

DOI 10.15589/jnn20150218  
УДК 519.23  
П77

DEVELOPMENT OF NONLINEAR REGRESSION OF THE DURATION  
OF THE PROJECTS OF PREPARING FEMALE BOXERS TO COMPETITIONS  
ПОБУДОВА НЕЛІНІЙНОЇ РЕГРЕСІЇ ТРИВАЛОСТІ ВИКОНАННЯ ПРОЕКТІВ  
ПІДГОТОВКИ ЖІНОК-БОКСЕРІВ ДО ЗМАГАНЬ

Serhii B. Prykhodko  
sergiy.prykhodko@nuos.edu.ua  
ORCID: 0000-0002-2325-018X

Nataliia V. Kniaz  
natalia.knyaz@nuos.edu.ua  
ORCID: 0000-0002-8526-8203

С. Б. Приходько,  
д-р техн. наук, проф.;

Н. В. Князь,  
асп.

*Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Mykolayiv*  
*Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова, м. Миколаїв*

**Abstract.** The regression of the duration of the projects of preparing female boxers to competitions has been considered on the basis of the training duration. The aim of the study is the development of non-linear regression of the duration of the projects of preparing female boxers to competitions on the basis of the training duration and with the use of the Johnson transformation. The empirical data of the training duration and the empirical data of the duration of preparing female boxers to competitions were analyzed using mathematical and statistic methods. The regression was developed on the basis of the Johnson transformation with the use of the regression analysis methods. The confidence interval for the obtained nonlinear regression was derived. The approaches of the regression development on the basis of the Johnson transformation and on the basis of the logarithmic transformation were compared. The non-linear regression of the duration of the projects of preparing female boxers to competitions on the basis of the Johnson transformation has better characteristics than that on the basis of the logarithmic transformation. Therefore, the application of the regression on the basis of the Johnson transformation for estimation of the duration of the projects of preparing female boxers to competitions was recommended. At the current stage, there is urgency in carrying out the study which will enhance the effectiveness of training female boxers of high qualification to competitions, as it will enable improving boxers' sportsmanship and their achieving better results in competitions.

**Keywords:** confidence interval; time management; Johnson transformation; nonlinear regression; logarithmic transformation.

**Анотація.** Побудовано нелінійну регресію тривалості виконання проектів підготовки жінок-боксерів високої кваліфікації до змагань залежно від тривалості тренувань на основі нормалізуючого перетворення Джонсона сімей  $S_B$  і  $S_U$ . Знайдено довірчий інтервал для побудованої нелінійної регресії. Виконано порівняння побудованої регресії з регресією на основі логарифмічного перетворення. Рекомендовано використання нелінійної регресії на основі перетворення Джонсона для оцінювання тривалості проектів підготовки жінок-боксерів до змагань.

**Ключові слова:** довірчий інтервал; управління часом; перетворення Джонсона; нелінійна регресія; логарифмічне перетворення.

**Аннотация.** Построена нелинейная регрессия длительности проектов подготовки женщин-боксеров высокой квалификации к соревнованиям в зависимости от длительности тренировки на основе нормализующего преобразования Джонсона семейств  $S_B$  и  $S_U$ . Найден доверительный интервал для построенной нелинейной регрессии. Выполнено сравнение построенной регрессии с регрессией на основе логарифмического преобразования. Рекомендовано использование нелинейной регрессии на основе преобразования Джонсона для оценивания длительности проектов подготовки женщин-боксеров к соревнованиям.

**Ключевые слова:** доверительный интервал; управление временем; преобразование Джонсона; нелинейная регрессия; логарифмическое преобразование.

