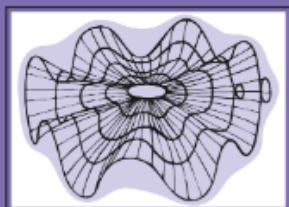


№ 104 (2023): Прикладна геометрія та інженерна графіка

**ПРИКЛАДНА
ГЕОМЕТРІЯ
ТА ІНЖЕНЕРНА
ГРАФІКА**

2023 ВИПУСК 104



DOI: <https://doi.org/10.32347/0131-579x.2023.104>

Опубліковано: 2023-07-06

ПРЯМІ ЛІНІЇ ТА ЛІНІЙЧАТІ ПОВЕРХНІ В НАУЦІ, ПРИРОДІ ТА АРХІТЕКТУРНИХ СПОРУДАХ

Дана робота присвячена питанню геометричного і практичного дослідження прямих ліній та лінійчатих поверхонь пірамідальної та призматичної форми. У статті наведено теоретичне означення прямої лінії з точки зору різних математичних дисциплін та площини, як окремого випадку лінійчатої поверхні. Проведено їх математичний та геометричний опис, представлено наочні зображення. Доведено існування прямих ліній у природному середовищі наведеними найбільш характерними прикладами. Наведено визначення площини, досліджено склад деяких геометричних поверхонь, що утворені із відсіків площин. Виконано підбір природних творін й архітектурних споруд, які мають у своєму складі досліджувані поверхні. Показано, що частіше за все кристали природних мінералів представлено кубічною, пентагон-додekaедричною або октаедричною геометричними формами. Проаналізовано формоутворення прямолінійних елементів сніжинок, колон і призм із базальту та приведено інші приклади досліджуваних геометричних образів у природному середовищі. Показано, що частіше за все кристали природних мінералів представлено кубічною, пентагон-додekaедричною або октаедричною геометричними формами. Наведено зображення досліджуваних архітектурних споруд, які мають елементи пірамідальної та призматичної форми. Особливу увагу приділено аналізу найбільш цікавих проектів всесвітньо відомого архітектора модерніста Ле Корбюзьє.

Ключові слова: пряма лінія; площина; лінійчаті поверхні; піраміда; призма; природне середовище; архітектурні споруди.

Постановка проблеми. Навколишнє середовище, що оточує людину, складається із різних дивовижних форм, утворених прямими та кривими лініями й поверхнями, які вивчаються геометричною наукою. Практичні спостереження та виявлені в природі закономірності дозволяють людині створювати нові геометричні об'єкти. Зазвичай в природі частіше зустрічаються криві лінії, які утворюють різноманітні чудові форми. А щодо прямих ліній, то їх можна зустріти не так часто. Тому уявляє інтерес розглянути геометричні особливості прямих ліній та

деяких поверхонь, які вони утворюють, а також визначити приклади їх практичного використання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Останнім часом все більше уваги приділяється розвитку геометричної науки [1, 2], знання якої впроваджуються в практичну діяльність людини з метою створення конструкцій різноманітних форм. Геометричні лінії та поверхні [3] стають основними формоутворюючими елементами зокрема в архітектурному проектуванні. Сучасний світ стає все більш раціональним і функціональним, тому головним і найбільш розповсюдженим напрямом створення об'єктів є використання прямолінійних силуетів та площинних конструкцій у практичній діяльності [4, 5].

Ціль статті. Проаналізувати геометричне означення прямої лінії, дослідити пірамідальні та призматичні поверхні, які утворені рухом прямої лінії. Виявити такі прямолінійні форми в природному середовищі, у старовинній та сучасній архітектурі. Підібрати варіанти практичної реалізації досліджуваних об'єктів.

Основна частина. Головними формоутворюючими елементами простору є точка, лінія (крива або пряма) та поверхня (або площина). Геометрична наука вивчає особливості цих елементів, способи їх утворення та взаємне розташування виходячи із закономірностей, що існують у оточуючому людину середовищі. Дані наукових досліджень є фундаментальною основою для їх використання у практичній діяльності при створенні нових об'єктів зокрема в архітектурі. Розглянемо фундаментальні поняття даного дослідження.

