

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Первомайська філія
НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ КОРАБЛЕБУДУВАННЯ
імені адмірала Макарова

А.Ю. ЛИСИХ

ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА
МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДЛЯ ПІДГОТОВКИ ТА ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ
МОДУЛЬ "СТАТИКА"

Рекомендовано Методичною Радою ПФ НУК

Первомайськ 2020

УДК 531
ББК 22.21
Л-63

Рекомендовано Методичною Радою ПФ НУК
протокол № 7 від 26.05. 2020 р.

Кафедра фундаментальних та загальнотехнічних наук

А.Ю. Лисих

Теоретична механіка: Методичні вказівки для підготовки та виконання практичних робіт. Модуль "Статика" – Первомайськ: Видавництво ПФ НУК, 2020. – 60 с. Видання друге доповнене.

Методичні вказівки для практичних занять містять теоретичний матеріал, методику та приклади розв'язання задач з першого розділу теоретичної механіки: "Статика" у межах навчальної програми вищих технічних навчальних закладів. Методичні вказівки призначені для студентів, які навчаються за спеціальністю 131 "Прикладна механіка", 142 "Енергетичне машинобудування" та 144 "Теплоенергетика" денної і заочної форм навчання.

УДК 531
ББК 22.21

Рецензент: кандидат технічних наук, доцент О.О. Лобов

© А.Ю. Лисих, 2020
© Національний університет
кораблебудування, 2020
© Видавництво НУК, 2020

ВСТУП

Теоретична механіка є однією з фундаментальних загальнонаукових дисциплін фізико-математичного циклу, найважливішою основою сучасної техніки. Вивчення теоретичної механіки повинне дати той мінімум фундаментальних знань, на базі яких майбутній фахівець зуміє самостійно опанувати все нове, з чим йому доведеться зіштовхуватися під час подальшого розвитку науки техніки і технологій.

Знання теоретичної механіки необхідно при вивченні більшості інженерних дисциплін: опір матеріалів, теорія механізмів і машин, деталі машин, гідравліка, спеціальні дисципліни з устаткування і багато інших.

Нарешті, вивчення курсу теоретичної механіки сприяє розширенню наукового кругозору і підвищенню загальної культури майбутнього фахівця, розвитку його логічного й інженерного мислення.

Дані методичні вказівки покликані допомогти студентам узагальнити і систематизувати свої знання за модулем I "Статика" й ефективно підготуватися до успішного складання іспитів.

У методичних вказівках по розв'язанню задач статки наведені приклади їх розв'язання по основним темам.

Короткі теоретичні відомості відповідно темам забезпечують поєднання теорії з практичними діями при розв'язанні задач, що сприяє більш творчому їх зрозумінню.

Розв'язання задач на прикладах виконано з застосуванням різноманітних прийомів.

Показано, що одна і та ж задача може бути розв'язана різними методами відповідно плану розв'язання у залежності від використаного методу, який визначається вибором в залежності від конкретних умов задач.

ВИЗНАЧЕННЯ ЗУСИЛЬ В СТЕРЖНЯХ

Мета роботи: визначити величину та напрямок зусиль в стержнях, навчитись визначати умови рівноваги системи збіжних сил.

Основні теоретичні відомості

Системою сил називають сукупність сил, які діють на даний матеріальний об'єкт. Системи сил можуть бути просторовими (окремі сили системи довільно розташовані у просторі) і плоскими (всі сили системи діють в одній певній площині).

Просторові чи плоскі системи сил, лінії дії яких перетинаються в одній точці (точка сходу), називають **збіжними**.

Послідовність розв'язування задач:

1. Вибрати об'єкт дослідження (тіло або систему тіл), рівновагу якого будемо розглядати.
2. Визначити кількість та тип в'язей. Згідно з аксіомою III необхідно замінити їхню дію реакціями в'язей.
3. Зобразити сили, що діють на вибраний об'єкт дослідження: активні та реакції в'язей.
4. Застосовувати аналітичні або графічні умови рівноваги.

Приклад вирішення практичної роботи

На рис. 1.1. зображено стрижні AB і BC , з'єднані між собою та зі стелею за допомогою шарнірів. До шарніра B на невагомій нитці підвішений вантаж вагою P . Знайти зусилля в стрижнях.

Розглянемо рівновагу системи тіл, що складається із шарніра B , нитки та вантажу P . До неї прикладені сила ваги вантажу $\bar{P}$ та зусилля у стрижнях AB та BC , які потрібно визначити. Реакції стрижнів спрямовані вздовж вісей стрижнів. Отже, будемо розглядати систему, що складається з трьох сил: ваги вантажу $\bar{P}$, зусиль у стрижнях $\bar{S}_1 = \bar{S}_{AB}$, $\bar{S}_2 = \bar{S}_{BC}$ (рис. 1.2)

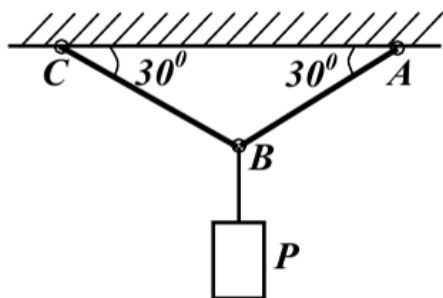


Рисунок 1.1

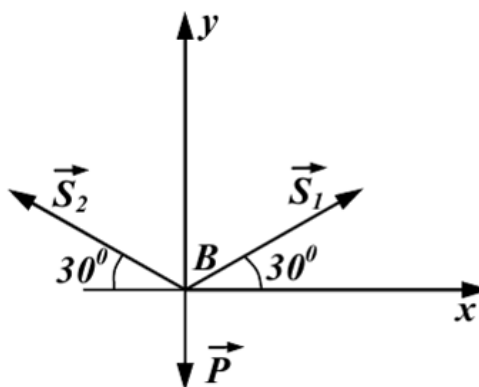


Рисунок 1.2

У цьому випадку реакції стрижнів $\bar{S}_1$ та $\bar{S}_2$ зображуємо відразу, оскільки далі проектуватимемо вектори на вісі. При цьому реакції $\bar{S}_1$ та $\bar{S}_2$ зображуємо спрямованими вздовж відповідних стрижнів у будь-якому напрямі (рис.1.2). Вводимо систему координат. Далі записуємо рівняння рівноваги:

$$\sum F_{ix} = S_1 \cos 30^\circ - S_2 \cos 30^\circ = 0 \quad (1.1)$$

$$\sum F_{iy} = -P + S_1 \cos 60^\circ + S_2 \cos 60^\circ = 0 \quad (1.2)$$

З рівняння (1.1) знаходимо $S_1 = S_2$. Далі маємо $S_1 = S_2 = \frac{P}{2 \cos 60^\circ} = P$

Отриманий знак плюс означає, що напрям $\bar{S}_1$ та $\bar{S}_2$ збігаються із зображеннями. Стрижні AB і BC розтягнуті.

Варіанти завдань для практичної роботи № 1

Таблиця 1

Вихідні дані для виконання практичної роботи № 1

Номер схеми										F_1	F_2
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
Варіанти										Н	
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	100	300
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	300	700
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	200	500

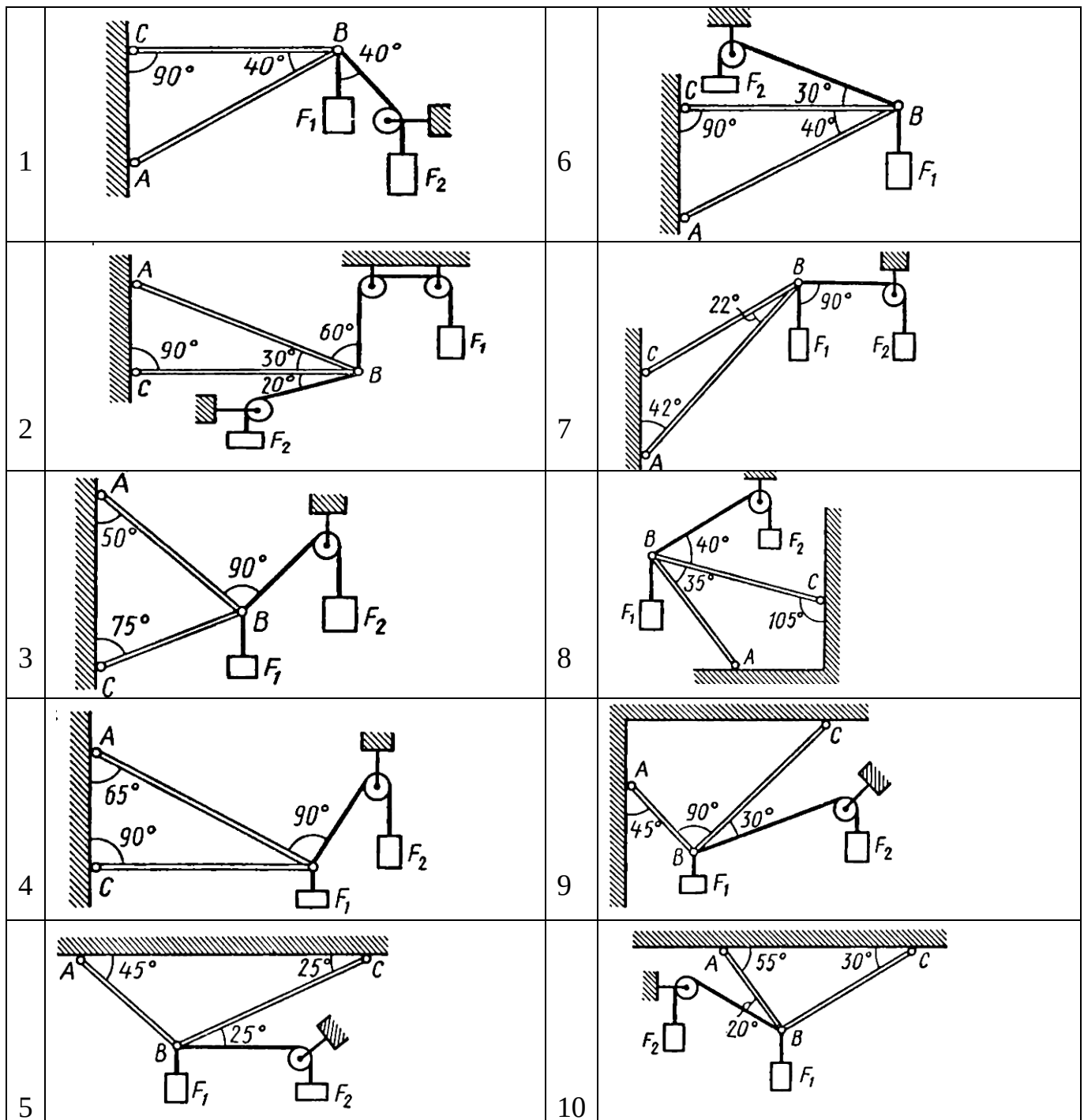


Рисунок 1.4 Схеми конструкцій для виконання практичної роботи №1

Контрольні запитання:

1. Чи можливо, не порушуючи стану вільного твердого тіла, переносити силу вздовж лінії її дії?
2. При яких умовах тверде тіло буде знаходитись у стані рівноваги, якщо до нього прикладені три сили?
3. Сформулюйте умови рівноваги системи збіжних сил.

Література:

1. Теоретична механіка: Збірник задач/ під ред. М.А. Павловського. – К.: Техніка, 2007. – С. 10-12.
2. Покровский В.Е., Столярчук А.И. Техническая механика: Методические указания и контрольные задания для учащихся-заочников машиностроительных специальностей техникумов. – М.: Высш. шк., 1990. – С. 14-15, 25-26.

Практичне заняття № 2

Визначення зусиль в стержньових системах

Мета: навчитись визначати величину та напрямок зусиль в стержнях стержньових системах

Основні теоретичні відомості

Просторові чи плоскі системи сил, лінії дії яких перетинаються в одній точці (точка сходу), називають збіжними.

У випадках, коли система сил еквівалентна одній силі, то ця сила називається рівнодіючою даної системи сил. При визначенні проекції довільної системи сил на певну координатну вісь користуються теоремою векторної алгебри: проекція векторної суми на координатну вісь дорівнює алгебраїчній сумі проекцій складових на цю вісь.

Зрівноваженою (еквівалентною нулю) системою сил називають таку систему, під дією якої матеріальний об'єкт не змінює свого стану спокою чи руху за інерцією.

Приклад вирішення практичної роботи

Знайти реакції стержнів в даній стержньовій системі, якщо $F=50$ кН.

Звільняємо шарнір A від в'язей та замінюємо їх реакціями N_1 і N_2 . Діючі навантаження на шарнір A та сили зображені на рисунку 2.1.

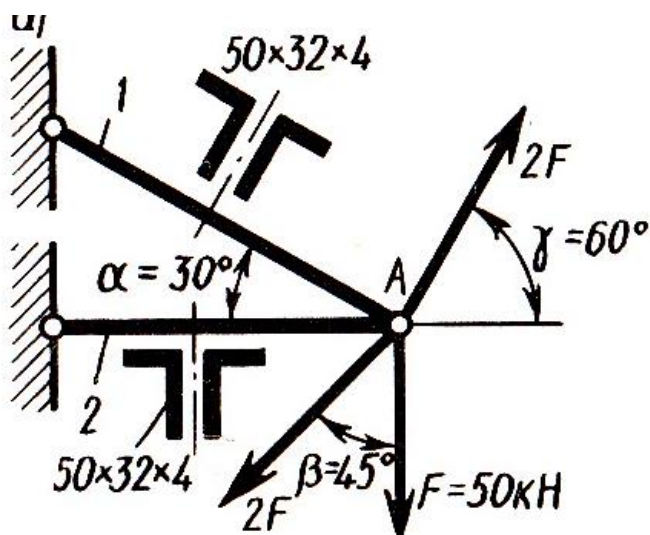


Рисунок 2.1

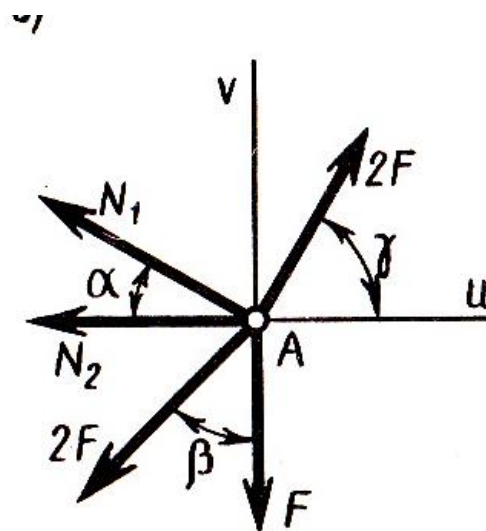


Рисунок 2.2

Обираємо систему координат та записуємо рівняння рівноваги.

$$\sum F_{ix} = 0 \quad N_1 \cdot \sin \alpha + 2F \cdot \sin \gamma - F - 2F \cdot \cos \beta = 0$$

$$N_1 \cdot \sin 30^\circ + 2F \cdot \sin 60^\circ - F - 2F \cdot \cos 45^\circ = 0$$

$$\text{Звідки } N_1 = 1,36F = 1,36 \cdot 50 = 68 \text{ кН}$$

$$\sum F_{iy} = 0 \quad -N_2 - N_1 \cdot \cos \alpha + 2F \cdot \cos \gamma - 2F \cdot \sin \beta = 0$$

$$-N_2 - 1,36F \cdot \cos 30^\circ + 2F \cdot \cos 60^\circ - 2F \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$\text{Звідки } N_2 = 1,59F = 1,59 \cdot 50 = -79,5 \text{ кН}$$

Знак мінус означає, що напрямок реакції N_2 прямо протилежний, тобто стержень № 2 працює на стискання.

Варіанти завдань для практичної роботи № 2

Таблиця 2

Вихідні дані для виконання практичної роботи № 2

Номер схеми										F_1	F_2	F_3	α	β
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10					
Варіанти										кН				
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	0,4	0,5	0,1	30	45
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	0,3	0,8	0,2	60	30
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	0,2	0,5	0,3	45	60

1		6	
2		7	
3		8	
4		9	
5		10	

Рисунок 2.3 Схеми конструкцій для виконання практичної роботи № 2

Контрольні запитання:

1. Що таке сила?
2. Що таке еквівалентна система сил?
3. Що таке рівнодіюча сила?

Література:

1. Воронков И.М. Курс теоретической механики. – М.: Изд. Наука, 1965. – С. 62-69.
2. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. - М.: Высш. шк., 1986. – С. 35-47

Практичне заняття № 3

ВИЗНАЧЕННЯ РЕАКЦІЙ ДВУХОПОРНОЇ БАЛКИ

Мета роботи: навчитись визначати реакції в опорах двохопорної балки,
навчитись визначати реакції в балках з жорсткою заробкою

Основні теоретичні відомості

Навантаженнями називають зовнішні сили, що діють на елементи машин і споруд. Необхідною умовою розрахунку є визначення характеру навантаження, його величини і точки докладання. Навантаження поділяють за різними ознаками.

За способом прикладання навантаження діляться на розподілені й зосереджені. **Зосереджені навантаження** приймають прикладеними в одній точці. До цих навантажень відносять, наприклад, сили тиску елементів один на одного, сили тиску колон на фундамент. Насправді зосереджених навантажень не існує, навантаження, розподілене порівняно невеликою площею, розмірами якої можливо знехтувати, вважають зосередженою силою.

Приклад вирішення практичної роботи

Задача № 1

Однорідна балка довжиною 10 метрів та вагою $G = 200$ кН лежить на двох опорах A і B (рис 3.1). Лівий кінець балки відтягується вертикально догори вантажем $Q = 300$ кН та мотузкою, перекинutoю через блок. На відстані 3 метри від кінця A балки підвішений вантаж $P = 800$ кН.

Визначити реакції опор не враховуючи тертя в блоці.