## REFERENCES

- [1] Demidenko Ye. Z. *Lineynaya i nelineynaya regressii* [Linear and nonlinear regression]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 1981. 302 p.
- [2] Dzheroyan G. O., Khudakov G. O. *Predsorevnovatel'naya podgotovka bokserov* [Precontest boxers preparation]. Moscow, Fizkultura i sport Publ., 1971. 150 p.
- [3] Dilenia M. O., Ostianov V. N., Komisarenko H. I. *Boks: Zhinky. Navchalna prohrama dlia dytiacho-yunatskykh sportyvnykh shkil, spetsializovanykh dytiacho-yunatskykh shkil olimpiiskoho rezervu, shkil vyshchoi sportyvnoi maisternosti* [Boxing: Women. Curriculum for youth sports schools, specialized youth schools of Olympic reserve, schools of higher sportsmanship]. Kyiv, Natsionalnyi Olimpiiskyi komitet Ukrainy Publ., 2009. 112 p.
- [4] Orlov A. I. *Prikladnaya statistika* [Applied statistics]. Moscow, Ekzamen Publ., 2004. 656 p.
- [5] Prikhodko S. B., Makarova L. N. Analiticheskaya zavisimost dlya vybora raspredeleniya Dzhonsona semeystva SL [Analytical dependence for selecting the Johnson distribution of the SL family]. *Vestnik KhNTU* [Bulletin of KhNTU], 2012, no 2, issue 45, pp. 101–104.
- [6] Prikhodko S. B., Kniaz N. V. Vybir normalizuiuchoho peretvorennia dlia intervalnogo otsiniuvannia chasu vykonannia proektiv pidhotovky bokseriv-zhinok do zmahaniia [Selecting a normalizing transformation for the interval estimation of the duration of the projects of preparing female boxers to competitions]. *Zbirnyk naukovykh prats NUK* [Collection of Scientific Publications of NUS], 2014, no 5, issue 455, pp. 87–91.
- [7] Prikhodko S. B. Intervalne otsiniuvannia statystychnykh momentiv nehausivskykh vypadkovykh velychyn na osnovi normalizuiuchykh peretvoren [Interval estimation of the statistic moments of the non-Gaussian random variables based on the normalizing transformations]. *Naukovyi zhurnal «Matematychni modeliuvannia»* [Scientific Journal «Mathematical Modeling»], 2011, no 1, issue 24, pp. 9–13.
- [8] Prikhodko S. B., Pukhalevych A. V. Rozrobka nelineinykh rehresiinykh modelei tryvalosti prohramnykh proektiv na osnovi peretvorennia Dzhonsona [Development of the nonlinear regression models of the duration of software projects based on the Johnson transformation]. *Zbirnyk naukovykh prats NUK* [Collection of Scientific Publications of NUS], 2014, no 2, pp. 76–80.
- [9] *A guide to the project management body of knowledge*. Fifth edition. Project Management Institute Publ., 2013. 589 p.
- [10] Bates D. M., Watts D. G., Douglas M. *Nonlinear Regression Analysis and Its Applications*. Wiley, 1988. 384 p.
- [11] Pardoe Iain. *Applied regression modeling*. Wiley, 2012. 325 p.
- [12] George A. F., Seber C. J. *Nonlinear Regression*. Wild. John Wiley & Sons, Inc., 2003. 792 p.
- [13] Johnson N. L. System of Frequency Curves Generated by Methods of Translation. *Biometrika*, 1949, vol. 36, no. 1/2, pp. 149–176.
- [14] Ryan T. P. *Modern Regression Methods*. Wiley, 2008. 672 p.

## ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Під час підготовки жінок-боксерів високої кваліфікації до змагань існує проблема визначення часу для виведення спортсменів на пік форми перед важливими боями [2]. На сьогодні не враховується, поперше, те, що підготовка до змагань є певним проектом і потребує управління низкою ресурсів, зокрема часом, а, по-друге, те, що час підготовки є випадковою величиною, яка залежить від ряду факторів, у тому числі й від тривалості тренувань. Подібних залежностей у вигляді математичних моделей на сьогодні не розроблено, а існують лише загальні рекомендації наближених термінів підготовки жінок-боксерів до змагань, а самі терміни, як правило, є точковими оцінками, що отримані експертним шляхом [3]. Експертні оцінки є досить суб'єктивними. Згідно з [9] замість експертного оцінювання тривалості проекту можна також застосувати параметричне оцінювання, наприклад,

використовуючи регресії. Проте для оцінювання тривалості підготовки жінок-боксерів до змагань неможливо побудувати адекватну лінійну регресію, тому що, як показують дослідження, розподіл тривалості тренувань, або тривалості проектів підготовки жінок-боксерів до змагань, не є нормальним [3]. Виникає проблема побудови нелінійної регресії й знаходження довірчого інтервалу для значень даної регресії, оскільки це дозволить вдосконалити спортивну майстерність боксерів і досягти кращих результатів на змаганнях.

## АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

На сьогодні для побудови нелінійної регресії використовують такі методи: простого перебору, лінеаризуючих і нормалізуючих перетворень. Ме-

тод простого перебору вимагає задання різних видів рівняння регресії [1, 10] і вибору найбільш доцільного наближення із заданих за певним критерієм [11], тому краще використовувати перетворення [12, 14], в першу чергу, нормалізуючі. У ролі таких перетворень переважно застосовують логарифмічні перетворення, але вони не завжди дозволяють зробити задовільну нормалізацію. З цієї причини краще вживати інші перетворення, наприклад, нормалізуюче перетворення Джонсона. У [6] для нормалізації тривалості проектів підготовки жінок-боксерів до змагань було обрано саме таке перетворення Джонсона, тому його можна використати для побудови нелінійної регресії тривалості підготовки жінок-боксерів до змагань й знаходження довірчого інтервалу для значень цієї регресії.

**МЕТА РОБОТИ** полягає в побудові нелінійної регресії тривалості виконання проектів підготовки жінок-боксерів високої кваліфікації до змагань залежно від тривалості тренувань з використанням перетворення Джонсона й побудови довірчого інтервалу для значень цієї регресії.

## ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Побудова нелінійної регресії тривалості проектів підготовки жінок-боксерів високої кваліфікації до змагань залежно від тривалості тренувань виконується в три етапи, як це було зроблено в [8]. Спочатку емпіричні дані нормалізуються шляхом нормалізуючого перетворення; далі за нормалізованими даними будується лінійна регресія; на останньому етапі з лінійної моделі через застосування обраного нормалізуючого перетворення отримується нелінійна регресія.

Для побудови регресії використано емпіричні дані тривалості тренувань й емпіричні дані тривалості підготовки до 35 змагань з боксу серед жінок

майстра спорту міжнародного класу Н. В. Князь, яка є членом національної збірної України. Значення випадкової величини  $x$  — тривалості тренувань (у хвилинах) такі: 558, 572, 580, 606, 629, 667, 687, 701, 710, 726, 797, 827, 837, 920, 960, 972, 1029, 1104, 1127, 1130, 1139, 1158, 1175, 1212, 1229, 1233, 1305, 1362, 1421, 1495, 1517, 1551, 1600, 1790, 1958. Відповідні їм значення випадкової величини  $y$  — тривалості підготовки до змагань (у днях) були такими: 6, 8, 6, 10, 8, 11, 11, 8, 8, 14, 10, 11, 10, 16, 15, 13, 12, 21, 15, 14, 14, 12, 13, 16, 14, 16, 14, 20, 13, 14, 14, 15, 13, 24, 17. За наведеними значеннями  $x$  обчислено такі оцінки:  $\bar{x} = 1065,26$ ;  $S_x = 369,94$ ;  $\hat{\epsilon}_x = 2,56$ ;  $\hat{A}_x = 0,49$ . За відповідними значеннями  $y$  розраховано такі оцінки:  $\bar{y} = 13,03$ ;  $S_y = 3,97$ ;  $\hat{\epsilon}_y = 3,85$ ;  $\hat{A}_y = 0,51$ . Значення оцінок ексцесу й асиметрії вказують на те, що величини  $x$  і  $y$  є негаусівськими.

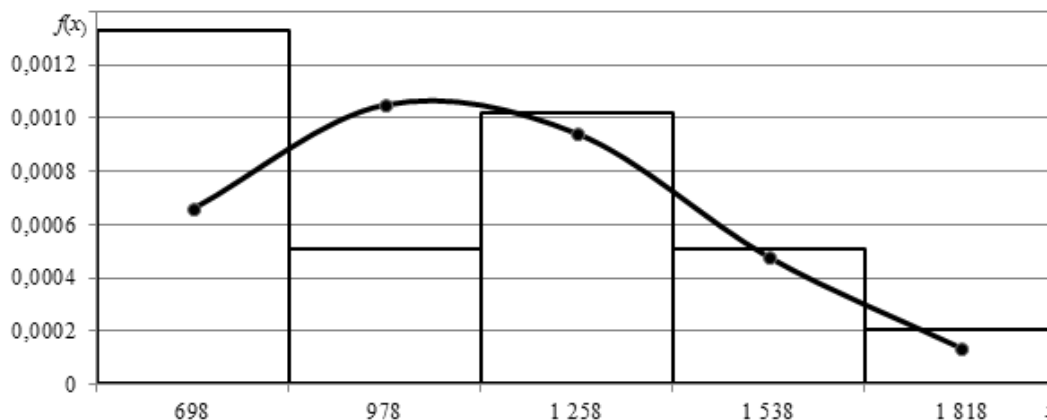
Отримане значення критерію Пірсона під час перевірки гіпотези про нормальність закону розподілу випадкової величини  $x$  складає  $\chi^2 = 9,52$  (критичне значення  $\chi_{кр}^2 = 5,99$ ;  $\nu = 5-2-1 = 2$ ;  $\alpha = 0,05$ ). Гістограму випадкової величини  $x$  та її теоретичний розподіл у вигляді щільності ймовірності наведено на рис. 1.

Для випадкової величини  $y$  значення критерію Пірсона складає  $\chi^2 = 3,18$  (критичне значення  $\chi_{кр}^2 = 5,99$ ;  $\nu = 5-2-1 = 2$ ;  $\alpha = 0,05$ ). Гістограму випадкової величини  $y$  та її теоретичний розподіл у вигляді щільності ймовірності позначено на рис. 2.