Пряма лінія це одне із основних понять евклідової геометрії, яке було введено ще в античності для позначення об'єктів, що не мають кривини. Було визначено, що відстань вздовж прямої лінії є найкоротшою відстанню між двома точками. Це можна показати алгебраїчно. У сучасній математиці в залежності від напрямку використовують різні визначення для прямої. В аналітичній геометрії пряма визначається як множина точок, координати яких задовольняють лінійному рівнянню виду $y=ax+b$ (рис.1).

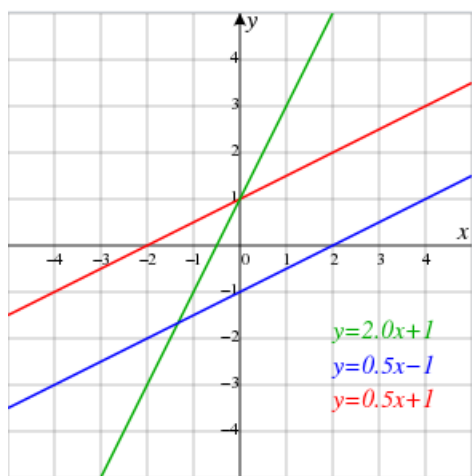


Рис.1. Графіки аналітично заданих прямих ліній

В диференціальній геометрії пряму можна розуміти як геодезичну лінію, тобто найкоротшу лінію між двома точками. Фізики можуть розглядати пряму як шлях проходження світла. З кінематичної точки зору прямою лінією називається неперервна сукупність послідовних положень точки, що рухається у просторі прямолінійно.

У природі прямі лінії найбільш яскраво проявлені та відомі всім як лінії горизонту, тобто горизонтальне

розташування прямої, яке автор побачила та зробила фото на відкритих просторах на рівнинах, на морі та у полях (рис.2).



Рис.2. Пряма лінія горизонту на морі, на рівнині та у полі

Прикладом вертикального розташування прямолінійних елементів у природі можуть служити рослини, які тягнуться вгору до світла по найкоротшому шляху, тобто за прямолінійною траєкторією (рис.3, фото автора). Стволи дерев є відтворенням прямої лінії у природному середовищі. Інколи вони навіть нахиляються від вертикального розташування в бік півдня, тобто тягнуться туди, де найбільше світла, де існує джерело життя. Прямі лінії існують також у більш дрібних речах, що створені природою (рис.4). Якщо придивитися уважно до ліній, які можна побачити інколи тільки під мікроскопом,



Рис.3. Вертикальні прямі у природі



Рис.4. Прямолінійна структура форми сніжинок

то у знаємо багато дивовижного. Наприклад, форма сніжинки утворюється прямими лініями, які формують дивовижні зірочки-творіння (рис.4). Оскільки сніжинки утворюються при замерзанні водяної пари, то молекули води в кристалі криги формують шестикутну решітку. Звідси впливає шестикратна симетрія сніжинок коли між променями кристала утворюються кути 60° та 120° .

Листя деяких рослин, зокрема пальм, теж мають прямолінійну фактуру (рис.5). Крім того листя можуть мати пальцеве або паралельне жилкування, що також є додатковим прикладом підтвердження наявності прямих ліній у природі.



Рис.5. Прямолінійна фактура листів рослин

Поверхні, які утворюються рухом прямої лінії, називаються лінійчатими. Найпростішою з таких поверхонь є площина, яку можна утворити прямою лінією, що рухається по двох напрямних – паралельних прямих. За аналогією з визначенням прямої лінії існують різні визначення для площини. В евклідовій геометрії площина – це плоска двовимірна поверхня, яка простирається до нескінченності. З геометричної точки зору площина – це поверхня, яка містить прямі лінії, що з'єднують дві довільні її точки. З алгебраїчного підходу площина може бути задана рівнянням виду $A \cdot x + B \cdot y + C \cdot z + D = 0$, де A , B , C і D постійні величини та A , B і C одночасно не рівні 0. Площина є окремим випадком поверхні нульової кривини, яка є нескінченною поверхнею. На рис.6 наочно зображені два взаємно перпендикулярні відсіки площини.