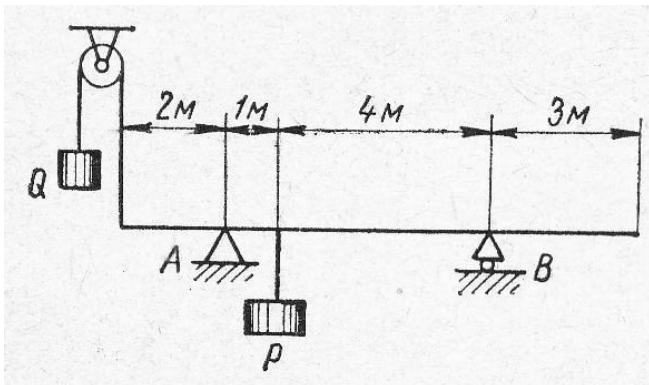


Рисунок 3.1

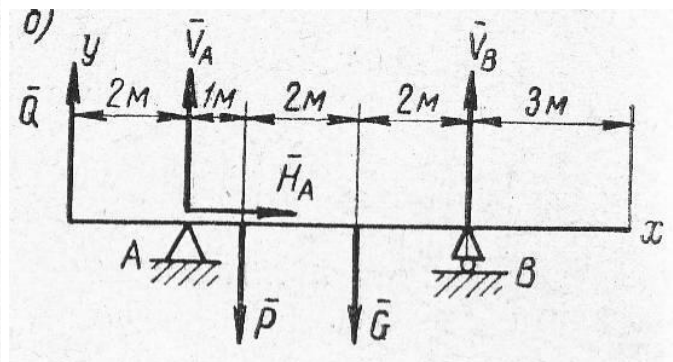


Рисунок 3.2

Прикладаємо до балки усі діючі сили. Звільняємо балку від в'язей в точках A і B і замінюємо їх реакціями. В шарнірно-нерухомій опорі A виникають дві реакції: вертикальна V_A та горизонтальна H_A , а в шарнірно-рухомій опорі B – реакція V_B перпендикулярна до опорної поверхні.

Складаємо три рівняння рівноваги.

$$\begin{aligned}\sum F_{ix} &= 0; & H_A &= 0 \\ \sum F_{iy} &= 0; & Q + V_A - P - G + V_B &= 0 \\ \sum M_A &= 0; & -Q \cdot 2 - P \cdot 1 - G \cdot 3 + V_B \cdot 5 &= 0 \\ V_B &= \frac{Q \cdot 2 + P \cdot 1 + G \cdot 3}{5} = \frac{300 \cdot 2 + 800 \cdot 1 + 200 \cdot 3}{5} = 400 \text{ кН} \\ V_A &= P + G - Q - V_B = 800 + 200 - 300 - 400 = 300 \text{ кН}\end{aligned}$$

Задача № 2

Визначити реакції заробки консольної балки (рис. 3.3). До вільного кінця балки підвішений вантаж $P = 1$ кН, довжина балки $l = 4$ м, вага балки $Q = 0,4$ кН.

Розглянемо рівновагу балки AB ;

прикладаємо до неї активні сили:

власна вага $Q = 0,4$ кН та вага вантажу

$$P = 1 \text{ кН.}$$

Звільняємо балку AB від в'язей та

замінюємо їх реакціями: реактивним

моментом m_A та реакціями $\bar{H}_A$ та $\bar{V}_A$.

Обираємо координатні вісі

та складаємо рівняння рівноваги.

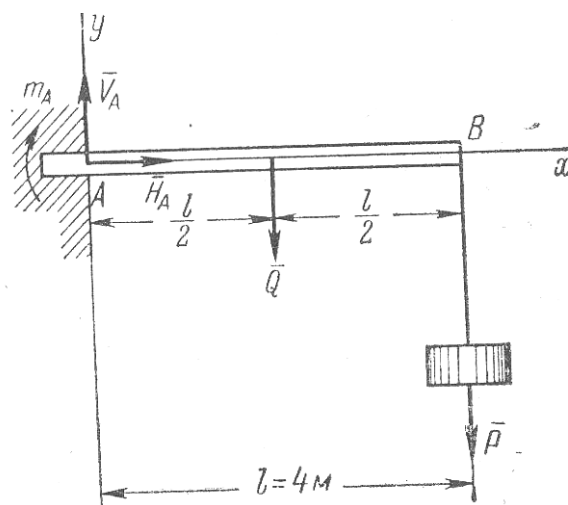


Рисунок 3.3

$$\sum F_x = 0; \quad H_A = 0$$

$$\sum F_y = 0; \quad V_A - Q - P = 0$$

$$\sum M_A = 0; \quad -m_A - Q \cdot \frac{l}{2} - P \cdot l = 0$$

$$V_A = Q + P = 0,4 + 1 = 1,4 \text{ кН}$$

$$m_A = -(Q \cdot \frac{l}{2} + P \cdot l) = -(0,4 \cdot 2 + 1 \cdot 4) = -4,8 \text{ кН}$$

Знак мінус означає протилежний напрямок реактивного моменту.

Варіанти завдань для практичної роботи № 3

Таблиця 3

Вихідні дані для виконання практичної роботи № 3

Номер схеми										F	a
1, 11	2, 12	3, 13	4, 14	5, 15	6, 16	7, 17	8, 18	9, 13	10, 14		
Варіанти										кН	м
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	0,1	2
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	0,3	4
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	0,2	6

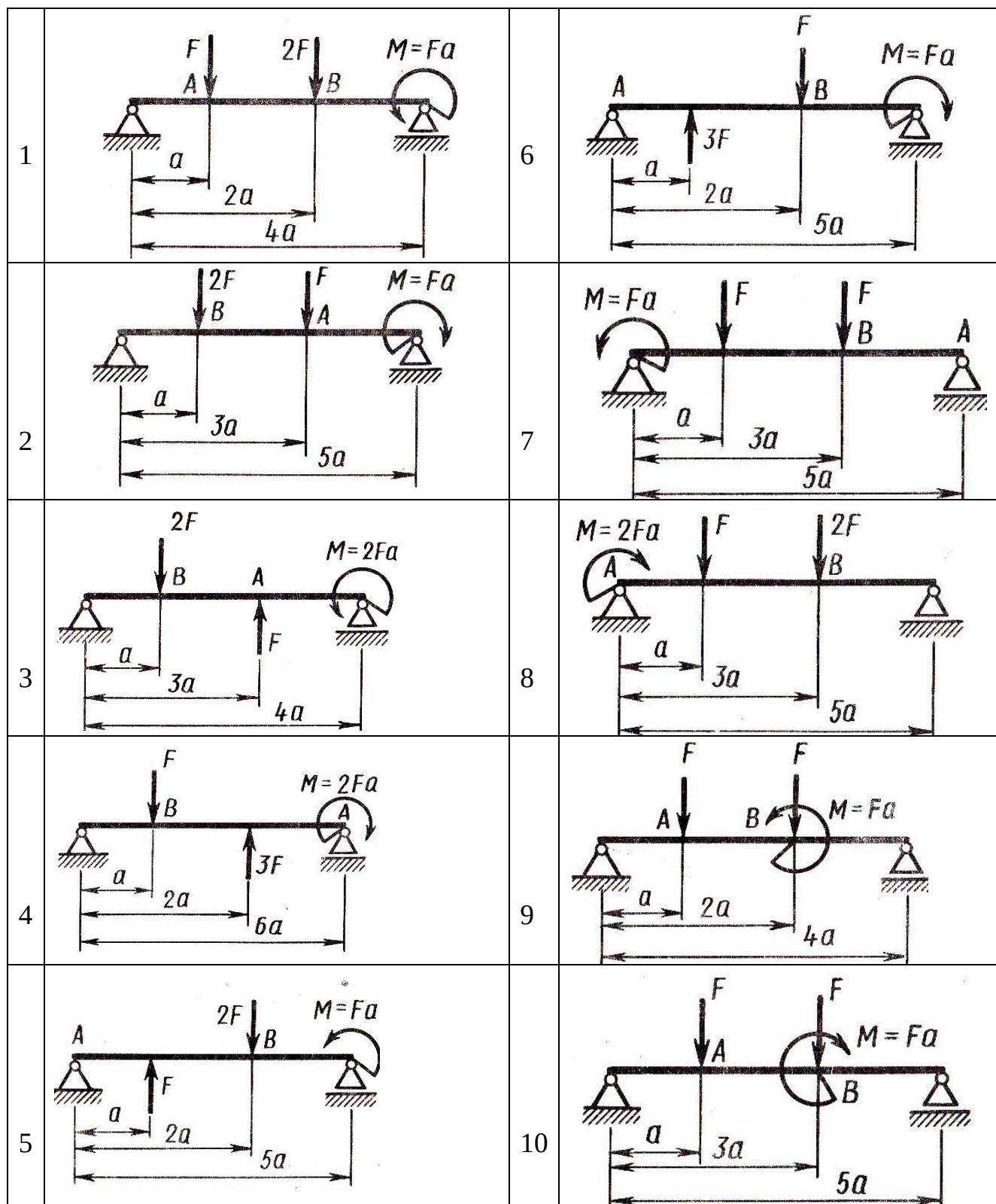


Рисунок 3.4 Схеми конструкцій для виконання практичної роботи № 3

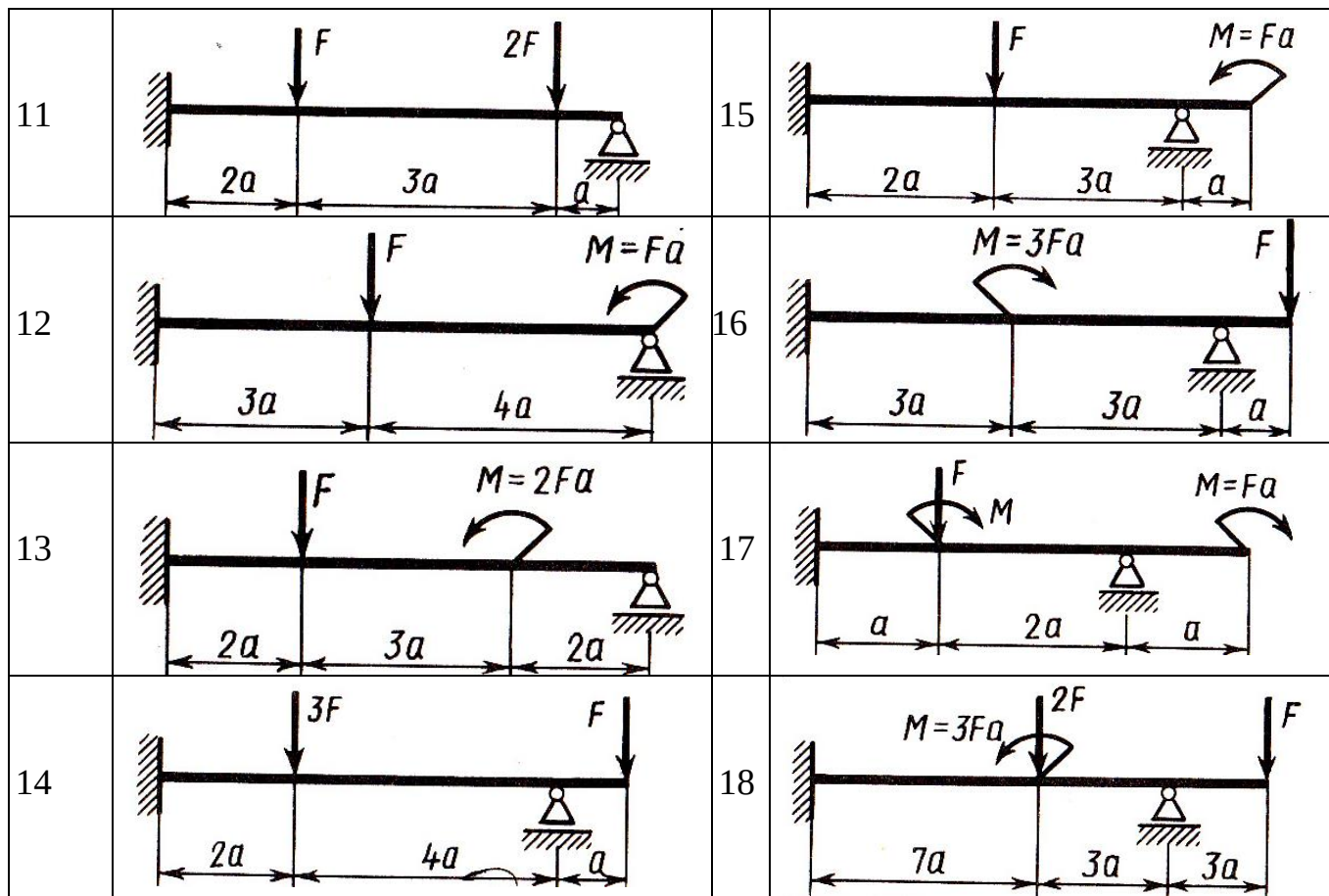


Рисунок 3.5 Схеми конструкцій для виконання практичної роботи № 3

Контрольні запитання:

1. Що таке зосереджена сила?
2. Що таке в'язь? У чому полягає суть принципу звільнення від в'язей?
3. Назвіть типи в'язей, для яких лінії дії реакцій відомі.

Література:

1. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике. Учебное пособие для втузов/ под ред. А.А Яблонского. – М.: Высшая школа, 1978. – С.24-29.
2. Теоретична механіка: Збірник задач/ під ред. М.А. Павловського. – К.: Техніка, 2007. – С. 36-39.

ВИЗНАЧЕННЯ РЕАКЦІЙ ДВУХОПОРНОЇ БАЛКИ, НАВАНТАЖЕНОЇ РІВНОМІРНО-РОЗПОДІЛЕНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

Мета роботи: навчитись визначати реакції в опорах двохопорної балки, навантаженої рівномірно-розподіленим навантаженням

Основні теоретичні відомості

Розподілені навантаження прикладені до елемента безперервним чином. Вони можуть бути рівномірно розподіленими і нерівномірно розподіленими.

Прикладом навантаження, розподіленим за об'ємом, є власна вага. За площею розподіляються такі навантаження, як снігове або вітрове.

Приклад вирішення практичної роботи

Задача № 1

Визначити опорні реакції балки AB (рис. 4.1), на яку діє рівномірно-розподілене навантаження інтенсивністю $q = 0,5 \text{ кН/м}$, довжина балки $l = 8 \text{ м}$. Вагу балки не враховувати.

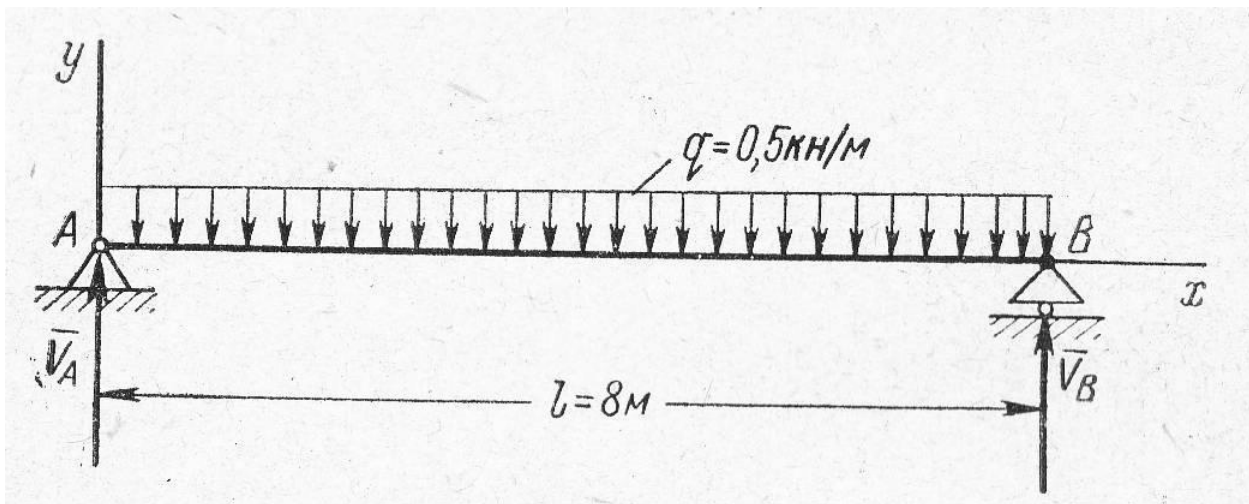


Рисунок 4.1

$$\sum F_{ix} = 0; \quad R_A - q \cdot l + R_B = 0$$

$$\sum M_A = 0; \quad -R_B \cdot l + q \cdot l \cdot \frac{l}{2} = 0$$

$$R_A = R_B = \frac{ql}{2} = \frac{0,5 \cdot 8}{2} = 2 \text{ кН}$$

Задача № 2

Визначити опорні реакції балки AB (рис. 4.2) навантаженої парою сил з моментом $m = 18 \text{ кНм}$ в точці C та рівномірно-розподіленим навантаженням на ділянці CB ; $q = 1,5 \text{ кН/м}$, $AC = a = 3 \text{ м}$, $CB = b = 6 \text{ м}$.

