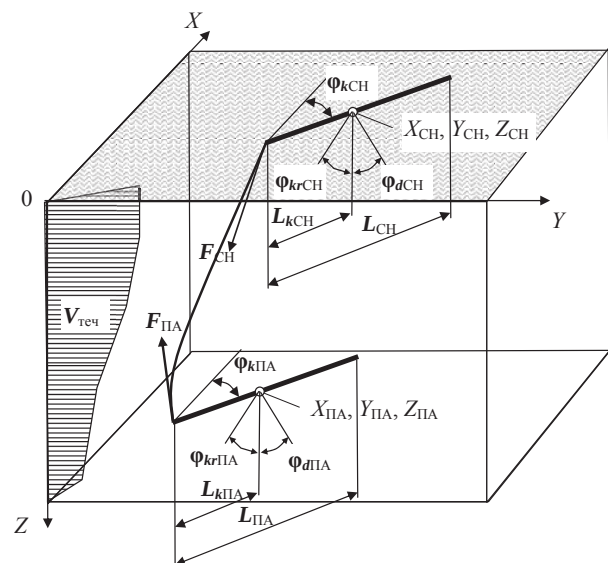


Рис. 1. Схема геометрических параметров судна-носителя и подводного аппарата

Часть внешних сил, действующих на СН или ПА, зависит от параметров и профиля волнения моря. В простейшем случае профиль волны с длинным гребнем (рис. 2) задают в виде функции [16]:

$$\eta = a \cdot \cos(k \cdot x - \omega \cdot t + \varepsilon) \quad (7)$$

или

$$\eta = a \cdot \sin(k \cdot x - \omega \cdot t + \varepsilon), \quad (8)$$

где k — волновое число; ω — круговая частота; ε — фазовый сдвиг.

В общем случае для моря с переменной глубиной формула для фазовой скорости волны имеет вид:

$$c = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \operatorname{th}\left(\frac{2\pi \cdot d}{L}\right)}. \quad (9)$$

Для глубокого моря, когда глубина воды больше половины длины волны, формула (9) представлена как:

$$c = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}}. \quad (10)$$

Элементы волн на глубокой воде (длина, период и фазовая скорость волны) связаны между собой простыми соотношениями:

$$L = \frac{gT^2}{2\pi}; \quad (11)$$

$$T = \sqrt{\frac{2\pi \cdot L}{g}}. \quad (12)$$

Используя формулы (10)–(12) по одному из параметров волны, можно определить два остальных. Если направление волны не совпадает с направлением оси x и отклоняется от неё на угол θ , тогда профиль синусоидальной волны определяется по формуле:

$$\eta = a \cdot \sin(k_x \cdot x + k_y \cdot y - \omega \cdot t), \quad (13)$$

где $k_x = 2\pi \cos\theta / L$ — проекция волнового числа k на ось x ; $k_y = 2\pi \sin\theta / L$ — проекция волнового числа k на ось y .

Основные статистические характеристики высоты волн связаны с энергией волн E следующими соотношениями [17]:

$$h = 1,414 \cdot \sqrt{E}; \quad (14)$$

$$\bar{h} = 1,772 \cdot \sqrt{E}; \quad (15)$$

$$h_{1/3} = 2,832 \cdot \sqrt{E}; \quad (16)$$

$$h_{1/10} = 3,600 \cdot \sqrt{E}, \quad (17)$$

где h — высота волны наибольшей повторяемости; $\bar{h}$ — средняя высота волны; $h_{1/3}$ — средняя из трети наибольших высот волн в выборке; $h_{1/10}$ — средняя из 1/10 наибольших высот волн в выборке.

