

**ОДЕССКИЙ ИНСТИТУТ
ИНЖЕНЕРОВ МОРСКОГО ФЛОТА**

На правах рукописи

В. А. НЕКРАСОВ

**БОКОВАЯ КАЧКА СУДНА С ЖИДКИМ ГРУЗОМ НА
НЕРЕГУЛЯРНОМ ВОЛНЕНИИ**

05.220 — Теория корабля

А в т о р е ф е р а т
диссертации, представленной на соискание
ученой степени кандидата технических наук

ОДЕССА—1971

Работа выполнена в аспирантуре Николаевского ордена
Трудового Красного Знамени кораблестроительного института имени
адмирала С. О. Макарова.

Научный руководитель:

доктор технических наук профессор **Ю. В. Ремез.**

Официальные оппоненты:

доктор технических наук **В. В. Луговский,**

кандидат технических наук доцент **Ю. М. Гулиев.**

Ведущее предприятие — Центральный научно-исследова-
тельский институт имени академика А. Н. Крылова.

Автореферат разослан « » 1971 г.

Защита диссертации состоится « » 1971 г.

на заседании Совета Одесского института инженеров морского
флота (г. Одесса-29, ул. Мечникова. 34).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Ваши отзывы просим направлять в адрес ОИИМФ в двух
экземплярах.

Ученый секретарь

С. Г. КОЛЕСНИЧЕНКО

Совета института

К. Н. Т.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из важнейших задач изучения мореходности корабля является предсказание его поведения в условиях нерегулярного морского волнения. Решению этой задачи методами теории стационарных случайных функций посвящено большое количество отечественных и зарубежных исследований, из которых особо следует отметить фундаментальные труды А. И. Вознесенского, Г. А. Фирсова, А. А. Свешникова, Сен-Дени и Пирсона и других авторов. В этих работах усилия исследователей направлены, главным образом, на построение линейной теории качки.

В настоящее время, как отмечает А. И. Вознесенский, «можно... констатировать, что в результате многочисленных и разносторонних исследований разработка линейной теории и соответствующих ей практических методов расчета качки корабля на нерегулярном волнении, в основном, закончена».

Вместе с тем, развитие идей М. Д. Хаскинда в области гидродинамической теории качки, предпринятое Дж. Ньюманом, В. В. Луговским, Ю. В. Ремезом и другими авторами, использовавшими метод малого параметра, дает возможность не только получить более высокие приближения в задаче о качке судна на регулярном волнении, но и перейти к исследованию влияния нелинейных эффектов, сопровождающих качку в условиях нерегулярного волнения.

В частности, применение метода малого параметра позволяет эффективно решить задачу о качке на нерегулярном волнении судна с жидким грузом, имеющим свободную поверхность.

Первым исследованием динамики судна с жидким грузом явилось решение задачи о бортовой качке, полученное Н. Н. Моисеевым. Это исследование, основанное на линейной теории движения твердого тела, содержащего жидкость со свободной поверхностью, выявило ряд особенностей поведения системы «судно-жидкий груз», характерных для систем, в состав которых входят звенья с распределенными параметрами.

Следуя Н. Н. Моисееву, Н. Н. Рахманин получил теоретическое и экспериментальное решение линейной задачи о бортовой, вертикальной и поперечно-горизонтальной качке судна с жидким грузом на регулярном волнении.

Задача о качке судна с жидким грузом на нерегулярном волнении, представляющая несомненный интерес как с теоретической, так и с практической точки зрения, до настоящего времени не рассматривалась ни в линейной, ни, тем паче, в нелинейной постановке. Попытка восполнить этот пробел и представляет основную задачу предлагаемой работы.

Для линеаризации внешней и внутренней краевых задач и определения сил, действующих на судно, в работе использованы двухпараметрические разложения в форме, предложенной В. В. Луговским. Резонансные явления «во внутренней жидкости» исследованы с помощью предложенных Н. Н. Моисеевым разложений по дробным степеням малых параметров. Дальнейшее развитие теории основано на предположении о возможности, ввиду узости полосы пропускания системы «судно—жидкий груз» на нижней

собственной частоте, пренебечь зависимостью коэффициентов присоединенных масс и демпфирования от частоты и провести исследование вероятностных характеристик качки на базе системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами.

Для получения указанной системы уравнений в работе использованы различные способы аппроксимации систем с распределенными параметрами системами с сосредоточенными параметрами. При этом аппроксимация выполнена таким образом, что на входах системы действуют нормально распределенные белые шумы. Это обстоятельство, в силу второй теоремы Дуба, позволило представить процессы качки судна на установившемся нерегулярном волнении как компоненты многомерного марковского процесса и использовать при решении задачи хорошо разработанный аппарат теории марковских процессов.

Наряду с решением задачи о вероятностных характеристиках ординат процессов качки, в работе с помощью асимптотических методов нелинейной механики определены в первом приближении вероятностные характеристики амплитуды бортовой качки.

