

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет кораблебудування
імені адмірала Макарова
Кафедра будівельної механіки та конструкції корпусу корабля

Методичні вказівки
до самостійної роботи студентів
заочної форми навчання
при вивченні дисципліни «Опір матеріалів»

Частина I



ВИДАВНИЦТВО
НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
КОРАБЛЕБУДУВАННЯ
ІМ. АДМІРАЛА МАКАРОВА

2020

УДК 539(076)
М54

Автори Л. І. Коростильов, д-р техн. наук, професор;
С. Ю. Клименков, старший викладач;
Д. Ю. Литвиненко, канд. техн. наук, асистент;
В. М. Соков, асистент;
Є. Ю. Дядюра, завідувач лабораторією;
Л. М. Морозан, завідувач навчальним кабінетом;
Ю. М. Ткаченко, завідувач лабораторією

Рецензент Бурдун Є. Т. канд. техн. наук, професор НУК, завідувач кафедри проектування та виробництва конструкцій із композиційних матеріалів

Рекомендовано методичною радою Кораблебудівного інституту НУК імені адмірала Макарова (протокол № 5 від 05.02.2020 р.) як методичні вказівки

Методичні вказівки до самостійної роботи студентів заочної форми навчання при вивченні дисципліни «Опір матеріалів» : метод. вказ. ; Ч. 1. / Л.І. Коростильов, С.Ю. Клименков, Д.Ю. Литвиненко та ін. – Миколаїв : НУК, 2020. – 48 с.

Наведено матеріали, необхідні для самостійної роботи студентів при вивченні першої частини програми дисципліни «Опір матеріалів» з посиланням на основну літературу, зміст, вихідні дані, приклади і рекомендовану літературу для виконання індивідуальних розрахункових робіт, контрольної роботи, питання до захисту робіт, складання заліку і екзамену, типові задачі, а також перелік основної і додаткової літератури.

Ці вказівки можуть бути використані також студентами денної форми навчання.

УДК 539(076)

© Колектив авторів, 2020
© Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова, 2020

ЗМІСТ

ВСТУП	4
ТЕМИ ЧАСТИНИ І	5
ЗМІСТ ЗАДАЧ ТА ВИХІДНІ ДАНІ	7
ЗРАЗОК ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ	13
ПИТАННЯ ДО ЗАХИСТУ РОБІТ	34
ЕКЗАМЕНАЦІЙНІ ПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ «ОПР МАТЕРІАЛІВ»	37
ПИТАННЯ ДЛЯ СКЛАДАННЯ ЗАЛІКУ З ДИСЦИПЛІНИ «ОПР МАТЕРІАЛІВ»	41
ТИПОВІ ЗАДАЧІ ДЛЯ СКЛАДАННЯ ІСПИТУ І ЗАЛІКУ	43
ЛІТЕРАТУРА	46

ВСТУП

«Опір матеріалів» є базовою загально-технічною дисципліною для більшості технічних спеціальностей.

Студенти у відповідності до навчальних планів вивчають цю дисципліну за двома розділами, які викладаються протягом одного або двох семестрів. У зв'язку з цим методичні вказівки поділено на дві частини.

Навчальними планами для студентів-заочників передбачені всі основні види занять: лекції, практичні і лабораторні заняття зі складанням заліку або іспиту після закінчення кожного семестру. Тому у методичних вказівках наведені як екзаменаційні питання, так і питання для складання заліку.

Типові задачі для складання іспиту і заліку охоплюють основні розділи дисципліни. Правильне їх вирішення і успішне виконання розрахункових та контрольних робіт буде свідчити про вміння студента використовувати інженерні методи і формули для практичних міцнісних розрахунків. Об'єм вказаних робіт є однако-вим для всіх студентів, незалежно від того, за базовим чи інтегрованим навчальним планом проводиться підготовка фахівця.

Розрахункові схеми для виконання задач наведено у таблицях 1 і 2 за літерною нумерацією. Вихідні дані для розрахунку вибираються із таблиць 3 і 4 відповідно до номеру варіанту, вказаного викладачем. Таким чином завдання має літерно-цифрову позначку, де літера вказує тип схеми, а цифра – номер строки вихідних даних кожної задачі.

Оформлення розрахункових робіт виконується власноручно на стандартних аркушах паперу А4, відповідно до діючих вимог оформлення звітів у сфері науки і техніки (ДСТУ 3008:2015) із зазначенням прізвища студента, викладача, номера роботи, типу схеми і номера варіанту. Перед рішенням кожної задачі повинно бути наведено її зміст (умови) і вихідні дані.

При вивченні теоретичного матеріалу та виконанні робіт рекомендується користуватись літературою, яка наведена наприкінці даних вказівок. Посилання на літературу в тексті традиційно подається в квадратних дужках відповідно до списку основної і додаткової літератури.

ТЕМИ ЧАСТИНИ I

Основні поняття. Предмет та задачі курсу. Об'єкти, що вивчаються в курсі опору матеріалів. Класифікація сил, які діють на елементи конструкцій. Пружні та пластичні деформації. Основні гіпотези про деформоване тіло. Метод перерізів. Напруження і деформації. Внутрішні силові фактори ([1] §§ 1–3, с. 9–16; §§ 13–14, с. 37–42; [2] §§ 1–3, с. 13–21; §§ 13–14, с. 42–48).

Геометричні характеристики плоских перерізів. Статичні моменти площі. Центр ваги перерізу. Моменти інерції плоских фігур. Моменти інерції складених перерізів. Моменти інерції відносно паралельних осей. Залежність між моментами інерції при повороті координатних осей. Головні моменти інерції та визначення положення головних осей інерції. Радіус інерції ([1] §§ 4–12, с. 17–36; [2] §§ 4–12, с. 21–42).

Розтягання і стискання. Поздовжні сили, напруження і деформації при розтяганні й стисканні, їх епюри. Розрахунки на міцність і жорсткість. Умови міцності і жорсткості. Види розрахунків. Допустимі напруження, коефіцієнти запасу міцності ([1] § 15, с. 42–43; §§ 27–28, с. 83–88; §§ 34–36, с. 112–130; [2] § 15, с. 48–50; §§ 27–28, с. 93–99; §§ 34–36, с. 127–147).

Механічні характеристики матеріалів. Випробування матеріалів при розтяганні, стисканні, крученні. Поняття про механізм утворення деформацій. Вплив різних факторів на механічні властивості матеріалів ([1] §§ 29–31, с. 88–103; § 33, с. 106–112; [2] §§ 29–31, с. 99–116; § 33, с. 120–127).

Розрахунок статично невизначених стержневих конструкцій при розтяганні-стисканні ([1] § 37, с. 130–140; [2] § 37, с. 147–156).

Основи теорії напруженого і деформованого стану. Напруження в точці. Головні площадки і головні напруження. Лінійний напружений стан. Плоский напружений стан. Об'ємний напружений стан. Узагальнений закон Гука. Потенціальна енергія деформації ([1] §§ 39–42, с. 152–160; §§ 45–47, с. 167–179; [2] §§ 39–42, с. 170–180; §§ 45–47, с. 186–199).

Критерій міцності. Завдання теорій міцності. Класичні і нові теорії міцності ([1] §§ 48–50, с. 180–192; [2] §§ 48–50, с. 200–214).

Зсув. Деформація зсуву. Закон Гука при чистому зсуві. Розрахунок на зріз гвинтових, заклепкових та зварних з'єднань ([1] §§ 51–52, с. 193–205; [2] §§ 51–52, с. 214–227).

Кручення. Епюри крутних моментів. Напруження і деформації при крученні валів круглого перерізу. Умови міцності і жорсткості. Розрахунок валів на міцність і жорсткість ([1] § 16, с. 44–46; §§ 53–55, с. 206–216; [2] § 16, с. 50–52; §§ 53–55, с. 227–237).

ЗМІСТ ЗАДАЧ ТА ВИХІДНІ ДАНІ

Задача 1. Визначення геометричних характеристик плоского перерізу

Для заданого бруса, який складається з полоси та прокатного профілю, визначити положення головних центральних осей та головні моменти інерції плоского поперечного перерізу. Накреслити переріз у масштабі 1:5, показати основні розміри його елементів та зобразити положення власних центральних осей елементів, а також положення початкових, центральних і головних осей перерізу.

Рекомендована література: [1], [2] – §§ 4–12; [9] – §§ 5.1–5.8.

Задача 2. Розрахунок східчастого стержня при розтяганні-стисканні

Заданий сталевий східчастий стержень знаходиться під дією тільки зосереджених осьових зовнішніх сил. Визначити в перерізах стержня поздовжні зусилля N , нормальні напруження σ і осьові переміщення u та побудувати відповідні епюри.

Рекомендована література: [1], [2] – §§ 14–15, 27, 28, 35; [9] – §§ 2.1–2.5.

Задача 3. Розрахунок статично невизначеної стержневої системи при розтяганні

Абсолютно жорсткий невагомий брус, що опирається на шарнірну нерухому опору і з'єднаний шарнірами з двома стержнями із пластичної сталі, знаходиться під дією сили P . При заданих геометричних параметрах вказаної системи необхідно визначити:

1) зусилля і напруження в стержнях, як функції від сили P ;
2) допустиме навантаження P_d за умови, коли найбільше напруження стержня дорівнює допустимому $[\sigma]$;

3) граничне навантаження P_r і допустиме граничне навантаження $P_{дг}$ при заданих величинах границі плинності матеріалу стержнів σ_r і коефіцієнта запасу несівної здатності $k_{нз}$.

Рекомендована література: [1], [2] – §§ 27, 28, 35, 37; [9] – §§ 2.8–2.10.

