

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова
(повне найменування вищого навчального закладу)

Навчально-науковий інститут автоматики та електротехніки
(повне найменування інституту, назва факультету (відділення))

Суднових електроенергетичних систем
(повна назва кафедри)

Рекомендовано до захисту
зав. кафедри СЕЕС
(скорочена назва кафедри)

 Обрубов А.В.
(підпис) (прізвище та ініціали)

"12." грудня 2024 р.

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

до магістерської роботи

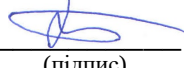
на тему Дослідження електромагнітних процесів в силовій схемі
резонансного перетворювача

Виконав: студент 6 курсу, групи 6365м
спеціальності 141. «Електроенергетика,
електротехніка та електромеханіка»
(шифр і назва спеціальності)

спеціалізації Системи генерування
електроенергії та електропостачання
(назва спеціалізації)

Хоменко Б. А. 
(прізвище та ініціали) (підпис)

Керівник Обрубов А.В. 
(прізвище та ініціали) (підпис)

Рецензент Білюк І.С. 
(прізвище та ініціали) (підпис)

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова

Інститут, факультет Навчально-науковий інститут автоматики та електротехніки
Кафедра Суднових електроенергетичних систем
Освітньо-кваліфікаційний рівень магістр
Спеціальність 141. Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка
Освітня програма Системи генерування електроенергії та електропостачання
(шифр і назва)

ЗАТВЕРДЖУ

Завідувач кафедри
д.т.н., доц. Обрубов А.В.

“ 1 ” вересня 20 24 року

ЗАВДАННЯ НА ДИПЛОМНУ РОБОТУ СТУДЕНТУ

Хоменко Богдан Анатолійович

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Дослідження електромагнітних процесів в силовій схемі резонансного перетворювача

керівник роботи д.т.н., доцент кафедри СЕЕС Обрубов А.В.

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом вищого навчального закладу від “ ” 20 року №

2. Строк подання студентом роботи 12 грудня 2024р

3. Вихідні дані до роботи Класифікація резонансних перетворювачів в системах живлення, особливості резонансних перетворювачів класу D, математичні розрахунки параметрів процесів послідовно-резонансних перетворювачів

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити)

1. Огляд типів резонансних перетворювачів електроенергії

2. Вдосконалений метод накладання і побудова лінійної математичної моделі резонансного перетворювача

3. Математична модель

4. Дослідження статичних характеристик методом накладання

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)

1. Ціль і задачі роботи

2. Наукова новизна

3. Послідовно-резонансний перетворювач

4. Концепція математичної моделі резонансного перетворювача

5. Динамічна модель резонансного перетворювача

6. Імітаційна модель перетворювача

7. Результати імітаційного моделювання

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

7. Дата видачі завдання 05.09.2024

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів дипломного роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд силових схем резонансних перетворювачів	12.09.2024	виконано
2	Математична модель резонансного перетворювача	25.09.2024	виконано
3	Динамічна модель резонансного перетворювача	15.10.2024	виконано
4	Розрахунки статичних характеристик та моделювання процесів резонансних перетворювачів	25.11.2024	виконано
5	Оформлення дипломної роботи	12.12.2024	виконано

Студент



(підпис)

Хоменко Б. А.

(прізвище та ініціали)

Керівник роботи



(підпис)

Обрубов А. В.

(прізвище та ініціали)

АНОТАЦІЯ

Магістерська робота присвячена дослідженню процесів в силовій схемі послідовно-резонансного перетворювача постійної напруги суднової системи електропостачання. Перетворювач призначений для живлення суднової радіоапаратури. Дослідження спрямоване на створення математичної моделі та отримання передатних функцій резонансного перетворювача в структурі систем автоматики. Також в роботі представлено результати модельних експериментів, що підтверджують правильність теоретичних досліджень.

В першому розділі роботи представлено огляд методів розрахунку та використання методу накладання в теорії електроенергетики та перетворювальній техніки.

В другому розділі викладено вдосконалення методу накладання, математичних та динамічних моделей, результати імітаційного моделювання.

В третьому розділі наведено математичну модель трьохмостового резонансного перетворювача.

В четвертому розділі наведено розрахунки статичних характеристик послідовного резонансного перетворювача.

Структура і обсяг магістерської роботи. Робота складається зі вступу, 4 розділів, висновків, списку використаних джерел і додатка.

Об'єм роботи складає 93 сторінок, 26 ілюстрацій, 3 таблиць і 10 слайдів.

Ключові слова. Метод суперпозиції, статичні характеристики, резонансний перетворювач

ANNOTATION

The master's thesis is devoted to the study of processes in the power circuit of a series-resonant DC converter of a ship's power supply system. The converter is intended for powering ship radio equipment. The research is aimed at creating a mathematical model and obtaining transfer functions of a resonant converter in the structure of automation systems. The work also presents the results of model experiments that confirm the correctness of theoretical research.

The first section of the work presents an overview of calculation methods and the use of the superposition method in the theory of electric power and converter technology.

The second section presents the improvement of the superposition method, mathematical and dynamic models, and the results of simulation modeling.

The third section presents a mathematical model of a three-bridge resonant converter.

The fourth section presents calculations of the static characteristics of a series resonant converter.

Structure and scope of the master's thesis. The work consists of an introduction, 4 sections, conclusions, a list of sources used, and an appendix.

The volume of the work is 93 pages, 26 illustrations, 3 tables and 10 slides.

Keywords: Superposition method, static characteristics, resonant converter

Зміст

Список умовних позначень та скорочень	7
ВСТУП.....	10
Розділ 1. Оглядовий розділ	14
1.1. Постановка проблеми дослідження.....	14
1.2. Аналіз досліджень і публікацій по темі роботи.....	15
Висновки.....	20
Розділ 2. Вдосконалений метод накладання і побудова лінійної математичної моделі резонансного перетворювача	21
2.1. Відомості про метод накладання та його розвиток	21
2.1.1. В чому полягає існуючий метод.....	21
2.1.2. Чим відрізняється вдосконалений метод	21
2.2. Умови та концепція методу накладання	23
2.3. Лінійна математична модель перетворювача	27
2.4. Особливості динамічної моделі, визначеної методом накладання.....	29
2.5. Базова динамічна модель з $N_q=1$ для амплітудної модуляції	32
2.5.1. Концепція моделі.....	32
2.5.2. Елементарна перехідна та базова передатна функції резонансного перетворювача.....	35
2.5.3. Моделювання процесів на основі базової передатної функції резонансного перетворювача.....	43
Висновки.....	60
Розділ 3. Математична модель трьохмостового резонансного перетворювача	62
3.1. Схема досліджуваного резонансного перетворювача	62

3.2. Схема заміщення з L -контурами	65
3.3. Математична модель послідовного резонансного перетворювача зі схемою заміщення з L -контурами	68
Висновки.....	72
 Розділ 4. Дослідження статичних характеристик резонансного перетворювача методом накладання.....	73
Висновки.....	87
 Загальні висновки.....	88
 Список використаних джерел.....	89
 Додаток А. Текст файлу опису параметрів імітаційної моделі резонансного контур з еквівалентним генератором «TF_LBP.m».....	93

Список умовних позначень та скорочень

АРК – активний резонансний контур

АМ – амплітудна модуляція

БНЗ – безінерційна нелінійна ланка

ВЧ-діапазон робочої частоти – коли робоча частота перетворювача вища за резонансну частоту контуру

ЕРС – електрорушійна сила, *EMF – Electric Moving Force*

ІБП – імпульсний блок живлення

ККД – коефіцієнт корисної дії

ЛАЧХ – Амплітудно-частотна характеристика

ЛБП – лінійний багатополіусник

ЛФЧХ – Логарифмічна фазова частотна характеристика

НЧ-діапазон робочої частоти – коли робоча частота перетворювача нижча за резонансну частоту контуру

ОП – операційний підсилювач

ПВЗ – пристрій вибірки-зберігання

ПКД – послідовність комбінації джерел

DC-DC – «постійний струм – постійний струм», імпульсний перетворювач-стабілізатор напруги, на вході і на виході якого постійні струми і напруги

DF – Describing Function (Method)

EMI – *Electromagnetic Interference* електромагнітні перешкоди

ESR – Equivalent Series Resistance, або послідовний активний опір

FHA – First Harmonic Approximation

GTO – gate turn-off thyristor, або тиристор, що запирається по сигналу на управляючому електроді

IGBT – Insulated Gate Bipolar Transistor, або біполярний транзистор с ізолюваним затвором

LLC резонансний перетворювач – резонансний перетворювач, первинний резонансний контур якого складається з однієї ємності і двох індуктивностей: послідовної і паралельної до еквівалентного навантаження інвертора

LTI – Linear Time-Invariant

PFM – імпульсно-частотна модуляція

PTM – Proportional Three Method (метод пропорційного дерева)

RCT – reverse conducting thyristor, або тиристор зворотної провідності з паралельним діодом

- $H(t) = h(t)$ – *Weight Function* – вагова функція або імпульсна перехідна функція системи, реакція системи на імпульсну дельта-функцію $\delta(t)$. Зображення імпульсної перехідної функції при нульових початкових умовах є передатною функцією $H(s) = \ell(h(t))$, $H(z) = \mathfrak{Z}(h(nT))$.

- Елементарний вхідний імпульс динамічної моделі – це імпульсна функція як частина періодичної функції або один типовий екземпляр із періодичної послідовності напруги або струму еквівалентного генератора схеми заміщення резонансного перетворювача.

- $g(t) = \int h(t)dt$ – перехідна функція (зображення $G(s)$, $G(z)$), реакція системи на одиничну ступінь $\mathbf{1}(t)$.

- $g_e(t)$ – елементарна перехідна функція, характерна для широкого класу систем, наприклад, для резонансних перетворювачів.

- Базова динамічна модель – це лінійна динамічна модель системи з одиничною кратністю квантування, коли період дискретності моделі рівний періоду дискретності системи $T = T_g$.

- Кратність квантування $k_q = T_g/T$ – відношення періодів дискретності системи і моделі.

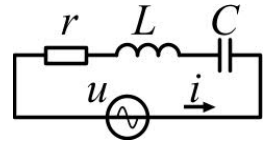
Послідовний коливальний контур

L – індуктивність, Гн;

C – ємність, Ф;

r – послідовний активний опір, Ом;

u – джерело напруги, В.



$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} - \text{хвильовий опір, Ом;}$$

$$Q_0 = \frac{\rho}{r} = \frac{\pi}{\lambda T_0} = \frac{\omega_0}{2\lambda} - \text{добротність послідовного контуру.}$$

$$\omega - \text{кутова частота, рад/с; } f - \text{частота, Гц (с}^{-1}\text{); } \omega = 2\pi f ;$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} - \text{період коливань, с;}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\lambda^2 + \omega_1^2} - \text{резонансна частота, рад/с;}$$

$$\omega_1 = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q_0^2}} = \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} - \text{частота вільних коливань, рад/с;}$$

$$\lambda = \frac{r}{2L} = \frac{\omega_0}{2Q_0} = \xi \omega_0 - \text{коефіцієнт (фактор) згасання коливань;}$$

$$\lambda \frac{2\pi}{\omega_1} = \lambda T_1 = \ln \frac{A_k}{A_{k+1}} - \text{логарифмічний декремент або відношення}$$

логарифмів амплітуд сусідніх коливань (можливо його треба визначати відносно резонансної частоти ω_0 або періоду T_0);

ВСТУП

В сучасних суднових системах живлення електронного обладнання використовується значна доля імпульсних перетворювачів електроенергії, які знижують якість електроенергії автономних суднових електромереж. Серед небажаних факторів їхнього впливу на якість електроенергії можна зазначити наступні:

- низькочастотні викривлення струму і напруги автономної мережі живлення внаслідок споживання струмів в частині напівхвиль напруги мережевими випрямлячами з ємнісними фільтрами всередині імпульсних джерел живлення;
- середнечастотні та високочастотні пульсації внаслідок роботи імпульсних інверторів джерел живлення;
- високочастотні перешкоди у вигляді ближнього електромагнітного поля та у вигляді синфазних напруг ліній електроживлення.

З іншого боку живлення радіотехнічного та радіонавігаційного обладнання суден вимагає низького рівня електромагнітних перешкод в радіодіапазонах від джерела живлення. Найкращими з цієї точки зору є джерела на основі низькочастотних силових індуктивних та ємнісних елементів, але вони мають відносно великі габарити та масу. Перехід мережі живлення на підвищені частоти (400 Гц) суттєво знижує масогабаритні показники електромагнітних, індукційних та ємнісних елементів, але в ряді випадків цього недостатньо і апаратура з підвищеною частотою живлення не є уніфікованою з береговою 50-герцевою мережею живлення. Тому сьогодні актуальною є задача створення для судових систем джерел живлення з підвищеними внутрішніми робочими частотами, які дозволяють використати переваги високочастотного перетворення електроенергії, та з уніфікованим первинним зовнішнім живленням 85-265В з частотами 50-400Гц, що дозволяє житися від різних мереж. Для вирішення цієї технічної задачі добре підходять високочастотні джерела живлення з резонансними принципами комутації вентилів та перетворення електроенергії.

Резонансні перетворювачі сьогодні активно розвиваються, розробляються нові схеми і мікросхеми управління ними, поліпшуються їх масогабаритні

характеристики й надійність [1-4]. Пріоритетними напрямками вдосконалювання резонансних перетворювачів є розробка нових силових компонентів, нових силових схем і систем керування перетворювачами [2, 3]. Ефективний розв'язок кожної із цих завдань вимагає глибокого аналізу електромагнітних процесів у силових схемах перетворювачів, створення нових схем і принципів керування.

Основними перевагами резонансних перетворювачів вважається високий ККД і порівняно малий рівень генерованих перешкод [5]. Тому резонансні перетворювачі доцільно використовувати в системах живлення суднової радіoeлектроніки, де малі втрати потужності узгодяться з компактністю й герметичністю блоків живлення, а низький рівень генерованих перешкод сприятливий для нормальної роботи радіоапаратури.

Актуальність роботи. Резонансні перетворювачі, як відомо [5, 6, 7], мають істотні переваги в порівнянні з нерезонансними перетворювачами із жорсткою комутацією вентилів, оскільки дозволяють знизити комутаційні втрати потужності, підвищити частоту перетворення й ККД, а також зменшити рівень генерованих перешкод [7]. Проектування резонансних перетворювачів і систем автоматики, до складу яких входять ці перетворювачі, вимагає визначення математичних залежностей, що описують процеси в силових схемах резонансних перетворювачів [8-10]. Оскільки резонансні перетворювачі є більш складними системами в порівнянні з ШПП та однотактними нерезонансними перетворювачами, для їх дослідження та проектування потрібно враховувати більше параметрів та алгоритмів комутації силових вентилів. Тому створення математичної моделі резонансного перетворювача, яка дозволить розраховувати його характеристики, параметри компонентів силової схеми або передатні функції при різних алгоритмах комутації, є складною і актуальною науково-практичною задачею. Математичні моделі перетворювачів використовуються окрім прямих розрахунків робочих характеристик і також в якості інструментів створення структурних імітаційних моделей, які наряду зі схемними імітаційними моделями можна використовувати для проектування регуляторів систем автоматичного регулювання вихідних величин.

Ціль роботи. Метою даної роботи є розробка й практична перевірка лінеаризованої математичної моделі резонансного перетворювача електроенергії на основі вдосконаленого методу накладання для визначення статичних і динамічних характеристик при різних алгоритмах комутації вентилів.

Для досягнення поставленої мети вирішувалися наступні завдання:

- огляд методів аналізу електромагнітних процесів в схемах резонансних перетворювачів та обґрунтування використання і розвитку методу накладання в дослідженнях процесів резонансних перетворювачів;

- розробка концепції вдосконаленого методу накладання для дослідження резонансних перетворювачів, визначення його особливостей, припущень та обмежень використання;

- розробка математичної моделі резонансного перетворювача, яка може враховувати різні алгоритми комутації вентилів для розрахунку статичних та динамічних характеристик;

- розробка лінеаризованої динамічної моделі резонансного перетворювача для визначення його передатних функцій як передатної ланки системи автоматизованого регулювання;

- використання вдосконаленого методу накладання для визначення статичних характеристик резонансного перетворювача;

- експериментальна перевірка результатів теоретичних досліджень за допомогою імітаційного моделювання.

Об'єктом дослідження є перетворювачі електроенергії на основі схем з комутацією ланцюгів, що містять резонансні контури з реактивними елементами.

Предметом дослідження є перетворювачі постійної напруги на основі послідовно-резонансних інверторів із частотно-релейним регулюванням.

Методи дослідження. При розв'язку поставлених завдань використовувалися: класичні методи розрахунків електричних кіл на основі законів Ома і Кірхгофа; метод накладання для розрахунку електричних кіл; методи теорії автоматичного регулювання; чисельні методи розрахунків характеристик, розв'язку рівнянь і комп'ютерного моделювання.

Наукова новизна роботи.

Розроблено лінеаризовану математичну модель резонансного перетворювача на основі схеми заміщення з еквівалентними генераторами, яка може враховувати різні алгоритми комутації силових вентилів.

Розроблено дискретну динамічну модель резонансного перетворювача, яка дозволяє визначити передатні функції резонансного перетворювача як лінійної динамічної ланки.

Практичне значення отриманих результатів полягає в наступному.

Розроблена математична модель резонансного перетворювача дозволяє спростити розрахунки характеристик резонансного перетворювача при різних алгоритмах комутації.

Розроблена динамічна модель дозволяє проектувати регулятори систем авторегулювання вихідних величин резонансних перетворювачів.

Розрахунки характеристик резонансного перетворювача можуть бути використані в проектування систем керування і для визначення діапазонів зміни регулюючих величин.

Особистий внесок автора. Автору належить визначення математичної моделі резонансного перетворювача, розрахунок характеристик резонансного перетворювача, створення імітаційних моделей, експериментальна робота та обробка результатів експериментів з перевіркою правильності запропонованої математичної моделі і результатів розрахунків.

Розділ 1. Оглядовий розділ

1.1. Постановка проблеми дослідження

Аналітичні методи визначення характеристик резонансних перетворювачів передбачають створення математичних моделей, розрахованих для конкретних алгоритмів комутації чи способів регулювання вихідних величин. Зазвичай математичні моделі перетворювачів є справедливими тільки для тих алгоритмів комутації, для яких вони були створені. Алгоритми комутації вентилів можуть примусово задаватися системами управління, або встановлюватися природнім чином, за ходом електромагнітних процесів і логікою роботи схеми.

Проблема дослідження полягає в тому, що при зміні алгоритму комутації вентилів для опису електромагнітних процесів перетворювача треба відповідно змінювати існуючу математичну модель або створювати нову модель. І коли постає задача визначення впливів змін алгоритмів комутації на характеристики або на вихідні параметри перетворювачів, теоретичне дослідження резонансного перетворювача ускладнюється декількома математичними моделями. Результати розрахунків за різними математичними моделями можуть розходитися внаслідок різних припущень. Доцільно використовувати єдиний підхід при розв'язанні систем рівнянь, що описують процеси при різних послідовностях комутації вентилів. Одним зі способів вирішення цієї проблеми є використання експериментально-аналітичних методів. Комп'ютерне моделювання може давати достатньо точні результати чисельних розрахунків для конкретних схем і алгоритмів їх роботи, але встановлення загальних закономірностей потребує багато часу на експерименти і обробку їх результатів. Тому доцільно розробити загальний метод розрахунку характеристик резонансних перетворювачів для різних алгоритмів комутації з математичними моделями, які в значній своїй частині є подібними. Це спростить аналітичні дослідження характеристик резонансних перетворювачів при зміні алгоритмів комутації вентилів і дозволить встановити узагальнені закономірності та математичні формули, що справедливі для широкого класу схем перетворювачів.

1.2. Аналіз досліджень і публікацій по темі роботи

Розрахункові методи з теорії електричних кіл, такі, як метод контурних струмів, метод вузлових потенціалів, еквівалентного генератора тощо, широко використовуються для створення математичних моделей і для визначення аналітичних залежностей між величинами, що характеризують процеси імпульсних перетворювачів, зокрема резонансних перетворювачів. Представлені в багатьох роботах [11-13] розрахунки, як правило, відповідають конкретним схемам і алгоритмам комутації вентилів. В більш узагальнених роботах [14-16] наведено порівняльний аналіз характеристик декількох схем перетворювачів, а, наприклад, в роботах [17, 18] представлені для порівняння схеми та принципи дії резонансних перетворювачів. Коли пояснюється принцип дії тієї чи іншої схеми резонансного перетворювача, наводяться вирази закономірностей для конкретної схеми і алгоритму комутації. Огляд відкритих публікацій показав нерозповсюдженість відомостей щодо узагальнених методів розрахунку схем резонансних перетворювачів. Під узагальненими методами маються на увазі методи побудови математичних моделей резонансних перетворювачів, які можуть охоплювати декілька алгоритмів комутації вентилів. Можна виділити декілька аспектів використання методу накладання в електроенергетиці та в перетворювальній техніці, які дадуть можливість визначитися з технікою використання цього методу в теорії резонансних перетворювачів. Тому доцільно більш ретельно розглянути присутність методу накладання як узагальненого розрахункового методу в наукових публікаціях за тематикою електрозабезпечення та з перетворювальної техніки.

Використання методу накладання в аналізі процесів в електромережах та в енергосистемах обумовлюється лінійністю їх схем заміщення і дією багатьох подібних один до одного еквівалентних генераторів електроенергії, серед яких деякі генератори можуть імітувати дію споживачів електроенергії. В роботі [19] представлено модифікований метод накладання, що використовується для аналізу гармонік електромереж і встановлення розподілу джерел гармонічних

викривлень та долі внесень в картину викривлень постачальника і споживача електроенергії. На основі цього аналізу визначаються міри відповідальності сторін за порушення норм по якості електроенергії. Оскільки це в тому числі і фінансове питання, можна вважати, що автори достатньо обґрунтували ефективність розрахунків методом накладання при вирішенні даної задачі. В даному прикладі [19] проілюстровано аспект розділення процесу на складові для подальшого сумування результатів розрахунків. Автори використовували накладання для аналізу рівнів гармонік, умовно розділяючи генеровані напруги та струми схеми заміщення електромережі на складові.

Для визначення втрат енергії в електромережах теж раціонально використовувати метод накладання. Це дозволяє розраховувати втрати енергії окремо для кожного джерела. В роботі [20] представлено дослідження розподілу втрат під час передачі електроенергії в нерегульованих енергосистемах. Також представлена новизна в цій галузі двох методів, а саме методу суперпозиції та методу пропорційного дерева (PTM). На основі певних припущень виконується ряд симуляцій, щоб порівняти їхню продуктивність і перевірити правильність кожного методу. Цей аспект аналогічно попередньому прикладу ілюструє розкладання процесів втрат на складові. Використання методу накладання дозволяє виконати окремий аналіз кожної незалежної складової процесів.

Цікавим прикладом використання методу накладання є структурний аспект – розкладання схеми заміщення електромережі на різні стани [21], коли аналізується накладання процесів двох станів схеми заміщення мережі і в результаті визначаються процеси в третьому стані. В цій статті пропонується новий метод розрахунку, що базується на принципі суперпозиції. Мережа живлення з обривом фази еквівалентна накладенню стану відключення до пошкодження мережі та додаткового стану короткого замикання мережі. Після розрахунку двох станів та відповідно накладення отриманих результатів може бути одержана формула розрахунку кількості електроенергії в мережі з обривом фази. Це аналогічно методу еквівалентного генератора, коли на основі параметрів холостого ходу і короткого замикання визначаються параметри

еквівалентного генератора і на їх основі вираховуються вихідні параметри схеми для довільного навантаження або опору певного ланцюга схеми заміщення. Розраховуються два види несправності при роботі з розімкнутою фазою: коли несправність виникає на несправній фазі та коли виникає на справній фазі. Отримано формулювання післяаварійних електричних величин. Численні приклади та результати моделювання за допомогою PSCAD демонструють, що запропонований метод має хорошу ефективність та здійсненність.

Далі розглянуто особливості використання методу накладання в перетворювальній техніці, зокрема для розрахунків параметрів процесів в резонансних перетворювачах. Наступним аспектом методу накладання є формування процесу шляхом накладання складових сигналів. В цій статті [22] визначаються початкові фази складових вихідної напруги резонансного інвертора для найефективнішого використання напруги живлення індуктивного зарядного пристрою. пропонується багаточастотний багатоамплітудний (MFMA) метод модуляції накладанням. Цей метод накладає кілька частотних сигналів, а потім порівнює синтезований сигнал з високочастотною трикутною несучою для виведення прямокутного сигналу напруги, що містить таку інформацію, як частота та амплітуда попереднього вихідного сигналу. Крім того, пропонується алгоритм фазової оптимізації, тобто заснований на запропонованому методі модуляції суперпозиції MFMA, коефіцієнт використання постійної напруги системи покращується за рахунок розумного регулювання початкової фази кожної частоти. Результати моделювання та експериментів показують, що запропонований метод може видавати принаймні чотири складові з різними частотами одночасно з використанням одного інвертора, ефективно зменшуючи потужність передавача і сумісність з діапазоном частот декількох стандартів зарядки. Запропонована оптимізація фазового зсуву значно впливає на поліпшення використання постійної напруги зі збільшенням коефіцієнту використання на 44,88%. Отже, оптимальне накладання похідних коливань дозволяє мінімізувати їх суму і збільшити можливості індуктивного зарядного пристрою.

Наступний аспект – це теж розкладання процесу на складові. Резонансні перетворювачі *CLLC* можуть реалізовувати двонаправлений потік потужності і м'яке перемикання силових вентилів та широко використовуються в зарядці електромобілів і мікромережах постійного струму. На відміну від попереднього накладання окремо сформованих сигналів можливе розкладання процесів в резонансному контурі перетворювача на ортогональні складові для розрахунків статичних характеристик резонансного перетворювача в роботі [23]. У цій статті вдосконалено метод моделювання статичних режимів роботи схеми *CLLC* резонансного перетворювача. Оскільки змінна стану контуру резонансного перетворювача містить високочастотні компоненти перемикання, а середнє значення кожного періоду перемикання дорівнює нулю, умова припущення малих пульсацій у традиційному методі простору станів з усередненням не може бути виконана. Тому у цій статті вдосконалено традиційний метод розширеної функції опису (EDF), і відповідні змінні стану представлені суперпозицією компонентів синуса та косинуса, а для кожної змінної стану береться зважене середнє значення змінних для кожного режиму.

У теорії систем управління [23] метод описуючої функції (DF), розроблений Миколою Митрофановичем Криловим і Миколою Боголюбовим у 1930-х роках [24, 25] і розширений Ральфом Кохенбургером [26], є наближеною процедурою для аналізу певних нелінійних задач керування. Він заснований на квазілінеаризації, яка є апроксимацією досліджуваної нелінійної системи за допомогою лінійної незмінної в часі (*LTI* – *Linear Time-Invariant*) функції передачі, яка залежить від амплітуди вхідного сигналу. За визначенням, передавальна функція справжньої системи *LTI* не може залежати від амплітуди вхідної функції, оскільки система *LTI* є лінійною. Таким чином, ця залежність від амплітуди породжує сімейство лінійних систем, які об'єднуються в спробі вловити характерні особливості поведінки нелінійної системи. Функція опису є одним із небагатьох широко застосовуваних методів проектування нелінійних систем і дуже широко використовується як стандартний математичний інструмент для аналізу граничних циклів у контролерах із замкнутим контуром,

таких як засоби керування промисловими процесами, сервомеханізми та електронні генератори.

У випадку, коли частота перемикання менша за резонансну частоту, з метою спрощення процесу розрахунку сталого значення змінної стану в моделюванні та збереження високої точності в той же час, у [27] пропонується оптимізація методу розрахунку змінної стану. Якщо еквівалентне вихідне навантаження впливає на вхідну інформацію про частоту перемикання та резонансну частоту, то функція вихідної напруги спрощується та уточнюється, щоб отримати точніші параметри вихідного еквівалентного навантаження. Після цього отримується оптимізована модель ФНА, яка має таку ж спрощену структуру, що й відомий метод фундаментальної гармонічної апроксимації (метод ФНА) [28]. Також вирішується проблема низької точності розв'язку величин стану, коли перетворювач працює в умовах недорезонансу. Нарешті, теоретичний аналіз і порівняння перевіряються шляхом моделювання та експериментів.