В Приложении приведена программа расчета амплитуд боковой качки судна и характеристик движения жидкого груза, составленная применительно к ЭЦВМ «Минск-22».

Г л а в а 1

О ВЕРОЯТНОСТНОМ РАСЧЕТЕ КАЧКИ СУДОВ

В главе содержится краткий обзор методов нелинейной статистической теории качки (§ 1), обосновывается возможность применения теории марковских процессов (§ 2), а так же освещается современное состояние теории качки судна с жидким грузом (§ 3).

Рассматривается вопрос о применении теории марковских процессов к определению характеристик процессов на выходе нелинейной динамической системы в случае, если эта система каким-либо способом приводится к системе с сосредоточенными параметрами, описываемой следующими дифференциальными уравнениями первого порядка:

$$\frac{dY_l}{dt} = \varphi_l(Y_1, \dots, Y_m; X_1, \dots, X_n; t) \\ (l = 1, 2, \dots, m \geq n), \quad (1.1)$$

где Y_l — процессы на выходе;
 X_l — процессы на входе,

и при этом:

а) на входы системы подаются возмущения, представляющие собой нормально распределенные стационарные случайные функции времени с дробно-рациональными спектральными и взаимными спектральными плотностями, или

б) спектры действующих на систему стационарных нормально распределенных возмущений широки и в пределах полос пропускания динамической системы могут считаться постоянными величинами.

В силу того, что всякий стационарный нормальный случайный процесс с дробно-рациональной спектральной плотностью является

процессом на выходе системы, описываемой линейными дифференциальными уравнениями вида

$$\frac{dX_k}{dt} = a_{1k}X_1 + a_{2k}X_2 + \dots + a_{nk}X_n + \Psi_k(t) \quad (1.2)$$

$$(k = 1, 2, \dots, n),$$

с аддитивно входящими белыми шумами в узком смысле $\Psi_k(t)$, то в случае (а) переход к исследованию методами теории марковских процессов становится возможным после добавления к системе уравнений (1.1) уравнений (1.2).

Таким образом, процессы $Y_k(t)$ на выходе динамической системы в этом случае становятся компонентами $(m+n)$ -мерного марковского процесса.

В случае (б) замена спектральных плотностей возмущений на постоянные эквивалентна замене в системе дифференциальных уравнений (1.1) переменных $X_1, \dots, X_n$ на белые шумы $\Psi_1, \dots, \Psi_n$. При этом процессы $Y_k(t)$ становятся компонентами m -мерного марковского процесса.

С точки зрения спектральной теории стационарных случайных функций процесс на входе системы можно заменить на нормальный стационарный случайный процесс с постоянной спектральной плотностью — белый шум в узком смысле — в том случае, если нормально распределенный входной сигнал является более широкополосным, чем выходной. Количественная оценка возможности такой замены основывается на сравнении времени корреляции внешнего воздействия $\tau_{\text{кор}}$, ориентировочно указывающего на каких интервалах времени имеет место корреляция значений входного случайного процесса, с временем релаксации амплитуды $\tau_{\text{рел}}$, определяющим длительность переходных процессов в системе, и выражается неравенством

$$\tau_{\text{кор}} \ll \tau_{\text{рел}}. \quad (1.3)$$

При добавлении уравнений (1.2) к уравнениям (1.1) это неравенство заведомо выполняется.

К исследованию вероятностных характеристик процессов на выхода динамической системы с помощью теории марковских процессов можно также прийти и в том случае, если процессы на входе X_k ($k = 1, 2, \dots, n$), являясь нормальными и стационарными не обладают дробно-рациональными спектральными плотностями, но могут быть аппроксимированы дробно-рациональными функциями.

Спектры дробно-рационального вида позволяют непосредственно записать уравнения типа (1.2) и добавить их к уравнениям движения судна. Если же входные процессы имеют спектры, определяемые формулой Барлинга, получение уравнений (1.2) становится возможным после разложения выражения для спектральной плотности в ряд и сохранения в нем конечного числа членов, что приводит спектр к дробно-рациональному виду.

Так как процессы $X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_m$ являются компонентами $Z_1, \dots, Z_p$ многомерного марковского процесса $\vec{Z}(t)$, то одномерный закон распределения случайной функций $\vec{Z}(t)$ удовлетворяет уравнению Фоккера-Планка-Колмогорова:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1(\vec{Z}; t)}{\partial t} = & - \sum_{i=1}^p \frac{\partial}{\partial Z_i} \left[\varphi_i(\vec{Z}; t) f_1(\vec{Z}; t) \right] + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i, q=1}^p G_{iq}(t) \frac{\partial^2}{\partial Z_i \partial Z_q} f_1(\vec{Z}; t) \quad (p = n + m), \end{aligned} \quad (1.4)$$