Для нормалізації використаємо перетворення Джонсона, яке в загальному випадку має вигляд [7]:

$$z = \gamma + \eta h(x, \phi, \lambda); \quad \eta > 0; \quad -\infty < \gamma < \infty; \quad \lambda > 0; \quad -\infty < \phi < \infty, \quad (1)$$

де  $z$  — нормально розподілена випадкова величина з математичним сподіванням нуль і дисперсією одиниця;  $x$  — випадкова величина з розподілом Джонсона;  $\gamma, \eta, \phi, \lambda$  — параметри перетворення або розподілу Джонсона;  $h$  — функція з певної сім'ї:



**Рис. 1.** Розподіл випадкової величини  $x$  — тривалості тренувань в проектах підготовки жінок-боксерів до змагань:  — емпіричний розподіл нормалізованої величини;  — нормальний розподіл

$$h = \begin{cases} \ln(\tilde{x}), & x > \varphi & \text{для сім'ї } S_L; \\ \ln[\tilde{x}/(1-\tilde{x})], & \varphi < x < \varphi + \lambda & \text{для сім'ї } S_B; \\ \text{Arsh}(\tilde{x}), & -\infty \leq x \leq +\infty & \text{для сім'ї } S_U, \end{cases}$$

де  $\tilde{x} = (x - \varphi)/\lambda$ ;  $\text{Arsh}(\tilde{x}) = \ln(\tilde{x} + \sqrt{\tilde{x}^2 + 1})$ .

Сім'я розподілу Джонсона обирається за значеннями асиметрії й ексцесу [13, 5]. Оцінки параметрів для обраної сім'ї перетворення (1) можна знайти шляхом розв'язання такої задачі математичного програмування [7]:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \left\{ A_z^2 + (\varepsilon_z - 3)^2 + \bar{z}^2 + (S_z^2 - 1)^2 \right\}, \quad (2)$$

де  $\theta = \{\gamma, \eta, \varphi, \lambda\}$ ;  $A_z = \frac{1}{nS_z^3} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^3$ ;

$$\varepsilon_z = \frac{1}{nS_z^4} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^4; \quad \bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i; \quad S_z^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2;$$

$z_i$  — значення величини  $z_y$  вибірки довжиною  $n$ ,  $i \in [1, n]$ .

За значеннями асиметрії й ексцесу для нормалізації випадкової величини  $x$  вибрано перетворення Джонсона (1) сім'ї  $S_B$ , а згідно з [6] для нормалізації випадкової величини  $y$  — перетворення Джонсона (1) сім'ї  $S_U$ . За розв'язанням задачі (2) знайдено параметри Джонсона (1)  $\gamma, \eta, \lambda$  і  $\varphi$  для нормалізації випадкових величин  $x$  і  $y$ . Значення параметрів перетворення Джонсона (1) із сім'ї  $S_B$  для нормалізації величини  $x$  є такими:  $\gamma_x = 0,59$ ;  $\eta_x = 0,71$ ;  $\varphi_x = 517,04$ ;  $\lambda_x = 1546,29$ . Значення параметрів перетворення Джонсона (1) із сім'ї  $S_U$  для нормалізації величини  $y$  складають:  $\gamma_y = -0,96$ ;  $\eta_y = 2,50$ ;  $\varphi_y = 9,42$ ;  $\lambda_y = 8,54$ . Було отримано нормалізовані випадкові величини  $z_x$  і  $z_y$ . Статистичні характеристики величин  $z_x$  дорівнювали:  $\bar{z}_x = 0$ ;  $S_{z_x} = 1$ ;  $\hat{\varepsilon}_{z_y} = 3$ ;  $\hat{A}_{z_x} = 0$ ; та  $z_y$ :  $\bar{z}_y = 0$ ;  $S_{z_y} = 1$ ;  $\hat{\varepsilon}_{z_y} = 3$ ;  $\hat{A}_{z_y} = 0$ .

Для випадкової величини  $z_x$  значення критерію Пірсона складає  $\chi^2 = 1,16$  (критичне значення  $\chi_{кр}^2 = 5,99$ ;  $\nu = 5 - 2 - 1 = 2$ ;  $\alpha = 0,05$ ). Гістограму отриманої випадкової величини  $z_x$  та її теоретичний розподіл у вигляді щільності ймовірності наведено на рис. 3.

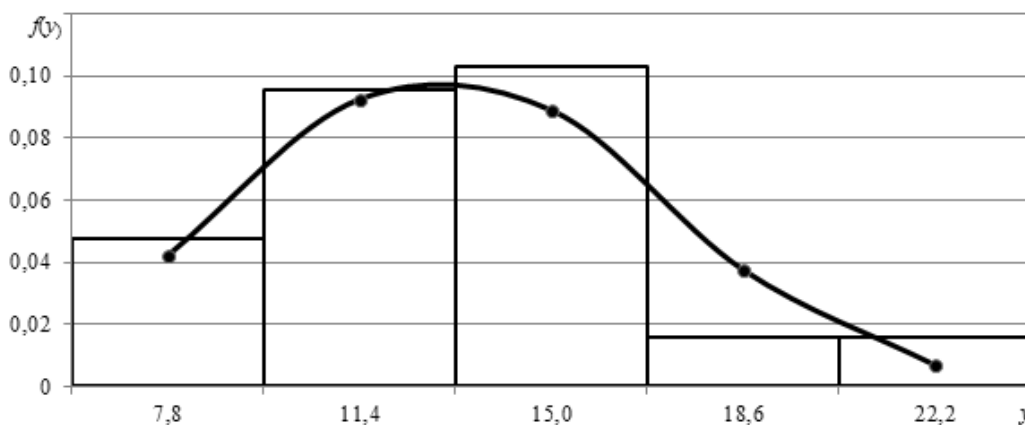


Рис. 2. Розподіл випадкової величини  $y$  тривалості підготовки до змагань:

□ — емпіричний розподіл нормалізованої величини; —●— нормальний розподіл

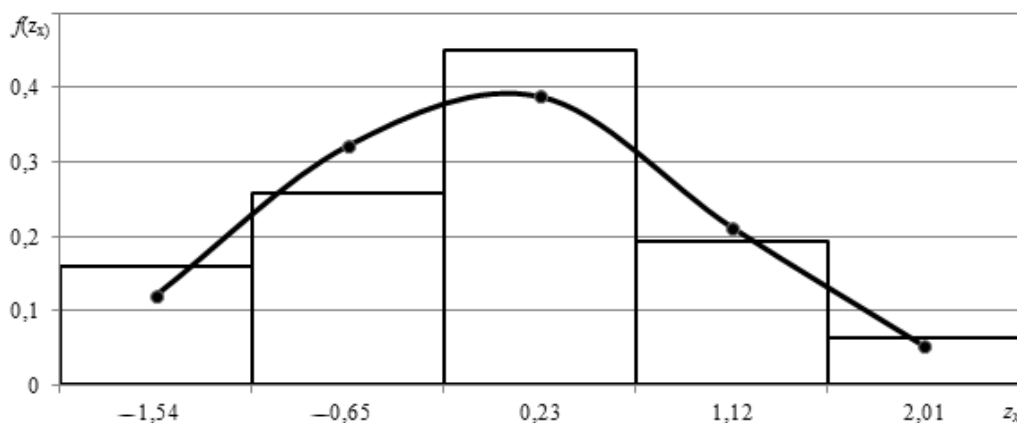


Рис. 3. Розподіл значень випадкової величини  $z_x$  — нормалізованих за перетворенням Джонсона:

□ — емпіричний розподіл нормалізованої величини; —●— нормальний розподіл

Для випадкової величини  $z_y$  значення критерію Пірсона складає  $\chi^2 = 5,81$  (критичне значення  $\chi^2_{кр} = 5,99$ ;  $\nu = 5 - 2 - 1 = 2$ ;  $\alpha = 0,05$ ). Гістограму отриманої випадкової величини  $z_y$  та її теоретичний розподіл у вигляді щільності ймовірності наведено на рис. 4.

Оскільки розподіл величин  $z_x$  і  $z_y$  є нормальним, то це дозволяє побудувати лінійну регресію для нормалізованих значень:

$$z_y = b_0 + b_1 z_x, \quad (3)$$

де  $b_0$  і  $b_1$  — коефіцієнти лінійної регресії.

Значення коефіцієнтів  $b_0$  і  $b_1$  лінійної регресії (3) знаходяться за методом найменших квадратів:

$$b_1 = \frac{\overline{z_x z_y} - \overline{z_x} \cdot \overline{z_y}}{\overline{z_x^2} - \overline{z_x}^2}; \quad b_0 = \overline{z_y} - b_1 \cdot \overline{z_x}, \quad (4)$$

$$\text{де } \overline{z_x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_{xi}; \quad \overline{z_y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_{yi}; \quad \overline{z_x z_y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_{xi} z_{yi}.$$

Довірчий інтервал для значень лінійної регресії (4) задається як [4]:

$$[\hat{z}_y(z_x)] = \hat{z}_y(z_x) \pm t_{\alpha/2, n-2} \cdot \sqrt{s_{z_y}^2 \left( 1 + \frac{1}{n} + \frac{(z_x - \overline{z_x})^2}{S_{z_x}} \right)}, \quad (5)$$

де  $n$  — це кількість емпіричних даних;

$$s_{z_y}^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (z_{yi} - \hat{z}_y(z_{xi}))^2; \quad S_{z_x} = \sum_{i=1}^n (z_{xi} - \overline{z_x})^2;$$

$t_{\alpha/2, n-2}$  — значення  $t$ -розподілу Стюдента з  $n-2$  ступенями свободи.

Отримані за (4) значення коефіцієнтів лінійної регресії становлять:  $b_0 = 0$  і  $b_1 = 0,79$ . Лінійну регресію (3) та її довірчий інтервал (5) з отриманими значеннями коефіцієнтів показано на рис. 5.