Метод першої гармоніки (ФНА перше гармонічне наближення англ.) – це метод моделювання, яка використовується для аналізу параметрів резонансних перетворювачів електроенергії. Припущення полягає в тому, що в передачі електроенергії беруть участь лише перші гармоніки сигналів. Спеціально для відомого LLC-резонансного перетворювача метод першої гармоніки стає неточним, коли перетворювач працює значно нижче резонансу послідовного резонансного контуру. В основному це спричинено нелінійністю вихідних випрямлячів, яка не враховується у даному методі. Таким чином, метод першої гармоніки можна застосовувати для аналізу головним чином номінальних режимів перетворювачів при роботі на частотах близьких до резонансної частоти. В широкому діапазоні навантажень та робочих частот оцінка передачі електроенергії на основі даного методу може вважатися занадто консервативною. Більш точна методика моделювання, застосована в інструменті Matlab Zinuzz, доступна з www.zeonpowertec.com, показує відхилення між методом першої гармоніки та точним розрахунком.

Таким чином, в публікаціях простежуються принаймні три аспекти використання методу накладання в галузях теорії електроенергетики та перетворювальної техніки:

- розділення процесів на складові з послідовними розрахунками вихідних величин для кожної складової і сумуванням результатів;
- формування процесів шляхом накладання оптимізованих складових, які були сформовані окремо одна від одної;
- структурний аспект, коли шляхом сполучення розрахунків для двох або більшої кількості структурних станів схеми визначаються параметри додаткового стану схеми заміщення.

Висновки

Переваги методу накладання, такі, як можливість розкласти задачу аналізу на декілька простіших підзадач і можливість отримати узагальнені результати для кількох алгоритмів роботи схеми, а також досвід використання цього методу в суміжних галузях, обґрунтовують його використання для аналізу процесів резонансних перетворювачів.

Розділ 2. Вдосконалений метод накладання і побудова лінійної математичної моделі резонансного перетворювача

2.1. Відомості про метод накладання та його розвиток

2.1.1. В чому полягає існуючий метод

Існуючий **метод накладання** (метод суперпозицій або англ. *superposition method*) відомий з теорії електротехніки [29-32] за теоремою суперпозиції лінійних кіл [33] і використовується для розрахунків струмів та напруг в ланцюгах з декількома джерелами електроенергії. Відповідно до методу накладання [31], можна знайти струм будь-якої гілки або напругу на будь-якій ділянці електричного ланцюга як алгебраїчну суму часткових струмів або напруг, що викликаються окремою дією кожного з джерел ЕРС і джерел струму. За допомогою такого методу розрахунку складного ланцюга з декількома джерелами ЕРС і джерел струму зводять до розрахунку декількох ланцюгів з одним джерелом.

Обмеженнями методу накладання є наступні умови:

- Лінійність і стаціонарність елементів схеми заміщення.
- Постійність структури аналізованої схеми.

Відтак даний метод можна використовувати для розрахунків процесів в схемах імпульсних перетворювачів електроенергії коли перетворювач представляється лінеаризованою схемою заміщення з постійною структурою.

2.1.2. Чим відрізняється вдосконалений метод

Вдосконалений метод накладання відрізняється тим, що силова схема резонансного перетворювача розглядається не тільки як сукупність складових схем з кожним еквівалентним джерелом струму або ЕРС окремо, а в кожній складовій схемі еквівалентне джерело ще розділяється на декілька джерел. Наприклад, інвертор напруги можна замінити джерелом періодичної ЕРС зі складною ступінчастою формою, яка визначається алгоритмом комутації транзисторів. Це еквівалентне джерело ЕРС можна представити як суму двох або

більше джерел ЕРС простої ступінчастої форми з монотонним характером зміни величини. Ступені одних складових ЕРС рівномірно наростають, а ступені інших – спадають. Тоді процеси в кожній складовій схемі розраховуються за подібними формулами, а результати розрахунків комбінуються згідно з алгоритмами комутації. Таким чином можна визначити математичну модель для статичної і динамічної перетворювача. Статична модель визначатиметься як гранична форма динамічної моделі.

Для розрахунків процесів в резонансних перетворювачах методом накладання треба прийняти деякі припущення:

1. Силова схема резонансного перетворювача представляється у вигляді еквівалентної схеми заміщення з лінійними пасивними елементами, ідеалізованими ключами і незалежними джерелами енергії. Ідеалізовані ключі замикаються і розмикаються миттєво, є двонаправленими і мають лінійні опори у замкненому та вимкненому станах.

2. Моменти комутації ключів не залежать від миттєвих значень процесів силових схем в кожному робочому циклі. Але моменти комутації можуть залежати від усереднених значень процесів на протязі множини циклів. Таким чином, ключі керуються умовно незалежними періодичними сигналами з визначеними частотою, фазою і шириною імпульсів.

3. Комутоване джерело змінної напруги або змінного струму може бути заміщено джерелом напруги або струму ступінчастої форми, які можна розкласти на простіші монотонно-ступінчасті складові.

4. Відстежуються умови для миттєвих величин процесів, коли є справедливою певна комбінація накладання еквівалентних схем з одним джерелом кожна.

5. Процеси в схемі перетворювача можливо представити як накладання процесів в лінійній частині схеми і процесів нелінійних елементів, якщо їх можливо замінити еквівалентними джерелами струму чи напруги. Залежні джерела слід вважати умовно незалежними і розраховувати сімейства можливих процесів, з яких вибирати ті, що підходять до реальної схеми перетворювача.

2.2. Умови та концепція методу накладання

Використання методу накладання для побудови математичних моделей та розрахунків параметрів електромагнітних процесів перетворювачів можливе за наступних умов [29-32] (тут x , x_1 , x_2 , – вхідні змінні, y – вихідна величина, t – час, K – константа масштабування, τ – часова константа):

- $y(x_1, x_2) = y(x_1) + y(x_2)$ – вихідна величина при наявності декількох вхідних величин може бути представлена сумою вихідних величин, викликаною кожною вхідною величиною окремо;
- $y(K \cdot x) = K \cdot y(x)$ – взаємозв'язок між вхідною і вихідною величиною не змінюється при зміні масштабу величин;
- $y(x(t - \tau)) = y(t - \tau)$ – взаємозв'язок між вхідною і вихідною величиною не залежить від початкового часу вхідної величини. При часовому зсуві вхідної величини вихідна величина отримає такий самий часовий зсув.

Відомо, що імпульсні перетворювачі в загальному випадку представляють собою схеми з нелінійними елементами та нестационарними параметрами. Але можна виділити деякий клас перетворювачів, зокрема резонансних перетворювачів, схеми заміщення яких можна привести до схем з незмінною лінійною частиною. Згідно з вищезазначеними умовами визначимо вимоги до схем заміщення таких перетворювачів, придатних до аналізу методом накладання.

- Джерела живлення та навантаження або споживачі електроенергії замінюються еквівалентними джерелами напруги або струму.
- В схемі перетворювача можна виділити одну або декілька незмінних лінійних схем (ЛБП) і нелінійну частину, де нелінійні елементи можна представити комутаційними елементами або комутаційними функціями.
- Вентильні елементи є ідеалізованими і можуть бути представлені комбінаціями ідеального вентиля (з нульовим опором відкритого стану і

безкінечним опором закритого стану) і лінійних паралельного і послідовного опорів. Час комутації вентилів вважається прагнучим до нуля.

- В схемі заміщення перетворювача не повинні порушуватися комутаційні умови, коли струм індуктивності або (і) напруга на ємності не можуть змінюватися стрибкоподібно.

- Кожну комутовану підсхему перетворювача в деякому діапазоні робочих параметрів можна представити як комбінацію некомутованої підсхеми і еквівалентного генератору з напругою u_g і струмом i_g . В залежності від типу еквівалентного генератора задається прямокутна форма напруги або струму.

- Прямокутні імпульси напруги або струму еквівалентних генераторів модулюються низькочастотною функцією часу $F(t)$ по принципу амплітудної модуляції II роду, коли на протязі існування кожного імпульсу його амплітуда фіксується і є постійною. В дискретній математичній моделі це проявляється обмеженням спектру вхідних амплітудних впливів на половині частоти дискретизації моделі. Якщо частота дискретизації моделі відповідатиме частоті напівперіодів, то обмеження спектру буде на рівні робочої частоти перетворювача.

- Модулююча функція $F(t)$ напруги еквівалентного генератора задовольняє умовам обмеження інтегральної похибки на рівні $\sigma_{1\max}$ при заміні амплітудної модуляції першого роду амплітудною модуляцією другого роду

$$\int_{\Delta t \gg T} |F(t) - F(T \cdot \text{floor}(2t/T)/2)| \cdot u_g / u_{g\max} dt \leq \sigma_{1\max}.$$

- Баланс середньої за довгий час ($\Delta t \gg T$) енергії в перетворювачі забезпечується тим, що деякі з еквівалентних генераторів віддають енергію, інші споживають енергію і решта енергії розсіюється в теплових втратах ЛБП $\sum E_s - \sum E_c - E_d = 0$. Допускається нестационарність параметрів схеми за умови такої повільної зміни її параметрів, при якій середнє квадратичне відхилення процесів $y_n(t)$ за робочий цикл T перетворювача від процесів такої ж схеми зі

стабільними параметрами $y_{cm}(t)$ не перевищувало б деякої величини $\sigma_{2\max}$ (зазвичай біля 1-5%)

$$\left(\frac{1}{T} \int_0^T (y_n - y_{cm})^2 dt \right)^{1/2} / y_{cm} \leq \sigma_{2\max}.$$

Розглянемо загальну концепцію методу накладання. Схема заміщення перетворювача на рис.1,а, що відповідає вищезазначеним вимогам досліджень методом накладання, представляє собою незмінний лінеаризований (лінійний) пасивний багатополіусник (ЛБП) з незалежними від процесів в ЛБП еквівалентними генераторами струму або напруги.

Еквівалентні генератори $EG1 \dots EGJ \dots EGN$ можуть бути залежними один від одного. Вони виробляють періодичні напруги u_{gj} або струми i_{gj} прямокутної форми, які складаються з послідовностей прямокутних імпульсів виду $\mathbf{1}(t) = \mathbf{1}(t) - \mathbf{1}(t - t_p)$ і описуються імпульсною функцією виду $u_{g0}(t) = \sum_{n=0 \dots \infty} (\mathbf{1}(t - nT) - \mathbf{1}(t - T/2 - nT))$, як показано на рис.1,б, де $\mathbf{1}(t)$ – одинична функція, t_p – довжина імпульсу.

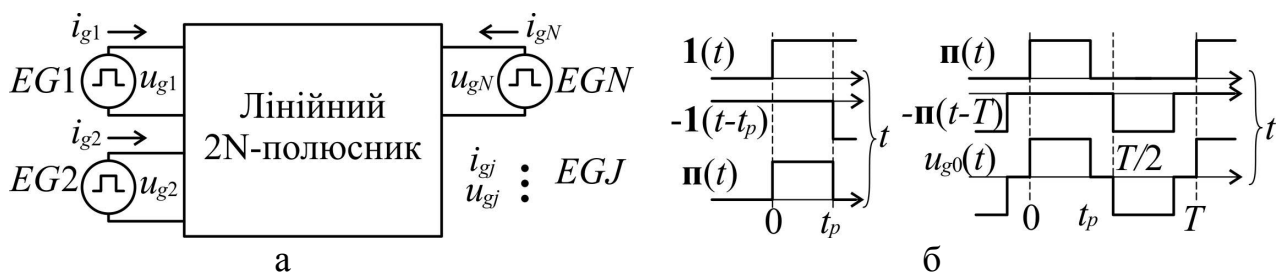


Рис.1. Концепція схеми заміщення перетворювача з лінійним багатополіусником (ЛБП) (а), утворення імпульсної функції $u_{g0}(t)$ сумою п-подібних імпульсів (б)

Знакозмінна періодична імпульсна функція на рис.2 складається з сум базисних одиничних функцій $\mathbf{1}(t)$ зі зміщенням в часі

$$\begin{aligned} u_{g0}(t) &= \mathbf{1}(t) - \mathbf{1}(t - t_p) - \mathbf{1}(t - T/2) + \mathbf{1}(t - t_p - T/2) + \mathbf{1}(t - T) - \dots = \\ &= \sum (\mathbf{1}(t - nT/2) - \mathbf{1}(t - t_p - nT/2)) \cdot (-1)^n. \end{aligned}$$

Перші дві складових в даному ряді утворюють позитивний прямокутний імпульс. Наступні дві складових – негативний імпульс і так далі. На рис.2 це сума епюр на першій та другій осях. Прямокутні імпульсні напруги і струми еквівалентних генераторів можна представити у вигляді масштабованої імпульсної функції $u_g(t) = u_{g0}(t) \cdot F(nT)$, де дискретний аргумент $n = \text{floor}(t/T)$ – ціла кількість періодів. Кожен імпульс напруги $u_g(t)$ помножений відповідно на значення модулюючої функції $F(t)$ в моменти фронтів позитивних імпульсів: $F_1 = F(T)$, $F_2 = F(2T)$, $F_3 = F(3T)$... (нижній графік на рис.2), що відповідає повноперіодній амплітудноімпульсній модуляції II-го роду. Модулююча функція відповідає напрузі живлення або напрузі навантаження (споживача) в залежності від приналежності даного еквівалентного генератора.

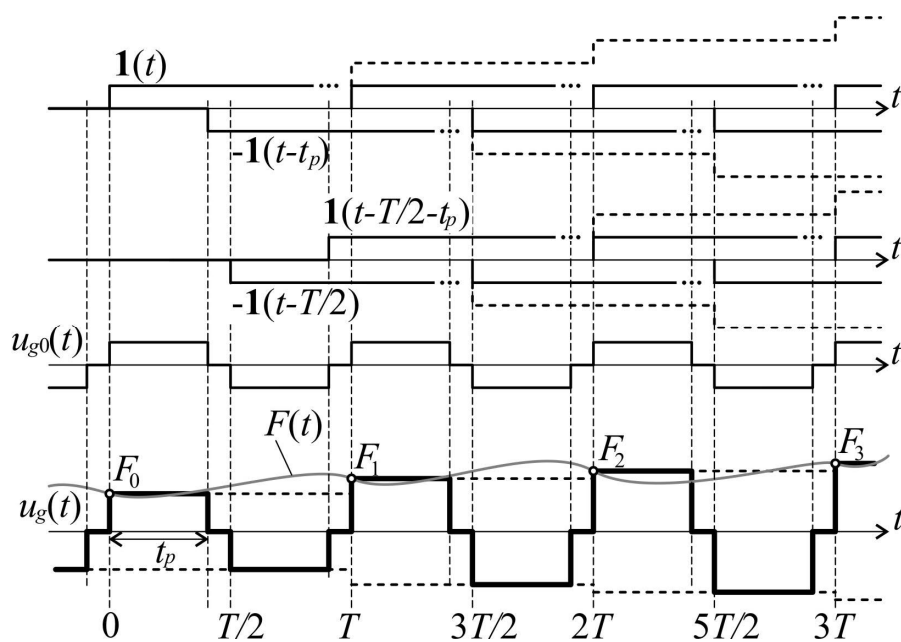


Рис.2. Епюри ступінчастих функцій і напруги еквівалентного генератора

Таким чином, як показано на рис.2, вхідні величини перетворювача розкладаються на ряд ступінчастих одиничних функцій $1(t)$ з власними коефіцієнтами масштабування $F(nT)$. Ступінчасті вхідні функції є зручними для використання в якості правих частин неоднорідних рівнянь математичної моделі незмінної частини перетворювача – ЛБП, оскільки рішення рівнянь в такому разі представлятимуть собою перехідні функції ЛБП $g(t)$ для $t \geq 0$.

Рішення рівнянь, що описують процеси в ЛБП, для прямокутних імпульсів напруги інвертора, модульованих функцією $F(t)$ в дискретні моменти часу (нижній графік на рис.2), можна розглядати як реакції ЛБП на безкінечний ряд ступінчастих функцій виду $\mathbf{1}(t - t_m) \cdot F(t_n)$, де t_m – момент часу чергової ступені напруги, t_n – момент часу чергового фронту імпульсу напруги. Кожна вихідна величина ЛБП в такому разі буде складатися з ряду перехідних функцій $g(t)$, зміщених в часі і масштабованих згідно з дискретними значеннями $F_n = F(nT)$, $n=0,1, 2, 3, \dots$:

$$\begin{aligned} y(t) &= F_0 \cdot (g(t) - g(t-t_p) - g(t-T/2) + g(t-T/2-t_p)) + F_1 \cdot (g(t-T) - \dots = \\ &= \sum_{n=1 \dots \infty} F(nT) \cdot (g(t-nT) - g(t-t_p-nT) + g(t-T/2-nT) + g(t-T/2-t_p-nT)), \end{aligned}$$

де модулююча функція відповідає напрузі живлення $F(t) = u_s(t)$ або напрузі навантаження (споживача енергії) $F(t) = u_q(t)$.

Відомо, що похідна від перехідної функції відповідає оригіналу від передатній функції $H(t) = h(t) = g'(t)$, за умови, що перехідна функція дорівнює нулю для $t = -\infty \dots -0$, $g(t < 0) = 0$. Тому для отримання передатних функцій у вигляді зображень по Лапласу доцільно вирішувати диференційні рівняння ЛБП в операторній формі.

2.3. Лінійна математична модель перетворювача

Математична модель перетворювача для миттєвих величин представлятиме собою систему лінійних неоднорідних диференційних рівнянь, які описують залежності N вихідних величин та їх перших похідних по часу від N вхідних величин ЛБП на рис.1,а у вигляді

$$\begin{aligned} i'_{g1} \cdot d_{11} + i_{g1} \cdot a_{11} + i'_{g2} \cdot d_{12} + i_{g2} \cdot a_{12} + \dots + i'_{gN} \cdot d_{1N} + i_{gN} \cdot a_{1N} &= u_{g1}; \\ i'_{g1} \cdot d_{21} + i_{g1} \cdot a_{21} + i'_{g2} \cdot d_{22} + i_{g2} \cdot a_{22} + \dots + i'_{gN} \cdot d_{2N} + i_{gN} \cdot a_{2N} &= u_{g2}; \\ &\dots \\ i'_{g1} \cdot d_{N1} + i_{g1} \cdot a_{N1} + i'_{g2} \cdot d_{N2} + i_{g2} \cdot a_{N2} + \dots + i'_{gN} \cdot d_{NN} + i_{gN} \cdot a_{NN} &= u_{gN}, \end{aligned} \quad (1)$$

де напруги еквівалентних генераторів $u_{g1} \dots u_{gN}$ є вхідними величинами ЛБП, струми $i_{g1} \dots i_{gN}$ – вихідними величинами ЛБП, а еквівалентні генератори $EG1 \dots EGN$ є генераторами напруги. Якщо якийсь з еквівалентних генераторів буде генератором струму, тобто задаватиме струм через нього, тоді напруга на ньому залежатиме від властивостей ЛБП і решти еквівалентних генераторів. Струм цього генератора буде вхідною величиною, а напруга на ньому – вихідною величиною. Тип кожного еквівалентного генератора визначає, яка з пов'язаних з ним величин буде для перетворювача вхідною і яка вихідною величиною в рівняннях (1). Лінійні диференціальні рівняння в даному випадку вирішуються операторним методом. Це спрощує знаходження рішень, якщо вхідні величини мають типові зображення по Лапласу. В загальному вигляді рівняння (1) в операторній формі відносно зображень вхідних $x_j(s)$ і вихідних $y_k(s)$ величин (струмів або напруг генераторів $EG1 \dots EGN$) мають вид

$$\begin{aligned} y_1(s) \cdot A_{11}(s) + y_2(s) \cdot A_{12}(s) + \dots + y_N(s) \cdot A_{1N}(s) &= x_1(s); \\ y_1(s) \cdot A_{21}(s) + y_2(s) \cdot A_{22}(s) + \dots + y_N(s) \cdot A_{2N}(s) &= x_2(s); \\ &\dots \\ y_1(s) \cdot A_{N1}(s) + y_2(s) \cdot A_{N2}(s) + \dots + y_N(s) \cdot A_{NN}(s) &= x_N(s), \end{aligned} \quad (2)$$

де $A_{jk}(s) = (s \cdot d_{jk} + a_{jk})$ – коефіцієнти рівнянь (порядок індексів прямий), $s = \sigma + j\omega$ – оператор Лапласа, σ – коефіцієнт згасання, ω – кутова частота, $j = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця. В матричній формі система рівнянь (2) і її рішення матимуть вигляд

$$\mathbf{A}(s) \cdot \mathbf{Y}(s) = \mathbf{X}(s), \quad \mathbf{Y}(s) = \mathbf{A}^{-1}(s) \cdot \mathbf{X}(s) = \mathbf{H}(s) \cdot \mathbf{X}(s), \quad (3)$$

$$\text{де } \mathbf{A}(s) = \left[\begin{array}{cc|c} A_{11}(s) & A_{12}(s) & A_{1N}(s) \\ A_{21}(s) & A_{22}(s) & A_{2N}(s) \\ \hline A_{N1}(s) & A_{N2}(s) & A_{NN}(s) \end{array} \right] - \text{лінійний оператор ЛБП, } \mathbf{A}^{-1}(s) = \frac{\text{adj}(\mathbf{A})}{\det(\mathbf{A})},$$

$$\mathbf{H}(s) = \left[\begin{array}{cc|c} H_{11}(s) & H_{12}(s) & H_{1N}(s) \\ H_{21}(s) & H_{22}(s) & H_{2N}(s) \\ \hline H_{N1}(s) & H_{N2}(s) & H_{NN}(s) \end{array} \right] - \text{матриця передатних функцій ЛБП,}$$

$$\mathbf{Y}(s) = \begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \\ \vdots \\ y_N(s) \end{bmatrix}, \mathbf{X}(s) = \begin{bmatrix} x_1(s) \\ x_2(s) \\ \vdots \\ x_N(s) \end{bmatrix} - \text{вектори вихідних і вхідних величин.}$$

Матриця передатних функцій $\mathbf{H}(s)$ представляє собою динамічну модель ЛБП для миттєвих величин. При ступінчастих вхідних величинах $X_{jk}(s) = 1/s$ з рішення (3) отримаємо зображення перехідних функцій ЛБП. Залежність модуля передатної функції від частоти $|\mathbf{H}(\omega)|$ дає частотні характеристики, а залежність аргументу від частоти $\arg(\mathbf{H}(\omega)) = \arctan(\text{Im}(\mathbf{H}(\omega))/\text{Re}(\mathbf{H}(\omega)))$ дає фазові характеристики ЛБП. Залежність k -тої вихідної величини від j -тої вхідної величини описується простим операторним рівнянням $y_k(s) = H_{kj}(s) \cdot x_j(s)$ (порядок індексів передатних функцій зворотній).

Повний вираз k -тої вихідної величини матиме вид $y_k(s) = H_{k1}(s) \cdot x_1(s) + H_{k2}(s) \cdot x_2(s) + \dots + H_{kN}(s) \cdot x_N(s)$. Елементи матриці $\mathbf{H}(s)$ можуть мати сенс передатних опорів $u_k(s) = Z_{kj}(s) \cdot i_j(s)$ або передатних провідностей $i_k(s) = Y_{kj}(s) \cdot u_j(s)$ в залежності від видів вхідної і вихідної величини. Процеси в незмінній частині перетворювача (ЛБП) можуть бути розраховані в загальному вигляді для кожного еквівалентного генератора.

2.4. Особливості динамічної моделі, визначеної методом накладання

Визначення лінійної динамічної моделі методом накладань базується на лінеаризованій математичній моделі для миттєвих величин. Лінеаризація математичної моделі перетворювача з нелінійностями потребуватиме звуження динамічного діапазону вхідних і вихідних величин і аналізу поведінки перетворювача переважно тільки «в малому». Динамічний діапазон величин лінійної динамічної моделі звужується залежно від ступеню відхилення

характеристик елементів перетворювача від лінійних. Чим більше відхилення від лінійних характеристик, тим вужче динамічний діапазон – у межі діапазон прагне до нуля. В решті особливостей дана динамічна модель відповідає лінійним системам. В часовому вимірі вона встановлює закономірності між вхідними величинами перетворювача – параметрами джерел живлення або збуреннями, і вихідними величинами – параметрами електроенергії споживачів (навантаження), в динамічних режимах. По-перше це перехідні процеси, що описують закономірності поведінки вихідних величин при різкій зміні вхідних величин від одних постійних значень до інших. По-друге це процеси при періодичних коливаннях вхідних величин. В частотному вимірі дана динамічна модель встановлює залежності коефіцієнтів передачі вхідних величин в вихідні величини від частоти – частотні характеристики перетворювачів.

Важливо класифікувати динамічні моделі за джерелами вхідних величин і природою процесів. В перетворювальній техніці виділяють три групи джерел вхідних величин: напруга і струм живлення; керуючі величини; збурення. Динамічні моделі теж можуть розрізнятися по видам вхідних величин. Для визначення впливів зі сторони джерела живлення створюється так звана динамічна модель «по живленню», для впливів збурюючих величин – динамічна модель «по збуренню» або для впливів зі сторони керуючих сигналів – динамічна модель «по керуванню». Можна створити і комплексні динамічні моделі для двох або трьох видів вхідних величин.

З точки зору принципу роботи імпульсного перетворювача, в схемі якого відбуваються періодичні різкі зміни стану, його динамічна модель повинна бути дискретною з часом. З іншого боку при деяких алгоритмах комутації утворюються стани схеми перетворювача з неперервним наскрізним зв'язком між входом та виходом. Для цих станів буде справедливою неперервна динамічна модель для миттєвих величин, яка походить з рівнянь (3). Також неперервна динамічна модель може приблизно описувати «повільну» динаміку перетворювача на протязі множини робочих циклів в низькочастотному

діапазоні, коли частота коливань вхідної величини значно менша за частоту робочих циклів перетворювача.

Таким чином, за джерелами вхідних величин можна класифікувати динамічні моделі по живленню, по керуванню і по збуренню. За природою процесів можна класифікувати динамічні моделі дискретні за часом, неперервні динамічні моделі для миттєвих величин і неперервні динамічні моделі для низькочастотного діапазону, наближені до дискретних динамічних моделей.

Період квантування T дискретної динамічної моделі доцільно встановлювати з кратним співвідношенням до довжини робочого циклу (періоду перетворення) $T_g/T = N_q$. Якщо робоча частота перетворювача (частота перетворення) є постійною, період дискретності також буде постійним і дискретна динамічна модель може бути представлена дискретними передатними функціями в операторній формі z -перетворення. Кратність квантування може приймати цілі значення $N_q = 1, 2, 3, \dots$. Базова дискретна динамічна модель з $N_q = 1$ визначатиме динаміку перетворювача для низькочастотних складових в діапазоні до половини робочої частоти $\omega_g/2$. Для розширення частотного діапазону динамічної моделі перетворювача за межі половини робочої частоти можливо комбінувати дискретну динамічну модель з неперервною динамічною моделлю для миттєвих величин, однойменні вихідні величини яких сумуються. Також дискретна модель перетворювача може бути побудована для малого кроку квантування при парних кратностях квантування $N_q = 2, 4, 6, \dots$ для двохтактного інвертора.

В наступних розділах розглянуто загальну форму дискретної динамічної моделі перетворювача по живленню. Динамічні моделі по керуванню і по збуренню мають бути визначені аналогічно зі своїми припущеннями та способами лінеаризації. Припустимо, що лінеаризована схема заміщення перетворювача, яка може бути представлена схемою на рис.1,а і відповідає вказаним вище вимогам до схем заміщення перетворювачів, придатних до аналізу методом накладання.

