

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова
Навчально науковий інститут (факультет) _____ Кораблебудівний
Кафедра _____ будівельної механіки та конструкції корпусу корабля _____

«Допущений до захисту»

Завідувач кафедри

_____ Л.І. Коростильов
« 25 » _____ 12 _____ 2023 р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
на здобуття ступеня вищої освіти «магістр»
на тему: Дослідження напружено-деформованого
стану у зварних конструктивних вузлах корпусу судна

Виконав: студент 6116м групи

Ковбель Є. В.
(підпис)

Керівник роботи:

ст. викл. каф. БМ та ККК, к.т.н. _____

_____ (посада, науковий ступень вчене звання)
(підпис) **Литвиненко Д. Ю.**

Миколаїв – 2023 р.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова

Навчально науковий інститут (факультет) Кораблебудівний

Кафедра будівельної механіки та конструкції корпусу корабля

Спеціальність 135 Суднобудування

Освітньо-професійна програма Конструювання та міцність корпусу суден і плавучих споруд

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Гарант освітньої програми

 д.т.н., професор Коростильов Л.І.
«25» 12 2023 року

ЗАВДАННЯ
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ
на здобуття ступеня вищої освіти «магістр»

Ковбель Євген Васильович

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи «Дослідження напружено-деформованого стану у зварних конструктивних вузлах корпусу судна»
«Research of stress-strain state in welded structural joints of ship's hull»

Керівник роботи Литвиненко Д. Ю., к.т.н.
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом ректора вищого навчального закладу від
«20» 11 2023 року № 1357-уз

2. Строк подання студентом роботи 26.12.2023

3. Вихідні дані до роботи _____

4. Перелік питань, що належать до розробки (найменування розділів):

1. Опис проблеми визначення напружено-деформованого стану зварних суднокорпусних вузлів

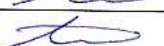
2. Стислий опис основних положень методу скінченних елементів та систем інженерного аналізу

3. Дослідження НДС типових суднокорпусних вузлів у 2-вимірній постановці

4. Дослідження НДС типових суднокорпусних вузлів у 3-вимірній постановці

5. Перелік презентаційних матеріалів:
 5.1 Презентація магістерської роботи
 5.2
 5.3

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	ПіБ консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
1	Литвиненко Д. Ю.		
2	Литвиненко Д. Ю.		
3	Литвиненко Д. Ю.		
4	Литвиненко Д. Ю.		
5			

7. Дата видачі завдання 01.09.2023

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів дипломного проекту	Строк виконання етапів проекту	Примітка
1	Опис проблеми визначення напружено-деформованого стану зварних суднокорпусних вузлів	20.09.2023	
2	Стислий опис основних положень методу скінченних елементів та систем інженерного аналізу	10.10.2023	
3	Дослідження НДС типових суднокорпусних вузлів у 2-вимірній постановці	10.11.2023	
4	Дослідження НДС типових суднокорпусних вузлів у 3-вимірній	01.12.2023	
5	Оформлення пояснювальної записки	20.12.2023	

Студент


(підпис)

Ковбель Є. В.
(прізвище та ініціали)

Керівник роботи


(підпис)

Литвиненко Д. Ю.
(прізвище та ініціали)

ЗМІСТ

ВСТУП.....	
1. Опис проблеми визначення напружено-деформованого стану зварних суднокорпусних вузлів.....	
1.1. Напружено-деформований стан у зварних з'єднаннях.....	
1.2. Проблема невизначеності місцевої геометрії у зварних конструктивних вузлах.....	
1.3. Опис основних підходів до дослідження напружено-деформованого стану у конструктивних вузлах.....	
1.4. Висновки із розділу 1.....	
2. Стислий опис методу скінченних елементів.....	
2.1. Короткий опис теоретичних основ методу скінченних елементів ...	
2.2. Системи скінченно-елементного аналізу	
2.3. Опис основних типів скінченних елементів	
2.4. Застосування місцевого сгущення скінченно-елементної сітки	
2.5. Висновок із розділу 2.....	
3. Дослідження НДС типових суднокорпусних вузлів у 2-вимірній постановці.....	
Висновки із розділу 3.....	
4. Дослідження НДС типових суднокорпусних вузлів у 3-вимірній постановці.....	
4.1. Дослідження напружено-деформованого стану у хрестоподібних з'єднаннях	
4.2. Висновки із розділу 4.....	
ВИСНОВКИ.....	
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	
ДОДАТОК А.....	

					19.МР.135.6116м.12.ПЗ	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

ВСТУП

Актуальність досліджень. Швидкий розвиток торговельного та промислового флотів та різні способи перевезення вантажів обумовлюють створення нових конструктивних рішень вузлів корпусу судна.

Навіть невелички зміни у конструкції вузлів та у з'єднанні окремих їх елементів можуть мати значний вплив на умови роботи цих конструкцій.

Поява нових конструкцій обумовлює нові умови їх роботи. Визначення взаємозв'язку між зовнішніми навантаження та внутрішніми напруженнями в цих конструкціях є складною задачею. Цю задачу часто неможливо вирішити аналітичними методами.

У процесі експлуатації, а іноді й при побудові, суден деякі корпусні конструкції не витримують певних навантажень. Це обумовлює необхідність коригування розмірів та форми таких дефектних конструкцій. Причиною пошкоджень може бути недостатня міцність нових конструктивних вузлів.

Повністю попередити появу тих чи інших пошкоджень в конструкціях корпусів суден, як показує досвід, не вдається. Тому на суднах оригінальної конструкції, які передбачається будувати серіями, доцільно виконувати заміри зусиль та напружень у конструкціях. Доцільно також проводити статичні випробування конструкцій в умовах перевантаження під час вантажних операцій. Після таких випробувань можна виправити конструкції інших суден серії та підвищити їх надійність.

Як показують багаторічні спостереження, найбільш частими осередками пошкодження суднового корпусу є місця різкої зміни перерізів окремих в'язей за довжиною судна, обривання в'язей з утворенням жорстких точок. Така геометрія конструктивних вузлів обумовлює концентрацію напружень в цих місцях, її наявність призводить до пошкоджень.

Таким чином, конструкції із концентрацією напружень обмежують міцність корпусу судна в цілому.

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум./літ.	ПідписАкр	Дата		

Завдяки розвитку комп'ютерних технологій та програмних комплексів скінченно-елементного аналізу з'явилась можливість виконувати складні розрахунки, знаходити напружено-деформований стан конструкцій. Також з'явилась можливість вести їх багатоваріантний розрахунок.

Напруження різного рівня в корпусі судна представлені на рис. 1. Такі напруження спричинюють руйнування через порушення втомної та граничної міцності конструкцій корпусу судна.

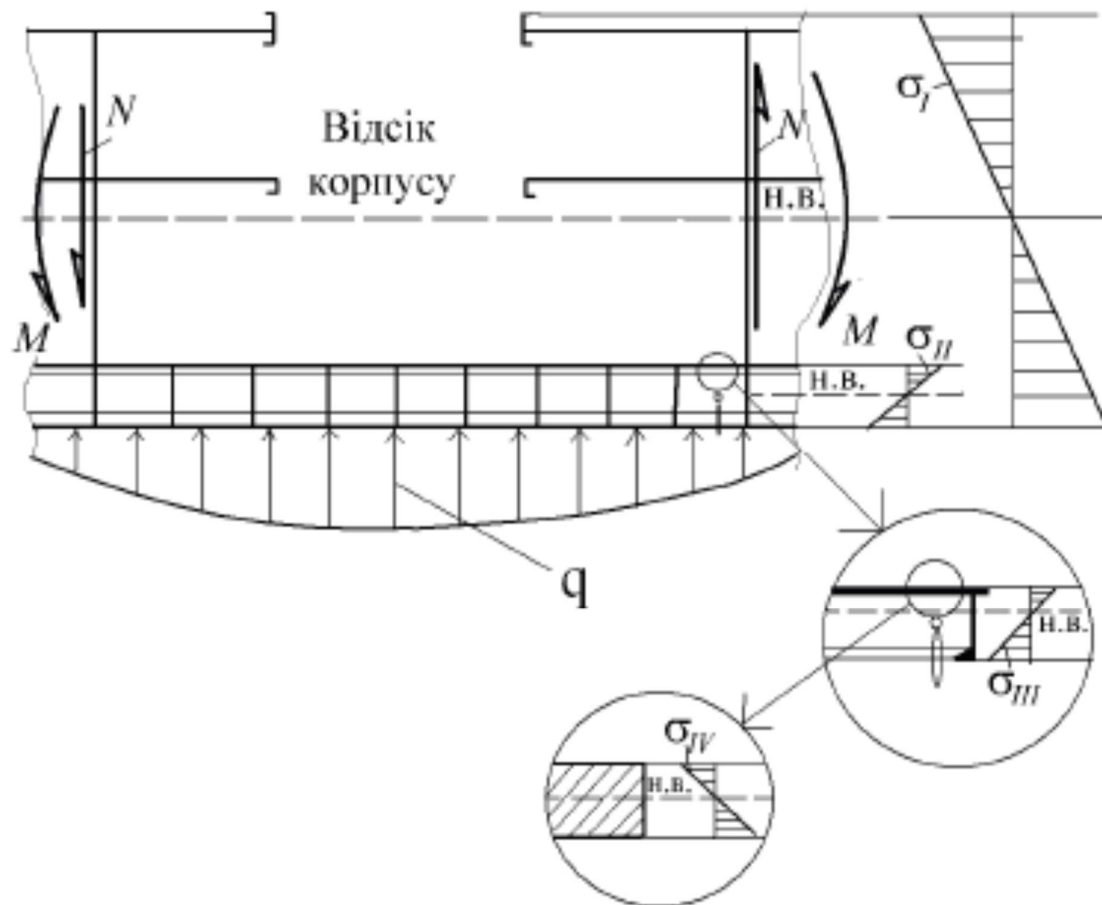


Рис. 1. Напруження різного рівня у конструктивних вузлах корпусу судна

Мета роботи – дослідити напружено-деформований стан та рівень концентрації напружень у деяких типових конструктивних вузлах корпусу судна.

Завдання роботи:

1. Виконати опис проблеми визначення напружено-деформованного стану зварних конструктивних вузлів корпусу судна
2. Виконати опис основних положень методу скінченних елементів та програмних комплексів скінченно-елементного аналізу
3. Розробити 2-вимірні та 3-вимірні моделі досліджуваних вузлів
4. Виконати скінченно-елементний аналіз розроблених моделей
5. Встановити рівень концентрації напружень у вузлах

Об'єктом дослідження є напружено-деформований стан зварних конструктивних вузлів корпусів суден.

Предметом дослідження є напружено-деформований стан та концентрація напружень у деяких типових зварних конструктивних вузлах корпусу суден

Зміна геометрії елементів корпусу судна та властивостей їх матеріалу в зоні зварювання й форма шва призводять до нерівномірного розподілу напружень в такій зоні при навантаженні зварної конструкції, як показано на рис. 1.1.

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум./літ.	Підпис	Акр		
				Дата		

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.01			
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата	Опис проблеми визначення напружено-деформованого стану зварних суднокорпусних вузлів	Арк.		
Студент		Ковдель Е. В.						
Керівник		Литвиненко Д. Ю.						
Зав. каф.		Коростильов Л. І.				НУК		

РОЗДІЛ 1

ОПИС ПРОБЛЕМИ ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕННО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ЗВАРНИХ СУДНОКОРПУСНИХ ВУЗЛІВ

1.1 Напружено-деформований стан у зварних з'єднаннях

Зміна геометрії елементів корпусу судна та властивостей їх матеріалу в зоні зварювання й форма шва призводять до нерівномірного розподілу напружень в такій зоні при навантаженні зварної конструкції, як показано на рис. 1.1.

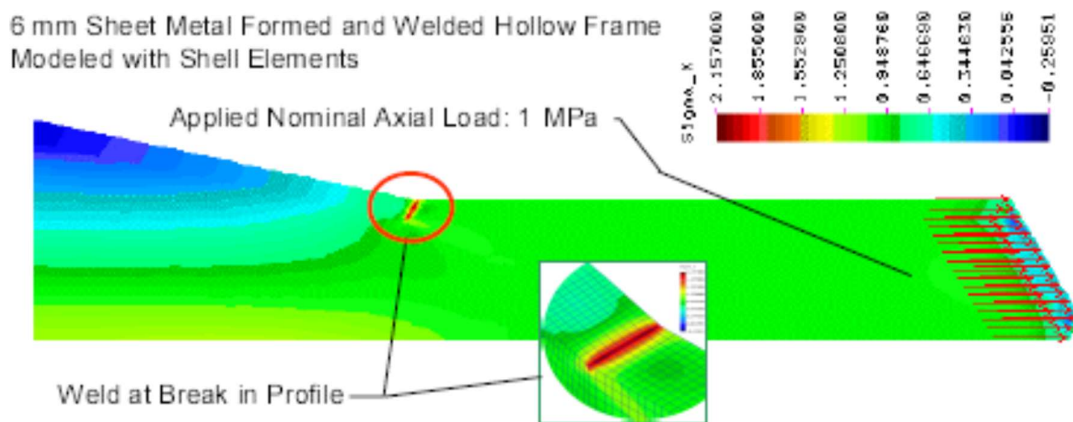


Рис. 1.1. Напруження в зоні зварного шва

Зварні з'єднання у корпусах суден є, як правило, осередками концентрації напружень. Через підвищені місцеві напруження в них може відбуватись циклічне та статичне руйнування матеріалу.

Концентрація напружень у зварних конструкціях корпусу судна обумовлюється як загальною геометрією конструкції, так і параметрами зварного шва.

Наприклад, для стикових зварних з'єднань концентрація напружень обумовлена формою шва, а технологія та режим зварювання є визначальними

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.01	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум./літ.	Підпис/Арк.	Дата		

факторами.

Геометричні параметри, що визначають рівень підвищених місцевих напружень у зварних стикових швах є висота g та ширина підсилення шва. Для кутових таким параметром є катет шва K . Для обох типів шва визначальним також будуть величини кута θ та радіусу ρ в місці переходу від основного металу до металу шва. Схеми таких зварних з'єднань із зазначеними геометричними параметрами наведені на рис. 1.2. Зазначені геометричні параметри ρ та θ є в цілому стохастичними величинами та залежать від виду зварювання, типу шва, температури навколишнього середовища, параметрів струму при зварюванні та цілого ряду інших факторів. Крім того, ці параметри шва змінюються стохастично вздовж його довжини.

Неоднозначною також є форма зварного шва або перетину таких швів, так як з одного боку форма та параметри регулюються вимогами до якості зварних з'єднань, а з іншого – залежать від багатьох факторів, включно навичків зварювальника.

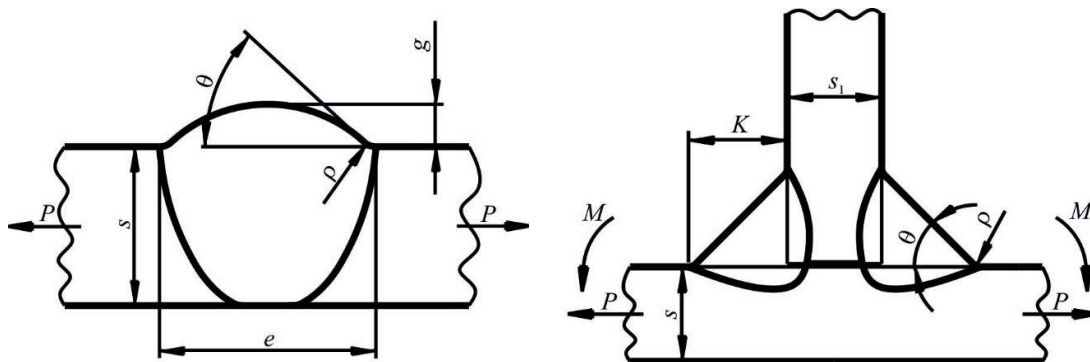


Рис. 1.2. Основні геометричні параметри стикового та кутового зварних швів

Найбільші напруження у зварних вузлах спостерігаються в зоні переходу від основного металу до металу шва, або в області непроварів та включень. Такі дефекти, однак, не є прийнятними для суднокорпусних конструкцій.

Напружений стан в місці переходу в цілому є багатовісним. Напруження на поверхні пластини є нульовими, тому напружений стан в цьому місці може бути представлений плоским, із одним ненульовим компонентом дотичних напружень та двома компонентами нормальних напружень (див. рис. 1.3).

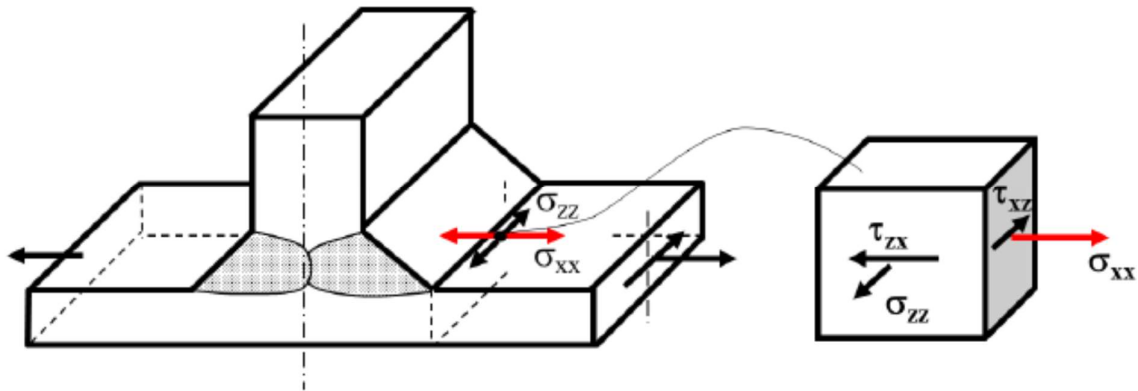


Рис. 1.3. Напружений стан в місці переходу від основного металу до металу шва Т-подібного з'єднання

Компонент σ_{xx} , показаний на рис. 1.3 червоною стрілкою, перпендикулярний до лінії шва, є найбільшим за величиною та він є визначальним для рівня втомної міцності з'єднання. Через це для розрахунків на втому зварних з'єднань важливо визначати зазначений компонент.

В дійності розподіл напружень за товщиною з'єднання є нелінійним, як показано на рис. 1.4. Максимальні значення напружень при цьому припадають на зону переходу від наплавленого металу до металу шва.

На рис. 1.4 також представлені лінеаризовані напруження, з величиною і градієнтом яких пов'язаний рівень максимальних нелінійних напружень, та, відповідно рівень їх концентрації. Під лінеаризованими напруженнями розуміється такі напруження, результуюче осьове зусилля та згинальний момент від яких відповідає таким самим від нелінійно розподілених дійсних напружень.

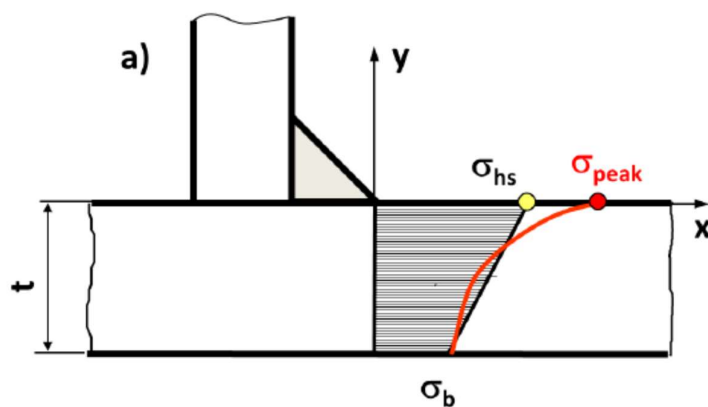


Рис. 1.4. Лінійзовані напруження та нелінійні напруження у зварному з'єднанні

Складнощі при оцінці статичної та втомної міцності зварних з'єднань додає також вплив зварювання на місцеві властивості матеріалу. Таким чином, у типовому зварному з'єднанні можна виділити зону основного металу (base metal), зону наплавленого металу (weld metal) та термічного впливу (heat affected zone), як показано на рис. 1.5. Всі ці зони будуть мати свій розмір зерен та механічні властивості.