Рис.6. Два взаємно перпендикулярні відсіки площин

Із окремих відсіків площин складаються об'ємні фігури. Так, куб складається із 6 граней, кожна з яких є відсіком поверхні та має форму квадрату. Аналогічно правильна піраміда складається із чотирьох граней що мають форму правильних трикутників, а

чотирикутна піраміда – із 5 граней, з яких чотири бокові сторони – трикутники, а основа є прямокутником.

У природі існують багато кристалів різних матеріалів, які мають правильну площинну форму геометричних фігур. Частіше за все кристали представлено кубічною, пентагон-додекаедричною або октаедричною геометричними формами (рис. 7).

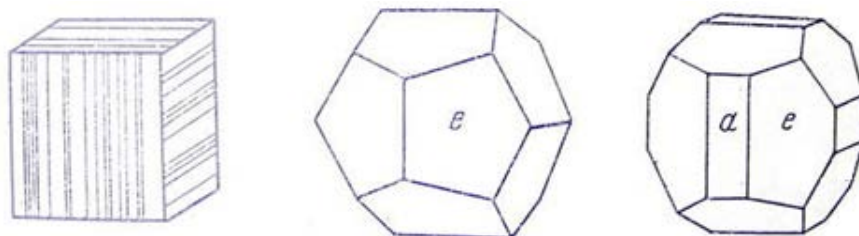


Рис. 7. Геометричні форми природних кристалів.

Кристали, що мають яскраво виражені плоскі відсіки поверхні уявляють собою певну цінність, їх можна побачити у відповідних розділах музеїв всього світу (рис.8, фото автора). Навіть важко уявити, що ці форми створені самою природою, вони представлені без будь-якої обробки.



Рис.8. Природні кристали:
 а – кальцит; б – флюорит; в – поварена сіль; г – кварц; д – жовтий кварц; е – гіпс; ж, з – пірит або залізний колчедан.

У наведеній вище підбірці кристалів показані такі, що мають призматичну форму. Крім цього представлено кристал з пірамідальною поверхнею (див.рис. 8,з).

Розглянемо способи утворення пірамідальної та призматичної поверхонь з геометричної позиції, дослідимо їх у природі та продемонструємо у архітектурних спорудах.

Пірамідальна поверхня утворюється якщо пряма лінія l проходить через деяку точку простору S і переміщується по замкненій ламаній m . Перетнувши пірамідальну поверхню деякою площиною Π , отримаємо піраміду $SABC$ (рис. 9). Отже, *піраміда* – це багатогранник, одна грань якого є багатокутник (основа), а бічні грані – трикутники, які мають спільну точку S – вершину піраміди.

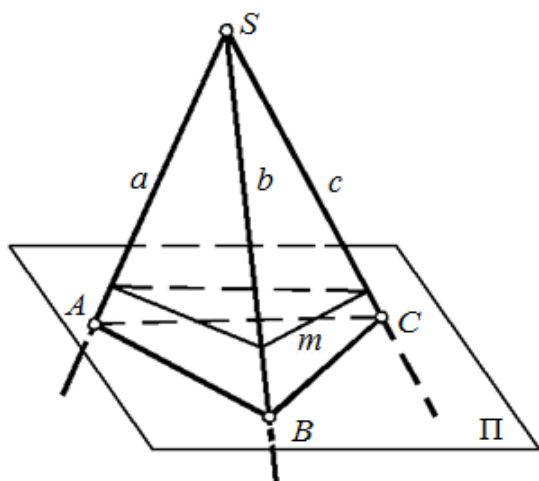


Рис.9. Пірамідальна поверхня

Зустрічається пірамідальна поверхня і в природі у вигляді кристалів різних мінералів (див. рис. 8, з) та у горних масивах (рис.10). На Тибеті гора Кайлас не тільки має форму піраміди, а розташована таким чином, що всі її грані чітко зорієнтовані по всім частинам світу. Це дуже дивно, тому деякі вчені стверджують, що це і не гора зовсім, а гігантська піраміда. А решта маленьких гір – це маленькі

піраміди. Тобто утворена дійсна система пірамід, яка набагато більша за розмірами, ніж всі досі відомі.