2.5. Базова динамічна модель з $N_q=1$ для амплітудної модуляції

2.5.1. Концепція моделі

Дискретна динамічна модель з $N_q=1$ і $T=T_g$ будується на основі рішень неперервних рівнянь для одного робочого циклу перетворювача при прямокутній формі напруги кожного еквівалентного генератора. Передатна функція моделі $H(z)$ для амплітудної модуляції визначиться як зображення імпульсної перехідної функції $h(nT)$. Відмінністю базової динамічної моделі від моделей з дрібнішим квантуванням з $N_q > 1$ і від неперервних моделей є врахування процесу інвертування вхідної напруги інвертора, або випрямлення вхідної напруги випрямляча, в імпульсній перехідній функції. В даній моделі імпульсна перехідна функція $h(t)$ створюється одним повним циклом вихідної напруги інвертора $u_p(t)$ при умові, що вхідна напруга (живлення) інвертора постійна. Один цикл напруги $u_p(t)$ на рис.3 з одиничною амплітудою є **елементарним вхідним імпульсом** неперервної моделі, який еквівалентний одиничному вхідному імпульсу довжиною один інтервал дискретності для базової дискретної моделі перетворювача. Він складається з чотирьох ступінчатих функцій зі зміщенням в часі і представляє собою послідовність з одного прямокутного позитивного і такого ж одного негативного імпульсів

$$u_p(t) = \mathbf{1}(t) - \mathbf{1}(t - t_p) - \mathbf{1}(t - \frac{T}{2}) + \mathbf{1}(t - \frac{T}{2} - t_p). \quad (4)$$

Для визначення імпульсної перехідної функції дискретної моделі запишемо реакцію ЛБП на елементарний вхідний імпульс

$$h_p(t) = g_I(t) - g_{II}(t) - g_{III}(t) + g_{IV}(t), \quad (5)$$

де позначено $g_I(t) = \mathbf{1}(t) \cdot g(t)$, $g_{II}(t) = \mathbf{1}(t - t_p) \cdot g(t - t_p)$, $g_{III}(t) = \mathbf{1}(t - \frac{T}{2}) \cdot g(t - \frac{T}{2})$, $g_{IV}(t) = \mathbf{1}(t - \frac{T}{2} - t_p) \cdot g(t - \frac{T}{2} - t_p)$ – перехідні функції ЛБП, які визначені тільки для позитивного часу $t \geq 0$, $g(t < 0) = 0$ і зміщені в часі відповідно до вхідних ступінчатих функції (нижні епюри на рис.3).

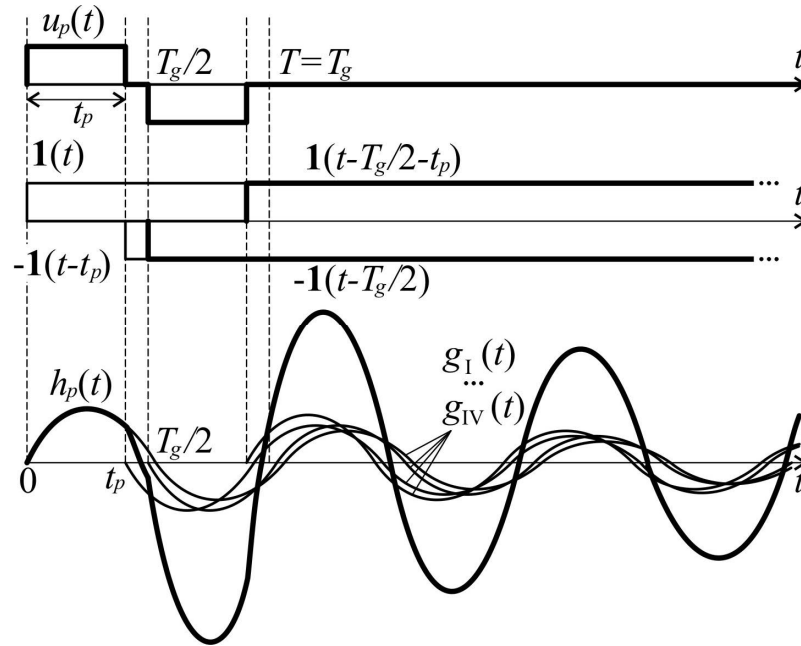


Рис.3. Елюри елементарного входного імпульсу і перехідних функцій в неперервному часі для дискретної динамічної моделі з $T = T_g$

Перехідні функції ЛБП по k -тому виходу і j -тому входу $g_{kj}(t)$ є рішеннями рівнянь (1) для одиничної входної функції $\mathbf{1}(t)$. Їх можна знайти також і як оригінали рішення рівнянь (2) в операторній формі $g_{kj}(t, \tau) = \ell^{-1}(g_{kj}(s))$, де зображення перехідної функції для зміщеної на деякий час $\tau < T$ входної одиничної функції $\ell(\mathbf{1}(t)) = e^{-s\tau}/s$ матиме вигляд $g_{kj}(s) = H_{kj}(s) \cdot (e^{-s\tau}/s)$. Знайдений із цього виразу оригінал перехідної функції $g_{kj}(t, \tau) = \mathbf{1}(t - \tau) \cdot g_{kj}(t - \tau)$ можна виразити як зміщену перехідну функцію з відніманням її частини на проміжку часу $0 \dots \tau$

$$\mathbf{1}(t - \tau) \cdot g_{kj}(t - \tau) = \mathbf{1}(t) \cdot g_{kj}(t - \tau) - (\mathbf{1}(t) - \mathbf{1}(t - \tau)) \cdot g_{kj}(t - \tau), \quad (6a)$$

або в дискретній формі

$$g_{kj}(n, m) = g_{kj}(nT - mT) - \Pi(nT) \cdot g_{kj}(nT - mT) = g_{kj}(nT - mT) - g_{kj}(-mT), \quad (6b)$$

де час зміщення виражається відносним параметром $\tau = mT$. По виразу (6б) видно, що при зміщенні перехідної функції вправо на долю періоду квантування $m = 0 \dots 1$ із дискретної перехідної функції $g_{kj}(nT - mT)$ треба відняти її

початкове значення, оскільки по визначенню незміщена перехідна функція починається в момент часу $t=0$.

Дискретне зображення по Лапласу перехідної функції виражається також в формі z -перетворення зміщеної функції $G_{kj}(z, m) = \mathfrak{Z}[g_{kj}(n, m)]$, де $z = e^{sT}$ – оператор дискретного перетворення, T – період дискретності, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ – номери кроків квантування, m – параметр відносного зміщення функції в межах одного кроку квантування. Тоді дискретна передатна функція ЛБП по k -тому виходу і j -тому входу визначиться згідно (5) як алгебраїчна сума зміщених z -перетворень імпульсної перехідної функції.

$$H_{kj}(z, m) = G_{kj\text{I}}(z, m) - G_{kj\text{II}}(z, m) - G_{kj\text{III}}(z, m) + G_{kj\text{IV}}(z, m), \quad (7)$$

де $G_{kj\text{I}}(z, m) = G_{kj}(z, \sigma) - g_{0kj}(\sigma)$, $G_{kj\text{II}}(z, m) = G_{kj}(z, \sigma - \frac{t_p}{T}) - g_{0kj}(\sigma - \frac{t_p}{T})$,
 $G_{kj\text{III}}(z, m) = G_{kj}(z, \sigma - \frac{1}{2}) - g_{0kj}(\sigma - \frac{1}{2})$, $G_{kj\text{IV}}(z, m) = G_{kj}(z, \sigma - \frac{1}{2} - \frac{t_p}{T}) - g_{0kj}(\sigma - \frac{1}{2} - \frac{t_p}{T})$ – дискретні зображення зміщених перехідних функцій ЛБП для різних значень параметра m відповідно рис.3, $g_{0kj}(\sigma) = g_{0kj}(0, \sigma)$, $g_{0kj}(\sigma - \frac{t_p}{T}) = g_{kj}(0, \sigma - \frac{t_p}{T})$ і т. д. – початкові значення перехідних функцій згідно з (6а), σ – параметр відносного зміщення, входить в m . Сукупність передатних функцій (7) для всіх сполучень входів і виходів ЛБП представляє собою **базову дискретну динамічну модель резонансного перетворювача**.

Параметр відносного зміщення $m = 0 \dots \pm 1$ в (7), на відміну від модифікованого z -перетворення [34] з тільки позитивним параметром m , за допомогою якого встановлюються проміжні значення незміщеної функції, тут складається з двох співмірних величин $m = \sigma - \gamma$. Перша величина – початкове відносне зміщення оригіналу перехідної функції $\gamma = 0 \dots 1$ з причини зміщення вправо вхідної функції, служить для встановлення дискретного зображення зміщеної в часі функції в межах кроку квантування. Друга величина – ковзання $\sigma = 0 \dots 1$, яке служить для визначення проміжних значень функції в межах кроку

квантування. Початкове зміщення $\gamma > 0$ в даному випадку застосовується тільки для вхідних величин і для перехідних функцій $G_{kj\text{II}} \dots G_{kj\text{IV}}$ в (7). Для результуючого зображення $H_{kj}(z, m)$ завжди $\gamma = 0$. Очевидно, що перехідні функції в (7) матимуть схожі математичні вирази.

2.5.2. Елементарна перехідна та базова передатна функції резонансного перетворювача

В залежності від конкретної схеми ЛБП резонансного перетворювача та вхідної і вихідної величин визначаються конкретні вирази перехідних функцій $g_{kj}(t)$. Доцільно визначити деяку узагальнену елементарну перехідну функцію $g_e(t)$, яка буде характерною для схем резонансних перетворювачів. Оскільки резонансні перетворювачі містять резонансні контури, які складаються з індуктивностей L , ємностей C та активних опорів R , ці коливальні контури в своїй більшості можна звести до комбінації ланцюгів другого порядку. Коливальні системи різної природи схожі між собою за характеристиками процесів. Для наочності аналізу їх корисно співставити. Тоді елементарну перехідну функцію ЛБП буде знайдено аналогічно до коливального рішення диференційного рівняння лінійного осцилятора [35] з втратами енергії відносно

функцій часу $\mu \frac{d^2 y}{dt^2} + \eta \frac{dy}{dt} + \kappa y = f(t)$, тут μ – маса, η – коефіцієнт сили тертя, пропорційної швидкості, κ – коефіцієнт пружності, $y(t)$ – вихідна функція (лінійне зміщення), $f(t)$ – вхідна функція (сила). Характеристичне рівняння

$\mu \alpha^2 + \eta \alpha + \kappa = 0$ має корені $\alpha_{1,2} = \left(-\eta \pm \sqrt{\eta^2 - 4\mu\kappa} \right) / (2\mu)$ і при відносно малих втратах енергії осцилятора, коли $\eta^2 < 4\mu\kappa$, корені рівняння стають

комплексними $\alpha_{1,2} = -\frac{\eta}{2\mu} \pm j \sqrt{\frac{\kappa}{\mu} - \frac{\eta^2}{4\mu^2}} = -\lambda \pm j\omega_1$, де позначено $\lambda = \frac{\eta}{2\mu}$ – фактор

згасання, $\omega_1 = \sqrt{\frac{\kappa}{\mu} - \frac{\eta^2}{4\mu^2}} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{\eta^2}{4\mu\kappa}}$ – частота вільних коливань. Коливальне

рішення рівняння осцилятора для вільних коливань при $f(t) = 0$ матиме вигляд $y(t) = A_0 e^{-\lambda t} \cos(\omega_1 t + \varphi_0)$. Тут A_0 і φ_0 – довільні постійні, що залежать від початкових умов.

Переходячи к параметрам коливального контура перепишемо рівняння осцилятора для простого RLC -контура

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = \frac{du_{LC}}{dt} \quad (8)$$

Співставлення рівняння контуру (8) з рівнянням осцилятора вище дозволяє встановити відповідність коефіцієнтів для рівнянь осцилятора та контура: $\mu \leftrightarrow L$, $\eta \leftrightarrow R$, $\kappa \leftrightarrow 1/C$ і функцій $y(t) \leftrightarrow i(t)$, $f(t) \leftrightarrow u'_{LC}(t)$. Перехідна функція контуру відповідає ступінчастій вхідній функції. Якщо напруга контуру буде ступінчастою $u_{LC}(t) = \mathbf{1}(t)$, то примушуюча сила осцилятора очевидно буде дельта-функцією $f(t) = \mathbf{1}(t)' = \delta(t)$, для якої рішення рівняння осцилятора матиме вигляд

$$h(t) = \frac{1}{\mu(\alpha_1 - \alpha_2)} (e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}). \quad (9)$$

Після підстановки в (9) коренів характеристичного рівняння $\alpha_{1,2} = -\lambda \pm j\omega_1$ і спрощень виходить імпульсна перехідна функція осцилятора

$$h(t) = \frac{e^{-\lambda t}}{j2\mu\omega_1} (e^{j\omega_1 t} - e^{-j\omega_1 t}) = \frac{e^{-\lambda t}}{\mu\omega_1} \sin(\omega_1 t), \text{ або перехідна функція для } RLC\text{-контура}$$

і вона ж є **елементарна перехідна функція** ЛБП резонансного перетворювача для вхідної величини напруги контуру $u_{LC}(t) = \mathbf{1}(t)$ і вихідної величини $i(t)$

$$g_e(t) = \frac{e^{-\lambda t}}{L\omega_1} \sin(\omega_1 t) = \frac{e^{-\lambda t}}{\rho \sqrt{1 - 1/(4Q^2)}} \sin(\omega_1 t), \quad (10)$$

де $\lambda = \frac{R}{2L} = \frac{\omega_0}{2Q_0}$ – коефіцієнт (фактор) згасання коливань; $\lambda \frac{2\pi}{\omega_1} = \ln\left(\frac{A_k}{A_{k+1}}\right)$ – логарифмічний декремент або відношення логарифмів амплітуд сусідніх коливань A_k і A_{k+1} ; $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – частота резонансу, рад/с; $\omega_1 = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q_0^2}}$ – частота вільних коливань, рад/с; $Q_0 = \frac{\rho}{r}$ – добротність контуру; $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ – хвильовий опір контуру, Ом. В літературі [36] добротність виражають також відносно періоду вільних коливань $T_1 = 2\pi/\omega_1$, що дає близьке значення для $Q_0 \gg 1$, оскільки при цьому $\omega_1 \approx \omega_0$, і в [37] добротність визначають як відносне затухання на радіан приросту фази $Q_0 = \frac{2\pi}{1 - e^{-\lambda T_1}} \approx \frac{\omega_1}{\lambda}$, але це значення приблизно в два рази більше.

Неперервне зображення по Лапласу елементарної перехідної функції ЛБП (10) має вигляд

$$G_e(s) = \frac{A_\omega}{\rho\omega_0} \cdot \frac{1}{s^2/\omega_0^2 + s/(Q\omega_0) + 1}, \quad (11)$$

де $A_\omega = \omega_0^2/\omega_1 = \omega_0/\sqrt{1 - 1/(4Q^2)}$ – частотний коефіцієнт корекції амплітуди вільних коливань, ρ – хвильовий опір контуру, який виступає коефіцієнтом пропорційності між струмом та напругою контуру. $\omega_1 = \omega_0 \sqrt{1 - 1/(4Q^2)}$ – частота вільних коливань, ω_0 – резонансна частота.

Дискретне зображення елементарної перехідної функції ЛБП (10) з врахуванням відносного зміщення m в формі z-перетворення має вид

$$G_e(z, m) = \Im \left[\frac{e^{-\lambda(nT + mT)}}{\rho\sqrt{1 - 1/(4Q^2)}} \sin(\omega_1(nT + mT)) \right], \text{ або в розгорнутому вигляді}$$

$$G_e(z, m) = \frac{e^{-\lambda m T} \left(z^2 \sin(\omega_1 m T) + z e^{-\lambda T} \begin{pmatrix} \cos(\omega_1 m T) \cdot \sin(\omega_1 T) - \\ - \sin(\omega_1 m T) \cdot \cos(\omega_1 T) \end{pmatrix} \right)}{\rho \sqrt{1 - 1/(4Q^2)} (z^2 - 2z e^{-\lambda T} \cdot \cos(\omega_1 T) + e^{-2\lambda T})}, \quad (12)$$

де параметри: $m = \sigma - \gamma$; $\gamma = 0 \dots 1$ – параметр початкового зсуву вхідної функції; $\sigma = 0 \dots 1$ – параметр зсуву дискретних значень вихідної функції; $\lambda = \omega_0 / (2Q_0)$; $\omega_1 = \omega_0 \sqrt{1 - 1/(4Q_0^2)}$; ρ – хвильовий опір контуру, Ом; Q – добротність ЛБП; ω_0 – резонансна частота ЛБП, рад/с. Тут треба зробити зауваження. Дискретне зображення елементарної перехідної функції (12) визначено для вхідних решіткових функцій, величина яких виражається амплітудою імпульсів відліків. Але в математичній літературі є тлумачення решіткових функцій, величина яких виражається площею імпульсів відліків. В такому разі зображення елементарної перехідної функції треба помножати на період дискретності $T \cdot h_e(z, m)$, оскільки амплітуда імпульсів решіткових функцій стає пропорційною $1/T$. Надалі буде прийнято по замовченню, якщо не вказано іншого, що величина решіткових функцій виражається амплітудою імпульсів.

Базова передатна функція ЛБП резонансного перетворювача на основі елементарної перехідної функції (12) згідно з (7) визначиться як

$$H_b(z, m) = G_e(z, 0) - g_e(0, 0) - G_e(z, \sigma - \frac{t_p}{T}) + g_e(0, \sigma - \frac{t_p}{T}) - \\ - G_e(z, \sigma - \frac{1}{2}) + g_e(0, \sigma - \frac{1}{2}) + G_e(z, \sigma - \frac{1}{2} - \frac{t_p}{T}) - g_e(0, \sigma - \frac{1}{2} - \frac{t_p}{T}) \quad (13)$$

де $G_e(z, m)$ визначається згідно (12), $g_e(0, 0) \dots g_e(0, \sigma - \frac{1}{2} - \frac{t_p}{T})$ – початкові значення дискретних перехідних функцій при $n=0$, параметр $\sigma = 0 \dots 1$ слугує для вибору значень оригіналу функції в точках квантування для дискретного перетворення. Це дозволяє узгоджувати передатну функцію з невеликими, меншими за інтервал квантування, початковими зсувами вхідних функції і також відображати значення вихідних величин ЛБП між моментами квантування. Базова передатна

функція (12) при будь-якому σ і при неспівпадінні частоти квантування з частотою вільних коливань $T \neq 2\pi/\omega_1$ відповідатиме миттєвим значенням процесу на різних фазах коливань. Це характеризує поведінку вихідної величини по її значенням в рівномірній часовій сітці, які не завжди попадають в характерні значення коливань (наприклад, в амплітудні значення). Можна сказати, що базова дискретна передатна функція (13) описує не конкретні значення процесу, а саме динаміку ЛБП. Оскільки базова передатна функція визначена на основі елементарної перехідної функції коливальної ланки (осцилятора), характерної для резонансних перетворювачів, можна припустити, що базова передатна функція (13) добре описуватиме і динаміку резонансних перетворювачів з простими контурами. Це надалі перевірятиметься в ході модельних експериментів.

Якщо висунути гіпотезу, що закономірності перехідних процесів в ЛБП резонансного перетворювача з простим контуром будуть схожими для будь-яких сполучень входу і виходу ЛБП. А вирізнятимуться перехідні процеси один від одного будуть тільки амплітудами і фазами вільних коливань, то можна створити наближену динамічну модель на основі єдиної формули перехідної функції ЛБП. Отже **наближену динамічну модель резонансного перетворювача** з простим коливальним контуром можливо представити як сукупність базових передатних функцій, подібних до (13), для всіх сполучень N входів і N виходів ЛБП з певними параметрами на основі елементарних перехідних функцій

$$\mathbf{Y}(z, m) = \mathbf{H}_a(z, m) \cdot \mathbf{X}(z), \quad (14)$$

$$\text{де } \mathbf{H}_a(z, m) = \left[\begin{array}{cc|c} K_{11} \cdot H_{e11}(z, m) & K_{12} \cdot H_{e12}(z, m) & K_{1N} \cdot H_{e1N}(z, m) \\ K_{21} \cdot H_{e21}(z, m) & K_{22} \cdot H_{e22}(z, m) & K_{2N} \cdot H_{e2N}(z, m) \\ \hline K_{N1} \cdot H_{eN1}(z, m) & K_{N2} \cdot H_{eN2}(z, m) & K_{NN} \cdot H_{eNN}(z, m) \end{array} \right] - \text{матриця}$$

передатних функцій ЛБП наближеної динамічної моделі, K_{kj} – коефіцієнт передачі, що встановлюється для кожної базової передатної функції $H_{ekj}(z, m) = H_b(z, m, \omega_0, Q_{kj}, \varphi_{kj})$ з індивідуальними параметрами

«налаштування»: резонансною частотою ω_0 , добротністю Q_{kj} та фазовим зсувом

$$\varphi_{kj} \cdot \mathbf{Y}(z, m) = \begin{bmatrix} y_1(z, m) \\ y_2(z, m) \\ \vdots \\ y_N(z, m) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}(z) = \begin{bmatrix} x_1(z) \\ x_2(z) \\ \vdots \\ x_N(z) \end{bmatrix} - \text{вектори вихідних і вхідних величин.}$$

Базова передатна функція в цій наближеній динамічній моделі присутня в кожній передатній функції в матриці $\mathbf{H}_a(z, m)$. Тому на відміну від передатної функції (13) дана базова передатна функція має три власних параметра, з яких резонансна частота ω_0 зазвичай є однаковою для всіх передатних функцій в матриці $\mathbf{H}_a(z, m)$, а значення добротності і фазових зсувів можуть варіюватися від елемента до елемента. Також кожен елемент $\mathbf{H}_a(z, m)$ має власний коефіцієнт передачі K_{kj} , який теж може бути різним для кожного елемента матриці. Варіації вказаними параметрами дозволяють наблизити динаміку дискретної моделі (14) до динаміки конкретного резонансного перетворювача. Параметри встановлюються аналітичним і (або) експериментальним шляхами. Базова передатна функція в даній динамічній моделі визначається подібно до передатної функції (13) на основі більш універсальної елементарної перехідної функції з фазовим кутом $g_{ekj}(t) = K_{kj} e^{-\lambda_{kj} t} \sin(\omega_1 t - \varphi_{kj})$, яка має неперервне зображення по Лапласу

$$G_{ekj}(s) = K_{kj} \frac{\left(\cos(\varphi_{kj}) - \frac{\lambda_{kj}}{\omega_1} \sin(\varphi_{kj}) \right)}{A_{\omega kj}} \cdot \frac{\left(-s \frac{\sin(\varphi_{kj})}{\omega_1 \cos(\varphi_{kj}) - \lambda_{kj} \sin(\varphi_{kj})} + 1 \right)}{\left(\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q_{kj} \omega_0} + 1 \right)}, \quad (15)$$

або в дискретній формі

$$g_{ekj}(nT + mT) = K_{kj} e^{-\lambda_{kj} (nT + mT)} \sin(\omega_1 (nT + mT) - \varphi_{kj}), \quad (16)$$

дискретне зображення якої матиме вигляд

$$G_{ekj}(z, m) = \frac{K_{kj} \cdot e^{-\lambda_{kj} m T} \left(z^2 \sin(\omega_1 m T - \varphi_{kj}) + \right. \\ \left. + z e^{-\lambda_{kj} T} \left(\cos(\omega_1 m T - \varphi_{kj}) \cdot \sin(\omega_1 T) - \right. \right. \\ \left. \left. - \sin(\omega_1 m T - \varphi_{kj}) \cdot \cos(\omega_1 T) \right) \right)}{z^2 - 2z e^{-\lambda_{kj} T} \cdot \cos(\omega_1 T) + e^{-2\lambda_{kj} T}}, \quad (17)$$

де $A_{\omega kj} = \omega_0^2 / \omega_1 = \omega_0 / \sqrt{1 - 1/(4Q_{kj}^2)}$ – частотний коефіцієнт корекції амплітуди, ω_0 – резонансна частота, Q_{kj} – добротність контуру, λ_{kj} – коефіцієнт згасання, $\varphi_{kj} = -\pi/2 \dots \pi/2$ – фазовий кут вільних коливань, $m = \sigma - \gamma$, $\gamma = 0 \dots 1$ – параметр початкового зсуву вхідної ступені; $\sigma = 0 \dots 1$ – параметр зсуву вихідної перехідної функції, T – період дискретності.

На основі елементарної перехідної функції (17) подібно до (13) визначається базова передатна функція ЛБП наближеної динамічної моделі (14) резонансного перетворювача для елементарного вхідного імпульсу на рис.3

$$H_{bkj}(z, m) = G_{ekj}(z, 0) - g_{ekj}(0, 0) - G_{ekj}(z, \sigma - \frac{t_p}{T}) + g_{ekj}(0, \sigma - \frac{t_p}{T}) - \\ - G_{ekj}(z, \sigma - \frac{1}{2}) + g_{ekj}(0, \sigma - \frac{1}{2}) + G_{ekj}(z, \sigma - \frac{1}{2} - \frac{t_p}{T}) - g_{ekj}(0, \sigma - \frac{1}{2} - \frac{t_p}{T}) \quad (18)$$

Для резонансних перетворювачів зі складнішими коливальними контурами, які заміщуються ЛБП з передатними функціями більше 2-го порядку, треба визначати передатну функцію аналогічно до визначення (13) і (18), але з іншими перехідними функціями відповідно до конкретної схеми ЛБП резонансного перетворювача.

Дискретний перехідний процес резонансного перетворювача визначається як безкінечна (або конечна на проміжку встановлення процесів) сума реакцій ЛБП на послідовність елементарних вхідних імпульсів, які розташовані з інтервалом T . Зображенням перехідного процесу відповідно буде сума передатних функцій, зміщених кожна відносно попередньої на один період

квантування T , яка має вираз $Y(z, m) = \sum_{k=0 \dots \infty} H_b(z, m) z^{-k}$. Для визначення дискретного зображення перехідного процесу в компактному вигляді треба помножити на z^{-1} ліву і праву частину первинного виразу та відняти результат $z^{-1}Y(z, m) = \sum_{k=1 \dots \infty} H_b(z, m) z^{-k}$ від первісного виразу, відкіля $Y(z, m)(1 - z^{-1}) = H_b(z, m)$ виходить зображення перехідного процесу резонансного перетворювача

$$Y(z, m) = z \cdot H_b(z, m) / (z - 1). \quad (19)$$

Рівняння (19) є реакцією ЛБП резонансного перетворювача на рівномірну послідовність елементарних входних імпульсів з часовим інтервалом T . За допомогою варіації параметрів $m = \sigma - \gamma$ і $\sigma = 0 \dots 1$ при $\gamma = 0$ можна визначати проміжні значення перехідної кривої всередині кожного інтервалу дискретності.

Таким чином, базова динамічна модель має наступні особливості:

- Базова динамічна модель є дискретною з постійним інтервалом дискретності або періодом квантування T .
- Елементарний входний імпульс базової динамічної моделі представляє собою імпульс одиничною амплітудою і довжиною один інтервал. Він вважається еквівалентним елементарному входному імпульсу ЛБП схеми заміщення резонансного перетворювача, і представляє собою один період напруги інвертора. Реакція на цей імпульс є оригіналом передатної функції.
- Одинична ступінчаста входна функція базової динамічної моделі відповідає рівномірній послідовності імпульсів на виході інвертора з одиничною амплітудою та постійною частотою $f_g = 1/T_g$, де $T_g = T$.
- Одинична ступінчаста напруга на вході ЛБП відповідає реакції базової дискретної моделі на частину одиничного входного імпульсу.
- Процеси між моментами квантування можна встановити за допомогою варіації параметром зсуву $\sigma = 0 \dots 1$.

2.5.3. Моделювання процесів на основі базової передатної функції резонансного перетворювача

Імітаційне моделювання процесів резонансного перетворювача на прикладі головної його частини – резонансного інвертора, дозволяє перевірити правильність отриманих вище виразів передатних функцій за деякими ознаками перехідних процесів. Також дозволяє співставити поведінку ланок з базовими передатними функціями ЛБП і імітаційної моделі резонансного інвертора з послідовним контуром. Співставлення відбувається на двох імітаційних моделях. Перша модель побудована на схемному принципі, який можна вважати очевидно достовірним способом моделювання з правдоподібними результатами. Друга модель включає в себе формули, отримані в результаті теоретичних викладок. Якщо процеси на виходах різних за принципами побудови імітаційних моделей, які моделюють один і той же об'єкт – в даному випадку резонансний інвертор, при схожих вхідних величинах будуть з достатньою точністю збігатися, то можна припустити, що закладені в першу модель формули є справедливими.

Наближена динамічна модель резонансного перетворювача (14) може включати в себе базові передатні функції (13) або (18), тому доцільно почати модельні експерименти з імітаційної моделі резонансного інвертора на основі базової передатної функції (13), щоб перевірити її справедливість. Моделювання виконувалося в середовищі Matlab-Simulink з двома імітаційними моделями на рис.4,а,б.