					19.MP.135.6116м.09.ПЗ.01	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум./літ.	ПідписАкр	Дата		

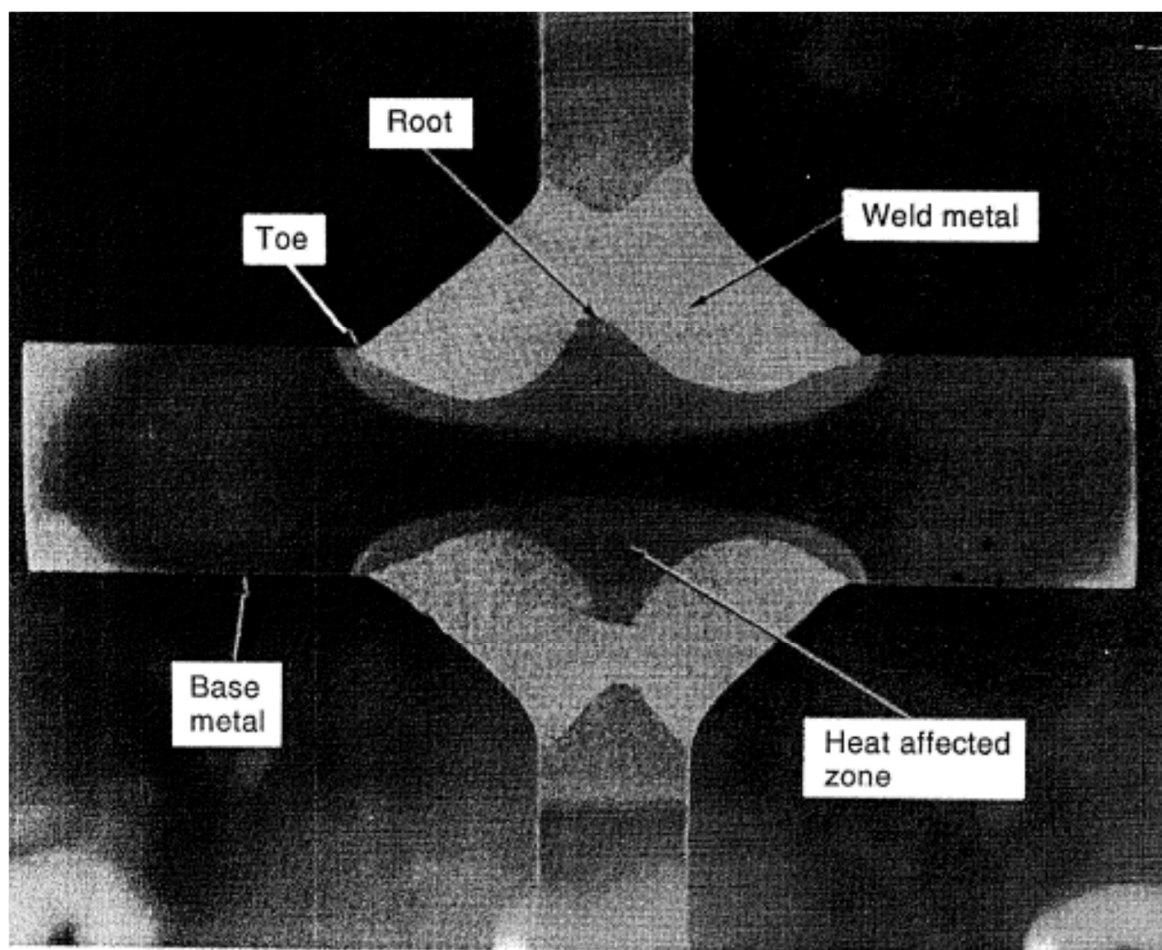


Рис. 1.5. Лінійзовані напруження та нелінійні напруження у зварному з'єднанні

Зростання напружень у стиковому зварному з'єднанні в околошовній зоні показано схематично на рис. 1.6.

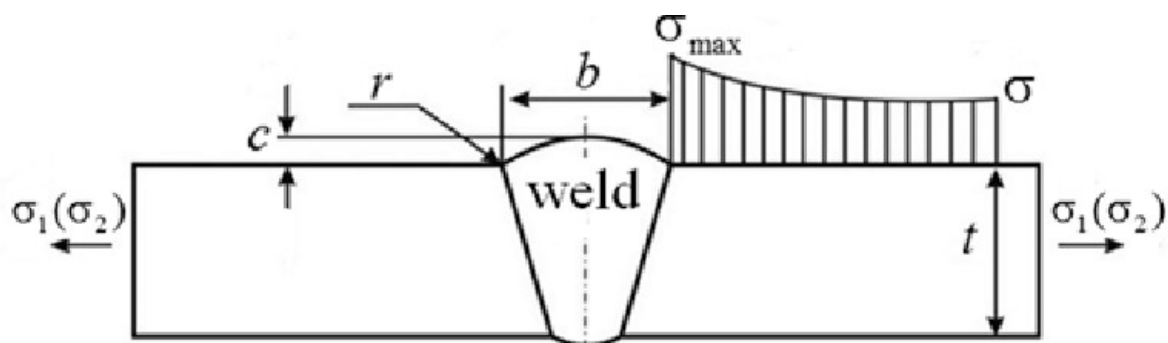


Рис. 1.6. Зростання напружень у стиковому зварному з'єднанні при наближенні до шва

1.2 Проблема невизначеності місцевої геометрії у зварних конструктивних вузлах

Кут нахилу профіля шва у місці переходу від наплавленого металу до металу шва і радіус переходу змінюються за довжиною шва і залежать від ряду факторів. Таким чином, для оцінки величини концентрації напружень у зварних вузлах слід мати статистичні данні про величини радіусів і кутів нахилу профіля шва в місцях переходу від основного металу до наплавленого відносно зварних швів різних типів та способів виготовлення.

Враховуючи велике число факторів, що впливають на параметри ρ та Θ зварного шва, частина з яких має випадковий характер, параметри ρ та Θ доцільно розглядати як випадкові величини, що залежать від типу зварювання, виду шва та інших факторів.

З експериментальних досліджень відомо, що розмірні параметри зварних швів ρ та Θ розподілені за логнормальним законом розподілу. Враховуючи, що зазначені параметри є одними з вирішальних чинників, що визначають рівень концентрації напружень. Таким чином, при розрахунку концентрації напружень та напружено-деформованого стану у зварних конструктивних вузлах корпусу судна потрібно задаватись певними значеннями стохастичних розмірних параметрів зварних швів ρ та Θ . Для цього потрібно знати параметри розподілу таких величин для стикових та кутових швів, виконаних певним видом зварювання.

Параметри логнормального розподілу величин радіусу та куту нахилу профілю шва в місці переходу ρ та Θ , а також їх середні значення і середньоквадратичні відхилення, представлені у табл. 1.1 та табл. 1.2. Ці параметри були отримані на підставі результатів замірів вказаних величин, що представлені в наукових журналах. Для розрахунку параметрів розподілу складались узагальнені вибірки. При цьому положення шва у просторі при зварюванні не приймалось в розрахунок через обмежену кількість результатів замірів.

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.01	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум./літ.	Підпис	Акр		
				Дата		

Таблиця 1.1. Параметри логнормального розподілу, математичні сподівання і стандартні відхилення величин ρ та Θ для стикових швів

Особливості вибірки	$\lg \rho_0$	$\sigma_{\lg \rho}$	$\lg \Theta_0$	$\sigma_{\lg \Theta}$	M_ρ , мм	σ_ρ , мм	M_Θ , град	σ_Θ , град
Ручне дугове зварювання								
Нижнє положення	-	-	-	-	1,26	1,52	21,57	13,54
Вертикальне положення	-	-	-	-	0,67	0,76	33,4	16,67
У точці появи тріщини	-	-	-	-	0,58	0,76	32	16,51
Узагальнені дані	$-7,76 \cdot 10^{-3}$	0,47	1,39	0,26	1,77	2,64	29,28	18,91

Таблиця 1.2 Параметри логнормального розподілу, математичні сподівання і стандартні відхилення величин ρ та Θ для кутових швів

Особливості вибірки	$\lg \rho_0$	$\sigma_{\lg \rho}$	$\lg \Theta_0$	$\sigma_{\lg \Theta}$	M_ρ , мм	σ_ρ , мм	M_Θ , град	σ_Θ , град
Ручне дугове зварювання								
Узагальнені дані	-0,29	0,36	2,15	0,04	0,72	0,72	141,49	14,34
Сталі високої міцності з $\sigma_B = 792$ МПа	-	-	-	-	1,27	-	129,6	-
Характеристики матеріалу: $\sigma_T = 416$ МПа, $\sigma_B = 501$ МПа, 1 тип електроду	-	-	-	-	1,6	0,7	143	9
Характеристики матеріалу: $\sigma_T = 416$ МПа, $\sigma_B = 501$ МПа, 2 тип електроду	-	-	-	-	1,8	0,9	159	8

Матеріали сталей з'єднань, які застосовувались для побудови вибірок були наступними: границя плинності $\sigma_T = 235-390$ МПа, границя міцності $\sigma_B = 400-650$ МПа, відносне подовження при розриві $\delta = 20-22\%$. Товщини з'єднань варіювались в межах 3-26 мм.

Величини в табл. 1.1 та 1.1 пояснюються наступними формулами.

Щільність розподілу ρ згідно логнормального закону має вигляд:

$$f(\rho) = \frac{0,4343}{\sigma_{\lg \rho} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\lg \rho - \lg \rho_0)^2}{2\sigma_{\lg \rho}^2}}, \quad (1.1)$$

де $\sigma_{\lg \rho}$ – незміщена оцінка дисперсії логарифмованої випадкової величини $\lg \rho$, розподіленої за нормальним законом; $\lg \rho_0$ – оцінка математичного сподівання величини $\lg \rho$. Математичне сподівання випадкової величини ρ , розподіленої за логнормальним законом розраховується за формулою:

$$M_\rho = \rho_0 e^{2,65\sigma_{\lg \rho}^2}, \quad (1.2)$$

де $\rho_0 = 10^{\lg \rho_0}$.

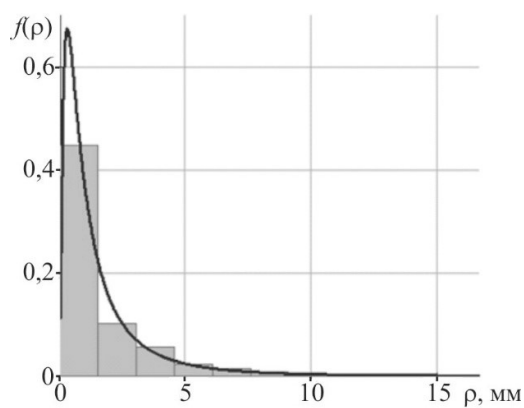
Дисперсія логнормально розподіленої випадкової величини визначається з залежності:

$$\sigma_\rho = M_\rho \sqrt{\left(\frac{M_\rho}{\rho_0}\right)^2 - 1}. \quad (1.3)$$

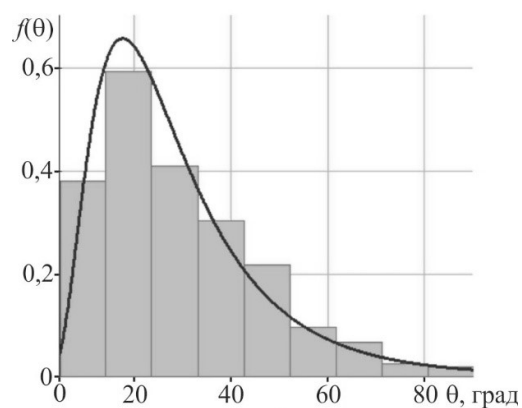
Аналогічний вирази можна навести для щільності імовірності розподілу величини кута нахилу профілю шва в місці переходу Θ , її математичного сподівання і дисперсії.

Гістограми розподілу величин ρ та Θ у стикових зварних швах і теоретичні криві, що їх вирівнюють, наведені на рис. 1.7. Теж саме для кутових швів представлено на рис. 1.8.

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.01	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум./літ.	Підпис Арк.	Дата		

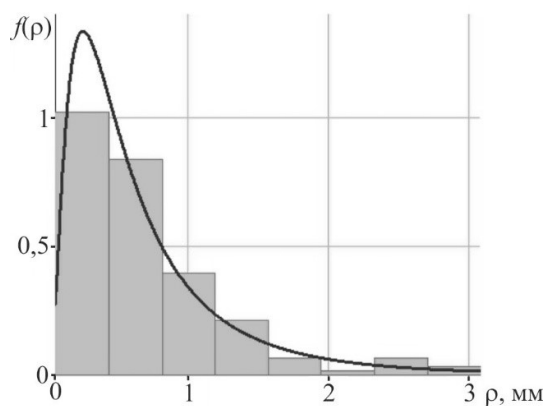


a

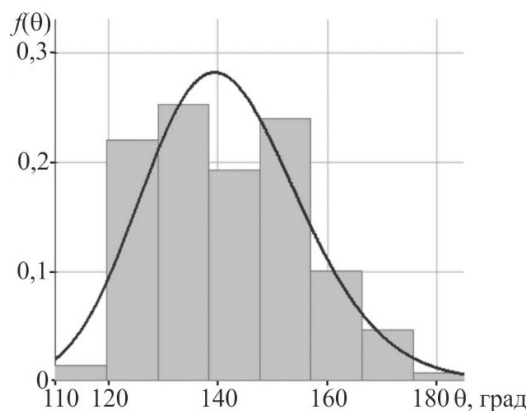


б

Рис. 1.7. Гістограми та теоретичні криві, що їх вирівнюють, для стикових швів при ручному способі зварювання: *a* – розподіл радіусів в місці переходу ρ ; *б* – розподіл кутів в місці переходу θ



a



б

Рис. 1.8. Гістограми та теоретичні криві, що їх вирівнюють, отримані для кутових швів при ручному способі зварювання: *a* – розподіл радіусів в місці переходу ρ ; *б* – розподіл кутів в місці переходу θ

Відповідність побудованих теоретичних кривих експериментальним даним була перевірена за критеріями узгодженості.

Таким чином, для визначення коефіцієнтів концентрації напружень у зварних конструктивних вузах корпусу судна та локального напружено-

деформованого стану за допомогою даних з табл. 1, 2, необхідно задавати певним рівнем забезпеченості стохастичних величин ρ та Θ .

1.3 Опис основних підходів до дослідження напружено-деформованого стану у конструктивних вузлах

Найбільш розповсюдженим наразі підходом до визначення напружено-деформованого стану у деталях та конструкціях є скінченно-елементний аналіз за допомогою програмних комплексів.

Приклад застосування такого підходу до визначення напружень у зварному вузлі наведено на рис. 1.1.

Крім того може бути застосовано тензовимірювання, як показано на рис. 1.9. При цьому необхідно мати спеціальне обладнання для навантаження натурних або масштабних моделей вузлів, обладнання для вимірювання деформацій. До того потрібно виготовити відповідне з'єднання. Результати таких замірів є наближеними до напружень та деформацій у реальній конструкції, але для їх отримання необхідно значно більше часу та ресурсів, ніж у випадку застосування скінченно-елементного аналізу. Результируючі напруження будуть включати ефект залишкових напружень від зварювання та інші ефекти, що притаманні дійсним конструкціям.

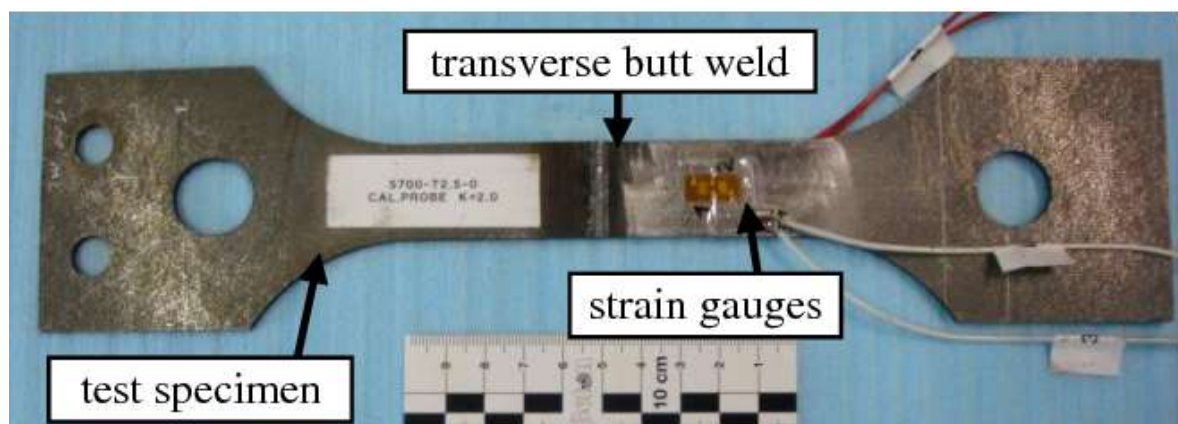


Рис. 1.9. Тензодатчик, встановлений на стикове з'єднання

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.01	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум./літ.	ПідписАкр	Дата		

Іншим підходом до визначення напружень у зварних конструкціях є метод фотопружності, якій пояснено за допомогою рис. 1.10. Цей метод, однак, був вітіснений розповсюдженням скінченно елементного аналізу.

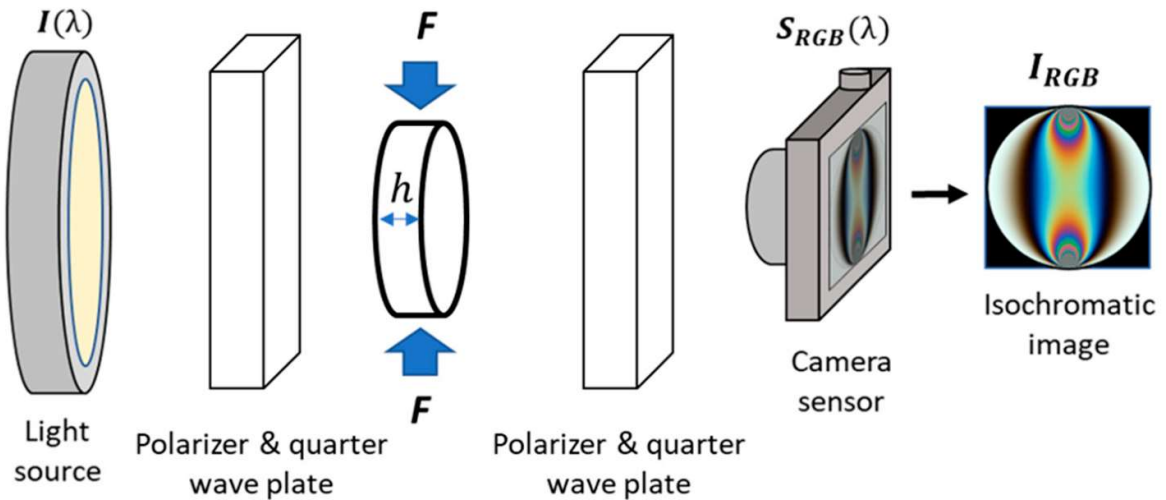


Рис. 1.10. Застосування методу фотопружності до визначення напружень

Висновки із розділу 2

- Виконано опис проблеми визначення напружень та деформацій у зварних конструктивних вузлах суднового корпусу
- Описано проблему невизначеності місцевої геометрії у зварних конструктивних вузлах та запропоновано підхід до її вирішення з використанням імовірнісних методів
- Описані основні підходи до визначення напружень у вузлах

									Арк.
Змн.	Арк.	№ докум./літ.	Підпис	Акр.	Дата				

19.MP.135.6116м.09.ПЗ.01

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.02					
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата	Стислий опис методу скінченних елементів	№	Арк.	Підпис	Акрушів	
Студент		Ковдель Е. В.								Дата
Керівник		Литвиненко Д. Ю.								
Зав. каф.		Коростильов Л. І.								
						НУК				

РОЗДІЛ 2

СТИСЛИЙ ОПИС МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

2.1 Короткий опис теоретичних основ методу скінченних елементів

На теперішній час метод скінченних елементів отримав глибоке теоретичне обґрунтування та застосовується для широкого кола задач.