Энергия полностью развитого волнения определяется по формуле:

$$E = 1,21 \cdot 10^{-6} \cdot W^5. \quad (18)$$

Предельный период полностью развитого волнения [17]

$$T = 0,526 \cdot W, \quad (19)$$

а предельная высота для волн 5% обеспеченности —

$$h_{5\%} = 0,0205 \cdot W^2. \quad (20)$$

Систему уравнений двух связанных элементов ГС можно решить, используя численные методы. С учётом полученных матриц уравнение имеет вид:

$$\mathbf{M}_1 \cdot \ddot{\vec{e}}_{i-1} + \mathbf{M}_2 \cdot \ddot{\vec{e}}_i + \mathbf{M}_3 \cdot \ddot{\vec{e}}_{i+1} + \mathbf{K}_1 \cdot \vec{e}_{i-1} + \mathbf{K}_2 \cdot \vec{e}_i + \mathbf{K}_3 \cdot \vec{e}_{i+1} = \vec{Q}_i. \quad (21)$$

Производную второго порядка по времени вектора обобщённых координат необходимо заменить её дискретным аналогом:

$$\ddot{\vec{e}} \approx \frac{\frac{\vec{e}^{n+1} - \vec{e}^n}{\Delta t_{n+1}} - \frac{\vec{e}^n - \vec{e}^{n-1}}{\Delta t_n}}{\frac{1}{2}(\Delta t_n + \Delta t_{n+1})}, \quad (22)$$

где n — номер расчётного шага по времени t ;

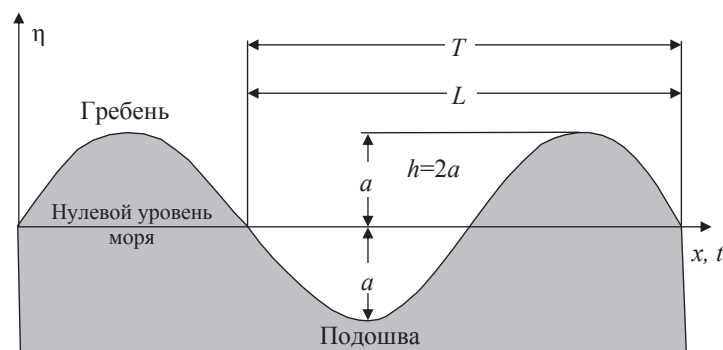


Рис. 2. Профиль волны с длинным гребнем:

h — высота волны; L — длина волны; T — период волны

$$\Delta t_n = t_n - t_{n-1}; \quad (23)$$

$$\Delta t_{n+1} = t_{n+1} - t_n. \quad (24)$$

В результате преобразования (22) получим:

$$\ddot{\bar{e}} \approx \frac{2}{(\Delta t_n + \Delta t_{n+1})} \left(\frac{\bar{e}^{n+1} - \bar{e}^n}{\Delta t_{n+1}} - \frac{\bar{e}^n - \bar{e}^{n-1}}{\Delta t_n} \right) \quad (25)$$

или

$$\ddot{\bar{e}} \approx \frac{2}{(\Delta t_n + \Delta t_{n+1}) \cdot \Delta t_{n+1}} \bar{e}^{n+1} - \frac{2}{\Delta t_{n+1} \cdot \Delta t_n} \bar{e}^n + \frac{2}{(\Delta t_n + \Delta t_{n+1}) \cdot \Delta t_n} \bar{e}^{n-1}.$$

Вводя обозначения коэффициентов уравнения (25)

$$C_{t0} = \frac{2}{(\Delta t_n + \Delta t_{n+1}) \cdot \Delta t_n}; \quad (26)$$

$$C_{t1} = \frac{2}{\Delta t_{n+1} \cdot \Delta t_n}; \quad (27)$$

$$C_{t2} = \frac{2}{(\Delta t_n + \Delta t_{n+1}) \cdot \Delta t_{n+1}}, \quad (28)$$

выражение (25) преобразуем к виду:

$$\ddot{\bar{e}} \approx C_{t2} \bar{e}^{n+1} - C_{t1} \bar{e}^n + C_{t0} \bar{e}^{n-1}. \quad (29)$$

С учётом (29) получим уравнение (21):