Перша модель резонансного інвертора на рис.4,а є неперервною системою з фіксацією дискретних значень сигналів на вході модуляції і на виході моделі. Ця модель побудована по принципу схемного моделювання. Вона складається з джерела вхідної напруги від еквівалентного генератора (формував сигнал $x_1(t)$ $U_{g0}(t)$, множник Product та керований еквівалентний генератор напруги $U_g(t)$ G_1), що імітує інвертор напруги і створює прямокутну напругу $U_g(t)$ резонансного контуру з послідовним *RLC*-ланцюгом (Series RLC Branch) у вигляді послідовності двохполярних імпульсів. Амплітудна модуляція II роду напруги еквівалентного генератора G_1 сигналом $x_2(n)$ здійснюється за

допомогою пристрою вибірки і збереження S/H (фіксатор нульового порядку Sample and Hold1) і тактового генератора імпульсів з періодом дискретності T Generator1. Амплітудна модуляція імітує зміни напруги живлення резонансного інвертора перетворювача. Резонансний контур замикається через датчик струму Current i(t) та порти з'єднання «99». Струм контуру $i(t)$ вимірюється датчиком струму і фіксується у вигляді неперервного сигналу $i(t)$ та в дискретні моменти часу у вигляді дискретних значень $y_1(n)$ за допомогою пристрою вибірки і збереження S/H (Sample and Hold). Синхронізація з періодом дискретності реалізована від тактових імпульсів генератора T Generator2, сигнал від якого може зміщуватися в часі згідно з параметром σ (див. параметри в (12) і (17)) для фіксації значень струму контуру між базовими моментами квантування.

Друга модель резонансного інвертора на рис.4,б є дискретною з періодом дискретності T (Sample time) і побудована по принципу структурного моделювання. Вона складається із генератора вхідного сигналу Signal Builder1, пропорційної ланки з загальним коефіцієнтом передачі K , дискретних коливальних ланок з передатними функціями G_{e1} , G_{e2} , G_{e3} , G_{e4} , (які відповідають перехідним функціям $G_{kjI}(z, m)$, $G_{kjII}(z, m)$, $G_{kjIII}(z, m)$, $G_{kjIV}(z, m)$ в (7) і також складовим в правій частині (13)) і розраховуються на основі (12)

$$G_{ek}(z) = \frac{b_{2k}z^2 + b_{1k}z + b_{0k}}{A_2z^2 + A_1z + A_0} - g_{e0k} =$$

$$= \frac{(b_{2k} - A_2g_{e0k})z^2 + (b_{1k} - A_1g_{e0k})z + b_{0k} - A_0g_{e0k}}{A_2z^2 + A_1z + A_0} = \frac{B_{2k}z^2 + B_{1k}z + B_{0k}}{A_2z^2 + A_1z + A_0}, (20)$$

де $k=1;2;3;4$ – номер зображення елементарної перехідної функції, які розраховуються для чотирьох параметрів зсуву $m_k = \sigma - \gamma_k$, в яких відповідно $\gamma_1 = 0$, $\gamma_2 = t_p/T$, $\gamma_3 = 0.5$, $\gamma_4 = 0.5 + t_p/T$ і $\sigma = 0...1$ – загальний параметр зсуву, g_{e0k} – початкове значення дискретної перехідної функції для $n=0$. Коефіцієнти при ступенях z передатних функцій (20) коливальних ланок моделі на рис.4,б

знаменників A_0, A_1, A_2 , і чисельників $B_{01}, B_{11}, B_{21}, B_{02}, B_{12}, B_{22}, B_{03}, B_{13}, B_{23}, B_{04}, B_{14}, B_{24}$ розраховуються по формулах:

$$A_0 = e^{-2\lambda T}, A_1 = -2e^{-\lambda T} \cos(\omega_1 T), A_2 = 1;$$

$$h_{e0k} = e^{-\lambda m_k T} \sin(\omega_1 m_k T) - \text{початкове значення функції (10);}$$

$$B_{0k} = -A_0 h_{e0k};$$

$$B_{1k} = e^{-\lambda m_k T} e^{-\lambda T} (\cos(\omega_1 m_k T) \cdot \sin(\omega_1 T) - \sin(\omega_1 m_k T) \cdot \cos(\omega_1 T)) - A_1 h_{e0k};$$

$$B_{2k} = e^{-\lambda m_k T} \sin(\omega_1 m_k T) - A_2 h_{e0k}, \text{ де } T - \text{період дискретності.}$$

$$\text{Загальний коефіцієнт передачі розраховується так } K = 1/\rho \sqrt{(1 - 1/4Q^2)}.$$

Сигнали з виходів дискретних коливальних ланок сумуються в суматорі Sum згідно (13) і на виході суматора утворюється дискретний сигнал $y_2(n)$, якій буде зрівнюватися з сигналом $y_1(n)$ на виході першої моделі. Всі сигнали обох моделей передаються у вигляді масивів даних в робочу область Matlab через порти виводу Out1 і Out2. Далі на основі отриманих даних виводяться графіки і виконується обробка результатів моделювання.

Параметри обох моделей при першому експерименті:

- період дискретності і робоча частота $T=0.01$ с, $f_g=100$ Гц;
- номінальна напруга живлення інвертора $U_{s_nom}=1$ В;
- ширина імпульсу напруги інвертора $t_p = 0.35 \cdot T = 0.0035$ с;
- резонансна частота і добротність контуру $f_0=100$ Гц (100%), $Q=5$;
- індуктивність і ємність $L \approx 1.592$ мГн, $C \approx 1.592$ мкФ;
- активний опір $R=0.2$ Ом;
- хвильовий опір $\rho=1$ Ом;
- розрахований період вільних коливань $T_1 \approx 0.0101$ с.

Треба зазначити, що робочі і резонансні частоти реальних резонансних перетворювачів на один або більше порядків більші за 100 Гц і складають від одиниць кілогерц до десятків мегагерц. Параметри схемної моделі на рис.4,а можна масштабувати для інших значень напруги живлення інвертора U_s :

$$L' = L \cdot K_{U_s}^2; C' = C / K_{U_s}^2, \text{ та робочої частоти } \omega_g: L' = L / K_{\omega}; C' = C / K_{\omega}, \text{ де}$$

позначено коефіцієнти зміни напруги живлення $K_{U_s}^2 = U_s'^2 / U_s^2$ і робочої частоти $K_\omega = \omega_g' / \omega_g$, а штрихами позначено нові значення величин.

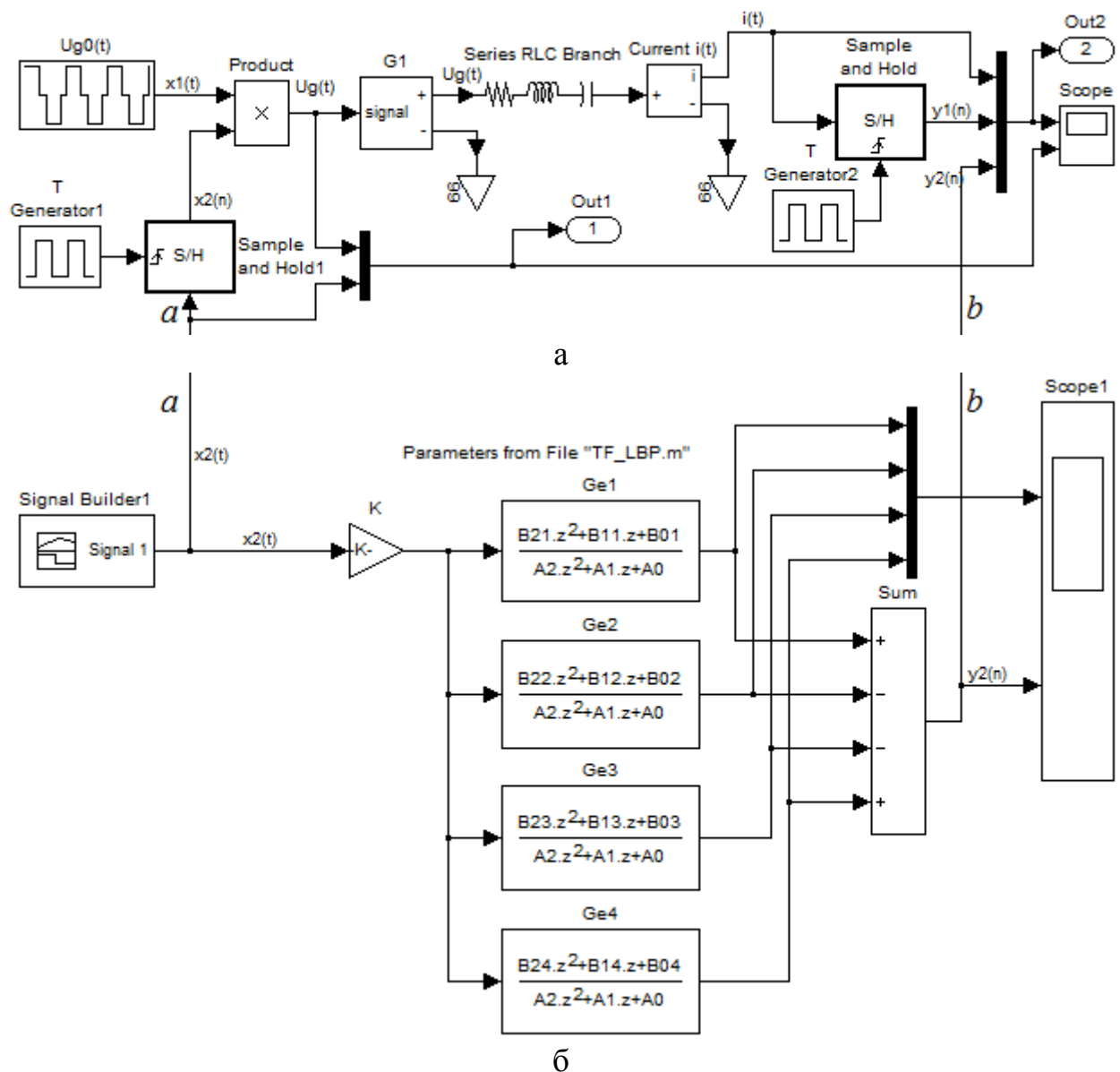


Рис.4. Схема імітаційної моделі резонансного контуру:
а – на основі принципової схеми; б – на основі базової передатної функції ЛБП резонансного перетворювача

Завдання похідних даних для моделювання і розрахунків наведених вище формул реалізовано за допомогою файлу «TF_LBP.m», текст якого наведено в Додатку А. Налаштування параметрів симуляції моделей наведено на рис.5, де обрано вирішувач *ode23t* [38], призначений для рішення помірно жорстких задач у вигляді звичайних диференціальних рівнянь методом трапецій. Перша модель на рис.4,а, як вказувалось вище, імітує резонансний контур з еквівалентним

генератором і розраховується в режимі неперервного часу моделювання зі змінним шагом. Друга модель на рис.4,б у вигляді дискретної системи моделюється за дискретним кроком, який вказано в налаштуваннях блоків моделі $\text{Sample time} = T$. Модель розраховує передатні функції He_1 , He_2 , He_3 , He_4 , відповідно до формули (20).

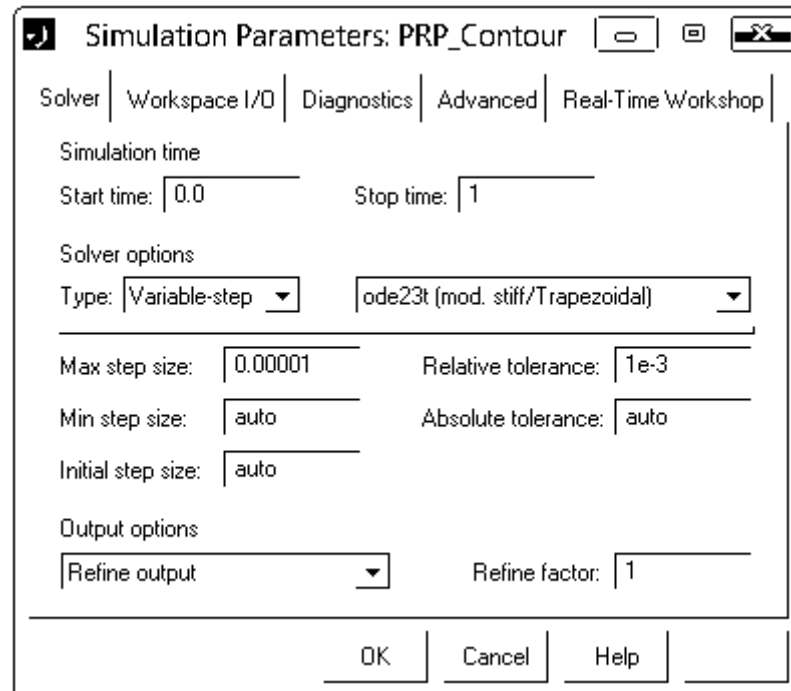
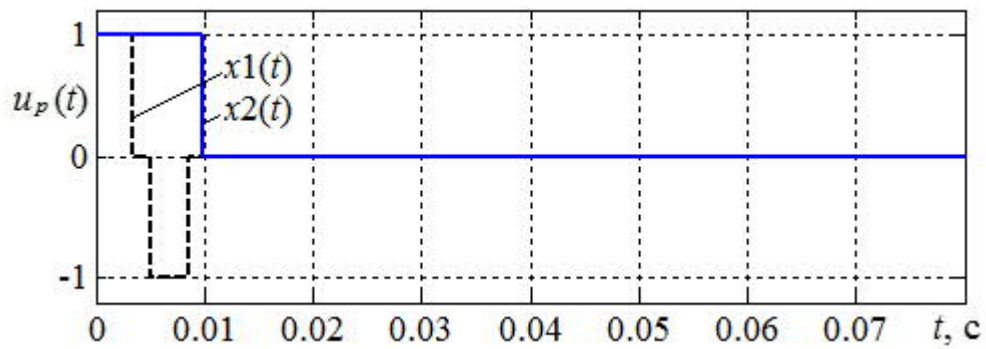
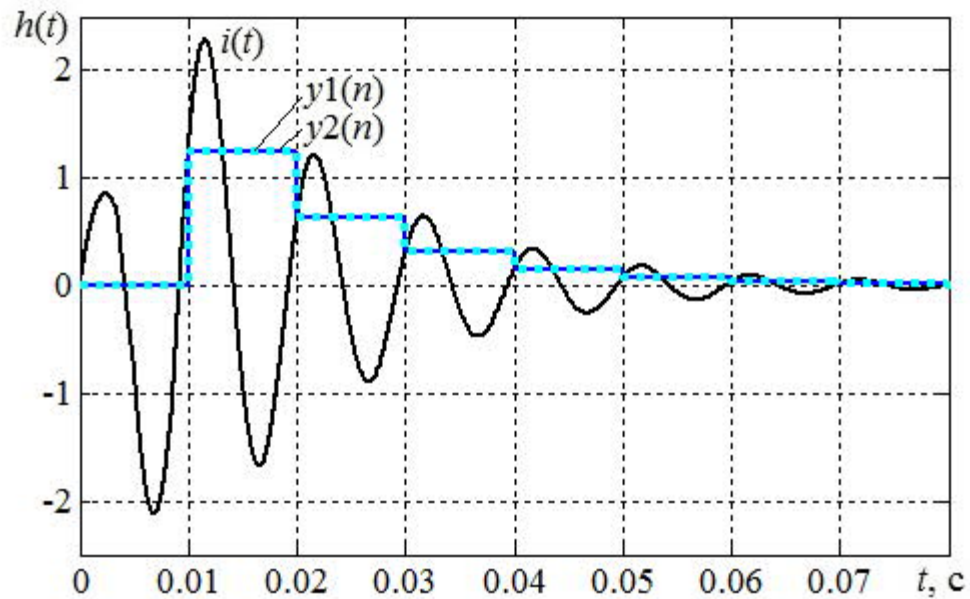


Рис.5. Вікно налаштувань параметрів симуляції

Перший експеримент полягає в знятті імпульсних перехідних функцій моделей $h(nT)$ для їх візуального порівняння на графіках. Умови експерименту – див. вище параметри моделей. В ході модельного експерименту на вхід кожної моделі подавалися елементарні вхідні імпульси на рис.6,а, які вважаються одиничними і викликають на виходах моделей імпульсні перехідні функції на рис.6,б в неперервному та дискретному виглядах. На вхід першої моделі подавалися один позитивний і один негативний імпульси $u_p(t)$ довжиною t_p , а на вхід другої моделі подавався одиничний імпульс довжиною T (елементарний вхідний імпульс як показано на рис.3). Двохполярний імпульс $x_1(t)$ на рис.6,а вважається еквівалентно одиничним відповідно до припущення, що від спричиняє на виході неперервної моделі на рис.4,а імпульсну перехідну функцію $i(t)$ на рис.6,б з дискретними відліками $y_1(n)$, подібними до перехідної функції $y_2(n)$ дискретної моделі на рис.4,б з одиничним імпульсом на вході.



а



б

Рис.6. Результати модельного експерименту: а – елементарні вхідні імпульси неперервної моделі (графік $x1(t)$) і дискретної моделі (графік $x2(t)$); б – реакція неперервної і дискретної імітаційних моделей резонансного контуру на елементарний вхідний імпульс $y1(n)=i(n)$, $y2(n)$

Як видно на рис.6,б, графіки вихідних дискретних функцій обох моделей $y1(n)$ і $y2(n)$, що відповідають значенням струму контуру в дискретні моменти часу, збігаються один з другим. Це говорить про справедливості виразів елементарної перехідної функції (10)-(12) і виразів базової передатної функції (13), (18). Різниця між графіками (пунктирний та сплошний ступінчасті графіки на рис.6,б) пояснюється затримкою фіксації значень коливальної перехідної функції модельним пристроєм вибірки і збереження. Але якщо хід графіків різних за принципом побудови моделей є подібним, на даному етапі цього достатньо для підтвердження теоретичних результатів.

Другий експеримент полягає в порівнянні вихідних дискретних величин $y_1(n)$ і $y_2(n)$ обох імітаційних моделей на протязі перехідного процесу, коли на входи моделі інвертора і дискретної моделі подається наростаюча до значення 1 функція часу $x_2(t) = u_s(t)$. При досягненні значення 1 функція $x_2(t)$ далі остається постійною. Ціллю експерименту є перевірка збіжності вихідних величин в перехідних процесах і залежність характеру перехідних процесів від відмінності резонансної і робочої частот. Умови експерименту наступні:

- період дискретності і робоча частота $T=0.01$ с, $f_g=100$ Гц;
- номінальна напруга живлення інвертора $U_{s_nom}=1$ В;
- ширина імпульсу напруги інвертора $t_p = 0.35 \cdot T$;
- добротність контуру $Q=5$;
- хвильовий опір $\rho=1$ Ом.

Резонансна частота f_0 , індуктивність L і ємність C контуру змінювалися в трьох частинах експерименту при незмінній робочій частоті моделей ($f_g=100$ Гц). В першій частині експерименту резонансна частота становила $f_0=80$ Гц. Робоча частота була більшою за резонансну частоту в 1,25 рази. Це означає, що резонансний перетворювач працював у так званому ВЧ-діапазоні робочої частоти (вище резонансної частоти). В другій частині експерименту резонансна частота становила $f_0=100$ Гц. Робоча частота дорівнювала резонансній частоті і резонансний перетворювач працював в ділянці частоти резонансу. В третій частині експерименту резонансна частота становила $f_0=120$ Гц. Робоча частота була меншою за резонансну і становила 0,83 резонансної частоти. Отже, резонансний перетворювач працював у так званому НЧ-діапазоні робочої частоти (нижче резонансної частоти).

Результати першої частини експерименту представлені у вигляді епюр перехідних процесів на рис.7. Робоча частота вища за резонансну частоту (ВЧ-діапазон). Після наростання вихідної напруги інвертора $u_g(t)$ на рис.7,а коливання струму $i(t)$ на рис.7,б зростають по амплітуді до встановленого

амплітудного значення біля 2,3А. Вихідні величини обох моделей $y1(n)$ і $y2(n)$ відповідають значенням струму контуру $i(n)$ в моменти квантування. Це моменти часу фронтів імпульсів напруги інвертора (див. рис.2).

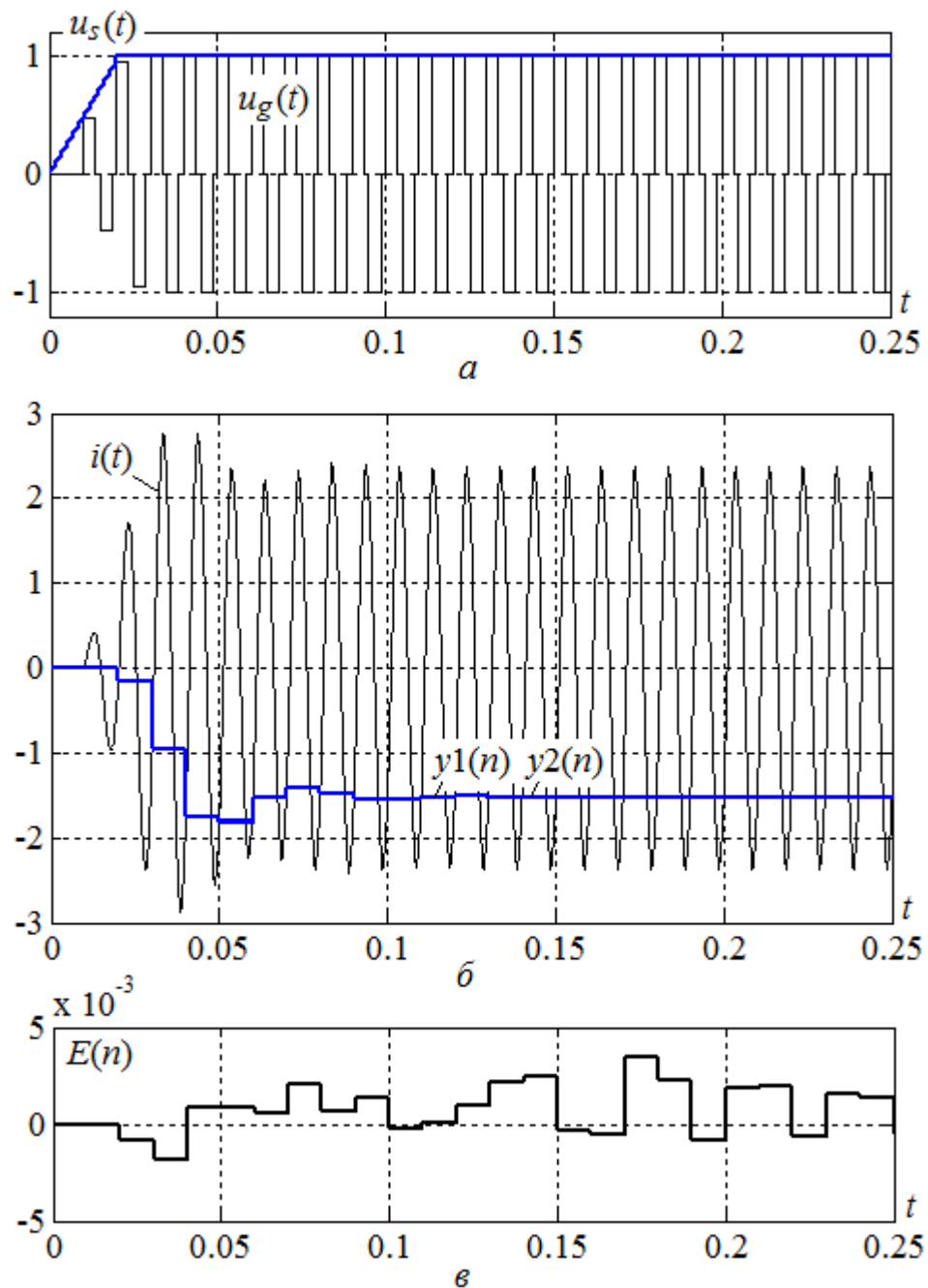


Рис.7. Епюри перехідного процесу моделей для резонансної частоти $f_0=80$ Гц:
а – напруга живлення $u_s(t)$ (вхідна функція моделей $x2(t)$) і модульована по амплітуді вихідна напруга інвертора $u_g(t)$, б – коливання струму контуру $i(t)$ та вихідні функції $y1(n)$ і $y2(n)$ (значення струму контуру в моменти квантування),
в – різниця вихідних величин $E(n) = y1(n) - y2(n)$

Перехідні характеристики вихідних величин мають коливальний згасаючий характер з періодом коливань біля 0,05с і встановлюються на постійних значеннях приблизно за 0,15-0,2с. Вихідні величини (дискретні функції $y_1(n)$ і $y_2(n)$) доволі точно сходяться одна з одною на протязі часу встановлення величин. Оскільки обидві моделі мають різний принцип побудови, то збіжність їхніх вихідних величин при еквівалентних одній до другої вхідних величинах свідчить на користь правдоподібності запропонованої математичної моделі на основі вдосконаленого методу накладання.

Для оцінки розбіжності вихідних величин вираховувалася їхня різниця $E(n) = y_1(n) - y_2(n)$, графік якої показано на рис.7,в. Порядок різниці між вихідними величинами (декілька тисячних) при вихідних величинах порядку одиниць у відносному значенні складає біля 0,17%. В результаті серії модельних експериментів було встановлено, що ця похибка складається головним чином із похибки обчислювання і значно залежить від максимального кроку обчислювання та завданої точності обраного вирішувача Matlab-Simulink.

Результати другої частини експерименту представлені у вигляді епюр перехідних процесів на рис.8. Робоча частота дорівнює резонансній частоті (робота на резонансній частоті). Після наростання вихідної напруги інвертора $u_g(t)$ на рис.8,а коливання струму $i(t)$ на рис.8,б зростають по амплітуді до встановленого амплітудного значення біля 5,5А. Перехідні характеристики вихідних величин мають аперіодичний згасаючий характер і встановлюються на постійних значеннях приблизно за 0,1-0,12с. Вихідні величини (дискретні функції $y_1(n)$ і $y_2(n)$) в даному експерименті теж доволі точно сходяться одна з одною на протязі часу встановлення величин. Функція різниці на рис.8,в також має порядок тисячних і складає біля 0,05%, що свідчить про збіжність вихідних величин обох моделей.

Результати третьої частини експерименту представлені у вигляді епюр перехідних процесів на рис.9. Робоча частота нижче резонансної частоти (робота в НЧ-діапазоні). Після наростання вихідної напруги інвертора $u_g(t)$ на рис.9,а

коливання струму $i(t)$ на рис.9,б зростають по амплітуді до встановленого амплітудного значення біля 2,7А. Перехідні характеристики вихідних величин мають коливальний згасаючий характер з періодом коливань біля 0,05с і встановлюються на постійних значеннях приблизно за 0,15-0,2с.

