

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СОВЕТА МИНИСТРОВ
АРМЯНСКОЙ ССР ПО ВЫСШЕМУ И СРЕДНЕМУ СПЕЦИАЛЬНОМУ
ОБРАЗОВАНИЮ

ЕРЕВАНСКИЙ АРМЯНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. Х. АБОВЯНА

На правах рукописи

А. С. АВЕТИСЯН

**ИССЛЕДОВАНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ
НАПРЯЖЕНИЙ В БЕСКОНЕЧНОЙ ПЛОСКОСТИ,
ОСЛАБЛЕННОЙ ОТВЕРСТИЕМ В ВИДЕ РОМБА**

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель — член корр.
АН Арм. ССР, заслуженный деятель
наук Арм. ССР, доктор технических
наук, профессор Сапонджян О. М.

ЕРЕВАН — 1965 г.

Защита состоится _____ на открытом
заседании Ученого Совета Ереванского политех-
нического института им. К. Маркса
Автореферат разослан _____ 1965 г.
Ученый секретарь Совета

*Работа выполнена в Ереванском Армянском Го-
сударственном педагогическом институте
им. Х. Абовяна*

Исследование концентрации напряжений около отвер-
стий имеет весьма важное практическое значение в совре-
менном машиностроении и проектировании инженерных со-
оружений.

Задачами о концентрации напряжений около отверстий
занимались многие зарубежные и советские исследователи.

Задачи о концентрации напряжений исследуются раз-
ными методами. Одним из эффективных методов решения
задач плоской теории упругости является метод конформ-
ного отображения.

Начало этому методу положил Г. В. Колосов еще в
1909 году, а его строгое обоснование и применение к са-
мым разнообразным задачам дал Н. И. Мусхелишвили.

Значительный вклад в исследовании концентрации на-
пряжений около отверстий внесен советскими учеными
Н. И. Мусхелишвили, Г. Н. Савиным, М. А. Савруком, В. М.
Космодамианским, А. Н. Диником, А. Б. Моргаевским, В. М.
Гуряновым и многими другими исследователями.

Большой теоретический и практический интерес пред-
ставляет также книга Г. Н. Савина „Концентрация напря-
жений около отверстий“.

В этой книге представлены исследования Г. Н. Сави-
на и его учеников по концентрации напряжений около от-
верстий, проведенные ими за последние 15 лет.

В настоящей работе исследовано напряженное состоя-
ние бесконечной упругой изотропной пластинки, ослабленной
отверстием в виде ромба.

а) когда пластинка в бесконечности растягивается уси-
лиями P ;

б) когда пластинка в бесконечности растягивается вза-
имно перпендикулярными усилиями P и q ;

в) когда пластинка в бесконечности подвергается чистому сдвигу;

г) дано также приближенное решение задачи при чистом изгибе балки (полосы).

Во всех этих задачах контур отверстия свободен от внешних сил.

Рассматриваемые задачи решены методом Колосова-Мусхелишвили (посредством отображения рассматриваемой области на единичный круг).

Работа состоит из предисловия и пяти глав.

В первой главе реферируемой работы приводятся основные уравнения плоской теории упругости и краткое изложение метода решения исследуемых задач.

Как известно, граничные условия для первой основной задачи плоской теории упругости, когда в плоскости имеется отверстие, можно представить в виде:

$$\varphi_0(\zeta) + \frac{1}{2\pi i} \int \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \overline{\varphi_0(\sigma)} \frac{d\sigma}{\sigma - \zeta} + \beta_0 = \frac{1}{2\pi i} \int \frac{f_1^0 + if_2^0}{\sigma - \zeta} d\sigma \quad (1)$$

$$\psi_0(\zeta) + \frac{1}{2\pi i} \int \frac{\overline{\omega(\sigma)}}{\overline{\omega'(\sigma)}} \varphi_0(\sigma) \frac{d\sigma}{\sigma - \zeta} = \frac{1}{2\pi i} \int \frac{f_1^0 - if_2^0}{\sigma - \zeta} d\sigma \quad (2)$$

где функции $\varphi_0(\zeta)$ и $\psi_0(\zeta)$ соответствуют дополнительному напряженному состоянию (дополнительные напряжения проявляются при наличии отверстия), ζ является внутренней точкой единичного круга, σ произвольная точка на единичной окружности, а выражение $f_1^0 + if_2^0$, при отсутствии внешних усилий на контуре отверстия, имеет следующий вид:

$$f_1^0 + if_2^0 = - \left[\varphi^1(\sigma) + \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \overline{\varphi^1(\sigma)} + \psi^1(\sigma) \right] \quad (3)$$

В соотношении (3) функции $\varphi^1(\zeta)$ и $\psi^1(\zeta)$ соответствуют основному напряженному состоянию, $\omega(\zeta)$ — отображающая функция.