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_1 \cdot (C_{t2} \bar{e}^{n+1} - C_{t1} \bar{e}^n + C_{t0} \bar{e}^{n-1})_{i-1} + \\ & + \mathbf{M}_2 \cdot (C_{t2} \bar{e}^{n+1} - C_{t1} \bar{e}^n + C_{t0} \bar{e}^{n-1})_i + \\ & + \mathbf{M}_3 \cdot (C_{t2} \bar{e}^{n+1} - C_{t1} \bar{e}^n + C_{t0} \bar{e}^{n-1})_{i+1} + \\ & + \mathbf{K}_1 \cdot \bar{e}_{i-1}^n + \mathbf{K}_2 \cdot \bar{e}_i^n + \mathbf{K}_3 \cdot \bar{e}_{i+1}^n = \bar{Q}_i^n. \end{aligned} \quad (30)$$

Матричное алгебраическое уравнение (30) записано в неявной форме с использованием трёх временных слоёв. Для его решения используем двухшаговый итерационный метод. На первом шаге будем считать, что матрицы $\mathbf{M}_1$ и $\mathbf{M}_3$ нулевые, тогда уравнение (30) принимает явную форму:

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_2 \cdot (C_{t2} \bar{e}^{n+1} - C_{t1} \bar{e}^n + C_{t0} \bar{e}^{n-1})_i + \\ & + \mathbf{K}_1 \cdot \bar{e}_{i-1}^n + \mathbf{K}_2 \cdot \bar{e}_i^n + \mathbf{K}_3 \cdot \bar{e}_{i+1}^n = \bar{Q}_i^n, \end{aligned} \quad (31)$$

в котором знаком «тильда» отмечена приближённая величина вектора обобщённых координат на $n + 1$ слое по времени. Решение уравнения (31) можно осуществить по методу обратной матрицы:

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{M}_2 \cdot (C_{t2} \bar{e}^{n+1} - C_{t1} \bar{e}^n + C_{t0} \bar{e}^{n-1})_i + \\ & + \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{K}_1 \cdot \bar{e}_{i-1}^n + \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{K}_2 \cdot \bar{e}_i^n + \\ & + \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{K}_3 \cdot \bar{e}_{i+1}^n = \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \bar{Q}_i^n. \end{aligned} \quad (32)$$

Корректировка (уточнение и регуляризация) вектора обобщённых координат выполняется с его использованием в уравнении (30), которое преобразовано по методу Абарбанеля и Цваса [17] к виду:

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_1 \cdot (C_{t2} \bar{e}^{n+1} - C_{t1} \bar{e}^n + C_{t0} \bar{e}^{n-1})_{i-1} + \\ & + \mathbf{M}_2 \cdot (C_{t2} \bar{e}^{n+1} - C_{t1} \bar{e}^n + C_{t0} \bar{e}^{n-1})_i + \\ & + \mathbf{M}_3 \cdot (C_{t2} \bar{e}^{n+1} - C_{t1} \bar{e}^n + C_{t0} \bar{e}^{n-1})_{i+1} + \\ & + \mathbf{K}_1 \cdot \bar{e}_{i-1}^{n+1} + \mathbf{K}_2 \cdot \bar{e}_i^{n+1} + \mathbf{K}_3 \cdot \bar{e}_{i+1}^{n+1} = \bar{Q}_i^n. \end{aligned} \quad (33)$$

Уравнение (33) также решаем по методу обратной матрицы:

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{M}_1 \cdot (C_{t2} \bar{e}^{n+1} - C_{t1} \bar{e}^n + C_{t0} \bar{e}^{n-1})_{i-1} + \\ & + \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{M}_2 \cdot (C_{t2} \bar{e}^{n+1} - C_{t1} \bar{e}^n + C_{t0} \bar{e}^{n-1})_i + \\ & + \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{M}_3 \cdot (C_{t2} \bar{e}^{n+1} - C_{t1} \bar{e}^n + C_{t0} \bar{e}^{n-1})_{i+1} + \\ & + \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{K}_1 \cdot \bar{e}_{i-1}^{n+1} + \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{K}_2 \cdot \bar{e}_i^{n+1} + \\ & + \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{K}_3 \cdot \bar{e}_{i+1}^{n+1} = \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \bar{Q}_i^n. \end{aligned} \quad (34)$$

Последовательное применение формул (32) и (34) позволяет определить вектор обобщённых координат во всех узлах ГС на $n + 1$ слое по времени.