Крім природних пірамідальних поверхонь існують піраміди, що створені руками людини ще в стародавні часи [6,7]. Піраміди Гізи – це



a



б

Рис.10. Гори у формі піраміди: *a* – Алтай; *б* – Тибет

одне із чудес світу, яке збереглося до наших часів. Першою пірамідою правильної форми є рожева піраміда фараона Снофру у Дахшурі (рис.11, *a*). З геометричної точки зору для неї є характерним малий нахил граней.

Великими пірамідами називають піраміди Хеопса (рис.11, *б*), Хефрена

та Микерина. Ці піраміди мають строго геометричну правильну форму. Стіни їх піднімаються під кутом від 51° до 53° до горизонту.



Рис.11. Єгипетські Піраміди: *a* – Снофу; *б* – Хеопса

Відома з давнини пірамідальна поверхня пізніше використовувалася як форма купола для будівель сакральної архітектури (рис.12, фото автора), а також для дахів звичайних будівель різного призначення.

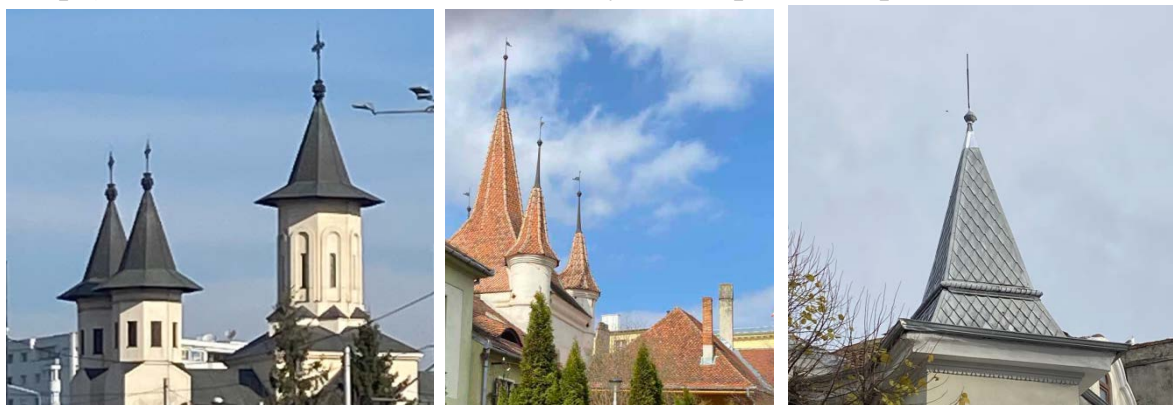


Рис.12. Пірамідальні форми куполів

Припустимо, що вершина S піраміди перемістилася у нескінченність. При цьому бічні ребра піраміди перетворюються у паралельні прямі лінії. Відзначимо, що у цьому випадку вершина S замінюється напрямом s , а поверхня стає *призматичною*.

Призмою називається багатогранник, який утворюється в перерізі призматичної поверхні двома паралельними площинами (рис. 13). З геометричної точки зору, призма – це багатогранник, у якого дві грані (основи) є однаковими багатокутниками з відповідно паралельними сторонами, а бічні грані в загальному випадку – паралелограми.

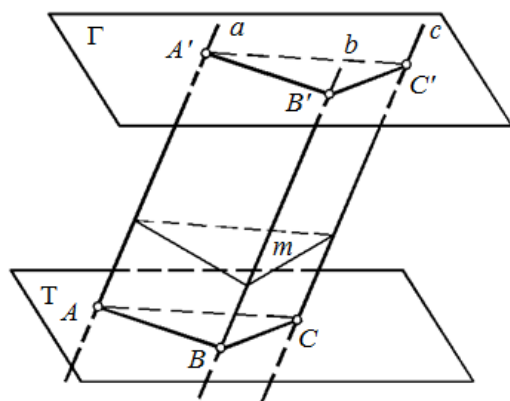


Рис.13. Призматична поверхня

У природі призматичну поверхню мають бджолині соти для збирання меду (шестикутна призма), кристали мінералів (див. рис.8) тощо. Окремо потрібно відзначити колони і призми із базальта (рис.14). При застиганні вулканічної лави

утворюються тріщини, що мають форми призматичних стовпів, які нагадують органні труби [8]. Під час розтріскування потоку лави формується гексагональна решітка звідки утворюється шестикутна (рідше восьмикутна) форма стовпів. Будь-яка скеля, що складена такими магматичними породами, руйнується з часом за площинами призм.



