

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет кораблебудування
імені адмірала Макарова

Н. І. Коваль, С. С. Коваль

КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ

*Збірник задач
для індивідуальної роботи
з курсу фізики*

Під редакцією О.О. Мочалова

Рекомендовано Методичною радою НУК

Миколаїв 2007

Коваль Н.І., Коваль С.С. Коливання та хвилі: Збірник задач для індивідуальної роботи з курсу фізики / Під ред. *О.О. Мочалова*. – Миколаїв: НУК, 2007. – 32 с.

Кафедра фізики

Наведено задачі з розділу "Коливання та хвилі" для індивідуальної роботи протягом вивчення загального курсу фізики.

Призначено для студентів усіх факультетів.

Збірник уклали викладачі кафедри фізики:

Н.І. Коваль – розділ "Механічні коливання";

С.С. Коваль – розділ "Електромагнітні коливання".

Рецензент канд. фіз.-мат. наук А.М. Кузнецов

МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ

Теоретичні відомості

Коливаннями називаються рухи або процеси, які в тій чи іншій мірі повторюються в часі. Коливання супроводжуються поперемінним перетворенням енергії одного виду в енергію іншого виду. Система, яка здійснює коливання, називається коливальною. Коливання називаються періодичними, якщо значення всіх фізичних величин, які характеризують коливальну систему та змінюються під час її коливань, повторюються через рівні інтервали часу. Найменший інтервал часу T , який задовольняє цю умову, називається періодом коливань.

Гармонічні коливання та їх характеристики. Гармонічними коливаннями називаються коливання, при яких фізична величина, що коливається, змінюється за законом косинуса (або синуса). Різні періодичні процеси (процеси, що повторюються через рівні інтервали часу) можуть бути представлені у вигляді суми (суперпозиції) гармонічних коливань.

Гармонічне коливання величини x описується рівнянням

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0),$$

де A – амплітуда коливання (максимальне відхилення системи від положення рівноваги); ω – колова (циклічна) частота; φ_0 – початкова фаза коливання у момент часу $t = 0$; $(\omega t + \varphi_0)$ – фаза коливання в момент часу t .

Період коливань

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Частотою коливань ν називається величина, обернена періоду коливань, – число повних коливань, здійснених в одиницю часу:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

Одиниця частоти – герц (Гц) – частота періодичного процесу, при якому за одну секунду здійснюється один цикл коливань.

Диференціальне рівняння гармонічних коливань. Перша (швидкість) і друга (прискорення) похідні за часом від величини x , що гармонічно коливається, також здійснюють гармонічні коливання з тією ж циклічною частотою:

$$\frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) = A\omega \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi).$$

З останнього рівняння видно, що x задовольняє рівняння

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0.$$

Це рівняння називається диференціальним рівнянням гармонічних коливань. Гармонічний осцилятор – система, яка здійснює коливання, що описуються даним диференціальним рівнянням. Прикладами гармонічного осцилятора є пружинний, математичний і фізичний маятники та електричний коливальний контур.

Пружинний маятник – це підвішений на абсолютно пружній пружині тягарець масою m , який здійснює гармонічні коливання під дією пружної сили. Період коливань пружинного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Математичним маятником називається ідеалізована система, яка складається з матеріальної точки масою m , підвішеної на невагомій нерозтяжній нитці довжиною l , яка коливається під дією сили тяжіння, без тертя. Найбільш близьким прикладом матема-

тичного маятника є невелика важка кулька, підвішена на тонкій довгій нитці. Період коливань математичного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Фізичним маятником називається тверде тіло, що здійснює під дією сили тяжіння коливання навколо горизонтальної осі підвісу, яка не проходить через центр маси тіла. Період коливань фізичного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}},$$

де J – момент інерції маятника відносно осі, що проходить через точку підвісу; l – відстань між точкою підвісу і центром мас маятника; $L = \sqrt{\frac{J}{ml}}$ – приведена довжина фізичного маятника.

Приведена довжина фізичного маятника – це довжина такого математичного маятника, який має такий же період коливань, що і даний фізичний маятник.

Енергія матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання.

Кінетична енергія матеріальної точки

$$W_{\text{к}} = \frac{mV^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2}\sin^2(\omega t + \varphi_0),$$

де V – швидкість матеріальної точки.

Потенціальна енергія матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання під дією квазіпружної сили F ,

$$W_{\text{п}} = -\int_0^x Fdx = \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2}\cos^2(\omega t + \varphi_0).$$

$$\text{Повна енергія } W = W_{\text{п}} + W_{\text{к}} = \frac{mA^2\omega^2}{2}.$$

Додавання гармонічних коливань. Якщо система одночасно бере участь у декількох коливальних процесах, то під додаванням коливань розуміють знаходження закону, що описує результуючий коливальний процес.

Для додавання коливань x_1 і x_2 використовуємо метод векторних діаграм:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1); \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2).$$

Оскільки вектори A_1 і A_2 обертаються з однаковою кутовою швидкістю, то різниця фаз між ними ($\varphi_2 - \varphi_1$) залишається постійною (рис. 1). Рівняння результуючого коливання матиме такий вигляд:

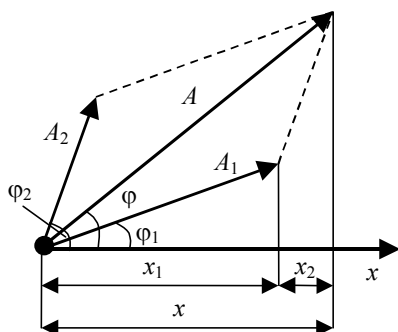


Рис. 1

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \varphi),$$

де амплітуда A і початкова фаза φ можуть бути знайдені за формулами

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1);$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Сумою двох гармонічних коливань одного напрямку і однакової частоти є гармонічне коливання в тому ж напрямку і з тією ж частотою, що і коливання, які додаються.

Згасаючі коливання. Згасанням коливань називається поступове зменшення амплітуди коливань протягом часу, обумовлене втратою енергії коливальною системою. Закон згасання коливань визначається властивостями коливальних систем.

Система називається лінійною, якщо параметри, що характеризують істотні для даного процесу фізичні властивості системи, не змінюються в ході процесу. Лінійні системи описуються лінійними диференціальними рівняннями. Різні за своєю природою лінійні системи описуються однаковими рівняннями, що дозволяє здійснювати єдиний підхід до вивчення коливань різної фізичної природи.

Диференціальне рівняння вільних згасаючих коливань лінійної системи має вигляд

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0,$$

де x – величина, що коливається; $\beta = \text{const}$ – коефіцієнт згасання; ω_0 – циклічна частота вільних незгасаючих коливань тієї ж коливальної системи (при $\beta = 0$).

У разі малих згасань розв'язок цього рівняння має вигляд

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi),$$

де $A = A_0 e^{-\beta t}$ – амплітуда згасаючих коливань; A_0 – початкова амплітуда; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – циклічна частота згасаючих коливань. Інтервал часу, протягом якого амплітуда згасаючих коливань зменшується в e разів, називається часом релаксації і визначається як $\tau = 1/\beta$.

Згасання порушує періодичність коливань. Згасаючі коливання не є періодичними. Проте якщо згасання мале, можна умовно користуватися поняттям періоду згасаючих коливань як інтервалу часу між двома послідовними максимумами фізичної величини, що коливається:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Декремент згасання – відношення двох послідовних амплітуд згасаючих коливань, відмінних на період T :

$$e^{\beta T} = \frac{A(t)}{A(t+T)}.$$

Логарифмічний декремент згасання

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N},$$

де N – число коливань за час зменшення амплітуди в e разів.

Добротністю коливальної системи називається безрозмірна величина

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta T}},$$

де $W(t)$ – енергія коливальної системи у довільний момент часу t ; $W(t) - W(t+T)$ – втрати енергії за проміжок часу від t до $t+T$ (за один умовний період згасаючих коливань).

Розклавши функцію $e^{-2\beta T}$ у ряд Тейлора, при $\beta T \ll 1$ отримаємо

$$Q = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\pi}{\lambda}.$$

Задачі для індивідуальної роботи

1. Записати рівняння гармонічного коливального руху точки, яка здійснює коливання з амплітудою $A = 8$ см, якщо за одну хвилину здійснюється 120 коливань, а початкова фаза коливань дорівнює 45° .