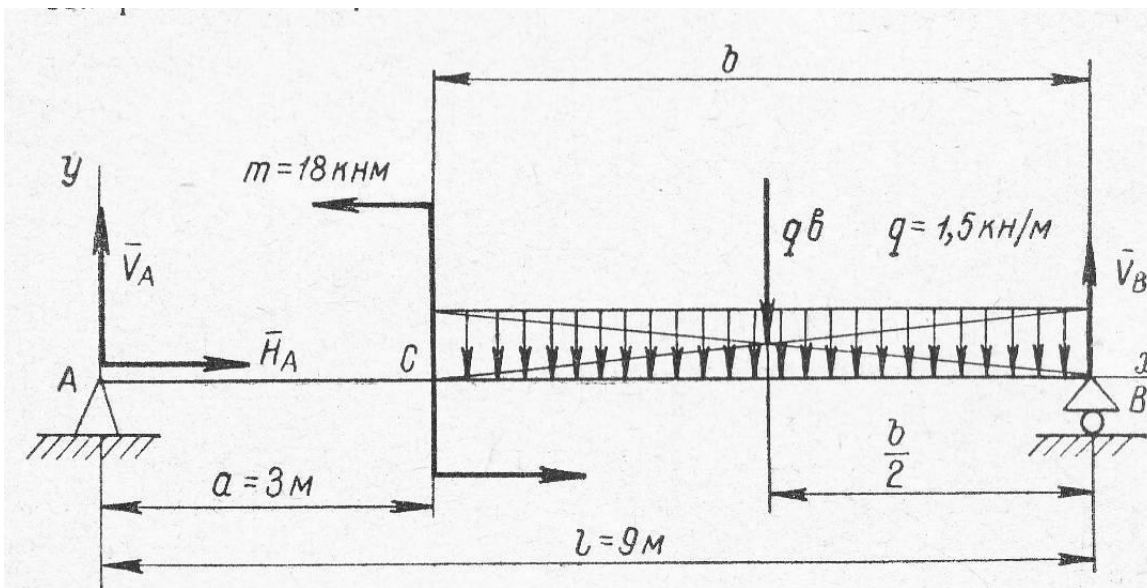


Рисунок 4.2

$$\sum F_{ix} = 0; \quad R_{Ax} = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0; \quad R_A + R_B - qb = 0$$

$$\sum M_A = 0; \quad -m + q \cdot b \cdot \left(l - \frac{b}{2}\right) - R_B \cdot l = 0$$

$$R_B = \frac{-m + q \cdot b \cdot \left(l - \frac{b}{2}\right)}{l} = \frac{-18 + 1,5 \cdot 6 \cdot (9 - 3)}{9} = 4 \text{ кН}$$

$$R_A = q \cdot b - R_B = 1,5 \cdot 6 - 4 = 5 \text{ кН}$$

Варіанти завдань для практичної роботи № 4

Таблиця 4 Вихідні дані для виконання практичної роботи № 4

Номер схеми									
1, 11	2, 12	3, 13	4, 14	5, 15	6, 16	7, 17	8, 18	9, 11	10, 1
Варіанти									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

$a, \text{ м}$	$b, \text{ м}$	$c, \text{ м}$	$F, \text{ Н}$	$q, \text{ Н/м}$	$M, \text{ Нм}$
2	4	3	100	25	30

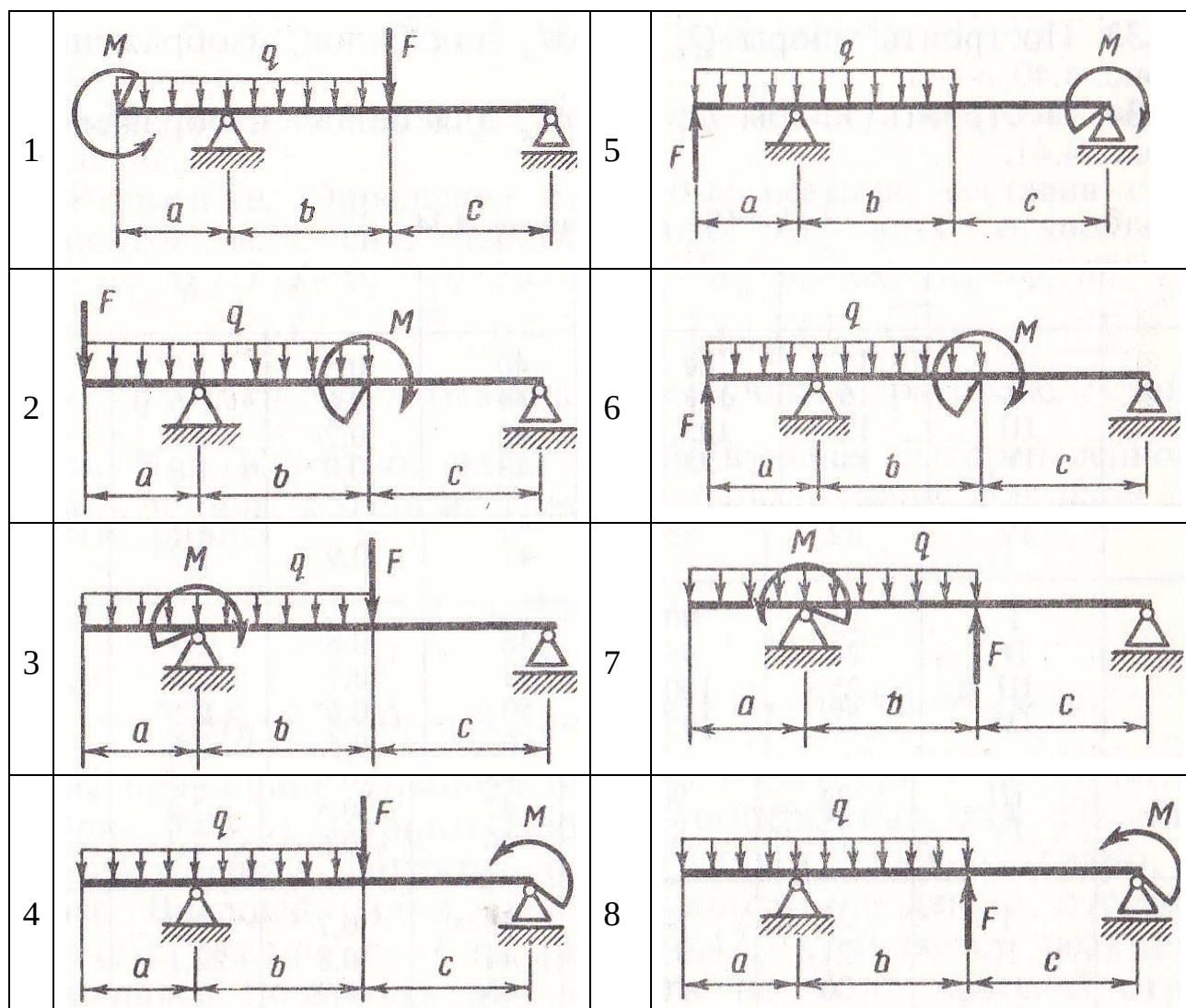


Рисунок 4.3 Схеми конструкцій для виконання практичної роботи № 4

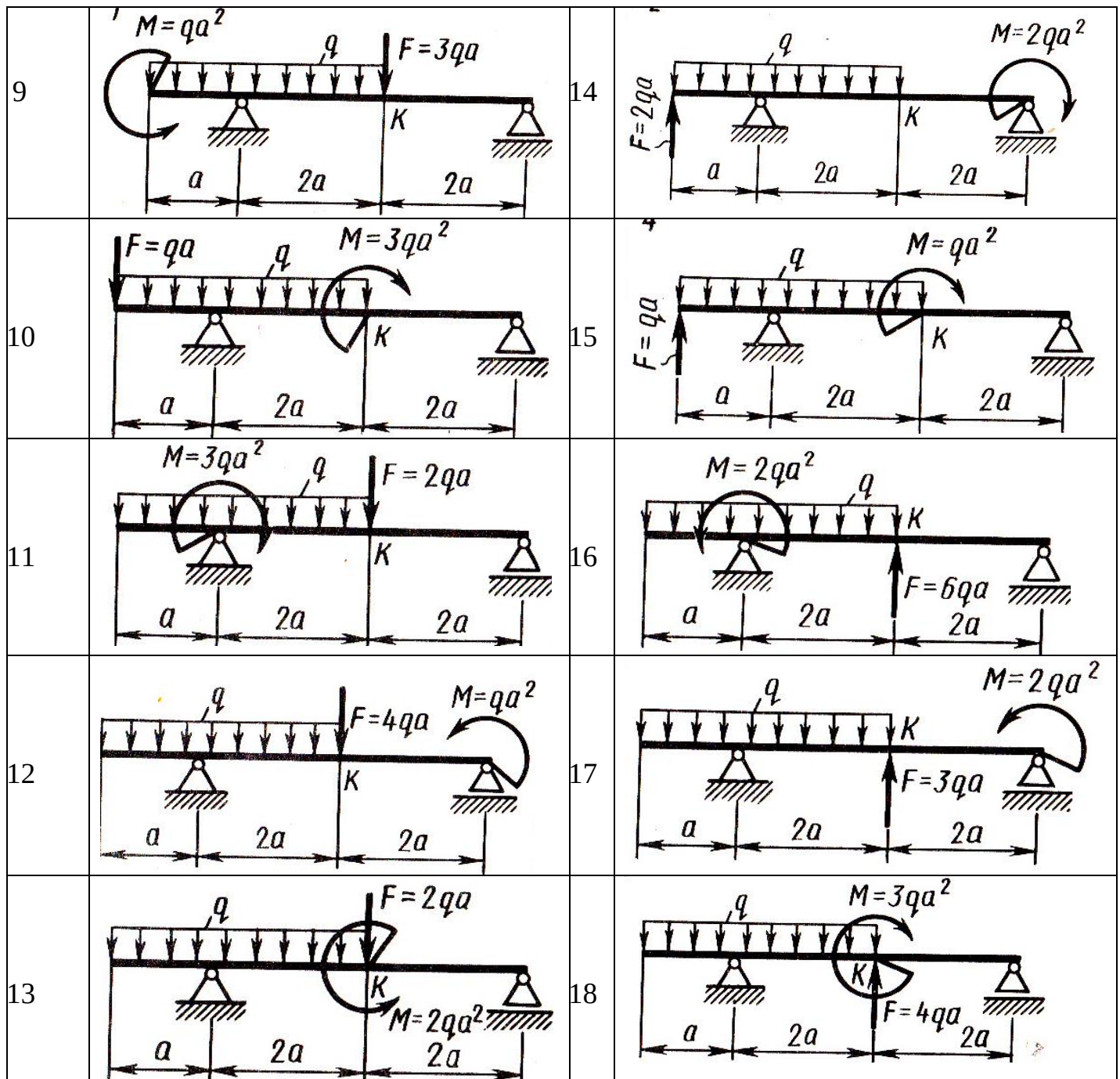


Рисунок 4.4 Схеми конструкцій для виконання практичної роботи № 4

Контрольні запитання:

1. Що таке розподілена сила?
2. Сформулюйте умови рівноваги системи паралельних сил.
3. У чому полягає суть принципу звільнення від в'язей?

Література:

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. - М.: Высш. шк., 1986. – С. 35-47.
2. Теоретична механіка: Збірник задач/ під ред. М.А. Павловського. – К.: Техніка, 2007. – С. 36-39.

Практичне заняття № 5

ВИЗНАЧЕННЯ РЕАКЦІЙ ОПОР ТВЕРДОГО ТІЛА, ЗАВАНТАЖЕНОГО ПЛОСКОЮ СИСТЕМОЮ СИЛ

Мета роботи: навчитись визначати моменти сили, навчитись звільнятися від в'язей, визначити величину і напрямки реакцій опор твердого тіла.

Основні теоретичні відомості

В теоретичній механіці тверде тіло вважається **вільним**, якщо воно має можливість здійснювати будь-які переміщення в просторі під дією прикладених до нього відповідних сил.

Якщо певні переміщення тіла неможливі через обмеження, накладені з боку інших тіл, то дане тверде тіло називають **невільним**.

Обмеження, накладені на положення і рух твердого тіла, називають **в'язями**.

Реакція в'язі – це сила, з якою дана в'язь діє на тіло і обмежує при цьому його переміщення. Спрямована реакція в'язі у бік, протилежний тому, куди в'язь не дає переміщуватись тілу.

Принцип звільнення від в'язей – обмеження, яке в'язь накладає на тіло, замінюють реакціями в'язі.

Послідовність розв'язування задач на рівновагу твердого тіла:

1. Виділити тверде тіло, рівновагу якого слід розглянути.
2. Зобразити на рисунку активні сили.

3. Якщо тіло невільне, то, застосувавши принцип звільнення від в'язей, прикласти до нього відповідні реакції в'язей.

4. Розглянути рівновагу даного невільного твердого тіла як тіла вільного, що знаходиться під дією активних сил і реакцій в'язей.

5. Використати необхідні рівняння рівноваги відповідно до взаємного розміщення сил, прикладених до твердого тіла, та визначити невідомі величини.

Приклад вирішення практичної роботи

Схема конструкції зображена на рис. 5.1.

$$G = 10 \text{ кН}; P = 5 \text{ кН}; M = 8 \text{ кНм}; q = 0,5 \text{ кН/м}; \alpha = 30^\circ$$

Визначити реакцію опори A та реакцію стрижня CD .

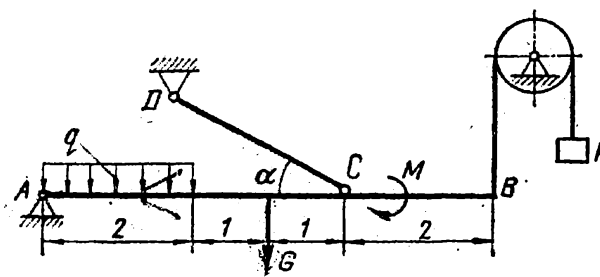


Рисунок 5.1

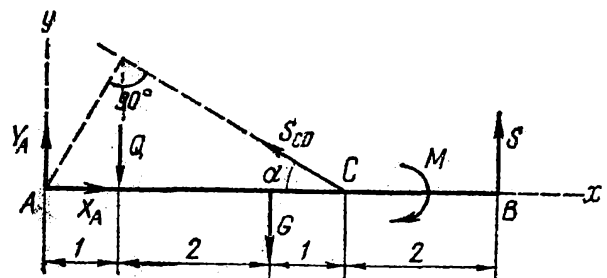


Рисунок 5.2

Розглянемо систему врівноважуючих сил, прикладених до балки AB . Відкидаємо в'язі: шарнірно-нерухому опору A , стрижень CD та нитку. Дію в'язей на балку замінюємо реакціями (рис. 5.2). У зв'язку з тим, що напрямок реакції шарнірно-нерухомої опори A невідомий, то визначаємо її складові $\bar{X}_A$ та $\bar{Y}_A$. Покажемо також реакцію $\bar{S}_{CD}$ стрижня CD і реакцію нитки $\bar{S}$, модуль якої дорівнює P . Рівномірно-розподілене навантаження інтенсивністю q замінюємо зосередженою силою Q , яка дорівнює $Q = 2 \cdot q = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ кН}$ та прикладена посередині ділянки балки, де вона діє.

Для плоскої системи сил, прикладених до балки, складаємо 3 рівняння рівноваги.

$$\sum M_A = 0; \quad -Q \cdot 1 - G \cdot 3 + S_{CD} \cdot 4 \sin 30^\circ - M + S \cdot 6 = 0 \quad (5.1)$$

$$\sum X_i = 0; \quad X_A - S_{CD} \cos 30^\circ = 0 \quad (5.2)$$

$$\sum Y_i = 0; \quad Y_A - Q - G + S_{CD} \cos 60^\circ + S = 0 \quad (5.3)$$

З рівняння (5.1)

$$S_{CD} = \frac{Q \cdot 1 + G \cdot 3 + M - S \cdot 6}{4 \sin 30^\circ} = \frac{1 \cdot 1 + 10 \cdot 3 + 8 - 5 \cdot 6}{4 \cdot 0,5} = 4,5 \text{ кН.}$$

З рівняння (5.2)

$$X_A = S_{CD} \cos 30^\circ = 4,5 \cdot 0,866 = 3,90 \text{ кН.}$$

З рівняння (5.3)

$$Y_A = Q + G - S_{CD} \cos 60^\circ - S = 1 + 10 - 4,5 \cdot 0,5 - 5 = 3,75 \text{ кН.}$$

Значення, отримані зі знаком «+». Це вказує на те, що прийняті напрямки цих сил співпадають з дійсними напрямками.

Варіанти завдань для практичної роботи № 5

Таблица 5 Вихідні дані для виконання практичної роботи № 5

варіант	<i>G</i>	<i>P</i>	<i>M</i> , кНм	<i>q</i> , кН/м	α , град	варіант	<i>G</i>	<i>P</i>	<i>M</i> , кНм	<i>q</i> , кН/м	α , град
	кН						кН				
1	10	5	20	1	30	16	20	10	—	2	45
2	12	8	10	4	60	17	25	5	—	0,5	45
3	8	4	5	2	60	18	20	10	10	—	30
4	14	—	8	3	30	19	—	4	8	1	45
5	—	6	7	1	45	20	—	10	6	0,5	45
6	—	10	4	2	60	21	—	8	7	0,5	30
7	—	6	5	1	45	22	—	10	8	1	30
8	16	7	6	2	60	23	—	7	10	2	30
9	6	6	4	2	30	24	—	6	7	1,5	30
10	10	8	9	1	30	25	—	14	20	0,5	45
11	—	4	7	0,5	45	26	—	16	14	1	30
12	10	6	8	—	45	27	5	4	8	2,5	45
13	12	10	6	2	30	28	—	10	7	3	30
14	10	6	10	1	45	29	—	6	8	1	15
15	4	4	4	2	60	30	15	10	14	—	30

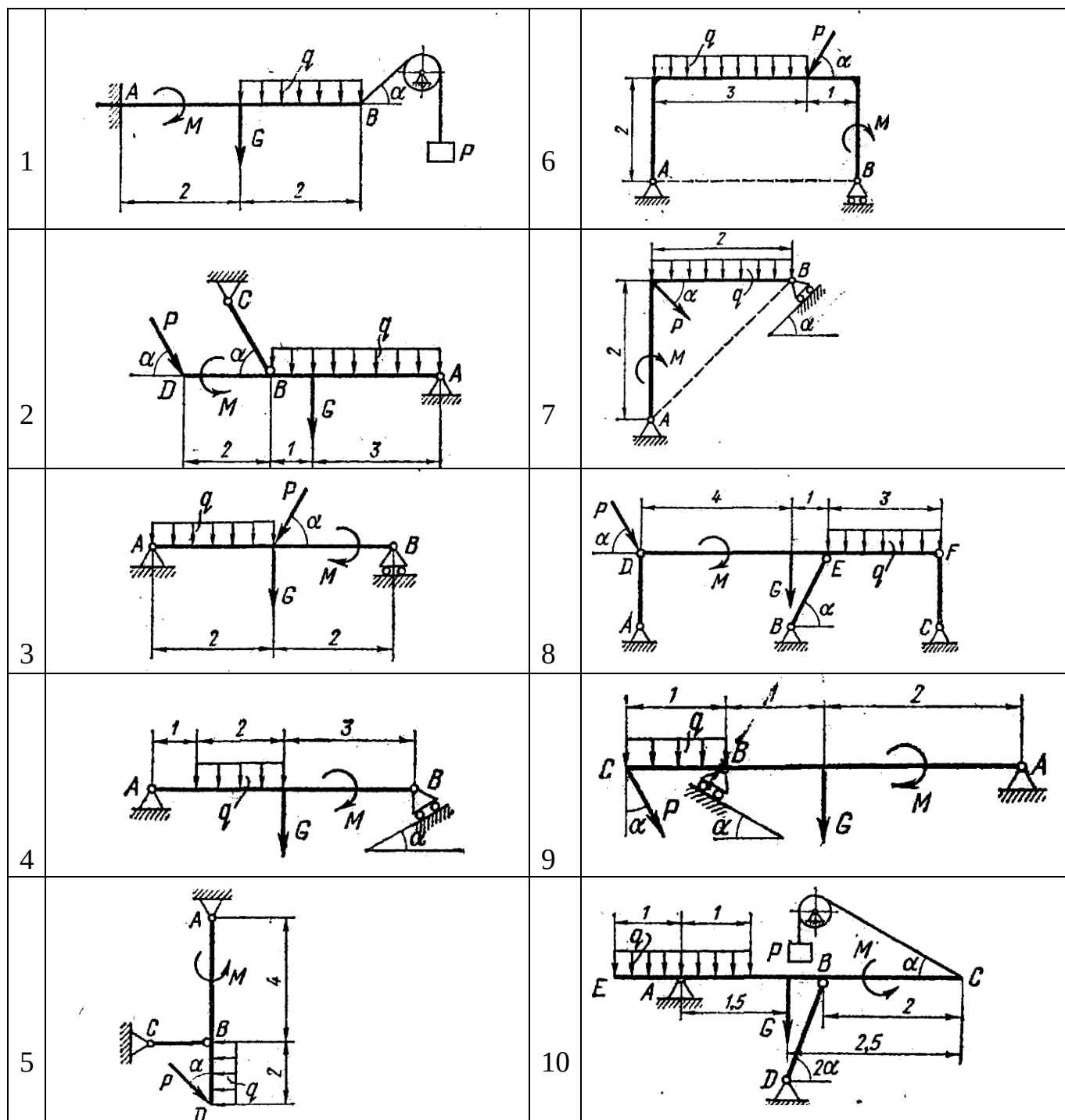


Рисунок 5.3 Схеми конструкцій для виконання практичної роботи № 5

11		16	
12		17	
13		18	
14		19	
15		20	

Рисунок 5.4 Схеми конструкцій для виконання практичної роботи № 5

21		26	
22		27	
23		28	
24		29	
25		30	

Рисунок 5.5 Схеми конструкцій для виконання практичної роботи № 5

Контрольні запитання:

1. Що таке в'язь?
2. Що таке реакція в'язі?
3. Що таке вільне тіло?
4. Що таке невільне тіло?