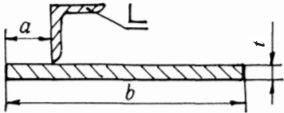
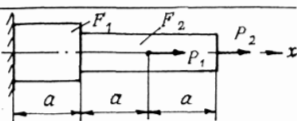
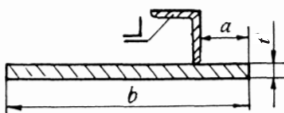
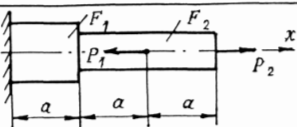
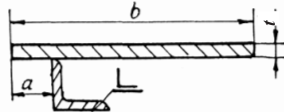
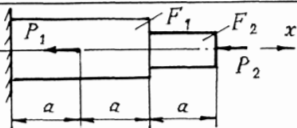
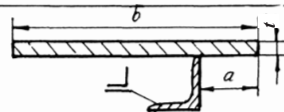
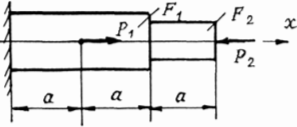
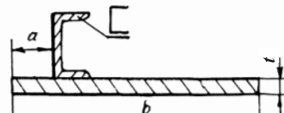
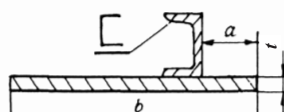
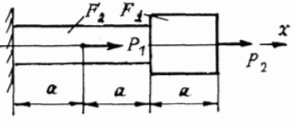
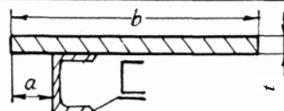
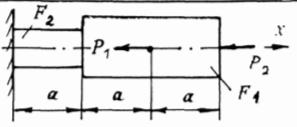
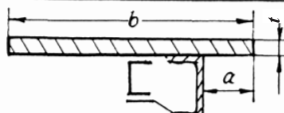
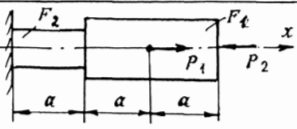
Задача 4. Розрахунок круглого вала на міцність і жорсткість при крученні

На сталевому круглому валі сталого перерізу розташовані ведучий шків, який передає крутний момент M_o , та три ведені, що передають відповідно крутні моменти M_1 , M_2 і M_3 . Маючи на увазі, що шківові моменти задовольняють умові рівноваги, необхідно:

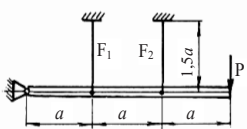
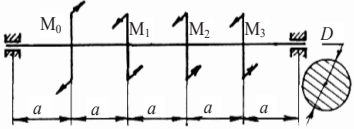
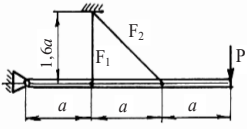
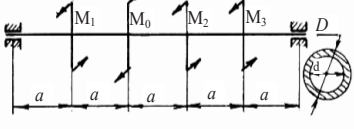
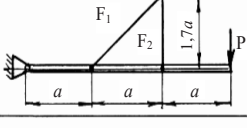
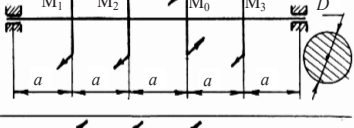
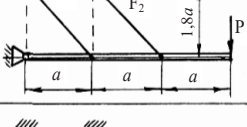
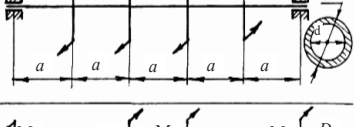
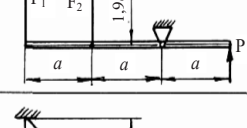
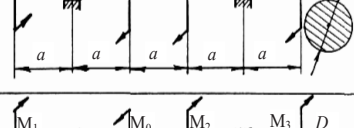
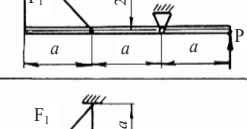
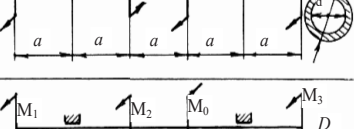
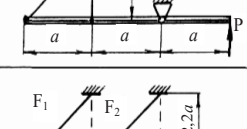
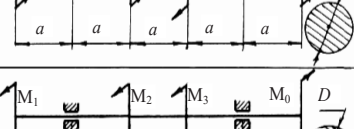
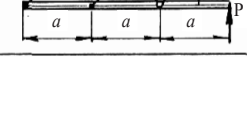
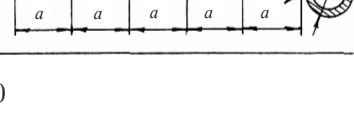
- 1) визначити в перерізах вала крутні моменти та побудувати їх епюру;
- 2) визначити діаметр вала з умов міцності і жорсткості;
- 3) визначити кути закручування перерізів та побудувати їх епюру;
- 4) встановити положення небезпечного перерізу і побудувати в ньому епюру дотичних напружень.

Рекомендована література: [1], [2] – §§ 14, 16, 53, 55; [9] – §§ 6.1, 6.2, 6.4.

Таблиця 1. Типи розрахункових схем до задач 1 і 2

Тип схеми	Задача 1	Задача 2
А		
Б		
В		
Г		
Д		
Е		
Ж		
И		

Таблиця 2. Типи розрахункових схем до задач 3 і 4

Тип схеми	Задача 3	Задача 4
А		
Б		
В		
Г		
Д		
Е		
Ж		
И		

Таблиця 3. Вихідні дані до задач 1 і 2

№ варіанта	Задача 1					Задача 2				
	Л – ГОСТ 8509-86; С – ГОСТ 8240-89					$F=10^{-3} \text{ М}^2$; $E=2\text{Ч}$				
	a	b , мм	t , мм	Л	С	a , м	F_1	F_2	P_1 , кН	P_2 , кН
1	0	780	18	14(10)	14	1,0	3F	2F	20	30
2	$b/10$	750	18	14(12)	14 а	1,0	2,9F	1,9F	21	29
3	$b/9$	720	18	16(10)	16	1,0	2,8F	1,8F	22	28
4	$b/8$	800	18	16(11)	16 а	1,0	2,7F	1,7F	23	27
5	$b/7$	700	18	16(12)	18	1,0	2,6F	1,6F	24	26
6	$b/6$	600	18	16(14)	18 а	1,1	2,5F	1,5F	25	25
7	$b/5$	650	18	16(16)	20	1,1	2,4F	1,4F	26	24
8	$b/4$	680	18	18(11)	20 а	1,1	2,3F	1,3F	27	23
9	$b/3$	690	18	18(12)	22	1,1	2,2F	1,2F	28	22
10	$b/2$	620	18	20(12)	22 а	1,1	2,1F	1,1F	29	21
11	0	780	20	20(13)	24	1,2	2F	F	30	20
12	$b/10$	750	20	20(14)	24 а	1,2	2,1F	2F	29	31
13	$b/9$	720	20	20(16)	14	1,2	2,2F	1,9F	28	32
14	$b/8$	800	20	14(10)	14 а	1,2	2,3F	1,8F	27	33
15	$b/7$	700	20	14(12)	16	1,2	2,4F	1,7F	26	34
16	$b/6$	600	20	16(10)	16 а	1,3	2,5F	1,6F	25	35
17	$b/5$	650	20	16(11)	18	1,3	2,6F	1,7F	24	36
18	$b/4$	680	20	16(12)	18 а	1,3	2,7F	1,8F	23	37
19	$b/3$	690	20	16(14)	20	1,3	2,8F	1,9F	22	38
20	$b/2$	620	20	16(16)	20 а	1,3	2,9F	2F	21	39
21	0	780	22	18(11)	22	1,4	3F	1,9F	20	40
22	$b/10$	750	22	18(12)	22 а	1,4	2,9F	1,8F	21	41
23	$b/9$	720	22	20(12)	24	1,4	2,8F	1,7F	22	42
24	$b/8$	800	22	20(13)	24 а	1,4	2,7F	1,6F	23	43
25	$b/7$	700	22	20(14)	20	1,4	2,6F	1,5F	24	44
26	$b/6$	600	22	20(16)	20 а	1,4	2,5F	1,4F	25	45
27	$b/5$	650	22	16(10)	22	1,5	2,4F	1,3F	26	46
28	$b/4$	680	22	16(12)	22 а	1,5	2,3F	1,2F	27	47
29	$b/3$	690	22	16(14)	24	1,5	2,2F	1,1F	28	48
30	$b/2$	620	22	16(16)	24 а	1,5	2,1F	F	29	49

Таблиця 4. Вихідні дані до задач 3 і 4

№ варіанта	Задача 3					Задача 4				
	$F=10^{-4} \text{ м}^2; E=2 \cdot 10 \text{ МПа};$ $k_{\text{из}}=1,4$					$(d/D)=0,9; G=8 \cdot 10^4 \text{ МПа};$ $[\theta]=5 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м}$				
	$a, \text{ м}$	F_1	F_2	$\sigma_T, \text{ МПа}$	$[\sigma], \text{ МПа}$	$a, \text{ м}$	$M_1, \text{ кНм}$	$M_2, \text{ кНм}$	$M_3, \text{ кНм}$	$[\tau], \text{ МПа}$
1	1,0	5F	8F	240	160	1,45	2,0	4,0	6,0	60
2	1,05	5,1F	7,9F	240	160	1,4	2,2	4,2	5,8	60
3	1,1	5,2F	7,8F	240	160	1,35	2,4	4,4	5,6	60
4	1,15	5,3F	7,7F	240	160	1,3	2,6	4,6	5,4	60
5	1,2	5,4F	7,6F	240	160	1,25	2,8	4,8	5,2	60
6	1,25	5,5F	7,5F	240	160	1,2	3,0	5,0	5,0	60
7	1,3	5,6F	7,4F	240	160	1,15	3,2	5,2	4,8	60
8	1,35	5,7F	7,3F	240	160	1,1	3,4	5,4	4,6	60
9	1,4	5,8F	7,2F	240	160	1,05	3,6	5,6	4,4	60
10	1,45	5,9F	7,1F	240	160	1,0	3,8	5,8	4,2	60
11	1,5	6F	7F	240	160	1,05	4,0	6,0	4,0	60
12	1,45	6,1F	6,9F	240	160	1,1	4,2	6,2	3,8	60
13	1,4	6,2F	6,8F	240	160	1,15	4,4	6,4	3,6	60
14	1,35	6,3F	6,7F	240	160	1,2	4,6	6,6	3,4	60
15	1,3	6,4F	6,6F	240	160	1,25	4,8	6,8	3,2	60
16	1,25	6,5F	6,5F	300	200	1,3	5,0	7,0	3,0	80
17	1,2	6,6F	6,4F	300	200	1,35	5,2	6,8	2,8	80
18	1,15	6,7F	6,3F	300	200	1,4	5,4	6,6	2,6	80
19	1,1	6,8F	6,2F	300	200	1,45	5,6	6,4	2,4	80
20	1,05	6,9F	6,1F	300	200	1,5	5,8	6,2	2,2	80
21	1,0	7F	6F	300	200	1,45	6,0	6,0	2,0	80
22	1,05	7,1F	5,9F	300	200	1,4	6,2	5,8	2,2	80
23	1,1	7,2F	5,8F	300	200	1,35	6,4	5,6	2,4	80
24	1,15	7,3F	5,7F	300	200	1,3	6,6	5,4	2,6	80
25	1,2	7,4F	5,6F	300	200	1,25	6,8	5,2	2,8	80
26	1,25	7,5F	5,5F	300	200	1,2	7,0	5,0	3,0	80
27	1,3	7,6F	5,4F	300	200	1,15	7,2	4,8	2,8	80
28	1,35	7,7F	5,3F	300	200	1,1	7,4	4,6	2,6	80
29	1,4	7,8F	5,2F	300	200	1,05	7,6	4,4	2,4	80
30	1,45	7,9F	5,1F	300	200	1,0	7,8	4,2	2,2	80