Наприклад:

- стаціонарні задачі розповсюдження тепла, розподілу електричного поля, інші задачі теорії поля;
- задачі гідромеханіки;
- задачі механіки та міцності.

Основна ідея методу скінченних елементів (МСЕ) полягає у тому, що

- будь-яку неперервну величину (наприклад, переміщення) можна апроксимувати дискретною моделлю, котра будується на множині кусочно-неперервних функцій, що визначені на скінченному числі елементів (підобластей);
- кусочно-неперервні функції визначаються за допомогою значень неперервної величини в скінченному числі точок області, що розглядається.

Побудову дискретної моделі неперервної величини виконують таким чином.

1. В області, що розглядається фіксується кінцеве число точок. Ці точки називаються вузловими (чи просто вузлами).
2. Значення безперервної величини в кожній вузловій точці вважається змінною, яка має бути визначена в результаті розв'язку рівнянь.
3. Область визначення неперервної величини розбивається на скінченне число підобластей, які називають елементами (або кінцевими

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.02	Арк.
Змн.	Арк.	докум./літ.				

4. Неперервна величина апроксимується на кожному елементі поліномом (або якоюсь іншою функцією), який визначається за допомогою вузлових значень цієї величини. Для кожного елемента визначається свій полин, але поліноми підбираються в такий спосіб, щоб збереглася неперервність величини в межах елемента. Цей поліном називають ще функцією елемента.

Вибір типу, форми та розміру скінченного елемента залежить від форми тіла та виду напружено-деформованого стану. Скінченні елементи

наділяються різними властивостями, які задаються за допомогою констант та опцій. Усі елементи та вузли нумеруються. Нумерація вузлів буває загальною (глобальною) для всієї скінченно-елементної моделі та місцевою (локальною) усередині елементів. Нумерацію елементів та загальну нумерацію вузлів бажано проводити так, щоб трудомісткість обчислень була найменшою. Існують алгоритми оптимізації цієї нумерації. Має бути визначено масиви зв'язків між номерами елементів та загальними номерами вузлів.

У задачах механіки деформівного твердого тіла, перш за все, потрібно вказати пружні властивості – модуль пружності та коефіцієнт Пуассона. Для динамічних завдань необхідно визначити коефіцієнт в'язкого демпфування.

Стан тіла характеризується скінченним числом незалежних параметрів, визначених у вузлах кінцево-елементної сітки. Такі параметри називаються ступенями свободи. У задачах механіки деформівного твердого тіла як ступені свободи застосовуються переміщення вузлів, серед компонентів яких можуть бути кутові переміщення. Координати вузлів, переміщення вузлів та довільних точок елементів, сили та інші об'єкти можуть визначатися у різних системах координат.

В алгоритмі МКЕ використовуються загальна (глобальна) система координат, прив'язана до всієї скінченно-елементної моделі, та місцеві (локальні) системи координат, пов'язані з конкретними скінченними елементами, внаслідок чого їх називають елементними системами відліку. Перехід від однієї системи відліку в іншу проводиться за допомогою матриць перетворення.

Число ступенів свободи одного вузла залежить від типу задачі та від системи відліку. На рис. 2.2 показаний вузол і тіла на рис. 2.1, що має у загальній системі координат x , y , z три ступеня свободи, що становлять вузловий вектор ступенів свободи (переміщень). У загальній системі координат цей вектор може бути записаний у вигляді:

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.02	Арк.
Змн.	Арк.	докум./літ.				

$$U_i = \{U_i\} = \begin{Bmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \\ u_{1z} \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

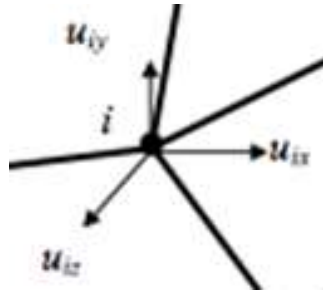


Рис. 2.2. Три ступені вільності у і-тому вузлі

Якщо вузол i має n ступенів свободи, а скінченний елемент містить n_e вузлів, то число ступенів свободи одного елемента дорівнює $n_e \times n_i$. Число ступенів свободи всієї моделі, що має n однотипних вузлів, дорівнює $N = n \times n_i$. Набір всіх ступенів свободи моделі становить загальний (глобальний) вектор ступенів свободи (тобто вузлових переміщень моделі), в якому нумерація ступенів свободи може бути загальною або за номерами вузлів з додаванням індексу вузлового ступеня свободи:

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_q \\ u_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_i \\ U_n \end{Bmatrix}, \quad (2.2)$$

де $\{U_i\}$ - підматриця, складена з усіх компонентів n_i переміщення вузла i . Зокрема, для тривимірної задачі при використанні загальної декартової системи координат x, y, z ця підматриця є вектором переміщень вузла (2.1). Перехід від вузлової нумерації до загальної очевидний. Наприклад, для розглянутого вище випадку трьох ступенів свободи у вузлі формули перетворення мають такий вигляд: $u_{ix} = u_{3i-2}$, $u_{iy} = u_{3i-1}$, $u_{iz} = u_{3i}$.

Рівня жорсткості скінченного елемента. Розглянемо спочатку лінійно-пружну задачу деформування твердого тіла при малих деформаціях та малих переміщеннях. Нехай, скінченні елементи взаємодіють через

загальні вузли. Внутрішні розподілені сили, що діють за межами елемента e , замінюються статично еквівалентними вузловими силами, що становлять вектор вузлових сил елемента $\{F\}_e$. Зовнішні розподілені масові та поверхневі сили, що діють на сінченний елемент, призводять до статично або енергетично еквівалентних вузлових сил, що утворюють відповідно вектори $\{P\}_e^g$ та $\{P\}_e^q$. До еквівалентних вузлових зусиль приводяться також сили інерції (як масові сили), початкові деформації, включаючи початкові напруги (вектор $\{P\}_e^{\sigma_0}$).

Матричне рівняння жорсткості елемента має наступний вигляд

$$[K]_e \{U\}_e = \{F\}_e + \{P\}_e^q + \{P\}_e^g + \{P\}_e^{\sigma_0} \quad (2.3)$$

де $[K]_e$ – матриця жорсткості елемента, що складається з коефіцієнтів жорсткості; $\{U\}_e$ – вектор вузлових переміщень елемента.

Обґрунтування рівняння (2.3) може бути виконане за допомогою теорії пружності чи опору матеріалів, а також за допомогою варіаційних методів та методів нев'язок.

Розв'язок рівнянь MCE. З умов рівноваги вузлів або за допомогою варіаційних принципів, а також методів нев'язок, що застосовуються до всієї скінченно-елементної моделі, складається загальна система рівнянь рівноваги всієї скінченно-елементної моделі досліджуваного тіла, що деформується. Для статичних завдань вона має вигляд:

$$[K]\{U\} = \{P\} + \{P\}^q + \{P\}^g + \{P\}^{\varepsilon_0} + \{P\}^{\sigma_0}, \quad (2.4)$$

де $[K]$ – глобальна матриця жорсткості скінченно-елементної моделі;
 $\{P\}$ – глобальний вектор заданих зовнішніх вузлових сил;
 $\{P\}^q, \{P\}^g, \{P\}^{\varepsilon_0}, \{P\}^{\sigma_0}$ – глобальні вектори вузлових сил, що еквівалентні розподіленим поверхневим та об'ємним силам, початковим деформаціям, початковим напруженням.

Компоненти матриці $[K]$ є коефіцієнтами жорсткості моделі. Вони обчислюються шляхом підсумовування відповідних коефіцієнтів жорсткості скінченних елементів. Матриця жорсткості $[K]$ для скінченно-елементної моделі є симетричною.

Глобальний вектор заданих зовнішніх вузових сил можна представити у вигляді

$$\{P\} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_q \\ P_i \\ P_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_i \\ P_n \end{Bmatrix}, \quad (2.5)$$

де $P_i = \{P_i\}$ – підматриця з n_i компонентів сили, прикладені в точці i . Для тривимірної задачі буде $\{P_i\} = \{P_{ix} \ P_{iy} \ P_{iz}\}^T$. Як видно з виразу (2.5) індекси компонентів можуть бути або за загальними номерами ступенів вільності моделі, або за загальними номерами вузлів з додавання індексу вузлової ступені вільності, як у вектора (2.2).

Глобальні вектори вузових зусиль $\{P\}^q, \{P\}^g, \{P\}^{\varepsilon_0}, \{P\}^{\sigma_0}$ збираються з компонентів відповідних елементних векторів. Їх структура така сама, як у вектора $\{P\}$.

У статичних задачах переміщення, що задаються, повинні виключати можливість переміщення конструкції як абсолютно твердого тіла. Тільки в цьому випадку система рівнянь (2.4) після врахування граничних умов матиме єдиний розв'язок. До врахування зв'язків вихідна система (2.4) має лінійно залежні рівняння, визначник її матриці жорсткості дорівнює нулю, отже матриця жорсткості вільного тіла є сингулярною. Таким чином, не можна знайти однозначного рішення для вузових переміщень.

Загальна система рівнянь рівноваги (2.4), отримана методом кінцевих елементів для статичної лінійно-пружної моделі тіла, є, з математичної точки зору, системою лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Після врахування правильно накладених зв'язків, що не допускають переміщення моделі як абсолютно твердого тіла, визначник матриці жорсткості $[K]$ не дорівнює

нулю i , отже, існує єдиний розв'язок – глобальний вектор вузлових переміщень $\{U\}$.

Точність та ефективність різних способів роз СЛАР (2.4) багато в чому залежить від структури та властивостей матриці $[K]$. Відомі алгоритми розв'язку СЛАР можна розділити в основному на дві групи: прямі методи та ітераційні методи.

Прямі методи дозволяють отримувати за допомогою скінченного числа операцій точні значення невідомих, якщо коефіцієнти та праві частини рівнянь задані точно і немає округлень при обчисленнях. Серед безлічі прямих методів найбільше застосування мають метод Гаусса, метод квадратного кореня, а також їх різновиди, зокрема фронтальний метод і схема розкладання Холецького.

Ітераційні методи характеризуються тим, що спочатку потрібно задатись деякими наближеними значеннями невідомих. Потім їх послідовно уточнюють, наближаючись до точного рішення. Найчастіше використовуються метод прямої ітерації, метод Гаусса-Зейделя, метод послідовної верхньої релаксації, градієнтні методи.

Скінченно-елементні моделі можуть бути нелінійними. Модель деформування фізично нелінійна, якщо в ній враховується нелінійна поведінка матеріалу - нелінійна пружність, плинність, повзучість та ін. Геометрична нелінійність при деформуванні тіла обумовлена великими деформаціями та великими переміщеннями.

Нелінійні задачі розв'язуються ітераційними методами, причому на кожній такій ітерації розв'язуються квазілінійні рівняння. У практичних обчисленнях часто застосовується метод Ньютона-Рафсона та його модифікації.

Постпроцесорна обробка результатів. При вирішенні задач деформівного твердого тіла після визначення глобального вектору

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.02	Арк.
Змн.	Арк.	докум./літ.				

ступенів вільності $\{U\}$ визначають вектори вузлових переміщень $\{U\}_e$. Через них шляхом інтерполяції за допомогою функцій форми обчислюють переміщення будь-яких точок елементів.

Наприклад, для стрижневих елементів по відомим векторам $\{U\}_e$ з рівнянь (2.3) знаходять вектор $\{F\}_e$. Потім методами опору матеріалів та будівельної механіки визначають внутрішні зусилля, моменти та напруження. Для плоских та об'ємних елементів, виконуючи диференціювання апроксимуючих функцій переміщень всередині елементів, визначають деформації за законом Гука та обчислюють напруження.

З метою уточнення результатів обчислень застосовують різні способи усереднення результатів. Наприклад, у вибраному вузлі визначають середню величину вузлових значень напружень, знайдених для всіх елементів, що граничать із цим вузлом.

2.2 Системи скінченно-елементного аналізу

Розв'язок за допомогою методу скінченних елементів крайової задачі здійснюється системою скінченно-елементного аналізу у три етапи. На першому етапі (припроцесінг) створюється скінченно-елементна модель конструкції. Цей етап включає в себе такі процедури.

- Встановлення фізичного типу задачі та відповідне налаштовується у програмі.
- Вибір типу скінченного елемента залежно від досліджуваної конструкції.
- Вибір матеріалу об'єкта і зазначення всіх його необхідних властивостей. Властивості можуть бути задані з клавіатури або імпортовані з вбудованої бібліотеки матеріалів. Завдання властивостей

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.02	Арк.
Змн.	Арк.	докум./літ.				

визначає модель матеріалу (лінійно-пружний, пружно-пластичний, білінійний і т.д.).

- Побудова геометричної твердотільної моделі об'єкта. Геометрична модель може бути також експортована з будь-якої CAD програми.
- Розбивка геометричної моделі на скінченні елементи. При розбивці можуть бути задано різні параметри сітки.

Другий етап – накладення на модель необхідних фізичних умов та розв'язання задачі – складається з трьох кроків:

- Задаються граничні умови - сили, переміщення (зв'язку) та ін.
- Вибирається тип аналізу (статичний, динамічний, модальний тощо.). Можливий вибір методу розв'язання системи рівнянь методу скінченних елементів та завдання параметрів обчислювальних процедур (числа кроків навантаження, числа ітерацій та ін.).
- Здійснюється розв'язок системи рівнянь. В результаті формується файл результатів, який містить вектор знайдених вузлових переміщень.

Третій етап (постпроцесінг) – це аналіз результатів розрахунку.

Розраховані методом скінченних елементів фізичні величини (переміщення, деформації, напруження) представляються у графічному вікні програмного забезпечення у вигляді картинок, таблиць, графіків, анімацій. Всі ці результати можна записати у відповідні файли.

Комп'ютерний інженерний аналіз (CAE, Computer Aided Engineering) – загальна назва програм та пакетів програм, призначених для розв'язку різних інженерних задач: розрахунків, аналізу та симуляції фізичних процесів.

CAE-системи – програмні продукти, що дозволяють за допомогою розрахункових методів оцінити поведінку комп'ютерної моделі конструкції в реальних умовах експлуатації.

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.02	Арк.
Змн.	Арк.	докум./літ.				

Основними комерційними системами скінченно-елементного аналізу є ANSYS, ABAQUS, MSC Nastran, NX Nastran, Femap, Solidworks Simulation.

Існують та застосовуються на практиці й у наукових дослідженнях некомерційні системи, такі як FreeCAD, Salome-Meca, Calculix.

Розглянемо інтерфейс системи скінченно-елементного аналізу на прикладі Salome-Meca. Ця система застосовує вирішувач Code Aster, який розв'язує рівняння методу скінченних елементів. Salome – це препроцесор та постпроцесор для скінченно-елементного аналізу. За допомогою Salome ви можете створювати, імпортувати геометрію та розбивати її на скінченні-елементи.

Таким чином, Salome-Meca – це середовище, яке об'єднує Code Aster та Salome. Система також включає в себе інтерфейс користувача для прикладання граничних умов для моделі.

Приклади інтерфейсу користувача Salome-Meca, скінченно-елементної моделі та результатів розрахунку представлені на рис. 2.3–2.5.

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.02	Арк.
Змн.	Арк.	докум./літ.				

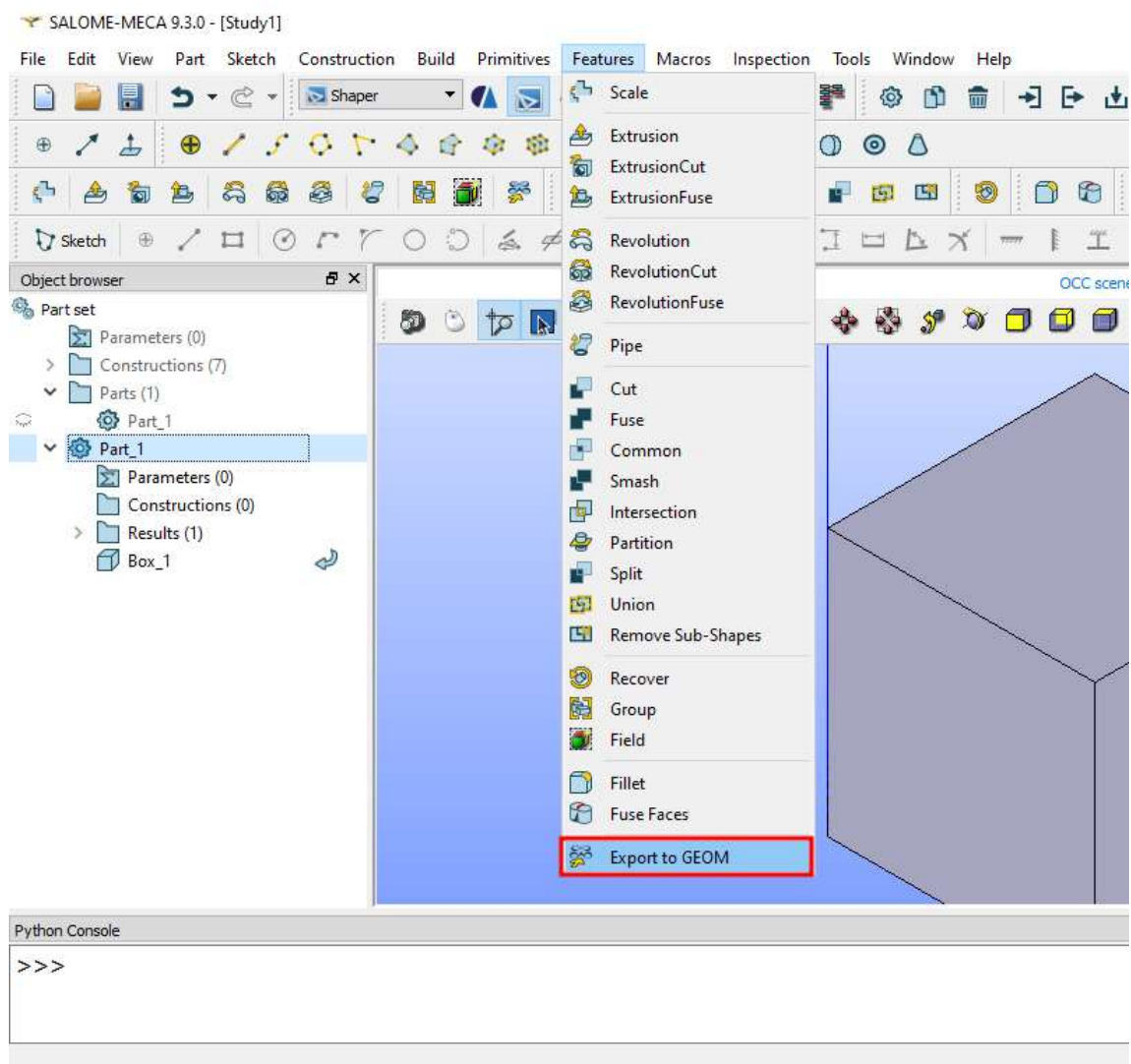


Рис. 2.3. Интерфейс системы Salome-Меса

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.02	Арк.
Змн.	Арк.	докум./им.				