Література:

1. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике. Учебное пособие для втузов/ под ред. А.А Яблонского. – М.: Высшая школа, 1978. – С. 12-16.
2. Теоретична механіка: Збірник задач/ під ред. М.А. Павловського. – К.: Техніка, 2007. – С. 6-7.

Практичне заняття № 6

ВИЗНАЧЕННЯ РЕАКЦІЙ ОПОР СКЛАДЕНОЇ БАЛКИ

Мета роботи: визначити величину та напрямок реакцій складеної балки, навчитись використовувати метод перерізів.

Основні теоретичні відомості

Для абсолютно твердих тіл внутрішні сили взаємно урівноважуються, і при вивченні умов рівноваги твердого тіла або системи твердих тіл враховують тільки зовнішні сили.

Складена балка являє собою систему простих балок, з'єднаних між собою шарнірами. Реакції такої балки можна визначити за допомогою **метода перерізів**.

Суть цього методу полягає в тому, що механічну систему, яка складається з кількох тіл, умовно розділяють в місцях з'єднань на окремі тіла і розглядають рівновагу кожного з них окремо. При цьому внутрішні сили, що діяли між тілами в місцях перерізу, переходять до класу зовнішніх сил.

Приклад вирішення практичної роботи

Схема складеної балки показана на рис. 6.1; $P_1 = 12 \text{ кН}$; $P_2 = 20 \text{ кН}$; $M = 50 \text{ кНм}$; $q = 2 \text{ кН/м}$.

Розглянемо системи врівноважуючих сил, прикладених до кожної простої балки окремо, враховуючі тиск в шарнірах, які з'єднують ці балки.

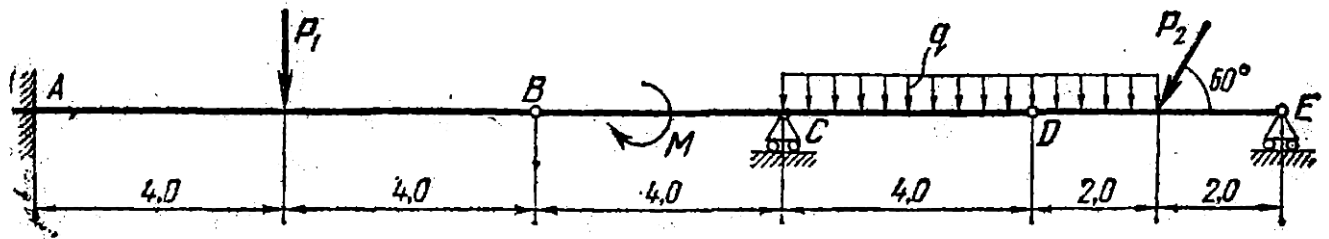


Рисунок 6.1

Почнемо з балки DE (рис 6.2), враховуючи те, що число невідомих сил ($\bar{R}_E$, $\bar{X}_D$, $\bar{Y}_D$) прикладених до цієї балки дорівнює числу рівнянь рівноваги

$$\sum M_D = 0; \quad R_E \cdot 4 - P_2 \cdot 2 \cos 30^\circ - Q_1 \cdot 1 = 0 \quad (6.1)$$

де $Q_1 = q \cdot 2 = 2 \cdot 2 = 4 \text{ кН}$

$$\sum X_i = 0; \quad X_D - P_2 \cdot \cos 60^\circ = 0 \quad (6.2)$$

$$\sum Y_i = 0; \quad Y_D - Q_1 - P_2 \cdot \cos 30^\circ + R_E = 0 \quad (6.3)$$

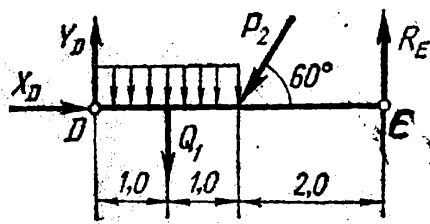


Рисунок 6.2

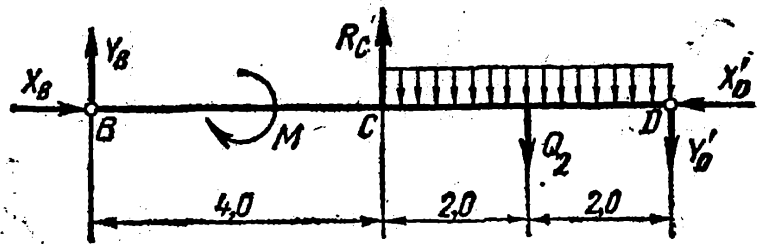


Рисунок 6.3

З рівняння (6.1)

$$R_E = \frac{P_2 \cdot 2 \cos 30^\circ + Q_1 \cdot 1}{4} = \frac{20 \cdot (2 \frac{\sqrt{3}}{2}) + 4 \cdot 1}{4} = 9,91 \text{ кН}$$

З рівняння (6.2)

$$X_D = P_2 \cdot \cos 60^\circ = 20 \cdot 0,5 = 10 \text{ кН}$$

З рівняння (6.3)

$$Y_D = Q_1 + P_2 \cdot \cos 30^\circ - R_E = 4 + 20(\frac{\sqrt{3}}{2}) - 9,91 = 11,41 \text{ кН}$$

Для балки BD (рис. 6.3)

$$\sum M_B = 0; \quad -M + R_C \cdot 4 - Q_2 \cdot 6 - Y_D' \cdot 8 = 0 \quad (6.4)$$

де $Q_2 = q \cdot 4 = 2 \cdot 4 = 8 \text{ кН}$

$$\sum X_i = 0; \quad X_B - X_D' = 0 \quad (6.5)$$

$$\sum Y_i = 0; \quad Y_B + R_C - Q_2 - Y'_D = 0 \quad (6.6)$$

З рівняння (6.4)

$$R_C = \frac{+M + Q_2 \cdot 6 + Y'_D \cdot 8}{4} = \frac{50 + 8 \cdot 6 + 11,41 \cdot 8}{4} = 47,32 \text{ кН}$$

З рівняння (6.5)

$$X_B = X'_D = 10 \text{ кН}$$

З рівняння (6.6)

$$Y_B = -R_C + Q_2 + Y'_D = -47,32 + 8 + 11,41 = -27,91 \text{ кН}$$

Для балки AB (рис. 6.4)

$$\sum M_A = 0; \quad M_A - P_1 \cdot 4 - Y'_B \cdot 8 = 0 \quad (6.7)$$

$$\sum X_i = 0; \quad X_A - X'_B = 0 \quad (6.8)$$

$$\sum Y_i = 0; \quad Y_A - P_1 - Y'_B = 0 \quad (6.9)$$

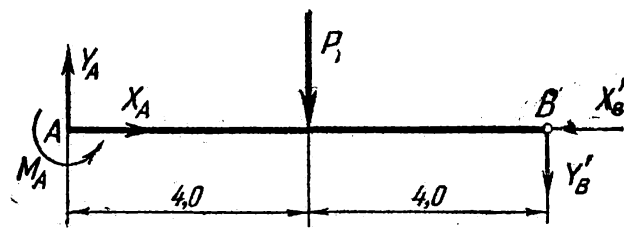


Рисунок 6.4

З рівняння (6.7)

$$M_A = P_1 \cdot 4 + Y'_B \cdot 8 = 12 \cdot 4 - 27,91 \cdot 8 = -175,28 \text{ кНм}$$

З рівняння (6.8)

$$X_A = X'_B = 10 \text{ кН}$$

З рівняння (6.9)

$$Y_A = P_1 + Y'_B = 12 - 27,91 = -15,91 \text{ кН}$$

Для перевірки вірності проведених розрахунків запишемо рівняння рівноваги для всієї конструкції

$$\begin{aligned} \sum Y_i = 0; \quad Y_A - P_1 + R_C - Q_1 - Q_2 - P_2 \cos 30^\circ + R_E &= 0 \\ -15,91 - 12 + 47,32 - 8 - 4 - 20\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 9,91 &= 0 \end{aligned}$$

Варіанти завдань для практичної роботи № 6

Вихідні дані для виконання практичної роботи № 6 наведені в табл.6. Схеми конструкцій зображені на рисунках 6.5-6.7.

Таблиця 6 Вихідні дані для виконання практичної роботи № 6

варіант	P_1	P_2	P_3	M_1	M_2	q , кН/м
	кН			кНм		
1	6	10	—	25	—	0,8
2	7	4	—	20	—	1
3	12	18	—	36	—	1,4
4	8	10	5	30	25	—
5	9	15	—	32	—	1,8
6	10	7	—	18	—	0,9
7	4	6	9	20	28	—
8	5	4	—	16	—	1,5
9	10	7	14	24	—	1,2
10	8	14	—	26	—	1,0
11	10	5	13	12	20	—
12	7	12	—	15	—	1,5
13	8	12	6	24	—	1,6
14	10	7	—	30	—	1,2
15	14	9	5	26	18	—
16	11	15	—	40	—	1,0
17	8	12	—	20	28	—
18	10	15	8	35	—	—
19	9	13	13	25	—	1,4
20	12	6	—	32	—	0,8
21	6	10	—	30	—	1,5
22	12	20	—	30	24	2
23	8	14	—	25	—	1
24	9	15	—	28	—	1,2
25	9	15	12	24	35	—
26	6	12	16	26	—	1,5
27	10	16	—	32	—	1,4
28	7	10	14	26	—	1,3
29	5	13	—	30	—	2
30	18	7	12	16	—	—