ЗРАЗОК ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

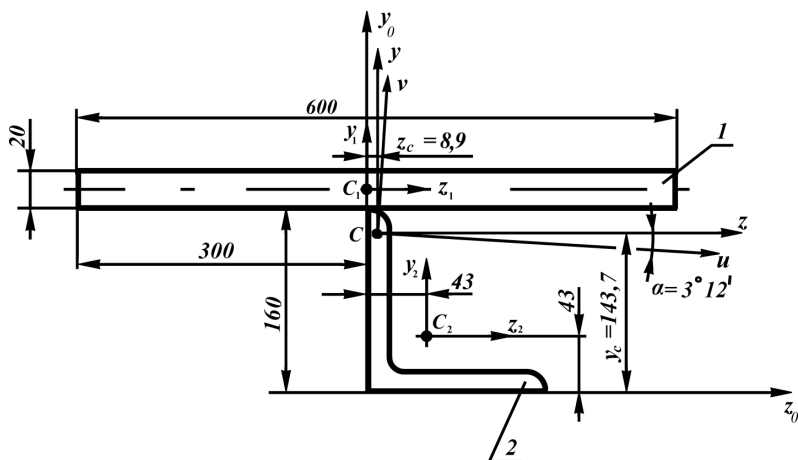
Задача 1. Визначення геометричних характеристик плоского перерізу

Для заданого бруса, який складається з полоси та прокатного профілю, визначити положення головних центральних осей та головні моменти інерції плоского поперечного перерізу. Накреслити переріз у масштабі 1:5, показати основні розміри його елементів та зобразити положення власних центральних осей елементів, а також положення початкових, центральних і головних осей перерізу.

Рішення:

1. Виконуємо креслення перерізу.

1.1. Зображуємо у масштабі 1:5 складений переріз (рис. 1.1), розбиваємо на окремі елементи:



1 – полоса з розмірами поперечного перерізу 2×60 см; 2 – кутник рівнобічний № 16 (10), ГОСТ 8509-86

Рис. 1.1. Складений поперечний переріз:

Для зручності креслення виконують на окремому аркуші А4 або на міліметровому папері. Розміри в розрахунках, на відміну від креслення, зазначають в сантиметрах.

- 1.2. Проводимо на кресленні довільні початкові осі z_0, z_0 .
- 1.3. Визначаємо координати центрів ваги елементів в початкових осях y_i, z_i .

1.3.1. Полоса: $z_{01} = 0; y_{01} = 17 \text{ см},$

1.3.2. Кутник: $z_{02} = 4,3 \text{ см}; y_{02} = 4,3 \text{ см}.$

2. Визначаємо геометричні характеристики елементів перерізу.

- 2.1. Визначаємо площі елементів F_i :

2.1.1. Полоса: $F_1 = 2 \cdot 60 = 120 \text{ см}^2.$

2.1.2. Кутник: $F_2 = 31,4 \text{ см}^2$ – за ГОСТ 8509-86.

- 2.2. Визначаємо статичні моменти елементів площі відносно початкових осей

$$S_{y_i} = z_{0i} \cdot F_i, \quad S_{z_i} = y_{0i} \cdot F_i.$$

2.2.1. Полоса: $S_{y_1} = z_{01} \cdot F_1 = 0 \cdot 120 = 0;$

$$S_{z_1} = y_{01} \cdot F_1 = 17 \cdot 120 = 2040 \text{ см}^3.$$

2.2.2. Кутник: $S_{y_2} = z_{02} \cdot F_2 = 4,3 \cdot 31,4 = 135 \text{ см}^3;$

$$S_{z_2} = y_{02} \cdot F_2 = 4,3 \cdot 31,4 = 135 \text{ см}^3.$$

Для обчислення геометричних параметрів елементів можна використовувати табличну форму:

Таблиця 1.1

Номер елемента	Площа $F, \text{ см}^2$	Координати ц. в. в осях y_o і $z_o, \text{ см}$		Статичні моменти S відносно осей y_o і $z_o, \text{ см}^3$	
1	120	0	17	0	2040
2	31,4	4,3	4,3	135,02	135,02
Весь переріз	151,4	—	—	135,02	2175,02

- 2.3. Визначаємо власні моменти інерції елементів.

- 2.3.1. Прямокутник – за таблицями геометричних характеристик фігур:

$$I_{z_1}^{el} = \frac{l \cdot t^3}{12} = \frac{60 \cdot 2^3}{12} = 40,0 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_1}^{el} = \frac{t \cdot l^3}{12} = \frac{2 \cdot 60^3}{12} = 36\,000 \text{ см}^4;$$

$$I_{z_{y_1}}^{el} = 0.$$

2.3.2. Кутник рівнобічний – за таблицями сортаменту (ГОСТ 8509-86):

$$I_{z_2}^{gl} = 774 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_2}^{gl} = 774 \text{ см}^4;$$

$$I_{zy_2}^{gl} = -455 \text{ см}^4.$$

2.4. Визначаємо переносні моменти інерції елементів відносно початкових осей y_o і z_o :

$$I_{z_i}^{nep} = y_{oi}^2 \cdot F_i, \quad I_{y_i}^{nep} = z_{oi}^2 \cdot F_i, \quad I_{zy_i}^{nep} = y_{oi} \cdot z_{oi} \cdot F_i.$$

2.4.1. Полоса:

$$I_{z_1}^{nep} = y_{o1}^2 \cdot F_1 = 17^2 \cdot 120 = 34680 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_1}^{nep} = z_{o1}^2 \cdot F_1 = 0^2 \cdot 120 = 0;$$

$$I_{zy_1}^{nep} = y_{o1} \cdot z_{o1} \cdot F_1 = 17 \cdot 0 \cdot 120 = 0.$$

2.4.2. Кутник:

$$I_{z_2}^{nep} = y_{o2}^2 \cdot F_2 = 4,3^2 \cdot 31,4 = 581 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_2}^{nep} = z_{o2}^2 \cdot F_2 = 4,3^2 \cdot 31,4 = 581 \text{ см}^4;$$

$$I_{zy_2}^{nep} = y_{o2} \cdot z_{o2} \cdot F_2 = 4,3 \cdot 4,3 \cdot 31,4 = 581 \text{ см}^4.$$

3. Визначаємо геометричні характеристики для всього перерізу.

3.1. Визначаємо площу перерізу

$$F = \sum F_i = 120 + 31,4 = 151,4 \text{ см}^2.$$

3.2. Визначаємо координати центра ваги перерізу в початкових осях, користуючись даними табл. 1.1:

$$y_c = \frac{S_{zo}}{F} = \frac{2175}{151,4} = 14,37 \text{ см};$$

$$z_c = \frac{S_{yo}}{F} = \frac{135}{151,4} = 0,89 \text{ см}.$$

3.3. Покажемо на рис. 1 положення центра ваги і проведемо центральні осі y і z , паралельно до початкових y_o і z_o .

3.4. Визначаємо координати центрів ваги елементів у центральних осях:

$$\begin{aligned} \text{полоса: } z_1 &= -z_c = -0,89 \text{ см,} \\ y_1 &= y_{01} - y_c = 17 - 14,37 = 2,63 \text{ см;} \\ \text{кутник: } z_2 &= z_{02} - z_c = 4,3 - 0,89 = 3,41 \text{ см,} \\ y_2 &= y_{02} - y_c = 4,3 - 14,37 = -10,07 \text{ см.} \end{aligned}$$

3.5. Визначаємо моменти інерції перерізу відносно початкових осей y_o і z_o :

$$\begin{aligned} I_{z'} &= \sum I_{z_i}^{gl} + \sum I_{z_i}^{nep} = 40 + 774 + 34680 + 581 = 36075 \text{ см}^4, \\ I_{y'} &= \sum I_{y_i}^{gl} + \sum I_{y_i}^{nep} = 36000 + 774 + 0 + 581 = 37355 \text{ см}^4, \\ I_{z'y'} &= \sum I_{zy_i}^{gl} + \sum I_{zy_i}^{nep} = 0 + (-455) + 0 + 581 = 126 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

3.6. Визначаємо центральні моменти інерції перерізу відносно центральних осей y і z :

$$\begin{aligned} I_z &= I_{z'} - y_c^2 \cdot F = 36075 - 14,37^2 \cdot 151,4 = 4811 \text{ см}^4, \\ I_y &= I_{y'} - z_c^2 \cdot F = 37355 - 0,89^2 \cdot 151,4 = 37235 \text{ см}^4, \\ I_{zy} &= I_{z'y'} - z_c \cdot y_c \cdot F = 126 - 0,9 \cdot 14,37 \cdot 151,4 = -1832 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

Моменти інерції складеного перерізу відносно центральних осей також можна обчислити, користуючись табличною формою (табл. 1.2).

Так як розрахунки вели з точністю до 3 знакових цифр, то похибка у третьому знаку є цілком прийнятною.

4. Визначаємо геометричні характеристики перерізу відносно головних центральних осей.

4.1. Визначаємо кут повороту головних осей u і v відносно центральних z і y :

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2I_{zy}}{I_y - I_z} = \frac{-2 \cdot 1814}{37234 - 4828} = -0,112.$$

За таблицею tg кута в градусах маємо $2\alpha = -6^\circ 24'$, тоді $\alpha = -3^\circ 12'$.

4.2. Показуємо положення головних центральних осей на рис. 1.1. Так як $\alpha < 0$, то його відкладаємо від осі z за годинниковою стрілкою (див. рис. 1.1). Оскільки $I_{zy} < 0$, то вісь v , відносно якої маємо максимальний момент інерції, проходить через I і III квадрати, а вісь u відповідно перпендикулярна до неї відносно центральних осей y і z .