Рис.14. Колони і призми із базальту

В сучасні часи призматична поверхня є найбільш розповсюдженою в людському житті і діяльності. А особливо окремий випадок поверхні – паралелепіпед. Майже все битове приладдя має форму паралелепіпеда: шафи, тумбочки, ліжка, побутова техніка, системні блоки стаціонарних комп'ютерів, мобільні телефони тощо.

В архітектурі така форма є мабуть найбільш розповсюдженою. Сучасні будівлі різного призначення у своїй більшості мають форми паралелепіпедів із прямолінійними контурами вікон, дахів та навіть зовнішніх прикрас (рис.15, фото автора).

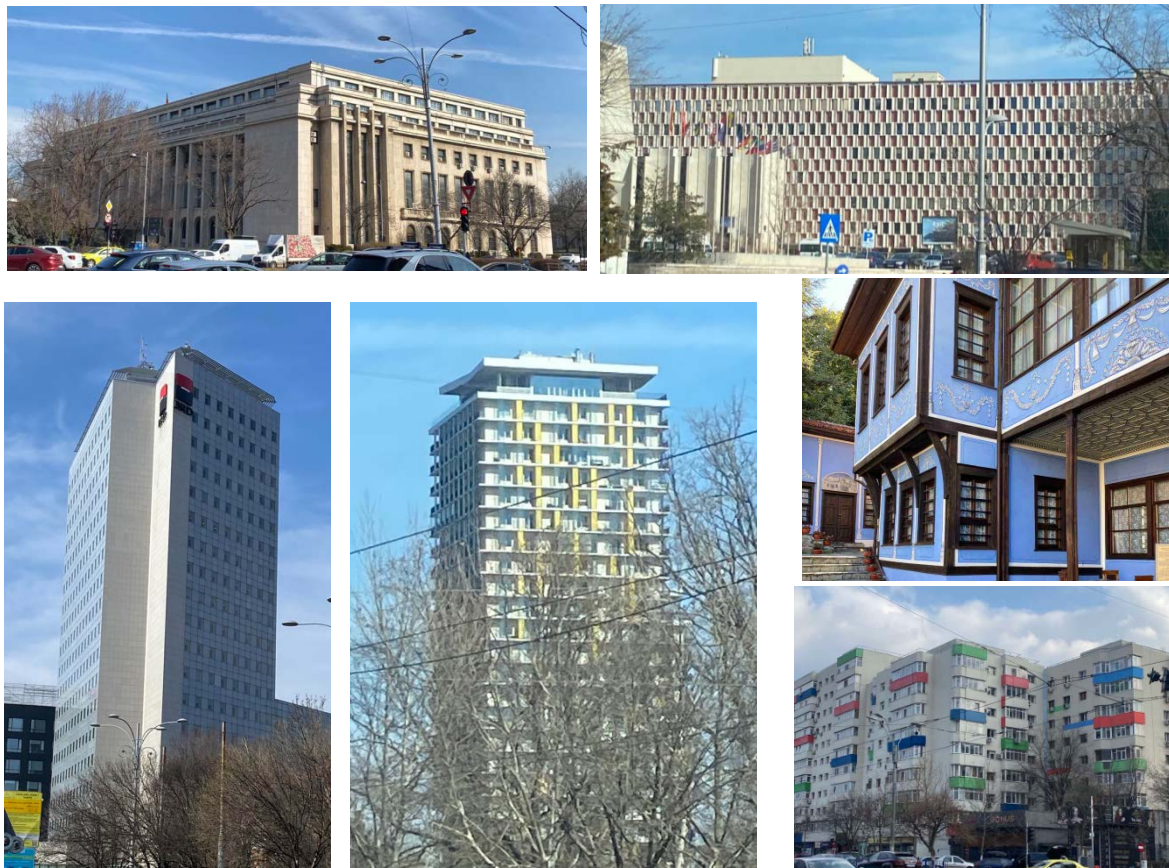


Рис.15. Сучасні адміністративні будівлі та житлові будинки

Говорячі про прямолінійні форми у архітектурі неможна не згадати про всесвітньо відомого французького архітектора Ле Корбюзьє, який першим використав стиль модернізму та функціоналізму [4]. Це була його ідея міста, в якому багато житлових масивів та одноманітних панельних домівок. Ще на початку 20 сторіччя Ле Корбюзьє говорив про зручне та вільне планування житла не для королів та купців, а для звичайних простих людей. В своїх творіннях він поставив красоту чистої геометричної форми вище за відділку та декор. Правила, які придумав та впровадив у своє творчості Ле Корбюзьє, стали основою для всієї сучасної архітектури. Згадаємо деякі його роботи.

Вілла Савой (рис.16) у 30км від Парижу (Франція) є яскравим прикладом новаторства першої половини 20 сторіччя. Вона побудована у стилі архітектурний модернізм [4]. Висота будівлі 9,4 м, загальна площа 440 м². На відміну від традиційних будівель в цьому проекті реалізовано плоский дах-тераса, використані витончені колони першого поверху та широкі вікна стрічкової форми. Стиль будівлі характеризується як стриманий: всі лінії прямі, приміщення просторні, вікна велики та даючі багато світла.



Рис.16. Вілла Савой: зарисовка Ле Корбюзьє та побудована будівля.

Всі свої шедеври Ле Корбюзьє будував за їм особисто придуманими правилами: будівля піднята на опорах, вільне планування, великі стрічкові вікна, плоский дах із садом-терасою. У такий спосіб ще у 1927 році був побудований житловий будинок у селищі Вейссенгоф, Штутгарт (Німеччина) (рис.17, а).