а одномерная характеристическая функция

$$g_1(\vec{\lambda}; t) = M[\exp i(\lambda_1 Z_1 + \lambda_2 Z_2 + \dots + \lambda_p Z_p)]$$

является решением уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_1(\vec{\lambda}; t)}{\partial t} = & \frac{1}{2} g_1(\vec{\lambda}; t) \sum_{i, q=1}^p G_{iq}(t) (i\lambda_i) (i\lambda_q) + \\ & + M \left\{ \exp \left[\sum_{i=1}^p (i\lambda_i) Z_i \right] \sum_{i=1}^p (i\lambda_i) \varphi_i(\vec{Z}; t) \right\}, \end{aligned} \quad (1.5)$$

где $G_{iq}(t)$ — интенсивности и взаимные интенсивности белых шумов $\Psi_1, \dots, \Psi_p$;

M — операция математического ожидания.

Глава II.

КАЧКА СУДНА С ЖИДКИМ ГРУЗОМ НА РЕГУЛЯРНОМ ВОЛНЕНИИ

Глава включает постановку краевых задач для внешней и внутренней жидкости и обоснование выбора малых параметров (§§ 4, 6), определение гидродинамических сил, действующих на судно (§§ 5, 7), и уравнения движения судна с жидким грузом (§ 7).

В главе рассматривается качка судна, расположенного лагом к набегающим на него волнам. При этом отношение ε высоты волны к длине считается одним из малых параметров задачи. Параметр ε также имеет смысл относительных амплитуд поперечно-горизонтальных и вертикальных колебаний судна. В качестве второго малого параметра задачи, следуя В. В. Луговскому, принимаем безразмерную амплитуду бортовой качки ε_1 .

Одним из основных условий, определяющих целесообразность применения указанной системы малых параметров, является близость частоты набегающих регулярных волн к одной из собственных частот системы «судно—жидкий груз», а также предположение о малости поперечно-горизонтальных и вертикальных колебаний судна. При качке на нерегулярном волнении наличие «резонансного» режима обуславливается близостью частоты, соответствующей максимуму

спектра углов волнового склона, к одной из собственных частот системы.

В опытах, проведенных Н. Н. Рахманиным, установлено, что колебания судна с жидким грузом на регулярном волнении даже при достаточно больших амплитудах близки к гармоническим. Это позволяет при исследовании (качки судна с жидким грузом в первом приближении пренебречь высшими гармониками формы колебаний судна.

В связи с изложенным при определении сил, действующих на судно со стороны внешней жидкости, можно ограничиться точностью вычислений до $\varepsilon, \varepsilon_1^3$ включительно и использовать соответствующие выражения, полученные В. В. Луговским при исследовании бортовой качки конечной амплитуды судна без жидкого груза. Вместе с тем в реферируемой работе произведено определение нелинейных, возмущающих сил и моментов для судна с параболическими обводами с целью получения аналитических выражений, удобных для использования на ЭЦВМ.

Конечность амплитуд бортовых колебаний судна, вообще говоря, требует нелинейной постановки задачи для внутренней жидкости. Поэтому, полагая, что внутренняя жидкость идеальна, а движение ее потенциально, и представляя потенциал скорости в абсолютной системе координат в виде

$$\Phi(\xi, \eta, \zeta, t) = \vec{V}_0 \cdot \vec{R} + \omega \vec{\Omega} + \varphi(x, y, z, t),$$

нелинейную краевую задачу для жидкого груза в жестко связанной с судном системе координат $oxyz$ сформулируем следующим образом:

найти потенциал скорости возмущенного движения жидкости $\varphi(x, y, z, t)$ и векторную функцию $\vec{\Omega}(x, y, z)$, удовлетворяющие уравнению Лапласа

$$\nabla^2 \varphi = 0, \quad \nabla^2 \vec{\Omega} = 0 \quad (2.1)$$

в области, занятой жидкостью, и следующим граничным условиям: динамическому граничному условию на свободной поверхности жидкости

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \varphi)^2 + \frac{d\omega_x}{dt} \Omega_x - \frac{1}{2} (\nabla \vec{\Omega})^2 \omega_x^2 + \\ + \omega_x [(V_{ox} \cos \Theta + V_{oz} \sin \Theta) \zeta(x, y, t) + \\ + (V_{oy} \sin \Theta - V_{oz} \cos \Theta) y] + \\ + (W_{ox} \cos \Theta + W_{oz} \sin \Theta) y + \\ + (-W_{oy} \sin \Theta + W_{oz} \cos \Theta) \zeta(x, y, t) + \\ + g y \sin \Theta + g \zeta(x, y, t) \cos \Theta = 0 \quad \text{при } z = \zeta(x, y, t), \end{aligned} \quad (2.2)$$