Таблиця 1.2

№ елемента	Площа	Координати ц.в. в центральных осях		Власні моменти інерції елементів			Переносні моменти інерції відносно центральных осей			Моменти інерції відносно центральных осей		
		z_i, cm	y_i, cm	$I_{z_i}^{el}, \text{cm}^4$	$I_{y_i}^{el}, \text{cm}^4$	$I_{xy_i}^{el}, \text{cm}^4$	$F_i z_i^2, \text{cm}^4$	$F_i y_i^2, \text{cm}^4$	$F_i z_i y_i, \text{cm}^4$	$I_{z_i} = I_{z_i}^{el} + F_i z_i^2, \text{cm}^4$	$I_{y_i} = I_{y_i}^{el} + F_i y_i^2, \text{cm}^4$	$I_{xy_i} = I_{xy_i}^{el} + F_i z_i y_i, \text{cm}^4$
1	120	-0,89	2,63	40	36000	0	97	811	-281	851	36097	-281
2	31,4	3,41	-10,07	774	774	-455	363	3203	-1078	3977	1137	-1533
Всё переріз	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4828	37234	-1814

4.3. Визначаємо головні центральні моменти інерції перерізу

$$I_{\min}^{\max} = I_u^v = \frac{I_z + I_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_z - I_y)^2 + 4I_{zy}^2} = \frac{4828 + 37234}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(4828 - 37234)^2 + 4(1814)^2} = (21031 \pm 16304) \text{ см}^4.$$

$$I_{\max} = I_v = 21031 + 16304 = 37335 \text{ см}^4;$$

$$I_{\min} = I_u = 21031 - 16304 = 4727 \text{ см}^4.$$

Перевірка:

Величини моментів відносно центральних осей повинні задовольняти умові

$$I_z + I_y = I_v + I_u.$$

$$(4828 + 37234) \text{ см}^4 = (37335 + 4727) \text{ см}^4;$$

$$42062 \text{ см}^4 = 42062 \text{ см}^4.$$

Отже, головні моменти інерції складеного перерізу обчислені правильно.

4.4. Визначаємо за кресленням відстань від осей до найвіддаленіших крайніх точок перерізу $u_{\max}$ і $v_{\max}$:

$$u_{\max} = 63 \text{ см}, \quad v_{\max} = 33 \text{ см}.$$

4.5. Визначаємо головні моменти опору перерізу:

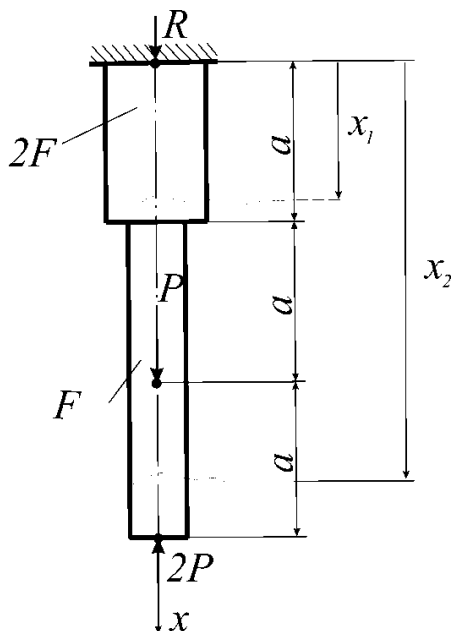
$$W_u = \frac{I_u}{v_{\max}} = \frac{4727}{33} = 143 \text{ см}, \quad W_v = \frac{I_v}{u_{\max}} = \frac{37335}{63} = 593 \text{ см}.$$

4.6. Визначаємо головні радіуси інерції перерізу:

$$i_u = \sqrt{\frac{I_u}{F}} = \sqrt{\frac{4727}{151,4}} = 5,59 \text{ см}, \quad i_v = \sqrt{\frac{I_v}{F}} = \sqrt{\frac{37335}{151,4}} = 15,7 \text{ см}.$$

Задача 2. Розрахунок східчастого стержня при розтяганні-стисканні

Заданий сталевий східчастий стержень знаходиться під дією тільки зосереджених осьових зовнішніх сил. Визначити в перерізах стержня поздовжні зусилля N , нормальні напруження σ і осьові переміщення u та побудувати відповідні епюри.



Вихідні дані:

$P = 20 \text{ кН},$
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа},$
 $a = 1 \text{ м},$
 $F = 10^{-3} \text{ м}^2.$

Рис. 2.1. Східчастий стержень

Рішення:

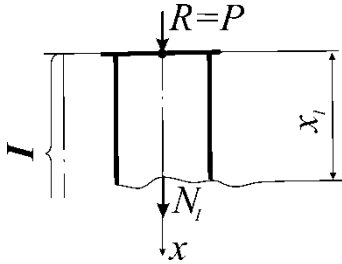
1. Визначаємо поздовжні зусилля N в поперечних перерізах стержня

1.1. Визначаємо реакцію R в закріпленні стержня (рис. 2.1) із умови рівноваги $\sum P_x = 0$.

$$R + P - 2P = 0, \Rightarrow R = P, R = 20 \text{ кН}.$$

1.2. Для побудови епюри N визначимо поздовжню силу в перерізах на окремих ділянках, де вона залишається сталою.

Ділянка I ($0 \leq x_1 < 2a$).



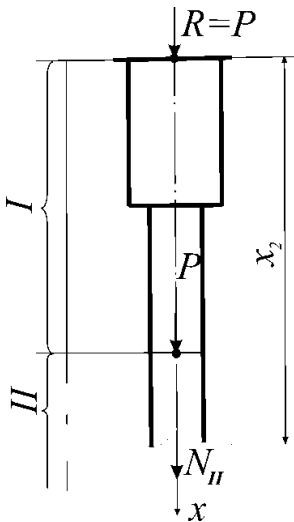
Запишемо умову рівноваги за силами $\sum P_x = 0$:

$$R + N_I = 0;$$

звідки $N_I = -R = -P$ (стискуюча сила);

$$N_I = -20 \text{ кН.}$$

Ділянка II ($2a \leq x_2 < 3a$).



Запишемо умову рівноваги за силами $\sum P_x = 0$:

$$R + P + N_{II} = 0;$$

звідки $N_{II} = -R - P = -P - P = -2P$ (стискуюча сила);

$$N_{II} = -2 \cdot 20 = -40 \text{ кН.}$$

2. Визначаємо нормальні напруження σ в поперечних перерізах стержня

Ділянка I ($0 \leq x < a$):

$$\sigma_I^I = \frac{N_I}{F_I} = \frac{-P}{2F} = -\frac{1}{2} \frac{P}{F}, \quad \sigma_I^I = -\frac{20}{2 \cdot 10^{-3}} = -10 \text{ МПа;}$$

($a \leq x < 2a$):

$$\sigma_I^{II} = \frac{N_I}{F_I} = \frac{-P}{F} = -\frac{P}{F}, \quad \sigma_I^{II} = -\frac{20}{10^{-3}} = -20 \text{ МПа.}$$

Ділянка II ($2a \leq x < 3a$):

$$\sigma_{II} = \frac{N_{II}}{F_{II}} = \frac{-2P}{F} = -2 \frac{P}{F}, \quad \sigma_{II} = -\frac{2 \cdot 20}{10^{-3}} = -40 \text{ МПа.}$$

3. Визначаємо осьові переміщення u поперечних перерізів

Ділянка I ($0 \leq x < a$):

$$u_I' = \int_0^x \frac{N_I}{EF_I'} dx = -\frac{P}{E \cdot 2F} \int_0^x dx = -\frac{1}{2} \frac{P}{EF} x \int_0^x = -\frac{1}{2} \frac{Px}{EF}.$$

При $x = 0$ $u_I' = 0$.

$$\text{При } x = a \quad u_{Iк}' = -\frac{1}{2} \frac{Pa}{EF} = -\frac{20 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3}} = -5 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

($a < x \leq 2a$):

$$\begin{aligned} u_I'' = u_{Iк}' + \int_a^x \frac{N_I}{EF_I''} dx &= u_{Iк}' - \frac{P}{EF} \int_a^x dx = -\frac{1}{2} \frac{Pa}{EF} - \frac{P(x-a)}{EF} = \\ &= \frac{-P \left[\frac{a}{2} + (x-a) \right]}{EF} \end{aligned}$$

$$\text{При } x = a \quad u_I'' = u_{Iк}'' = -\frac{1}{2} \frac{Pa}{EF} = -5 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

При $x = 2a$

$$\begin{aligned} u_{Iк}'' = u_{Iк}' - \frac{Pa}{EF} &= -\frac{1}{2} \frac{Pa}{EF} - \frac{Pa}{EF} = -\frac{3}{2} \frac{Pa}{EF} = \\ &= -\frac{3 \cdot 20 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3}} = -15 \cdot 10^{-5} \text{ м.} \end{aligned}$$

Ділянка II ($2a \leq x \leq 3a$):

$$\begin{aligned} u_{II} = u_{Iк}'' + \int_{2a}^x \frac{N_{II}}{EF_{II}} dx &= -\frac{3}{2} \frac{Pa}{EF} - \frac{2P(x-2a)}{EF} = \\ &= -\frac{P}{EF} \left[\frac{3a}{2} - 2(x-2a) \right] \end{aligned}$$

$$\text{При } x = 2a \quad u_{II} = u_{Iк}'' = -\frac{3}{2} \frac{Pa}{EF} = -15 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

При $x = 3a$

$$u_{лк} = u_{лк}'' - \frac{2Pa}{EF} = -\frac{3}{2} \frac{Pa}{EF} - 2 \frac{Pa}{EF} = -3 \frac{1}{2} \frac{Pa}{EF} =$$

$$= -3 \frac{1}{2} \frac{Pa}{EF} = -\frac{-7 \cdot 20 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3}} = -35 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

Переміщення на всіх ділянках від'ємні, що вказує на вкорочування стержня.

4. Побудова епюр поздовжніх зусиль N , нормальних напружень σ і осьових переміщень u :

Графік розподілу внутрішніх зусиль, напружень або деформацій по довжині бруса називають **епюрою**.

- Епюру будують від нульової лінії, або **бази**, яка паралельна до осі стержня;
- Перпендикулярно до бази відкладають у вибраному масштабі числові значення (ординати епюри);
- Епюру штрихують лініями, перпендикулярними до бази.
- В полі епюри в кружку ставлять відповідний ординаті знак.

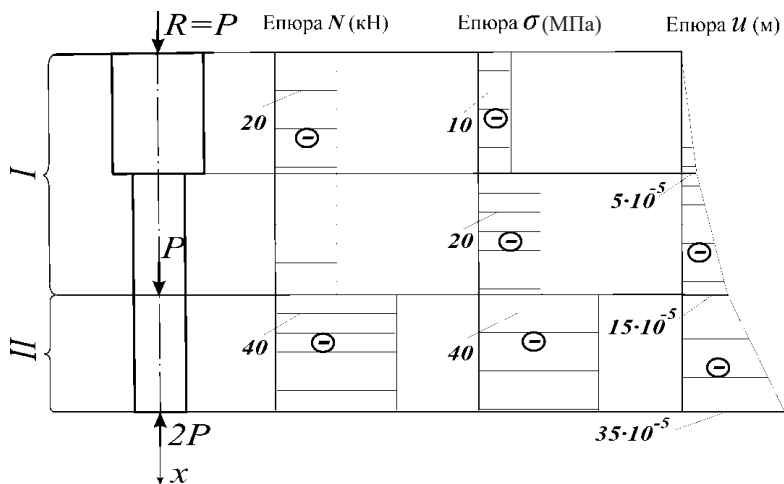


Рис. 2.2. Епюри N , σ і u східчастого стержня

Задача 3. Розрахунок статично невизначної стержневої системи при розтяганні

Абсолютно жорсткий невагомий брус, що опирається на шарнірну нерухому опору і з'єднаний шарнірами з двома стержнями із пластичної сталі, знаходиться під дією сили P . При заданих геометричних параметрах вказаної системи необхідно визначити:

- 1) зусилля і напруження в стержнях, як функції від сили P ;
- 2) допустиме навантаження P_d за умови, коли найбільше напруження стержня дорівнює допустимому $[\sigma]$;
- 3) граничне навантаження P_r і допустиме граничне навантаження $P_{гд}$ при заданих величинах границі плинності матеріалу стержнів σ_T і коефіцієнта запасу несівної здатності $k_{нз}$.