3. Системи інженерного аналізу середнього рівня, обмежені за функціональними можливостями.

Для розв'язку проблеми взаємодії різних CAD/CAM/CAE систем потрібно мати можливість передавання даних з однієї системи в іншу. Для цього потрібно перетворювати ці дані з одної системи в форму, яка прийнята в інших, та навпаки.

Конвертори імпорту-експорту даних геометричних моделей дозволяють ефективно виконувати обмін даними між конкретними парами систем (прямі конвертори). Для обміну даними між різними системами геометричного моделювання та системами скінченно-елементного аналізу створені утіліти обміну даними з використанням нейтральних форматів файлів IGES, STEP, DXF, SAT та ін. (див. рис. 2.6).



Рис. 2.6. Обмін даними між CAD- та CAE-системами через нейтральні формати файлів

2.3 Опис основних типів скінченних елементів

Балковий скінченний елемент. Для опису балкових скінченних елементів скористаємось наступними припущеннями:

- Балка навантажена тільки у поперечному напрямку у.
- Переміщення балки малі в порівнянні з її характерними розмірами.
- Матеріал балки лінійно пружний, ізотропний та однорідний.
- Балка є призматичною, із площиною симетрії в площині згину.

Елемент балки із вузовими зусиллями та переміщеннями представлено на рис. 2.7.

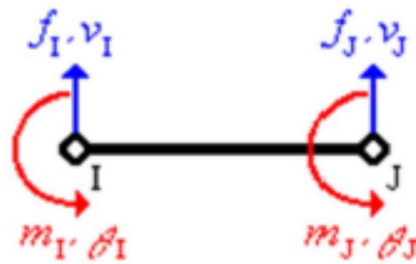


Рис. 2.7. Схема елемента балки

Матричне рівняння жорсткості такого елемента має наступний вигляд

$$\begin{Bmatrix} f_I \\ m_I \\ f_J \\ m_J \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_I \\ \theta_I \\ v_J \\ \theta_J \end{Bmatrix}. \quad (2.6)$$

У приведеному рівнянні матриця жорсткості балкового елемента має розмірність 4x4 та симетрична. Такий елемент має 4 ступіні вільності.

Функція форми наведеного балкового елемента може бути представлена таким чином

$$v(x) = f(v_1, v_2, \theta_1, \theta_2, x);$$

$$v(x) = (1 - 3\xi^2 + 2\xi^3)v_1 + L(\xi - 2\xi^2 + \xi^3)\theta_1 + (3\xi^2 - 2\xi^3)v_2 + L\xi^2(\xi - 1)\theta_2,$$

де $\xi = x/L$.

Матриця жорсткості такого елемента може бути представлена наступним чином

$$[k_e] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Ліній плоский скінченний елемент. Схема елемента показана на рис. 2.8. Елемент має три вузла, кожний вузол має дві ступіні вільності, тобто може переміщуватись вздовж вісей x та y .

Для розрахунку конструкцій, що зазнають плоского напруженого стану, плоский трикутний скінченний елемент є найбільш зручним.

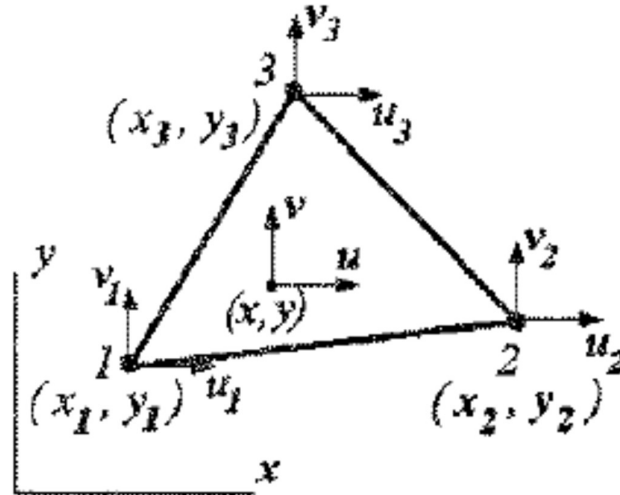


Рис. 2.8. Схема лінійного плоского трикутного елемента

Передбачається, що переміщення u, v будь-якої точки всередині елемента є лінійними функціями координат цієї точки:

$$\begin{aligned} u &= b_1 + b_2x + b_3y; \\ v &= b_4 + b_5x + b_6y, \end{aligned} \quad (2.8)$$

де $b_i, i = 1, 2, \dots, 6$ – константи.

З (2.7) можна получить вирази для деформацій

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = b_2, \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = b_6, \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = b_3 + b_5, \end{cases} \quad (2.9)$$

З формули (2.9) випливає, що деформації не залежать від координат точки та є постійними в межах елемента.

Переміщення вузлів описується рівняннями (2.8), при цьому замість x та y повинні бути підставлені відповідні координати вузлів (x_i, y_i) . Отримаємо систему шести рівнянь, з яких визначимо шість шуканих коефіцієнтів b_i :

$$\begin{aligned} u_1 &= b_1 + b_2 x_1 + b_3 y_1; \\ u_2 &= b_1 + b_2 x_2 + b_3 y_2; \\ &\dots \\ v_3 &= b_4 + b_5 x_3 + b_6 y_3. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Із системи (2.10) можна отримати вирази для $b_1, \dots, b_6$ в залежності від переміщень вузлів та їх координат.

В результаті для переміщень точок в межах елемента отримаємо:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix}, \quad (2.11)$$

де N_i – функції форми, які визначаються наступними залежностями:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{2A} [(x_2 y_3 - x_3 y_2) + (y_2 - y_3)x + (x_3 - x_2)y]; \\ N_2 &= \frac{1}{2A} [(x_3 y_1 - x_1 y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_1 - x_3)y], \\ N_3 &= \frac{1}{2A} [(x_1 y_2 - x_2 y_1) + (y_2 - y_3)x + (x_3 - x_2)y] \end{aligned} \quad (2.12)$$

де A – площа трикутного елемента.

В результаті перетворення (2.11), (2.12) отримаємо наступне

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} y_{23} & 0 & y_{31} & 0 & y_{12} & 0 \\ 0 & x_{32} & 0 & x_{13} & 0 & x_{21} \\ x_{32} & y_{23} & x_{13} & y_{31} & x_{21} & y_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix}, \quad (2.13)$$

де $x_{ij} = x_i - x_j$, $y_{ij} = y_i - y_j$ ($i, j = 1, 2, 3$).

З наведених формул випливає, що напруження всередині елемента також постійні, як і деформації.

Тетраедричний скінченний елемент. При розгляді об'ємних задач МСЕ найбільш простим являється тетраедр (див. рис. 2.9)

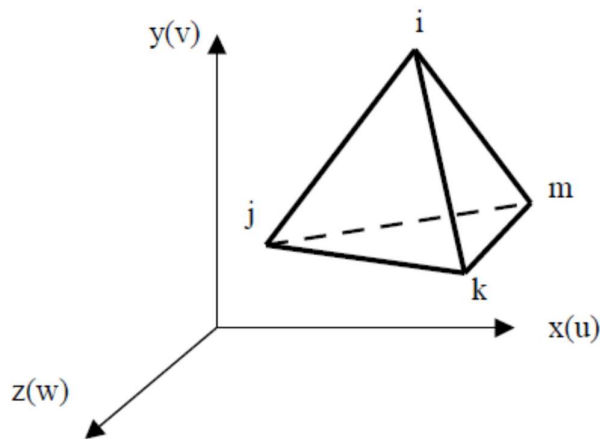


Рис. 2.9. Схема тетрадричного тривимірного скінченного елемента

Вектор переміщень вузла має в цьому випадку три складові:

$$\{\delta\}_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix}. \quad (2.14)$$

Функції переміщень u , v , w тепер представляє поліном, що складається із чотирьох складових, так як тетраедр має чотири вузла.

$$u = a_0 + a_1x + a_2y + a_3z \quad (2.15)$$

Коефіцієнти рівняння a_0 , a_1 , a_2 , a_3 можна пов'язати із переміщеннями вузлів наступним чином:

$$\begin{aligned} U_i &= a_0 + a_1x_i + a_2y_i + a_3z_i; \\ U_j &= a_0 + a_1x_j + a_2y_j + a_3z_j; \\ U_k &= a_0 + a_1x_k + a_2y_k + a_3z_k; \\ U_m &= a_0 + a_1x_m + a_2y_m + a_3z_m. \end{aligned} \quad (2.16)$$

З системи рівнянь (2.16) можна визначити відповідні коефіцієнти a_0 , a_1 , a_2 , a_3 відомими методами.

Рівняння (2.15) можна перетворити наступним чином

$$u = \frac{1}{6V} \begin{vmatrix} a_i + b_ix + c_iy + d_iz & a_j + b_jx + c_jy + d_jz \\ a_k + b_kx + c_ky + d_kz & a_m + b_mx + c_my + d_mz \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \\ u_m \end{Bmatrix}. \quad (2.17)$$

Аналогічно можна отримати функції v та w .

У рівнянні (2.17) відповідні коефіцієнти визначаються наступними формулами:

									Арк.
Змн.	Арк.	докум./літ.							

$$a_i = \begin{vmatrix} x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \\ x_m & y_m & z_m \end{vmatrix}; b_i = - \begin{vmatrix} 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_k & z_k \\ 1 & y_m & z_m \end{vmatrix};$$

$$c_i = \begin{vmatrix} 1 & x_j & z_j \\ 1 & x_k & z_k \\ 1 & x_m & z_m \end{vmatrix}; d_i = - \begin{vmatrix} 1 & x_j & z_j \\ 1 & x_k & z_k \\ 1 & x_m & z_m \end{vmatrix}.$$

Коефіцієнти a_j, b_j, a_m, d_m получаются круговою підстановкою індексів $i \rightarrow j \rightarrow k \rightarrow m \rightarrow i$.

2.4 Застосування місцевого сгущення скінченно-елементної сітки

Точність скінченно-елементного аналізу напряму залежить від розміру елементів створеної скінченно-елементної моделі реальної конструкції або деталі. Чим менший буде розмір елемента застосований, тим точніше буде розв'язок у вигляді полів напружень та деформацій і тим ближче він буде до дійсної розподілу у реальному об'єкті.

Аналіз напружень та деформацій у складних деталях та конструкціях доцільно розпочинати із попереднього аналізу із грубою скінченно-елементною сіткою. На так сітку потрібно менше часу для її створення та менше часу для виконання аналізу комп'ютером. З такою сіткою розв'язок може мати низьку точність, проте, такий розрахунок може бути використаний для верифікації розробленої моделі, граничних умов та навантажень, а також для попереднього виявлення зон концентрації напружень.

Попередній розрахунок напружень є основою для наступного сгущення сітки. Причому, існує декілька технік сгущення. Найпростішим є зменшення середнього розміру елемента всієї моделі та перерахунок напружень з такою оновленою сіткою. Змільчення сітки виконують до тих пір, поки різниця між розв'язками при двох різних рівнях сітки зменшиться до рівня заданої заздалегідь похибки. Приклад пластини із вирізом із різними рівнями сітки наведено на рис. 2.10.

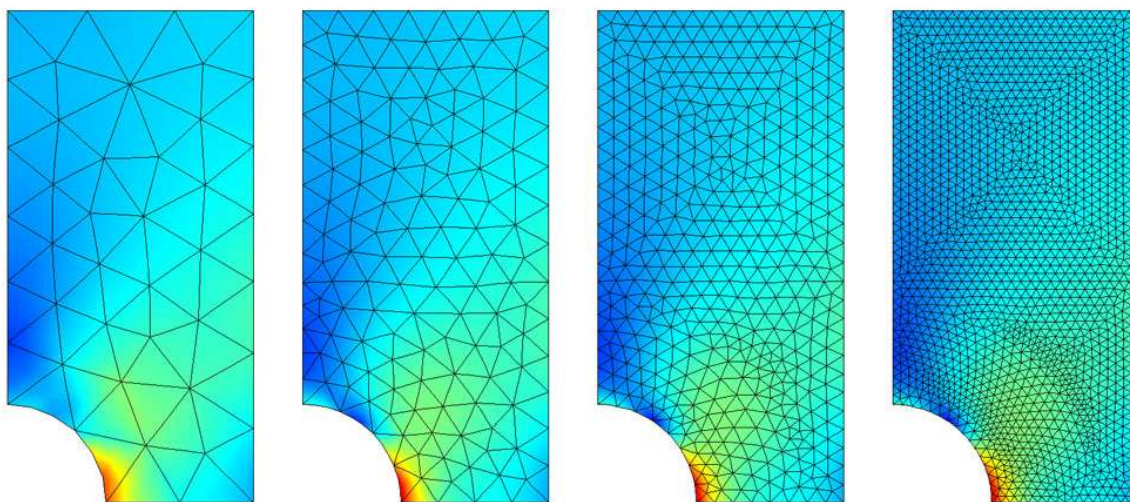


Рис. 2.10. Напруження в пластині із вирізом при різних розмірах скінченно-елементної сітки

Недоліком такого підходу є те, що сітка згущується глобально, в той час як напруження різко змінюються лише в невеликій області біля осередку концентрації напружень. Отже, із такою стратегією кількість елементів в моделі може значно зрости, на розрахунок напружень та деформацій у такій моделі із мілким глобальним розміром сітки буде витрачено значно часу. У випадку складних моделей, кількість скінченних елементів може бути дуже значною та потрібно потужний комп'ютер для їх скінченно-елементного аналізу. Через зазначені причини доцільно згущувати сітку локально, в місцях підвищених напружень,

Із застосуванням локального згущення сітки можна досягнути потрібної точності результатів із помірним загальним числом елементів. Приклад такої сітки із різним рівнем локального згущення наведено на рис. 2.11.

Локальне згущення можна виконувати з використанням автоматично побудованої сітки, як показано на рис. 2.11, та регулюючи локальний розмір елементів “вручну”, як показують на рис. 2.12.

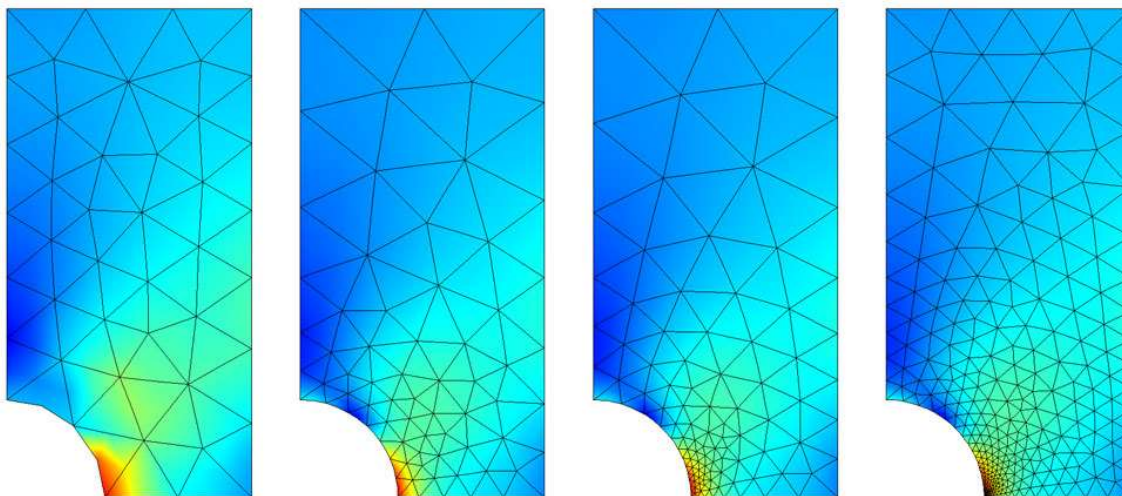


Рис. 2.11. Напруження в пластині із вирізом при різному рівні локального стгушення сітки

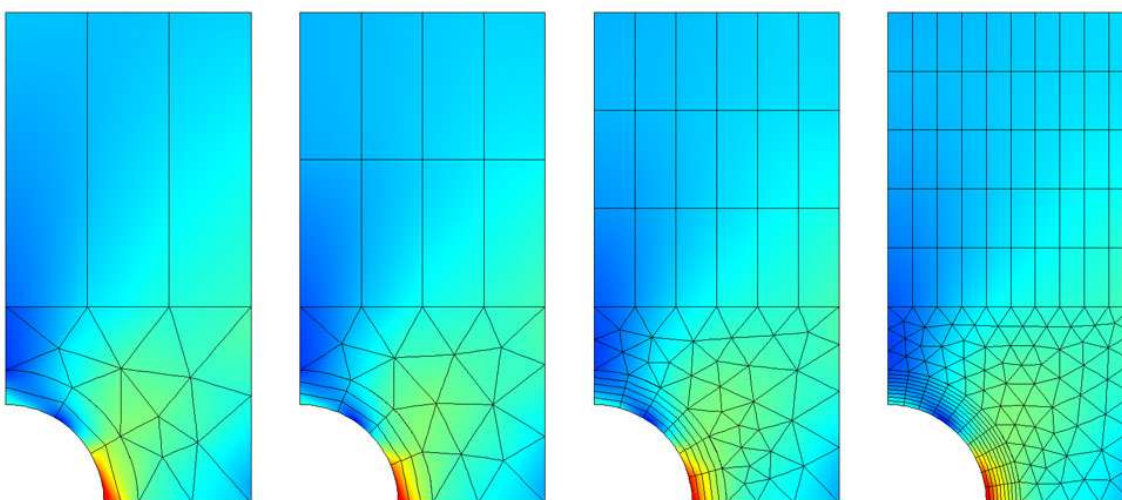


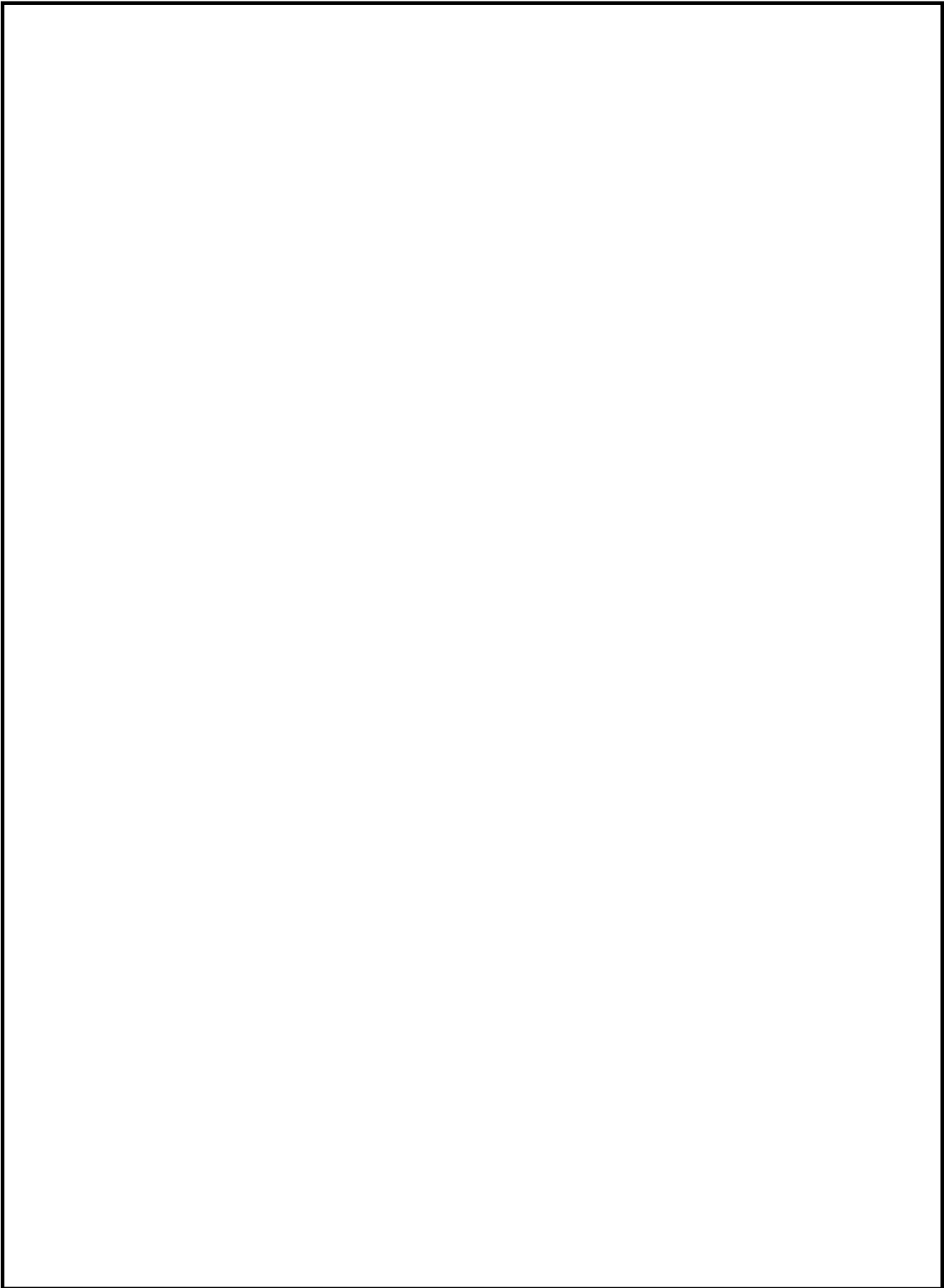
Рис. 2.12. Напруження в пластині із вирізом при різному рівні локального стгушення сітки. “Ручне” регулювання місцевого рівня стгушення сітки

Крім локального стгушення можна застосовувати й інші прийоми із створювання подібних сіток – наприклад, підмодельювання.