Ще одне творіння Ле Корбюзьє, яке було побудовано у 1952 році, представлено на рис. 17, б. Це фото Марсельської житлової одиниці, тобто великого житлового комплексу, який є соціальним житлом. Будівлю піднято на міцні опори. Саме в цьому проекті вперше було реалізовано ідею, коли біля житлових приміщень розміщені суспільні зони: магазини, ресторани, кафе, бари і навіть спортзал. А на даху розташовано зону відпочинку з естрадою, дитячим садочком, плав басейном та біговою доріжкою. Марсельський житловий блок внесено до списку всесвітньої спадщини ЮНЕСКО у Марселі (Франція).



a



б

Рис.17. Творіння Ле Корбюзьє:

a – житловий будинок (Німеччина), *б* – Марсельська житлова одиниця.

Виконуючи перспективні проекти житлових будівель Ле Корбюзьє замислювався над монастирським способом життя. Тому згодився, коли йому запропонували спроектувати монастир домініканського ордена

Комплекс монастиря Ля Туретте, розташований біля міста Ліон (Франція), спроектовано нетрадиційно для релігійних споруд (рис.18). Грубі бетонні поверхні, цвітові контрасти, плоскі дахи, асиметрія та нелогічність архітектурної композиції – все це зовсім не нагадує молитовну атмосферу монастирів.

Криті галереї перетинаються крестоподібно та поділяють монастир на чотири дворики. Сама будівля не торкається землі, вона стоїть на опорах. Церква у формі паралелепіпеда є самостійною одиницею та відділена від П-подібного келейного корпусу візьким двориком. Неподалік від входу, який визначено трьома циліндрами, знаходиться капелла невеликого розміру, яка увінчана бетонною пірамідою.

Паралелепіпедні та призмодальні поверхні зустрічаються і в багатьох сучасних архітектурних спорудах визначеного призначення, які створені вже у 21 сторіччі. На рис. 19, 20, 21 зроблено добірку зображень таких



Рис. 18. Монастир в Ля Туретте, Франція.

будівель. Всі вони створені сучасними архітекторами, які використовують в конструкції прямолінійні форми (прямі лінії та площини) нахилені під різними кутами та утворюючими особливий простір.