2. Записати рівняння гармонічного коливального руху точки, яка здійснює коливання з амплітудою $A = 36$ мм, якщо за три хвилини здійснюється 30 коливань, а початкова фаза коливань дорівнює 30° .

3. Записати рівняння гармонічного коливального руху точки, яка здійснює коливання з амплітудою $A = 3$ м, якщо за п'ять секунд здійснюється 10 коливань, а початкова фаза коливань дорівнює 60° .

4. Записати рівняння гармонічного коливального руху точки, яка здійснює коливання з амплітудою $A = 356$ мм, якщо за одну годину здійснюється 1350 коливань, а початкова фаза коливань дорівнює 30° .

5. Матеріальна точка здійснює гармонічні коливання з амплітудою $A = 8$ см та періодом $T = 0,2$ с. Записати рівняння руху точки, якщо її рух починається з положення $x_0 = 4$ см.

6. Амплітуда коливань матеріальної точки, яка здійснює гармонічні коливання, $A = 36$ мм, а частота $\nu = 20$ Гц. Записати рівняння руху точки, якщо її рух починається з положення $x_0 = 1,2$ см.

7. Матеріальна точка здійснює гармонічні коливання з амплітудою $A = 160$ мм та періодом $T = 0,05$ с. Записати рівняння руху точки, якщо її рух починається з положення $x_0 = 4$ см.

8. Точка здійснює гармонічні коливання з періодом $T = 0,05$ с та початковою фазою, яка дорівнює 0. Визначити, за який час точка зміститься від положення рівноваги на половину амплітуди (починати рахунок від початку руху).

9. Точка здійснює гармонічні коливання з періодом $T = 0,2$ с та початковою фазою, яка дорівнює 0. Визначити, за який час точка зміститься від положення рівноваги на третину амплітуди (починати рахунок від початку руху).

10. Точка здійснює гармонічні коливання з періодом $T = 0,2$ с та початковою фазою, яка дорівнює $\pi/4$. Визначити, за який час точка зміститься від положення рівноваги на половину амплітуди (починати рахунок від початку руху).

11. Записати рівняння гармонічного коливання точки, якщо його амплітуда $A = 160$ мм, максимальна швидкість точки, яка коливається, дорівнює 20 см/с, початкова фаза $\phi_0 = 10^\circ$.

12. Швидкість матеріальної точки, яка здійснює гармонічні коливання, задана рівнянням $V(t) = -6 \sin 2\pi t$. Записати залежність зміщення точки від часу.

13. Швидкість матеріальної точки, яка здійснює гармонічні коливання, задана рівнянням $V(t) = -0,12 \sin 8\pi t$. Записати залежність зміщення точки від часу.

14. Початкова фаза гармонічного коливання дорівнює нулю. Через яку частку періоду швидкість точки буде дорівнювати половині її максимальної швидкості?

15. Період гармонічного коливання матеріальної точки $T = 2$ с, а початкова фаза $\phi_0 = \pi/6$. Знайти інтервал часу від початку періоду, за який швидкість точки досягає третини від свого максимального значення.

16. Матеріальна точка здійснює коливання згідно з рівнянням $x = A \sin \omega t$. У деякий момент часу зміщення точки $x_1 = 160$ мм. При збільшенні фази коливань у два рази зміщення точки x_2 стало дорівнювати 24 см. Визначити амплітуду коливань.

17. Матеріальна точка, яка здійснює гармонічні коливання з частотою $\nu = 1$ Гц, у момент часу $t = 0$ проходить положення, яке визначається координатою $x_0 = 50$ мм, зі швидкістю 15 см/с. Визначити амплітуду коливань.

18. Через який проміжок часу від початку руху точка, що здійснює коливальний рух за рівнянням $x = 7 \sin(0,5\pi t + \pi/12)$, проходить шлях, рівний половині амплітуди?

19. Амплітуда гармонічного коливання $A = 5$ см, період $T = 4$ с. Знайти максимальну швидкість та максимальне прискорення точки, що коливається.

20. Рівняння руху точки дано у вигляді $x = \sin(0,24\pi t)$. Знайти моменти часу, в які досягаються максимальна швидкість і максимальне прискорення точки.

21. Написати рівняння гармонічного коливального руху, якщо максимальне прискорення точки $54,3$ см/с², період коливань 4 с та зміщення точки від положення рівноваги в початковий момент часу 25 мм.

22. Початкова фаза гармонічного коливання дорівнює нулю. При зміщенні точки від положення рівноваги, яке дорівнює $2,4$ см, швидкість точки становить 3 см/с; при зміщенні, яке дорівнює $2,8$ см, швидкість становить 2 см/с. Знайти амплітуду та період цього коливання.

23. Рівняння коливань матеріальної точки масою $m = 1,6 \cdot 10^{-2}$ кг має вигляд $x = 0,1 \sin(\pi t/8 + \pi/4)$ м. Побудувати графік залежності від часу t (у межах одного періоду) сили F , яка діє на точку. Знайти значення максимальної сили.

24. Повна енергія тіла, яка здійснює гармонічний коливальний рух, дорівнює $3 \cdot 10^{-5}$ Дж; максимальна сила, яка діє на тіло, дорівнює $1,5 \cdot 10^{-3}$ Н. Написати рівняння руху цього тіла, якщо період коливань дорівнює 2 с, а початкова фаза становить 60° .

25. Амплітуда гармонічних коливань матеріальної точки $A = 2$ см, повна енергія коливань $W = 3 \cdot 10^{-7}$ Дж. При якому зміщенні від положення рівноваги на точку, яка коливається, діє сила $F = 2,25 \cdot 10^{-5}$ Дж?

26. Чому дорівнює відношення кінетичної енергії точки, яка здійснює гармонічні коливання, до її потенціальної енергії для моменту, коли зміщення точки від положення рівноваги складає $x = A/4$, де A – амплітуда коливань.

27. Чому дорівнює відношення кінетичної енергії точки, яка здійснює гармонічні коливання, до її потенціальної енергії для моменту, коли зміщення точки від положення рівноваги складає $x = A/2$, де A – амплітуда коливань.

28. Чому дорівнює відношення кінетичної енергії точки, яка

здійснює гармонічні коливання, до її потенціальної енергії для моменту, коли зміщення точки від положення рівноваги складає $x = A$, де A – амплітуда коливань.

29. Матеріальна точка масою $m = 46$ г здійснює гармонічні коливання згідно з рівнянням $x = 0,2 \cos 2,54\pi t$ м. Визначити: а) поворотальну силу для $t = 0,5$ с; б) повну енергію точки.

30. Матеріальна точка масою $m = 58$ г здійснює гармонічні коливання згідно з рівнянням $x = 0,12 \cos 8,43\pi t$ м. Визначити повну енергію точки.

31. Достатньо тонка пластинка з однорідного матеріалу має форму рівнобічного трикутника висотою h (рис. 2). Вона може обертатися навколо горизонтальної осі, яка збігається з однією із сторін пластинки. Знайти період малих коливань T цього фізичного маятника.

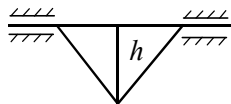


Рис. 2

32. У центрі обруча масою m_1 і радіусом R за допомогою легких спиць закріплено суцільну кулю радіусом $R/2$ і масою $m_2 = 2m_1$. Обруч висить на горизонтальній осі, яка проходить через його край. Знайти період малих коливань фізичного маятника.

33. Знайти відношення періодів малих коливань T_1/T_2 однорідного колового конуса, у якого радіус основи дорівнює висоті. В першому випадку за допомогою шарніра конус закріпили за вершину, у другому – за центр основи. В обох випадках вісь обертання є горизонтальною.

34. Легкий стержень може вільно обертатися навколо горизонтальної осі. На відстані $d_1 = 2$ см від осі на ньому закріплено невелику кульку і потім на відстані $d_2 = 3$ см одна від одної ще дві такі ж кульки. Визначити період коливань цієї системи.

35. Кулю радіусом $r = 7$ см підвішено на нитці довжиною $l = 13$ см. Яку помилку ми робимо, вважаючи кулю за математичний маятник довжиною $l_1 = l + r$?