Векторы обобщённых координат в граничных узлах ГС ($i = 0$ и $i = N$) на $n + 1$ слое по времени можно определить из уравнений (1)–(6), считая, что обобщённые координаты в граничных узлах ГС ($i = 1$ и $i = N - 1$) на $n + 1$ слое по времени найдены по формулам (32) и (34). Аналогичным образом можно получить формулы для решения уравнений (1)–(6). Уравнение (1) преобразовали по аналогии с (36), в результате на этапе «предиктор» оно имеет вид:

$$\tilde{x}_i^{n+1} = C_{12} \cdot x_i^n - C_{02} \cdot x_i^{n-1} + C_2 \cdot F_{cx i}^n / \mathbf{M}_{ci}, \quad (35)$$

а на этапе «корректор»:

$$x_i^{n+1} = C_{12} \cdot x_i^n - C_{02} \cdot x_i^{n-1} + C_2 \cdot \tilde{F}_{cx i}^{n+1} / \mathbf{M}_{ci}. \quad (36)$$

Формулы для решения уравнений (2)–(6) аналогичны.

Величину Δt необходимо задать, используя принцип причинно-следственной связи между волновыми процессами деформирования ГС [6, 10, 14]. Этот принцип учитывается, если выполняется условие Куранта–Фридрихса–Леви [19, 21, 22], определяющее устойчивость итерационного вычислительного процесса по формулам (32) и (34). Согласно условию Куранта–Фридрихса–Леви:

$$\Delta t \leq C_k \cdot l / \max(C_T; C_M; C_\beta), \quad (37)$$

где C_T — скорость продольных волн растяжения ГС, м/с; C_M — скорость поперечных волн изгиба ГС, м/с; C_β — скорость сдвиговых волн кручения ГС, м/с; C_k — коэффициент запаса устойчивости вычислений ($C_k \leq 1$).

Скорости волн определяются по формулам:

$$C_T = \sqrt{\frac{T}{\rho_l}}; \quad (38)$$

$$C_M = \sqrt{\frac{E \cdot J \cdot l}{J_M}}; \quad (39)$$

$$C_\beta = \sqrt{\frac{G^* \cdot J_p \cdot l}{J_\phi}}. \quad (40)$$

Полученные формулы (32) и (34) решения системы уравнений (21) позволяют составить алгоритм моделирования динамики ГС под действием внешних воздействий на неё.

Алгоритм состоит из основных этапов [22]:

1. Ввод основных параметров ГС, СН, ПА и взаимодействующих с ними преград, описанных в разделе «Параметры математической модели» (ρ , l_0 , N , d_0 , E , G^* , M_a , C_τ , C_p , f_G , $T_{\max}$, t_m).

2. Ввод основных функций, определяющих волнение моря, кинематику преград, скорость морского течения и внешних сил, представленных в разделе «Функции внешних воздействий на ГС».

3. Задание начальных и граничных условий для ГС, СН и ПА.

4. Дискретизация ГС и вычисление искомых функций в узлах сетки в соответствии с заданными начальными и граничными условиями.

5. Определение шага изменения времени Δt и момента времени на $n + 1$ слое $t^{n+1} = t^k + \Delta t$.

6. Проверка условия окончания вычислений $t^{n+1} \leq t_m$. Если условие выполнено, тогда переходим к пункту 7 данного алгоритма для вычисления искомых функций на $n + 1$ слое времени, иначе считаем процесс вычисления окончанным и переходим к пункту 12.

7. Расчёт изменения координат узлов ГС на этапе «предиктор» по формуле (36).