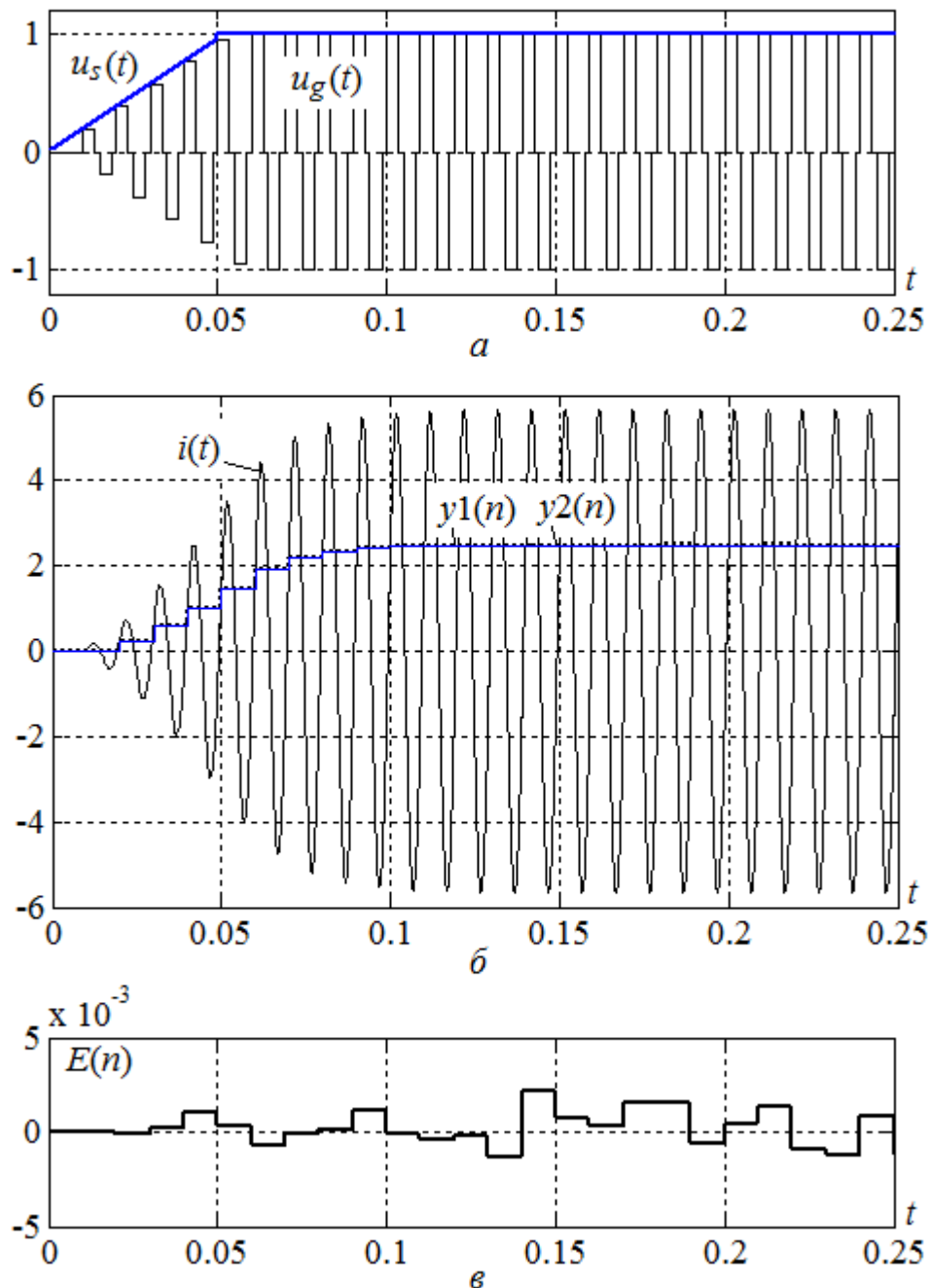


Рис.8. Епюри переходного процесу моделей для резонансної частоти $f_0=100$ Гц:
а – напруга живлення $u_s(t)$ (вхідна функція моделей $x2(t)$) і модульована по амплітуді вихідна напруга інвертора $u_g(t)$, б – струм контуру $i(t)$ та вихідні функції $y1(n)$ і $y2(n)$ (значення струму контуру в моменти квантування),
в – різниця вихідних величин $E(n) = y1(n) - y2(n)$

Вихідні величини (дискретні функції $y_1(n)$ і $y_2(n)$) в даному експерименті теж доволі точно сходяться одна з одною на протязі часу встановлення величин. Функція різниці на рис.9,в також має порядок сотих і складає біля 0,33%, що свідчить про збіжність вихідних величин обох моделей.

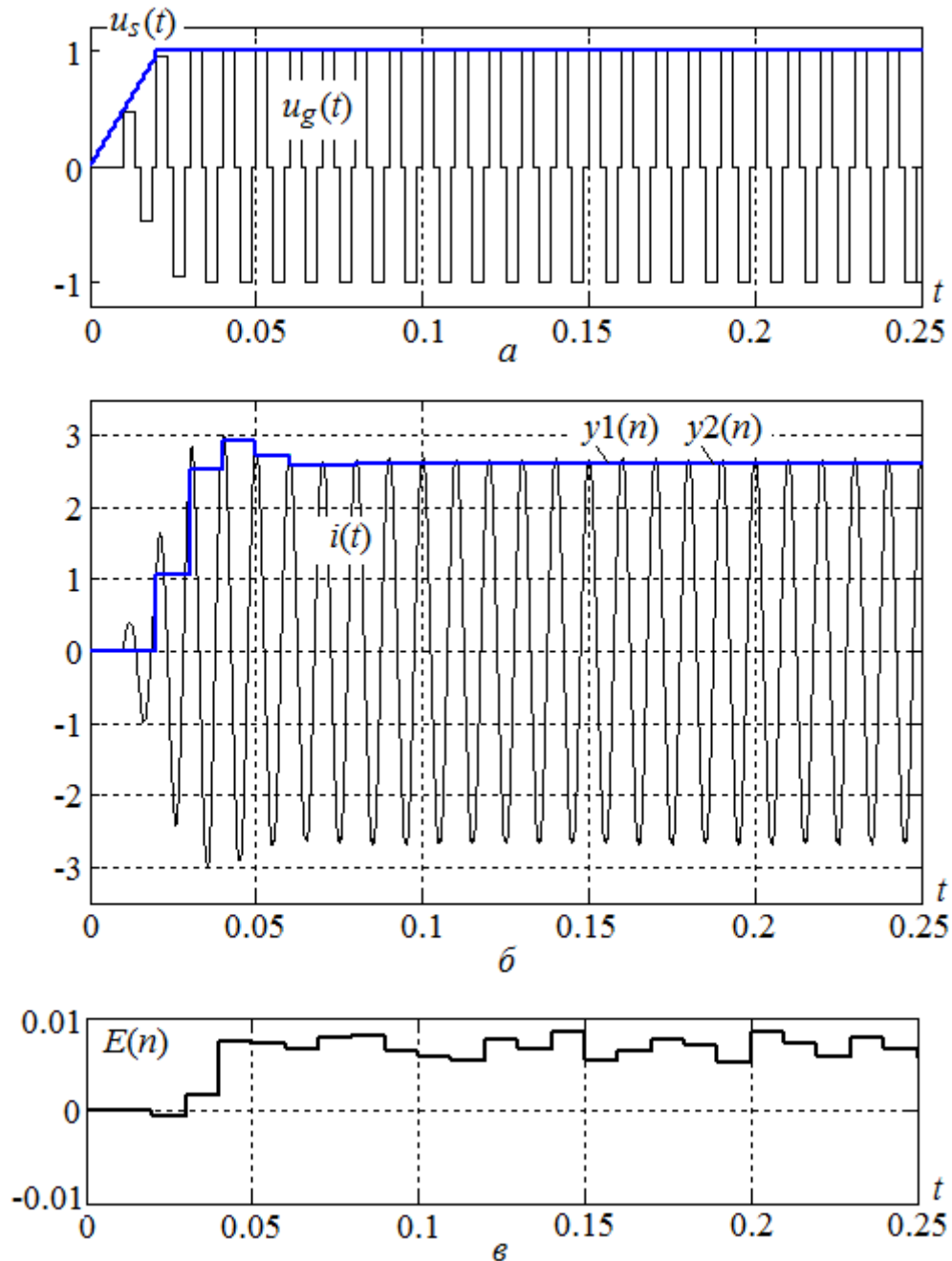


Рис.9. Епюри перехідного процесу моделей для резонансної частоти $f_0=120$ Гц:
а – напруга живлення $u_s(t)$ (вхідна функція моделей $x_2(t)$) і модульована по амплітуді вихідна напруга інвертора $u_g(t)$, б – струм контуру $i(t)$ та вихідні функції $y_1(n)$ і $y_2(n)$ (значення струму контуру в моменти квантування),
в – різниця вихідних величин $E(n) = y_1(n) - y_2(n)$

Результати експерименту на рис.7, 8, 9 демонструють залежність характеру перехідних процесів (дискретні функції $y_1(n)$ і $y_2(n)$) від співвідношення робочої і резонансної частот. На резонансній частоті (рис.8) спостерігається максимальне встановлене значення амплітуди коливань струму контуру $i(t)$, що відповідає максимуму резонансної кривої. При відхиленні резонансної частоти в будь який бік відносно робочої частоти встановлена амплітуда коливань зменшується і перехідні процеси стають коливальними, як видно на рис.7 і рис.9. Частота коливань дорівнює різниці резонансної і робочої частоти. Коли перетворювач працює на резонансній частоті, то, як видно із епоур вихідних величин моделей на рис.8, перехідні процеси мають аперіодичний характер.

На практиці теж допускається відхилення робочої частоти від резонансної частоти в тій чи інший бік. При відхиленні вниз робочої частоти відносно резонансної частоти струм контуру випереджає по фазі вихідну напругу інвертора (її першу гармоніку) і ключі відкриваються при прямому струмі, а закриваються при зворотному струмі. Перетворювач працює в НЧ-діапазоні. Ця обставина добре підходить для роботи імпульсних силових тиристорів з природнім закриванням, яким потрібна зміна напрямку струму для закривання. Таким чином для резонансних перетворювачів з тиристорними інверторами робоча частота навмисно встановлюється нижче резонансної і становить зазвичай доли-одиниці кілогерц.

При відхиленні вверх робочої частоти відносно резонансної частоти струм контуру відстає по фазі від вихідної напруги інвертора (її першої гармоніки) і ключі відкриваються при зворотному струмі, а закриваються при прямому струмі. Ця обставина є більш прийнятною для роботи транзисторів зі зворотними діодами. Транзистор відкривається при близькій до нуля напрузі. Таким чином для резонансних перетворювачів з транзисторними інверторами робоча частота навмисно встановлюється вище резонансної частоти і становить одиниці кілогерц – десятки мегагерц для різних за призначеннями резонансних перетворювачів.

На резонансній частоті ключі відкриваються і закриваються при практично нульовому струмі. Це обумовлює низькі комутаційні втрати в транзисторах інвертора. Такий режим характерний для резонансних перетворювачів з постійною робочою частотою і стабільним контуром та навантаженням. Якщо параметри контуру і навантаження нестабільні, для прив'язки робочої частоти до резонансної частоти використовуються автогенерація або фазове автопідстроювання робочої частоти.

Третій експеримент полягає в порівнянні вихідних дискретних величин $y_1(n)$ і $y_2(n)$ обох імітаційних моделей при вхідному сигналі $x_2(t) = u_s(t)$ складної форми. Ціллю експерименту є перевірка збіжності і оцінка різниці вихідних величин при наростаючій і спадаючій вхідній величині моделей. Також представляє інтерес поведінка резонансного перетворювача при варіаціях вхідної напруги і збільшеній добротності контуру. Умови експерименту наступні:

- період дискретності і робоча частота $T=0.01$ с, $f_g=100$ Гц;
- номінальна напруга живлення інвертора $U_{s_nom}=1$ В;
- ширина імпульсу напруги інвертора $t_p = 0.35 \cdot T$;
- добротність контуру $Q=5$;
- хвильовий опір $\rho=1$ Ом.

Резонансна частота f_0 , індуктивність L і ємність C контуру змінювалися в двох частинах експерименту при незмінній робочій частоті моделей ($f_g=100$ Гц). В першій частині експерименту на вхід моделей подавався кусочно-лінійний сигнал $x_2(t) = u_s(t)$ при добротності контуру $Q=5$ і по чергово при трьох резонансних частотах $f_0=80$ Гц; 100 Гц; 120 Гц (відносна робоча частота становила $\omega_g^* = 1.25; 1.0; 0.83$ резонансної частоти), який імітував зміни напруги живлення інвертора $u_s(t)$. Результати експерименту на рис.10 у вигляді епюр процесів як і в попередніх експериментах наглядно демонструють залежність характеру і величин процесів від відносної робочої частоти ω_g^* .

На верхньому графіку рис.10 показані епюри напруги живлення $u_s(t)$ (огинаюча лінія вхідна функція моделей $x_2(t)$) і модульованої нею вихідної напруги інвертора $u_g(t)$. При амплітудній модуляції 2-го роду амплітуда імпульсів інвертора задається постійною на весь період. Тому верхівки імпульсів при зміні модулюючої напруги залишаються пласкими, тобто форма імпульсів не викривлюється. Це важливо для правильного співставлення результатів роботи обох моделей. Оскільки друга дискретна модель не враховує процесів між моментами квантування, то перша модель поставлена в аналогічні умови, коли вхідна величина – модулююча напруга $u_g(t)$ фіксується між моментами квантування пристроєм вибірки і збереження Sample and Hold1 на рис.4. Робоча частота інвертора незмінна $f_g = 100$ Гц.

На другому, третьому і четвертому зверху графіках показані епюри вихідних величин моделей для трьох значень резонансних частот контуру $f_0 = 80$ Гц; 100 Гц; 120 Гц: струм контуру $i(t)$ та вихідні величини – дискретні функції $y_1(n)$ і $y_2(n)$, що представляють вирахувані в обох моделях різними способами значення струму контуру в моменти квантування. Вихідні величини збігаються одна з одною на всьому проміжку моделювання. Різниця між ними $E(n) = y_1(n) - y_2(n)$ наведена на п'ятому графіку для трьох попередніх графіків і складає не більше 0,1%, що говорить про відповідність дискретної моделі і схемної моделі резонансного перетворювача.

На другому зверху графіку на рис.10 вихідні величини моделей є негативними, оскільки у ВЧ-діапазоні робочої частоти (100 Гц при резонансній частоті 80 Гц) струм відстає по фазі від напруги інвертора, і тому в моменти квантування фіксуються переважно від'ємні значення струму контуру. На третьому і четвертому зверху графіках вихідні величини моделей позитивні, оскільки на резонансній частоті і у НЧ діапазоні (робоча частота 100 Гц при резонансній частоті 120 Гц), коли струм контуру випереджає по фазі напругу інвертора, в дискретні моменти фіксуються переважно позитивні значення струму контуру.

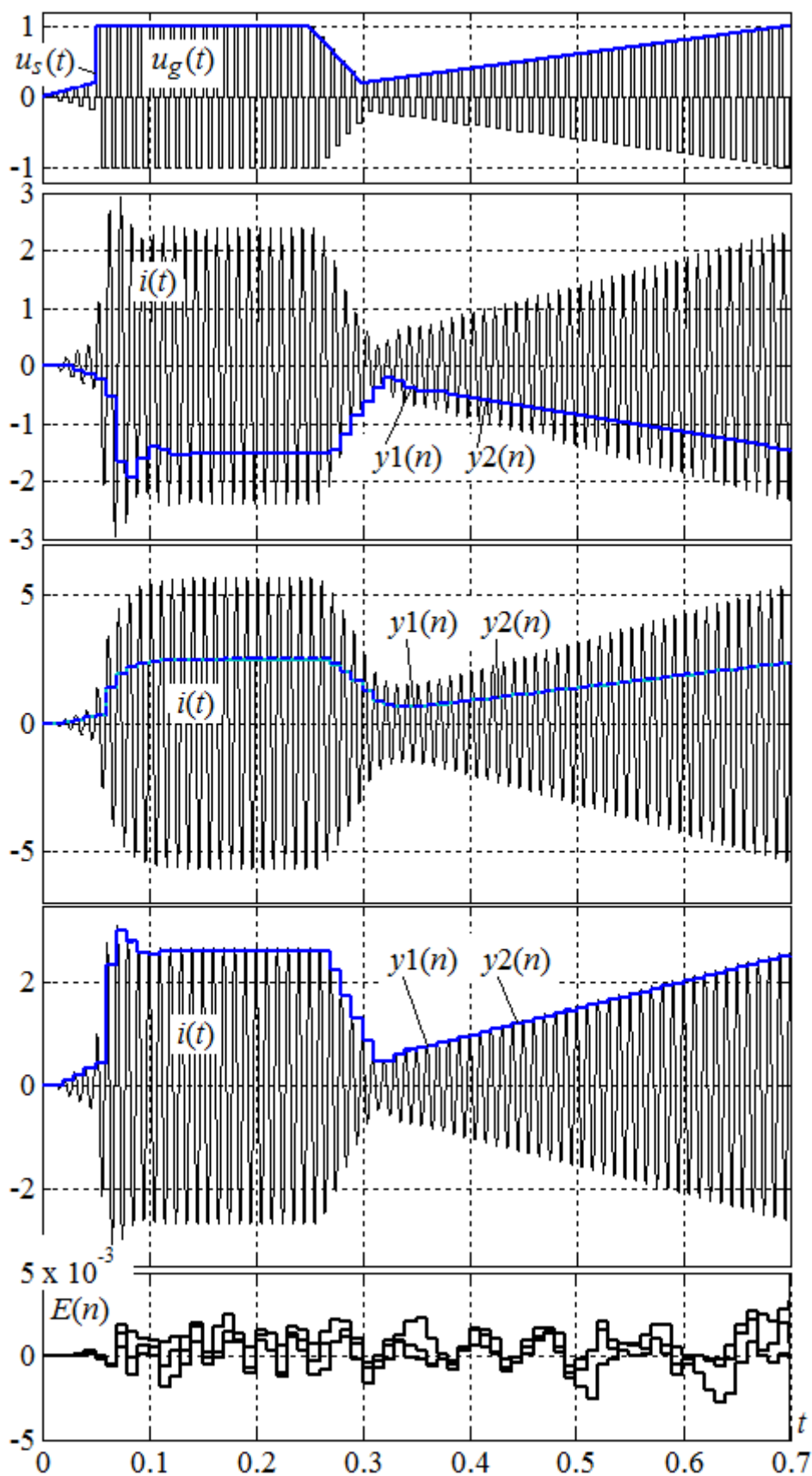


Рис.10. Епюри процесів моделей для трьох значень резонансної частоти $f_0=80$ Гц; 100 Гц; 120 Гц і добротності контуру $Q=5$: $u_s(t)$ – напруга живлення, $u_g(t)$ – вихідна напруга інвертора, $i(t)$ – струм контуру, $y1(n)$ і $y2(n)$ – вихідні функції, $E(n) = y1(n) - y2(n)$ – різниця вихідних величин

Функції різниці між вихідними величинами на п'ятому графіку на рис.10 практично не залежать від зміни вихідних величин. В ряді експериментів спостерігалася деяка нечітка залежність між різницею вихідних величин і напрямом зміни вихідних величин. При зменшенні вихідних величин різниця ставала переважно негативною, а при збільшенні вихідних величин – позитивною. Також різниця поступово наростала з часом, що свідчить про її залежність від погрішності моделювання. Таким чином, можна констатувати, що різниця між вихідними величинами моделей при деяких встановлених заздалегідь значеннях кроку моделювання і точності розрахунків залежить головним чином від сумарного приросту вихідних величин і від часу моделювання.

На рис.11 представлені результати моделювання з тими ж початковими умовами і вхідним сигналом при збільшеній добротності контуру. На практиці добротність контурів резонансних перетворювачів постійної напруги з інтегрованим трансформатором складає лише декілька одиниць, рідше доходить до 10-15. Добротність контурів індуктивних зарядних пристроїв з рознесеними контурами може бути більшою, десь 10-20 одиниць. Добротність контурів резонансних інверторів для електротехнологій та резонансних генераторів для ближнього обміну інформацією може сягати декілька десятків. Тому для другої частини цього експерименту було прийнято значення добротності $Q=25$.

По характеру процесів видно, що при збільшенні добротності контуру збільшується коливальність перехідної характеристики перетворювача і подовжується час встановлення вихідної величини. Огинаюча коливань струму контуру $i(t)$ на рис.9 (другий, третій і четвертий графіки) при низькій добротності контуру приблизно повторює вхідну величину (суцільна лінія на рис.9, перший графік). При збільшеній добротності контуру огинаюча коливань струму контуру $i(t)$ в порівнянні з формою функції вхідної величини викривляється власними коливаннями перехідної характеристики. Тому можна зробити висновок, що керування перетворювачем буде повільнішим при збільшеній добротності

контурі ніж при малій добротності з причини підвищення коливальності і часу встановлення перехідної характеристики перетворювача.

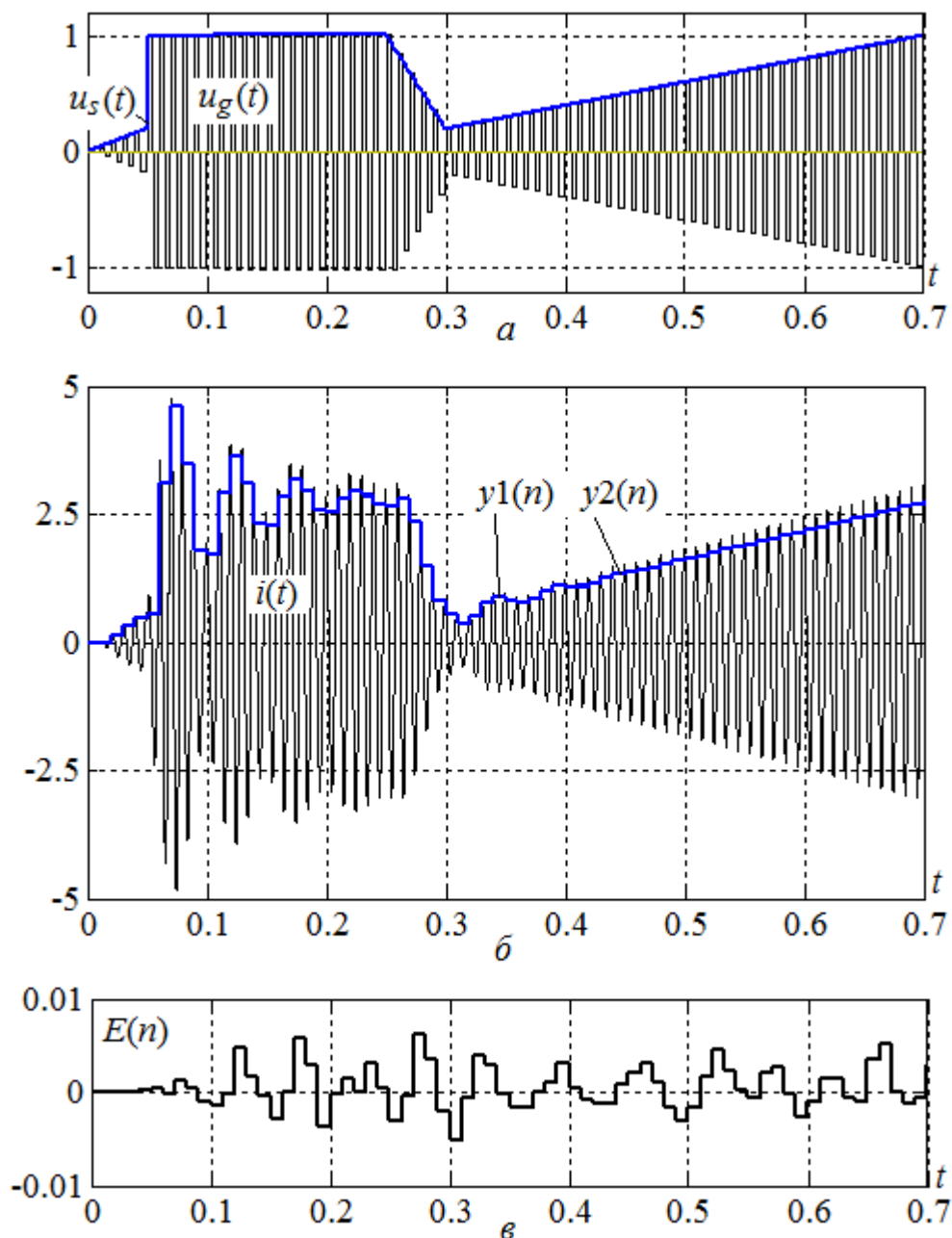


Рис.11. Епюри процесів моделей для резонансної частоти $f_0=120$ Гц і добротності контуру $Q=25$: а – напруга живлення $u_s(t)$ (вхідна функція моделей $x2(t)$) і модульована по амплітуді вихідна напруга інвертора $u_g(t)$, б – струм контуру $i(t)$ та вихідні функції $y1(n)$ і $y2(n)$ (значення струму контуру в моменти квантування), в – різниця вихідних величин $E(n) = y1(n) - y2(n)$

Частота коливань вихідних величин в перехідній характеристиці відповідає різниці резонансної і робочої частот. На рис.11,б спостерігаються коливання з частотою близько 20 Гц при робочій частоті 100 Гц і резонансній частоті 120 Гц.

Висновок

Незалежність еквівалентних генераторів від процесів ЛБП схеми заміщення перетворювача створює важливе обмеження методу накладання, оскільки в реальних перетворювачах напруга на виході інверторів може залежати від процесів, коли використовуються зворотні зв'язки по параметрам коливань в контурі. Також напруга на вході випрямлячів залежатиме від процесів в схемі перетворювача, оскільки випрямлячі є відомими вентильними схемами. Тобто це на перший погляд стримує використання методу накладання для аналізу процесів резонансних перетворювачів. Для обходу цього обмеження треба припустити, що еквівалентні генератори схеми заміщення є незалежними, і виконати розрахунки з варіаціями параметрів (або ряд розрахунків з набором параметрів) генерованих ними напруг або струмів. Тоді з результатів розрахунків слід обрати результати, які відповідатимуть критеріям узгодження процесів пасивної частини схеми заміщення перетворювача з генерованими напругами або струмами.

Критерії узгодження процесів схеми заміщення задаються на основі логіки роботи силової схеми перетворювача. Наприклад, якщо оптимальними умовами комутації транзисторів інвертора є фазове запізнення вихідного струму відносно напруги, то при варіаціях фази відповідного еквівалентного генератора треба вибирати ті розраховані процеси, що відповідатимуть критерію оптимальної комутації. Якщо діоди випрямляча переключуються під дією прикладеної напруги, то виходить, що вхідна напруга випрямного моста повторює за знаком полярність вхідного струму. Тоді формально незалежний еквівалентний генератор, що заміщуватиме випрямний міст з противо-ЕРС в навантаженні, повинен співпадати за фазою зі струмом. Це і буде критерієм узгодженості процесів. Треба сказати, що виконання критеріїв узгодженості в статиці можливо забезпечити варіаціями розрахунків, які звісно виконуватимуться на ЕОМ. Але в динаміці критерії узгодженості можуть порушуватися в перехідних режимах. Тут є два шляхи вирішення питання узгодженості.

Перший шлях – це чисельне моделювання з «відновленою» залежністю еквівалентних генераторів від процесів схеми перетворювача. Цей шлях дозволяє розрахувати процеси в динамічній моделі, але не завжди є можливість аналізувати корисні закономірності поведінки схеми перетворювача. Другий шлях полягає в визначенні малих ділянок зміни вхідних впливів і збурень, в межах яких критерії узгодженості не будуть порушуватися. Це можна визначити за допомогою експериментів моделювання. І для цих ділянок (меж) в кожному цікавому режимі роботи скласти динамічні моделі перетворювача у вигляді аналітичних функцій або рівнянь динаміки.

Розділ 3. Математична модель трьохмостового резонансного перетворювача

3.1. Схема досліджуваного резонансного перетворювача

В якості досліджуваного перетворювача методом накладання розглянемо послідовний резонансний перетворювач системи безперебійного живлення з трьома вентильними мостами. В схемі на рис.1,б джерело живлення, акумуляторна батарея і споживач електроенергії представлено знакопостійними джерелами напруг u_1 , u_2 і u_3 відповідно.

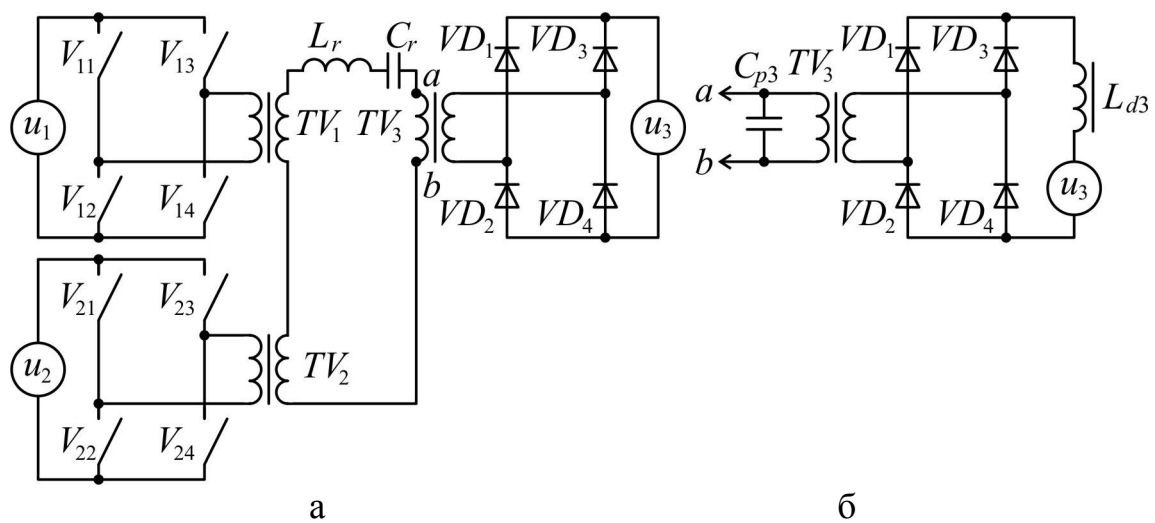


Рис.2. Схема послідовного резонансного перетворювача з трьома вентильними мостами (а) і схема підключення випрямляча з фільтруючим дроселем (б)

В загальному випадку припустимо, що інвертори напруги і випрямний міст підключено через три трансформатори напруги TV_1 , TV_2 , TV_3 до послідовного резонансного контуру з індуктивністю L_r і ємністю C_r . На практиці один або два з цих трансформаторів можуть бути відсутніми. Наприклад, коли відсутній трансформатор TV_1 , трансформатор випрямляча TV_3 конструктивно виконаний «резонансним» трансформатором з підвищеною індуктивністю розсіювання [10, 27, 28]. Тобто він виконуватиме функцію трансформатора за рахунок магнітного зв'язку між обмотками і функцію резонансного індуктора за рахунок індуктивності розсіювання. Трансформатор напруги TV_2 служитиме для узгодження напруги живлення u_1 і напруги акумуляторної батареї u_2 . Якщо

відсутні трансформатори TV_2 і TV_3 , то трансформатор TV_1 є резонансним і узгоджує напругу живлення u_1 з напругами акумуляторної батареї u_2 і споживача u_3 . В такому разі напруга акумуляторної батареї повинна перевищувати напругу споживача.