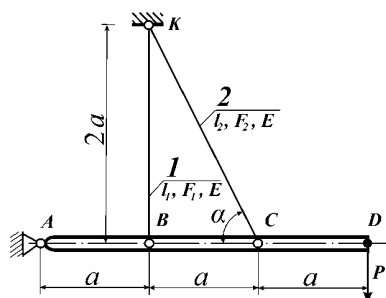


Рис. 3.1. Статично невизначна стержнева система

Вихідні дані:

$A = 1,2 \text{ м}, \quad E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа},$
 $F_1 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2, \quad \sigma_T = 240 \text{ МПа},$
 $F_2 = 8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2, \quad [\sigma] = 160 \text{ МПа},$
 $k_{нз} = 1,5.$

Рішення:

1. Визначення зусиль і напружень в стержнях.

Відсікаємо стержні, вводимо поки що невідомі осеві сили стержнів N_1 і N_2 , показуємо реакції R_A і H_A в шарнірній опорі (рис. 3.2).

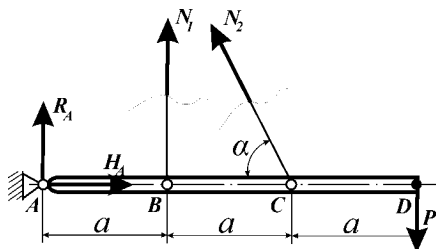


Рис. 3.2. Статичний аспект задачі

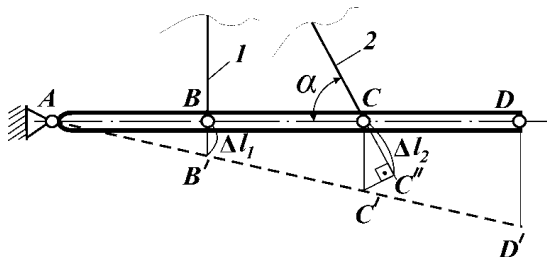


Рис. 3.3. Геометричний аспект задачі

Для плоскої системи сил маємо чотири невідомі величини R_A , H_A , N_1 і N_2 . Так як для такої системи можемо скласти тільки три рівняння рівноваги (два по силам і одне по моментам), то задача з визначення невідомих зусиль є один раз статично невизначною. Її вирішення вимагає складання одного додаткового рівняння сумісності деформацій стержнів 1 і 2.

Враховуючи, що реактивні сили R_A і H_A нас не цікавлять, то з трьох рівнянь рівноваги складемо тільки одне рівняння рівноваги за моментами відносно точки А (див. рис. 3.2), в яке, очевидно, не увійдуть R_A і H_A :

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0, \quad N_1 \cdot a + N_2 \cdot 2 \cdot a \cdot \sin \alpha - P \cdot 3a = 0, \\ \text{або} \quad N_1 + 2 \cdot \sin \alpha \cdot N_2 = 3P. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Додаткове рівняння сумісності деформацій стержнів 1 і 2 складемо на основі геометричного аналізу задачі (див. рис. 3.3). Абсолютні подовження стержнів Δl_1 і Δl_2 отримаємо при переміщенні жорсткого бруса в положення AD' . Зв'язок між Δl_1 і Δl_2 знайдемо із геометричних міркувань.

Із подібності трикутників ABB' і ACC' маємо

$$\frac{BB'}{AB} = \frac{CC'}{AC}, \quad (3.2)$$

де

$$BB' = \Delta l_1.$$

У прямокутному трикутнику $CC'C''$ відрізок CC' є діагоналлю, яка визначається як

$$CC' = \frac{CC''}{\sin \alpha} = \frac{\Delta l_2}{\sin \alpha}.$$

Тоді умова сумісності деформування (3.2) приймає вигляд

$$\frac{\Delta l_1}{a} = \frac{\Delta l_2}{2a \sin \alpha},$$

звідки маємо

$$\Delta l_1 = \frac{\Delta l_2}{2 \sin \alpha}. \quad (3.3)$$

Враховуючи, що за законом Гука $\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EF_1}$, $\Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EF_2}$,

умову сумісності деформування (3.3) можемо записати у вигляді

$$\frac{N_1 l_1}{EF_1} = \frac{N_2 l_2}{EF_2} \frac{1}{2 \sin \alpha},$$

звідки

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{F_1 l_2}{F_2 l_1} \frac{1}{2 \sin \alpha} N_2, \\ N_2 &= 2 \sin \alpha \frac{F_2 l_1}{F_1 l_2} N_1. \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Підставляючи по чергово другу і першу залежності (4) в рівняння рівноваги (1), матимемо

$$N_1 + 2 \sin \alpha \cdot 2 \sin \alpha \frac{F_2 l_1}{F_1 l_2} N_1 = 3P,$$

$$\frac{F_1 l_2}{F_2 l_1} \frac{1}{2 \sin \alpha} N_2 + 2 \sin \alpha N_2 = 3P,$$

звідки

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{3P}{1 + 4 \sin^2 \alpha \frac{F_2 l_1}{F_1 l_2}}, \\ N_2 &= \frac{3P}{2 \sin \alpha + \frac{1}{2 \sin \alpha} \frac{F_1 l_2}{F_2 l_1}}. \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

Із прямокутного трикутника BKC отримаємо:

$$l_2 = KC = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = 2,236a,$$

$$\sin \alpha = \frac{BK}{KC} = \frac{2a}{2,236a} = 0,894 .$$

Тоді за формулами (4) матимемо:

$$N_1 = \frac{3}{1 + 4 \cdot 0,894^2 \frac{8 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-4}} \frac{2 \cdot 1,2}{2,236 \cdot 1,2}} P = 0,623P ,$$

$$N_2 = \frac{3}{2 \cdot 0,894 + \frac{1}{2 \cdot 0,894} \frac{6 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot 10^{-4}} \frac{2,236 \cdot 1,2}{2 \cdot 1,2}} P = 1,329P .$$

Правильність визначення N_1 і N_2 перевіряємо підстановкою їх значень в рівняння рівноваги (3.1):

$$0,623P + 2 \cdot 0,894 \cdot 1,329P = 3P ;$$

$$2,999P \approx 3P .$$

Висновок: осьові сили N_1 і N_2 визначені правильно.

Тоді напруження в стержнях 1 і 2 будуть такими:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{0,623P}{F_1} = 0,623 \frac{P}{6 \cdot 10^{-4}} = 1038 \text{ } P ,$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = \frac{1,329P}{F_2} = 1,329 \frac{P}{8 \cdot 10^{-4}} = 1661 \text{ } P .$$

2. Визначення допустимого навантаження P_d

Із аналізу величин σ_1 і σ_2 бачимо, що максимальним напруженням стержня є

$$\sigma_2 = 1661 \text{ } P .$$

Допустиме навантаження P_d знаходимо із умови

$$\sigma_2 = [\sigma] \quad \text{або} \quad 1661 \text{ } P_d = 160 ,$$

звідки
$$P_d = \frac{160 \cdot 10^3}{1661} = 96,3 \text{ кН} .$$

3. Визначення граничного навантаження P_r і допустимого граничного навантаження $P_{дг}$

Граничне навантаження P_r визначаємо із рівняння рівноваги (3.1), де необхідно покласти напруження в стержнях, рівними границі плинності σ_r . Тоді матимемо

$$N_1 = \sigma_1 \cdot F_1 = \sigma_r \cdot F_1 \quad \text{і} \quad N_2 = \sigma_2 \cdot F_2 = \sigma_r \cdot F_2,$$

а рівняння (3.1) прийме вигляд

$$\sigma_r \cdot F_1 + 2 \sin \alpha \cdot \sigma_r \cdot F_2 = 3P_r,$$

звідки

$$P_r = \frac{\sigma_r \cdot F_1 + 2 \sin \alpha \cdot \sigma_r \cdot F_2}{3} =$$

$$= \frac{240 \cdot 6 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 0,894 \cdot 240 \cdot 8 \cdot 10^{-4}}{3} = 162,4 \text{ кН}.$$

Допустиме граничне навантаження $P_{дг}$ визначаємо за формулою

$$P_{дг} = \frac{P_r}{k_{нз}} = \frac{162,4}{1,5} = 108,3 \text{ кН}.$$

Порівнюючи P_d і $P_{дг}$, бачимо, що

$$(P_d = 96,3) < (P_{дг} = 108,3),$$

$$\frac{P_{дг} - P_d}{P_d} \cdot 100\% = \frac{108,3 - 96,3}{96,3} \cdot 100\% = 12,5\%.$$

Таким чином, розрахунок навантаження стержневої системи за граничним станом дозволяє підвищити її вантажопідйомність більше як на 12%.

4. Визначення додаткових сил від дії температури.

Якщо на стержень подіяти температурою, виникнуть додаткові зміни довжини Δl_t . З іншого боку виникне реакція системи і сила в стержні δN_2 , яка буде змушувати його повернутися на місце. Таким чином остаточне зміщення Δl_2 у формулі 3.3 буде складатися з двох – від температури і сили δN_2 :

$$\Delta l_2 = \Delta l_t - \Delta l_{\delta N},$$

де

$$\Delta l_t = \alpha \cdot l_2 \cdot \Delta t; \quad \Delta l_{\delta N} = \frac{\delta N_2 \cdot l_2}{EF_2},$$

отже

$$\frac{\delta N_1 \cdot l_1}{EF_1} = \frac{\alpha \cdot l_2 \cdot \Delta t - \frac{\delta N_2 \cdot l_2}{EF_2}}{2 \sin \alpha}.$$

Одночасно з формул (3.1) виключаємо силу, так як нам необхідно знайти тільки температурні напруження, без врахування зовнішнього навантаження:

$$\Sigma M_A = 0: \delta N_1 \cdot a + \delta N_2 \cdot 2a \cdot \sin \alpha = 0 \Rightarrow \delta N_1 = -\delta N_2 \cdot 2 \sin \alpha.$$

Задача 4. Розрахунок круглого вала на міцність і жорсткість при крученні

На сталевому круглому валі сталого перерізу розташовані ведучий шків, який передає крутний момент M_0 , та три ведені, що передають відповідно крутні моменти M_1 , M_2 і M_3 . Маючи на увазі, що шківові моменти задовольняють умові рівноваги, необхідно:

- 1) визначити в перерізах вала крутні моменти та побудувати епюру;
- 2) визначити діаметр вала із умов міцності і жорсткості;
- 3) визначити кути закручування перерізів та побудувати епюру;
- 4) встановити положення небезпечного перерізу і побудувати в ньому епюру дотичних напружень.