Враховуючи (3) і те, що  $z_y = \gamma_y + \eta_y \text{Arsh} \left( \frac{y - \varphi_y}{\lambda_y} \right)$ ,

то нелінійна негаусівська регресія тривалості проєктів підготовки жінок-боксерів до змагань залежно від тривалості тренувань може бути представлена як:

$$\hat{y}(x) = \lambda_y + \varphi_y \text{Sh} \left( \frac{\hat{z}_y(z_x) - \gamma_y}{\eta_y} \right), \quad (6)$$

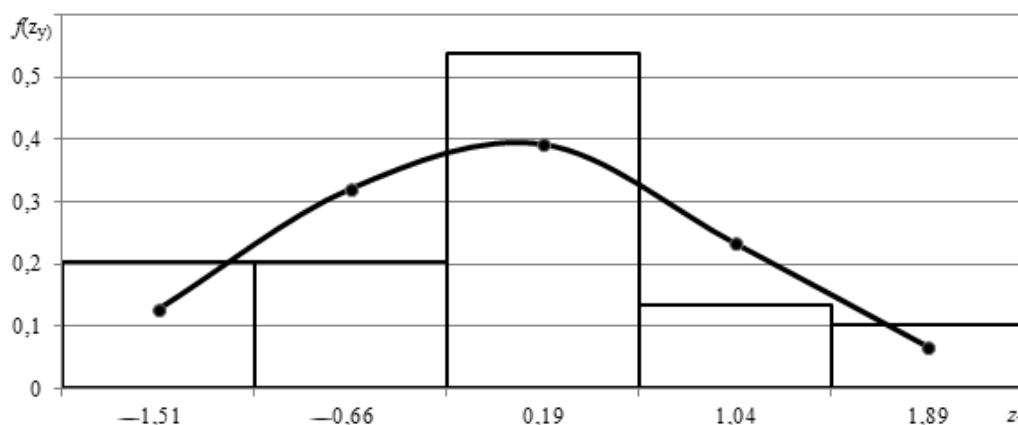


Рис. 4. Розподіл значень випадкової величини  $z_y$  — нормалізованих за перетворенням Джонсона:  
 — емпіричний розподіл нормалізованої величини;  — нормальний розподіл

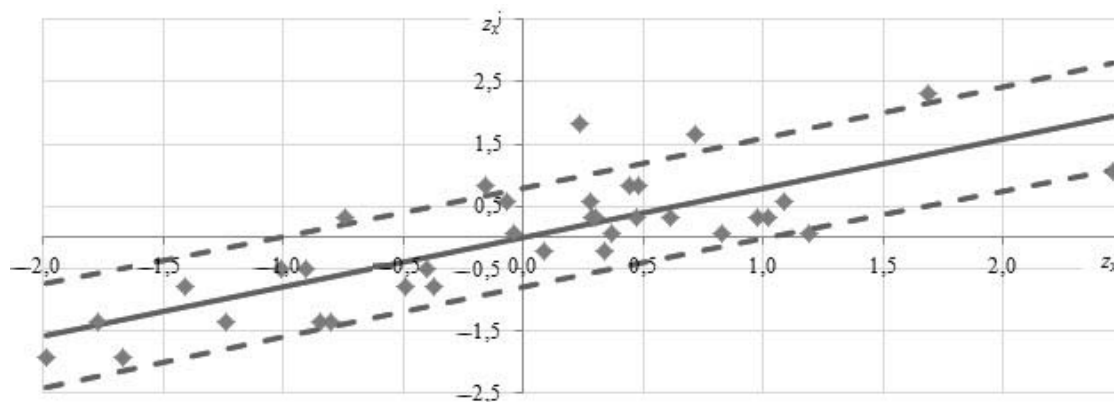


Рис. 5. Лінійна регресія та довірчий інтервал для нормалізованих значень тривалості проєктів підготовки жінок-боксерів до змагань залежно від нормалізованих значень тривалості тренувань:

— емпіричні дані;  — лінійна регресія на основі перетворення Джонсона;  — верхня та нижня границі довірчого інтервалу лінійної регресії на основі перетворення Джонсона

$$\text{де } \hat{z}_y(z_x) = b_0 + b_1 z_x; \quad z_x = \gamma_x + \eta_x \ln \left( \frac{x - \varphi_x}{\lambda_x + \varphi_x - x} \right).$$

Враховуючи (5), довірчий інтервал  $[\hat{y}(x)]$  для значень нелінійної негаусівської регресії (6) задається як:

$$[\hat{y}(x)] = \lambda_y + \varphi_y Sh \left( \frac{[\hat{z}_y(z_x)] - \gamma_y}{\eta_y} \right), \quad (7)$$

де  $[\hat{z}_y(z_x)]$  приймається як (5).

Для побудови регресії на основі логарифмічного перетворення виконано нормалізацію величини  $x$  і  $y$  з використанням цього перетворення.