8. Корректировка изменения координат узлов ГС на этапе регуляризации по формуле (38).

9. Вычисление характеристик МПС на $n + 1$ временном слое по времени по формулам (начальные и граничные условия, результаты моделирования).

10. Запись результатов вычисления характеристик МПС на $n + 1$ временном слое по времени в заданные файлы.

11. Переход к пункту 5.

12. Окончание вычислений.

Блок-схема разработанного алгоритма показана на рис. 3.

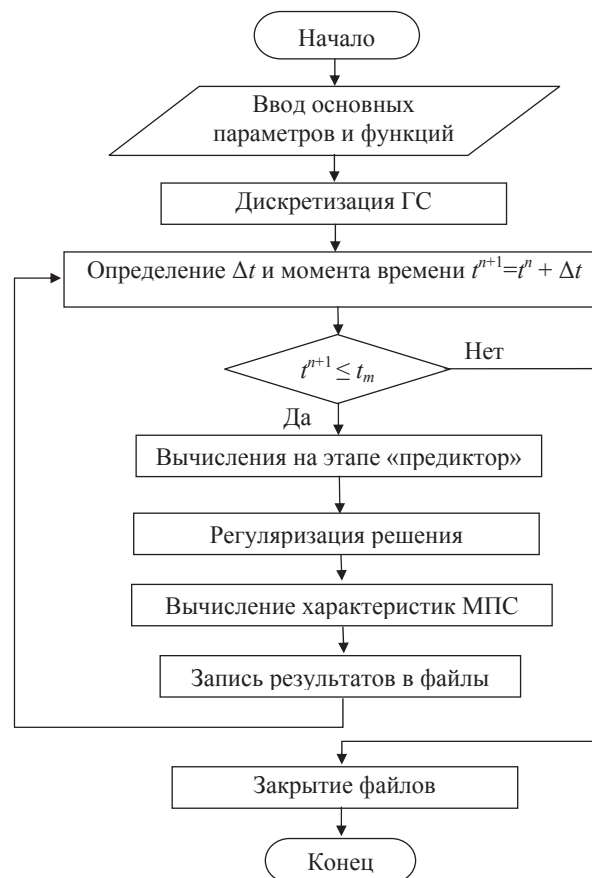


Рис. 3. Блок-схема алгоритма моделирования динамики МПС

ВЫВОДЫ. На основе разработанной математической модели определена система уравнений, описывающая динамику элемента ГС в результате действия на неё внешних сил и реакций растяжения, изгиба и поворота. Получен алгоритм моделирования динамики ГС, позволяющий выполнять расчёты динамики ГС МПС, а в дальнейшем перейти к разработке компьютерной программы, которая описывает динамику МПС.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] **Альтшуль Б. А.** Динамика траловой системы [Текст] / Б. А. Альтшуль, А. Л. Фридман. — М. : Агропромиздат, 1990. — 240 с.
- [2] **Берто Г. О.** Океанографические буи [Текст] : пер. с англ. / Г. О. Берто. — Л. : Судостроение, 1979. — 215 с.
- [3] **Блинцов В. С.** Привязные подводные системы [Текст] / В. С. Блинцов. — К. : Наукова думка, 1998. — 231 с.
- [4] **Бугаенко Б. А.** Специальные судовые устройства [Текст] : учебное пособие / Б. А. Бугаенко, В. С. Магула. — Л. : Судостроение, 1983. — 392 с.
- [5] **Бугаенко Б. А.** Качка на нерегулярном волнении плавучих объектов, закреплённых на предварительно натянутых гибких связях [Текст] / Б. А. Бугаенко, А. Ф. Галь // Збірник наукових праць НУК. — Миколаїв, 2012. — № 1. — С. 38–42.
- [6] **Годунов С. К.** Разностные схемы [Текст] / С. К. Годунов, В. С. Рябенский. — М. : Наука, 1977. — 245 с.
- [7] Динамика подводных буксируемых систем [Текст] / В. И. Поддубный, Ю. Е. Шамарин, Д. А. Черненко, Л. С. Астахов. — СПб. : Судостроение, 1995. — 200 с.
- [8] **Егоров В. И.** Подводные буксируемые системы [Текст] : учебное пособие / В. И. Егоров. — Л. : Судостроение, 1981. — 304 с.
- [9] Подводные буксируемые системы и буи нейтральной плавучести [Текст] / И. Б. Иконников, В. М. Гаврилов, Г. В. Пузырев. — СПб. : Судостроение, 1992. — 224 с.
- [10] **Калиткин Н. Н.** Численные методы [Текст] / Н. Н. Калиткин. — М. : Наука, 1978. — 512 с.