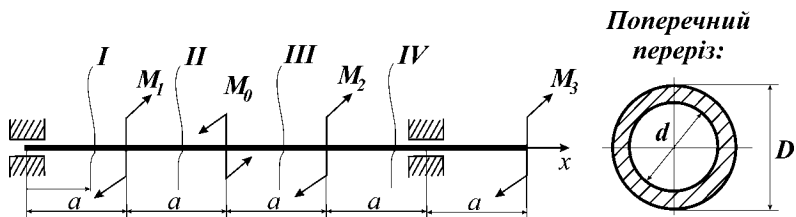


Рис. 4.1. Заданий вал з трубчатим перерізом

Вихідні дані:

$$a = 1,2 \text{ м}, \quad M_1 = 2 \text{ кНм}, \quad M_2 = 4 \text{ кНм}, \quad M_3 = 6 \text{ кНм}, \\ G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}, \quad [\tau] = 60 \text{ МПа}, \quad [\theta] = 5 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м}, \quad \alpha = d/D = 0,95$$

Рішення:

1. Визначення крутних моментів на ділянках вала

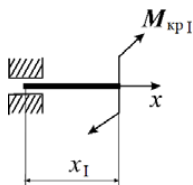
Визначаємо момент M_0 із умови рівноваги відповідно до схеми рис. 4.1, приймаючи додатними моменти, які діють за напрямком руху годинникової стрілки:

$$\sum M_x = 0, \quad M_1 - M_0 + M_2 + M_3 = 0.$$

Звідки $M_0 = M_1 + M_2 + M_3 = 2 + 4 + 6 = 12 \text{ кНм}.$

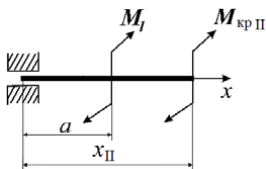
Поділяємо вал на ділянки I–IV (див. рис. 4.1), в межах яких крутний момент зберігає стале значення, і, користуючись методом перерізів, визначаємо крутні моменти:

Ділянка I ($0 \leq x < a$):



$M_{kpI} = 0$ – із умови рівноваги для лівої відтятої частини.

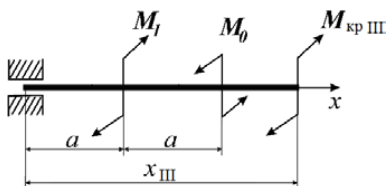
Ділянка II ($a \leq x < 2a$):



Умова рівноваги для лівої частини вала $\sum M_x = 0$, $M_1 + M_{kpII} = 0$.

Звідки $M_{kpII} = -M_1 = -2 \text{ кНм}.$

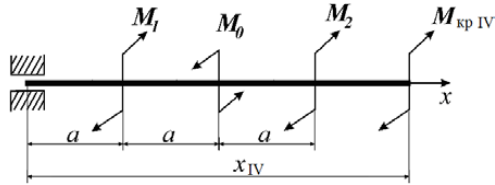
Ділянка III ($2a \leq x \leq 3a$):



Умова рівноваги для лівої частини вала $\sum M_x = 0$,
 $M_1 - M_0 + M_{\text{крIII}} = 0$.

Звідки $M_{\text{крIII}} = M_0 - M_1 = 12 - 2 = 10$ кНм.

Ділянка IV ($3a \leq x \leq 5a$):



Умова рівноваги для лівої частини вала $\sum M_x = 0$,
 $M_1 - M_0 + M_2 + M_{\text{крIV}} = 0$.

Звідки $M_{\text{крIV}} = -M_1 + M_0 - M_2 = -2 + 12 - 4 = 6$ кНм.

За даними розрахунків будемо епюру крутного моменту на ділянках вала (рис. 4.2).

2. Визначення діаметра вала D із умов міцності і жорсткості

Визначаємо діаметр вала D із умови міцності $\tau_{\text{max}} \leq [\tau]$, яка дає змогу записати таку розрахункову формулу:

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16M_{\text{кр}}^{\text{max}}}{\pi[\tau](1-\alpha^4)}}.$$

Із епюри крутного моменту (див. рис. 4.2) маємо $M_{\text{кр}}^{\text{max}} = 10$ кНм.

Тоді
$$D = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 60(1-0,95^4)}} = 0,166 \text{ м.}$$

Визначаємо діаметр вала D із умови жорсткості $\theta_{\text{max}} \leq [\theta]$, звідки маємо розрахункову формулу:

$$D \geq \sqrt[4]{\frac{32M_{\text{кр}}^{\text{max}}}{G\pi[\theta](1-\alpha^4)}}.$$

Тоді

$$D = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 10^4 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 10^{-3}(1-0,95^4)}} = 0,193 \text{ м.}$$

Приймаємо більшу величину діаметра, отриману з двох умов:

$$D = 0,193 \text{ м.}$$

3. Визначення кутів закручування на ділянках вала

Кут закручування ϕ в перерізі вала x визначається за формулою

$$\phi = \int_0^x \frac{M_{кр}(x)}{GI_p} dx,$$

де полярний момент інерції I_p розрахуємо як

$$I_p = \frac{\pi D^4}{32} (1 - \alpha^4) = \frac{3,14 \cdot 0,193^4}{32} (1 - 0,95^4) = 2,525 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4.$$

Ділянка I ($0 \leq x \leq a$): $\phi_I = 0$, так як $M_{крI} = 0$.

Ділянка II ($a \leq x \leq 2a$):

$$\phi_{II} = \phi_{Ik} + \int_a^x \frac{M_{крII}}{GI_p} dx = 0 + \frac{M_{крII}(x-a)}{GI_p} = \frac{M_{крII}(x-a)}{GI_p}.$$

При $x = a$ $\phi_{II} = 0$.

$$\text{При } x = 2a \text{ } \phi_{Ik} = \frac{M_{крII} \cdot a}{GI_p} = -\frac{2 \cdot 10^3 \cdot 1,2}{8 \cdot 10^{10} \cdot 2,525 \cdot 10^{-5}} = -1,188 \cdot 10^{-3} \text{ рад.}$$

Ділянка III ($2a \leq x \leq 3a$):

$$\phi_{III} = \phi_{Ik} + \int_{2a}^x \frac{M_{крIII}}{GI_p} dx = \phi_{Ik} + \frac{M_{крIII}(x-2a)}{GI_p}.$$

При $x = 2a$ $\phi_{III} = \phi_{Ik} = -1,188 \cdot 10^{-3}$ рад.

$$\begin{aligned} \text{При } x = 3a \text{ } \phi_{IIIk} &= \phi_{Ik} + \frac{M_{крIII} \cdot a}{GI_p} = -1,188 \cdot 10^{-3} + \\ &+ \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 1,2}{8 \cdot 10^{10} \cdot 2,525 \cdot 10^{-5}} = 4,753 \cdot 10^{-3} \text{ рад.} \end{aligned}$$

Ділянка IV ($3a \leq x \leq 5a$):

$$\phi_{IV} = \phi_{IIIk} + \int_{3a}^x \frac{M_{крIV}}{GI_p} dx = \phi_{IIIk} + \frac{M_{крIV}(x-3a)}{GI_p}.$$

При $x = 3a$ $\phi_{IV} = \phi_{IIIk} = 4,753 \cdot 10^{-3}$ рад.

$$\begin{aligned} \text{При } x = 5a \quad \phi_{IV} &= \phi_{IIIк} + \frac{M_{крIV} \cdot 2a}{GI_p} = 4,753 \cdot 10^{-3} + \\ &+ \frac{6 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 1,2}{8 \cdot 10^{10} \cdot 2,525 \cdot 10^{-5}} = 11,88 \cdot 10^{-3} \text{ рад.} \end{aligned}$$

За даними розрахунків будуємо епюру кута закручування на ділянках вала (див. рис. 4.2).

Із рис. 4.2 видно, що крутний момент на окремих ділянках є сталим, а кут закручування ϕ змінюється за лінійним законом.

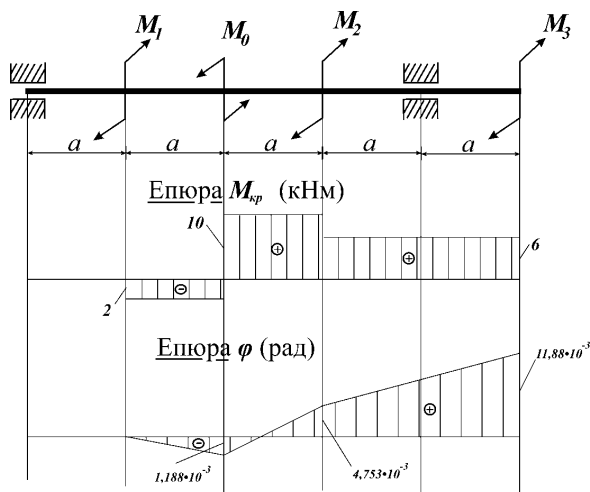


Рис. 4.2. Епюри крутних моментів $M_{кр}$ і кута закручування ϕ

4. Побудова епюри дотичних напружень в небезпечному перерізі

Згідно епюри $M_{кр}$ небезпечні перерізи розташовані на III ділянці вала, де $M_{кр} = M_{кр}^{\max} = 10$ кНм.

Дотичні напруження τ змінюються за лінійним законом в напрямку радіуса-вектора ρ кругового перерізу і приймають максимальні значення в точках $\rho = D / 2$:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр}^{\max}}{W_p},$$

де полярний момент опору W_p обчислюємо як

$$W_p = \frac{I_p}{\frac{D}{2}} = \frac{2 \cdot 2,525 \cdot 10^{-5}}{0,193} = 2,617 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3.$$

Тоді

$$\tau_{\max} = \frac{10 \cdot 10^3}{2,617 \cdot 10^{-4}} = 38,2 \text{ МПа}.$$

Користуючись даними розрахунку і лінійним законом розподілу будуємо епюру дотичних напружень τ в перерізах III ділянки вала по вертикальній і горизонтальній лініям (рис. 4.3).