Висновки із розділу 2

- Представлено стислий опис основних залежностей методу скінченних елементів та особливостей його реалізації у системах скінченно-елементного аналізу.
- Наведено опис програмних комплексів скінченно-елементного аналізу.
- Описано основні типи скінченних елементів.
- Описано підходи до побудови сіток із локальним ступенням.

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.02	Арк.
Змн.	Арк.	докум./літ.				



					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.03				
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата	Дослідження НДС типових суднокорпусних вузлів у 2- вимірній постановці	№	Арк.	Підпис	Акрушів
Студент		Ковдель Е. В.							Дата
Керівник		Литвиненко Д. Ю.							
Зав. каф.		Коростильов Л. І.							
						НУК19.МР.135.6116м.09.ПЗ.			

РОЗДІЛ 3

Дослідження НДС типових суднокорпусних вузлів у 2-вимірній постановці

Для дослідження напружено-деформованого були обрані концентратори типу «злам кромки». Такі типові вузли зустрічаються серед конструкцій суднових корпусів. Вони можуть не містити зварних швів, при цьому рівень концентрації напружень в таких вузлах є відносно високим. Рівень концентрації напружень таких вузлах є відносно високим, тому це потребує досліджень методом скінченних елементів. Схема вузла представлена на рис. 3.1.

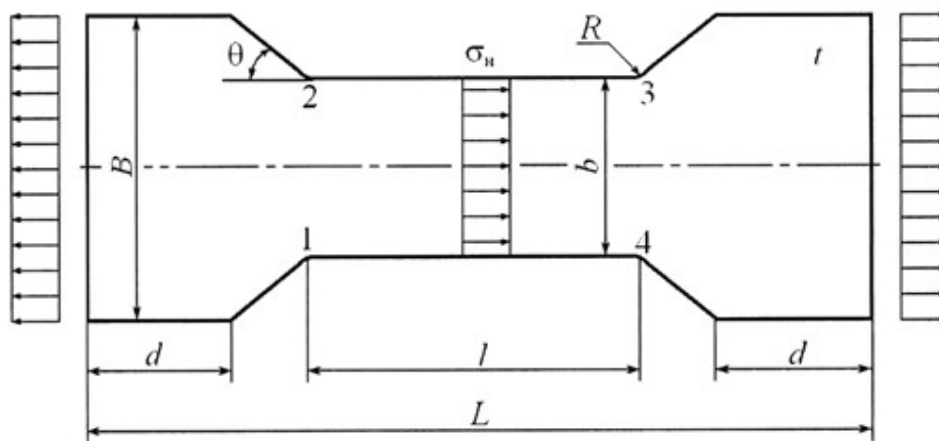


Рис. 3.1. Схема концентратора типу «злам кромки»

Серія таких моделей випробовувалась в лабораторіях кафедри будівельної механіки та конструкції корпусу корабля на втому під керівництвом завідувача кафедри проф. Коростильова Л. І. Тому, результати досліджень концентрації напружень у таких вузлах можуть бути застосовані

в дослідженнях втомної міцності конструктивних вузлів, що включають в себе подібний типовий концентратор.

Для аналізу таких моделей при кутах зламу $\theta = 30$ та 45 град. було розроблено плоскі геометричні моделі, які наведені на рис. 3.2 та 3.3, відповідно. Радіус закрулення R складав 4 мм для обох моделей. При побудові моделі на рис. 3.3. було враховано наявність площини симетрії (хоча в цілому таких площин дві).

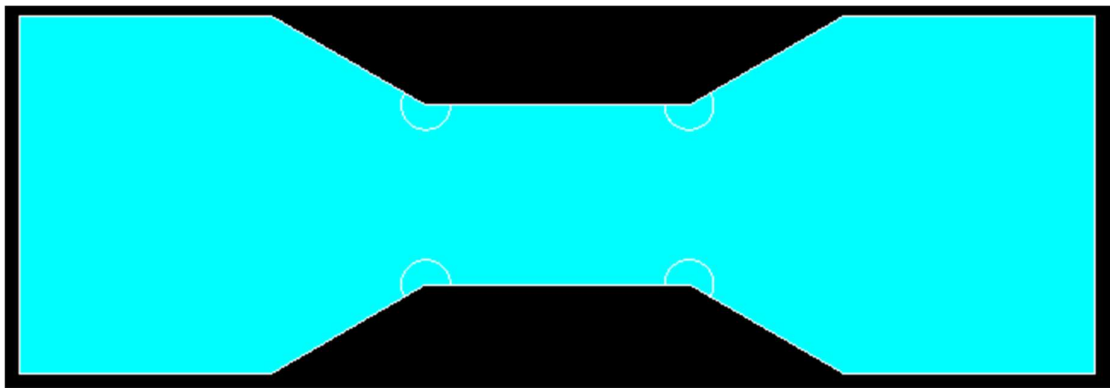


Рис. 3.2. Геометрична модель конструктивного вузла «злам кромки» при куті зламу 30 град та радіусі 4 мм

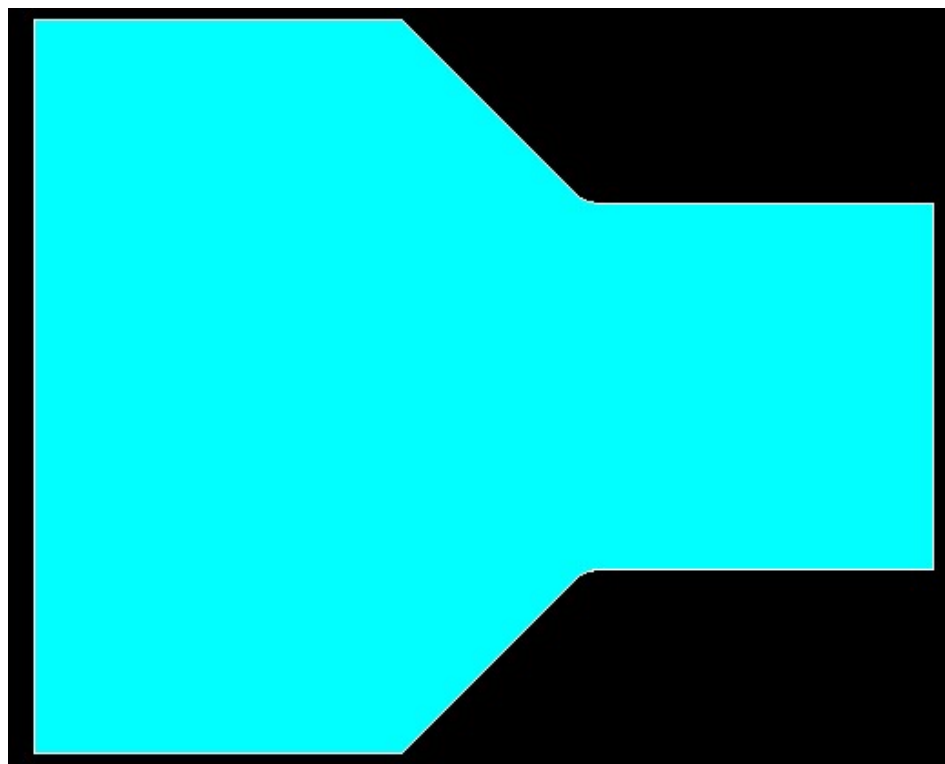


Рис. 3.3. Геометрична модель конструктивного вузла «злам кромки» при куті зламу 45 град та радіусі 4 мм

Скінченно-елементна сітка таких з'єднань була побудована з урахуванням рекомендацій Міжнародного інституту зварювання для розміру скінченно-елементної сітки в осередку концентрації напружень. Таким чином, розмір ребра елемента складав 1 мм в околі концентратора напружень. Такий розмір досягався місцевим стисненням та розбиттям загальної геометрії на зони. Скінченно-елементні сітки для першої і другої моделей представлені на рис. 3.4 та 3.5.

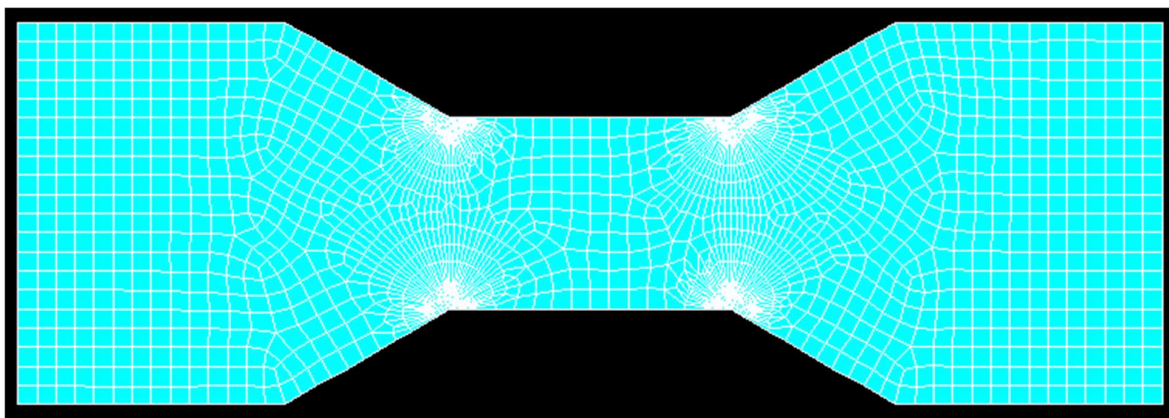


Рис. 3.4. Скінченно-елементна модель конструктивного вузла «злам кромки» при куті зламу 30 град та радіусі 4 мм

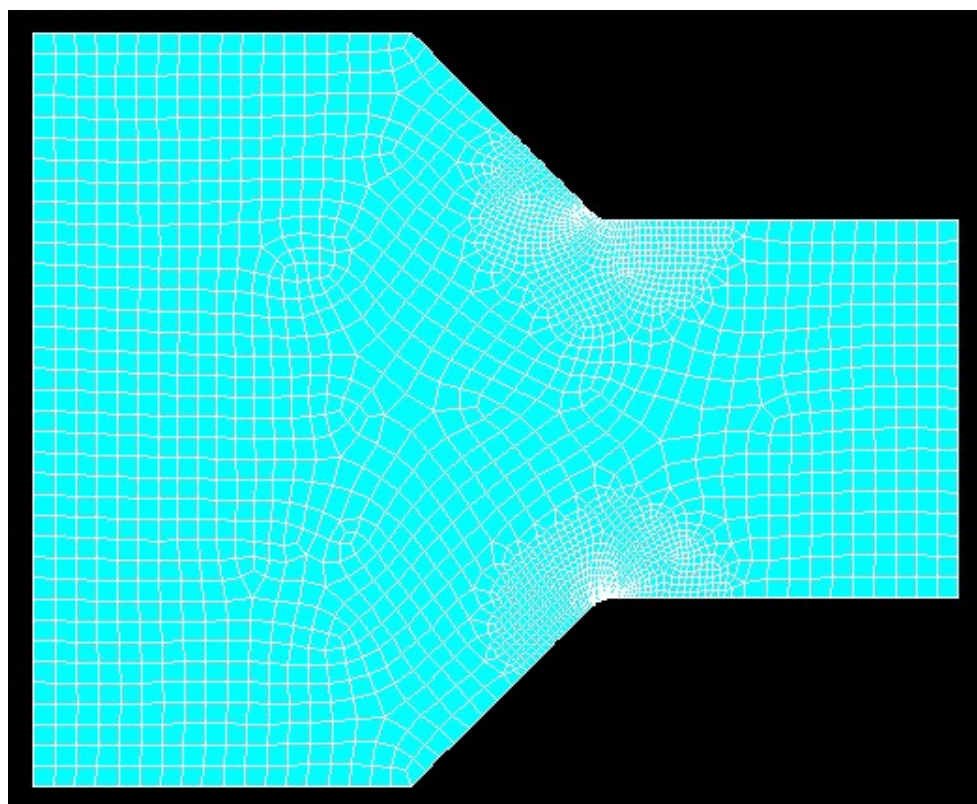


Рис. 3.5. Скінченно-елементна модель конструктивного вузла «злам кромки» при куті зламу 45 град та радіусі 4 мм

Результати скінченно-елементного аналізу обох конструктивних вузлів представлені на рис. 3.6. та 3.7.

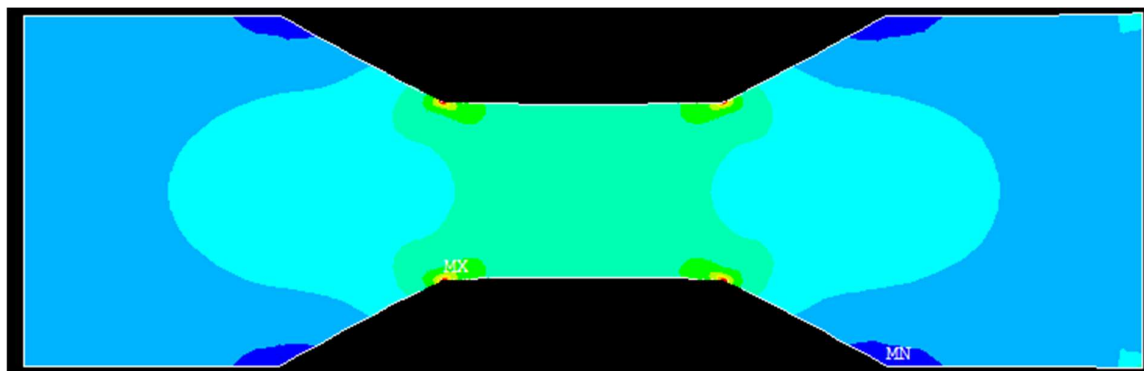


Рис. 3.6. Поле напружень при куті зламу 30 град та радіусі закруглення концентратора 4 мм ($K_t = 4,6$)

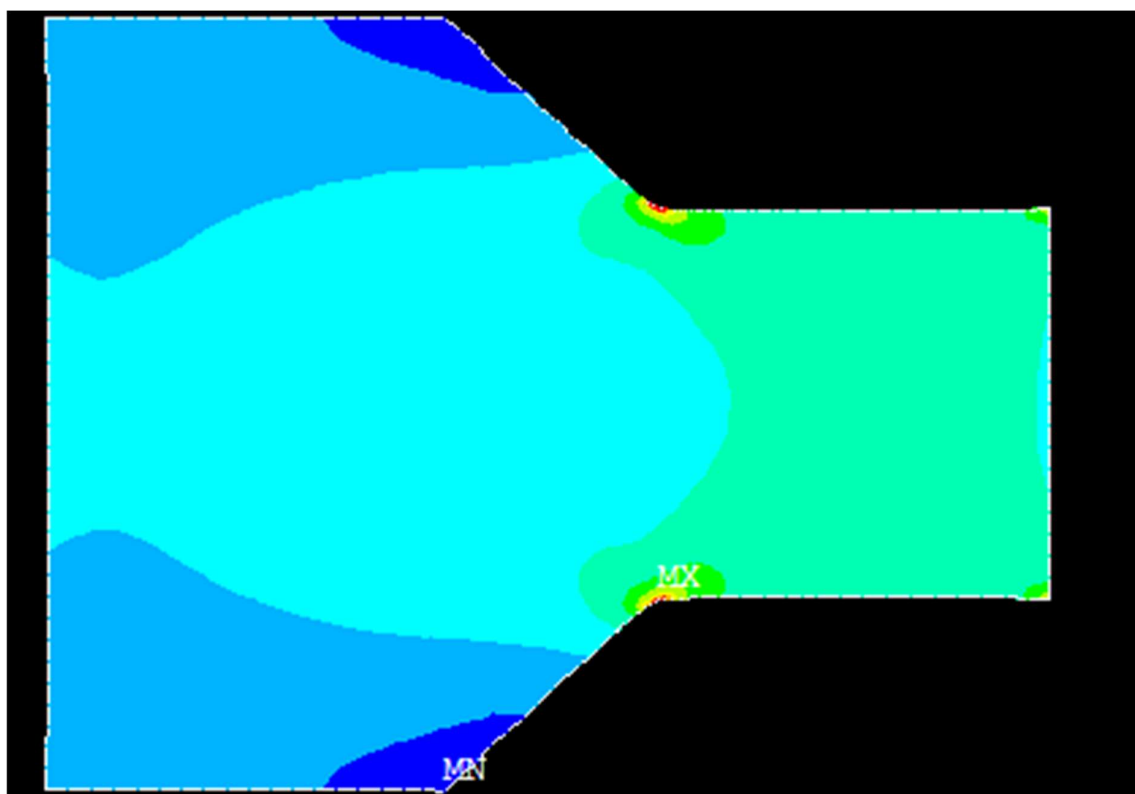


Рис. 3.7. Поле напружень при куті зламу 45 град та радіусі закруглення концентратора 4 мм ($K_t = 5,12$)

Також виконувались дослідження вузла на рис. 4.1. із радіусом $R = 0,5$ мм та кутом $\theta = 45$ град. В цьому випадку необхідна була густіша, ніж у випадку з $R = 4$ мм. Геометрична модель вузла представлена на рис. 3.8, а скінченно-елементна – на рис. 3.9, 3.10.