и кинематическим граничным условиям

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{d \zeta(x, y, t)}{dt} \quad \text{при } z = \zeta(x, y, t), \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \quad \text{на поверхности } \Sigma, \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial n} = \vec{r} \times \vec{n} \quad \text{на поверхности } F + \Sigma, \quad (2.5)$$

где

$$\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z};$$

$\zeta(x, y, t)$ — возвышение свободной поверхности жидкости над плоскостью $z=0$;

$\vec{\omega}$ — вектор угловой скорости бортовой качки;
 $V_{0\tau}, V_{0z}, W_{0\tau}, W_{0z}$ — проекции на оси абсолютной системы координат векторов скорости $\vec{V}_0$ и ускорения $\vec{W}_0$ точки O ;
 $\vec{R}$ — радиус-вектор жидкой частицы относительно начала абсолютной системы координат;
 $\vec{r}$ — радиус-вектор жидкой частицы относительно точки O ;
 Θ — угловое перемещение отсека;
 $\vec{n}$ — орт внешней нормали к поверхности жидкости;
 Σ — смоченная поверхность отсека;
 F — свободная поверхность жидкости.

Решение этой краевой задачи отыскивается в виде

$$\begin{aligned}
 \varphi(x, y, z, t) &= \sum_{i, k=0}^{\infty} \gamma^i \mu^k \varphi_{ik}(x, y, z, t), \\
 \zeta(x, y, t) &= \sum_{i, k=0}^{\infty} \gamma^i \mu^k \zeta_{ik}(x, y, t), \\
 \vec{\Omega}(x, y, z) &= \sum_{i, k=0}^{\infty} \gamma^i \mu^k \vec{\Omega}_{ik}(x, y, z), \\
 \varphi_{00} = \zeta_{00} &= 0, \quad \vec{\Omega}_{00} \neq 0,
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

где для нерезонансных режимов колебаний жидкости $\gamma = \varepsilon$, $\mu = \varepsilon_1$ и для колебаний жидкости вблизи резонанса $\gamma = \varepsilon^{1/3}$, $\mu = \varepsilon_1^{1/3}$.

Подстановка выражений (2.6) в уравнения (2.1) и граничные условия (2.2) ÷ (2.5) приводит к последовательности линейных краевых задач для функций φ_{ik} и $\vec{\Omega}_{ik}$. Для полостей цилиндрической формы и, в частности, для прямоугольного отсека в работе приводятся общие выражения для

функций φ_{jk}, ζ_{jk} и $\vec{\Omega}_{jk}$, полученные при решении во втором приближении задачи о колебаниях жидкости вдали от резонанса и в первом приближении при решении задачи о колебаниях жидкости вблизи резонанса. Полученное решение резонансной задачи уже в первом приближении учитывает влияние нелинейных эффектов, сопровождающих колебания жидкости. Для нерезонансного случая решение задачи во втором приближении приводит к учету высших гармоник формы колебаний судна, которыми во внешней задаче обычно пренебрегают.

В работе выяснены условия, при которых можно ограничиться рассмотрением линейной части краевой задачи для внутренней жидкости. Показано, что при режимах качки системы «судно—жидкий груз», близких к резонансному ни нижней собственной частоте, краевую задачу (2.1–2.5) можно рассматривать в линейной постановке.

Глава III

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ К РАСЧЕТУ КАЧКИ

В главе исследованы нелинейные возмущающие силы и моменты на нерегулярном волнении (§ 8), рассмотрены способы аппроксимации систем с распределенными параметрами (§ 9), составлены стохастические дифференциальные уравнения качки (§ 10), определены вероятностные характеристики ординат процессов бортовой и поперечно-горизонтальной качки и колебаний жидкого груза (§ 11), а также вероятностные характеристики амплитуды бортовой качки (§ 12).

Получившие в теории автоматического управления широкое распространение различные способы аппроксимации систем с распределенными параметрами системами с сосредоточенными параметрами позволяют использовать хорошо разработанный для последних аппарат теории преобразований случайных процессов. При этом вместо трансцендентных передаточных функций представляется возможным оперировать более простыми рациональными передаточными функциями. Получить с помощью теории марковских процессов решение в аналитическом виде и т. д.

В работе в зависимости от располагаемой информации относительно исходной функции рассматриваются два способа аппроксимации. Первый применяется, когда известна передаточная функция системы с распределенными параметрами; второй когда известен квадрат ее модуля или спектральная плотность процесса на выходе этой системы.

Первый способ аппроксимации основывается на разложении исходной функции в ряд Фурье. Во втором способе используется замена логарифмической кривой квадрата модули передаточной функции прямолинейными сопрягающимися отрезками или интерполирование или, наконец, интерполирование в сочетании с подбором передаточной функции системы с сосредоточенными параметрами, имеющей амплитудно-фазовые частотные характеристики такого же вида, как аналогичные характеристики системы с распределенными параметрами.