36. Дві однакові циліндричні пружини з коефіцієнтами жорсткості k з'єднані спочатку послідовно, потім паралельно. Пружини можуть коливатися у вертикальній площині. Визначити відношення частот власних коливань тягарця з масою, значно більшою, ніж маса пружини (тягарець підвішений спочатку до послідовно, а потім до паралельно з'єднаних пружин).

37. Амплітуда коливань тіла, яке здійснює гармонічні коливання, $x_m = 2 \cdot 10^{-2}$ м; повна енергія тіла $W = 5 \cdot 10^{-7}$ Дж. Визначити зміщення, при якому на тіло діє сила $F_1 = 2,25 \cdot 10^{-5}$ Н.

38. Амплітуда коливань тіла, яке здійснює гармонічні коливання, $x_m = 0,04$ м; повна енергія тіла $W = 14 \cdot 10^{-7}$ Дж. Визначити максимальну силу, яка діє на тіло.

39. Точка здійснює гармонічні коливання. В деякий момент часу t_1 зміщення x_1 дорівнює 5 см. При збільшенні фази вдвічі зміщення точки $x_2 = 8$ см. Знайти амплітуду коливань.

40. Математичний маятник $l = 50$ см здійснює малі коливання в середовищі, в якому коефіцієнт затухання $\beta = 0,9 \text{ с}^{-1}$. Визначити час τ та число повних коливань n , по закінченні яких амплітуда маятника зменшиться у п'ять разів.

41. Кулька масою m підвішена на двох послідовно з'єднаних пружинах з коефіцієнтами жорсткості k_1 і k_2 . Визначити період її вертикальних коливань.

42. На дошці лежить тягарець масою $m = 1$ кг. Дошка здійснює гармонічні коливання у вертикальному напрямі з періодом $T = 0,5$ с і амплітудою $A = 2$ см. Визначити величину сили тиску F тягарця на дошку.

43. На дошці лежить тягарець масою $m = 2$ кг. Дошка здійснює гармонічні коливання у вертикальному напрямі з періодом $T = 1,2$ с і амплітудою $A = 2$ см. Визначити величину амплітуди A_0 , з якою буде коливатися дошка з тягарцем, щоб тягарець почав відскакувати від дошки?

44. Дошка здійснює гармонічні коливання в горизонтальному напрямі з періодом $T = 5$ с. Коли амплітуда коливань A досягає 0,6 м, тіло, яке лежить на дошці, починає ковзати. Визначити коефіцієнт тертя спокою k між тілом і дошкою.

45. Дві однакові важкі кульки підвішені на горизонтальній осі з допомогою невагомої жорсткої штанги, зігнутої під кутом 90° . Довжина плечей відповідно l_1 і l_2 . Визначити частоту малих коливань системи в площині, перпендикулярній до осі.

46. Система здійснює вимушені коливання під дією зовнішньої сили, що змінюється за гармонічним законом. Показати, що при резонансі при рівних умовах робота зовнішньої сили за період буде максимальною.

47. Суцільний однорідний диск радіусом $r = 10$ см здійснює коливання навколо горизонтальної осі, що проходить через край диска. Вісь перпендикулярна до площини диска. Якої довжини l повинен бути математичний маятник, щоб мати такий же період коливань, що і диск?

48. Однорідний диск радіусом r здійснює малі коливання навколо горизонтальної осі, перпендикулярної до його площини. Обчислити відстань x між центром тяжіння диска і віссю підвісу, при якій період коливань буде мінімальним. Визначити величину мінімального періоду коливань $T_{\min}$.

49. В якій точці потрібно підвісити однорідний стержень довжиною l , щоб частота його коливань як фізичного маятника була максимальною? Чому дорівнює ця частота?

50. Визначити моменти часу, коли кінетична енергія тіла, яке здійснює гармонічні коливання, в $n = 5$ разів більша за його потенціальну енергію. Коливання тіла відбувається за законом $x = A \cos(\omega_0 t)$.

51. Невеличка кулька підвішена на довгій нитці. Її піднімають по вертикалі на певну відстань і потім відпускають. На яку висоту (частину довжини нитки l) треба підняти кульку, щоб час її повернення до положення рівноваги був у три рази менший, ніж тоді, коли відхилити кульку на невеликий кут і потім відпустити?

52. Початкова кутова амплітуда коливань маятника $A_0 = 4^\circ$, довжина $l = 1$ м. Через $t_1 = 3$ хв амплітуда $A_1 = 0,9^\circ$. Визначити логарифмічний декремент згасання маятника λ та інтервал часу t_2 , через який амплітуда $A_2 = 0,01^\circ$.

53. Тіло масою $m = 1$ г здійснює згасаючі коливання з частотою $\omega = 3,14$ с⁻¹. Протягом часу $t = 50$ с тіло втратило 80 % своєї енергії. Визначити коефіцієнт згасання.

54. Тіло масою $m = 25$ г здійснює згасаючі коливання з частотою $\omega = 6,28$ с⁻¹. Протягом часу $t = 34$ с тіло втратило 60 % своєї енергії. Визначити коефіцієнт опору середовища.

55. Тіло масою $m = 40$ г здійснює згасаючі коливання з частотою $\omega = 12,56$ с⁻¹. Протягом часу $t = 15$ с тіло втратило 70 % своєї енергії. Визначити коефіцієнт добротності системи.

56. Математичний маятник довжиною $l = 24,5$ см здійснює згасаючі коливання. Логарифмічний декремент згасання $\lambda = 0,01$. Визначити час, протягом якого енергія маятника зменшиться в 9,4 разу.

57. Тягарець масою 0,1 кг підвішений до пружини з коефіцієнтом жорсткості 10 Н/м. На тягарець діє примушуюча сила, що описується рівнянням $F = 2 \cos(8t)$ Н. Коефіцієнт згасання $\beta = 0,5$ с⁻¹. Визначити рівняння зміщення сталих змушених коливань.

58. Під дією зовнішньої сили $F = F_m \cos(\omega t)$ матеріальна точка здійснює змушені коливання, які описуються рівнянням $x = A \cos(\omega t + \varphi)$. Визначити роботу сили за період коливання.

59. Швидкість звуку у воді становить 1450 м/с. Джерело коливань, яке знаходиться у воді, має частоту 200 Гц. Визначити довжину звукової хвилі у воді.

60. Швидкість звуку у воді становить 1450 м/с. Джерело коливань, яке знаходиться у воді, має частоту 450 Гц. Визначити відстань між найближчими точками, які здійснюють коливання у протилежних фазах.

61. Швидкість звуку у воді дорівнює 1450 м/с. Джерело коливань, яке знаходиться у воді, має частоту 530 Гц. Визначити різницю фаз двох точок, що знаходяться на відстані одного метра.

62. Підводний човен, рухаючись зі швидкістю 15 м/с, випромінює ультразвуковий сигнал частотою 40 кГц за напрямком руху. Сигнал відбивається у воді від нерухомої перешкоди і повертається назад. Визначити різницю частот випромінюваного і прийнятого сигналів.

63. Під дією власної ваги стрибуну пружна дошка статично прогинається на $h = 0,5$ м. Нехтуючи масою дошки, знайти період малих коливань системи навколо положення рівноваги.

64. Період малих коливань кульки T , підвішеної на спіральній пружині, дорівнює 0,5 с. Нехтуючи масою пружини, знайти статичне видовження пружини x під дією ваги самої кульки.

65. Невелика кулька масою m , яка летить горизонтально зі швидкістю V , ударяється у вертикально розташовану пружну сітку. Вважаючи, що деформація сітки пропорційна прикладеній силі з коефіцієнтом пропорційності k , знайти час t , протягом якого сітка одержить максимальну деформацію.

66. Куля пролетіла зі швидкістю 660 м/с на відстані 5 м від людини. На якій відстані була куля, коли людина почула її свист?

67. Рівняння коливань, записане в системі СІ, має вигляд $x = \sin(300t - 6)$ м. Указати його амплітуду, початкову фазу, частоту й період.