Рис. 3.8. Геометрична модель конструктивного вузла «злам кромки» при куті зламу 45 град та радіусі 0,5 мм

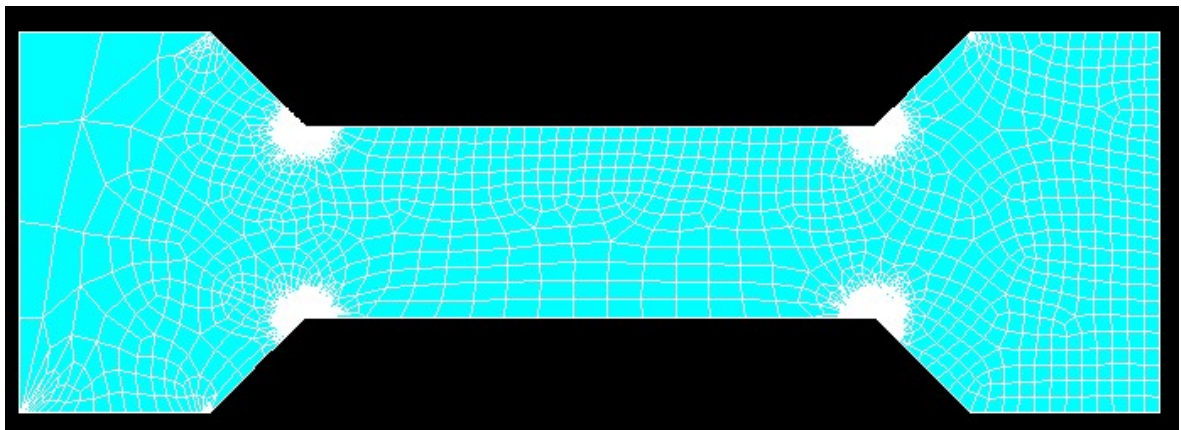


Рис. 3.9. Скінченно-елементна модель конструктивного вузла «злам кромки» при куті зламу 45 град та радіусі 0,5 мм

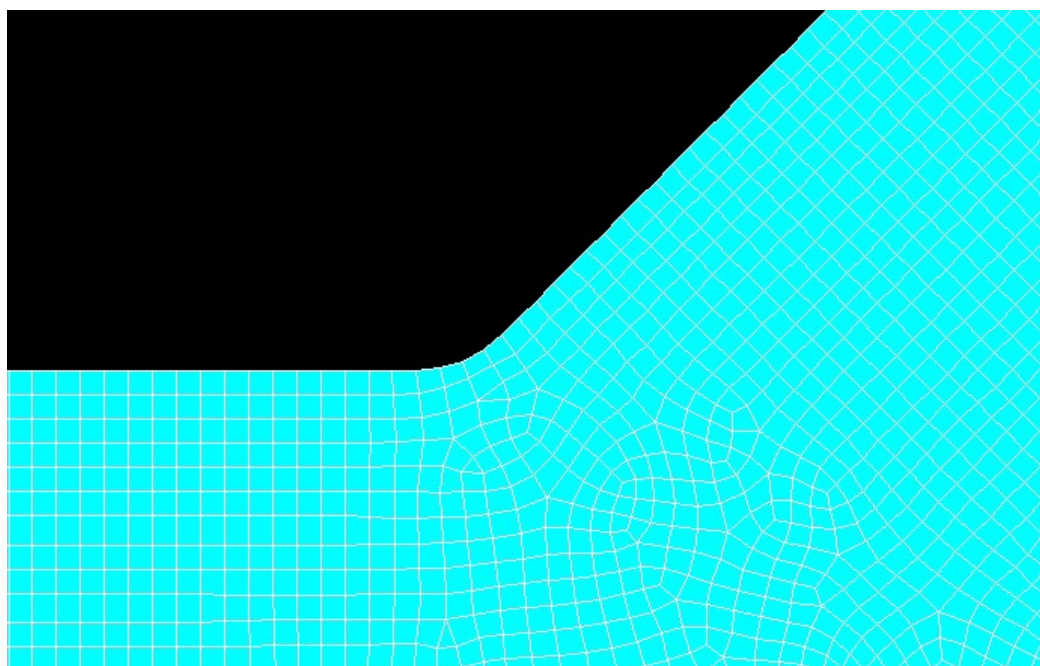


Рис. 3.10. Скінченно-елементна модель конструктивного вузла «злам кромки» при куті зламу 45 град та радіусі 0,5 мм



Рис. 3.11. Поле напружень при куті зламу 45 град та радіусі закруглення концентратора 0,5 мм ($K_t = 10,28$)

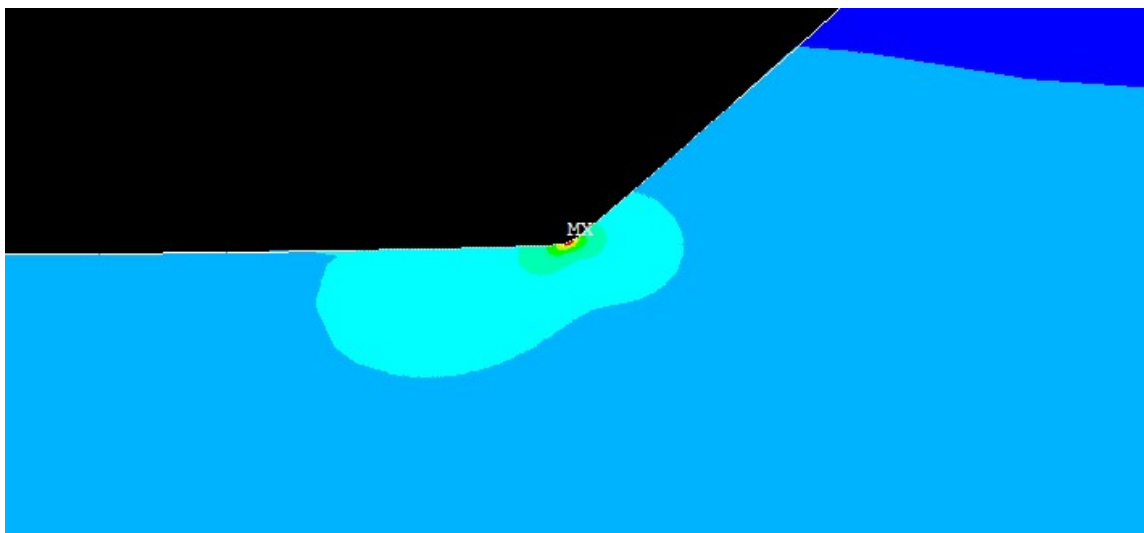
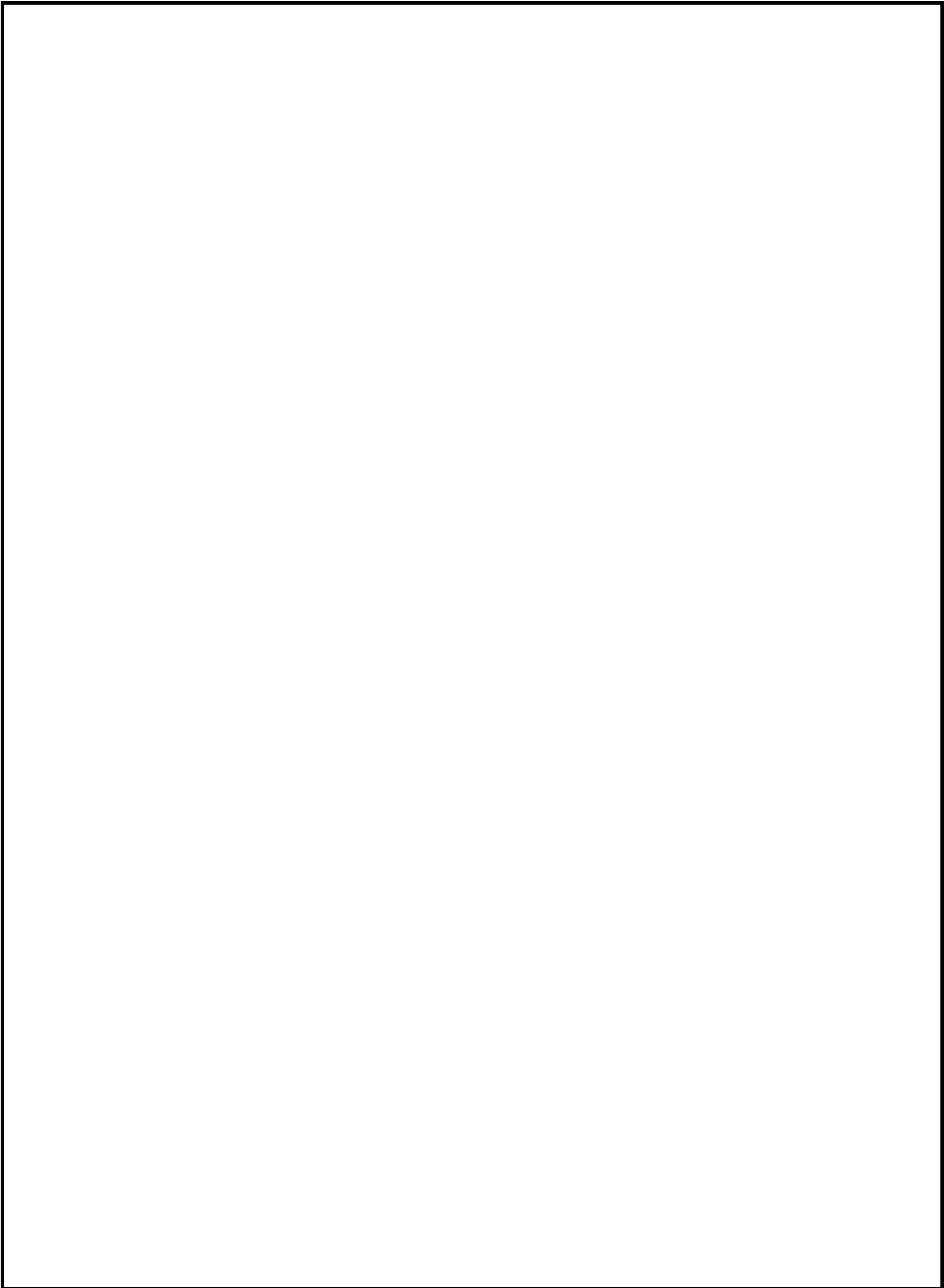


Рис. 3.12. Поле напружень в околі концентратора напружень при куті зламу 45 град та радіусі закруглення концентратора 0,5 мм

Висновки із розділу 3

Досліджено величину теоретичного коефіцієнту концентрації напружень у типовому концентраторі «злам кромки» без зварного шва в залежності від його геометрії.

Встановлено, що такий концентратор є доволі «гострим», не дивлячись на відсутність зварного шва, особливо при маленьких радіусах закруглення концентратора напружень. Із зменшенням цього радіусу закруглення суттєво зростає теоретичний коефіцієнт концентрації напружень у такому вузлі. Також величина останнього зростає при збільшенні кута зламу кромки.



					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.04			
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата				
Студент	Ковдель Е. В.				Дослідження НДС типових суднокорпусних вузлів у 3-вимірній постановці	№	Арк.	ПідписАкрушів
Керівник	Литвиненко Д. Ю.							Дата
Зав. каф.	Коростильов Л. І.					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.04		

РОЗДІЛ 4

ДОСЛІДЖЕННЯ НДС ТИПОВИХ СУДНОКОРПУСНИХ ВУЗЛІВ У 3-ВИМІРНІЙ ПОСТАНОВЦІ

4.1 Дослідження напружено-деформованого стану у хрестоподібних з'єднаннях

Для досліджень було обрано конструктивний вузол перетину поясків балок із рівною висотою стінки. Схема такого вузла наведена на рис. 4.1. Такий вузол може зустрічатись, наприклад, у днищових та бортових перекриттях суден, фундаментах, тощо. Тому, для визначення граничної і втомної міцності таких вузлів, необхідно володіти даними про рівень концентрації напружень в них.

Для зазначеного раніше конструктивного вузла за допомогою скінченно-елементного аналізу визначено напружено-деформований стан. Тривимірну модель було розроблено з врахуванням симетрії.

Розміри зварного шва у зазначеному раніше вузлі були підібрані відповідно до ДСТУ EN ISO 9692-1:2014. Таким чином розміри стикового шва були такими: V-подібна розробка кромки; ширина шва 14 мм; висота підсилення 2 мм.

Радіус в місці переходу від основного металу до металу шва р стикового зварного шва призначений із забезпеченістю 50% згідно даних розд. 1 і складав 1 мм. Кут нахилу профілю стикового зварного шва θ призначався наближено та склав 18,0 градусів.

Умови виготовлення вузлів передбачались цеховими; спосіб зварювання – ручне дугове, матеріал – сталь D40 ($\sigma_T = 410$ МПа; $\sigma_B = 620$ МПа).

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.04	Арк.
Змн.	Арк.	докум./літ.				

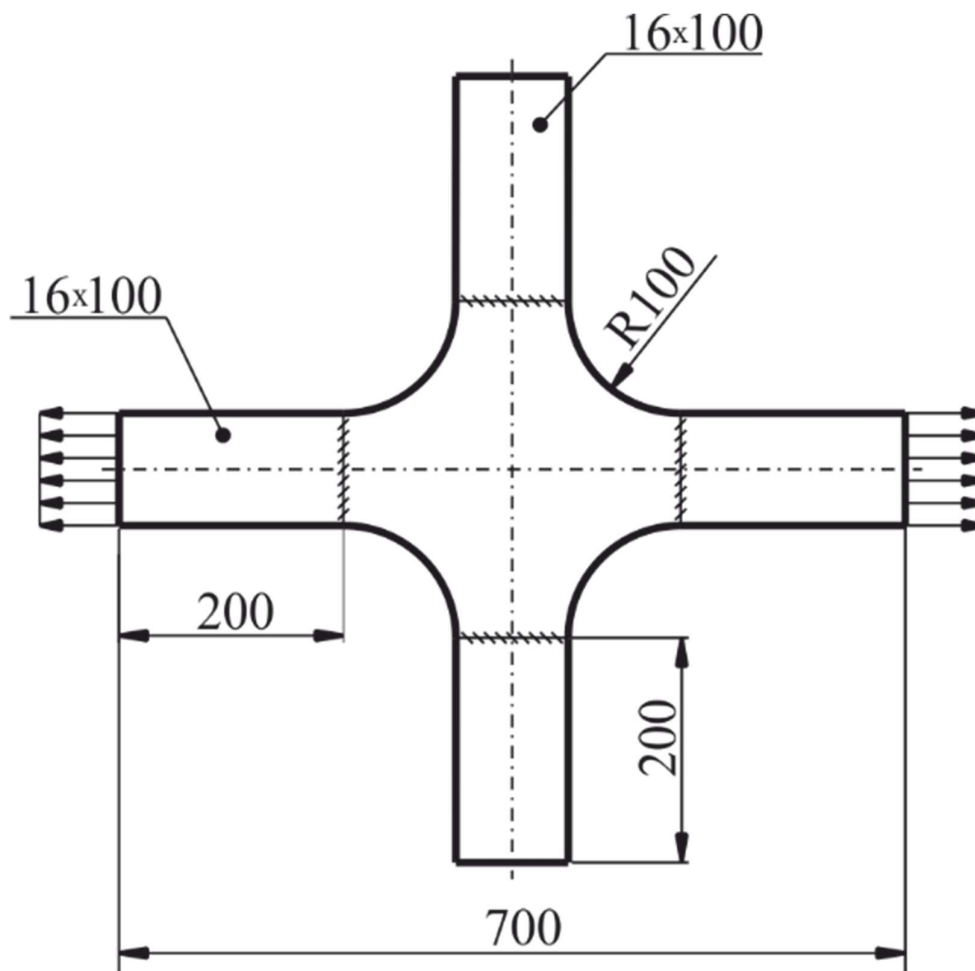


Рис. 4.1. Конструктивний вузол перетину поясків балок із рівною висотою стінки

Комп'ютерна тривимірна модель досліджуваного конструктивного вузла перетину поясків балок із рівною висотою представлена на рис. 4.2, з врахування її симетричності відносно двох площин. Ця модель в районі шва наведена на рис. 4.3.

Скінченно-елементна моделі конструктивного вузла перетину поясків балок була розраблена на базі елементів тетраедричної форми із вузлами посередині граней (елементи другого порядку). Для забезпечення необхідного розміру скінченних елементів в осередку концентрації напружень, який призначався згідно рекомендацій Міжнародного інституту зварювання, застосовувався прийом місцевого ущільнення сітки.

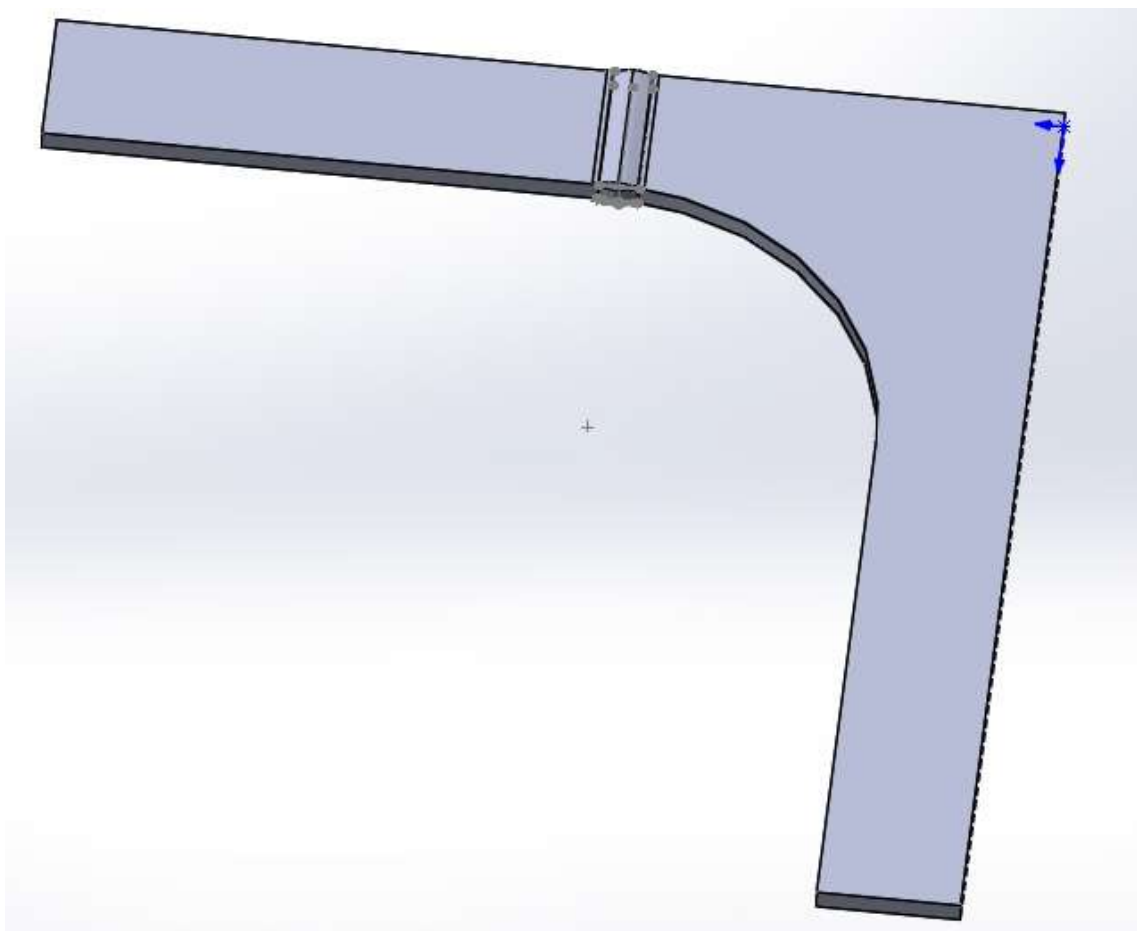


Рис. 4.2. Тривимірна модель вузла перетину поясків балок із врахуванням умов симетрії відносно двох площин

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.04	Арк.
Змн.	Арк.	докум./літ.				