Коли напруга джерела живлення u_1 на рис.2,а знижується до критичного рівня, живлення споживача відбувається від акумулятора з напругою u_2 . Два інверторних мости на керованих вентилях двонаправленої провідності $V_{11}-V_{14}$ і $V_{21}-V_{24}$ з джерелами напруг u_1 і u_2 представляють собою інвертори напруги і дозволяють передавати електроенергію між підключеними до них джерелами напруг і рештою схеми перетворювача в обох напрямках. Випрямний міст на діодах VD_1-VD_4 дозволяє передавати електроенергію тільки від перетворювача в споживач – джерело напруги u_3 . Але керування інверторним мостом $V_{11}-V_{14}$ повинно відбуватися таким чином, щоб напрям середньої за робочий цикл T енергії джерела напруги u_1 відповідав віддачі енергії від цього джерела в перетворювач. Джерело напруги u_2 може в різних режимах роботи перетворювача працювати як джерело живлення (робота від акумулятора), так і як споживач електроенергії (зарядка акумуляторної батареї). Комутаційні процеси інверторних мостів $V_{11}-V_{14}$ і $V_{21}-V_{24}$ головним чином визначаються швидкодією вентилів і напрямком вихідного струму на протязі комутації. За даними досліджень і практичного досвіду [13, 14, 15] тривалість комутаційних процесів в транзисторних інверторах резонансних перетворювачів триває 30-250нс для малої та середньої потужності (до сотень Ват) і 200нс-10мкс для великих потужностей (одиниці-сотні Кіловат). Це складатиме малі долі періодів комутації (долі-одиниці відсотків). Тому інвертори напруги з ідеалізованими вентилями і ідеальним джерелом напруги зі сторони входу можна замінити зі сторони виходу еквівалентними генераторами напруги прямокутної форми.

Комутаційні процеси випрямного моста $VD_1 - VD_4$ за відсутності трансформатора TV_3 , або коли він ідеальний з безкінечною індуктивністю

намагнічування, визначаються тільки швидкістю відновлення запираючих властивостей діодів. Якщо трансформатор TV_3 має конечну індуктивність намагнічування, то моменти закривання і відкривання діодів в значній мірі визначаються перерозподілом струмів між діодами і індуктивністю намагнічування трансформатора. Чим менше ця індуктивність намагнічування, тим більший її вплив на час перемикання струму з діодів однієї діагоналі моста на діоди іншої в певних режимах, особливо, коли навантаженням є противо-ЕРС у вигляді акумуляторної батареї, паралельний RC -ланцюг чи електродвигун постійного струму.

В дослідженнях електромагнітних процесів резонансних LLC -перетворювачів з високочастотними трансформаторами з підвищеною індуктивністю розсіювання, і, як правило, заниженою індуктивністю намагнічування [17, 27, 33] показано, що тривалість провідності діодів випрямляча може змінюватися в широких межах відносно тривалості робочого циклу. Особливо це проявляється на холостому ході і ближніх до холостого ходу режимах. Також можна припустити, що і в динамічних режимах при скиданні та накиді номінального навантаження виникають серії робочих циклів з суттєво обмеженим часом провідності діодів випрямляча. Тому для визначення меж так званих неперервно-випрямних режимів, коли діоди випрямного моста проводять струм на протязі майже всього робочого циклу, треба проводити додаткові експериментальні або теоретичні дослідження. Наразі можна прийняти, що є така мінімально припустима індуктивність намагнічування випрямного трансформатора TV_3 , при якій в аналізованих режимах роботи послідовного РП на рис.2,а має місце тільки неперервно-випрямний режим. Отже в неперервно-випрямному режимі випрямний міст можна представити зі сторони входу змінної напруги еквівалентним генератором напруги прямокутної форми.

Вище розглянуто випрямляч з противо-ЕРС або з ємнісним фільтром, який при деяких припущеннях можна замінити джерелом напруги. Слід зазначити, що випрямляч з індуктивним фільтром на рис.2,б можна при обґрунтованих дослідженнями припущеннях представити зі сторони входу джерелом струму,

яке споживає електроенергію за умови $i_{g3} = \text{sign}(i_r) \cdot \text{avg}(|i_r|)$. Тут позначено $\text{avg}(|i_r|)$ – середнє значення випрямленого резонансного струму. Для замикання шляху резонансного струму i_r міст з джерелом струму зашунтований паралельним резонансним конденсатором C_{p3} .

3.2. Схема заміщення з L -контурами

Перед побудовою схеми заміщення послідовного РП на рис.2,а треба визначити умови і припущення, які дозволять використати метод накладання:

- Джерело живлення, акумуляторна батарея і споживач електроенергії можна представити ідеальними джерелами знакопостійної напруги або струму.
- Вентилі мостів є ідеалізованими вентилями з лінійними опорами відкритого стану і з нульовим часом перемикавання.
- Мости перетворювача можуть перебувати в наступних станах в табл.1, де стани вентилів мостів V_{jk} позначено так: 1 – включений, 0 – виключений.

Припустимо, що переходи між станами мостів відбуваються миттєво.

Таблиця 1. Стани мостів перетворювача

Стани мостів		1		2		3		4	
Вихідна напруга		U_j		$-U_j$		0		0	
V_{j1}	V_{j3}	1	0	0	1	0	0	1	1
V_{j2}	V_{j4}	0	1	1	0	1	1	0	0

- Таким чином, інвертори напруги і випрямний міст можна замінити еквівалентними незалежними від процесів схеми генераторами напруги u_{g1} , u_{g2} , u_{g3} прямокутної форми. Інвертори струму і випрямляч з індуктивним фільтром заміщуються незалежними від процесів схеми генераторами струму i_{g1} , i_{g2} , i_{g3} прямокутної форми.

- Трансформатори перетворювача є лінійними трансформаторами з малими індуктивностями розсіювання і великими індуктивностями намагнічування відносно резонансної індуктивності.

Схема заміщення послідовного резонансного перетворювача на рис.3,а представляє собою пасивний $2N$ -полюсник з основним послідовним RLC -контуром і підключеними еквівалентними генераторами напруги $u_{g1}-u_{gN}$, які з елементами схем заміщення трансформаторів утворюють додаткові **LR -контури** (далі просто L -контури, наприклад, j -тий L -контур: u_{gj} , r_{sj} , L_{sj}).

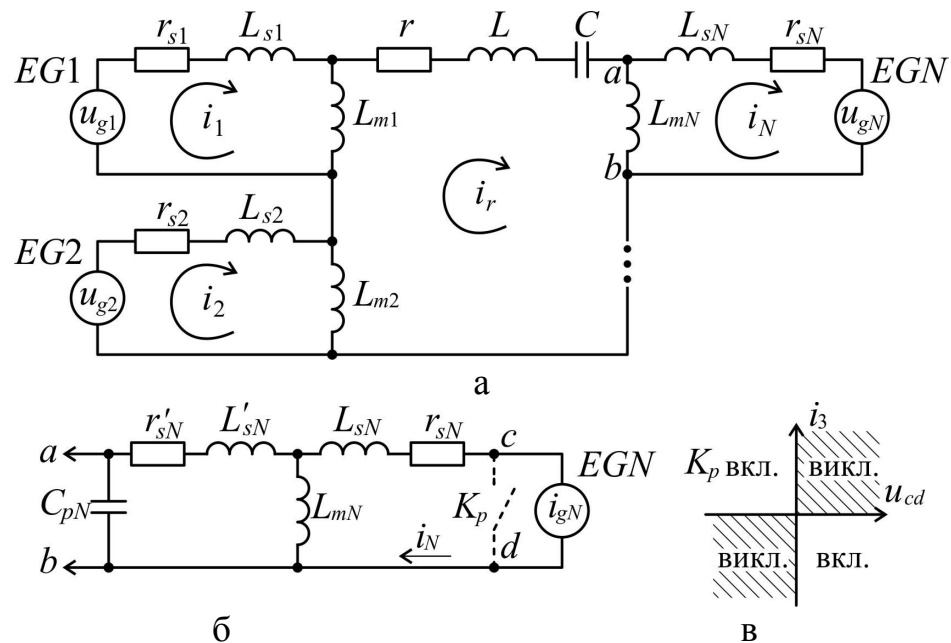


Рис.3. Схема заміщення послідовного резонансного перетворювача з N еквівалентними генераторами напруги і додатковими L -контурами (а) і схема додаткового Т-контуру з еквівалентним генератором струму (б)

Трансформатори напруги TV_1 , TV_2 , TV_3 (рис.2) заміщено лінеаризованими Т-образними схемами з параметрами первинної і вторинної сторони (зі штрихом): r_s і r'_s – послідовні активні опори обмоток, L_s і L'_s – індуктивності розсіювання, L_m – індуктивність намагнічування. Опори відкритих вентилів r_{vj} перетворювача на рис.2 можна віднести до активних опорів первинних обмоток r_{sj} схеми заміщення на рис.3. Резонансний RLC -ланцюг містить в своїх елементах також і активні опори та індуктивності розсіювання вторинних обмоток зі схем заміщення трансформаторів:

$$r = \sum_{j=1}^N r'_{sj} + r_r, L = \sum_{j=1}^N L'_{sj} + L_r, C = C_r.$$

Додаткові С-контури поєднані з основним резонансним RLC -контуром через індуктивності намагнічування трансформаторів L_{mj} . На рис.3,б показано додатковий контур з еквівалентним генератором струму, який заміщує випрямляч з індуктивним фільтром на рис.2,б. Якщо припустити, що фільтруючий дросель (рис.2,б) має велику індуктивність $L_d \rightarrow \infty$, то струм дроселя можна вважати постійним на протязі циклу перетворення T . Отже навантаження заміщується джерелом струму, а випрямляч – еквівалентним генератором прямокутного струму i_{gN} .

Фіктивний ключ K_p використовується тільки при чисельному моделюванні перетворювача у вигляді схеми заміщення коли заміщуючий генератор струму i_{gN} стає залежним від знаку напруги а вході випрямного моста. Ключ K_p слугує для відтворення проміжків замикання випрямного моста, коли струм вторинної обмотки трансформатора випрямляча по модулю менший за струм фільтруючого дроселя і через діоди моста проходить циркуляційний струм. На рис.3,в показана характеристика відкривання ключа K_p . Коли струм контуру стає рівним струму джерела $i_N = i_{gN}$ ключ K_p розмикається і джерело струму споживає енергію. Коли напруга ключа u_{cd} змінює полярність відносно струму, ключ включається і струм еквівалентного генератора струму замикається через ключ.

В математичній моделі резонансного перетворювача с зазначеними вище припущеннями схема заміщення вважається лінійною і фіктивні ключі відносяться до еквівалентних генераторів, тобто є так би мовити їхньою приналежністю. Фіктивний ключ може замикати генератор струму або відключати від ланцюга генератор напруги, але без порушення умов нерозривності струму індуктивності і напруги на ємності.

3.3. Математична модель послідовного резонансного перетворювача зі схемою заміщення з L -контурами

Математичну модель лінійної системи доцільно визначати за допомогою операторного методу шляхом рішення системи рівнянь, які описують процеси в схемі заміщення резонансного перетворювача.

Концепція – лінійний оператор або матриця операторів з вхідними генераторами та вихідними функціями.

Вирази для узагальненої математичної моделі послідовного РП з лінеаризованою пасивною частиною схеми для додаткових L -контурів з генераторами напруги. Для T -контурів з генераторами струму наведено далі.

Напруга на резонансному RLC -ланцюзі

$$u_{LC} = \sum_j u_{mj} = i_r Z_r = i_r / Y_r .$$

Система рівнянь в операторній формі для контурних струмів силової схеми послідовного РП з одним резонансним контуром і N додатковими контурами з еквівалентними генераторами має вигляд

$$\begin{cases} i_1(r_{s1} + s(L_{s1} + L_{m1})) - i_r sL_{m1} = u_1; \\ \dots \\ i_N(r_{sN} + s(L_{sN} + L_{mN})) - i_r sL_{mN} = u_N; \\ - \sum_{j=1}^N i_j sL_{mj} + i_r \left(\sum_{j=1}^N sL_{mj} + r + sL + \frac{1}{sC} \right) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Тут позначено $i_1 \dots i_N$ – струми додаткових контурів з еквівалентними генераторами напруги $u_1 \dots u_N$, i_r – струм послідовного резонансного контуру, $r_{s1} \dots r_{sN}$, $L_{s1} \dots L_{sN}$ – послідовні активні опори і індуктивності зі сторони еквівалентних генераторів напруги, $L_{m1} \dots L_{mN}$ – індуктивності намагнічування, r, L, C – параметри послідовного резонансного ланцюга.

Запишемо рівняння (1) в матричній формі $\mathbf{A} \cdot \mathbf{Ic} = \mathbf{u}$, рішенням якого буде рівняння $\mathbf{Ic} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{u}$, де матриці рівняння для схеми заміщення РП з трьома еквівалентними генераторами напруги (рис.2) виражаються наступним чином:

– схемна матриця

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} r_{s1} + s(L_{s1} + L_{m1}) & 0 & 0 & -sL_{m1} \\ 0 & r_{s2} + s(L_{s2} + L_{m2}) & 0 & -sL_{m2} \\ 0 & 0 & r_{s3} + s(L_{s3} + L_{m3}) & -sL_{m3} \\ -sL_{m1} & -sL_{m2} & -sL_{m3} & \left[s(L_{m1} + L_{m2} + L_{m3}) + \right. \\ & & & \left. + r + sL + \frac{1}{sC} \right] \end{bmatrix} \quad (2)$$

$\mathbf{Ic} = [i_1 \quad i_2 \quad i_3 \quad i_r]^T$ – вектор контурних струмів послідовного РП,

$\mathbf{u} = [u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad 0]^T$ – вектор еквівалентних генераторів.

Позначивши в матриці схеми (2) наступні величини $Z_j = r_{sj} + s(L_{sj} + L_{mj})$, $X_j = sL_{mj}$, $X_m = \sum_{j=1}^N X_j$, $Z_r = r + sL + 1/(sC)$, перепишемо рівняння контурних струмів з розмірністю схемної матриці $\mathbf{A}$, рівною кількості контурів схеми послідовного РП

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{Ic} = \mathbf{u},$$

$$\begin{bmatrix} Z_1 & 0 & 0 & -X_1 \\ 0 & Z_2 & 0 & -X_2 \\ 0 & 0 & Z_N & -X_N \\ -X_1 & -X_2 & -X_N & X_m + Z_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_N \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_N \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

і його рішення в загальному вигляді

$$\mathbf{Ic} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{u},$$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_N \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{1N} & Y_{1r} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{2N} & Y_{2r} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{3N} & Y_{3r} \\ Y_{r1} & Y_{r2} & Y_{r3} & Y_{Nr} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_N \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

де $i_{jk} = Y_{jk} u_k$ – складова струму j -го контуру, викликаного k -тим еквівалентним генератором, $i_j = \sum_{k=1}^N i_{jk} = \sum_{k=1}^N Y_{jk} u_k$ – повний струм j -го контуру, Y_{jk} – частинна провідність від k -того еквівалентного генератора в j -тому контурі, $\mathbf{A}^{-1} = \text{adj}\mathbf{A} / \det(\mathbf{A})$ – зворотна схемна матриця. Якщо безпосередньо в резонансному контурі теж буде присутній генератор напруги, то його напруга запишеться останнім елементом вектора напруг в рівняннях (3) і (4).

Таким чином, загальний операторний вираз складової струму контуру послідовного РП матиме вигляд

$$i_{jk}(s) = \frac{a_{jk}(s)}{\det(\mathbf{A}(s))} u_k(s) = Y_{jk}(s) \cdot u_k(s), \quad (5)$$

де $a_{jk}(s)$ – елемент приєднаної матриці $\text{adj}\mathbf{A}$, $Y_{jk}(s)$ – частинна провідність.

Повний струм j -го контуру схеми послідовного РП

$$i_j(s) = \frac{A_j(s)}{\det(\mathbf{A}(s))} = \sum_{k=1}^N Y_{jk}(s) \cdot u_k(s), \quad (6)$$

де $A_j(s) = a_{j1}(s) \cdot u_1(s) + a_{j2}(s) \cdot u_2(s) + \dots + a_{jN}(s) \cdot u_N(s)$ – сума елементів j -того рядка приєднаної матриці $\text{adj}\mathbf{A}$, помножених на значення напруги еквівалентних генераторів.

Вирази для рівнянь (5) і (6) через елементи схем заміщення на рис.2, 3 можна визначити за допомогою символьних перетворень в середовищі *MATLAB*, але вирази виходять занадто громіздкими. Тому доцільно зводити вирази до загального компактного вигляду з підстановками при необхідності частинних виразів окремих величин.

Отже вираз визначника схемної матриці $\mathbf{A}$ розмірності $N+1$ в загальному вигляді буде таким

$$\det(\mathbf{A}_{[N+1]}(s)) = (X_m(s) + Z_r(s)) \cdot \prod_{j=1}^N Z_j(s) - \sum_{j=1}^N \left(X_j^2(s) \cdot \prod_{k=1, k \neq j}^N Z_k(s) \right). \quad (7)$$

Для схеми заміщення РП з трьома додатковими контурами (рис.2) визначник схемної матриці (6) запишеться так (оператор s в запису опущено для короткості)

$$\det(\mathbf{A}_{[4]}) = Z_1 Z_2 Z_3 (X_m + Z_r) - Z_1 Z_2 X_3^2 - Z_1 Z_3 X_2^2 - Z_2 Z_3 X_1^2,$$

і для схеми заміщення РП з двома додатковими контурами відповідно

$$\det(\mathbf{A}_{[3]}) = Z_1 Z_2 (X_m + Z_r) - Z_1 X_2^2 - Z_2 X_1^2,$$

де $Z_j = r_{sj} + s(L_{sj} + L_{mj})$, $X_m = \sum_{j=1}^N X_j$, $Z_r = r + sL + 1/(sC)$, $X_j = sL_{mj}$.

Вирази повних струмів контурів схеми заміщення РП на рис.2 згідно з (4), (5), (6) в розгорнутому вигляді

$$i_1 = \left((Z_2 Z_3 (X_m + Z_r) - Z_2 X_3^2 - Z_3 X_2^2) \cdot u_1 + Z_3 X_1 X_2 u_2 + Z_2 X_1 X_3 u_3 \right) / \det(\mathbf{A}_{[4]}), \quad (8a)$$

$$i_2 = \left(Z_3 X_1 X_2 u_1 + (Z_1 Z_3 (X_m + Z_r) - Z_1 X_3^2 - Z_3 X_1^2) \cdot u_2 + Z_1 X_2 X_3 u_3 \right) / \det(\mathbf{A}_{[4]}), \quad (8б)$$

$$i_3 = \left(Z_2 X_1 X_3 u_1 + Z_1 X_2 X_3 u_2 + (Z_1 Z_2 (X_m + Z_r) - Z_1 X_2^2 - Z_2 X_1^2) \cdot u_3 \right) / \det(\mathbf{A}_{[4]}), \quad (8в)$$

$$i_r = (Z_2 Z_3 X_1 u_1 + Z_1 Z_3 X_2 u_2 + Z_1 Z_2 X_3 u_3) / \det(\mathbf{A}_{[4]}). \quad (8г)$$

Вирази (8) представляють собою динамічну модель послідовного РП для миттєвих напруг і струмів контурів еквівалентної схеми на рис.2. Вхідні величини – напруги еквівалентних генераторів u_1 , u_2 , u_3 , вихідні величини – контурні струми i_1 , i_2 , i_3 , i_r . Якщо потрібно визначити операторну напругу будь-якого пасивного елемента або ланцюга, треба його операторний опір помножити на суму відповідних струмів (для елементів, що належать до двох контурів), або на відповідний контурний струм.

Висновки

Лінеризована математична модель резонансного перетворювача з трьома мостами може бути розповсюджена на резонансні перетворювачі з іншою кількістю мостів. Це також відноситься до схем заміщення з певною кількістю додаткових контурів, які можуть імітувати мости реального перетворювача.

Вхідними і вихідними величинами моделі є параметри еквівалентних генераторів. Якщо еквівалентний генератор є джерелом напруги, то можна розрахувати його струм. Якщо еквівалентний генератор є джерелом струму – розраховується напруга на ньому.

Запропонована математична модель не враховує властивостей діодного випрямляча проводити струм на виході тільки в одному напрямку, тому для отримання правильних результатів треба умовно-незалежну ЕРС еквівалентного джерела, що імітує випрямний міст, узгоджувати по фазі зі струмом цього джерела.

Розділ 4. Дослідження статичних характеристик резонансного перетворювача методом накладання

Використання методу накладання можливе для симетричної лінеаризованої схеми резонансного перетворювача з ідеалізованими ключами на рис.1. Дана двомостова схема подібна до реальних схем резонансного перетворювача при наступних припущеннях. Еквівалентні джерела постійних напруг U_s і U_q заміщують відповідно джерело живлення і навантаження-споживач. При розрахунках статичних характеристик припускається, що параметри еквівалентних джерел постійні й перетворювач працює в стаціонарному режимі з незмінною регулюючою величиною і збурюючими впливами. Наприклад, еквівалентним джерелом може бути джерело постійної напруги або джерело змінної напруги з постійною амплітудою та іншими параметрами. При розрахунках динамічних характеристик припускається, що параметри еквівалентних джерел можуть змінюватися з частотами, нижчими за робочі частоти генерації. Наприклад, джерело постійної напруги може стати джерелом низькочастотної або повільно змінної напруги, а генератор високочастотних коливань може модулюватися по амплітуді.

При періодичній комутації за певними алгоритмами ключів K1-K8 можлива тривала передача енергії від джерела U_s до джерела U_q в нормальних режимах роботи і від U_q до U_s в реверсних режимах роботи (якщо ключі симетричні і можуть проводити струм в обох напрямках). Часові проміжки замикання та розмикання усіх ключів схеми визначено і тому управління ключами вважається незалежним.

В нормальних режимах роботи ключі K1-K4 належать до мостового інвертора напруги, а ключі K5-K8 – до випрямляча. При періодичному почерговому включенні пар ключів K1, K4 і K2, K3 створюється змінна напруга u_s прямокутної форми. Припустимо, що спочатку декілька робочих циклів напруга споживача U_q дорівнює нулю і пари ключів K5, K8 і K6, K7

замикаються і розмикаються з тією ж частотою, що ключі К1-К4. Тоді в контурі, створеному резонансним RLC -ланцюгом і двома мостами К1-К4, U_s і К5-К8, U_q виникне змінний струм i_r . Можна підібрати робочу частоту комутації ключів f_g такою, щоб середній струм I_s через джерело живлення U_s протікав згідно, що відповідає відбору енергії, а струм I_q через споживач U_q – зустрічно, що відповідає поповненню енергії. Тоді, наприклад, при різних значеннях напруги споживача U_q можна обрахувати значення струму I_q методом накладання і визначити його залежність від напруги – статичну вихідну характеристику.

Для демонстрації використання методу накладання доцільно розглянути простий алгоритм комутації ключів, при якому еквівалентні джерела підключаються до контуру схеми на рис.1 по черзі з різними полярностями. Цей алгоритм виключає одночасні відбір енергії від джерела U_s і її віддачу споживачеві U_q й за рахунок наявності резонансного ланцюга робить передачу енергії дозованою. Тому можна очікувати, що вихідні характеристики даного резонансного перетворювача, як і інших перетворювачів з дозованою передачею енергії [6-8], будуть м'якими.

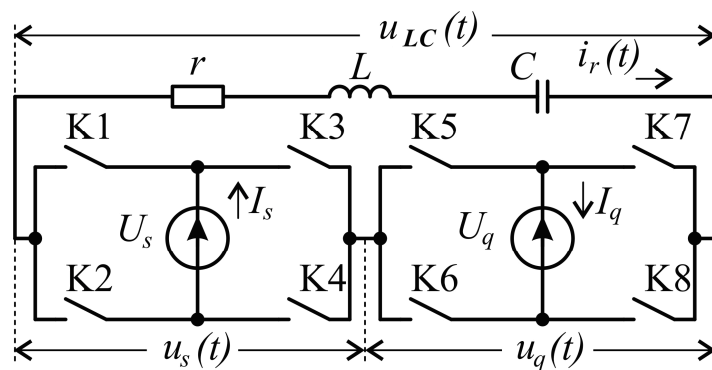


Рис.1. Схема послідовного резонансного перетворювача

При почерговому підключенні до контуру еквівалентних джерел напруги U_s і U_q на рис.1 існують дві різні послідовності комбінацій джерел (ПКД), які записуються так: синфазна ПКД-1 ($U, q; -U, -q$) і протифазна ПКД-2 ($U, -q; -U, q$). Тут позначено відносні напруги: $U = U_s / U_{s_nom}$ – відношення середнього

значення за період перетворення напруги джерела живлення до її номінального значення, $q = U_q / U_{s_nom}$ – відношення середнього значення за період перетворення напруги навантаження до номінальної напруги джерела живлення. У таблицях 1 і 2 записані комбінації еквівалентних джерел напруг, значення напруги на резонансному ланцюзі $u_{LC}(t) = u_s(t) + u_q(t)$ й алгоритми включення ключів для обох ПКД.

Таблиця 1. Синфазна послідовність комбінацій джерел (ПКД)

Номер комбінації	Підключені джерела напруг		Напруга на резонансному ланцюзі u_{LC}	Включені ключі
	U_s	U_q		
0	0	0	0	K1,K3,K5,K7
1	1	0	U_s	K1,K4,K5,K7
2	0	1	U_q	K1,K3,K5,K8
3	-1	0	$-U_s$	K2,K3,K6,K8
4	0	-1	$-U_q$	K2,K4,K6,K7

Таблиця 2. Протифазна послідовність комбінацій джерел (ПКД)

Номер комбінації	Підключені джерела напруг		Напруга на резонансному ланцюзі u_{rLC}	Включені ключі
	U_s	U_q		
0	0	0	0	K1,K3,K5,K7
1	1	0	U_s	K1,K4,K5,K7
2	0	-1	$-U_q$	K2,K4,K6,K7
3	-1	0	$-U_s$	K2,K3,K6,K8
4	0	1	U_q	K1,K3,K5,K8

На рис.2 показані комутаційні функції $\psi_s(t)$, $\psi_q(t)$ еквівалентних джерел напруг і запис цих функцій у вигляді східчастих складових $1(\varepsilon) = (\text{sgn}(\varepsilon) + 1)/2$, де $\varepsilon = t_c / T = 0 \dots 1$ – відносна частина періоду перетворення, t_c – внутрішній час періоду перетворення $T = 2\pi/\omega_g$, ω_g – частота перетворення.