68. Два однаково спрямовані гармонічні коливання з рівними частотами й амплітудами $A_1 = 9$ см і $A_2 = 6$ см утворюють нове гармонічне коливання тієї самої частоти. Амплітуда результуючого коливання $A = 7$ см. Початкова фаза першого коливання $\varphi_1 = 0,5$ рад. Визначити φ_2 .

69. Два однаково спрямовані коливання з періодами 0,3 і 0,4 с додаються, утворюючи нове коливання. Знайти його період.

70. Тягарець, підвішений до пружинки, видовжує її на $h = 4$ см.

Потім тягарець відхиляють у вертикальному напрямі і він починає коливатися. Визначити період цих коливань.

71. Плоска синусоїдальна хвиля описується рівнянням $x = 0,02 \sin(100t - 3y)$ см. Визначити амплітуду коливань кожної частинки та амплітуду коливань швидкості кожної частинки.

72. Плоска синусоїдальна хвиля описується рівнянням $x = 34 \sin(215t - 7y)$ см. Визначити період коливань та довжину хвилі.

73. На тіло масою 0,1 кг діє сила $F = -4,1x$ Н (x – зміщення від положення рівноваги). У початковий момент часу зміщення тіла $x_0 = 1,72$ см, а через $t_1 = 0,3$ с воно стало максимальним. Визначити кінетичні характеристики руху тіла; шлях, пройдений тілом за період і роботу сили за період.

74. При згасаючих коливаннях матеріальної точки амплітуда A_0 у початковий момент дорівнює 2 см, а через час $t_1 = 4$ с амплітуда A_1 стане рівною 0,7 см. Визначити, через скільки секунд амплітуда A_2 дорівнюватиме 0,4 см.

75. При згасаючих коливаннях матеріальної точки амплітуда A_0 у початковий момент дорівнює 8 см, а через час $t_1 = 12$ с амплітуда A_1 стане рівною 0,5 см. Визначити, через скільки секунд енергія коливань зменшиться в $n = 10^4$ разів.

76. Тіло масою 0,01 кг підвішене до легкої спіральної пружини жорсткістю 25 Н/м та занурене в рідину. Після одержання імпульсу у вертикальному напрямі тіло починає коливатися. Логарифмічний декремент згасання дорівнює 0,004. Визначити кількість коливань тіла протягом часу, за який амплітуда зменшиться вдвічі.

77. Тіло масою 0,02 кг підвішене до легкої спіральної пружини жорсткістю 40 Н/м та занурене в рідину. Після одержання імпульсу у вертикальному напрямі тіло починає коливатися. Логарифмічний декремент згасання дорівнює 0,004. Визначити час, протягом якого амплітуда зменшиться у три рази.

78. До вертикальної спіральної пружини підвішена стальна кулька радіусом $R = 10^{-2}$ м. Циклічна частота її коливань у повітрі $\omega_0 = 5 \text{ с}^{-1}$, а в деякій рідині $\omega = 4,06 \text{ с}^{-1}$. Початкове зміщення дорівнює амплітуді коливань у рідині $A = 5$ см. Визначити коефіцієнт в'язкості рідини; записати рівняння зміщення кульки.

79. Тіло масою $m = 1$ г здійснює згасаючі коливання з частотою $\omega = 3,14 \text{ с}^{-1}$. Протягом часу $t = 50$ с тіло втратило 80 % своєї

енергії. Визначити коефіцієнт згасання та коефіцієнт опору середовища.

80. Тіло масою $m = 5$ г здійснює згасаючі коливання з частотою $\omega = 6,28$ с⁻¹. Протягом часу $t = 30$ с тіло втратило 60 % своєї енергії. Визначити добротність системи.

81. Рівняння $x = 0,3 e^{-0,2t} \cos 5t$ см описує зміщення матеріальної точки, яка здійснює коливальний рух. Визначити моменти часу, в які зміщення приймає максимальні значення.

82. Рівняння $x = 0,45 e^{-0,18t} \cos 4t$ см описує зміщення матеріальної точки, яка здійснює коливальний рух. Визначити добротність коливальної системи.

83. Період згасаючих коливань $T = 1$ с; логарифмічний декремент затухання дорівнює 0,3; початкова фаза дорівнює нулю. Зміщення точки при $t = 2T$ складає 5 см. Записати рівняння руху коливань.

84. Амплітуда згасаючих коливань маятника за $t = 2$ хв зменшилась удвічі. Визначити коефіцієнт згасання.

85. Початкова амплітуда згасаючих коливань маятника $A_0 = 40$ мм. Через інтервал часу $t_1 = 10$ с амплітуда дорівнює 1,5 см. Визначити, через який час амплітуда коливань A_2 стане дорівнювати 0,4 см.

86. Підвішене до спіральної пружини тіло масою $m = 0,6$ кг та жорсткістю $k = 30$ Н/м здійснює у деякому середовищі пружні коливання. Логарифмічний декремент коливань $\lambda = 0,01$. Визначити час, за який амплітуда коливань зменшиться у три рази.

87. Тіло масою $m = 0,45$ кг, яке підвішене до спіральної пружини жорсткістю $k = 24$ Н/м, здійснює у деякому середовищі пружні коливання. Логарифмічний декремент коливань $\lambda = 0,03$. Визначити кількість повних коливань, які повинна здійснити гиря до зменшення амплітуди в чотири рази.

88. Хвилі розповсюджуються у пружному середовищі зі швидкістю 100 м/с. Найменша відстань між точками середовища, фази коливань яких протилежні, дорівнює 1 м. Визначити частоту коливань.

89. Хвилі з періодом $T = 1,2$ с та амплітудою коливань $A = 2$ см розповсюджуються зі швидкістю 15 м/с. Чому дорівнює зміщення точки, яка знаходиться на відстані $x = 45$ м від джерела хвиль у той момент, коли від початку коливань джерела минув час $t = 4$ с?

90. Дві точки знаходяться на прямій, вздовж якої розповсюджуються хвилі зі швидкістю 50 м/с. Період коливань $T = 0,05$ с, відстань між точками $x = 50$ см. Знайти різницю фаз коливань $\Delta\varphi$ у цих точках.

91. Визначити відношення кінетичної енергії точки, яка здійснює гармонічні коливання, до її потенціальної енергії, якщо відома фаза коливань.

92. Визначити повну енергію матеріальної точки масою m , яка коливається за законом $x = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$.

93. Матеріальна точка коливається згідно з рівнянням $x = A\cos\omega t$, де $A = 5$ см, $\omega = \pi/12$ с⁻¹. Коли повертаюча сила в перший раз досягає значення -12 мН, потенціальна енергія точки дорівнює 0,15 мДж. Визначити цей момент часу.

94. Визначити різницю фаз двох однаково спрямованих гармонічних коливань однакових частоти та амплітуди, якщо амплітуда їх результуючого коливання дорівнює амплітудам коливань, що складаються.

95. Однорідний диск радіусом $R = 20$ см коливається навколо горизонтальної осі, розташованої на відстані $l = 15$ см від центра диска. Визначити період коливань диска T відносно його осі.

96. Спиральна пружина жорсткістю $k = 25$ Н/м. Визначити, тіло якої маси повинно бути підвішене до пружини, щоб за одну хвилину здійснювати 25 коливань.

97. Якщо збільшити масу тягарця, підвішеного до спіральної пружини, на 600 г, то період коливань тягарця збільшиться у два рази. Визначити масу тягарця, який був підвішений спочатку.

98. Два маятники мають однакові маси; довжини, які відрізняються у $n = 1,5$ рази. Маятники коливаються з однаковими кутовими амплітудами. Визначити, який з маятників має більшу енергію і у скільки разів.

99. Тіло масою $m = 100$ г, здійснюючи згасаючі коливання, за одну хвилину втратило 40 % своєї енергії. Визначити коефіцієнт опору.

100. Матеріальна точка масою $m = 0,1$ г коливається згідно з рівнянням $x = 5\sin(20t)$ см. Визначити максимальне значення діючої сили та кінетичної енергії точки.

ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ

Теоретичні відомості

Електричний коливальний контур. Електричним коливальним контуром називається електричне коло, яке складається з увімкнених послідовно котушки індуктивністю L , конденсатора ємністю C і резистора опором R (рис. 3).