- [11] **Король Ю. М.** Позиционные гидродинамические характеристики гладких цилиндрических кабель-тросов [Текст] / Ю. М. Король, Н. Б. Слижевский // Збірник наукових праць НУК. — Миколаїв : НУК, 2012. — № 1. — С. 31–37.
- [12] **Кувшинов Г. Е.** Системы управления глубиной погружения буксируемых объектов [Текст] : монография / Г. Е. Кувшинов, Л. А. Наумов, К. В. Чупина. — Владивосток : Дальнаука, 2005. — 285 с.
- [13] Морское дело [Текст] : учебник / под ред. А. И. Щетининой. — Л. : Транспорт, 1971. — 825 с.
- [14] **Пирумов У. Г.** Численные методы [Текст] / У. Г. Пирумов. — М. : Дрофа, 2004. — 224 с.
- [15] Привязные подводные системы. Прикладные задачи статики и динамики [Текст] / Н. И. Виноградов, М. Л. Гутман, И. Г. Лев, М. З. Нисневич. — СПб. : Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2000. — 324 с.
- [16] Режим, диагноз и прогноз ветрового волнения в морях и океанах [Текст] / Под редакцией Е. С. Нестерова. — М. : РОСГИДРОМЕТ, 2013. — 337 с.
- [17] **Роуч П.** Вычислительная гидродинамика [Текст] / П. Роуч. — М. : Мир, 1980. — 618 с.
- [18] **Семенов-Тянь-Шанский В. В.** Качка корабля [Текст] / В. В. Семенов-Тянь-Шанский, С. Н. Благовещенский, А. Н. Холодилин. — Л. : Судостроение, 1969. — 392 с.
- [19] Судовые устройства [Текст] : учебник / М. Н. Александров, Ю. Д. Жуков, Г. С. Киров, А. С. Симоненко, Ю. А. Смирнов, А. Е. Чумак. — Л. : Судостроение, 1982. — 320 с.
- [20] **Трунін К. С.** Модель еквівалентного однорідного стрижня для динамічно навантаженого сталевго каната з органічним сердечником [Текст] / К. С. Трунін // Машинознавство. — 2007. — № 6. — С. 42–44.
- [21] **Трунін К. С.** Удосконалення методів проектування гнучких зв'язків морських прив'язних систем [Текст] / К. С. Трунін // I Міжнародна НТК «Інновації в суднобудуванні та океанотехніці» присвячена 90 річчю НУК імені адмірала Макарова, м. Миколаїв (15.09.2010-17.09.2010): Матеріали Першої Міжнародної НТК «Інновації в суднобудуванні та океанотехніці». — Миколаїв, НУК, 2010. — С. 137–138.
- [22] **Трунін К. С.** Алгоритм моделирования динамики морской привязной системы с гибкой связью [Текст] / К. С. Трунін // Підводна техніка і технологія: Матеріали Всеукраїнської науково-технічної конференції з міжнародною участю : в 2 ч. — Миколаїв : НУК, 2014. — Ч. 1. — С. 36–42.

© К. С. Трунін

Надійшла до редколегії 16.05.17

Статтю рекомендує до друку член редколегії ЗНП НУК
д-р техн. наук, проф. В. С. Блінцов