Дім для спостережень, розроблений фірмою I/O architects, був відкритий у 2015 р. неподалік від Софії (див. рис.19, *a*), столиці

Болгарії [5]. Перший поверх будівлі нагадує захищений середньовіковий дім за рахунок впровадження великих клітинок із камінням, які звичайно використовують у якості конструкції для зміцнення споруд. Суттєва різниця в розмірах між першим та другим поверхами відтворює відчуття паріння даху, надає легкість всій конструкції. За рахунок співвідношень між розмірами поверхів, органічного поєднання панорамних вікон та каміння архітекторам вдалося відтворити риси, що характерні для болгарського житла. Пірамідальна форма криши, орієнтація головного фасаду до внутрішнього двору відображають характерні національні риси.

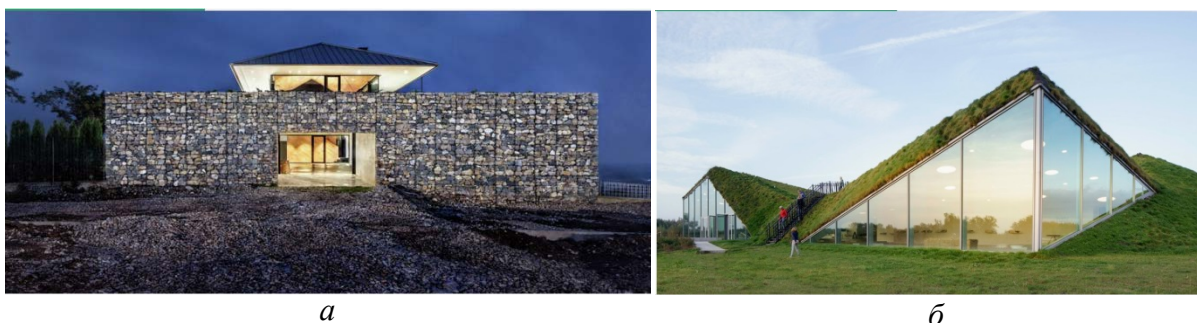


Рис.19. Архітектурні споруди: *а* – дім для спостережень; *б* - музей Бісбош

Музей Бісбош (рис.19, *б*), який відкрився у місті Веркендам (Нідерланди) у 2015 році, був спроектований студією Марко Вермьолен. Не зважаючи на свої прямолінійні форми будівля органічно вписується у природний ландшафт гряди зелених холмів. Під час реконструкції існуючої будівлі 1990-х років архітектори обережно зберегли будівлю із характерними шестигранними дахами та додали об'єму використовуючи великі панорамні вікна.



Рис.20. Еко отель (Італія).

Еко отель Сільвія Лавіт (рис.20) розташувався у живописному регіоні Монферрато (Італія). Доміки, що виконані із скла і деревини, за дизайном нагадують форми традиційних для регіону форм стогів сіна. Архітектори використовували готові геометричні елементи, але нестандартним чином. Дах має А-образну форму з двома повністю зашквленими трикутними фасадами; він одночасно виконує роль стіни та несучої конструкції. Використовуючи японську логіку роботи з шарами простір лож утворено трьома нахиленими площинами.

У норвежському місті Ставангер побудовано Дім Waterfront – великий житловий комплекс (рис.21), що створений із дерева, яке є традиційним для місцевої архітектури.

Використання площинних та прямолінійних форм у дизайні й розташування на набережній допомогло комплексу органічно вписатися у архітектурний ансамбль міста та облаштувати простір навколо води та у дворі.



Рис.21. Дім Waterfront. (Норвегія)

За задумом архітекторів дім виробляє електроенергію, а площинна форма криши допомагає ефективно освітлювати двори сонячним світлом.

Існує дуже багато інших лінійчатих поверхонь різних класів крім досліджених у даній

роботі, але описані вище приклади прямих ліній та поверхонь, що утворюються із окремих відсіків площин, є найбільш розповсюдженими у природному середовищі та у житті людини.