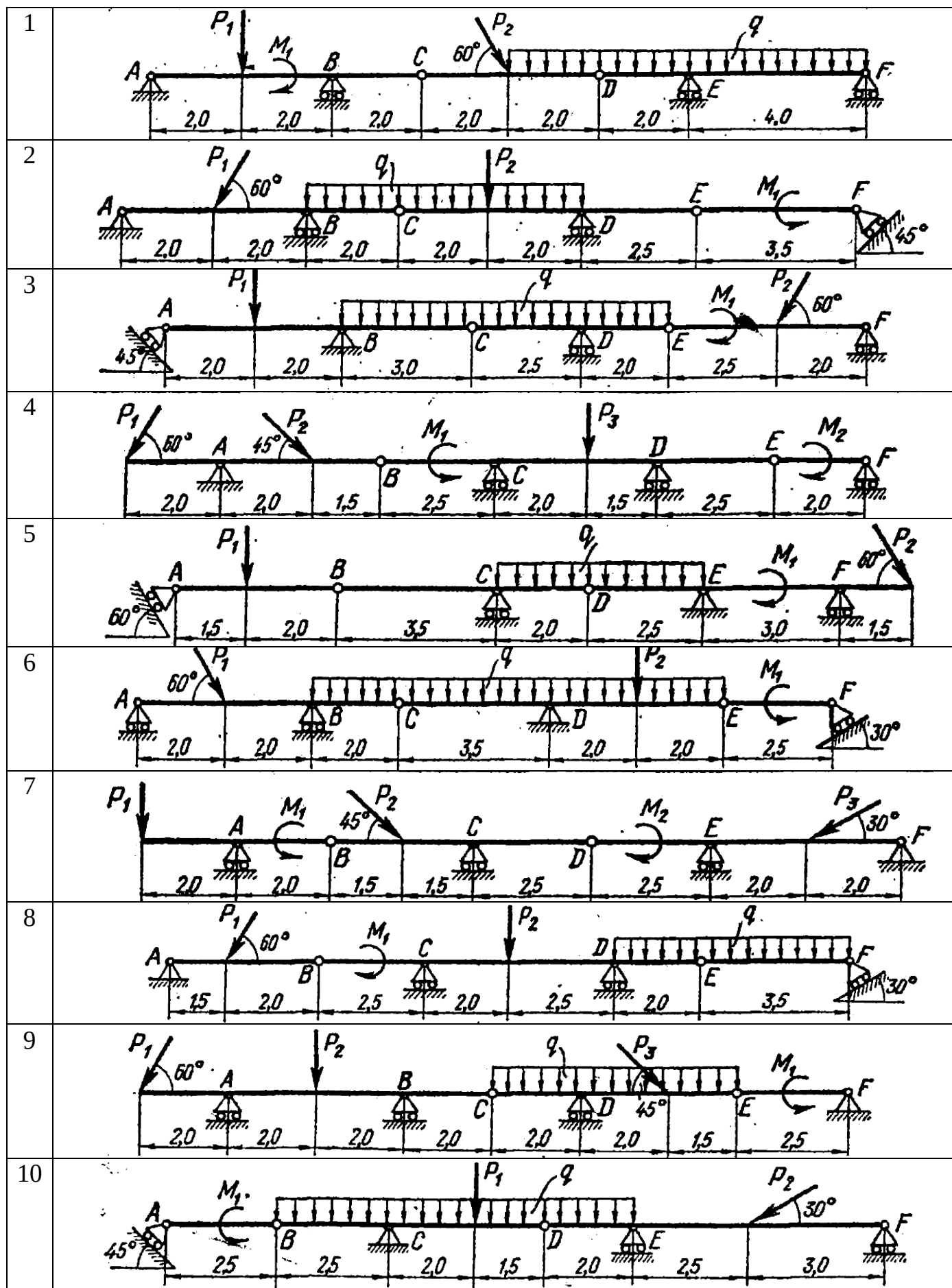


Рисунок 6.5 Схеми конструкцій для виконання практичної роботи № 6

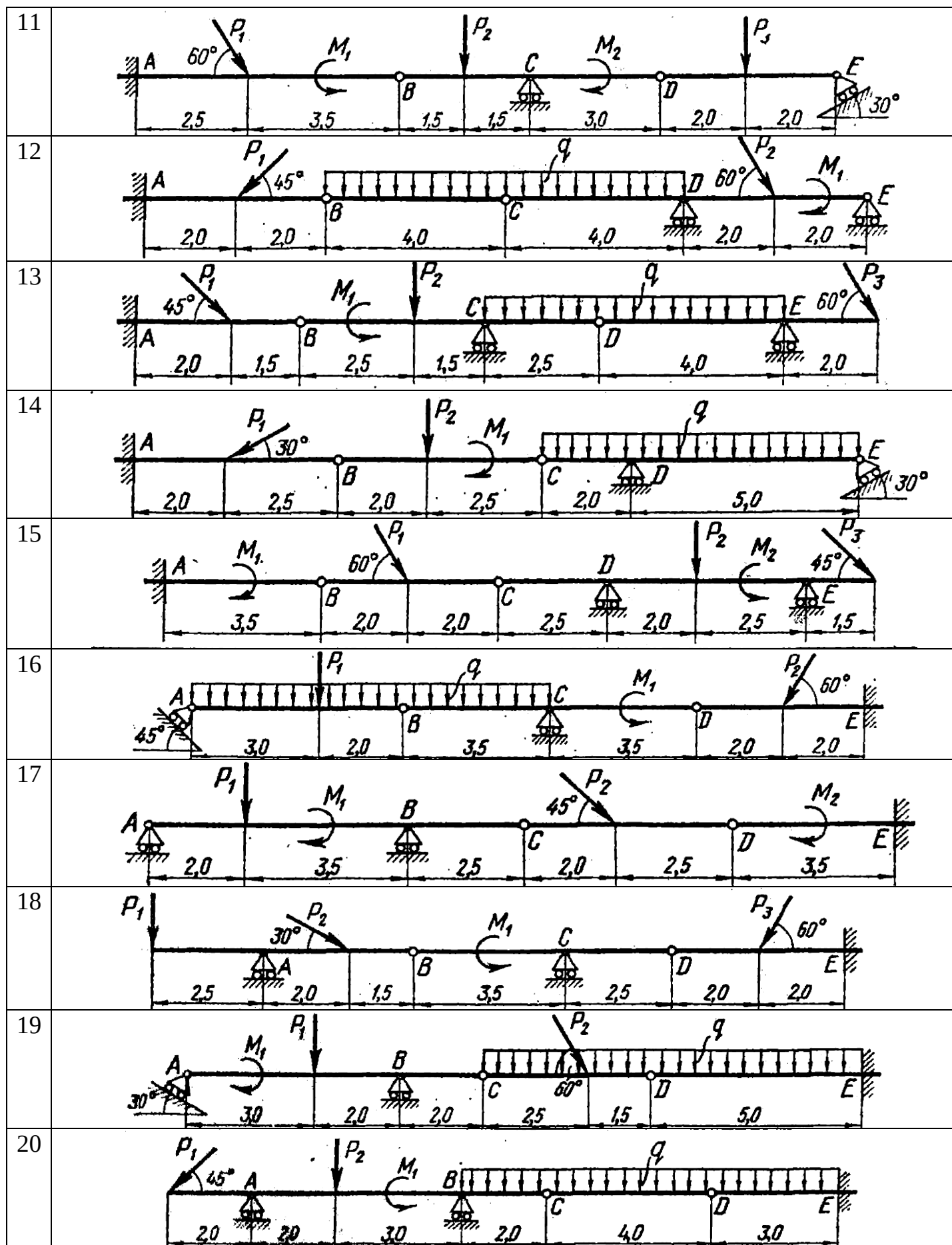


Рисунок 6.6 Схемы конструкцій для виконання практичної роботи № 6

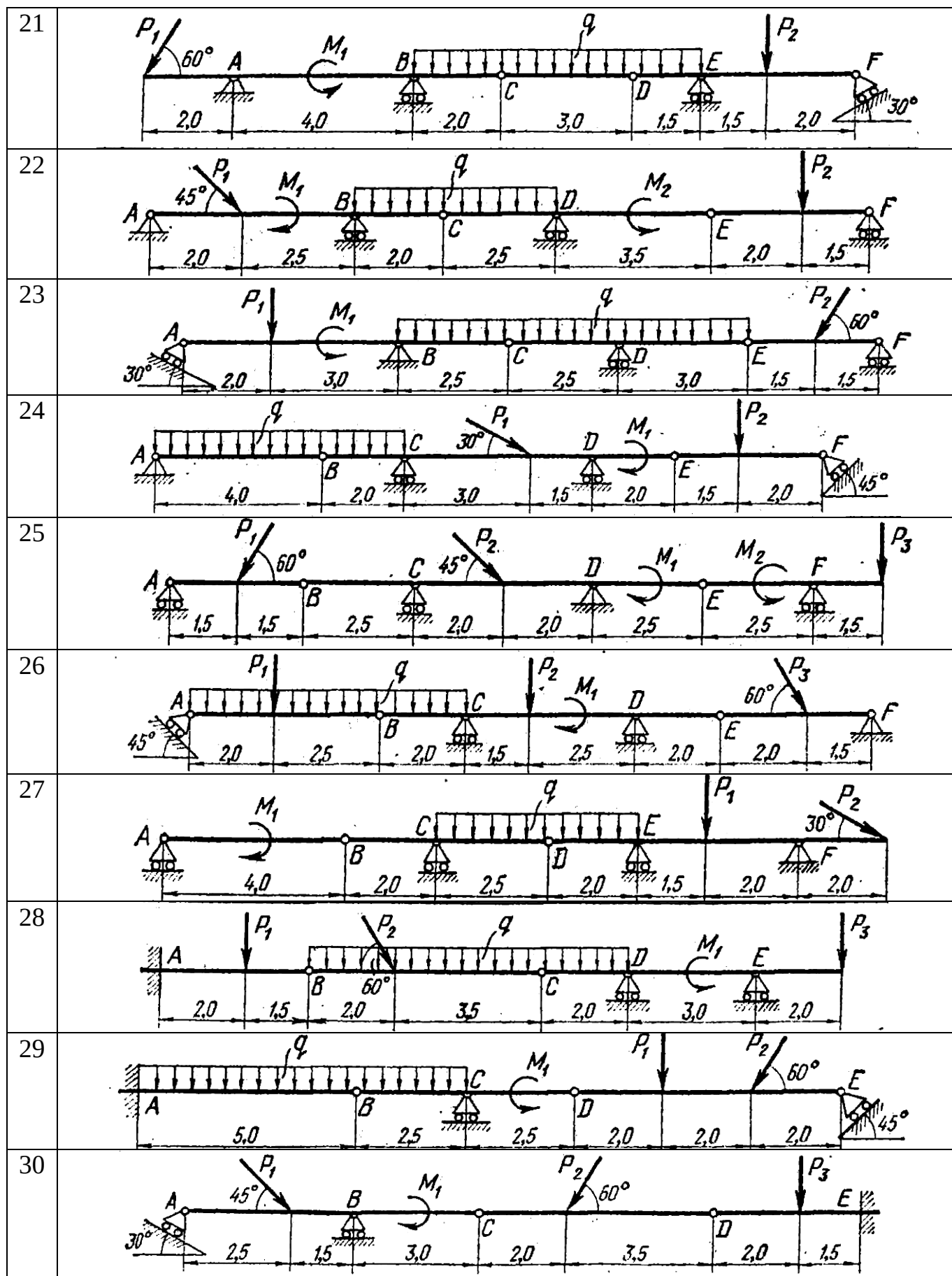


Рисунок 6.7 Схеми конструкцій для виконання практичної роботи № 6

Контрольні запитання:

1. Що являє собою складена балка?
2. В чому полягає суть метода перерізів?

Література:

1. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике. Учебное пособие для втузов/ под ред. А.А Яблонского. – М.: Высшая школа, 1978. – С.24-29.
2. Теоретична механіка: Збірник задач/ під ред. М.А. Павловського. – К.: Техніка, 2007. – С. 18-19.

Практичне заняття № 7

ПРОСТОРОВА СИСТЕМА ЗБІЖНОСТІ СИЛ

Мета роботи: навчитись визначати умови рівноваги довільної просторової системи сил, визначення реакцій опор довільної просторової системи сил.

Основні теоретичні відомості

Для рівноваги довільної системи сил, прикладених до твердого тіла, необхідно й досить, щоб головний вектор і головний момент цієї системи відносно будь-якого центра зведення були рівними нулю. Таким чином, для рівноваги довільної просторової системи сил необхідно і досить, щоб алгебраїчні суми проекцій всіх сил на координатні осі, а також алгебраїчні суми моментів цих сил відносно координатних осей були рівними нулю.

Послідовність розв'язування задач:

1. Зобразити на рисунку тіло, рівновага якого розглядається, з діючими на нього активними силами і реакціями опор обрати систему осей координат.
2. З умов рівноваги вала, який має нерухому вісь, визначити значення сили.

3. Записати 6 рівнянь рівноваги.
4. Розв'язати рівняння та визначити реакції опор.
5. Перевірити правильність вирішення задачі.

Приклад вирішення практичної роботи

На вал (рис. 7.1) жорстко насаджені шків 1 та колесо 2. Визначити сили F_2 , $F_{r2} = 0,4F_2$ а також реакції опор A і B , якщо $F_1 = 100$ Н.

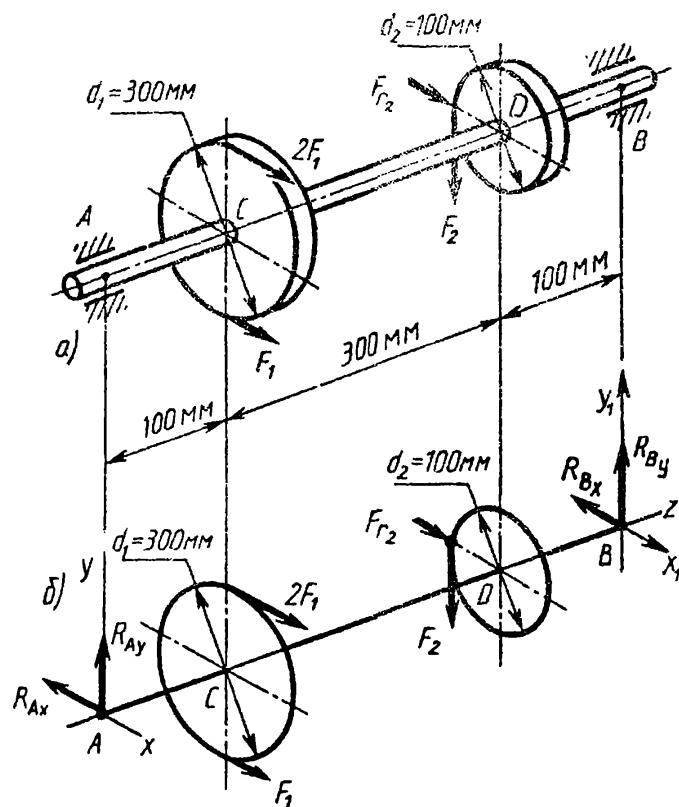


Рисунок 7.1

Визначаємо F_2 та F_{r2} з умов рівноваги тіла, що має нерухому вісь

$$\sum M_z(F_i) = 0 \quad -F_1 \cdot \frac{d_1}{2} + F_2 \cdot \frac{d_2}{2} = 0 \quad (7.1)$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot d_1}{d_2} = \frac{100 \cdot 0,3}{0,1} = 300 \text{ Н}; \quad F_{r2} = 0,4F_2 = 0,4 \cdot 300 = 120 \text{ Н}.$$

Складає рівняння рівноваги:

$$\sum M_x(F_i) = 0; \quad \sum M_x = -F_2 \cdot AD + R_{By} \cdot AB = 0 \quad (7.2)$$

$$\sum M_y(F_i) = 0 \quad \sum M_y = -3F_1 \cdot AC - F_{r2} \cdot AD + R_{Bx} \cdot AB = 0 \quad (7.3)$$

$$\sum M_{x1}(F_i) = 0 \quad \sum M_{x1} = -R_{Ay} \cdot AB + F_2 \cdot DB = 0 \quad (7.4)$$

$$\sum M_{y1}(F_i) = 0 \quad \sum M_{y1} = -R_{Ax} \cdot AB + 3F_1 \cdot CB + F_{r2} \cdot DB = 0 \quad (7.5)$$

$$\sum X_i = 0 \quad \sum X_i = 3F_1 + F_{r2} - R_{Ax} - R_{Bx} = 0 \quad (7.6)$$

$$\sum Y_i = 0 \quad \sum Y_i = R_{AY} - F_2 + R_{BY} = 0 \quad (7.7)$$

Вирішуємо рівняння (7.2)-(7.7) та знаходимо реакції опор

З рівняння (7.2)

$$R_{BY} = \frac{F_2 \cdot AD}{AB} = \frac{300 \cdot 0,4}{0,5} = 240 \text{ Н.}$$

З рівняння (7.3)

$$R_{BX} = \frac{3F_1 \cdot AC + F_{r2} \cdot AD}{AB} = \frac{300 \cdot 0,1 + 120 \cdot 0,4}{0,5} = 156 \text{ Н.}$$

З рівняння (7.4)

$$R_{AY} = \frac{F_2 \cdot DB}{AB} = \frac{300 \cdot 0,1}{0,5} = 60 \text{ Н.}$$

З рівняння (7.5)

$$R_{AX} = \frac{3F_1 \cdot CB + F_{r2} \cdot DB}{AB} = \frac{300 \cdot 0,4 + 120 \cdot 0,1}{0,5} = 264 \text{ Н.}$$

Перевіряємо правильність знайдених реакцій опор використовуючи рівняння (7.6)- (7.7).

$$\sum X_i = 3F_1 + F_{r2} - R_{AX} - R_{BX} = 300 + 120 - 264 - 156 = 0$$

$$\sum Y_i = R_{AY} - F_2 + R_{BY} = 60 - 300 + 240 = 0$$

Знайдені реакції опор визначені вірно.

Варіанти завдань для практичної роботи № 7

Схеми навантаження наведені на рисунку 7.2, числові дані для розрахунку – в таблиці 7.

Таблиця 7. Вихідні дані для виконання практичної роботи № 7

варіант	схема	F_1 , кН	варіант	схема	F_1 , кН	варіант	схема	F_1 , кН
1	1	1670	11	1	1000	1	21	500
2	2	825	12	2	1870	2	22	600
3	3	750	13	3	990	3	23	1200
4	4	1110	14	4	850	4	24	700
5	5	520	15	5	1900	5	25	750
6	6	600	16	6	1600	6	26	720
7	7	400	17	7	500	7	27	830
8	8	700	18	8	500	8	28	850
9	9	1600	19	9	240	9	29	750
10	10	500	20	10	750	10	30	240

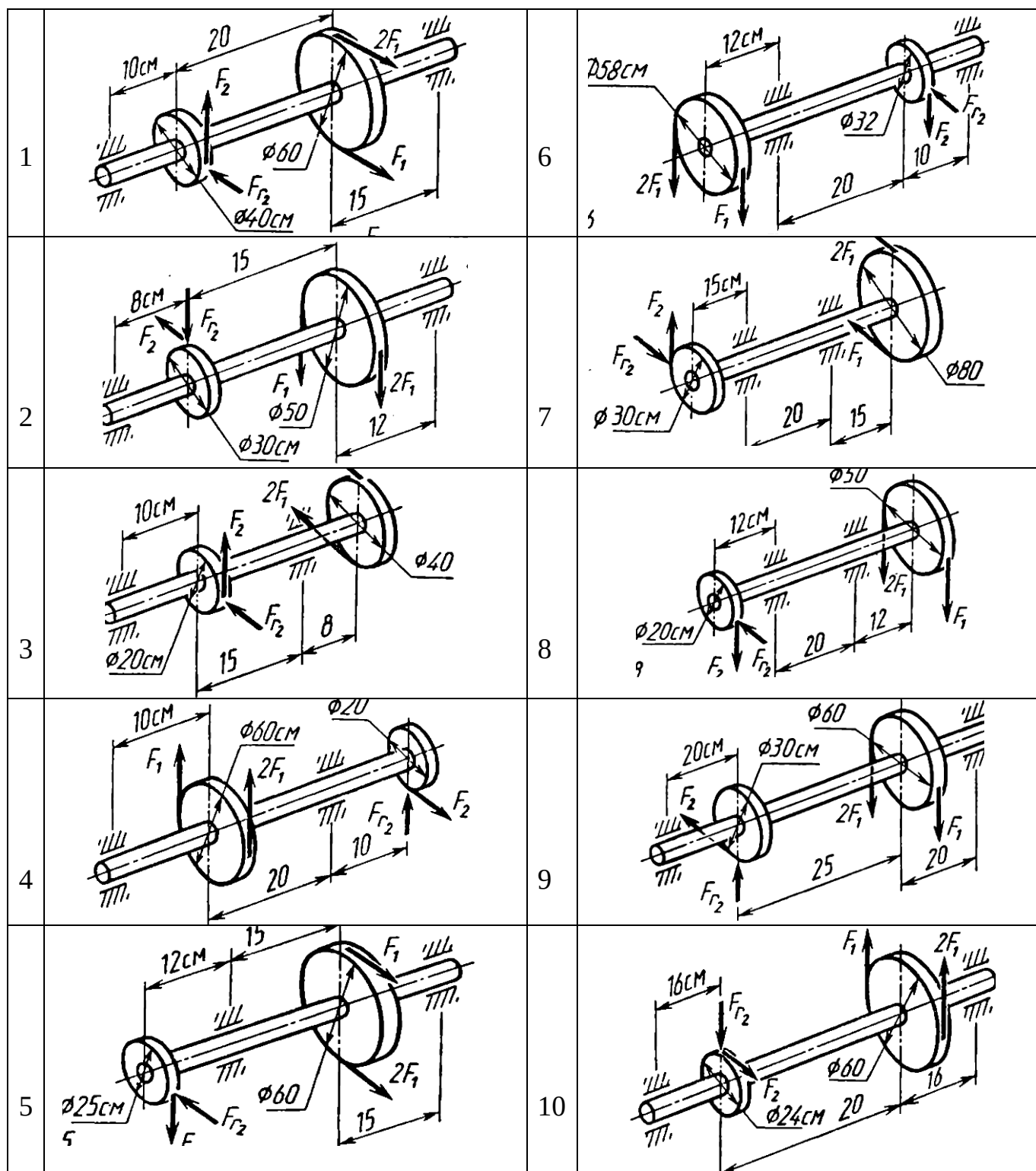


Рисунок 7.2 Схеми конструкцій для виконання практичної роботи № 7

Контрольні запитання:

1. Сформулюйте основну теорему статички і запишіть її математичний вираз.
2. Запишіть умови рівноваги довільної просторової системи сил в аналітичній формі.
3. Сформулюйте умови рівноваги просторової системи паралельних сил.
4. Сформулюйте і запишіть у векторній формі умови рівноваги плоскої довільної системи сил, які лежать у координатній площині xOy .

Література:

1. Покровский В.Е., Столярчук А.И. Техническая механика: Методические указания и контрольные задания для учащихся-заочников машиностроительных специальностей техникумов. – М.: Высш. шк., 1990. – С. 17-18, С. 29-30.
2. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Ч.1 – М.: Изд. Наука, 1984. – С. 35-39.
3. Теоретична механіка: Збірник задач/ під ред. М.А. Павловського. – К.: Техніка, 2007. – С. 68-69.

Практичне заняття № 8

РІВНОВАГА ТІЛ З УРАХУВАННЯМ СИЛ ТЕРТЯ

Мета роботи: навчитись визначати величину сили тертя, визначити значення і напрямки реакцій опор твердого тіла з урахуванням сил тертя.

Основні теоретичні відомості

При прагненні зсунути одне тіло по поверхні іншого в площині їх стикання виникає **сила зчеплення** або **силою тертя ковзання при стані спокою**, яка гальмує початок руху тіл відносно одне одного. При ковзанні тіла по поверхні іншого також діє сила опору, яка заважає цьому рухові коефіцієнт тертя сила тертя ковзання. Модуль сили тертя зчеплення визначають за формулою:

$$F_{зч} = f_{зч} \cdot N,$$

де $f_{зч}$ – коефіцієнт тертя зчеплення.

Він є безрозмірною величиною, яка залежить від матеріалу стичних поверхонь, чистоти їх обробки, температури, тощо.

При ковзанні тіла по шорсткій поверхні до нього прикладена сила **тертя ковзання**. Напрямок цієї сили протилежний напрямку руху тіла, а модуль сили тертя ковзання визначають за формулою:

$$F_{mp} = f \cdot N,$$

де f – коефіцієнт тертя ковзання (динамічний коефіцієнт тертя), величина безрозмірна і, в певній мірі, залежна від швидкості відносного руху стичних тіл.

Приклад вирішення практичної роботи

Визначити мінімальне значення сили $\bar{P}$ і реакції в опорах A , C , D . Схема наведена на рисунку 8.1.

Вихідні дані: $G_2 = 1,7 \text{ кН}$, $Q = 16 \text{ кН}$, $a = 0,5 \text{ м}$, $b = 0,2 \text{ м}$, $c = 0,02 \text{ м}$, $\alpha = 30^\circ$, $f_{зч} = 0,4$. Виконати перевірку знайдених рішень.

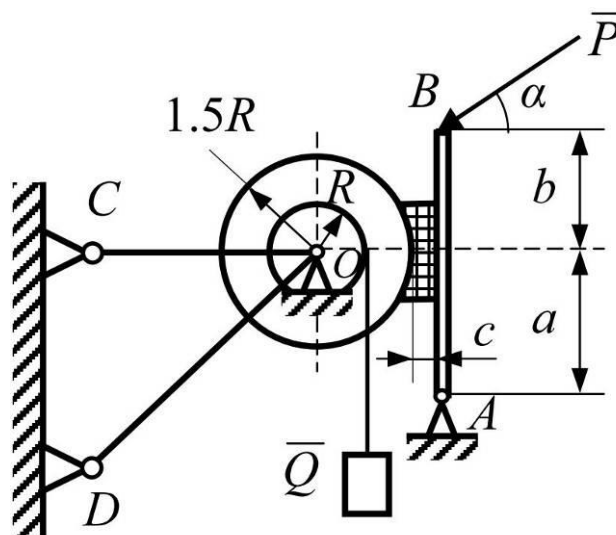


Рисунок 8.1

За вихідними даними викреслюємо у масштабі задану схему (рис. 8.1).

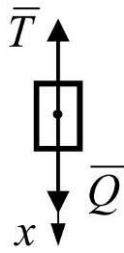


Рисунок 8.2

Виділяємо тіло 1 (рис. 8.2). Показуємо сили, які діють на це тіло. Це сила ваги $\bar{Q}$ і реакція нитки $\bar{T}$. Знаходимо модуль реакції нитки T .

$$\sum X_i = 0; \quad Q - T = 0; \quad T = Q = 16 \text{ кН.}$$

Розглянемо рівновагу сил, прикладених до барабана. Викреслюємо це тіло окремо і прикладаємо всі сили, які діють на нього (рис. 8.3).