Для випадкової величини  $z_x$  значення критерію Пірсона складає  $\chi^2 = 6,84$  (критичне значення  $\chi_{кр}^2 = 5,99$ ;  $\nu = 5 - 2 - 1 = 2$ ;  $\alpha = 0,05$ ). Гістограму випадкової величини  $z_x$ , отриманої шляхом логарифмічного перетворення, та її теоретичний розподіл у вигляді щільності ймовірності наведено на рис. 6.

Для випадкової величини  $z_y$ , отриманої з використанням логарифмічного перетворення, значення

критерію Пірсона складає  $\chi^2 = 3,57$  (критичне значення  $\chi_{кр}^2 = 5,99$ ;  $\nu = 5 - 2 - 1 = 2$ ;  $\alpha = 0,05$ ). Гістограму випадкової величини  $z_y$ , отриманої за допомогою логарифмічного перетворення, та її теоретичний розподіл у вигляді щільності ймовірності наведено на рис. 7.

Якщо виконувати нормалізацію за логарифмічним перетворенням (тобто  $z_x = \log_{10} x$ ,  $z_y = \log_{10} y$ ), то, враховуючи (3), нелінійна негаусівська регресія тривалості проектів підготовки жінок-боксерів до змагань залежно від тривалості тренувань може бути представлена як:

$$y = 10^{b_0} x^{b_1}, \quad (8)$$

де  $b_0$  і  $b_1$  — коефіцієнти лінійної регресії (3) для нормалізованих значень за логарифмічним перетворенням,  $b_0 = -1,23$  і  $b_1 = 0,77$ .

Побудовану нелінійну негаусівську регресію тривалості проектів підготовки жінок-боксерів до змагань залежно від тривалості тренувань на основі перетворення Джонсона й логарифмічного перетворення,

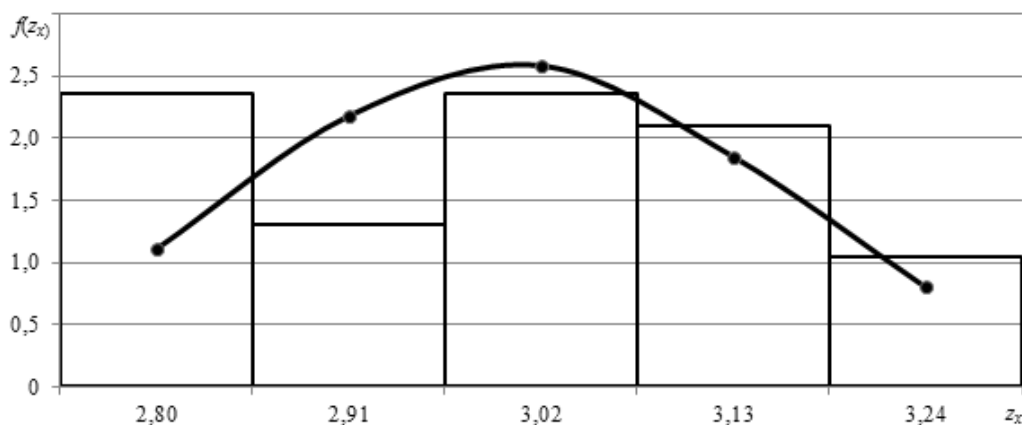


Рис. 6. Розподіл значень випадкової величини  $z_x$  — нормалізованих за логарифмічним перетворенням:  — емпіричний розподіл нормалізованої величини;  — нормальний розподіл