Висновки та перспективи. В статті подано дослідження прямих ліній та лінійчатих поверхонь пірамідальної та призматичної форми. Проведено їх математичний та геометричний опис, представлено наочні зображення. Доведено існування прямих ліній у природному середовищі наведеними найбільш характерними прикладами. Досліджено склад деяких геометричних поверхонь, що утворені із відсіків площин. Виконано підбір природних творінь й архітектурних споруд, які мають досліджувані поверхні. Проаналізовано найбільш цікаві проекти всесвітньо відомого архітектора модерніста Ле Корбюзьє. Наведено зображення сучасних архітектурних споруд, які мають пірамідальну та призматичну форми.

Література

1. *Борисенко В.Д., Бідніченко О.Г.* Основи нарисної геометрії: підручник. Миколаїв, НУК, 2014. 328 с.
2. *Нарисна геометрія: В.Є. Михайленко, М.Ф. Євстифєєв, С.М. Ковальов, О.В. Кащенко; за ред. В.Є. Михайленка.* 3-тє вид., перероб. Київ : Слово, 2013. 304 с.
3. *Ильин В.А., Позняк Э.Г.* Аналитическая геометрия. Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2002. 240 с.
4. <https://losko.ru/10-corbusier-buildings/>
5. <https://www.the-village.ru/city/architecture/229769-architecture-2015>
6. <https://kozelrozel.jimdofree.com/пирамида-знакомая-и-загадочная/пирамиды>
7. <http://optymistychna.com/ru/news-ru/bazaltovye-stolby-reynisdangar/>
8. Wikipedia. Organ Pipe. <https://en.wikipedia.org/wiki/Organ_pipe. > (2023, травень, 15).

References

1. Borysenko V.D., Bidnichenko O.H. (2014) Osnovy narysnoyi heometriyi: pidruchnyk. Mykolayiv, NUK. 328 p.
2. Narysna heometriya: Mykhaylenko V.YE., Yevstyfeyev M.F., Koval'ov S.M., Kashchenko O.V.; za red. Mykhaylenka V.YE.. 3-tye vyd., pererob. Kyiv : Slovo, 2013. 304 p.
3. Il'in V. A., Poznyak E. G. (2002) Analiticheskaya geometriya. Moscow : FIZMATLIT. 240 p.
4. <https://losko.ru/10-corbusier-buildings/>
5. <https://www.the-village.ru/city/architecture/229769-architecture-2015>
6. <https://kozelrozel.jimdofree.com/пирамида-знакомая-и-загадочная/пирамиды>
7. <http://optymistychna.com/ru/news-ru/bazaltovye-stolby-reynisdrangar/>
8. Wikipedia. Organ Pipe. <https://en.wikipedia.org/wiki/Organ_pipe. > (2023, May, 15).

Ph. D., assoc. Prof **Helen Bidnichenko**
helenbidnichenko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0548-3481
Admiral Makarov National University of Shipbuilding (Mykolaiv)

STRAIGHT LINES AND RULED SURFACES IN SCIENCE, NATURE AND ARCHITECTURE

This work is devoted to the issue of geometric and practical research of straight lines and linear surfaces of pyramidal and prismatic shape. The article provides a theoretical definition of a straight line from the point of view of various mathematical disciplines and a plane, as a special case of a linear surface. They are mathematically and geometrically described, visual images are presented. The existence of straight lines in the natural environment is proved by the given most characteristic examples. The definition of a plane is given; the composition of some geometric surfaces formed from sections of planes is investigated. A selection of natural creations and architectural structures, which include the investigated surfaces, was made. It is shown that most often the crystals of natural minerals are represented by cubic, pentagon-dodecahedral or octahedral geometric shapes. The formation of rectilinear elements of snowflakes, columns and prisms from basalt is analyzed and other examples of studied geometric images in the natural environment are given. Selected options for using pyramid and prism surfaces in architectural structures, both in ancient and modern buildings. Images of the studied architectural structures, which have pyramidal and prismatic elements, are presented. Special attention is paid to the analysis of the most interesting projects of the world-famous modernist architect Le Corbusier.

Key words: straight line; plane; ruled surfaces; pyramid; prism; natural environment; architectural structures.