Функции $\varphi_0(\zeta)$ и $\psi_0(\zeta)$ аналитичны внутри единичного круга и поэтому их можно представить в виде:

$$\varphi_0(\zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \zeta^n, \quad (4)$$

$$\psi_0(\zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n \zeta^n. \quad (4')$$

Далее, компоненты вектора напряжений $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ в криволинейной ортогональной системе координат определяются формулами:

$$\sigma_\theta = 4 \operatorname{Re} \Phi[(\zeta)] \quad (5)$$

$$\sigma_\theta - \sigma_r + 2i\tau_{r\theta} = \frac{2\zeta^2}{\rho^2 \omega'(\zeta)} \left[\overline{\omega(\zeta)} \Phi'(\zeta) + \omega'(\zeta) \Psi(\zeta) \right],$$

$$\text{где } \Phi(\zeta) = \frac{\varphi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)}, \quad \Psi(\zeta) = \frac{\psi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)},$$

$$\begin{aligned} \varphi(\zeta) &= \varphi^1(\zeta) + \varphi_0(\zeta) \\ \psi(\zeta) &= \psi^1(\zeta) + \psi_0(\zeta). \end{aligned} \quad (6)$$

Во второй главе изучается одноосное растяжение бесконечной пластинки с отверстием в виде ромба, когда растягивающие усилия P составляют с осью OX (ось симметрии контура) угол α .

В качестве отображающей функции берется

$$\omega(\zeta) = D \left(\frac{1}{\zeta} + \sum_{k=1}^{\infty} D_{2k-1} \zeta^{2k-1} \right), \quad (7)$$

полученная из интеграла Шварца-Кристоффеля путем разложения этого интеграла в степенной ряд, которая конформно отображает внешность ромба на единичный круг.

Коэффициенты D_{2k-1} выражаются посредством параметра φ , характеризующего величину внутреннего угла заданного прямолинейного ромба.

При решении рассматриваемой задачи мы ограничились первыми пятью членами ряда (7). При этом определены отображающие функции для случая, когда внутренний

угол прямоугольного ромба равен $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}$. Они имеют соответственно следующий вид:

$$\omega(\zeta) = D \left(\frac{1}{\zeta} + \frac{2}{3} \zeta + \frac{5}{54} \zeta^3 - \frac{1}{81} \zeta^5 + \frac{155}{13608} \zeta^7 + \dots \right), \quad (8)$$

$$\omega(\zeta) = D \left(\frac{1}{\zeta} + \frac{1}{3} \zeta + \frac{4}{27} \zeta^3 - \frac{4}{405} \zeta^5 + \frac{4}{243} \zeta^7 + \dots \right). \quad (9)$$

Для определения функции $\varphi_0(\zeta)$ пользуемся контурным условием (1), в котором участвует выражение $\frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \overline{\varphi_0(\sigma)}$.

Это выражение является граничным значением функции.

$$f(\zeta) = \frac{\omega(\zeta)}{\overline{\omega'(\frac{1}{\zeta})}} \overline{\varphi_0\left(\frac{1}{\zeta}\right)}. \text{ Функция } f(\zeta) \text{ аналитична во внеш-}$$

ней области единичного круга, кроме точки $\zeta = \infty$, которая является для нее полюсом не выше пятого порядка. Из этой функции отделена главная часть, и пользуясь свойствами интеграла типа Коши, из контурного условия (1) получена полная система алгебраических уравнений относительно α_n (коэффициенты ряда (4)).

Таким же способом определена из контурного условия (2) функция $\psi_0(\zeta)$.

С помощью этих функций и соотношений (6) определены функции напряжений $\varphi(\zeta)$ и $\psi(\zeta)$, которые имеют следующий вид:

$$\varphi(\zeta) = \frac{PD}{4} \left(\frac{1}{\zeta} + \sum_{n=1}^4 \beta_{2n-1} \zeta^{2n-1} \right) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \psi(\zeta) = & -\frac{PD}{4} \left[\frac{2e^{-2i\alpha}}{\zeta} \sum_{n=1}^3 K_{2n-1} \zeta^{2n-1} + \right. \\ & \left. + \frac{\sum_{n=1}^4 A_{2n-1} \zeta^{9-2n}}{\sum_{n=1}^4 (2n-1) D_{2n-1} \zeta^{2n} - 1} \cdot \sum_{n=1}^4 (2n-1) a_{2n-1} \zeta^{2n-2} \right] \quad (11) \end{aligned}$$

где коэффициенты β_{2n-1} , K_{2n-1} , a_{2n-1} , A_{2n-1} определяются из соответствующих соотношений.