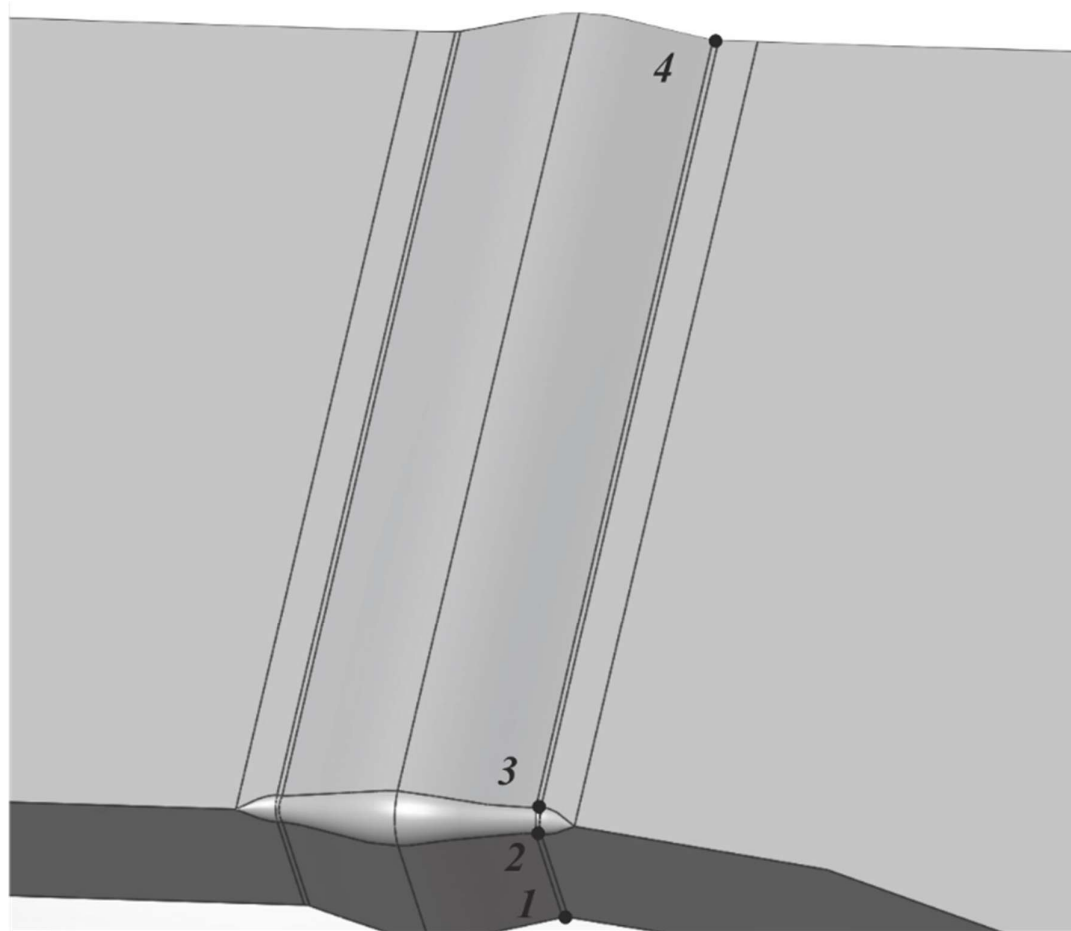


Рис. 4.3. Тривимірна модель вузла перетину поясків балок в околі стикового зварного шва

З метою визначення розташування осередків концентрації напружень у вузлі було спочатку виконано попередній аналіз, розмір елемента при цьому був порівняно великим, як показано на рис. 4.4.

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.04	Арк.
Змн.	Арк.	докум./літ.				

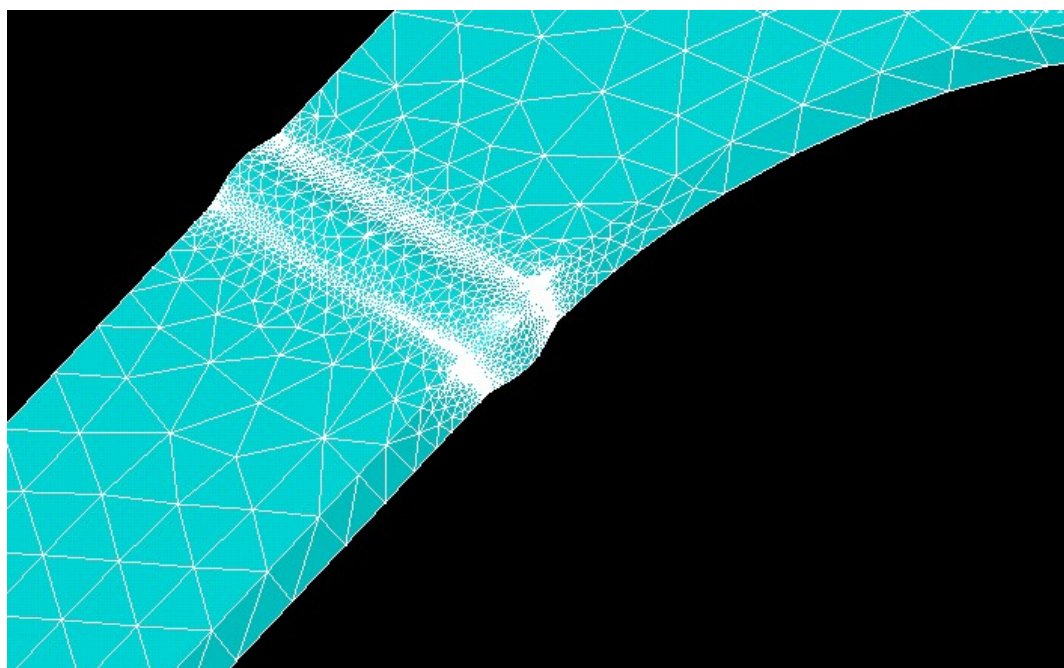


Рис. 4.4. Скінченно-елементна сітка моделі вузла для виконання попереднього розрахунку напружено-деформованого стану

Вид на скінченно-елементну сітку в околі зварного шва для остаточного аналізу напружено-деформованого стану моделі вузла, що розглядається, наведена на рис. 4.5. При цьому рівень локального згущення був набагато більшим, ніж у випадку попереднього аналізу. Сітка сгущалась вздовж всього шва в місці переходу від основного металу до металу шва.

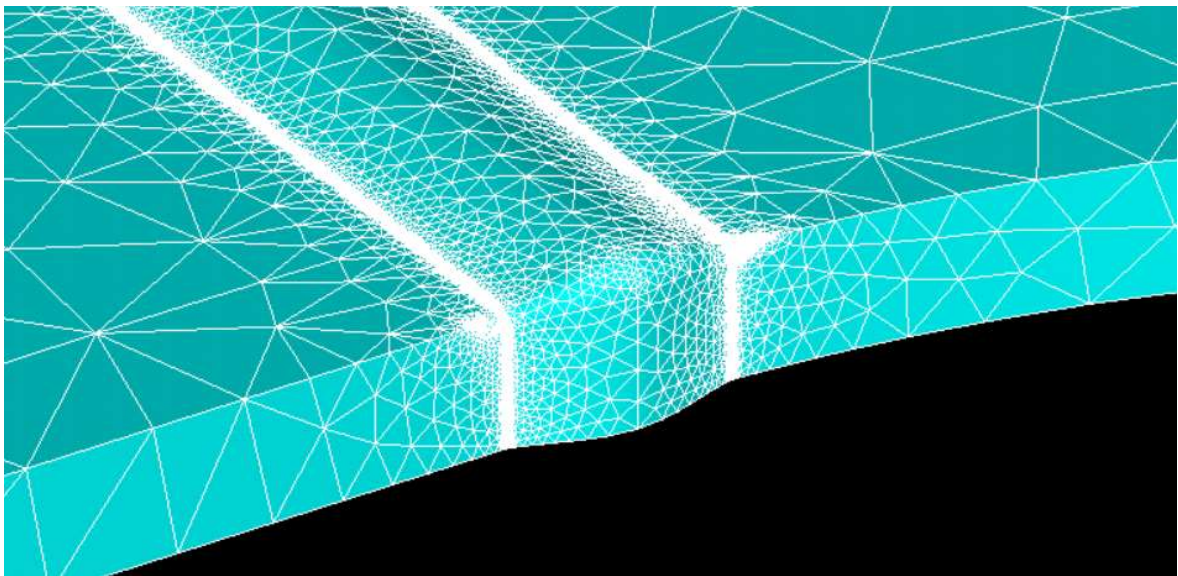


Рис. 4.5. Скінченно-елементна сітка в околі зварного шва для остаточного аналізу напружено-деформованого стану моделі вузла

Результат розрахунку напруженого стану (напружень за критерієм Мізеса) у конструктивному вузлі наведено на рис. 4.6.

З рисунку 4.6 можна встановити, що область найбільших напружень припадає на місце сплавлення основного металу та металу шва. Це місце відповідає лінії 1-2-3-4 на рис 4.3.

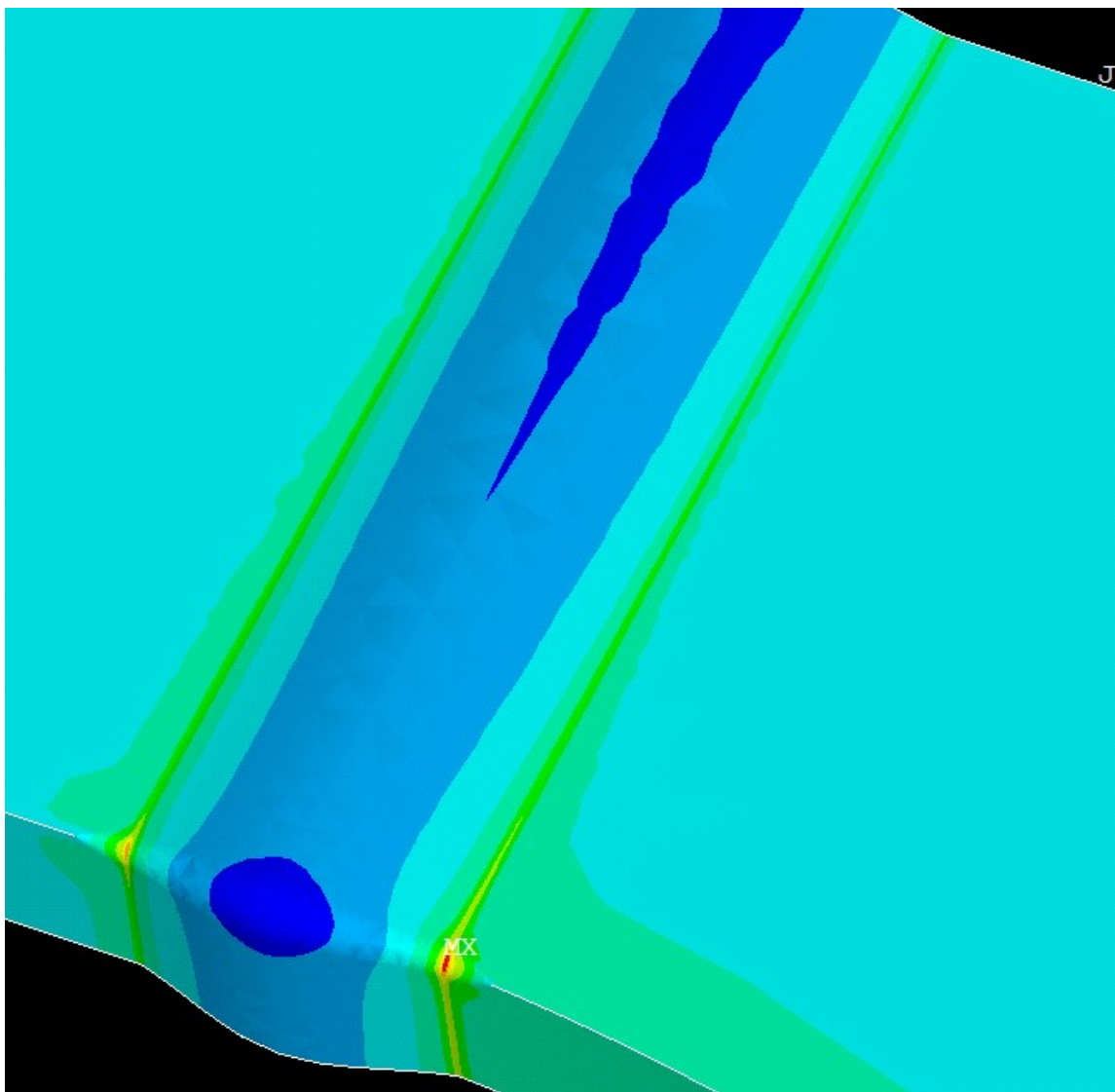


Рис. 4.6. Розподіл приведених напружень в околі осередку концентрації напружень у конструктивному вузлі перетину поясків балок

Теоретичний коефіцієнт концентрації напружень конструктивного зварного вузла корпусу судна також може бути визначеним за формулою

$$K_t = K_g \cdot K_w, \quad (4.1)$$

де K_w – коефіцієнт концентрації напружень через наявність зварного шва; K_g – конструктивний коефіцієнт концентрації напружень через загальну геометрію зварного вузла.

Можливість застосування залежності (4.1) до визначення теоретичних коефіцієнтів концентрації напружень у тривимірних моделях можна перевірити на прикладі вузла на рис. 4.1. та 4.2.

Для цього можна розглянути приведені напруження вздовж лінії 3-4 на рис. 4.3, вздовж якої вони зростають суттєво в порівнянні із номінальними на віддалені від концентратора. Якщо розглядати зміну коефіцієнту концентрації напружень вздовж цієї лінії, то він складається із коефіцієнтів концентрації напружень від загальної геометрії вузла K_g та зварного шва K_w . При віддалені від точки 3 результуючий коефіцієнт концентрації зменшується через зменшення впливу загальної геометрії вузла.

Для визначення значення теоретичного коефіцієнту концентрації напружень від загальної геометрії вузла K_g була створена плоска комп'ютерна модель вузла, наведеного на рис. 4.1, без стикового зварного шва. Скінченно-елементна сітка та результати визначення розподілу приведених напружень у такій моделі скінченно-елементним аналізом представлені на рис. 4.7 та 4.8, відповідно.

Скінченно-елементна сітка та розподіл приведених напружень в околі концентратора у стиковому зварному шві, з якого був визначений коефіцієнт концентрації напружень від стикового зварного шва K_w , представлені на рис. 4.9 та 4.8, відповідно. Параметри такого стикового шва відповідали зазначеним раніше у даному розділі.

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.04	Арк.
Змн.	Арк.	докум./літ.				

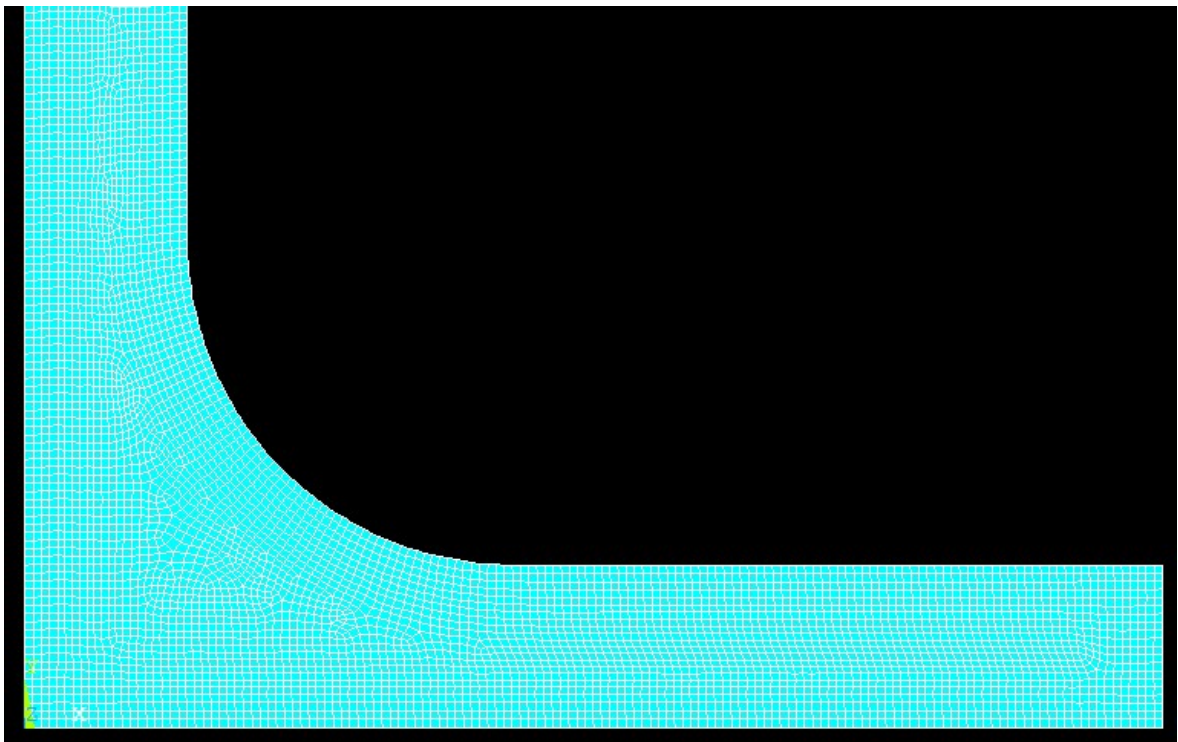


Рис. 4.7. Скінченно-елементна сітка двовимірної моделі конструктивного вузла перетину поясків балок без стикового зварного шва

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.04	Арк.
Змн.	Арк.	докум./літ.				

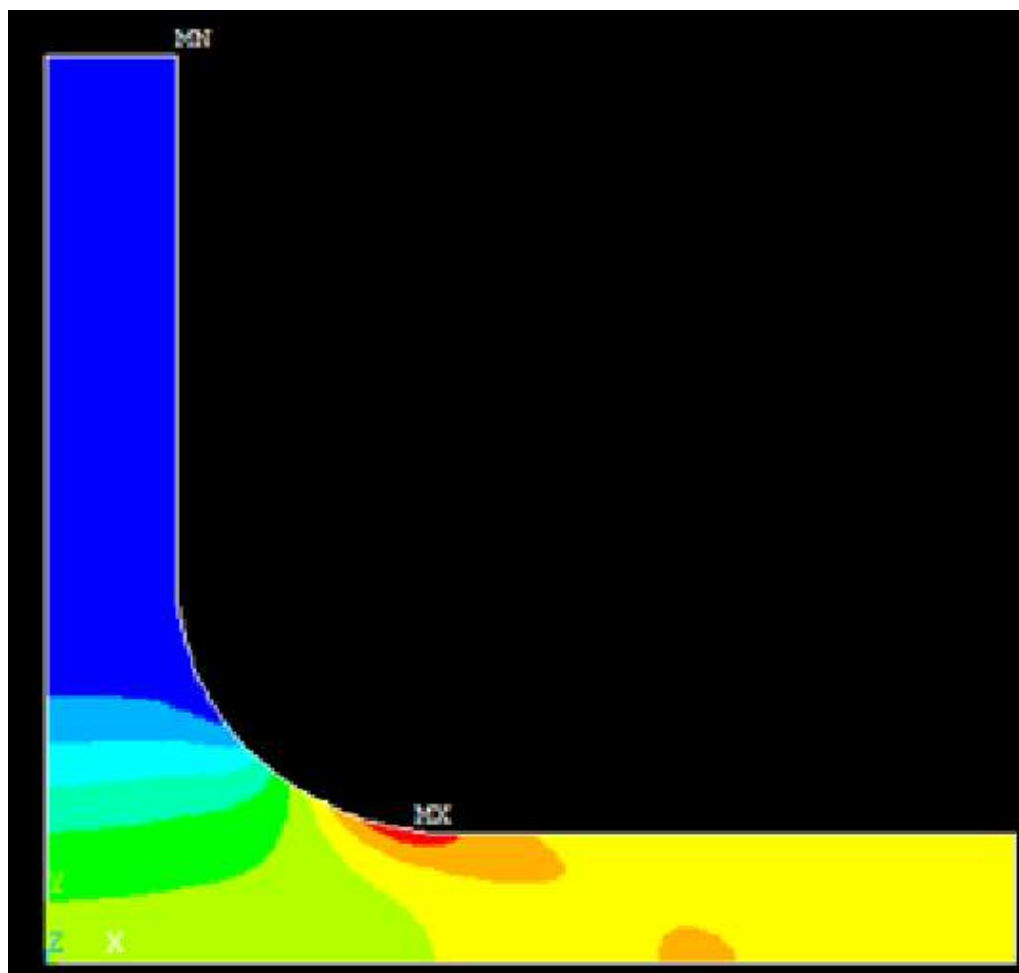


Рис. 4.8. Розподіл напружень у двовимірній моделі конструктивного вузла
перетину поясків балок без стикового зварного шва

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.04	Арк.
Змн.	Арк.	докум./літ.				