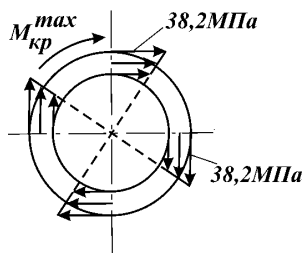


Рис. 4.3. Епюра дотичних напружень τ при крученні вала трубчатого перерізу

ПИТАННЯ ДО ЗАХИСТУ РОБІТ

Задача 1

1. Пояснити, як практично визначають положення центра ваги площі.

2. Дати означення статичного моменту площі, записати загальну формулу для обчислення його величини і вказати розмірність.

3. Дати означення осевого і відцентрового моментів інерції площі, записати загальні формули для їх визначення і вказати розмірність.

4. Навести формули для обчислення величин осевих і відцентрового моментів інерції відносно паралельних осей і пояснити, як ними користуватись.

5. Навести формули для обчислення величин осевих і відцентрового моментів інерції при повороті осей і пояснити, як ними користуватись.

6. Дати означення центрального моменту інерції площі і головного моменту інерції.

7. Записати і пояснити умову, якій задовольняють осеві моменти інерції відносно кожної пари взаємно перпендикулярних осей при повороті.

8. Викласти загальну процедуру визначення головних моментів інерції складеного із простих елементів-фігур плоского перерізу.

Задача 2

1. Записати і пояснити умову, з якої визначають реактивну силу стержня.

2. Пояснити суть методу, який використовується для визначення поздовжніх осевих зусиль в поперечних перерізах стержня.

3. Записати формулу для визначення нормальних напружень в поперечному перерізі стержня при розтяганні (стисканні), вказати розмірність величин і пояснити, як практично нею користуватись.

4. Дати означення модуля пружності при розтягуванні (стисканні), вказати його розмірність та позначення.

5. Пояснити, як практично визначають модуль пружності матеріалу при розтягуванні.

6. Пояснити суть закону Гука при розтяганні, записати його формулу через подовження і осьову силу стержня та вказати розмірність всіх величин.

7. Записати і пояснити закон Гука при розтяганні (стисканні) через напруження і деформацію та вказати розмірність всіх величин.

8. Навести формулу для визначення лінійного переміщення вздовж осі стержня, вказати розмірність всіх величин і пояснити, як нею користуватись.

Задача 3

1. Пояснити, які стержневі системи називають статично невизначними і як розкривають їх статичну невизначність.

2. На прикладі заданої системи пояснити, що являє собою умова сумісності деформування стержнів.

3. Записати в загальному вигляді умову рівноваги за моментами стержневої системи відносно шарнірної опори.

4. Записати формулу, за якою визначають абсолютну зміну довжини стержня, пояснити всі величини і вказати їх розмірність.

5. Записати формулу для визначення нормальних напружень стержня, пояснити всі величини і вказати їх розмірність.

6. Пояснити, яке навантаження називають допустимим і записати умову, за якою його визначають.

7. Описати умови, за яких визначається граничне навантаження стержневої системи.

8. Записати формулу, за якою визначають допустиме граничне навантаження, пояснити величини і вказати їх розмірність.

Задача 4

1. Пояснити, як користуючись методом перерізів визначають крутний момент в заданому поперечному перерізі вала.

2. Дати означення модуля пружності при зсуві, вказати його розмірність та позначення.

3. Пояснити як практично визначають модуль пружності матеріалу при зсуві.

4. Записати умови міцності і жорсткості при крученні і пояснити величини, які до них входять.

5. Пояснити, що називають полярним моментом інерції площі кругового перерізу і моментом опору та виписати відповідні формули для їх визначення у випадку суцільного і трубчатого типу перерізів.

6. Записати загальну формулу для визначення кута закручування в заданому перерізі вала, пояснити всі величини і вказати їх розмірність.

7. Записати формулу для визначення максимального дотичного напруження при крученні, пояснити всі величини і вказати їх розмірність.

8. Показати характер розподілу в поперечному перерізі дотичних напружень при крученні круглого вала.

ЕКЗАМЕНАЦІЙНІ ПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ «ОПІР МАТЕРІАЛІВ»

Частина 1

1. Пояснити, що являє собою наука про опір матеріалів. Охарактеризувати поняття міцності, жорсткості і стійкості конструкцій та їх елементів. Описати об'єкти, які вивчаються в опорі матеріалів.

2. Описати основні види деформування стержня та суть пружних і пластичних деформацій. Пояснити, що називають відносною лінійною і кутовою деформаціями в точці тіла.

3. Викласти основні гіпотези науки про опір матеріалів і вказати на їх практичне використання.

4. Пояснити, що називають статичним моментом площі. Показати, як використовують статичний момент для визначення положення центра ваги плоскої фігури.

5. Пояснити, що називають осьовим, полярним і відцентровим моментами інерції площі фігури і вказати на їх властивості. Виписати формули для осьових моментів інерції площі круга і прямокутника відносно центральних осей та полярного моменту інерції круга.

6. Вивести формули для визначення осьових і відцентрових моментів плоских фігур відносно паралельних осей.

7. Вивести залежності між моментами інерції при повороті координатних осей.

8. Пояснити, які осі називають головними осями інерції. Вивести формулу для кута, який характеризує положення головних осей відносно будь-яких центральних, а також формули для визначення головних моментів інерції площі фігури.

9. Описати загальний порядок визначення головних моментів інерції складних перерізів і продемонструвати його на прикладі.

10. Викласти класифікацію зовнішніх сил, які діють на конструкції та їх елементи, і пояснити природу їх виникнення. Пояснити, що являють собою зосереджені сили і моменти та інтенсивності навантаження.

11. Пояснити суть методу перерізів. Показати внутрішні зусилля, які діють в перерізах тіла, вказати їх розмірність та як ці зусилля пов'язані з внутрішніми силами (напруженнями). Пояснити використання методу перерізів для визначення внутрішніх зусиль та вказати на способи подання їх величини для різних перерізів стержня.

12. Описати напружено-деформований стан при розтяганні (стисканні) стержня з викладенням статичного, геометричного і фізичного аспектів. Навести різні форми подання і запису закону Гука.

13. Викласти умови міцності і жорсткості при розтяганні (стисканні) стержня. Описати види розрахунків, які базуються на умові міцності.

14. Описати процедуру випробування матеріалів: випробувальні машини, зразки, методика випробувань. Навести типові діаграми розтягання для сталей, вказати на характерні ділянки і точки.

15. Описати умовну і істинну діаграми розтягання сталей в координатах “напруження-деформація”, вказати на їх характерні ділянки і точки. Дати означення і показати, як визначають величини механічних характеристик матеріалу.

16. Навести характеристики пружності і пластичності при поздовжніх деформаціях матеріалу, їх позначення і розмірність. Показати, як визначають величини цих характеристик.

17. Вивести формулу для визначення роботи при деформації зразка, який розтягується чи стискується.

18. Пояснити механізм утворення деформацій в кристалічному матеріалі на основі сучасних уявлень.

19. Показати на прикладах явище концентрації напружень в тілах при розтяганні-стисканні. Пояснити, що являють собою номінальні напруження, теоретичний та ефективний коефіцієнти концентрації напружень.

20. Охарактеризувати підходи щодо встановлення величини допустимих напружень в розрахунках міцності при розтяганні-стисканні. Пояснити особливості вибору цих напружень для пластичних і крихких матеріалів.

21. Викласти процедуру розрахунку на міцність і жорсткість на прикладі розтягання (стискання) стержня при дії зосереджених сил. Показати побудову епюр осьової сили, напруження і переміщення поперечного перерізу з урахуванням власної ваги стержня.

22. Описати процедуру розрахунку статично невизначних стержневих систем при розтяганні-стисканні. Показати на прикладі складання умов сумісності деформацій стержнів системи.

23. Описати умови, за яких в стержнях має місце зріз, і виписати та пояснити формулу для визначення дотичних напружень при зсуві. Визначити поняття чистого зсуву і виписати закон Гука при такому напруженому стані.

24. Пояснити процедуру і формули розрахунку напружень в болтових і заклепкових з'єднаннях, які працюють на зріз і зминання, навести відповідні умови міцності. Показати, як вирішують задачу проектування таких з'єднань.

25. Пояснити умови виникнення кручення в стержнях (валах). Навести діаграму кручення та розрахункові формули для визначення напружень і кута закручування круглого вала. Показати побудову епюр крутних моментів і кута закручування вала та дотичних напружень в поперечному перерізі.

26. Навести умови міцності і жорсткості при крученні стержнів (валів). Отримати формули для визначення діаметра круглого вала із умов міцності і жорсткості.

27. Дати пояснення повного напруження в точці тіла і його складових. Зобразити компоненти повного напруження на трьох взаємно перпендикулярних площадках. Записати тензор напружень і сформулювати правило знаків для його компонентів.

28. Сформулювати і записати закон парності дотичних напружень та показати, яким умовам він відповідає. Які площадки і напруження є головними?

29. Описати умови, за яких в стержні виникає лінійний напружений стан. Отримати формули для визначення нормальних і дотичних напружень на похилих площадках.

30. Описати умови виникнення плоского напруженого стану в тілах. Вивести формули для нормальних і дотичних напружень в похилих площадках. Визначити положення

площадок, де діють максимальні дотичні напруження, і величину цих напружень.

31. Описати умови виникнення об'ємного напруженого стану. Пояснити, як визначають величини головних напружень та максимальних дотичних напружень, а також положення головних площадок, та площадок, в яких діють максимальні дотичні напруження.

32. Описати деформації, які мають місце при об'ємному напруженому стані. Виписати формули узагальненого закону Гука для ізотропного тіла.

33. Пояснити, що являє собою потенціальна енергія деформації тіла та її складові. Виписати формули для визначення повної, об'ємної та потенціальної енергії форми.

34. Пояснити суть і призначення класичних критеріїв (теорій) міцності. Виписати формули для еквівалентних (зведених) напружень за цими критеріями і пояснити, як їх отримати.

ПИТАННЯ ДЛЯ СКЛАДАННЯ ЗАЛІКУ З ДИСЦИПЛІНИ «ОПІР МАТЕРІАЛІВ»

Частина 1

1. Дати пояснення про деформований стан матеріалу, лінійні і кутові деформації. Назвати основні види деформування стержня.

2. Викласти основні гіпотези про опір матеріалів і пояснити їх суть.

3. Пояснити, що називають статичним моментом площі. Показати, як за допомогою статичного моменту визначають положення центра ваги поперечного перерізу.