За законом Ома для ділянки кола $IR + U_C = \varepsilon_S$, де I – струм у контурі в довільний момент часу t ; R – активний опір контуру;

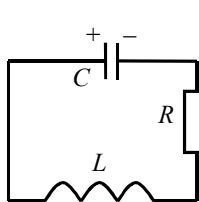


Рис. 3

$U_C = \frac{q}{C}$ – падіння напруги на конденсаторі; q – заряд конденсатора; C – ємність конденсатора;
 $\varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt}$ – ЕРС самоіндукції в котушці; L – індуктивність контуру.

Диференціальне рівняння коливань заряду в коливальному контурі

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0; \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0,$$

де $\beta = \frac{R}{2L}$ – коефіцієнт згасання; $\omega_0^2 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – циклічна частота.

Вільні гармонічні коливання в коливальному контурі. Вільні електричні коливання в коливальному контурі є гармонічними, якщо його електричний опір $R = 0$. Диференціальне рівняння вільних гармонічних коливань заряду в контурі

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0.$$

Заряд q здійснює гармонічні коливання згідно з законом

$$q = q_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де $q_{\max}$ – амплітуда коливань заряду.

Період вільних гармонічних коливань відповідає формулі Томсона $T = 2\pi\sqrt{LC}$.

Сила струму в коливальному контурі

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 q_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = I_{\max} \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right),$$

де $I_{\max} = \omega_0 q_{\max}$ – амплітуда сили струму. Струм випереджає за фазою коливання заряду на $\pi/2$.

Різниця потенціалів на обкладках конденсатора також змінюється за гармонічним законом і збігається за фазою із зарядом q :

$$U_C = \frac{q}{C} = U_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де $U_{\max} = \frac{q_{\max}}{C}$ – амплітуда різниці потенціалів.

Величина $\sqrt{\frac{L}{C}}$ називається хвильовим опором коливального контуру.

Вимушені коливання. Для того, щоб у реальній коливальній системі одержати незгасаючі коливання, необхідно компенсувати втрати енергії. Така компенсація можлива за допомогою якого-небудь періодично діючого фактору $X(t)$, що змінюється за гармонічним законом:

$$X(t) = X_0 \cos \omega t.$$

У разі електричного коливального контуру фактором $X(t)$ є зовнішня ЕРС або змінна напруга $U = U_m \cos \omega t$, що підводиться до контуру. Рівняння коливань у контурі матиме вигляд

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t.$$

Це рівняння – лінійне неоднорідне диференціальне рівняння. Його розв'язок дорівнює сумі загального розв'язку однорідного рівняння і часткового розв'язку неоднорідного рівняння. Можна

показати, що частковий розв'язок має вигляд $q = q_m \cos(\omega t + \alpha)$, де

$$q_m = \frac{U_m}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{R}{\frac{1}{\omega C} - \omega L}.$$

Сила струму при сталих коливаннях

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega q_m \sin(\omega t + \alpha) = I_m \cos(\omega t - \varphi),$$

де $I_m = \omega q_m$ – амплітуда струму; $-\varphi = \alpha + \pi/2$ – початкова фаза (зсув фаз між струмом та напругою);

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Змінний струм. Змінним струмом називаються змушені коливання струму в колі, які збігаються з частотою змущеної ЕРС. Розглянемо загальний випадок $R \neq 0, C \neq 0, L \neq 0$ (рис. 4). Якщо напруга в колі змінюється за законом $U = U_m \cos \omega t$, то в колі проходить струм $I = I_m \cos(\omega t - \varphi)$.

Повний опір кола

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2},$$

де $X_L = \omega L$ – реактивний індуктивний опір котушки, для випадку $\omega = 0$ (постійний струм) $X_L = 0$;

$X_C = \frac{1}{\omega C}$ – реактивний ємнісний

опір конденсатора, для випадку постійного струму $X_C = \infty$.

Таким чином, $I_m = \frac{U_m}{Z}$; $\operatorname{tg} \varphi =$

$$= \frac{X_L - X_C}{R}, \quad \text{при цьому} \quad \cos \varphi = \frac{R}{Z}.$$

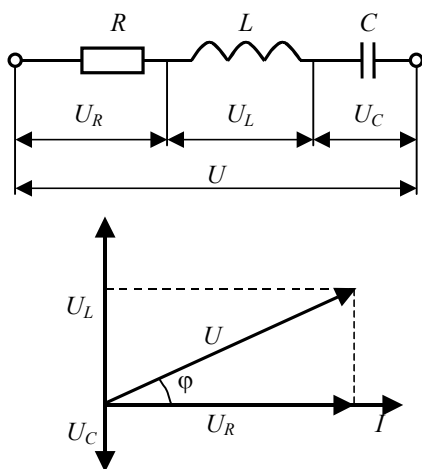


Рис. 4

Задачі для індивідуальної роботи

101. Визначити період вільних коливань у контурі, який складається із послідовно з'єднаних конденсатора з ємністю $C = 10 \text{ мкФ}$, активного опору $R = 20 \text{ Ом}$ та двох котушок з індуктивностями $L_1 = 0,2 \text{ мГн}$, $L_2 = 0,4 \text{ мГн}$ і дуже малим активним опором. Котушки з'єднані між собою послідовно.

102. У коливальному контурі, індуктивність якого $L = 0,01 \text{ Гн}$, заряд конденсатора зменшується в 10 разів за інтервал часу $t = 10^{-5} \text{ с}$. Визначити опір контуру.

103. Коливальний контур складається з конденсатора з ємністю $C = 0,67 \text{ мкФ}$ і котушки з індуктивністю $L = 12 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}$. Знайти період вільних коливань контуру, коефіцієнт згасання і логарифмічний декремент згасання, якщо опір котушки $R = 60 \text{ Ом}$.

104. Коливальний контур приймача настроєний на довжину хвилі $\lambda = 500 \text{ м}$. Визначте власну частоту коливань контуру, якщо його індуктивність дорівнює $L = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}$, а опір $R = 10 \text{ Ом}$?

105. Визначити період вільних коливань у контурі, який складається із послідовно з'єднаних конденсатора з ємністю $C = 45 \text{ мкФ}$, активного опору $R = 12 \text{ Ом}$ та двох котушок з індуктивностями $L_1 = 0,15 \text{ мГн}$, $L_2 = 0,24 \text{ мГн}$ і дуже малим активним опором. Котушки з'єднані між собою паралельно.

106. Радіолокатор працює на довжині хвилі $\lambda = 20 \text{ см}$ і дає $n = 5000$ імпульсів за секунду, причому тривалість кожного імпульсу $t_1 = 0,02 \text{ мкс}$. Скільки коливань міститься в одному імпульсі?

107. Коливальний контур складається з індуктивності і двох паралельно з'єднаних конденсаторів з ємністю $C = 4 \cdot 10^{-11} \text{ Ф}$ кожний. Після того, як ці конденсатори з'єднали послідовно, резонансна частота контуру змінилася на $\Delta \nu = 2 \cdot 10^6 \text{ Гц}$. Знайти індуктивність контуру.

108. Коливальний контур з конденсатором (ємність $C_1 = 10^{-6} \text{ Ф}$) настроєно на частоту $\nu_1 = 400 \text{ Гц}$. Якою буде резонансна частота коливального контуру, якщо в нього включити конденсатор з ємністю $C_2 = 2 \text{ мкФ}$ послідовно з першим конденсатором?

109. Коливальний контур генератора, що складається з котушки індуктивності та конденсатора ємністю C_1 , випромінює електромагнітну хвилю довжиною $\lambda_1 = 30 \text{ м}$. Якщо паралельно з конденсатором C_1 з'єднати конденсатор ємністю $C_2 = 3 \text{ нФ}$, то довжина випромінюваної контуром хвилі стане $\lambda_2 = 60 \text{ м}$. Визначити ємність конденсатора C_1 коливального контуру.

110. Соленоїд, який має коефіцієнт самоіндукції $L = 0,3$ Гн та опір $R = 10$ Ом, вмикається в коло змінного струму ($\nu = 50$ Гц) з ефективною напругою $U = 120$ В. Визначити амплітуду сили струму I .

111. Соленоїд, який має коефіцієнт самоіндукції $L = 540$ мГн та опір $R = 15$ Ом, вмикається в коло змінного струму ($\nu = 50$ Гц) з ефективною напругою $U = 127$ В. Визначити кут зсуву фаз ϕ між струмом і напругою в колі.