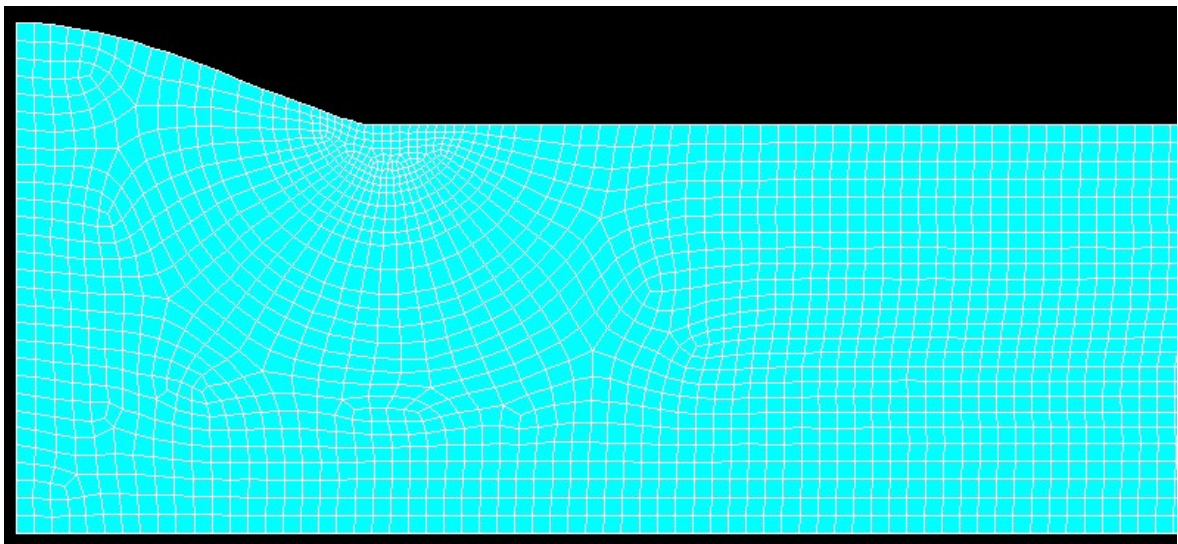


Рис. 4.10. Скінченно-елементна сітка стиковому зварному шві із радіусом переходу 1 мм

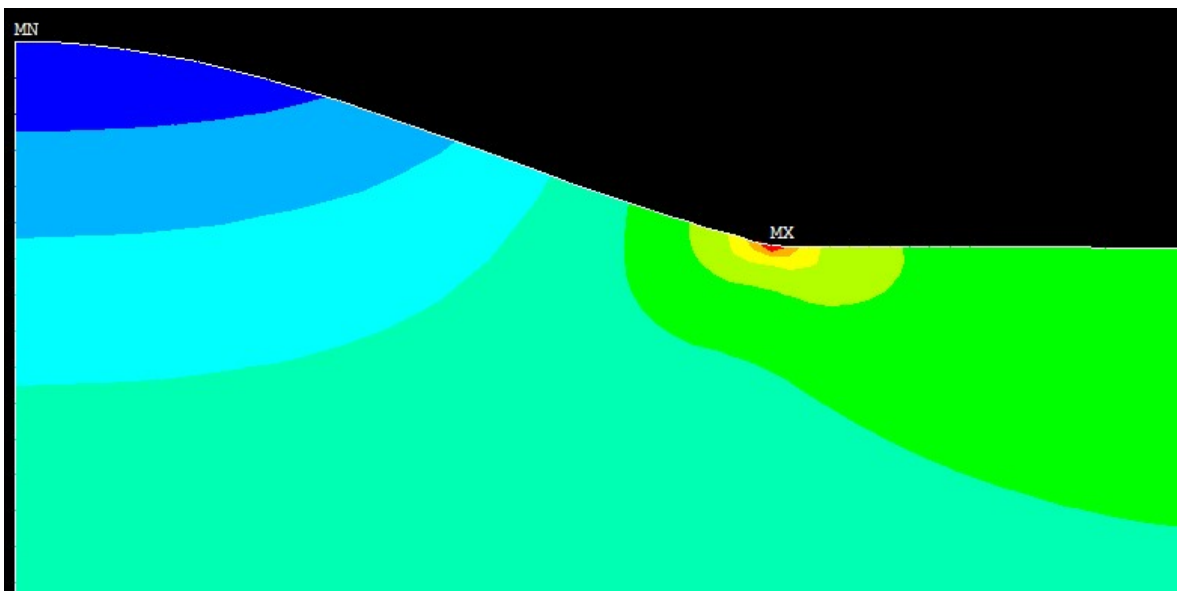


Рис. 4.10. Розподіл приведених напружень в околі концентратора у стиковому зварному шві

Результати розрахунку напружень вздовж лінії 3-4 на рис. 4.3 в моделі із зварним швом (див. рис. 4.5) та без зварного шва (див. рис. 4.6) представлено в Додатку А. У цьому додатку наведено значення приведених напружень за теорією Мізеса в залежності в відстані до 3.

Графік залежності теоретичного коефіцієнта концентрації напружень K_t конструктивного вузла перетину поясків балок вздовж лінії 3-4 (див. рис. 4.3) представлено на рис. 4.11. На вісі абсцис показана відстань вздовж лінії 3-4 від точки 3. На вісі ординат – значення теоретичного коефіцієнту концентрації напружень. Кривою 1 на цьому рисунку показано графік залежності $K_t(\rho)$, визначений на базі деталізованої моделі із густою скінченно-елементною сіткою (див. рис. 4.5).

Лінія 2 на рис. 4.11 – результат застосування формули (4.1). Коефіцієнт концентрації від стикового шва (рис. 4.10) помножувався на коефіцієнт концентрації від загальної геометрії конструктивного вузла $K_g(x)$, визначений вздовж лінії 3-4. Величина $K_g(x)$ зменшувалась по мірі віддалення від точки 3 до точки 4. Значення коефіцієнту $K_g(x)$ вздовж лінії 3-4 було визначено на базі моделі конструктивного вузла без зварного шва (див. рис. 4.7 та 4.8).

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.04	Арк.
Змн.	Арк.	докум./літ.				

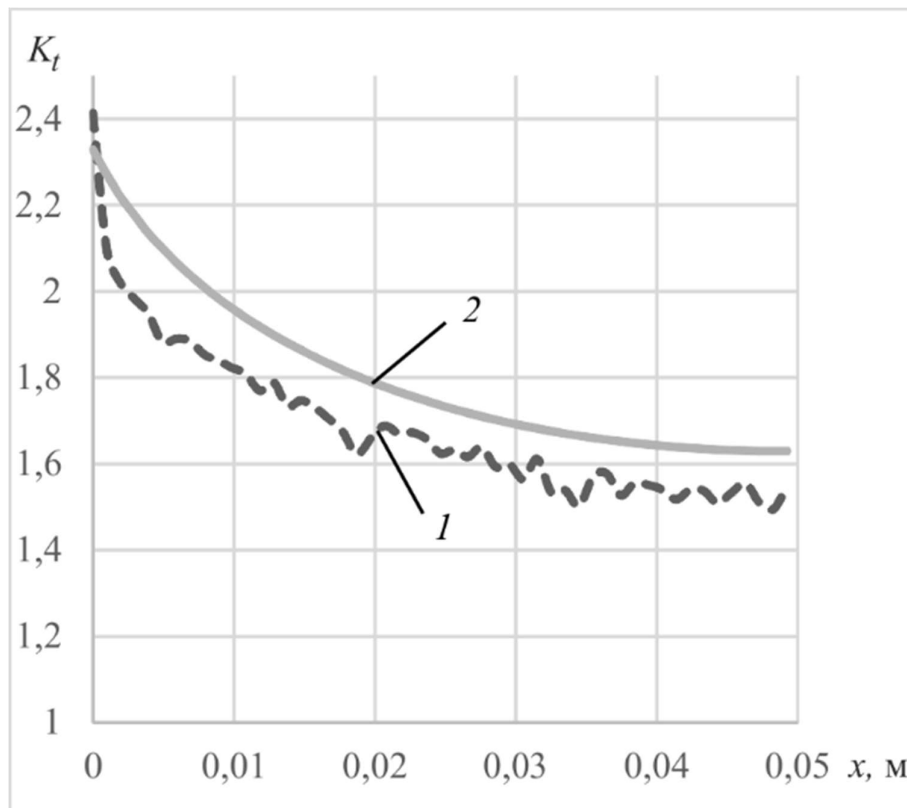


Рис. 4.11. Графік функції $K_t(\rho)$, побудований вздовж лінії лінії 3-4 (рис. 4.3), отриманий скінченно-елементним аналізом моделі із густою сіткою та за наближеною формулою

З графіків на рис. 4.11 можна встановити, що формула (4.1) дозволяє отримати близькі до скінченно-елементного аналізу деталізованої моделі конструктивного вузла результати, навіть у випадку застосування її до тривимірних моделей. Різниця між результатами складала не більше 8%.

Таким чином, залежність (4.1) дозволяє визначати теоретичні коефіцієнти концентрації зварних конструктивних вузлів суднового корпусу наближено без розробки деталізованих тривимірних моделей із густою сіткою, враховуючи що такі моделі є трудомісткими та їх скінченно-елементний аналіз потребує суттєвих ресурсів та часу.

Висновки із розділу 4

- Досліджено теоретичний коефіцієнт концентрації напружень конструктивного суднокорпусного вузла з'єднання поясів балок. Для досліджень використовувалася скінченно-елементний аналіз деталізованої моделі та наближена формула.
- Показано, що застосування наближеної формули для визначення теоретичних коефіцієнтів концентрації напружень зварних конструктивних вузлів дозволяє отримати близькі результати до скінченно-елементного аналізу деталізованих тривимірних моделей.

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ.04	Арк.
Змн.	Арк.	докум./літ.				

ВИСНОВКИ

1. Виконано опис проблеми визначення напружень та деформацій у зварних констурктивних вузлах суднового корпусу та проблему невизначеності місцевої геометрії у зварних швах, запропоновано підхід до вирішення останньої імовірнісними методами. Наведено стислий опис основних підходів до визначення напружень у вузлах.
2. Представлено стислий опис основних залежностей методу скінченних елементів та особливостей його реалізації у системах скінченно-елементного аналізу, а також опис відповідних програмних комплексів.
3. Описано основні типи скінченних елементів та підходи до побудови сіток із локальним сгущенням.
4. Досліджено величину теоретичного коефіцієнту концентрації напружень у типовому концентраторі «злам кромки» без зварного шва в залежності від його геометрії. Встановлено, що такий концентратор є доволі «гострим», не дивлячись на відсутність зварного шва, особливо при маленьких радіусах закруглення концентратора напружень. Із зменшенням цього радіусу закруглення суттєво зростає теоретичний коефіцієнт концентрації напружень у такому вузлі. Також величина останнього зростає при збільшенні кута зламу кромки.
5. Досліджено теоретичний коефіцієнт концентрації напружень конструктивного суднокорпусного вузла з'єднання поясків балок. Для досліджень використовувався скінченно-елементний аналіз деталізованої моделі та наближена формула.
6. Показано, що застосування наближеної формули для визначення теоретичних коефіцієнтів концентрації напружень зварних

					19.МР.135.6116м.12.ПЗ	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

конструктивних вузлів дозволяє отримати близькі результати до скінченно-елементного аналізу деталізованих тривимірних моделей.

					19.МР.135.6116м.12.ПЗ	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Сердюченко А. М., Лугінін О. Є., Коршиков Р. Ю., Дудченко О. М., Коршиков Ю. С. Основи теорії пружності, будівельної механіки, міцності, та вібрації суден: навчальний посібник / за ред. А. М. Сердюченка. Миколаїв: НУК, 2012. 422 с.
2. Niemi E., Fricke W., Maddox S. J. Fatigue Analysis of Welded Components: Designer's Guide to the Structural Hot-spot Stress Approach / International Institute of Welding; IIW-1430-00. Cambridge: Woodhead Publishing, 2006.
3. Stress Determination for Fatigue Analysis of Welded Components / ed. by E. Niemi; International Institute of Welding; IIS/IIW-1221-93 (ex. doc. XIII-1458-92, XV-797-92). Cambridge: Abington Publishing, 1995.
4. Fricke W. IIW Recommendations for the Fatigue Assessment of Welded Structures by Notch Stress Analysis. Woodhead Publishing 2012.
5. Moaveni, S. (2003) Finite Element Analysis, Theory and Application with ANSYS. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.
6. Фокин Ф. Г. Метод конечных элементов в механике деформируемого твердого тела: учеб. пособие. Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2010. 131 с.
7. Норри Д., де Фриз Ж. Введение в метод конечных элементов. Москва: Мир, 1981. 304 с.
8. Махненко В. И., Мосенкис Р. Ю. Расчет коэффициентов концентрации напряжений в сварных соединениях со стыковыми и угловыми швами. *Автоматическая сварка*. 1985. №8. С. 7–18.
9. Makhnenko V. I., Pochynok V. E. Strength Calculation of Welded Joints with Crack-Like Imperfections. Kiev: E.O. Paton Electric Welding Institute, 2006. 266 p.
10. Williams H. E., Ottsen H., Lawrence F. V., Munse W. H. The effects of weld geometry on the fatigue behavior of welded connections / Civil Engineering

					19.МР.135.6116м.12.ПЗ	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

Studies. Structural Research Series No.366. Illinois: University of Illinois
Urbana, august 1970.

					19.MP.135.6116м.12.ПЗ	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

ДОДАТОК А

Результати оцінки концентрації напружень у зварних стикових швах

Табл. А.1. Результати замірів приведених напружень за теорією Мізеса у моделі конструктивного вузла перетину поясків балок без зварного шва

№ заміру	Відстань від кромки	Значення приведених напружень при величині номінальних напружень 1 МПа σ_{eqv} , МПа ($= K_g(x)$)	$K_g(x) * K_w$
1	2	3	4
0	0	1,232	2,328
1	9,85E-04	1,201	2,271
2	1,97E-03	1,174	2,218
3	2,96E-03	1,151	2,176
4	3,94E-03	1,129	2,134
5	4,93E-03	1,111	2,099
6	5,91E-03	1,094	2,067
7	6,90E-03	1,078	2,037
8	7,88E-03	1,063	2,010
9	8,87E-03	1,050	1,984
10	9,85E-03	1,038	1,961
11	1,08E-02	1,026	1,938
12	1,18E-02	1,015	1,918
13	1,28E-02	1,005	1,899
14	1,38E-02	0,995	1,880
15	1,48E-02	0,986	1,863
16	1,58E-02	0,977	1,847
17	1,68E-02	0,969	1,832
18	1,77E-02	0,961	1,817
19	1,87E-02	0,954	1,803
20	1,97E-02	0,947	1,790
21	2,07E-02	0,941	1,778
22	2,17E-02	0,935	1,767
23	2,27E-02	0,929	1,756
24	2,37E-02	0,923	1,745
25	2,46E-02	0,918	1,735
26	2,56E-02	0,913	1,726
27	2,66E-02	0,909	1,717

Продовж. табл. А.1.

1	2	3	4
28	2,76E-02	0,904	1,709
29	2,86E-02	0,900	1,702
30	2,96E-02	0,897	1,694
31	3,05E-02	0,893	1,687
32	3,15E-02	0,890	1,681
33	3,25E-02	0,886	1,675
34	3,35E-02	0,883	1,670
35	3,45E-02	0,881	1,664
36	3,55E-02	0,878	1,660
37	3,65E-02	0,876	1,655
38	3,74E-02	0,873	1,651
39	3,84E-02	0,872	1,648
40	3,94E-02	0,870	1,644
41	4,04E-02	0,869	1,641
42	4,14E-02	0,867	1,638
43	4,24E-02	0,866	1,636
44	4,34E-02	0,865	1,634
45	4,43E-02	0,864	1,632
46	4,53E-02	0,863	1,631
47	4,63E-02	0,862	1,630
48	4,73E-02	0,862	1,629
49	4,83E-02	0,862	1,629
50	4,93E-02	0,862	1,629

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

Табл. А.2. Результати замірів приведених напружень за теорією Мізеса у моделі конструктивного вузла перетину поясків балок із зварного шва

№ заміру	Відстань від кромки	Значення приведених напружень при величині номінальних напружень 1 МПа σ_{eqv} , МПа ($= K_t(x)$)
0	0	2,413
1	9,85E-04	2,096
2	1,97E-03	2,018
3	2,96E-03	1,982
4	3,94E-03	1,947
5	4,93E-03	1,882
6	5,91E-03	1,890
7	6,90E-03	1,885
8	7,88E-03	1,853
9	8,87E-03	1,840
10	9,85E-03	1,823
11	1,08E-02	1,809
12	1,18E-02	1,770
13	1,28E-02	1,789
14	1,38E-02	1,733
15	1,48E-02	1,747
16	1,58E-02	1,730
17	1,68E-02	1,704
18	1,77E-02	1,674
19	1,87E-02	1,622
20	1,97E-02	1,659
21	2,07E-02	1,688
22	2,17E-02	1,671
23	2,27E-02	1,672
24	2,37E-02	1,658
25	2,46E-02	1,624
26	2,56E-02	1,631
27	2,66E-02	1,616
28	2,76E-02	1,639
29	2,86E-02	1,593
30	2,96E-02	1,599
31	3,05E-02	1,564
32	3,15E-02	1,611
33	3,25E-02	1,533
34	3,35E-02	1,539

Продовж. табл. А.2.

1	2	3
35	3,45E-02	1,502
36	3,55E-02	1,570
37	3,65E-02	1,577
38	3,74E-02	1,527
39	3,84E-02	1,556
40	3,94E-02	1,551
41	4,04E-02	1,540
42	4,14E-02	1,517
43	4,24E-02	1,540
44	4,34E-02	1,537
45	4,43E-02	1,508
46	4,53E-02	1,534
47	4,63E-02	1,554
48	4,73E-02	1,510
49	4,83E-02	1,495
50	4,93E-02	1,551

					19.МР.135.6116м.09.ПЗ	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		