В основном, в работе аппроксимируются редуционные коэффициенты в выражениях нелинейных возмущающих сил и момента. Вместе с тем, пренебрежение зависимостью гидродинамических коэффициентов от частоты, с сохранением зависимости их от перемещений и производных от перемещений, и учет только нескольких первых форм колебаний поверхности жидкого груза также относится к действиям, в результате которых осуществляется переход к системам с сосредоточенными параметрами.

Использование спектров морского волнения дробно-рационального вида позволяет в свою очередь и морское волнение представить как процесс на выходе некоторой системы с сосредоточенными параметрами, на вход которой подан белый шум в узком смысле.

Таким образом, после выполнения аппроксимации динамической системы «нерегулярное волнение-судно-жидкий груз» системой с сосредоточенными параметрами и приведения полученных нелинейных уравнений движения к системе p дифференциальных уравнений первого порядка следующего вида:

$$\frac{dZ_s}{dt} = \varphi_s(Z_1, \dots, Z_p) + \Psi_s(t) \quad (s=1, 2, \dots, p), \quad (3.1)$$

процессы качки судна и движения жидкого груза можно рассматривать как компоненты p -мерного марковского процесса, плотность вероятности которого удовлетворяет уравнению (1.4), а характеристическая функция - уравнению (1.5).

В работе учитываются нелинейности по демпфирующему, восстанавливающему и возмущающему моментам, причем в силу нечетности функций, определяющих демпфирующий и восстанавливающий моменты, разложения этих функции в ряды по $\dot{\Theta}$ и Θ ведутся по нечетным степеням аргументов.

Ввиду того, что в уравнениях движения нелинейные зависимости представлены в виде отрезков сходящихся степенных рядов

$$\varphi_s(Z_1, \dots, Z_p) = \sum_{m_1, \dots, m_p=0}^{\infty} \varphi_{s, m_1, \dots, m_p} Z_1^{m_1} \dots Z_p^{m_p}, \quad (3.2)$$

решение уравнения для характеристической функции (1.5) отыскивается в виде

$$g_1(\lambda_1, \dots, \lambda_p) = \sum_{n_1, \dots, n_p=0}^{\infty} \frac{\alpha_{n_1, \dots, n_p}}{n_1! \dots n_p!} (i\lambda_1)^{n_1} \dots (i\lambda_p)^{n_p}, \quad (3.3)$$

где $\alpha_{n_1, \dots, n_p}$ — начальные моменты случайных функций $Z_1, \dots, Z_p$.

Подставляя выражения (3.2) и (3.3) в уравнение (1.5), преобразовывая его и приравнявая затем коэффициенты при одинаковых степенях $i\lambda$ в левой и правой частях, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_{n_1, \dots, n_p}}{\partial t} = & \sum_{r_1=0}^{n_1} \dots \sum_{r_p=0}^{n_p} C_{n_1}^{r_1} \dots C_{n_p}^{r_p} \times \\ & \times G_{r_1, \dots, r_p} \alpha_{n_1-r_1, \dots, n_p-r_p} + \\ & + \sum_{s=1}^p n_s \sum_{m_1, \dots, m_p=0}^{\infty} \varphi_{s, m_1, \dots, m_p} \alpha_{n_1+m_1, \dots, n_s+m_s-1, \dots, n_p+m_p} \\ & (n_1, \dots, n_p = 0, 1, 2, \dots; n_1+n_2+\dots+n_p > 0). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Здесь $G_{r_1, \dots, r_p}$ — интенсивности и взаимные интенсивности белых шумов $\Psi_1, \dots, \Psi_p$;

$C_{n_s}^{r_s}$ — биномиальные коэффициенты.

В силу стационарности рассматриваемых процессов левые части системы (3.4) равны нулю и эти уравнения образуют бесконечную линейную алгебраическую систему.

Разложения в ряды по малым параметрам и ограничение точности вычислений до $\varepsilon, \varepsilon_1^3$ включительно позволяют

провести усечение полученной системы алгебраических уравнений. Действительно, так как ограничение точности вычислений основывается на предположении об обращении в нуль всех членов, пропорциональных степеням малых параметров выше некоторой степени n , то и усечение системы уравнений (3.4) должно разрешаться с помощью предположения об обращении в нуль моментов, порядок которых выше некоторого порядка q . Поскольку моменты порядка r случайных функций Z_j имеют порядок малости или ε^r , или ε_1^r и оценку малости моментов высших порядков необходимо производить по сравнению с моментами второго порядка, исчерпывающими линейную часть задачи, в которой они пропорциональны ε^2 , то наибольший порядок q моментов, входящих в усеченную систему уравнений (3.4), будет равен $2n$.

Таким образом, в рассматриваемом случае уравнения (3.4) содержат в качестве неизвестных моменты до шестого порядка включительно.