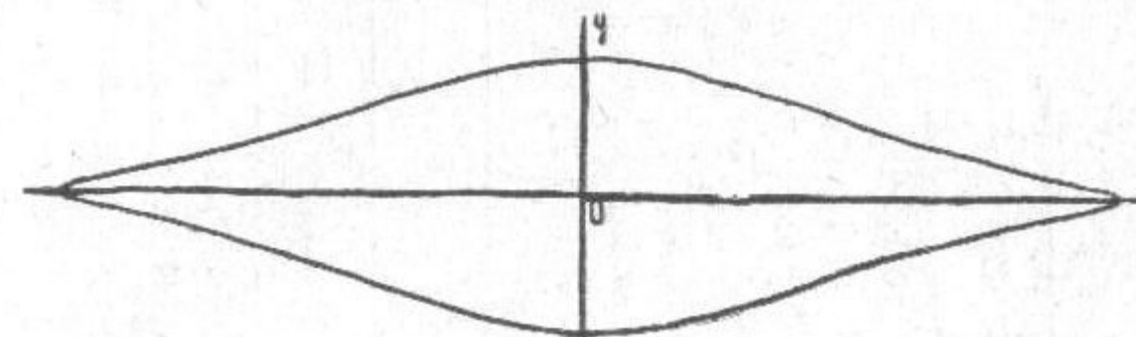
В результате получена формула для определения напряжения по контуру отверстия:

$$\sigma_0 = P \operatorname{Re} \left[\frac{\sum_{n=1}^4 (2n-1) \beta_{2n-1} \sigma^{2n} - 1}{\sum_{n=1}^4 (2n-1) D_{2n-1} \sigma^{2n} - 1} \right] \quad (12)$$

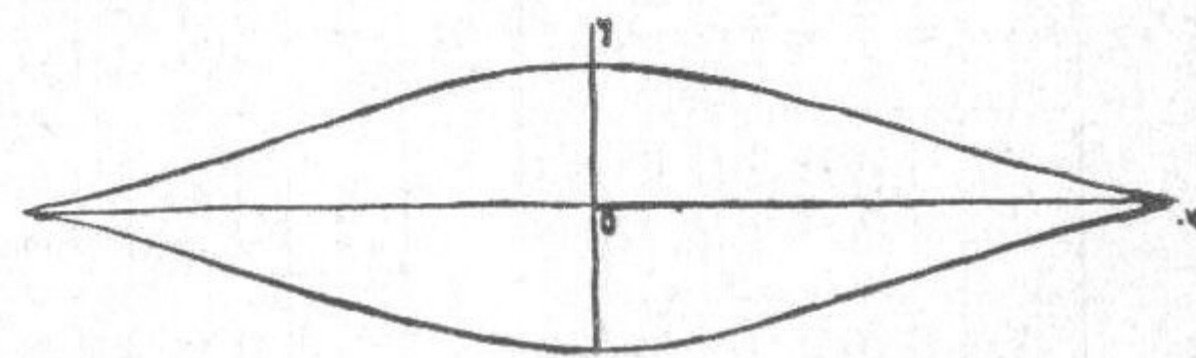
В качестве численного примера рассмотрено растяжение бесконечной пластинки в случаях, когда $\alpha = 0$, $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

При этом отображающая функции $\omega(\zeta)$ взята из рядов (8) и (9) с тремя, четырьмя и пятью членами.

Контур отверстия в этих случаях имеют соответственно следующий вид: (фиг. 1, 2, 3, 4, 5, 6).



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Определены напряжения по контуру отверстия для этих примеров. Полученные численные результаты приведены в виде таблиц.

$\frac{\sigma\theta}{P}$

θ отвер.	0°	5°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	90°
1	-2,225	0,418	0,552	0,624	0,701	0,817	0,986	1,222	1,518	1,928
2	-1,359	0,205	0,600	0,714	0,763	0,823	0,926	1,127	1,454	2,085
3	-3,167	0,889	0,481	0,614	0,787	0,920	0,914	1,056	1,316	2,318
4	-2,043	-0,716	-0,030	0,296	0,425	0,561	0,770	1,317	1,816	3,008
5	-1,700	-0,822	-0,102	0,330	0,460	0,574	0,741	1,051	1,620	4,098
6	-2,997	-0,487	-0,015	0,252	0,449	0,974	0,835	0,983	1,382	5,133