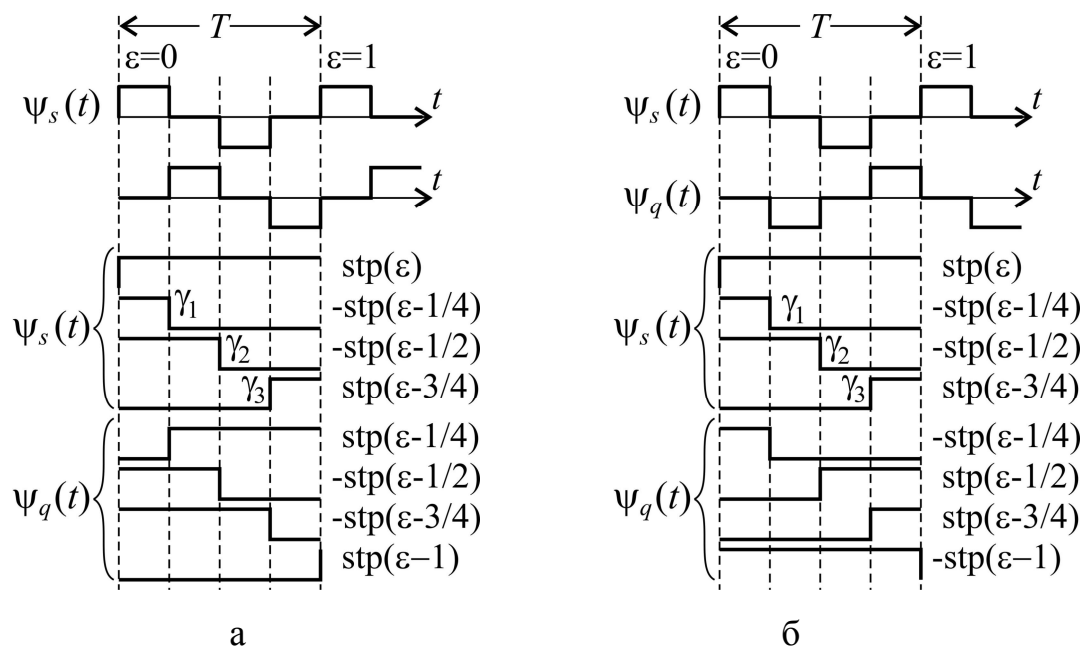


Рис. 2. Комутаційні функції і їх східчасті складові: а - ПКД-1, б – ПКД-2

Ідея запропонованого методу накладання полягає у визначенні залежностей струмів еквівалентних джерел від регулюючих та збурюючих величин в статиці та в динаміці за допомогою визначення елементарних складових струму силового ланцюга перетворювача. Кожна n -а елементарна складова струму викликана східчастою складовою напруги виду $u_n(t) = U_n \sum_k \text{stp}(t - kT)$ при $k \rightarrow \infty$, прикладеною до резонансного ланцюга перетворювача. Сума східчастих складових напруги дорівнює напрузі на резонансному ланцюзі перетворювача $u_{LC}(t) = \sum u_n(t)$. Оскільки східчасті функції напруг подібні одна до одної й відрізняються тільки величинами ступенів і фазами, то й викликані ними функції елементарних струмів також будуть подібні одна до одної і будуть мати однакові вираження з різними коефіцієнтами. Для побудови математичної моделі треба знайти одне загальне вираження всіх елементарних складових стаціонарного струму.

Для цього визначимо перехідну функцію струму $i(s) = u_g(s) \cdot Y_{res}(s)$ резонансного ланцюга згідно зі схемою на рис.1 у вигляді зображення $h_i(p) = (1/p)Y_{res}(p)$, де $Y_{res}(p) = pC / (p^2 LC + prC + 1)$ – операторна провідність резонансного контуру, r – опір втрат. І у вигляді оригіналу

$$h_i(t) = e^{-\lambda t} (1/(\omega_1 L)) \sin(\omega_1 t), \quad (*)$$

що представляє собою загасаючі коливання струму контуру, викликані одним ступенем напруги. Тут позначено $\lambda = r/2L$ – фактор загасання, $\omega_0 = \sqrt{1/LC}$ – частота резонансу, $\omega_1 = \omega_0 \sqrt{1 - 1/4Q^2}$ – частота вільних коливань, $Q = (1/r) \sqrt{L/C}$ – добротність контуру.

З оригіналу (*) одержимо дискретне зображення перехідної функції струму $h_i(t) \Rightarrow h_i(kT + \varepsilon T) \Rightarrow h_i(z, \varepsilon)$ зі зсувом $\varepsilon = 0 \dots 1$

$$h_i(z, \varepsilon) = \frac{e^{-\lambda \varepsilon T}}{\omega_1 L} \cdot \frac{ze^{-\lambda T} [\cos(\omega_1 \varepsilon T) \cdot \sin(\omega_1 T) - \sin(\omega_1 \varepsilon T) \cdot \cos(\omega_1 T)] + z^2 \sin(\omega_1 \varepsilon T)}{z^2 - 2ze^{-\lambda T} \cos(\omega_1 T) + e^{-2\lambda T}}. \quad (1)$$

Зображення елементарної складової струму має вигляд

$$i(z, \varepsilon) = u_{stp}(z) h_i(z, \varepsilon), \quad (2)$$

де $u_{stp}(z) = z/(z-1)$ – зображення послідовності імпульсів, що відповідають тут послідовності ступенів напруги виду

$$lad(t) = \sum_k stp(t - kT), \quad (3)$$

які викликають ряд перехідних функцій струму $i(t) = \sum_k h_i(t - kT)$. У формулі (2)

зображення $h_i(z, \varepsilon)$ виконують роль вагових функцій. Стаціонарна складова $i_\omega(\varepsilon)$ являє собою струм, також викликаний східчасто наростаючою напругою

(3) з дискретним зображенням $lad(z) = z^2/(z-1)^2$. Зображення струму дорівнює добутку зображень напруги $lad(z)$ й вагової функції контуру $v_i(z)$:

$i_{stp}(z) = [z^2/(z-1)^2] \cdot v_i(z)$. Оскільки по визначенню $h_i(kT) = \sum_{n=0}^k v_i(nT)$ або $h_i(z) = [z/(z-1)] v_i(z)$, приходимо до вираження (2) $i(z, \varepsilon) = [z/(z-1)] h_i(z, \varepsilon)$, що

дозволяє знайти загальне вираження елементарної складової стаціонарного струму $i_\omega(\varepsilon)$ даного перетворювача за допомогою теореми про кінцеве значення

$$i_\omega(\varepsilon) = \lim_{k \rightarrow \infty} i(kT + \varepsilon T) \Rightarrow \lim_{z \rightarrow 1} ((z-1)/z) i(z, \varepsilon) = \lim_{z \rightarrow 1} h_i(z, \varepsilon)$$

$$i_{\omega}(\varepsilon) = \frac{e^{-\lambda \varepsilon T}}{\omega_1 L} \cdot \frac{e^{-\lambda T} [\cos(\omega_1 \varepsilon T) \cdot \sin(\omega_1 T) - \sin(\omega_1 \varepsilon T) \cdot \cos(\omega_1 T)] + \sin(\omega_1 \varepsilon T)}{1 - 2e^{-\lambda T} \cos(\omega_1 T) + e^{-2\lambda T}}. \quad (4)$$

Потім з використанням (4) записуються циклічні складові для кожної n -ої ступені на рис.2 з урахуванням її зміщення γ_m щодо границь періоду перетворення

$$i_{\omega n}(\varepsilon) = (\text{stp}(\varepsilon) - \text{stp}(\varepsilon - \gamma_m))i_{\omega}(\varepsilon + 1 - \gamma_m) + (\text{stp}(\varepsilon - \gamma_m) - \text{stp}(\varepsilon - 1))i_{\omega}(\varepsilon - \gamma_m).$$

Загальний стаціонарний струм силового ланцюга перетворювача дорівнює сумі циклічних складових помножених на величини відповідних напруг еквівалентних джерел і розраховується чисельними методами на комп'ютері

$$i_r(\varepsilon) = U_1 i_{\omega 1}(\varepsilon) + U_2 i_{\omega 2}(\varepsilon) + \dots + U_N i_{\omega N}(\varepsilon). \quad (5)$$

Низькочастотні діючі або середні значення струмів еквівалентних джерел напруг схеми на рис.1 можуть бути знайдені інтегруванням загального стаціонарного струму на проміжках провідності цих джерел. Залежності отриманих струмів еквівалентних джерел від, що цікавлять параметрів дозволяють побудувати необхідні статичні характеристики. Слід зазначити, що даний метод придатний тільки для лінійних на межкомутаційних проміжках схем. Отже, отримані характеристики будуть трохи ідеалізовані, але їх цінність полягає в з'ясуванні граничних можливостей перетворювача, коли виключені небажані нелінійності елементів силової схеми.

Далі записаний порядок визначення залежностей струмів еквівалентних джерел для побудови статичних характеристик.

1. На основі заданих ПКД-1 ($U, q; -U, -q$) і ПКД-2 ($U, -q; -U, q$) будуються комутаційні функції $\psi_s(t)$, $\psi_q(t)$ на рис.2 і східчасті складові. Записуються їхні вираження:

$$\text{- для ПКД-1} \begin{cases} \psi_s(\varepsilon) = \text{stp}(\varepsilon) - \text{stp}(\varepsilon - \gamma_1) - \text{stp}(\varepsilon - \gamma_2) + \text{stp}(\varepsilon - \gamma_3), \\ \psi_q(\varepsilon) = \text{stp}(\varepsilon - \gamma_1) - \text{stp}(\varepsilon - \gamma_2) - \text{stp}(\varepsilon - \gamma_3) + \text{stp}(\varepsilon - 1), \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{- для ПКД-2} \begin{cases} \psi_s(\varepsilon) = \text{stp}(\varepsilon) - \text{stp}(\varepsilon - \gamma_1) - \text{stp}(\varepsilon - \gamma_2) + \text{stp}(\varepsilon - \gamma_3), \\ \psi_q(\varepsilon) = -\text{stp}(\varepsilon - \gamma_1) + \text{stp}(\varepsilon - \gamma_2) + \text{stp}(\varepsilon - \gamma_3) - \text{stp}(\varepsilon - 1), \end{cases} \quad (7)$$

де прийємо $\gamma_1=1/4$, $\gamma_2=1/2$, $\gamma_3=3/4$.

2. З використанням загального вираження (4) елементарної складової стаціонарного струму даного перетворювача записуються вираження циклічних складових струму:

$$\begin{cases} i_{\omega 1}(\varepsilon, \omega_g) = (\text{stp}(\varepsilon) - \text{stp}(\varepsilon - 1))i_{\omega}(\varepsilon, \omega_g), \\ i_{\omega 2}(\varepsilon, \omega_g) = -(\text{stp}(\varepsilon) - \text{stp}(\varepsilon - \gamma_1))i_{\omega}(\varepsilon + 1 - \gamma_1, \omega_g) - (\text{stp}(\varepsilon - \gamma_1) - \text{stp}(\varepsilon - 1))i_{\omega}(\varepsilon - \gamma_1, \omega_g), \\ i_{\omega 3}(\varepsilon, \omega_g) = -(\text{stp}(\varepsilon) - \text{stp}(\varepsilon - \gamma_2))i_{\omega}(\varepsilon + 1 - \gamma_2, \omega_g) - (\text{stp}(\varepsilon - \gamma_2) - \text{stp}(\varepsilon - 1))i_{\omega}(\varepsilon - \gamma_2, \omega_g), \\ i_{\omega 4}(\varepsilon, \omega_g) = (\text{stp}(\varepsilon) - \text{stp}(\varepsilon - \gamma_3))i_{\omega}(\varepsilon + 1 - \gamma_3, \omega_g) + (\text{stp}(\varepsilon - \gamma_3) - \text{stp}(\varepsilon - 1))i_{\omega}(\varepsilon - \gamma_3, \omega_g), \\ i_{\omega 5}(\varepsilon, \omega_g) = (\text{stp}(\varepsilon) - \text{stp}(\varepsilon - \gamma_1))i_{\omega}(\varepsilon + 1 - \gamma_1, \omega_g) + (\text{stp}(\varepsilon - \gamma_1) - \text{stp}(\varepsilon - 1))i_{\omega}(\varepsilon - \gamma_1, \omega_g), \\ i_{\omega 6}(\varepsilon, \omega_g) = -(\text{stp}(\varepsilon) - \text{stp}(\varepsilon - \gamma_2))i_{\omega}(\varepsilon + 1 - \gamma_2, \omega_g) - (\text{stp}(\varepsilon - \gamma_2) - \text{stp}(\varepsilon - 1))i_{\omega}(\varepsilon - \gamma_2, \omega_g), \\ i_{\omega 7}(\varepsilon, \omega_g) = -(\text{stp}(\varepsilon) - \text{stp}(\varepsilon - \gamma_3))i_{\omega}(\varepsilon + 1 - \gamma_3, \omega_g) - (\text{stp}(\varepsilon - \gamma_3) - \text{stp}(\varepsilon - 1))i_{\omega}(\varepsilon - \gamma_3, \omega_g), \\ i_{\omega 8}(\varepsilon, \omega_g) = (\text{stp}(\varepsilon) - \text{stp}(\varepsilon - 1))i_{\omega}(\varepsilon, \omega_g), \end{cases} \quad (8)$$

де функція (4) залежить й від частоти перетворення ω_g , оскільки $T = 2\pi / \omega_g$.

3. Вираження стаціонарного струму згідно (5) прийме вид

$$\begin{aligned} i_r(\varepsilon, \omega_g, q) = & U(i_{\omega 1}(\varepsilon, \omega_g) + i_{\omega 2}(\varepsilon, \omega_g) + i_{\omega 3}(\varepsilon, \omega_g) + i_{\omega 4}(\varepsilon, \omega_g)) \pm \\ & \pm q(i_{\omega 5}(\varepsilon, \omega_g) + i_{\omega 6}(\varepsilon, \omega_g) + i_{\omega 7}(\varepsilon, \omega_g) + i_{\omega 8}(\varepsilon, \omega_g)), \end{aligned} \quad (9)$$

де знак плюс перед другою сумою ставиться для ПКД-1, і знак мінус – для ПКД-2. Епюри стаціонарного струму на рис.3 розраховані по (3-9) чисельними методами для різних значень частоти перетворення $\omega_g^* = \omega_g / \omega_1$ й добротності контуру $Q=75$. Вони досить точно збігаються з даними моделювання силової частини перетворювача й підтверджують правильність розрахунків.

4. Залежності середніх струмів еквівалентних джерел напруги перетворювача визначаються інтегруванням (9) на проміжках проходження струму контуру через дані джерела: $[0...1/4]$ і $[1/2...3/4]$ для джерела електроенергії, $[1/4...1/2]$ і $[3/4...1]$ для навантаження відповідно до комутаційних функцій (6) і (7).

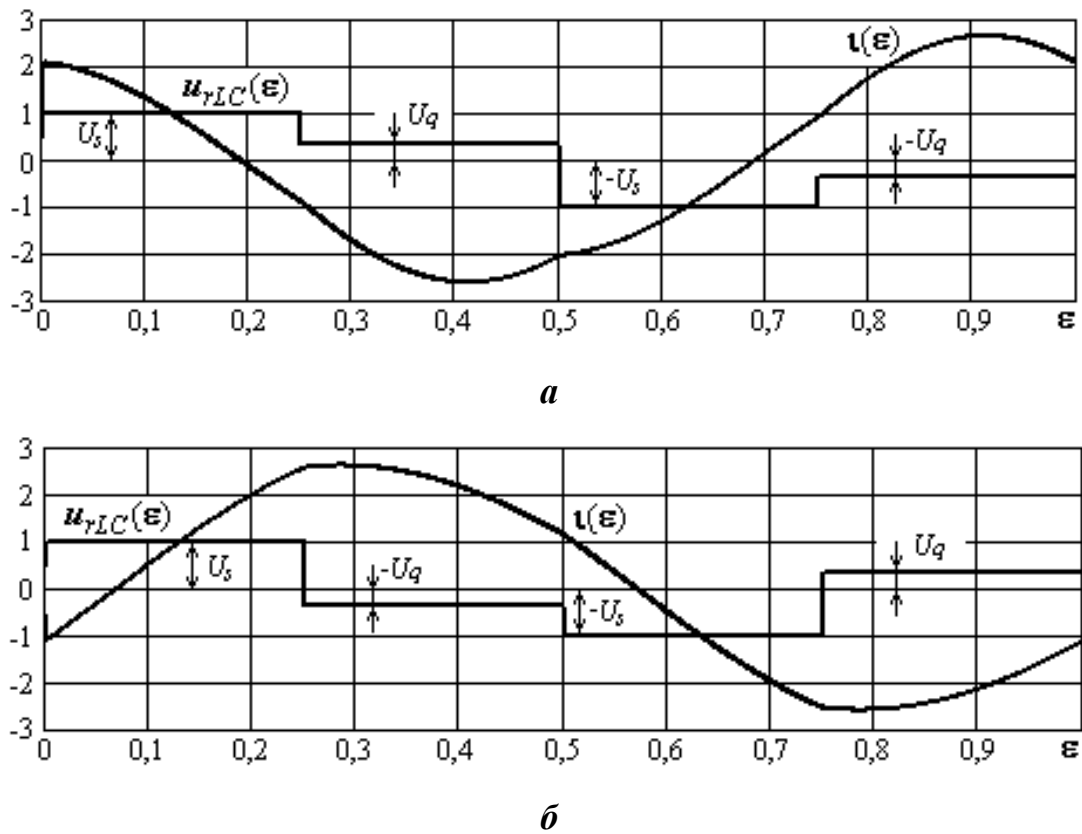


Рис.3. Розрахункові криві стаціонарного струму контуру перетворювача:

a – для ПКД-1 при $\omega_g^* = 0,83$, *б* – для ПКД-2 при $\omega_g^* = 1,2$

Середній струм джерела енергії

$$I_s(\omega_g, q) = \int_0^1 \psi_s(\epsilon) i_r(\epsilon, \omega_g, q) d\epsilon. \quad (10)$$

Аналогічно середній струм навантаження

$$I_q(\omega_g, q) = \int_0^1 \psi_q(\epsilon) i_r(\epsilon, \omega_g, q) d\epsilon. \quad (11)$$

По вираженнях (10) і (11) для $L=1$, $C=1$, $Q=75$ минулого розраховані зовнішні й регульовальні характеристики перетворювача. Характеристики ККД розраховувалися зі співвідношення потужностей

$$\eta(\omega_g, q) = q I_q(\omega_g, q) / (U I_s(\omega_g, q)). \quad (12)$$

На рис.4 наведені залежності відносної напруги навантаження q від середніх струмів джерела живлення I_s й навантаження I_q для різних частот перетворення. Знаки цих струмів відповідають напрямкам, позначеним на рис.1. Вхідні зовнішні характеристики рис.4,а й рис.5,а показують залежність між

споживаним від джерела живлення струмом і напругою навантаження. Тут негативний струм I_s відповідає напрямку в плюс джерела живлення, тобто рекуперації енергії. Позитивний – споживанню енергії від джерела живлення.

Вихідні зовнішні характеристики рис.4,б і рис.5,б показують залежність між напругою й середнім струмом навантаження. Тут негативний струм відповідає реверсному напрямку з відбором енергії з навантаження в перетворювач, позитивний – прямому напрямку з передачею енергії в навантаження.

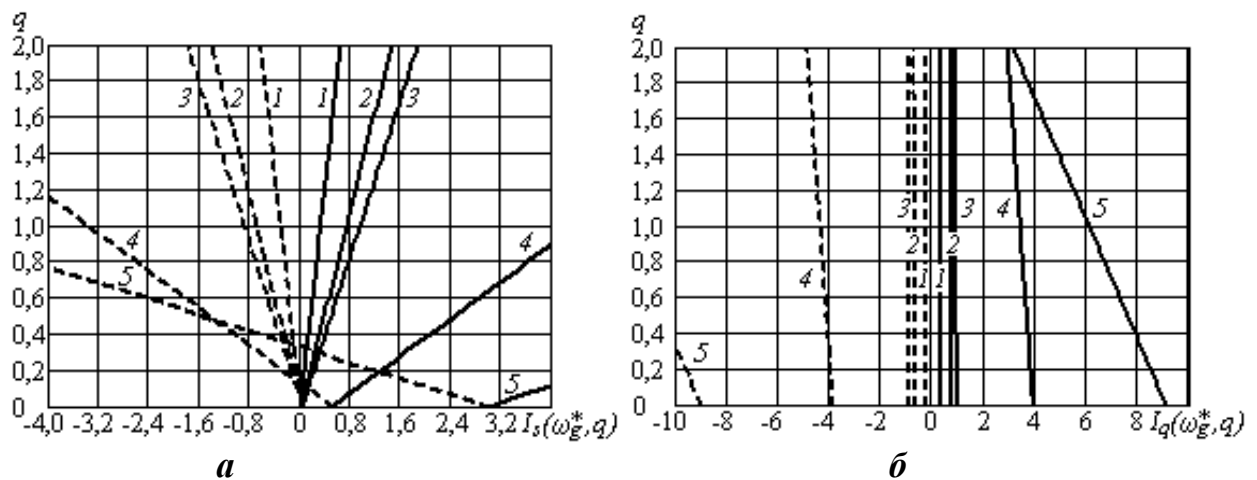


Рис.4. Зовнішні характеристики перетворювача для низькочастотного діапазону частоти перетворення $\omega_g < \omega_1$: а – вхідні, б – вихідні, пунктирні лінії для ПКД-2, суцільні для ПКД-1. Криві 1-5 відповідають наступним значенням відносної частоти перетворення: $\omega_g^* = 0,5; 0,75; 0,8; 0,95; 0,98$

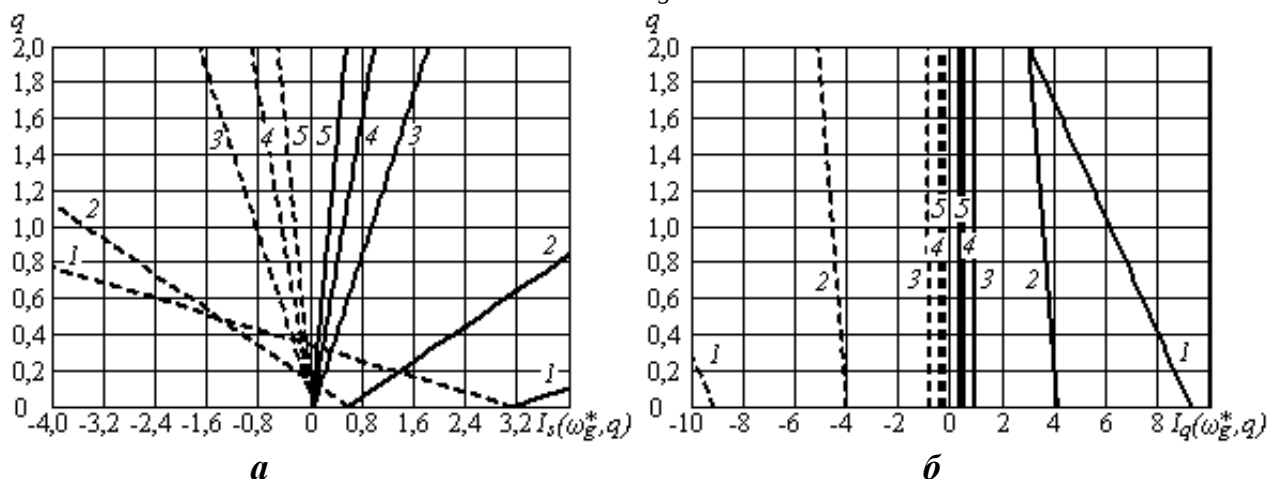


Рис.5. Зовнішні характеристики перетворювача для високочастотного діапазону частоти перетворення $\omega_g > \omega_1$: а – вхідні, б – вихідні, пунктирні лінії для ПКД-1, суцільні для ПКД-2. Криві 1-5 відповідають наступним значенням відносної частоти перетворення: $\omega_g^* = 1,02; 1,05; 1,25; 1,50; 2,00$

Зовнішні характеристики також показують, що в низькочастотному діапазоні частоти перетворення при $\omega_g < \omega_1$ або $\omega_g^* < 1$ при ПКД-1 буде мати місце пряма передача енергії від джерела живлення в навантаження, а при ПКД-2 - головним чином рекуперація. У високочастотному діапазоні при $\omega_g > \omega_1$ або $\omega_g^* > 1$ навпаки, при ПКД-1 має місце рекуперація, при ПКД-2 – пряма передача енергії. Перехід від ПКД-1 до ПКД-2 можна реалізувати зміною фази перемикання мосту $K_5 - K_8$ на протилежну стосовно перемикачів мосту $K_1 - K_4$, тобто підключати навантаження в колишніх відрізках періоду перетворення із протилежною полярністю. Така зміна полярності дозволяє реалізувати реверс вихідної напруги перетворювача й формувати на виході змінна напруга.

При частотному регулюванні спостерігається збільшення кута нахилу й розбіжність характеристик від осі y з наближенням частоти перетворення до резонансної частоти. При цьому також спостерігається ріст споживаного струму в режимі короткого замикання виходу (початкові крапки ліній 4, 5 на рис.4,а й ліній 1, 2 на рис.5,а), обумовлений зростанням втрат в активному опорі контуру.

У цілому вихідні зовнішні характеристики м'які крутоспадаючі й показують можливості зниження й підвищення вихідної напруги в порівнянні з напругою живлення.

Сімейства регулювальних характеристик рис.6 і рис.7 ілюструють залежності струму навантаження від відносної частоти перетворення $\omega_g^* = \omega_g / \omega_1$ при різних відносних напругах навантаження. У діапазонах частоти перетворення, де криві заходять униз у негативну область, має місце рекуперація енергії. Положення кривих зверху від нульової осі означає пряму передачу енергії. З регулювальних характеристик видно, що робітничі діапазони частот перетворення із прямою передачею енергії лежать у межах $\omega_g^* = [0,35...1,0[$ для ПКД-1 і $\omega_g^* =]1,0... \infty[$ для ПКД-2.

При переході частотою перетворення частоти резонансу й частот субгармонійних резонансів спостерігається перекидання регулювальних

характеристик i , відповідно, реверс вихідного струму. Тому небажане, щоб при частотному авторегулюванні частота перетворення перетинала ділянки перекидання, ширина яких очевидно залежить від добротності: чим вище добротність контуру, тем уже ділянки перекидання, де лінія регулювальної характеристики міняє нахил і прагне в область протилежної полярності струму. Тому діапазони регулювання повинні розташовуватися на монотонних ділянках регулювальних характеристик, ліворуч або праворуч прилягаючих до резонансної частоти.