Если ограничиться рассмотрением линейной задачи о качке судна с жидким грузом, то система алгебраических уравнений для моментов (3.4) разделяется на системы уравнений относительно моментов определенного порядка, которые решаются последовательно. Дифференциальный закон распределения случайных функций в этом случае, естественно, нормальный. При введении нелинейных выражений в уравнения движения система алгебраических уравнений для моментов не разделяется. Только в частном случае, когда в уравнениях движения (3.1) исключается нелинейность по возмущающему моменту, эта система разделяется на системы для моментов четного и нечетного порядков. При этом в силу однородности системы уравнений для моментов нечетного порядка и неравенства нулю ее определителя моменты нечетного порядка обращаются в нуль.

Ограничения в разложениях кинематических характеристик качки в ряды по малым параметрам ε и ε_1 основаны на предположении об относительной малости амплитуд колебаний судна с жидким грузом при боковой качке. При относительно малых амплитудах затухание в системе судно—жидкий груз также мало.

Следовательно, $\Theta(t)$ - процесс на выходе этой системы можно считать узкополосным процессом с медленно меняющейся во времени амплитудой и фазой, а задачу об определении вероятностных характеристик амплитуды бортовой качки исследовать асимптотическими методами нелинейной механики. В работе в основу такого исследования положен метод Ван-дер-Поля.

Исключая из уравнений движения нелинейные члены в выражении для возмущающего момента, можно свести эти уравнения к одному дифференциальному уравнению n -го порядка

$$a_n \frac{d^n \Theta}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} \Theta}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{d\Theta}{dt} + a_0 = F(\Theta, \Theta^3, \dots, \dot{\Theta}, \dot{\Theta}^3, \dots) + E(t). \quad (3.5)$$

Выражение $F(\Theta, \Theta^3, \dots, \dot{\Theta}, \dot{\Theta}^3, \dots)$ и случайная функция $E(t)$ предполагаются малыми, в связи с чем решение уравнения (3.5) можно искать в виде

$$\Theta = A \cos(\omega t + \varphi), \quad (3.6)$$

где $A(t)$ и $\varphi(t)$ —амплитуда и фаза колебаний, а ω —нижняя собственная частота системы. В результате для случайных функций $A(t)$ и $\varphi(t)$ получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt} &= (-p_1 A - p_3 A^3) \frac{1}{\Delta} + \frac{\pi s_0}{2A\Delta^2} + \zeta_1(t), \\ \frac{d\varphi}{dt} &= (q_0 - q_2 A^2) \frac{1}{\Delta} + \zeta_2(t), \end{aligned} \quad (3.7)$$

где $p_1, p_3, q_0, q_2, \Delta$ — полиномы от ω ;
 s_0 — значение спектральной плотности процесса $E(t)$ на частоте ω ;
 $\zeta_1(t), \zeta_2(t)$ — взаимно независимые гауссовы случайные функции — белые шумы в узком смысле.

Нетрудно заметить, что функции $A(t)$ и $\varphi(t)$ являются компонентами двухмерного марковского процесса. Вместе с тем, поскольку в уравнение для амплитуды не входит фаза, изменение амплитуды во времени можно рассматривать как

одномерный марковский процесс. Для этого случая решение уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова получено в виде

$$f_1(A) = \frac{A}{N} \exp \left[-\frac{p_1 \Delta}{\pi s_0} A^2 - \frac{p_3 \Delta}{2\pi s_0} A^4 \right], \quad (3.8)$$

где

$$N = D_0 \sqrt{\pi \beta} [1 - \Phi(\sqrt{\beta})] \exp(\beta),$$

здесь $\Phi(x)$ — интеграл вероятности;

$D_0 = \frac{\pi s_0}{2p_1 \Delta}$ — дисперсия линейной функции $\Theta(t)$;

$$\beta = \frac{p_1}{4p_3 D_0},$$

а начальные моменты амплитуды бортовой качки судна с жидким грузом вычисляются по формуле

$$\alpha_k^{(A)} = \frac{V \pi}{N} 2^{k/2} D_0^{\frac{k+2}{2}} \Gamma\left(\frac{k+2}{2}\right) \beta^{\frac{k+2}{4}} \times \\ \times \left[\frac{1}{\Gamma\left(\frac{k+4}{4}\right)} \Phi\left(\frac{k+2}{4}, \frac{1}{2}; \beta\right) - \frac{2\sqrt{\beta}}{\Gamma\left(\frac{k+2}{4}\right)} \Phi\left(\frac{k+4}{4}, \frac{3}{2}; \beta\right) \right] \quad (3.9) \\ (k = 1, 2, \dots),$$

в которой

$\Gamma(x)$ — гамма функция;

$\Phi(a, c; x)$ — конфлюэнтная гипергеометрическая функция.

Глава IV

РАСЧЕТ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Глава включает приближенное решение системы алгебраических уравнений для моментов (§ 13) и некоторые численные расчеты (§ 14).