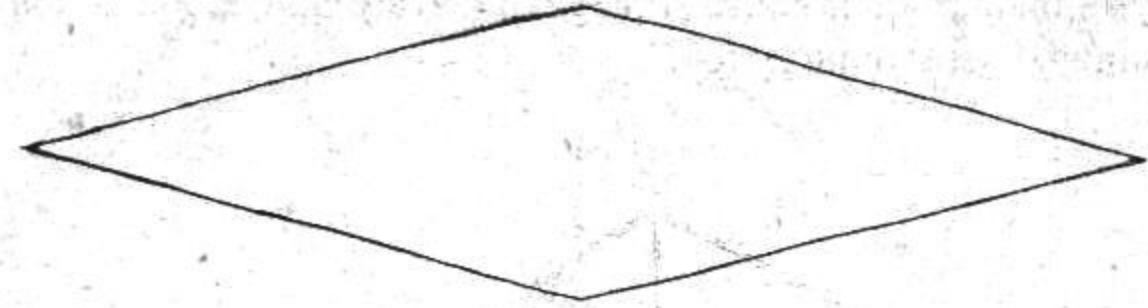
Таблица 2

 $\frac{\pi}{2}$ $\frac{\sigma\theta}{P}$

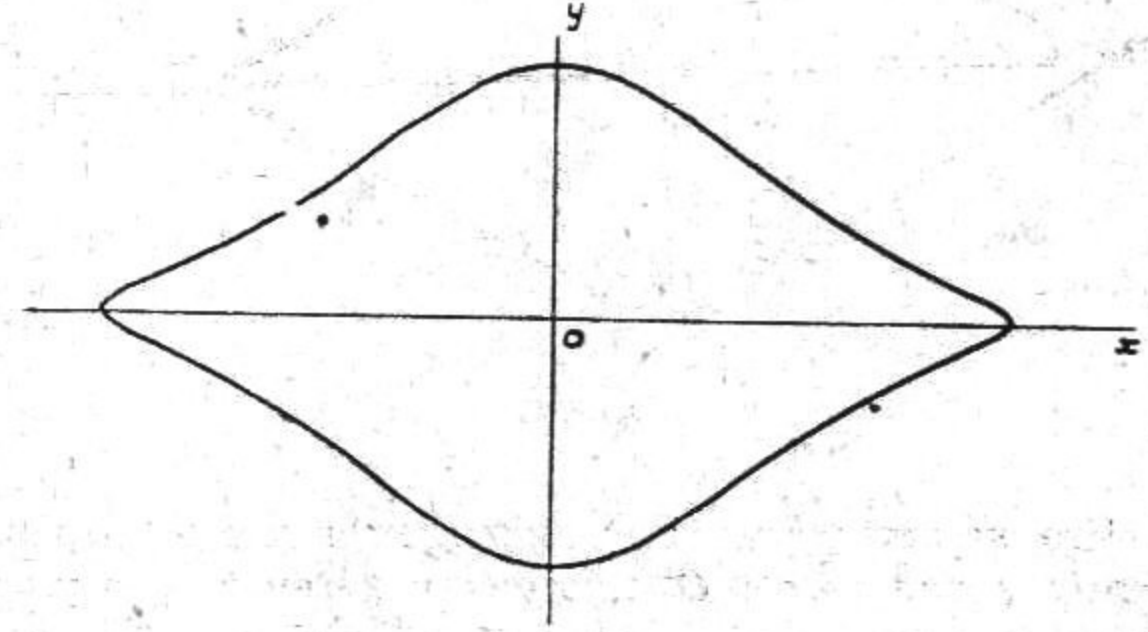
θ отвер.	0°	5°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	90°
1	76,642	4,307	0,840	-0,100	-0,319	-0,429	-0,593	-0,728	-0,968	-1,245
2	34,491	8,866	2,292	-0,123	-0,295	-0,456	-0,572	-0,718	-0,930	-1,327
3	116,707	2,769	0,610	-0,026	-0,283	-0,482	-0,598	-0,687	-0,858	-1,463
4	19,080	8,543	3,143	0,796	0,260	0,027	-0,143	-0,344	-0,662	-1,217
5	15,036	8,887	3,866	1,009	0,307	0,027	-0,147	-0,328	-0,620	-1,635
6	29,310	6,507	2,086	0,678	0,326	0,065	-0,161	-0,324	-0,529	-1,733

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:

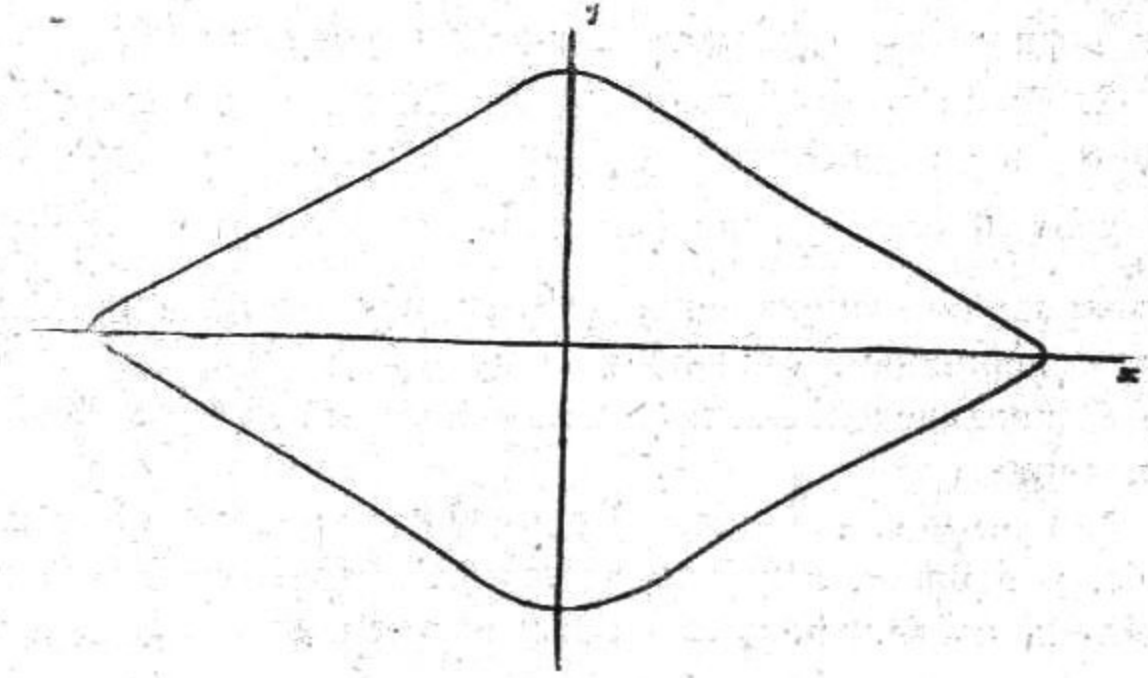
1. Увеличение числа членов, удерживаемых в выра-



Фиг. 3.

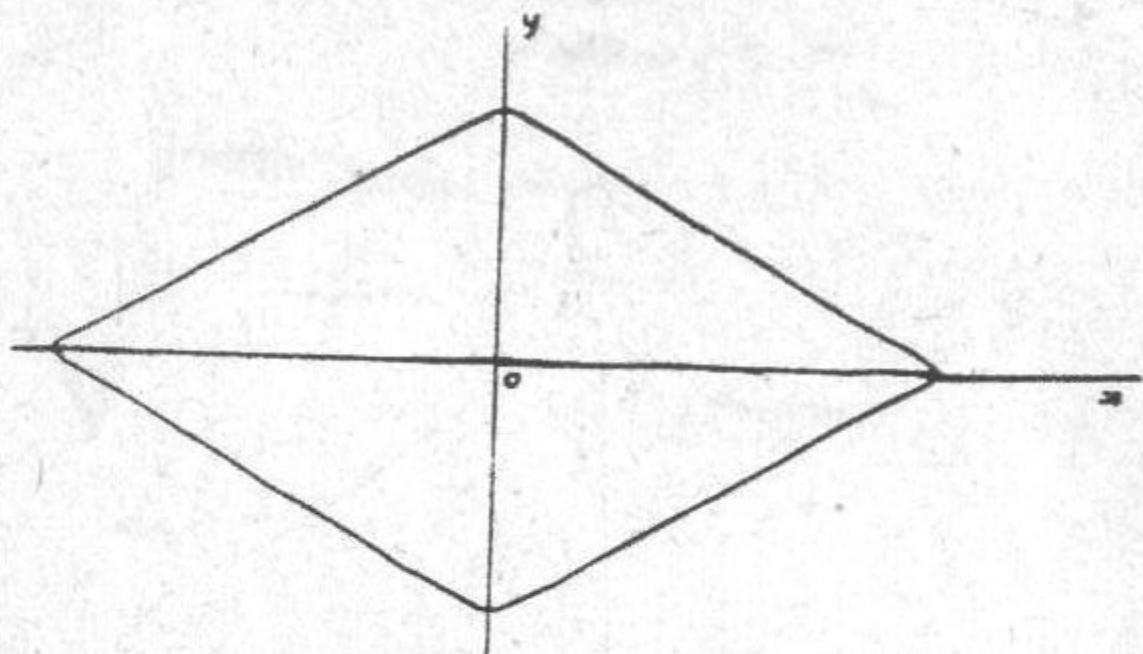


Фиг. 4.



Фиг. 5.

жении отображающей функции, влияет на радиусы закругления углов криволинейного ромба, причем радиусы закругления углов, вершины которых лежат на оси OY , неизменно уменьшаются и соответственно с этим напряжения в этих вершинах увеличиваются.



Фиг. 6.

Что касается радиусов закругления углов, вершины которых лежат на оси OX , то они попеременно то уменьшаются, то увеличиваются, но с общей тенденцией к уменьшению. В соответствие с этим изменяются напряжения в этих вершинах с общей тенденцией к увеличению.

2. По контуру отверстия пластинки когда она растягивается в бесконечности усилием P , составляющим с осью OX угол 0 или $\frac{\pi}{2}$, появляются как растягивающие, так и сжимающие напряжения, причем в области, примыкающих к вершинам, лежащим на прямой параллельной усилию P появляется сжатие, а на остальной части контура — растяжение.