112. Електрична лампочка з опором $R = 70$ Ом і котушка з активним $R_L = 12$ Ом та індуктивним $X_L = 16$ Ом опорами з'єднані паралельно і ввімкнені в мережу змінного струму з напругою $U = 120$ В. Визначити силу струму в підвідних провідниках.

113. Електрична лампочка з опором $R = 100$ Ом і котушка з активним $R_L = 10$ Ом та індуктивним $X_L = 12$ Ом опорами з'єднані паралельно і ввімкнені в мережу змінного струму з напругою $U = 120$ В. Визначити кут зсуву фаз між струмом і напругою в мережі.

114. Сила струму в колі з опором $R = 10$ Ом змінюється за законом $I = I_0 \sin(\omega t + \pi/6)$. У момент часу $t = T/12$ миттєве значення струму $I = 1$ А. Визначити амплітуду сили струму і кількість теплоти, що виділяється за одну хвилину.

115. У коло змінного струму частотою $\nu = 50$ Гц послідовно з резистором вмикають спочатку індуктивність $L = 0,4$ Гн, а потім ємність $C = 5$ мкФ. Визначити опір резистора, якщо відношення амплітуди значень струмів, що проходять через резистор, у першому і другому випадках дорівнює двом.

116. Змінний струм, випрямлений приладом, який пропускає струм тільки одну половину періоду, проходить протягом 10 хв через розчин мідного купоросу. На електроді виділяється 200 г міді. Визначити амплітуду струму.

117. У коло змінного струму ($\nu = 50$ Гц) з діючою напругою $U = 127$ В увімкнені паралельно конденсатор (ємність $C = 24$ мкФ) і дросель (індуктивність $L = 0,6$ Гн, активний опір $R = 100$ Ом). Визначити діюче значення струму.

118. У коло змінного струму ($\nu = 50$ Гц) з діючою напругою $U = 220$ В увімкнені послідовно конденсатор (ємність $C = 18$ мкФ, активний опір $R = 10$ Ом) і дросель (індуктивність $L = 0,6$ Гн). Напруга випереджає струм на кут $\phi = 60^\circ$. Визначити потужність, яка виділяється на кожному з елементів і в усьому колі.

119. На послідовно з'єднані реостат і котушку з індуктивністю $L = 0,1$ Гн подано напругу частотою 50 Гц. Між напругою і струмом кут зсуву фаз $\varphi = 30^\circ$. Чому дорівнює опір реостата?

120. На послідовно з'єднані реостат і котушку з індуктивністю $L = 0,54$ Гн подано напругу частотою 50 Гц. Між напругою і струмом кут зсуву фаз $\varphi = 30^\circ$. Увімкнення якої ємності C послідовно з реостатом компенсує зсув фаз?

121. У мережу з напругою 220 В ($\nu = 50$ Гц) увімкнені послідовно котушка з індуктивністю 160 мГн і активним опором 2 Ом та конденсатор з ємністю 64 мкФ. Визначити величину струму в колі.

122. У коло змінного струму ($\nu = 50$ кГц) з діючою напругою 127 В включені паралельно конденсатор з ємністю 24 мкФ та дросель з індуктивністю 0,6 Гн і активним опором 100 Ом. Визначити діюче значення струму, що підводиться до даної ділянки кола.

123. У коло змінного струму ($\nu = 50$ Гц) з діючою напругою 220 В увімкнені послідовно конденсатор (ємність 18 мкФ, активний опір 10 Ом) та дросель (індуктивність 0,6 Гн). Напруга випереджає струм на кут $\alpha = 60^\circ$. Визначити потужність, яка виділяється на кожному з елементів.

124. Ділянка кола складається із паралельно з'єднаних котушки (індуктивність 1 Гн, активний опір 100 Ом) і конденсатора (ємність 4 мкФ). Частота напруги, яка подається на ділянку, становить 50 Гц. Визначити еквівалентний опір ділянки.

125. У мережу з напругою 127 В ($\nu = 50$ Гц) паралельно увімкнені котушка з активним опором 10 Ом та індуктивністю 1 Гн і конденсатор. Визначити ємність конденсатора при резонансі.

126. У мережу з напругою 127 В ($\nu = 50$ Гц) паралельно увімкнені котушка з активним опором 15 Ом та індуктивністю 4 Гн і конденсатор. Чому дорівнює при резонансі струм через конденсатор і котушку?

127. Яку потужність споживає контур з активним опором 0,23 Ом при підтримуванні в ньому незгасаючих коливань з амплітудою струму $I_m = 0,04$ А?

128. Визначити логарифмічний декремент згасання контуру з ємністю $C = 2 \cdot 10^3$ пФ та індуктивністю $L = 1,5 \cdot 10^{-4}$ Гн, якщо при підтримуванні в цьому контурі незгасаючих коливань з максимальною напругою $U_m = 0,9$ В потрібна потужність $P = 1$ мкВт.

129. Визначити час існування електромагнітних коливань надвисокої частоти ($\nu = 10^{10}$ Гц) в резонаторі, добротність якого $Q = 5 \cdot 10^4$.

130. Добротність коливального контуру $Q = 10$. Визначити, на скільки відсотків відрізняється частота згасаючих коливань ω від частоти власних коливань ω_0 ?

131. Визначити повний опір і $\cos \varphi$ для кола змінного струму, яке складається з активного $R = 8$ Ом, індуктивного $X_L = 20$ Ом і ємнісного $X_C = 26$ Ом опорів.

132. В яких межах повинна змінюватись ємність коливального контуру, щоб він міг бути настроєним на довжини хвиль у діапазоні від 400 м до 1 км? Індуктивність контуру $L = 2 \cdot 10^{-4}$ Гн.

133. Коливальний контур складається із паралельно з'єднаних конденсатора з ємністю $C = 1$ мкФ та котушки з індуктивністю $L = 1$ мГн. Опором контуру можна знехтувати. Знайти частоту коливань ν .

134. Коливальний контур складається з повітряного конденсатора з двома пластинами площею 100 см^2 кожна та котушки з індуктивністю 1 мкГн. Резонансна довжина хвиль дорівнює 10 м. Визначити відстань між пластинами конденсатора.

135. Резистор з активним опором 50 Ом, дросель з індуктивністю 0,29 Гн з омичним опором 30 Ом і конденсатор з ємністю 18 мкФ увімкнені послідовно в мережу промислової частоти з напругою 220 В. Знайти силу струму в колі.

136. ЕРС індукції, що виникає в рамці під час рівномірного обертання її в однорідному магнітному полі, змінюється за законом $\varepsilon = 10 \sin(314t)$. Визначити амплітудне і діюче значення ЕРС, період і частоту струму.

137. ЕРС індукції, що виникає в рамці під час рівномірного обертання її в однорідному магнітному полі, змінюється за законом $\varepsilon = 24 \sin(628t)$. Визначити миттєве значення ЕРС через 2,5 мс.

138. У замкненій рамці, що рівномірно обертається в однорідному магнітному полі, виникає індукційний струм, який змінюється за законом $I = 5 \sin(50\pi t)$ А. Визначити амплітудне і діюче значення сили струму, період і частоту струму.

139. У замкненій рамці, що рівномірно обертається в однорідному магнітному полі, виникає індукційний струм, який змінюється за законом $I = 3,5 \sin(20\pi t)$ А. Визначити миттєве значення сили струму через 3,3 мс.

140. Прямокутна рамка площею 200 см^2 має 50 витків дроту. При рівномірному обертанні рамки в однорідному магнітному полі з індукцією 5 мТл на її кінцях індукується ЕРС з амплітудним зна-

ченням 6,28 В. Визначити період і частоту обертання рамки, якщо її вісь перпендикулярна до напрямку поля.

141. Квадратна рамка площею 100 см^2 має 100 витків мідного дроту з поперечним перерізом $0,2 \text{ мм}^2$. Рамка рівномірно обертається в однорідному магнітному полі з індукцією 0,8 Тл. Рамка обертається з частотою 180 об/хв. Знайти амплітуду сили струму в рамці, якщо її замкнути.