В главе III установлено, что исключением из рассмотрения нелинейных членов в выражении для возмущающего момента достигается разделение системы уравнений (3.4) на две независимые системы относительно моментов четного и нечетного порядков. Чтобы получить в этом случае приближенное решение системы уравнений для моментов, включающей моменты второго и четвертого порядка, вводится предположение, аналогичное гипотезе М. Д. Миллионщикова в статистической гидромеханике, заключающееся в том, что моменты четвертого порядка приближенно связаны с моментами второго порядка соотношениями, справедливыми в случае нормального закона распределения. В результате в линейной системе алгебраических уравнений для моментов резко сокращается количество неизвестных, но система переходит в нелинейную и решение ее осуществляется методом итераций.

Показано, что при использовании второго критерия статистической эквивалентности линейного и нелинейного элементов, т. е. критерия минимума средней квадратической ошибки аппроксимации истинной функции линейной, процесс последовательных приближений метода статистической линеаризации аналогичен указанному итерационному процессу и приводит к тем же результатам.

В работе для выполнения расчета вероятностных характеристик процессов качки, основанного на изложенном выше способе решения задачи, приводится программа, составленная применительно к ЭЦВМ «Минск-22». С помощью этой программы для судна с главными элементами: $L=49,1$ м, $B=9,00$ м, $T=3,69$ м; $h=0,73$ м, $z_g=3,68$ м, $\delta=0,560$, $\alpha=0,790$, $\beta=0,850$, и жидким грузом, имеющим следующие характеристики: длину свободной поверхности $l_1=8,0$ м, ширину $2d_1=4,0$ м, глубину жидкости $h_1=4,0$ м и отстояние свободной поверхности от центра тяжести системы $z_n=0,5$ м, произведены расчеты качки при различных состояниях моря.

В режиме бортовой качки, близком к резонансному, и высоте волны 3% обеспеченности 6,0 м, получены следующие результаты.

Средние амплитуды бортовой качки
(радиан)

Варианты задачи			
1	2	3	4
Линейная теория			
0,543	0,582	0,523	0,558
Нелинейная теория			
0,273	0,298	0,278	0,292

В варианте 1 процессы качки являются компонентами тринадцатимерного марковского процесса. Это наиболее общий из представленных четырех вариантов.

В варианте 2 положены нулю взаимные коэффициенты присоединенных масс и демпфирования и взаимные коэффициенты интенсивности белых шумов, в результате чего поперечно-горизонтальная и бортовая качка становятся независимыми в обычном и статистическом смысле. Здесь $\Theta(t)$ компонента восьмимерного марковского процесса. В варианте 3 по сравнению с первым жидкий груз заменен твердым такого же веса («заморожен»). Вариант 4 соответствует такой ситуации, при которой жидкий груз «заморожен», а бортовая качка рассматривается независимо от поперечно-горизонтальной. В этом случае процесс $\Theta(t)$ является компонентой шестимерного марковского процесса.

Для сравнения был произведен расчет бортовой качки судна без жидкого груза по методике, предложенной Л. П. Вознесенским и Г. А. Фирсовым. Передаточная функция при этом вычислялась по линейной гидродинамической теории качки и влияние поперечно-горизонтальных колебаний не учитывалось. Средняя амплитуда бортовой качки, полученная в этом расчете, оказалась равной 0,57 рад. Этот результат незначительно отличается от полученного в варианте 4 линейной теории, что свидетельствует о допустимости предположений, положенных в основу исследования.

При условиях варианта 4 средняя амплитуда бортовой качки, вычисленная на основе нелинейной теории по формуле (3.9) при $k=1$ по своему значению составила 0,27 рад., что близко к результату, полученному методом итераций. Вместе с тем, решение задачи с помощью аналитических выражений (3.9) проще. Поэтому эти формулы могут быть рекомендованы для приближенных практических расчетов.

З А К Л Ю Ч Е Н И Е

В диссертационной работе выполнено исследование боковой качки судна с жидким грузом на установившемся нерегулярном волнении методами теории многомерных марковских процессов.

Для упрощения исследования и получения решения, допускающего эффективную реализацию в численных расчетах, использовано допущение о возможности, в силу узости полосы пропускания системы «судно—жидкий груз» на нижней собственной частоте, пренебречь зависимостью коэффициентов присоединенных масс и демпфирования от частоты колебаний. Кроме того, с этой же целью системы с распределенными параметрами аппроксимированы системами с сосредоточенными параметрами.

Приведем краткий перечень основных результатов работы.

1. Установлена возможность использования в задаче о боковой качке судна с жидким грузом двухпараметрических разложений, предложенных В. В. Луговским.

2. Сформулирована краевая задача о движении жидкого груза в предположении, что свободная поверхность жидкости не заходит под крышку отсека.

3. Методом малого параметра в форме, предложенной М. П. Моисеевым, получено решение краевой задачи о колебаниях в режимах, близких к резонансным, и удаленных от них.