3. При увеличении внутреннего угла прямолинейного ромба, у вершин, лежащих на оси OX , зоны сжатия увеличиваются, соответственно меняются зоны растяжения возле этих вершин в случае $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

4. Максимальная концентрация напряжений получается в тех вершинах углов криволинейного ромба, которые симметрично расположены относительно усилию P .

В третьей главе рассматривается напряженное состояние бесконечной изотропной пластинки с отверстием в виде ромба, когда она в бесконечности растягивается взаимно перпендикулярными усилиями P и q .

Определены функции $\varphi(\zeta)$ и $\psi(\zeta)$ для этого напряженного состояния. Они имеют следующий вид:

$$\varphi(\zeta) = \frac{(q+P)D}{4} \left[\frac{1}{\zeta} + \sum_{n=1}^4 b_{2n-1} \zeta^{2n-1} \right] \quad (13)$$

$$\psi(\zeta) = \frac{(q+P)D}{4} \left[\frac{2(q-P)}{q+P} \frac{1}{\zeta} + \sum_{n=1}^3 E_{2n-1} \zeta^{2n-1} + \frac{\sum_{n=1}^4 A_{2n-1} \zeta^{9-2n}}{\sum_{n=1}^4 (2n-1) D_{2n-1} \zeta^{2n-1}} \cdot \sum_{n=1}^4 (2n-1) a_{2n-1} \zeta^{2n-2} \right] \quad (14)$$

где коэффициенты b_{2n-1} , E_{2n-1} , a_{2n-1} определяются из соответствующих соотношений.

Для определения напряжений по контуру отверстия получена формула

$$\sigma_{\theta} = (q+P) \operatorname{Re} \left[\frac{\sum_{n=1}^4 b_{2n-1} \zeta^{2n-1}}{\sum_{n=1}^4 (2n-1) D_{2n-1} \zeta^{2n-1}} \right] \quad (15)$$

В качестве численного примера рассмотрено двухосное растяжение бесконечной изотропной пластинки в случаях, когда

$$\lambda = \frac{P}{q} = \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 1, 2, 3, 4,$$

для отверстий 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Полученные численные результаты приведены в виде таблиц.

$\frac{\sigma_0}{P}$ для отверстий 1

$\frac{\theta}{\lambda}$	0°	5°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	90°
$\frac{1}{4}$	304,343	17,646	3,912	0,224	-0,575	-0,875	-1,386	-1,690	-2,354	-3,052
$\frac{1}{3}$	227,701	13,339	3,072	0,324	-0,256	-0,452	-0,793	-0,962	-1,386	-1,807
$\frac{1}{2}$	151,059	9,032	1,128	0,424	0,083	-0,029	-0,200	-0,234	-0,418	-0,562
$\frac{2}{3}$	112,739	6,876	1,812	0,474	0,223	0,183	0,097	0,130	0,066	0,061
$\frac{3}{4}$	99,939	6,159	1,672	0,491	0,276	0,253	0,196	0,252	0,228	0,269
1	74,415	4,724	1,394	0,525	0,383	0,363	0,394	0,459	0,551	0,684
2	36,099	2,571	0,972	0,574	0,541	0,605	0,689	0,858	1,034	1,305
3	23,297	1,852	0,832	0,591	0,591	0,676	0,789	0,980	1,196	1,514
4	16,935	1,495	0,762	0,599	0,624	0,711	0,838	1,040	1,276	1,617

Продолжение таблицы 3

 $\frac{\sigma_0}{P}$ для отверстий 2

$\frac{\theta}{\lambda}$	136,606	35,669	9,768	1,206	-0,417	-1,001	-1,362	-1,745	-2,266	-3,223
$\frac{1}{4}$	102,114	26,803	7,476	1,083	-0,122	-0,545	-0,790	-1,027	-1,336	-1,896
$\frac{1}{3}$	67,623	17,937	5,184	0,960	0,173	-0,089	-0,218	-0,309	-0,406	-0,569
$\frac{1}{2}$	51,736	13,299	4,038	0,898	0,321	0,139	0,068	0,050	0,059	0,095
$\frac{2}{3}$	44,617	12,029	3,655	0,877	0,370	0,216	0,164	0,170	0,215	0,317
$\frac{3}{4}$	33,136	9,043	2,893	0,850	0,469	0,361	0,353	0,409	0,524	0,758
1	15,886	4,638	1,746	0,776	0,615	0,595	0,640	0,768	0,989	1,421
2	10,126	2,157	1,363	0,754	0,665	0,672	0,736	0,888	1,145	1,644
3	7,263	2,421	1,173	0,755	0,689	0,709	0,783	0,948	1,222	1,754
4										