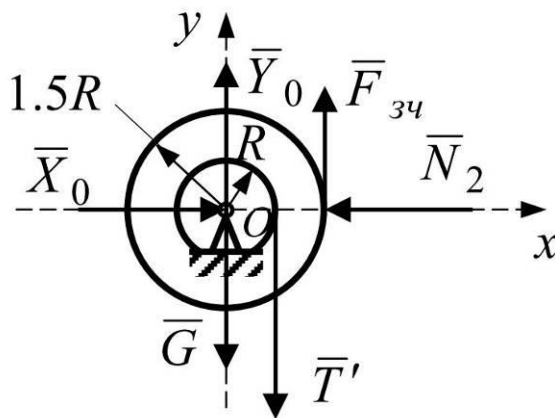


Рисунок 8.3

На барабан діє сила ваги $\bar{G}$, реакція нитки $T' = T$, сила нормального тиску $\bar{N}_2$ з боку важеля AB , сила зчеплення (тертя спокою) $\bar{F}_{зч}$ між гальмівною колодкою і барабаном та реакції $\bar{Y}_0$ і $\bar{X}_0$.

Силу зчеплення визначаємо із формули:

$$F_{зч} = f \cdot N_2$$

Запишемо рівняння рівноваги

$$\sum M_{iO} = 0; \quad -T' \cdot R + F_{зч} \cdot 1,5R = 0; \quad (8.1)$$

$$\sum X_i = 0; \quad X_0 - N_2 = 0; \quad (8.2)$$

$$\sum Y_i = 0; \quad Y_0 - G - T' + F_{3\psi} = 0. \quad (8.3)$$

У стані граничної рівноваги сила $\bar{P}$ мінімальна.

Із рівняння (8.1) визначимо $F_{3\psi}$

$$F_{3\psi} = \frac{T' \cdot R}{1,5R} = \frac{T'}{1,5} = \frac{16}{1,5} = 10,67 \text{ кН}$$

Але $F_{3\psi} = f_{3\psi} \cdot N_2$, звідси знаходимо, що

$$N_2 = \frac{F_{3\psi}}{f_{3\psi}} = \frac{10,67}{0,4} = 26,67 \text{ кН}$$

Із рівнянь (8.2), (8.3) визначимо реакції $\bar{X}_0$ і $\bar{Y}_0$

$$X_0 = N_2 = 26,67 \text{ кН}$$

$$Y_0 = G + T' - F_{3\psi} = 1,7 + 16 - 10,67 = 7,03 \text{ кН}$$

Викреслюємо важіль AB , прикладаємо до нього у відповідних точках сили $\bar{P}$, $F_{3\psi}$, реакції $\bar{N}'_2$, $\bar{X}_A$ і $\bar{Y}_A$ (рис. 8.4). Розглянемо рівновагу сил, прикладених до важеля AB .

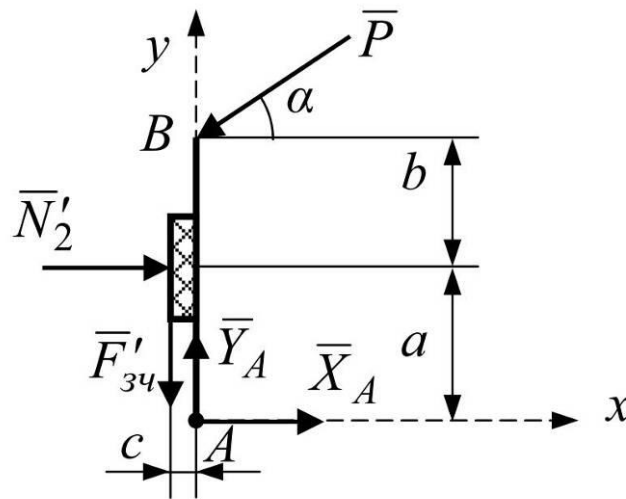


Рисунок 8.4

$$\sum X_i = 0; \quad X_A + N'_2 - P \cos \alpha = 0; \quad (8.5)$$

$$\sum Y_i = 0; \quad Y_A - F'_{3\psi} - P \sin \alpha = 0. \quad (8.6)$$

$$\sum M_A = 0; \quad F'_{3\psi} \cdot c + P \cos \alpha (a + b) - N'_2 \cdot a = 0; \quad (8.7)$$

Із рівняння (8.7) визначаємо P

$$P = \frac{N'_2 \cdot a - F'_{3y} \cdot c}{\cos \alpha \cdot (a + b)} = \frac{26,67 \cdot 0,5 - 10,67 \cdot 0,02}{0,86 \cdot 0,7} = \frac{13,12}{0,6} = 21,79 \text{ кН}$$

Із рівняння (8.5) визначимо невідому реакцію X_A

$$X_A = N'_2 + P \cdot \cos \alpha = -26,67 + 21,79 \cdot 0,866 = -7,79 \text{ кН}$$

Із рівняння (8.6) обчислюємо Y_A

$$Y_A = F'_{3y} + P \cdot \sin \alpha = 10,67 + 21,79 \cdot 0,5 = 21,56 \text{ кН}$$

Викреслюємо схему рами кріплення блока O , прикладаємо діючі сили і реакції в точках O , C , D . В точці O прикладаємо реакції $\bar{X}'_0$ та $\bar{Y}'_0$, які мають протилежний напрямок до $\bar{X}_0$ та $\bar{Y}_0$.

Запишемо суму проекцій всіх сил на вісі x і y .

$$\sum X_i = 0 \quad -X'_0 + R_C + R_D \cdot \cos 60^\circ = 0; \quad (8.8)$$

$$\sum Y_i = 0 \quad -Y'_0 + R_D \cdot \sin 60^\circ = 0. \quad (8.9)$$

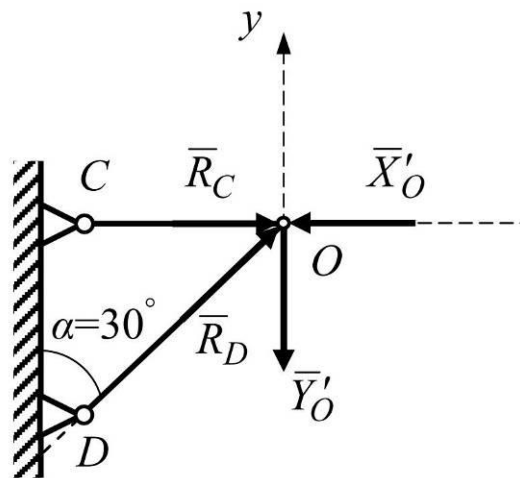


Рисунок 8.5

Із рівняння (8.9) обчислимо R_D

$$R_D = Y'_0 = 8,17 \text{ кН}$$

Із рівняння (5.8) обчислимо R_C

$$R_C = X'_0 - R_D \cdot \cos 60^\circ = 26,67 - 8,17 \cdot 0,5 = 22,58 \text{ кН}$$

Варіанти завдань для практичної роботи № 8

Схеми навантаження наведені на рисунку 8.6, числові дані для розрахунку – в таблиці 8.

Таблиця 8. Вихідні дані для виконання практичної роботи № 8

варіант	№ схеми	Сили, кН		Розміри, м			α , град	Коефіцієнт зчеплення (коефіцієнт тертя спокою)
		G	Q	a	b	c		
1	I	1	10	0,2	0,1	0,04	30	0,1
2	II	1,3	14	0,45	0,4	0,05	45	0,2
3	III	1,8	15	0,1	0,4	0,06	30	0,2
4	IV	1,5	16	0,2	0,3	0,04	45	0,3
5	V	2,0	20	0,2	0,5	0,05	30	0,4
6	VI	1,8	22	0,3	0,3	0,04	45	0,25
7	VII	1,9	24	0,4	0,5	0,06	30	0,2
8	VIII	1,7	24	0,1	0,25	0,04	60	0,15
9	IX	1,2	15	0,2	0,45	0,04	45	0,25
10	X	1,2	14	0,2	0,3	0,05	60	0,35

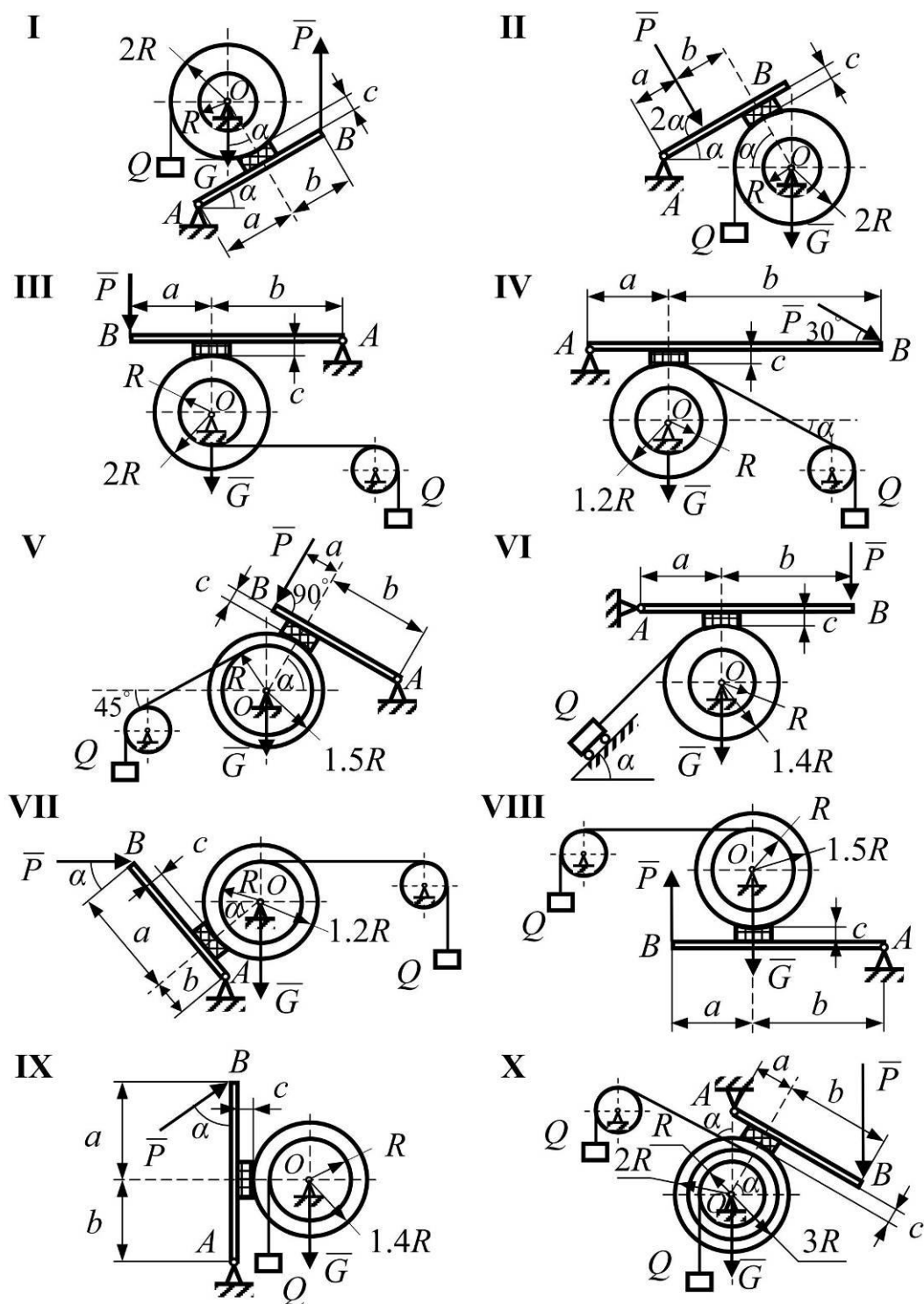


Рисунок 8.6 Схеми конструкцій для виконання практичної роботи № 8

Контрольні запитання:

1. Якими причинами можна пояснити виникнення тертя ковзання?
2. Від чого залежить величина сили тертя ковзання при спокою і в яких межах вона змінюється?
3. Поясніть причини виникнення тертя кочення.

Література:

1. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике. Учебное пособие для втузов/ под ред. А.А Яблонского. – М.: Высшая школа, 1978. – С. 41-47.
2. Теоретична механіка: Збірник задач/ під ред. М.А. Павловського. – К.: Техніка, 2007. – С. 24-25.

Практичне заняття № 9

ВИЗНАЧЕННЯ ПОЛОЖЕННЯ ЦЕНТРА ВАГИ ПЛОСКОЇ ФІГУРИ

Мета роботи: визначити положення центра ваги плоскої фігури, навчити використовувати метод розбиття в поєднанні з методом від'ємних площин.

Основні теоретичні відомості

Лінія дії рівнодіючої двох паралельних, нерівних між собою сил поділяє відстань між точками прикладання цих сил на частини, обернено пропорційні модулям сил – внутрішньо – для сил одного напрямку і зовнішньо – для сил з протилежними напрямками.

Центром ваги тіла називають **центр системи паралельних сил**, яку наближено утворюють сили ваги його елементарних частинок.

Якщо однорідне тіло або плоска фігура має складну форму, то для визначення центра ваги використовують **метод розбиття**.

Послідовність розв'язування задач:

1. Розділити складну плоску фігуру на прості геометричні фігури, для яких відомі положення центрів ваги.

Слід пам'ятати:

– центр ваги площі однорідного трикутника розміщений в точці на перетині його медіан;

- центр ваги площі однорідного прямокутника розміщений в точці перетину його діагоналей;
- центр ваги площі однорідної чверті круга або півкруга знаходиться на відстані $2d/3\pi$ від основи.

2. Вибрати систему координат, в якій визначити положення центра ваги однорідної плоскої фігури, якщо фігура має вісь симетрії, то одну з осей координат слід направити вздовж цієї осі. Друга вісь буде перпендикулярна до осі симетрії.

3. У вибраній системі координат знайти положення центрів ваги простих геометричних фігур, на які розділили складну фігуру. записати координати цих центрів.

4. Визначити площу простих геометричних фігур.

5. Положення центра ваги складної плоскої фігури визначити за формулами:

$$x_C = \frac{\sum x_i \cdot A_i}{\sum A_i}; \quad y_C = \frac{\sum y_i \cdot A_i}{\sum A_i}. \quad (9.1)$$

A_i, x_i, y_i – відповідно площі і координати центрів ваги окремих частин складної фігури, яких положення центрів ваги і площі відомі.

Якщо в складній фігурі є отвори, то для знаходження положення центра ваги потрібно використати **метод від'ємних площ**, тобто площі отворів у формулі (9.1) входять зі знаком мінус.

Приклад вирішення практичної роботи

Знайти координати центра ваги плоскої фігури, що зображена на рис. 9.1, а (розміри наведено в сантиметрах).

Для розв'язання використаємо метод розбиття в поєднанні з методом від'ємних площ. Виділимо в даній фігурі такі п'ять простих фігур (рис. 9.1, б): прямокутник $OABN$ круговий сектор ONP , прямокутники DEE_1N , E_1KK_1M та трикутник ΔKK_1L .

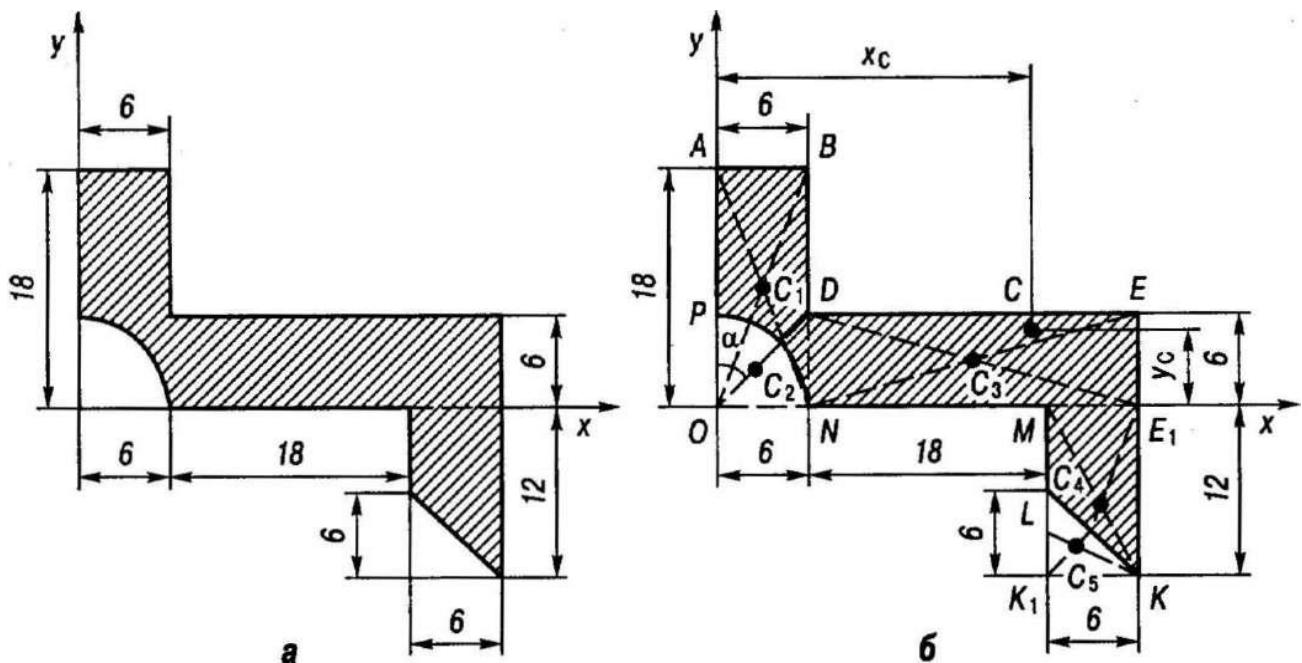


Рисунок 9.1

Площа прямокутника $OABN$: $S_1 = OA \times AB = 18 \cdot 6 = 108 \text{ см}^2$;

координати його центра ваги :

$$x_1 = \frac{AB}{2} = 3 \text{ см}, \quad y_1 = \frac{OA}{2} = 9 \text{ см}.$$

Площу кругового сектора ONP ($R = 6 \text{ см}$, $\alpha = \frac{\pi}{4}$) записуємо зі знаком мінус,

оскільки сектор вирізаний із заданої фігури:

$$S_2 = -\alpha \cdot R^2 = -\frac{\pi}{4} R^2 = -28,3 \text{ см}^2;$$

довжина відрізка OC_2 дорівнює $OC_2 = \frac{2}{3} R \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}} = 3,6 \text{ см}$, а координати центра ваги

$$x_2 = OC_2 \cdot \cos \frac{\pi}{4} = 2,55 \text{ см},$$

$$y_2 = OC_2 \cdot \sin \frac{\pi}{4} = 2,55 \text{ см}.$$

Площа прямокутника DEE_1N $S_3 = DE \times EE_1 = 24 \cdot 6 = 144 \text{ см}^2$; координати

центра ваги $x_3 = ON + \frac{NE_1}{2} = 6 + 12 = 18 \text{ см}$, $y_3 = \frac{EE_1}{2} = 3 \text{ см}$.