142. Рамка площею 400 см^2 , що має 100 витків дроту, рівномірно обертається в однорідному магнітному полі з напруженістю 10 кА/м. Визначити ЕРС, що виникає у рамці через 0,0042 с від початку її руху, якщо максимальне значення ЕРС дорівнює 12,56 В.

143. При напрузі 48 В постійного струму і при напрузі 60 В ($\nu = 50 \text{ Гц}$) змінного струму в котушці проходить струм однакової величини (3,0 А). Яка індуктивність котушки?

144. У колі змінного струму з частотою 50 Гц знаходяться послідовно з'єднані резистори $R = 8 \text{ Ом}$ і котушка. Повний опір $z_1 = 10 \text{ Ом}$. Яким буде повний опір z_2 цього з'єднання, якщо частота струму дорівнюватиме 250 Гц?

145. Сила струму в ділянці кола змінюється за законом $I = 0,8 \sin(100\pi t) \text{ А}$. На яку напругу повинен бути розрахований конденсатор ємністю 5 мкФ, увімкнений у це коло, щоб не було пробою?

146. У коло змінного струму з частотою 50 Гц і напругою 220 В увімкнули послідовно котушку (індуктивність 0,5 Гн, активний опір 50 Ом) та конденсатор. Яку ємність повинен мати конденсатор, щоб у даному колі настав резонанс напруг? Знайти діюче при цьому значення сили струму.

147. Коливальний контур складається з котушки і конденсатора з ємністю $2,5 \cdot 10^{-8} \text{ Ф}$. Напруга на пластинах конденсатора змінюється за законом $U = U_0 \cos(10^4 \pi t)$. Знайти індуктивність котушки, період електромагнітних коливань у контурі та резонансну довжину хвилі.

148. Сила струму в коливальному контурі змінюється за законом $I = I_0 \cos(157 \cdot 10^5 t)$. Визначити ємність контуру і резонансну довжину хвилі, якщо індуктивність котушки становить $4 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}$.

149. Контур радіоприймача настроєно на хвилю довжиною 200 м. Як потрібно змінити індуктивність котушки коливального контуру, щоб настроїти приймач на радіостанцію, яка працює на частоті 600 кГц? Електроємність контуру залишається сталою.

150. Радіолокатор працює на хвилі довжиною 20 см і дає 5000 імпульсів за секунду тривалістю $2 \cdot 10^{-8}$ с кожний. Скільки коливань налічує один імпульс?

151. Скільки електромагнітних коливань високої частоти з довжиною хвилі 375 м відбувається протягом одного періоду звуку з частотою 500 Гц. Звук вимовляється перед мікрофоном передавальної станції.

152. Конденсатор, ємнісний опір якого 500 Ом, з'єднано послідовно з дроселем, який має активний опір 50 Ом. Знайти індуктивність дроселя і спад напруги на реактивних опорах, якщо при вмиканні з'єднання в мережу змінного струму з напругою 220 В у колі виникає резонанс. Яка кількість теплоти при цьому виділяється за 10 хв?

153. В якому діапазоні може працювати радіоприймач, коливальний контур якого складається з індуктивності $L = 4 \cdot 10^{-3}$ Гн та змінної ємності $C = 40 \dots 1000$ пФ?

154. Яку індуктивність L і ємність C треба з'єднати з опором $R = 20$ кОм, щоб струм, який проходить через індуктивність I_L та ємність I_C , був у 10 разів більший від загального струму I_0 ? Частота змінної напруги $\nu = 50$ Гц.

155. Рівняння зміни з часом різниці потенціалів на обкладинках конденсатора у коливальному контурі задане у вигляді $U = 50 \cos(10^4 \pi t)$ В. Ємність конденсатора дорівнює 10^{-7} Ф. Знайти період коливання та індуктивність контуру.

156. Рівняння зміни з часом різниці потенціалів на обкладинках конденсатора у коливальному контурі задане у вигляді $U = 25 \cos(10^3 \pi t)$ В. Ємність конденсатора дорівнює 10^{-6} Ф. Знайти закон зміни з часом сили струму в колі.

157. Рівняння зміни сили струму з часом у коливальному контурі задається у вигляді $I = -0,02 \sin(400 \pi t)$ А. Індуктивність контуру становить 1 Гн. Знайти період коливань та ємність контуру.

158. Рівняння зміни сили струму з часом у коливальному контурі задається у вигляді $I = -0,07 \sin(200 \pi t)$ А. Індуктивність контуру становить 0,5 Гн. Знайти максимальну різницю потенціалів на обкладинках конденсатора.

159. Рівняння зміни сили струму з часом у коливальному контурі задається у вигляді $I = -0,12 \sin(250 \pi t)$ А. Індуктивність контуру становить 0,8 Гн. Знайти максимальні енергії магнітного та електричного полів.

160. Коливальний контур складається з конденсатора з ємністю $0,2 \text{ мкФ}$ та котушки з індуктивністю $5,07 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$. При якому логарифмічному декременті згасання різниці потенціалів на обкладинках конденсатора за час, рівний 10^{-3} с , зменшується в три рази?

161. Коливальний контур складається з конденсатора з ємністю $0,45 \text{ мкФ}$ та котушки з індуктивністю 5 мГн . Визначити опір контуру, якщо різниці потенціалів на обкладинках конденсатора за $0,01 \text{ с}$ зменшується в чотири рази.

162. Коливальний контур складається з конденсатора з ємністю $0,025 \text{ мкФ}$ та котушки з індуктивністю $1,015 \text{ Гн}$. Омічним опором кола знехтуємо. Заряд конденсатора становить $2,5 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$. Написати для даного контуру рівняння (з числовими коефіцієнтами) зміни різниці потенціалів на обкладинках конденсатора та сили струму в колі залежно від часу.

163. Коливальний контур складається з конденсатора з ємністю $0,25 \text{ мкФ}$ та котушки з індуктивністю $2,04 \text{ Гн}$. Омічним опором кола знехтуємо. Заряд конденсатора становить $5 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$. Знайти значення різниці потенціалів на обкладинках конденсатора в момент часу $T/8$ та $T/4$.

164. Коливальний контур складається з конденсатора з ємністю $0,1 \text{ мкФ}$ та котушки з індуктивністю $0,4 \text{ Гн}$. Омічним опором кола знехтуємо. Заряд конденсатора дорівнює 12 мкКл . Знайти значення різниці потенціалів на обкладинках конденсатора в момент часу $T/6$ та $T/2$.

165. Коливальний контур складається з конденсатора з ємністю $0,16 \text{ мкФ}$ та котушки з індуктивністю $1,2 \text{ Гн}$. Омічним опором кола знехтуємо. Заряд конденсатора дорівнює 150 мкКл . Написати рівняння зміни з часом енергії електричного поля, енергії магнітного поля та повної енергії.

166. За час, протягом якого система здійснює 50 повних коливань, амплітуда зменшується в два рази. Визначити добротність системи.

167. Коливальний контур складається з котушки з індуктивністю $L = 10 \text{ мГн}$, конденсатора з ємністю $C = 0,1 \text{ мкФ}$ та резистора з опором $R = 20 \text{ Ом}$. Визначити, через скільки повних коливань амплітуда струму в контурі зменшилась в e разів.

168. Коливальний контур має котушку з індуктивністю $L = 25 \text{ мГн}$, конденсатор з ємністю $C = 10 \text{ мкФ}$ та резистор з опором

$R = 1$ Ом. Конденсатор заряджений кількістю електрики, рівною 1 мКл. Визначити період коливань контуру.

169. Коливальний контур має котушку з індуктивністю $L = 15$ мГн, конденсатор з ємністю $C = 5$ мкФ та резистор з опором $R = 12$ Ом. Конденсатор заряджений кількістю електрики, рівною 3 мКл. Визначити логарифмічний декремент згасання коливань.

170. Коливальний контур має котушку з індуктивністю $L = 7$ мГн, конденсатор з ємністю $C = 0,1$ мкФ та резистор з опором $R = 6$ Ом. Конденсатор заряджений кількістю електрики, рівною 14 мКл. Визначити рівняння залежності зміни напруги на обкладинках конденсатора від часу.

171. Визначити логарифмічний декремент, при якому енергія коливального контуру за п'ять повних коливань зменшилась у вісім разів.