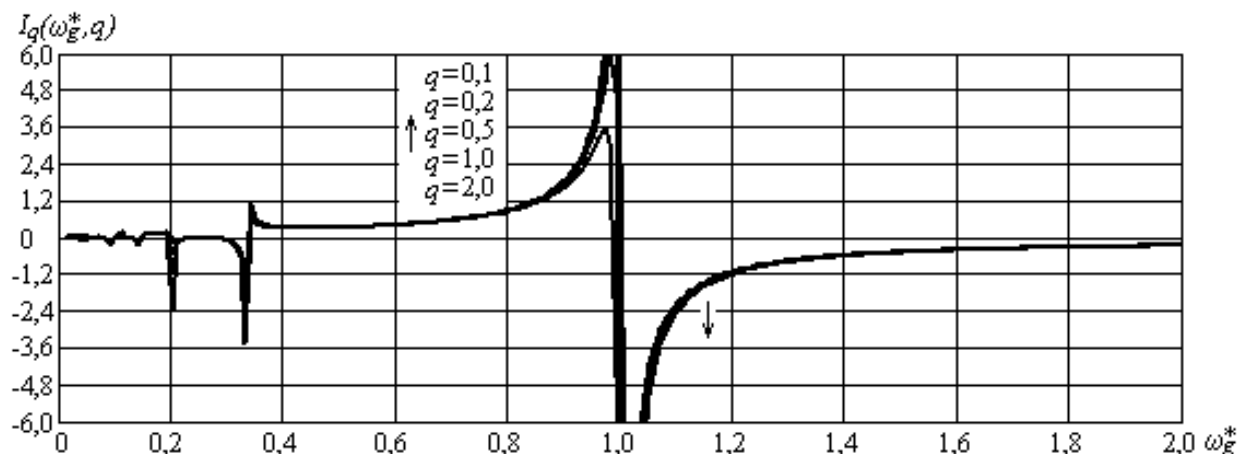


Рис.6. Регулювальні характеристики для ПКД-1

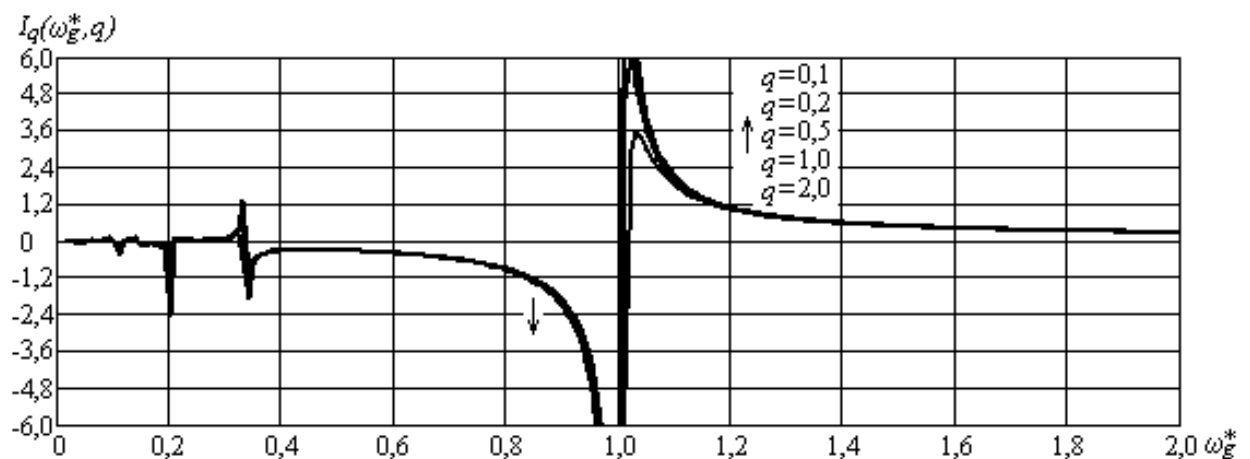


Рис.7. Регулювальні характеристики для ПКД-2

Сімейства характеристик ККД на рис.8 і рис.9 розраховані по (12) і ілюструють залежності **контурного ККД** від частоти перетворення при різних відносних напругах навантаження. Контурний ККД урахує втрати тільки в активних опорах силового контуру перетворювача.

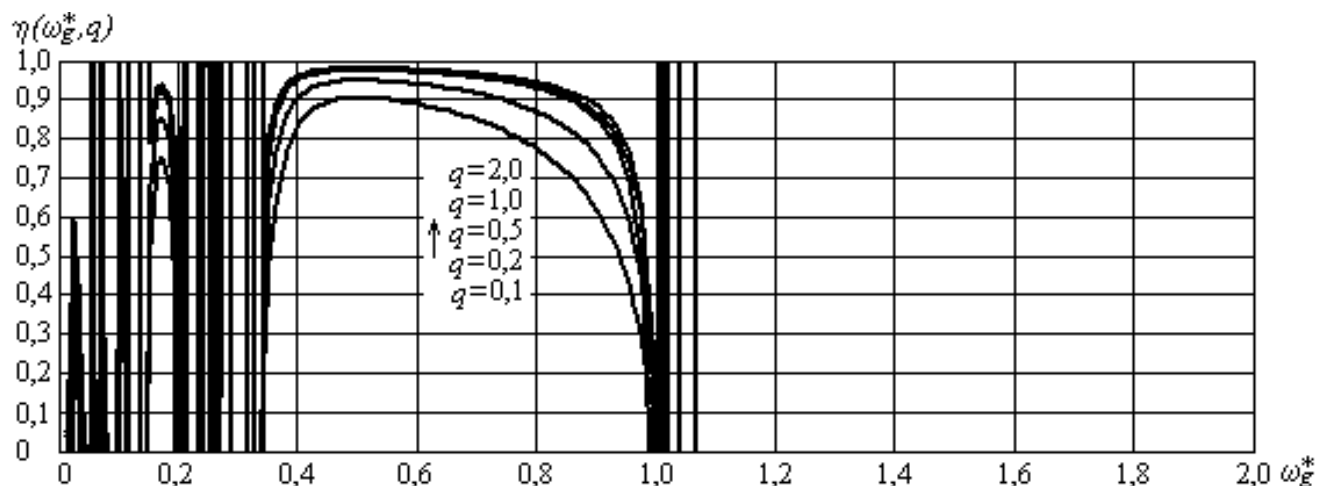


Рис.8. Характеристики ККД для ПКД-1

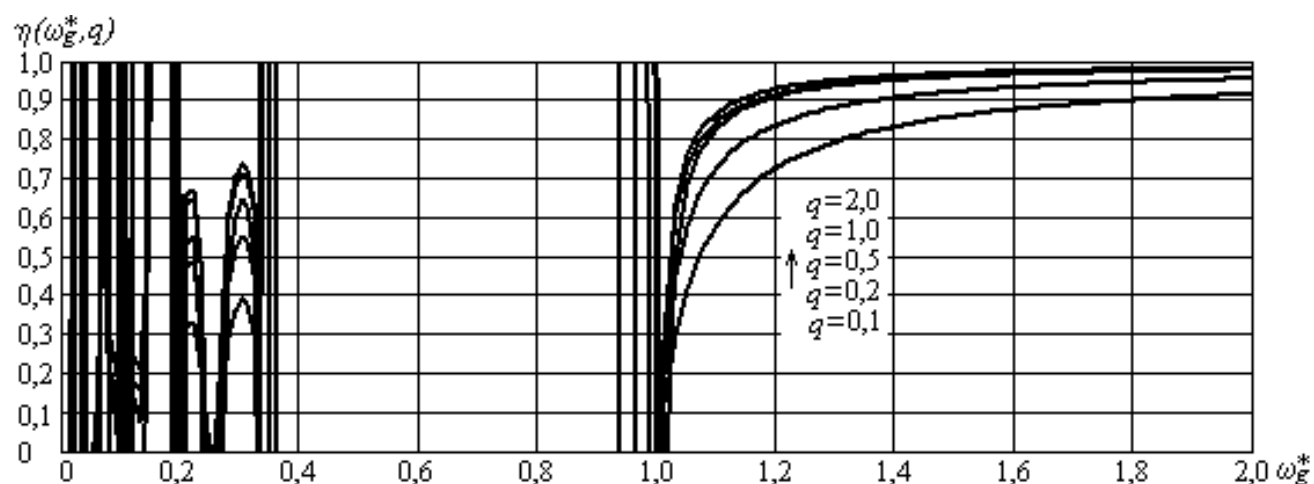


Рис.9. Характеристики ККД для ПКД-2

Негативне або більше одиниці розраховане значення ККД означає реверсний режим роботи або рекуперацію енергії. Розташування характеристик у межах $\eta = 0 \dots 1$ відповідає режиму прямої передачі енергії. Це має місце в діапазонах частот $\omega_g^* = [0,35 \dots 1,0[$ для ПКД-1 і $\omega_g^* =]1,0 \dots \infty[$ для ПКД-2. Спостерігається зниження ККД із наближенням частоти перетворення до резонансної частоти. Однак, як видно з регулювальних характеристик, наближення до резонансної частоти дозволяє різко збільшувати струм навантаження. Тому слід рекомендувати роботу перетворювача із частотами перетворення близькими до резонансної частоти тільки короткочасно в динамічних режимах, а тривалу роботу в статичних режимах із частотою перетворення трохи віддаленою від резонансної частоти, настільки, щоб ККД зберігав прийнятні значення. Далі на рис.10 – рис.12 представлені сімейства

характеристик для високочастотного діапазону регулювання й для ПКД-2 при різних значеннях добротності контуру.

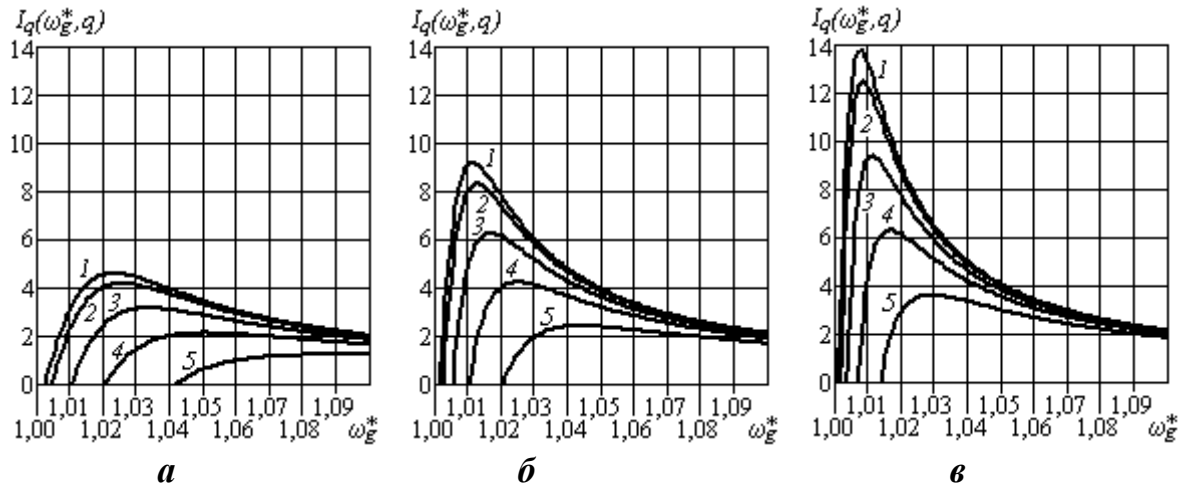


Рис.10. Регулювальні характеристики: а - $Q=25$, б - $Q=50$, в - $Q=75$. Криві 1-5 відповідають: $q=0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 2,0$

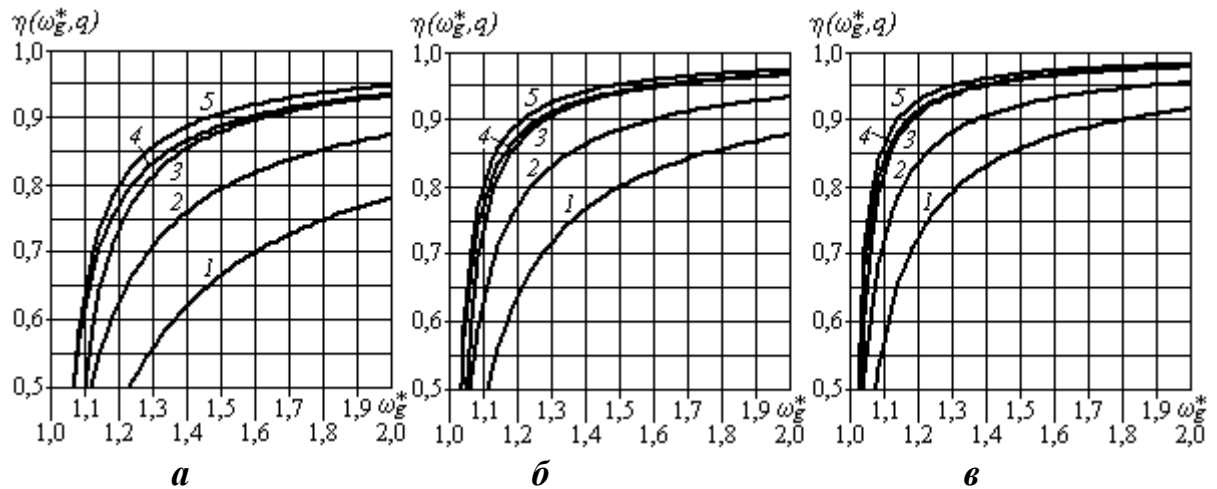


Рис.11. Характеристики ККД: а - $Q=25$, б - $Q=50$, в - $Q=75$. Криві 1-5 відповідають: $q=0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 2,0$

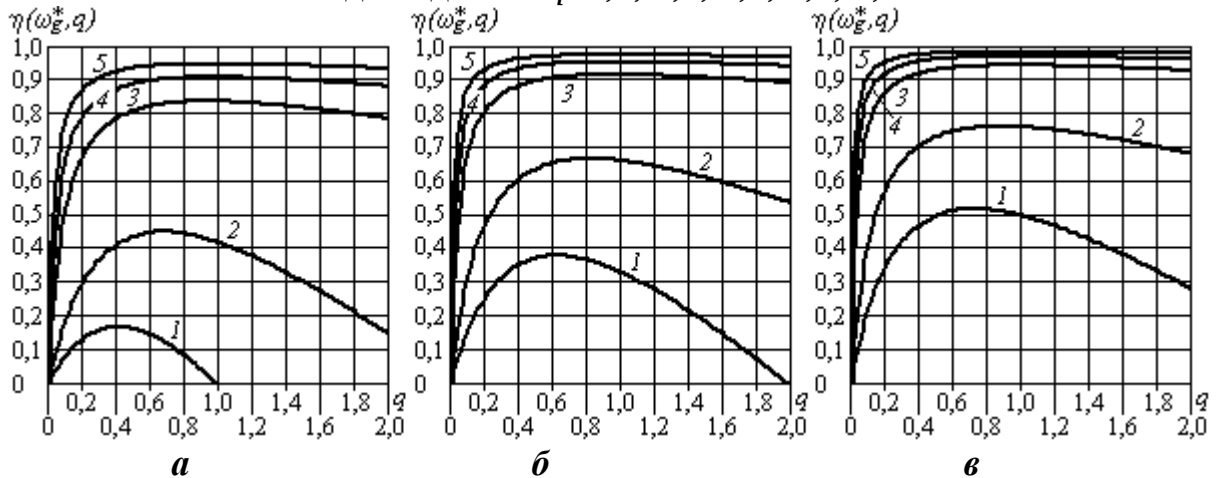


Рис.12. Характеристики ККД: а - $Q=25$, б - $Q=50$, в - $Q=75$. Криві 1-5 відповідають наступним значенням відносної частоти перетворення:

$$\omega_g^* = 1,02; 1,05; 1,25; 1,50; 2,00$$

Робота на частоті вище резонансної більш краща для перетворювача із транзисторними мостами. Фазове випередження резонансного струму надає можливість робити вимикання транзистора при зворотному стосовно його номінального напрямку провідності струмі. При цьому напруга на ньому буде близько до нуля за рахунок його шунтування паралельно включеним відкритим вентилем зворотного струму.

Як видно із представлених характеристик, підвищення добротності контуру приводить до зростання їх максимальних значень, причому найбільше це проявляється на регульовальних характеристиках. Практично порівнянне по пропорціях зі зростанням добротності.

Характеристики ККД на рис.11 дозволяють визначити частотний діапазон регулювання при збереженні значень ККД вище певного припустимого значення. Наприклад, ККД більш 0,95 при $Q=75$ і $q=1...2$ забезпечується в діапазоні частот перетворення $\omega_g^* = 1,4... \infty$. Характеристики рис.12 показують наявність максимумів ККД для різних значень відносної напруги навантаження залежно від частоти перетворення. На основі цих даних можна сформулювати закон регулювання, у якому будуть значення частоти перетворення пов'язані з напругою навантаження для забезпечення максимального ККД у статичних режимах роботи перетворювача.

Висновки

Запропонований метод накладання складових струму контуру дозволяє розраховувати стаціонарні процеси лінеаризованих силових схем резонансних перетворювачів з відомої операторною провідністю на межкоммутаційних проміжках. Порядок розрахунків одноконтурних схем зводиться до підрахунку подібних формул. Увесь обсяг обчислень виконується на комп'ютері. Для схем перетворювачів зі змінюваним контуром або з декількома контурами метод ускладнюється за рахунок переносу початкових умов з однієї межкоммутаційної схеми в наступну й приведення всієї структури взаємодіючих ланцюгів до балансу, коли початкові умови будуть незмінні при переході до наступного циклу перетворення. Застосування методу для багатоконтурних схем планується в подальшій роботі.

Розраховані статичні характеристики перетворювача сходяться з даними імітаційного моделювання силової схеми на комп'ютері й підтверджують правильність розрахунків. Перетворювач із розглянутими алгоритмами комутації табл.1 і табл.2 має м'які вихідні зовнішні характеристики. Він працює зі зниженням і з підвищенням напруги навантаження щодо напруги живлення. При двонаправлених повністю керованих силових ключах перетворювач може формувати в навантаженні постійну й змінну низькочастотну напругу. Цей перетворювач доцільно застосовувати в зарядних пристроях або для побудови генераторів низькочастотних коливань із реактивним навантаженням.

Загальні висновки

Завдання кафедри виконано в повному обсязі і отримано наступні результати роботи:

1. В результаті огляду аспектів використання методу накладання було обґрунтовано його використання для розрахунків величин електромагнітних процесів резонансних перетворювачів електроенергії.

2. Отримав розвиток метод накладання (суперпозицій) для розрахунків величин процесів резонансних перетворювачів для врахування в математичній моделі перетворювача різних алгоритмів комутації.

3. Розроблено лінеаризовану математичну та динамічну моделі резонансного перетворювача для визначення передатної функції резонансного перетворювача як об'єкта керування та для визначення його характеристик.

4. Розраховано статичні характеристики послідовного резонансного перетворювача для визначення робочих областей та меж керуючих величин.

5. Експерименти з імітаційними моделями резонансного перетворювача підтвердили справедливість створеної математичної моделі перетворювача і результатів теоретичних досліджень і розрахунків.

Список використаних джерел

1. *Bob Mammano, "Resonant Mode Converter Topologies," Unitrode Design Seminar, 1985, TI Literature No. SLUP085.
2. Электропитание устройств и систем телекоммуникаций: Учебное пособие для вузов / В. М. Бушуев, В. А. Демянский, Л. Ф. Захаров и др. — М.: Горячая линия—Телеком, 2009. —384 с.: ил.
3. Engelkemeir, F., Gattozzi, A., Hallock, G., and Hebner, R. (2019). An Improved Topology for High Power Soft-Switched Power Converters. *Int. J. Electr. Power Energ. Syst.* 104, 575–582. doi:10.1016/j.ijepes.2018.07.049.
4. Resonant Circuits and Soft Switching (LLC Resonant Converter and Resonant Inverter), Resonant Circuits and Soft Switching Application Note, Toshiba Electronic Devices & Storage Corporation, © 2019.
5. *Robert L. Steigerwald, "A Comparison of Half-bridge resonant converter topologies," *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol. 3, No. 2, April 1988.
6. Yungatek Yang, Milan M. Jovanovic "Constant-Frequency Resonant Inverter for AC-Bus Distribution System" 0-7803-8975-1/05/\$20.00 ©2005 IEEE.
7. R. Oruganti, J. Yang, and F.C. Lee, "Implementation of Optimal Trajectory Control of Series Resonant Converters," *Proc. IEEE PESC '87*, 1987.
8. V. Vorperian and S. Cuk, "A Complete DC Analysis of the Series Resonant Converter," *Proc. IEEE PESC'82*, 1982.
9. A. F. Witulski and R. W. Erickson, "Design of the series resonant converter for minimum stress," *IEEE Transactions on Aerosp. Electron. Syst.*, Vol. AES-22, pp. 356-363, July 1986.
10. Yan Liang, Wenduo Liu, Bing Lu, van Wyk, J.D, "Design of integrated passive component for a 1 MHz 1 kW half-bridge LLC resonant converter", *IAS 2005*, pp. 2223-2228.
11. X. Xie, J. Zhang, C. Zhao, Z. Zhao and Z. Qian, "Analysis and optimization of LLC resonant converter with a novel over-current protection circuit," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 22, no. 2, pp. 435-443, March 2007.

12.M. Borage, S. Tiwari and S. Kotaiah, "A parallel resonant constant-current power supply," Journal of Indian Institute of Science, vol. 83, no., pp. 117-125, Sept.-Dec. 2003.

13.B. Yang, F. Lee, A. Zhang, and G. Huang, "LLC Resonant Converter for Front-End DC/DC Conversion", IEEE APEC, 2002 Record, pp. 1108-1112.

14.R. Erickson and D. Maksimovic, Fundamentals of Power Electronics, 2nd ed., Chapter 19, Springer, 2001.

15.B. Yang "Topology Investigation for Front End DC/DC Power Conversion for Distributed Power System" Dissertation submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy in Electrical Engineering, September 12, 2003, Blacksburg, Virginia.

16.Bob Erickson, Resonant Power Conversion (PDF), Colorado Power Electronics Center, Department of Electrical, Computer and Energy Engineering University of Colorado, Boulder, 2012.

17.*Robert L. Steigerwald, "A Comparison of Half-bridge resonant converter topologies," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 3, No. 2, April 1988.

18.*Bob Mammano, "Resonant Mode Converter Topologies," Unitrode Design Seminar, 1985, TI Literature No. SLUP085.

19.I. N. Santos, J. C. de Oliveira and J. R. Macedo, "Modified superposition method for assignment of responsibilities on harmonic distortions," 11th International Conference on Electrical Power Quality and Utilisation, 2011, pp. 1-5, doi: 10.1109/EPQU.2011.6128814.

20.M. W. Mustafa and M. H. Sulaiman, "Transmission loss allocation in deregulated power system via superposition and proportional tree methods," 2008 IEEE 2nd International Power and Energy Conference, 2008, pp. 988-993, doi: 10.1109/PECON.2008.4762619.

21.S. Huang, T. Li, F. Ding and L. Yang, "A new calculation method for open-phase fault based on superposition principle," 2011 International Conference on Advanced

Power System Automation and Protection, 2011, pp. 1139-1143, doi: 10.1109/APAP.2011.6180977.

22.J. Wu, L. Bie, W. Kong, P. Gao and Y. Wang, "Multi-Frequency Multi-Amplitude Superposition Modulation Method With Phase Shift Optimization for Single Inverter of Wireless Power Transfer System," in IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, vol. 68, no. 5, pp. 2271-2279, May 2021, doi: 10.1109/TCSI.2021.3060832

23.https://en.wikipedia.org/wiki/Describing_function

24.Krylov, N. M.; N. Bogoliubov (1943). [Introduction to Nonlinear Mechanics](#). Princeton, US: Princeton Univ. Press. [ISBN 0691079854](#). Archived from [the original](#) on 2013-06-20.

25.Blaquiere, Austin (2012-12-02). [Nonlinear System Analysis](#). Elsevier Science. p. 177. [ISBN 978-0323151665](#)

26.Kochenburger, Ralph J. (January 1950). "A Frequency Response Method for Analyzing and Synthesizing Contactor Servomechanisms". Trans. AIEE. American Institute of Electrical Engineers. 69 (1): 270–284. [doi:10.1109/t-aiee.1950.5060149](#)

27.H. Xie, Y. He, L. Hang, P. Zeng and X. Zhan, "Research on Improved Modeling Method of CLLLC Resonant Converter," 2022 IEEE International Power Electronics and Application Conference and Exposition (PEAC), 2022, pp. 1642-1648, doi: 10.1109/PEAC56338.2022.9959125.

28.First Harmonic Approximation Power transfer deviation for resonant LLC converter. Technical Note26 August 2017. Copyright ©2014-2017 ZeoN PowerTec.

29.Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. — М.: Гардарики, 2002. — 638 с.,ил.

30.Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В. и др. Основы теории цепей. — М.: Энергоатомиздат, 1989. — 528 с., ил.

31.Теоретичні основи електротехніки: Підручник: у 3-х т./ Бойко В.С., Бойко В.В, Видолоб Ю.Ф. та ін.; за заг. ред. І.М. Чиженка, В.С. Бойка. Т1. Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими параметрами. –К.: ІВЦ Видавництво «Політехніка», 2004. – 272 с.,[§ 5.4.5].

32.Петренко І.А. Основи електротехніки та електроніки: Навч. посібник для дистанційного навчання: у 2 ч. – Ч.1: Основи електротехніки. – К.: Університет «Україна», 2006. – 411с., [§ 2.7].

33.Edward Hughes revised by John. K, Keith. B etal (2008) Electrical and Electronic Technology (10th ed.) Pearson [ISBN 978-0-13-206011-0](https://doi.org/10.1002/9780132060110) page 75-77

34.Куо Б. Теория и проектирование цифровых систем управления: Пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1986. – 448с.

35.Зельдович Я. Б., Мышкис А. Д. Элементы прикладной математики. – 5-е изд., испр. и дополн. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 592 с. ISBN 978-5-9221-0775-4.

36.<https://ru.wikipedia.org/wiki/Добротность>

37.https://ru.wikipedia.org/wiki/Логарифмический_декремент_колебаний

38.<https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/ode23t.html>

39.Павлов Г.В., Пекер Б.Н., Обрубов А.В. Динамическая модель активного резонансного контура инвертора при частотном регулировании. – Технічна електродинаміка. Тем. вип.. “Силова електроніка та енергоефективність”. Київ: ІЕД НАНУ. Ч.5 – 2004. – С. 85-88.

40.Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров – М., 1970. – 720 с.

41.Топчеев Ю. И. Атлас для проектирования систем автоматического регулирования. Учебное пособие для ВТУЗов.– М.:Машиностроение,1989.– 752 с.

42.Stephens, “Analysis and design of a half-bridge parallel resonant converter operating above resonance,” IEEE Transactions on Industry Applications Vol. 27, March-April 1991, pp. 386 – 395.

43.Hangseok Choi, Ph.D Strategic R&D/Fairchild Semiconductor.

44.[Енциклопедія кібернетики](#). тт. 1, 2.– К.:Головна редакція УРЕ, 1973.– 584 с.

45.Bob Erickson, Resonant Power Conversion (PDF), Colorado Power Electronics Center, Department of Electrical, Computer and Energy Engineering University of Colorado, Boulder, 2012.

Додаток А

Текст файлу опису параметрів імітаційної моделі резонансного контуру з
еквівалентним генератором «TF_LBP.m»

```
%Parameters of LBP transient function for Superposition Method
R=0.2; L=1.59166444e-3; C=1.59142623e-3; %Reserve f0=100, U=3.5482
w0=2*pi*100; Q=5; Ro=1;
T=0.01; gamma=0.35; sigma=0; %T=Tg two Pulses ug(t), gamma=0...0.5,
%sigma=0...1 - for Values He(t) into discrete interval
disp('~~~~~PARAMETERS~~~~~');
disp(sprintf('Electrical Parameters (Reserve) R, L, C: %g, %g, %g',R, L,
C));
disp(sprintf('Common Parameters f0, Q, Ro: %g, %g, %g',w0/(2*pi), Q,
Ro));
disp(sprintf('T, Gamma, sigma: %g, %g, %g',T, gamma, sigma));
%-----
La=w0/(2*Q);      K      =      1/(Ro*sqrt(1-1/(4*Q^2)));      w1=w0*sqrt(1-
1/(4*Q^2));T1=2*pi/w1;
%Coeficients of Transfers Functions He=he0-he1-he2+he3
A0=exp(-2*La*T); A1=-2*exp(-La*T)*cos(w1*T); A2=1;
%-----Ge1
m=0+sigma;
he01=exp(-La*m*T)*sin(w1*m*T); %Value of Transient Function as n=0
B01=-A0*he01;
B11=exp(-La*m*T)*exp(-La*T)*(cos(w1*m*T)*sin(w1*T)-sin(w1*m*T)*cos(w1*T))-
A1*he01;
B21=exp(-La*m*T)*sin(w1*m*T)-A2*he01;
%-----Ge2
m=-gamma+sigma;
he02=exp(-La*m*T)*sin(w1*m*T); %Value of Transient Function as n=0
B02=-A0*he02;
B12=exp(-La*m*T)*exp(-La*T)*(cos(w1*m*T)*sin(w1*T)-sin(w1*m*T)*cos(w1*T))-
A1*he02;
B22=exp(-La*m*T)*sin(w1*m*T)-A2*he02;
%-----Ge3
m=-0.5+sigma;
he03=exp(-La*m*T)*sin(w1*m*T); %Value of Transient Function as n=0
B03=-A0*he03;
B13=exp(-La*m*T)*exp(-La*T)*(cos(w1*m*T)*sin(w1*T)-sin(w1*m*T)*cos(w1*T))-
A1*he03;
B23=exp(-La*m*T)*sin(w1*m*T)-A2*he03;
%-----Ge4
m=-0.5-gamma+sigma;
he04=exp(-La*m*T)*sin(w1*m*T); %Value of Transient Function as n=0
B04=-A0*he04;
B14=exp(-La*m*T)*exp(-La*T)*(cos(w1*m*T)*sin(w1*T)-sin(w1*m*T)*cos(w1*T))-
A1*he04;
B24=exp(-La*m*T)*sin(w1*m*T)-A2*he04;
%stairs(tout,yout); %Steps Plotting
```