4. Выполнена аппроксимация системы «нерегулярное волнение—судно—жидкий груз» системой с сосредоточенными параметрами.

5. Составлены уравнения движения судна с жидким грузом на нерегулярном волнении. В силу того, что на входах полученной системы действуют случайные возмущения типа белый шум в узком смысле», процессы на выходе, т. е. процессы качки судна и движения жидкого груза, представлены компонентами многомерного марковского процесса.

Совместная плотность вероятности многомерного марковского процесса и его характеристическая функция в этом случае определяются соответственно уравнением Фоккера-Планка-Колмогорова и интегро-дифференциальным уравнением. Так как в работе рассматриваются только стационарные режимы качки, эти уравнения переходят соответственно в стационарное дифференциальное уравнение в частных производных с переменными коэффициентами и в интегральное уравнение.

6. При получении решения интегрального уравнения использован метод, предложенный В. С. Пугачевым. В результате проблема определения вероятностных характеристик качки свелась к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений

относительно начальных моментов рассматриваемых случайных функций.

7. Разложение кинематических характеристик качки в ряды по степеням малых параметров $\varepsilon, \Pi, \varepsilon_1$, предложенных В. В. Луговским, и ограничение точности вычислений до $\varepsilon, \varepsilon_1^3$ включительно позволили произвести усечение полученной алгебраической системы и ограничиться рассмотрением системы уравнений, включающей первые шесть начальных моментов неизвестных случайных функций.

8. Для приближенного решения усеченной на четвертых моментах системы уравнений, учитывающей нелинейности по демпфирующему и восстанавливающему моментам, использовано предположение о том, что вторые и четвертые моменты (первые и третьи в этом случае равны нулю) приближенно связаны между собой зависимостями, справедливыми для нормально распределенных случайных функций. При этом усеченная система уравнений для моментов сводится к 91 уравнению, сорок из которых являются нелинейными. В качестве неизвестных в этих уравнениях фигурируют дисперсии процессов качки и дисперсии процессов, появившихся в результате аппроксимации заданной системы системами с сосредоточенными параметрами.

9. Разработан итерационный метод решения полученной системы уравнений, составлена программа применительно к ЭЦВМ «Мннск-22» и для одного сочетания параметров судна и жидкого груза произведен численный расчет.

10. Показано, что в рассматриваемой задаче результаты, получаемые с помощью предложенного приближенного способа решения уравнений для моментов, эквивалентны результатам второго метода статистической линеаризации.

11. Наряду с определением вероятностных характеристик ординат процессов качки, в работе на основе асимптотических методов нелинейной механики получены в аналитическом виде дифференциальный закон распределения амплитуды" бортовой качки судна с жидким грузом и его числовые характеристики. При исключении нелинейных членов в уравнениях движения этот закон переходит в закон Релея.

Результаты, полученные в работе с помощью решения интегрального уравнения для характеристической функции, в которых не вводится предположение о характере зависимости между моментами различного порядка, открывают возможности численного решения задачи о вероятностных характеристиках ординат процессов боковой качки судна с жидким грузом.

Практическое применение этих результатов осложняется значительным увеличением числа неизвестных в уравнениях моментов случайных функций при сравнительно небольшом увеличении количества неизвестных в уравнениях движения, определяемых числом отсеков, заполненных жидким грузом, и числом учитываемых форм колебаний свободной поверхности. Решение же задачи, основанное на применении асимптотических методов нелинейной механики, лишено этого недостатка и может быть непосредственно реализовано в практических расчетах.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ ОПУБЛИКОВАНО В РАБОТАХ

1. К нелинейной теории боковой качки судна с жидким грузом. Сб. «Мореходность и управляемость СУДОВ», НТО СП, вып. 105, 1968.
2. Применение теории марковских процессов к расчету качки судна с жидким грузом. Сб. «Управляемость и мореходность судов», НТО СП, вып. 126, 1969.
3. О вероятностных характеристиках амплитуды бортовой качки судна с жидким грузом. Труды НКИ, вып. 28, 1969.
4. О резонансных колебаниях жидкости в сосуде. Сб. «Судостроение и морские сооружения», изд. ХГУ, вып. 12, 1970.
5. О многомерном законе распределения ординат случайных процессов при боковой качке судна. Труды НКИ, вып. 35, 1970.

МАТЕРИАЛЫ ДИССЕРТАЦИИ ДОКЛАДЫВАЛИСЬ

1. На XVIII (1968 г.) и XIX (1969 г.) научно-технических конференциях по теории корабля (Крыловские чтения) г. Ленинград.
2. На выездной сессии секции мореходных качеств судов и комитета по координации работ в области экспериментальной гидромеханики судна ЦП НТО СП, г. Киев, 1969.
3. На научно-технических конференциях НКИ, г. Николаев, 1967 и 1968 гг.