172. Коливальний контур має котушку з індуктивністю $L = 6$ мкГн, конденсатор з ємністю $C = 10$ нФ та резистор з опором $R = 6$ Ом. Визначити для випадку максимуму струму відношення енергії магнітного поля котушки до енергії електричного поля.

173. Визначити добротність коливального контуру, який складається з котушки з індуктивністю $L = 2$ мГн, конденсатора з ємністю $C = 0,2$ мкФ та резистора з опором $R = 6$ Ом.

174. Частота згасання коливань у коливальному контурі з добротністю $Q = 2500$ дорівнює 550 МГц. Визначити час, за який амплітуда струму в цьому контурі зменшилась у чотири рази.

175. Визначити резонансну частоту коливальної системи, якщо власна частота коливань $\nu_0 = 300$ Гц, а логарифмічний декремент $\lambda = 0,2$.

176. До послідовно з'єднаних конденсатора з ємністю 40 мкФ та омичного опору 250 Ом прикладена напруга 220 В з частотою 50 Гц. Визначити падіння напруги на кожному з елементів.

177. До послідовно з'єднаних конденсатора з ємністю 36 мкФ та омичного опору 320 Ом прикладена напруга 220 В з частотою 50 Гц. Визначити зсув фаз між струмом та напругою.

178. Котушка з омичним опором 15 Ом та індуктивністю 2 Гн увімкнена в коло змінного струму з частотою 50 Гц та напругою 220 В. Знайти силу струму у котушці.

179. Котушка з омичним опором 42 Ом та індуктивністю 4 Гн увімкнена в коло змінного струму з частотою 50 Гц та напругою 220 В. Визначити зсув фаз між струмом та напругою.

180. Котушка з омичним опором 20 Ом та індуктивністю 0,5 Гн з'єднана послідовно з активним опором 22 Ом. До ділянки кола прикладена напруга 220 В з частотою 50 Гц. Знайти зсув фаз між струмом та напругою.

181. Конденсатор якої ємності необхідно увімкнути в коло змінного струму з частотою 50 Гц, щоб при напрузі в колі 220 В отримати силу струму 0,4 А?

182. Котушка без осердя довжиною 20 см та перерізом 16 см², яка налічує 1000 витків, з'єднана з конденсатором (ємність 800 пФ). Визначити частоту коливань у контурі.

183. Дві котушки з індуктивністю по 0,006 Гн з'єднані між собою паралельно, а з конденсатором – послідовно. Конденсатор складається з двох пластин площею 400 см² кожна. Відстань між пластинами 6 мм, діелектрик – повітря. Знайти період коливань у контурі.

184. При спостереженні згасаючих коливань встановлено, що для двох послідовних коливань амплітуда другого менша за амплітуду першого на 60 %. Період згасаючих коливань $T = 0,5$ с. Визначити коефіцієнт згасання.

185. Діюча напруга в колі змінного струму дорівнює 120 В. Визначити час, протягом якого горить неоновна лампа в кожному півперіоді, якщо лампа спалахує та гасне при напрузі $U = 84$ В.

186. Коливальний контур складається з котушки з індуктивністю 25 мГн та конденсатора. Визначити ємність конденсатора, необхідного для настройки контура в резонанс на довжину хвилі 50 м.

187. Активний опір коливального контуру $R = 0,33$ Ом. Яку потужність споживає контур при підтримуванні в ньому незгасаючих коливань з амплітудою сили струму $I_m = 30$ мА.

188. Власна частота коливань контуру дорівнює 50 кГц, добротність контуру $Q = 72$. У контурі збуджуються згасаючі коливання. Знайти закон зміни енергії, накопиченої контуром, від часу.

189. Якою повинна бути добротність контуру, щоб частота, при якій спостерігається резонанс струмів, відрізнялась від частоти, при якій спостерігається резонанс напруги, не більше ніж на 1 %.

190. На яку напругу необхідно розраховувати ізолятори мереж електропостачання, якщо діюча напруга становить 500 кВ?

191. Коливальний контур складається з котушки індуктивності та двох однакових конденсаторів, увімкнених паралельно. Пері-

од власних коливань контуру $T_1 = 20$ мкс. Чому буде дорівнювати період, якщо конденсатори з'єднати послідовно?

192. Визначити резонансну частоту контуру, якщо відношення максимального заряду на конденсаторі до максимальної сили струму в контурі дорівнює n .

193. Період згасаючих коливань коливального контуру складає 4 мс, а відношення амплітуд першого та восьмого коливань дорівнює 16. Визначити резонансну частоту даного коливального контуру.

194. У коло змінного струму з амплітудною напругою $U_m = 110$ В увімкнені послідовно резистор з опором $R = 110$ Ом та конденсатор. Амплітудне значення струму через елементи $I_m = 0,5$ А. Визначити різницю фаз між струмом та зовнішньою напругою.

195. У коло змінного струму частотою $\nu = 50$ Гц послідовно ввімкнені резистор з опором $R = 100$ Ом та конденсатор з ємністю $C = 22$ мкФ. Визначити відношення падіння напруги на конденсаторі до напруги, прикладеної до вказаного кола.

196. Записати рівняння гармонічного коливання заряду в коливальному контурі, якщо максимальний заряд конденсатора $q_m = 12$ мКл, максимальний струм у контурі дорівнює 15 мА, початкова фаза $\phi_0 = 30^\circ$.

197. Записати рівняння гармонічного коливання заряду в коливальному контурі, якщо максимальний заряд конденсатора $q_m = 2$ мКл. За одну хвилину здійснюється 1200 коливань, а початкова фаза коливань дорівнює 50° .

198. Матеріальна точка здійснює гармонічні коливання з амплітудою $A = 8$ см та періодом $T = 0,2$ с. Записати рівняння руху точки, якщо її рух починається з положення $x_0 = 4$ см.

199. Амплітуда коливань заряду в коливальному контурі, який здійснює гармонічні коливання, $q_m = 120$ мКл, а частота $\nu = 100$ Гц. Записати рівняння коливань, якщо коливання починається зі стану $q_0 = 30$ мКл.

200. Чому дорівнює відношення енергії магнітного поля коливального контуру, в якому здійснюються гармонічні коливання, до енергії електричного поля для моменту, коли заряд конденсатора складає $q = q_m/5$, де q_m – максимальне значення заряду.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. *Детлаф А.А., Яворский Б.М.* Курс физики: Учеб. пособие для втузов. – М.: Высшая школа, 1989.
 2. *Детлаф А.А., Яворский Б.М.* Справочник по физике. – М.: Наука, 1985.
 3. *Зисман Г.А., Тодес О.М.* Курс общей физики: Учеб. пособие для вузов: В 3 т. – М.: Наука, 1967. – Т. 1, 2.
 4. *Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик Л.П.* Загальний курс фізики: Навч. посібник: У 3 т. – К.: Техніка, 1999. – Т. 1, 2.
 5. *Савельев И.В.* Курс физики: Учебник: В 3 т. – М.: Наука, 1989. – Т. 1, 2.
 6. *Трофимова Т.И.* Курс физики: Учеб. пособие для вузов: 2-е изд. – М.: Высшая школа, 1990.
 7. Элементарный учебник физики: Учеб. пособие: В 3 т. / Под ред. *Г.С. Ландсберга*. – М.: Наука, 1984.
-

Навчальне видання

**КОВАЛЬ Надія Іванівна
КОВАЛЬ Сергій Станіславович**

КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ

*Збірник задач
для індивідуальної роботи
з курсу фізики*

Під редакцією О.О. Мочалова

(українською мовою)

Редактор О.Є. Вакула
Комп'ютерна правка та верстка Н.В. Ялова
Коректор М.О. Паненко

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру
видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції
ДК № 2506 від 25.05.2006 р.

Підписано до друку 23.03.07. Папір офсетний. Формат 60×84/16.
Друк офсетний. Гарнітура "Таймс". Ум. друк. арк. 1,8. Обл.-вид. арк. 1,9.
Тираж 600 прим. Вид. № 12. Зам. № 29. Ціна договірна

Видавець і виготівник Національний університет кораблебудування,
54002, м. Миколаїв, вул. Скороходова, 5