Прямокутник E_1KK_1M має площу $S_4 = E_1K \cdot KK_1 = 12 \cdot 6 = 72 \text{ см}^2$; координати центра ваги

$$x_4 = OM + \frac{ME_1}{2} = 24 + 3 = 27 \text{ см},$$

$$y_4 = -\frac{EK}{2} = -6 \text{ см}.$$

Площу трикутника ΔKKL_1 беремо зі знаком мінус, оскільки трикутник вирізаний: $S_5 = -\frac{1}{2}KK_1 \cdot K_1L = -\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 = -18 \text{ см}^2$. Координати центра ваги:

$$x_5 = \frac{x_L + x_K + x_{K_1}}{3} = \frac{24 + 30 + 24}{3} = 26 \text{ см},$$

$$y_5 = \frac{y_L + y_K + y_{K_1}}{3} = \frac{-6 - 12 - 12}{3} = -10 \text{ см}.$$

Координати центра ваги заданої плоскої фігури знаходимо за формулами:

$$x_C = \frac{x_1S_1 + x_2S_2 + x_3S_3 + x_4S_4 + x_5S_5}{S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5};$$

$$x_C = \frac{3 \cdot 108 + 2,55 \cdot (-28,3) + 18 \cdot 144 + 27 \cdot 72 + 26 \cdot (-18)}{108 - 28,3 + 144 + 72 - 18} = 15,55 \text{ см}$$

$$y_C = \frac{y_1S_1 + y_2S_2 + y_3S_3 + y_4S_4 + y_5S_5}{S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5};$$

$$y_C = \frac{9 \cdot 108 + 2,55 \cdot (-28,3) + 3 \cdot 144 + (-6) \cdot 72 + (-10) \cdot (-18)}{108 - 28,3 + 144 + 72 - 18} = 3,89 \text{ см}$$

Отже, координати центра ваги плоскої фігури такі:

$$x_C = 15,55 \text{ см};$$

$$y_C = 3,89 \text{ см}.$$

Варіанти завдань для практичної роботи № 9

1		6	
2		7	
3		8	
4		9	
5		10	

Рисунок 9.2 Схеми фігур для виконання практичної роботи № 9

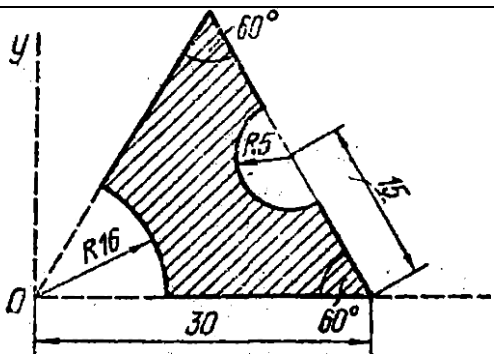
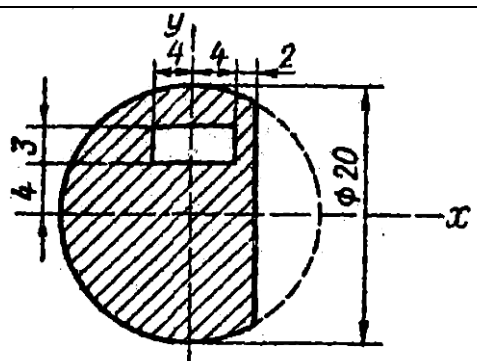
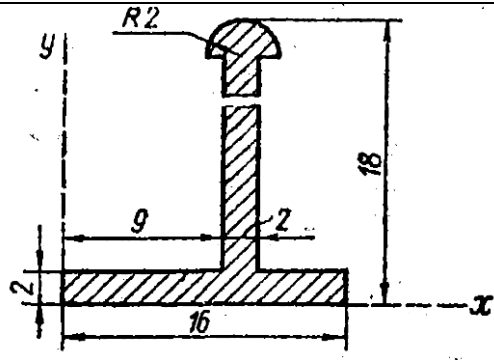
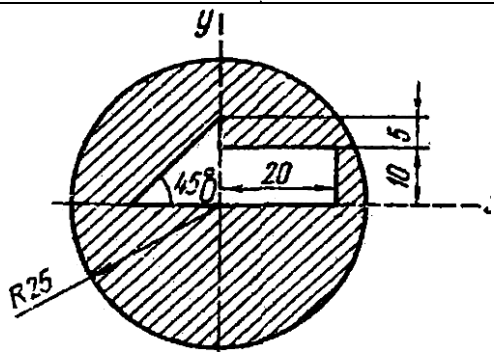
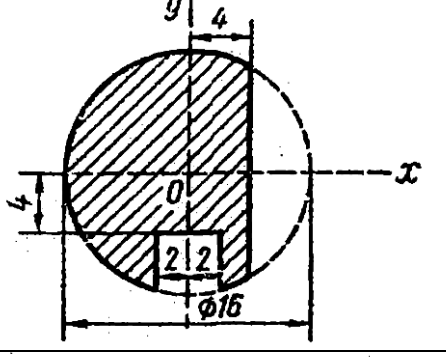
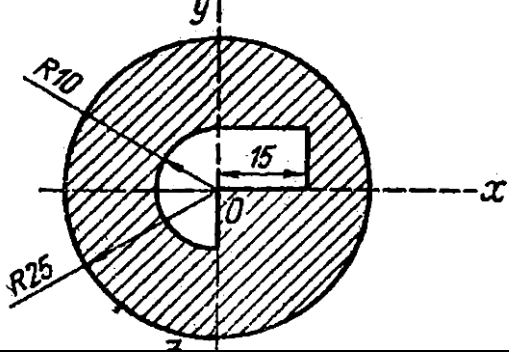
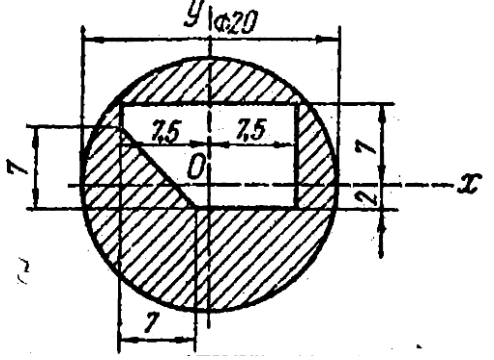
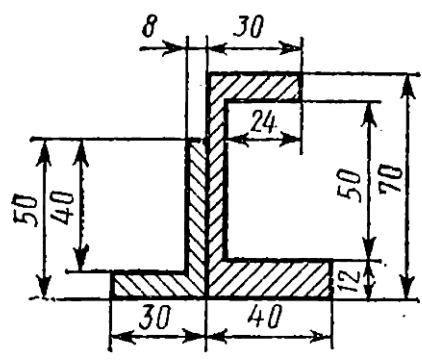
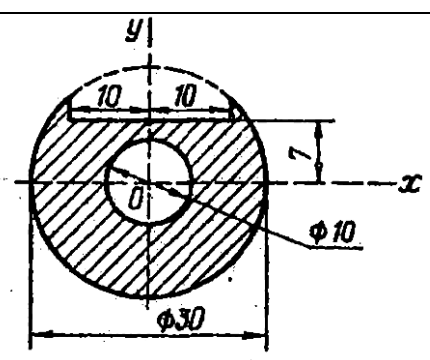
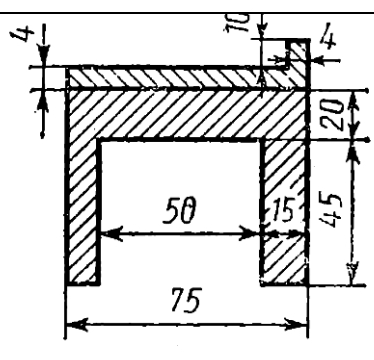
11		16	
12		17	
13		18	
14		19	
15		20	

Рисунок. 9.3 Схеми фігур для виконання практичної роботи № 9

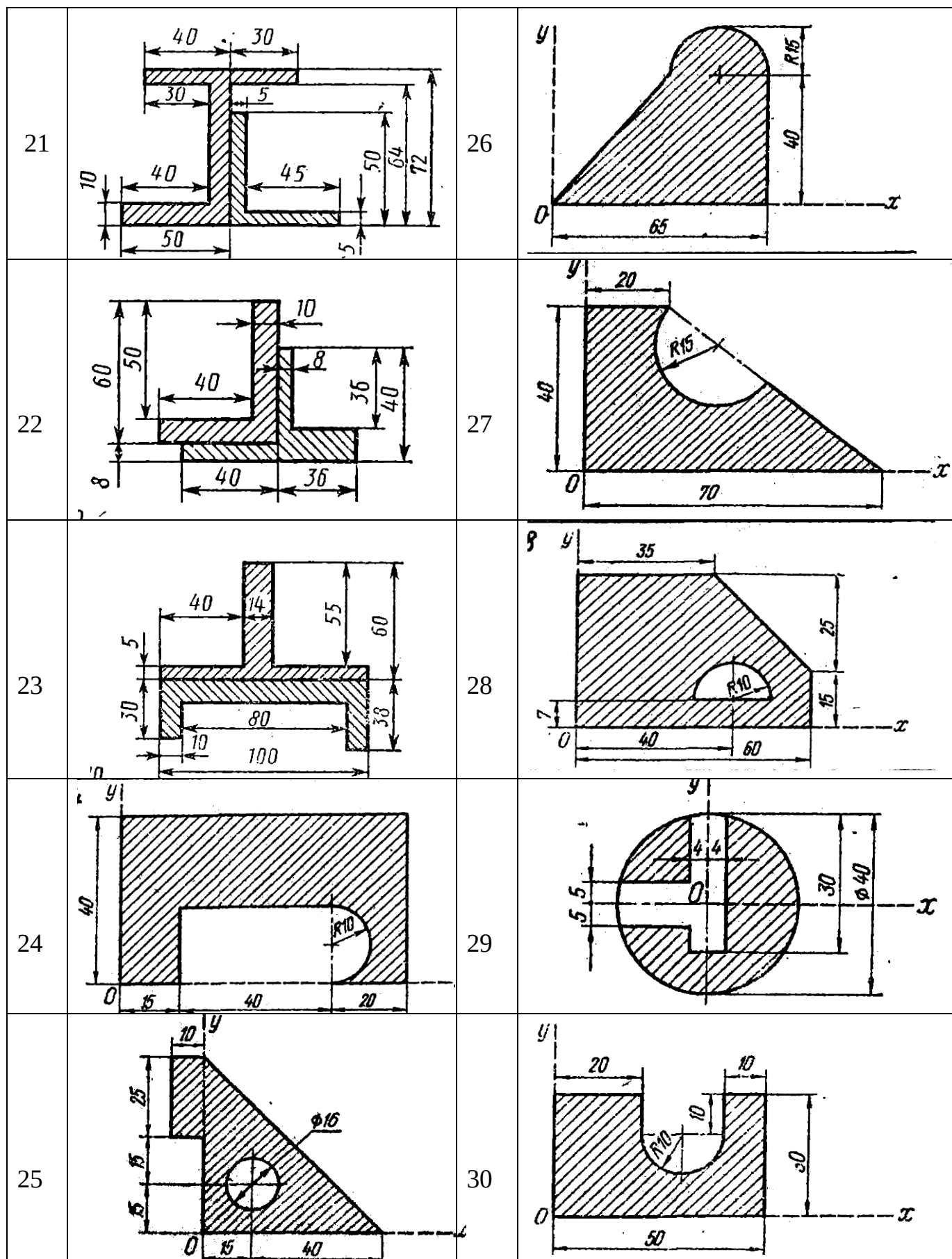


Рисунок. 9.4 Схеми фігур для виконання практичної роботи № 9

Контрольні запитання:

1. Яку точку називають центром паралельних сил? За якою формулою вона визначається?
2. За якими формулами визначають центр мас твердого тіла?
3. Як визначити положення центра ваги площі, якщо відоме положення центрів ваги окремих її частин?

Література:

1. Теоретична механіка: Збірник задач/ під ред. М.А. Павловського. – К.: Техніка, 2007. – С. 88-98.
2. Покровский В.Е., Столярчук А.И. Техническая механика: Контрольные задания с программой на 280-290 учебных часов и краткими методическими указаниями для учащихся-заочников машиностроительных специальностей техникумов. – М.: Высш. шк., 1986. – С. 19, С. 24.

Практичне заняття № 10

ВИЗНАЧЕННЯ РЕАКЦІЇ ПЛОСКОЇ ФЕРМИ

Мета роботи: навчитись визначати реакції в опорах плоскої ферми, визначати зусилля в стержнях ферми за допомогою способу Риттера

Основні теоретичні відомості

При побудові мостів, підйомних кранів та інших споруд застосовуються конструкції, які називають **фермами**.

Фермою називається геометрично незмінна конструкція, що складається з прямолінійних стержнів, які з'єднуються між собою за допомогою шарнірів.

Основним завданням розрахунку ферми є визначення зусиль, що виникають у стержнях при дії зовнішнього навантаження.

Для визначення зусиль у стержнях ферми звичайно використовують два способи: **вирізання вузлів** і **Ріттера**.

Спосіб вирізання вузлів зручно користуватись, коли треба знайти зусилля в усіх стержнях ферми. Він зводиться до послідовного розгляду умов рівноваги збіжних систем сил, прикладених до кожного з вузлів. При цьому кількість невідомих зусиль у вузлі не повинна перевищувати двох.

Спосіб Ріттера (метод перерізів) використовують, коли треба знайти зусилля в окремих стержнях ферми, зокрема, для перевірочних розрахунків. Згідно з цим способом ферму розподіляють на дві частини перерізом, який проходить не більше, ніж через три стержні, і розглядають рівновагу однієї з частин. Зусилля в перерізаніх стержнях направляють від перерізу, тобто припускають (як і в способі вирізання вузлів), що всі стержні розтягнуті. Далі складають рівняння рівноваги так, щоб у кожне рівняння увійшло тільки одне зусилля стержня, через який пройшов переріз.

Приклад вирішення практичної роботи

На конструкцію плоскої ферми (рис. 10.1) діє навантаження $P_1=58$ кН, $P_2=50$ кН, $P_3=85$ кН. Знайти зусилля S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 в стержнях 1,2,3,4,5.

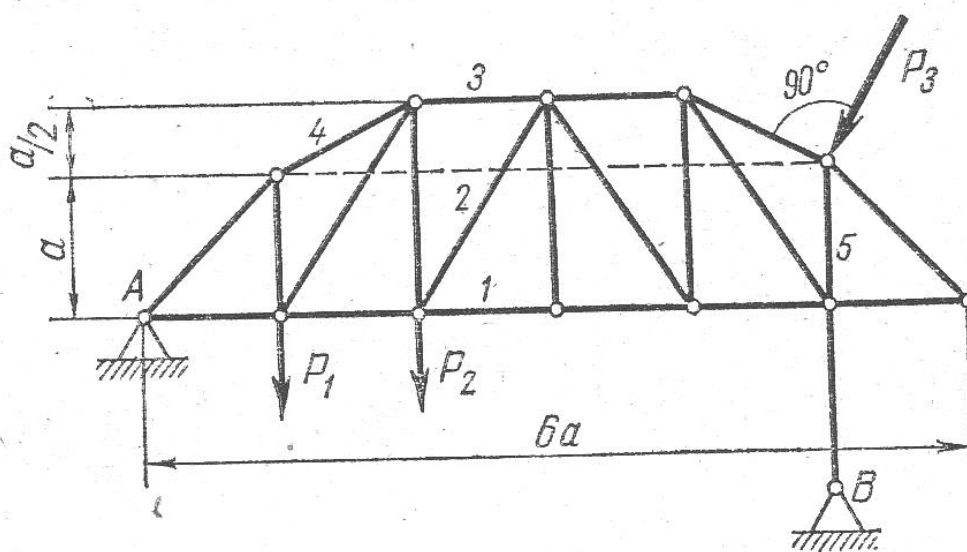


Рисунок 10.1

1. Визначення реакцій опор

Розглянемо систему зрівноважених сил, прикладених до ферми. Відкинувши в'язи в опорах ферми A і B замінюючи їх дію реакціями. Реакцію опори A розкладемо на дві складові $\bar{X}_A$ і $\bar{Y}_A$, спрямовані вздовж координатних осей. Реакцію шарніра B спрямовуємо догори вздовж опорного стрижня BN .

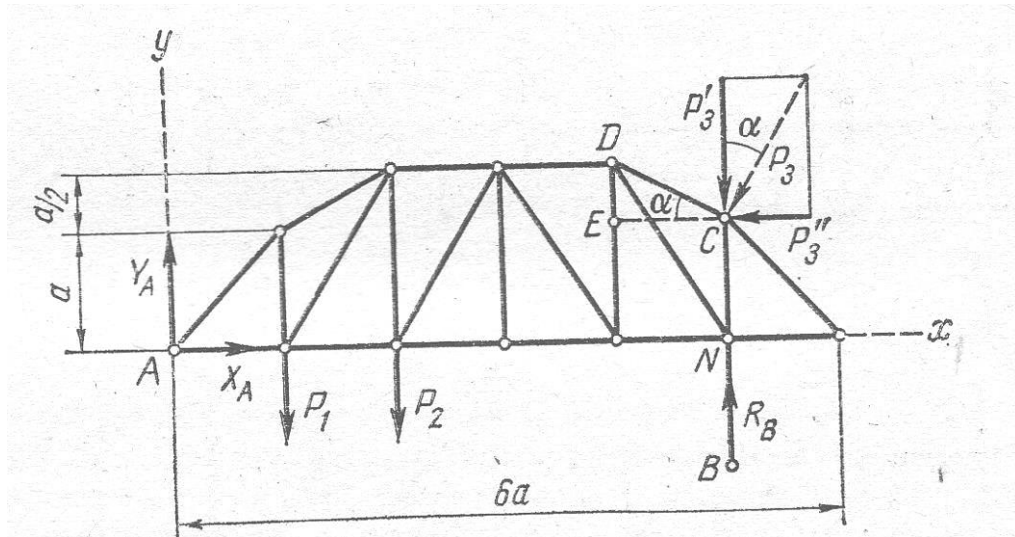


Рисунок 10.2

Силу $\bar{P}_3$ розкладемо на складові $\bar{P}_3'$ та $\bar{P}_3''$, де $P_3' = P_3 \cdot \cos \alpha$ і $P_3'' = P_3 \cdot \sin \alpha$.