$\frac{\sigma_0}{P}$ для отверстия 3

λ	0°	5°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	90°
$\frac{1}{4}$	463,661	11,965	2,921	0,514	-0,345	-1,008	-1,418	-1,692	-2,116	-3,534
$\frac{1}{3}$	346,954	9,296	2,311	0,536	-0,062	-0,526	-0,820	-1,005	-1,258	-2,071
$\frac{1}{2}$	340,247	6,427	1,701	0,562	0,221	-0,044	-0,222	-0,318	-0,400	-0,608
$\frac{2}{3}$	171,893	5,042	1,396	0,575	0,363	0,197	0,077	0,026	0,029	0,124
$\frac{3}{4}$	152,403	4,580	1,294	0,580	0,410	0,278	0,177	0,141	0,173	0,368
1	113,540	3,156	1,093	0,588	0,503	0,438	0,376	0,369	0,459	0,855
2	55,187	2,273	0,786	0,601	0,645	0,679	0,675	0,712	1,025	1,353
3	35,735	1,812	0,684	0,605	0,693	0,759	0,775	0,827	1,030	1,830
4	26,010	1,581	0,633	0,608	0,716	0,800	0,825	0,984	1,102	1,952

Продолжение таблицы 4

 $\frac{\sigma_0}{P}$ для отверстия 4

λ	0°	5°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	90°
$\frac{1}{4}$	74,277	33,456	12,542	3,477	1,465	0,670	0,199	-0,239	-0,832	-1,859
$\frac{1}{3}$	55,197	24,913	9,399	2,682	1,205	0,643	0,342	0,105	-0,170	-0,642
$\frac{1}{2}$	36,117	16,370	6,256	1,887	0,945	0,616	0,435	0,449	0,492	0,575
$\frac{2}{3}$	26,577	12,098	4,684	1,489	0,815	0,602	0,557	0,621	0,823	1,184
$\frac{3}{4}$	23,390	10,671	4,159	1,356	0,771	0,597	0,581	0,679	0,934	1,387
1	17,035	7,826	3,112	1,092	0,685	0,589	0,608	0,793	1,154	1,791
2	7,497	3,556	1,542	0,695	0,555	0,576	0,699	0,965	1,485	2,400
3	4,317	2,132	1,018	0,562	0,511	0,571	0,723	1,022	1,595	2,603
4	2,727	1,420	0,756	0,496	0,480	0,569	0,735	1,051	1,651	2,707

$\frac{\theta}{\lambda}$		$\frac{\sigma_y}{P}$ для отверстия 5									
		0°	5°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	90°
$\frac{1}{4}$		58,443	34,726	15,362	4,358	2,688	0,628	0,154	-0,257	-0,867	-2,442
$\frac{1}{3}$		43,407	25,839	11,496	3,349	1,381	0,655	0,301	0,070	-0,167	-0,807
$\frac{1}{2}$		28,371	16,952	7,630	2,340	1,074	0,628	0,448	0,397	0,452	0,828
$\frac{2}{3}$		20,853	12,508	5,697	1,835	0,920	0,614	0,522	0,561	0,762	1,646
$\frac{3}{4}$		18,341	11,019	5,051	1,666	0,869	0,609	0,547	0,624	0,865	1,919
1		13,336	8,072	3,763	1,332	0,767	0,601	0,594	0,723	1,070	2,463
2		5,817	3,622	1,831	0,826	0,614	0,588	0,668	0,887	1,381	3,280
3		3,311	2,140	1,186	0,658	0,562	0,583	0,693	0,942	1,484	3,553
4		2,058	1,400	0,764	0,574	0,537	0,581	0,705	0,969	1,535	3,689

Продолжение таблицы 5

 $\frac{\sigma_y}{P}$ для отверстия 6

$\frac{\theta}{\lambda}$	0°	5°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	90°
$\frac{1}{4}$	114,243	25,540	8,359	2,965	1,754	0,935	0,191	-0,313	-0,733	-2,233
$\frac{1}{3}$	84,933	19,033	6,273	2,287	1,428	0,870	0,352	0,011	-0,204	-0,700
$\frac{1}{2}$	55,623	12,526	4,187	1,609	1,102	0,805	0,513	0,335	0,325	0,833
$\frac{2}{3}$	40,968	9,272	3,144	1,270	0,939	0,772	0,594	0,497	0,590	1,600
$\frac{3}{4}$	36,073	8,185	2,795	1,156	0,884	0,761	0,621	0,552	0,678	1,856
1	26,313	6,019	2,101	0,930	0,775	0,739	0,674	0,659	0,853	2,365
2	11,658	2,766	1,058	0,589	0,613	0,708	0,754	0,821	1,119	3,133
3	6,773	1,681	0,710	0,479	0,559	0,697	0,731	0,875	1,204	3,388
4	4,439	1,139	0,536	0,422	0,531	0,691	0,795	0,902	1,251	3,516

Полученные результаты приводят к следующим выводам:

1. По контуру отверстия пластинки, когда она растягивается в бесконечности взаимно перпендикулярными усилиями P и q , проявляются напряжения двух видов: как растяжение, так и сжатие, но когда λ принимает значения $\lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_2$, тогда в вершинах соответствующих отверстий имеет место только растяжение.