4. Виписати формули для визначення осьових, полярних і відцентрових моментів інерції плоских фігур і пояснити, як ними користуватись на практиці.

5. Виписати формули для визначення осьових і відцентрових моментів плоских фігур відносно паралельних осей, залежності між моментами інерції при повороті осей та пояснити, як ними користуватись на практиці.

6. Пояснити, які осі називають головними та як знаходять їх положення і визначають величину головних моментів інерції.

7. Викласти класифікацію зовнішніх сил, які діють на елементи конструкцій і пояснити їх природу.

8. Пояснити метод перерізів. Показати внутрішні силові фактори в перерізі стержня.

9. Виписати формули для визначення напружень і деформацій при розтяганні (стисканні) стержня. Пояснити суть закону Гука при такому виді деформування і записати його за допомогою формул.

10. Записати умови міцності і жорсткості при розтяганні (стисканні) стержня і пояснити, як практично ними користуються.

11. Назвати основні механічні характеристики матеріалу і пояснити їх суть за допомогою діаграми розтягання (стискання) зразка.

12. Назвати пружні характеристики матеріалу при розтяганні (стисканні) і кручення, як їх позначають та яку розмірність вони мають.

13. Назвати характеристики пластичності матеріалу і пояснити, як їх позначають і визначають.

14. Пояснити умови виникнення чистого зсуву. Записати закон Гука при такому виді деформування і пояснити величини, які входять до цього закону.

15. Виписати формули для визначення напружень у болтових і заклепкових з'єднаннях при їх розрахунку на зріз і зминання та пояснити величини, що входять до них.

16. Виписати формулу для визначення дотичних напружень при крученні круглого вала і пояснити, як нею практично користуватись.

17. Виписати формулу для визначення кута закручування поперечного перерізу круглого вала і пояснити, як нею практично користуватись.

18. Записати умови міцності і жорсткості при крученні валів і пояснити, як ними практично користуватись.

19. Дати пояснення повного напруження в точці, його основних складових та тензора напружень. Вказати розмірність повного напруження і його компонентів.

20. Пояснити закон парності дотичних напружень.

21. Пояснити, які площадки і напруження називають головними.

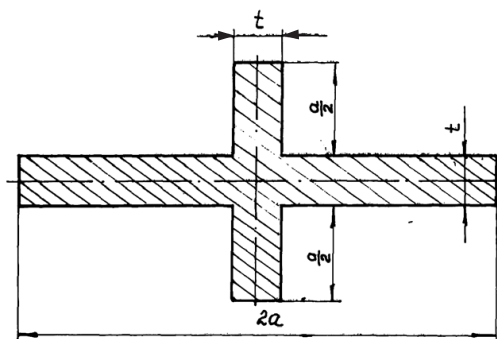
22. Дати пояснення лінійного, плоского і об'ємного напружених станів, вказати кількість компонентів напружень, які їм відповідають.

23. Назвати класичні теорії міцності і виписати формули для визначення еквівалентних (зведених) напружень за цими теоріями.

ТИПОВІ ЗАДАЧІ ДЛЯ СКЛАДАННЯ ІСПИТУ І ЗАЛІКУ

ЗАДАЧА 1

Визначити головні моменти інерції поперечного перерізу заданої форми.



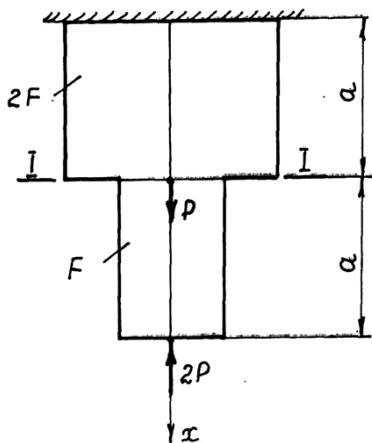
Вихідні дані:

$$a = 40 \text{ см};$$

$$t = 2 \text{ см}.$$

ЗАДАЧА 2

Визначити осове переміщення u перерізу I-I стержня, на який діють тільки задані осові сили.



Вихідні дані:

$$P = 40 \text{ кН};$$

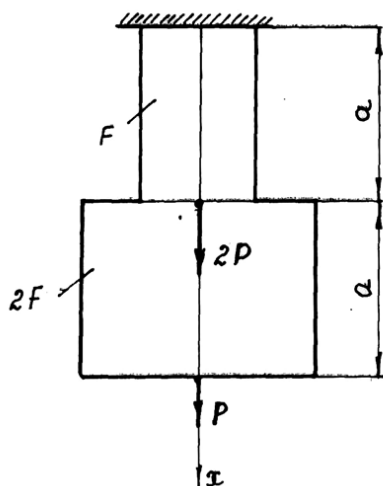
$$a = 0,4 \text{ м};$$

$$F = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2;$$

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$$

ЗАДАЧА 3

Перевірити міцність за допустимими напруженнями стержня, що знаходиться під дією тільки заданих осьових сил.



Вихідні дані:

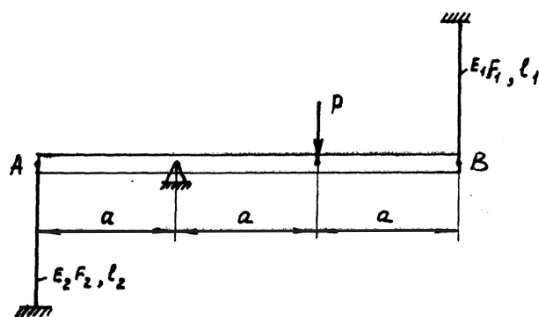
$$P = 20 \text{ кН};$$

$$F = 10^{-3} \text{ м}^2;$$

$$[\sigma] = 100 \text{ МПа}.$$

ЗАДАЧА 4

Визначити осьові сили стержнів заданої статично невизначної стержневої системи з жорстким брусом AB .



Вихідні дані:

$$P = 15 \text{ кН};$$

$$E_1 = E_2;$$

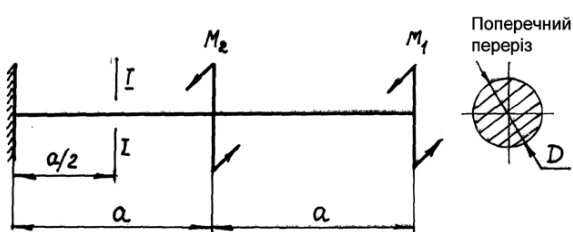
$$l_1 = l_2;$$

$$F_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2;$$

$$F_2 = 10^{-3} \text{ м}^2.$$

ЗАДАЧА 5

Визначити кут закручування перерізу I-I заданого круглого вала, на який діють крутні моменти.



Вихідні дані:

$$M_1 = 3 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_2 = 1 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

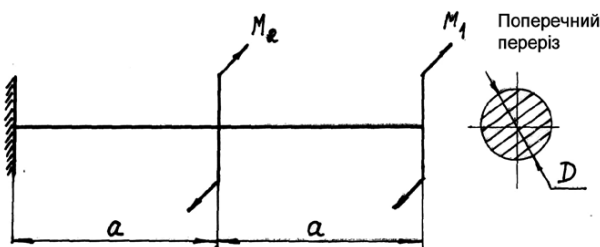
$$a = 50 \text{ см};$$

$$D = 6 \text{ см};$$

$$G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}.$$

ЗАДАЧА 6

Перевірити міцність за допустимими напруженнями круглого вала, що знаходиться під дією крутних моментів.



Вихідні дані:

$$M_1 = 1 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_2 = 2 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$D = 8 \text{ см};$$

$$[\tau] = 20 \text{ МПа}.$$

ЛІТЕРАТУРА

Основна

1. Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Є.С. Опір матеріалів: Підручник. – К.: Вища школа, 2004. – 655 с.
2. Сопротивление материалов: Учебник / Г.С. Писаренко, В.А. Огарев, А.Л. Квитка и др. Под ред. Г.С. Писаренко. – К.: Вища школа, 1986. – 775 с.
3. Опір матеріалів : навчальний посібник / Л.І. Коростильов, О.Є. Лугінін, В.В. Спіхтаренко, Р.Ю. Коршиков, С.Ю. Клименков, С.В. Терлич; за ред. д-ра техн. наук Л.І. Коростильова ; 2-ге вид., перероб. та доп. – Миколаїв : НУК, 2019. – 300 с.
4. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов: Учебное пособие / И.Н. Миролюбов, С.А. Енгальцев, Н.Д. Сергиевский и др. – М.: Высшая школа, 1985. – 399 с.
5. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. – К.: Наукова думка, 1988. – 736 с.
6. Кржечковский П.Г. Методические указания к выполнению расчетных работ по сопротивлению материалов. – Николаев: НКИ, 1987. – 44 с.
7. Механические свойства материалов: Методические указания к лабораторным работам по курсу «Сопротивление материалов» / А.А. Антипов, С.С. Коробка, П.Г. Кржечковский и др. – Николаев: НКИ, 1987. – 50 с.

Додаткова

8. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності: У 2 ч., 5 кн.: Підручник / В.Г. Піскунов, Ю.М. Федоренко, В.Д. Шевченко та ін. За ред. В.Г. Піскунова. – К.: Вища школа, 1994.
9. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов: Учебник. – М.: Высшая школа, 1989. – 624 с.
10. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов: Учебник. – М.: Наука, 1986. – 512 с.

11. Сборник задач по сопротивлению материалов / А.С. Вольмир, Ю.П. Григорьев, А.И. Коданев и др. Под ред. А.С. Вольмира. – М.: Наука, 1984. – 408 с.

12. Цурпал И.А., Барабан Н.П., Швайко В.М. Сопротивление материалов: Лабораторные работы: Учебное пособие. – К.: Вища школа, 1988. – 248 с.

Навчальне видання

Методичні вказівки
до самостійної роботи студентів
заочної форми навчання
при вивченні дисципліни «Опір матеріалів»

Частина I

Верстка – Ю. С. Семенченко

Підписано до друку 13.02.2020 р. Формат 60х84/16.
Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman. Цифровий друк.
Умовно-друк. арк. 2,79. Наклад 100. Замовлення № 1302-2020.
Ціна договірна. Віддруковано з готового оригінал-макета.

Видавець і виготовлювач
Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова
просп. Героїв України, 9, м. Миколаїв, 54025
E-mail: publishing@nuos.mk.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 6402 від 19.09.2018 р.

Віддруковано в друкарні Видавничий дім «Гельветика»
73034, м. Херсон, вул. Паровозна, 46-а
Телефони +38 (0552) 39 95 80, +38 (095) 934 48 28, +38 (097) 723 06 08
E-mail: mailbox@helvetica.com.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 6424 від 04.10.2018 р.