Визначаємо $\sin \alpha$ і $\cos \alpha$:

$$\sin \alpha = \frac{DE}{CD} = \frac{a}{2 \cdot \sqrt{a^2 + (a/2)^2}} = 0,447$$

$$\cos \alpha = \frac{CE}{CD} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + (a/2)^2}} = 0,894.$$

Визначаємо модулі сил $\bar{P}_3'$ та $\bar{P}_3''$

$$P_3' = P_3 \cdot \cos \alpha = 85 \cdot 0,894 = 76,0 \text{ кН} \quad P_3'' = P_3 \cdot \sin \alpha = 85 \cdot 0,447 = 38,0 \text{ кН}.$$

Для плоскої системи сил, прикладених до ферми складаємо 3 рівняння рівноваги:

$$\sum M_A = 0; -P_1 \cdot a - P_2 \cdot 2a - P_3' \cdot 5a + P_3'' \cdot a + R_B \cdot 5a = 0 \quad (10.1)$$

$$\sum X = 0; -P_3'' + X_A = 0 \quad (10.2)$$

$$\sum Y = 0; Y_A - P_1 - P_2 - P_3' + P_3'' + R_B = 0 \quad (10.3)$$

З рівняння (10.1) виразимо

$$R_B = \frac{P_1 + P_1 \cdot 2 + P'_3 \cdot 5 - P''_3}{5} = \frac{58 + 50 \cdot 2 + 76 \cdot 5 - 38}{5} = 100 \text{ кН.}$$

З рівняння (10.2) виразимо

$$X_A = P''_3 = 38 \text{ кН.}$$

З рівняння (10.3) виразимо

$$Y_A = P_1 + P_2 + P'_3 - R_B = 58 + 50 + 76 - 100 = 84 \text{ кН.}$$

Визначимо зусилля в п'яти стержнях ферми способом Риттера. Для визначення опор в стержнях 1, 2, 3 (рис 10.3.) робимо переріз I-I і розглядаємо рівновагу сил, прикладених до однієї частини ферми (рис 10.4).

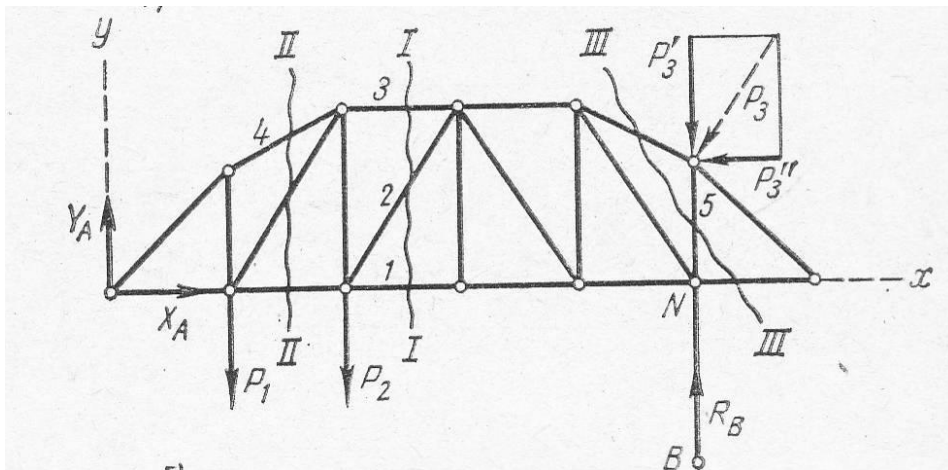


Рисунок 10.3

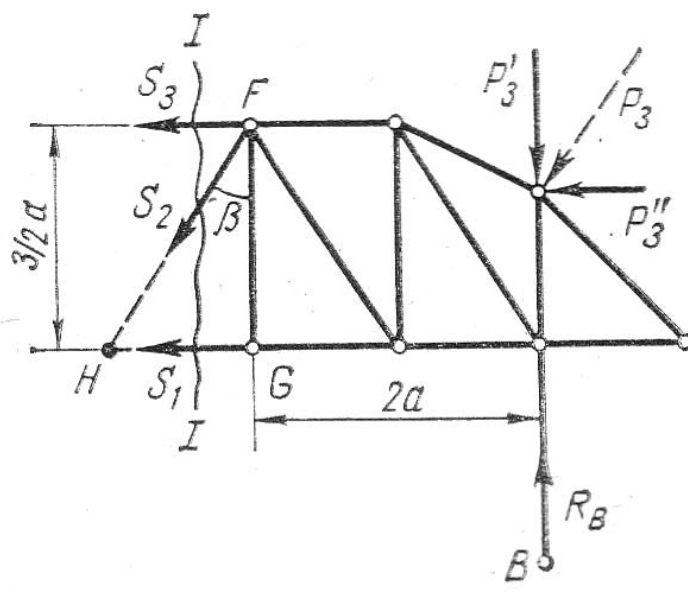


Рисунок 10.4

Для визначення зусилля S_1 складаємо рівняння моментів відносно точки перетину ліній дії $\bar{S}_2$ і $\bar{S}_3$:

$$\sum M_F = 0; \quad -S_1 \cdot 1,5a - P'_3 \cdot 2a + P''_3 \cdot 0,5a + R_B \cdot 2a = 0.$$

$$S_1 = \frac{R_B \cdot 2 - P'_3 \cdot 2 - P''_3 \cdot 0,5}{1,5} = \frac{100 \cdot 2 - 76 \cdot 2 - 38 \cdot 0,5}{1,5} = 19,3 \text{ кН.}$$

Для визначення S_2 споектуємо всі сили на вісь Ay :

$$\sum Y = 0; \quad -S_2 \cdot \cos \beta - P'_3 + R_B = 0$$

$$\cos \beta = \frac{FG}{FH} = \frac{1,5a}{\sqrt{a^2 + (1,5a)^2}} = 0,832$$

$$S_2 = \frac{R_B - P'_3}{\cos \beta} = \frac{100 - 76}{0,832} = 28,8 \text{ кН.}$$

Для визначення S_3 складаємо рівняння моментів відносно точки перетину ліній дії $\bar{S}_2$ і $\bar{S}_1$:

$$\sum M_H = 0; \quad S_3 \cdot 1,5a - P'_3 \cdot 3a + P''_3 \cdot a + R_B \cdot 3a = 0$$

$$S_3 = \frac{P'_3 \cdot 3 - P''_3 - R_B \cdot 3}{1,5} = \frac{76 \cdot 3 - 38 - 100 \cdot 3}{1,5} = -73,3 \text{ кН.}$$

Для визначення зусилля в стержні 4 робимо переріз II-II і розглядаємо рівновагу сил, прикладених до лівої частини ферми (рис. 10.5).

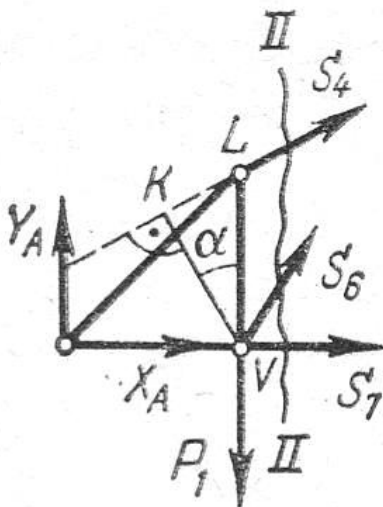


Рисунок 10.5

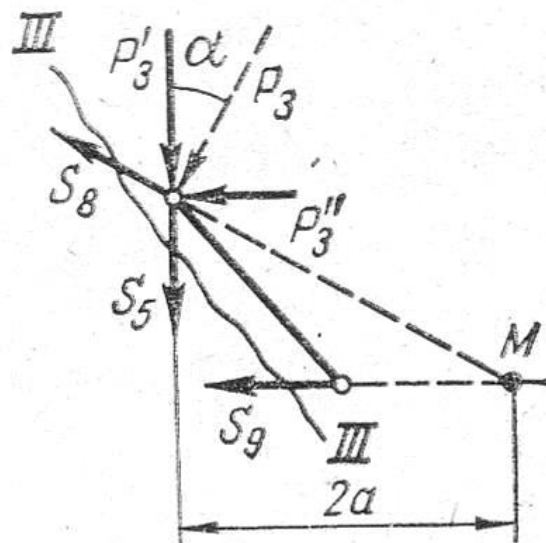


Рисунок 10.6

$$\sum M_V = 0; \quad -Y_A \cdot a - S_4 \cdot VK = 0;$$

де $VK = VL \cdot \cos \alpha = a \cdot 0,894$

$$S_4 = \frac{-Y_A \cdot a}{0,894a} = \frac{-84}{0,894} = -94 \text{ кН.}$$

Для визначення зусилля в стержні 5 робимо переріз III-III і розглядаємо рівновагу сил, прикладених до правої частини ферми (рис. 10.6).

Складаємо рівняння:

$$\sum M_M = 0; \quad P'_3 \cdot 2a + S_5 \cdot 2a + P''_3 \cdot a = 0$$

$$S_5 = -\frac{P'_3 \cdot 2a + P''_3 \cdot a}{2a} = -\frac{P'_3 \cdot 2 + P''_3}{2} = -\frac{76 \cdot 2 + 38}{2} = -95 \text{ кН.}$$

Варіанти завдань для практичної роботи № 10

Знайти способом Ритера зусилля в стержнях 1, 2, 3, 4, 5 ферми. Схеми ферм наведені на рис. 10.7-10.8, навантаження в табл. 10.

Таблиця 10

Вихідні дані для практичної роботи № 10

Номер варіанта	P_1 , кН	P_2 , кН	P_3 , кН	P_4 , кН	P_5 , кН	a , м	h , м	α , град
1	5	5	5	20	30	—	—	—
2	5	10	20	30	—	—	—	30
3	10	5	20	20	—	2	6,0	—
4	10	30	50	—	—	—	—	—
5	5	5	20	20	—	—	—	30
6	10	20	10	10	20	—	—	30
7	5	10	20	—	—	—	—	30
8	10	20	30	—	—	2	5,0	—
9	10	20	30	—	—	—	—	—
10	20	10	10	20	—	—	—	45

11	10	20	40	—	—	—	—	45
12	10	20	30	30	—	2	6,0	—
13	10	10	10	20	20	—	—	45
14	10	10	10	10	20	—	—	—
15	10	20	10	—	—	2	1,5	—
16	10	20	20	30	—	—	—	—
17	10	20	20	—	—	3	5,0	—
18	10	40	20	20	—	3	3,5	—
19	10	10	40	20	—	3	3,5	—
20	10	40	20	—	—	—	—	—

Контрольні запитання:

1. Яку конструкція називається фермою?
2. В чому полягає сутність методу вирізання вузлів?
3. В чому полягає сутність методу Риттера?

Література:

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. - М.: Высш. шк., 1986. – С.87-94.
2. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике. Учебное пособие для втузов/ под ред. А.А Яблонского. – М.: Высшая школа, 1978. – С.17-24.
3. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. Учебник для техн. вузов – СПб.: изд-во Лань, 2001. – С. 27-35.

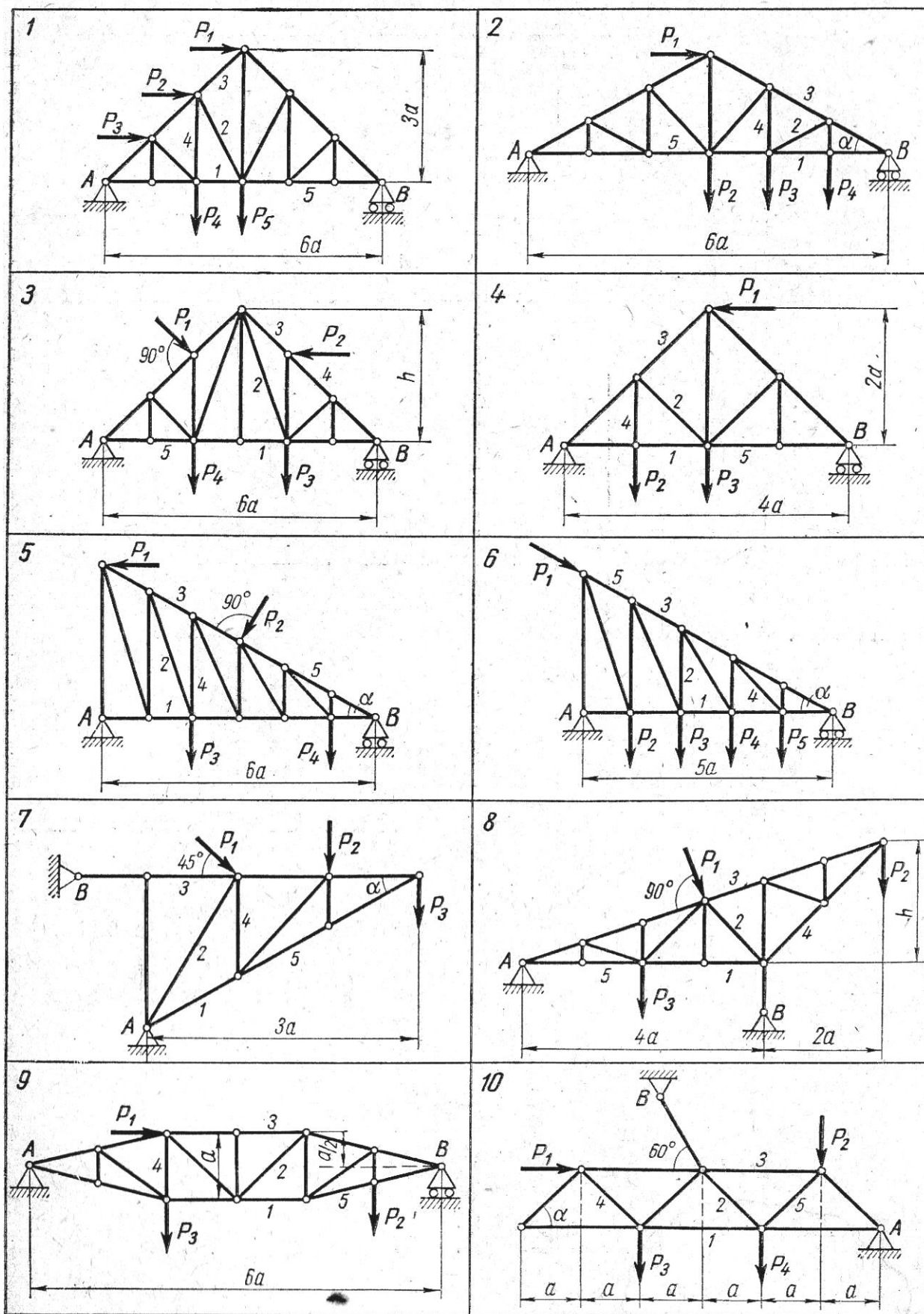


Рисунок 10.7

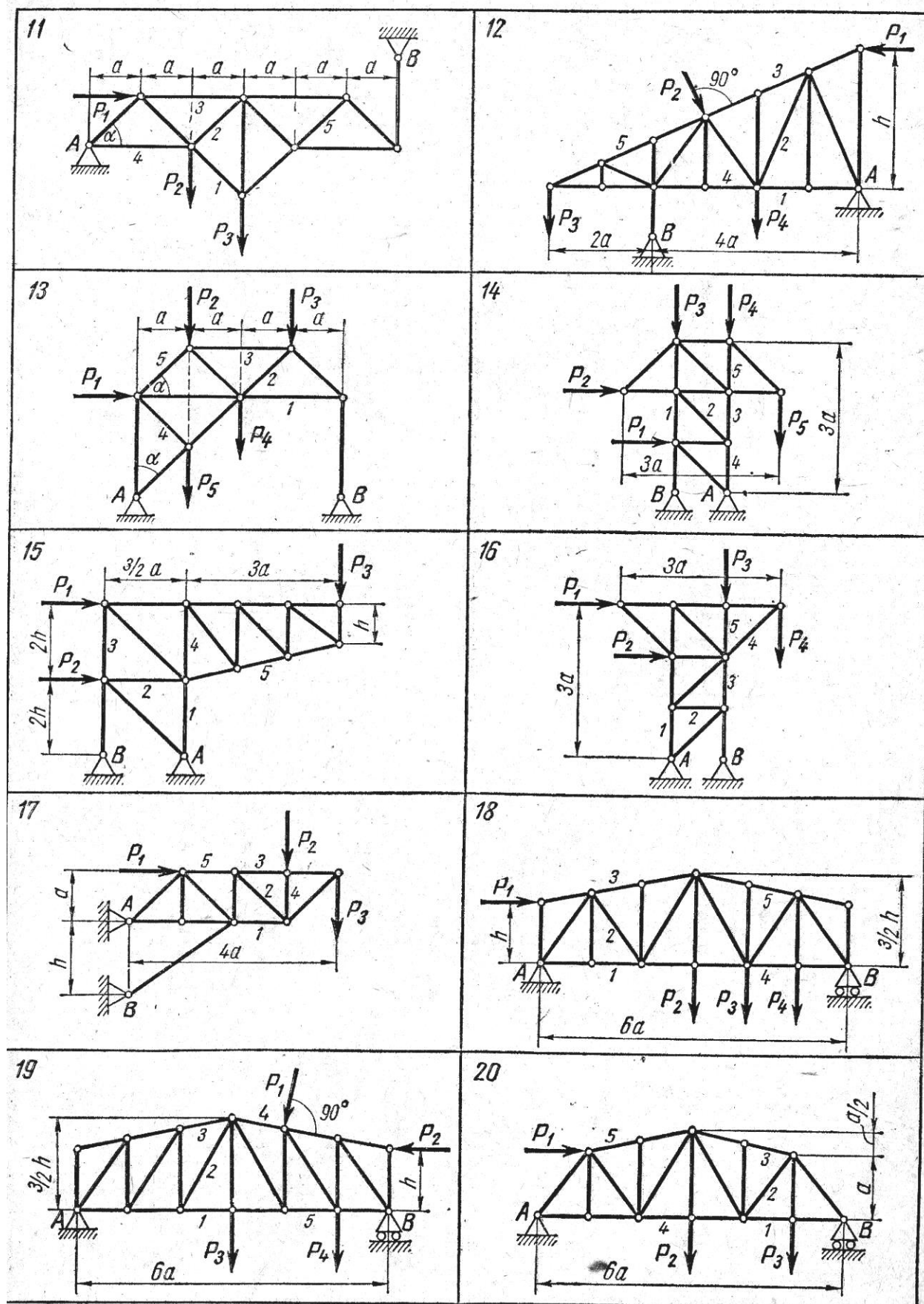


Рисунок 10.8

ЗМІСТ

Вступ	3
Практичне заняття № 1	
Визначення зусиль в стержнях.....	4
Практичне заняття № 2	
Визначення зусиль в стержньових системах.....	7
Практичне заняття № 3	
Визначення реакцій двохопорної балки.....	10
Практичне заняття № 4	
Визначення реакцій двохопорної балки рівномірно-розподіленим навантаженням.....	15
Практичне заняття № 5	
Визначення реакцій опор твердого тіла, завантаженого плоскою системою сил.....	19
Практичне заняття № 6	
Визначення реакцій опор складеної балки.....	25
Практичне заняття № 7	
Просторова система збіжності сил.....	32
Практичне заняття № 8	
Рівновага тіл з урахуванням сил тертя.....	36
Практичне заняття № 9	
Визначення положення центра ваги плоскої фігури.....	43
Практичне заняття № 10	
Визначення реакцій плоскої ферми.....	50

Для нотаток