Таблица для λ_1 и λ_2

Отвер.	1	2	3	4	5	6
λ_1	0,6457	0,6364	0,6311	0,4041	0,3989	0,3831
λ_2	34,4377	25,3798	36,8509	9,3392	3,8343	9,7797

2. Максимальная концентрация напряжений получается в вершинах, где кривизина наибольшая.

3. При увеличении значения λ уменьшается напряжение в вершинах, симметрично расположенных относительно усилиям q , а в остальных вершинах наоборот-увеличивается.

В четвертой главе рассматривается напряженное состояние бесконечной изотропной пластинки с отверстием в виде ромба, когда в бесконечности она подвергается чистому сдвигу.

Пользуясь свойствами интеграла типа Коши, из контурных условий (1), (2) определены функции $\varphi(\zeta)$ и $\psi(\zeta)$ для данного напряженного состояния;

$$\varphi(\zeta) = \frac{\tau D}{4} \sum_{n=1}^3 a_{2n-1} \zeta^{2n-1} \quad (16)$$

$$\psi(\zeta) = -\frac{\tau D}{4} \left[-\frac{4i}{\zeta} + \sum_{n=1}^2 M_{2n-1} \zeta^{2n-1} + \frac{\sum_{n=1}^4 A_{2n-1} \zeta^{9-2n}}{\sum_{n=1}^4 (2n-1) D_{2n-1} \zeta^{2n-1}} \sum_{n=1}^3 (2n-1) a_{2n-1} \zeta^{2n-2} \right] \quad (17)$$

где коэффициент a_{2n-1} , M_{2n-1} определяются из соответствующих соотношений. Для определения по контуру отверстия получена формула.

$$\sigma_\theta = Re \left[\frac{\tau \sum_{n=1}^3 (2n-1) a_{2n-1} \zeta^{2n}}{\sum_{n=1}^4 (2n-1) D_{2n-1} \zeta^{2n} - 1} \right] \quad (18)$$

В качестве численного примера рассмотрен чистый сдвиг бесконечной изотропной пластинки с отверстием 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Полученные численные результаты приведены в виде таблиц.

Таблица 6

отвер.	$\frac{\sigma_\theta}{\tau}$							
	θ 180°	175°	170°	160°	150°	140°	100°	90°
1	0,000	±15,886	±8,379	±5,830	±3,075	±2,455	±0,799	0,000
2	0,000	±14,901	±9,413	±4,883	±3,206	±2,389	±0,855	0,000
3	0,000	±14,346	±7,607	±4,413	±3,427	±2,692	±0,898	0,000
4	0,000	±8,047	±6,155	±3,715	±2,779	±2,383	±1,763	0,000
5	0,000	±6,914	±6,293	±1,014	±2,915	±2,386	±1,858	0,000
6	0,000	±8,895	±5,283	±3,398	±2,937	±2,788	±1,914	0,000

Полученные результаты приводят к следующим выводам:

1. По контуру отверстия пластинки, которая в бесконечности подвергается чистому сдвигу, проявляются напряжения как сжатия, так и растяжения, причем на противоположных сторонах ромба получаются напряжения одного рода.

2. В вершинах ромба, которые лежат на оси OX , напряжения равняются нулю. При удалении от этих вершин

напряжение по абсолютной величине увеличивается и достигая максимального значения, затем постепенно уменьшается и в вершинах, лежащих на оси OY , обращается в нуль.

3. Две точки лежащие на контуре и симметрично расположенные относительно центра отверстия имеют равные напряжения.

В пятой главе дано приближенное решение задачи об изгибе балки (полосы) высотой $2h$, в которой вырезано отверстие в виде ромба.

В конце диссертации приведена литература, относящаяся к рассмотренным вопросам.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих статьях автора.

1. Исследование концентрации напряжений в бесконечной плоскости, ослабленной отверстием в форме ромба. Учен. Зап. Ереванского Армянского государственного педагогического института им. Х. Абовяна серия мат. наук вып. 2. Ереван, 1963 г. 69—86.

2. Исследование концентрации напряжений в бесконечной плоскости, ослабленной отверстием в форме ромба, при двухосном однородном напряженном состоянии. Учен. Зап. Ереванского Армянского государственного педагогического института им. Х. Абовяна серия мат. наук вып. 2, Ереван, 1963 г. 87—104.

3. Исследование концентрации напряжений в бесконечной плоскости, ослабленной отверстием в форме ромба, при чистом сдвиге. Учен. Зап. Ереванского Армянского государственного педагогического института им. Х. Абовяна серия мат. наук вып. 2, Ереван, 1963 г. 105—119.