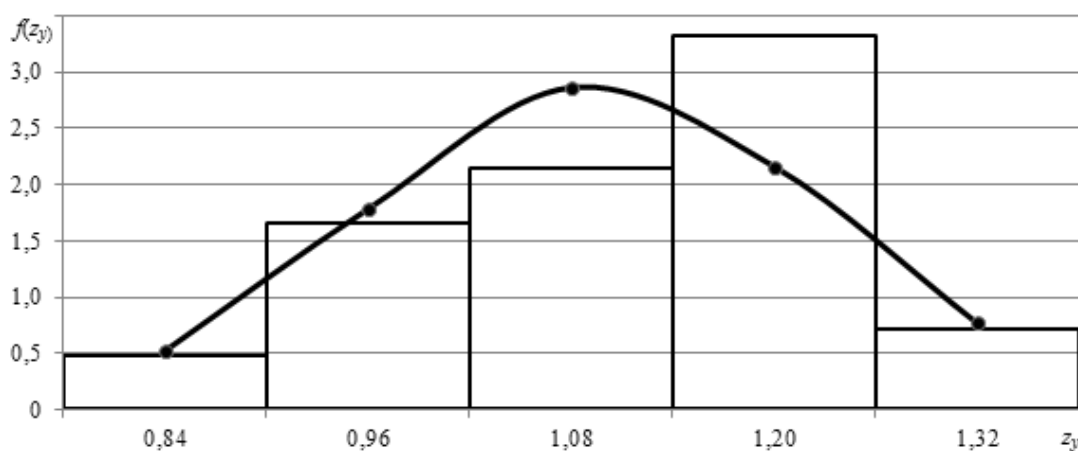
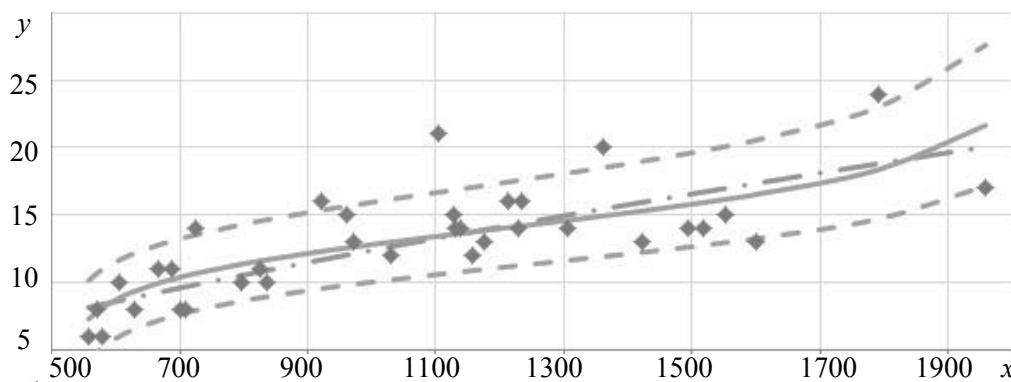


Рис. 7. Розподіл значень випадкової величини  $z_y$  — нормалізованих за логарифмічним перетворенням:  — емпіричний розподіл нормалізованої величини;  — нормальний розподіл



**Рис. 8.** Нелінійна негаусівська регресія і довірчий інтервал тривалості підготовки жінок-боксерів до змагань залежно від тривалості тренувань:

◆ — емпіричні дані; — — нелінійна регресія на основі перетворення Джонсона; — \* — нелінійна регресія на основі логарифмічного перетворення; — — — верхня і нижня границі довірчого інтервалу нелінійної регресії на основі перетворення Джонсона

а також довірчий інтервал регресії на основі перетворення Джонсона показано на рис. 8.

Регресії на основі перетворення Джонсона й на основі логарифмічного перетворення практично збігаються, тому для вибору більш доцільної регресії потрібно використати метод математичної статистики.

Для того щоб порівнювати нелінійні регресії, можна застосовувати такий критерій, як сума квадратів відхилень між тривалістю, прогнозованою за регресією й емпіричними даними:

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}(x))^2, \quad (9)$$

де  $n$  — це кількість емпіричних даних;  $y_i$  — фактичне значення випадкової величини  $y$ ;  $\hat{y}(x)$  — прогнозоване значення випадкової величини  $y$ .

Доцільною є та регресія, для якої значення  $SSE$  є меншим.

Також для порівняння регресій можна використувати значення коефіцієнта детермінації  $R^2$ :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}(x))^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, \quad (10)$$

де  $n$  — це кількість емпіричних даних;  $y_i$  — фактичне значення випадкової величини  $y$ ;  $\hat{y}(x)$  — прогнозоване значення випадкової величини  $y$ ;  $\bar{y}$  — середнє значення випадкової величини  $y$ ,  $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ .

Доцільною є та регресія, для якої значення  $R^2$  є більшим.

Значення (9) і (10) для отриманих нелінійних негаусівських регресій на основі логарифмічного перетворення (8) і перетворення Джонсона (9) були такі: сума квадратів відхилень між тривалістю, прогнозованою за регресією та емпіричними даними (8) становила  $SSE = 235,72$  для моделі (6) і  $SSE = 245,59$  для регресії (8); коефіцієнт детермінації (10) був  $R^2 = 0,56$  для регресії (7) і  $R^2 = 0,54$  для регресії (8).

Значення (9) і (10) для отриманих нелінійних негаусівських регресій на основі логарифмічного перетворення (8) і перетворення Джонсона (9) були такі: сума квадратів відхилень між тривалістю, прогнозованою за регресією та емпіричними даними (8) становила  $SSE = 235,72$  для моделі (6) і  $SSE = 245,59$  для регресії (8); коефіцієнт детермінації (10) був  $R^2 = 0,56$  для регресії (7) і  $R^2 = 0,54$  для регресії (8).

## ВИСНОВКИ

У роботі обрано перетворення Джонсона сім'ї  $S_B$  для нормалізації емпіричних даних тривалості тренувань і перетворення Джонсона сім'ї  $S_U$  для нормалізації емпіричних даних тривалості підготовки жінок-боксерів до змагань, знайдено параметри цих перетворень. Виконано нормалізацію емпіричних даних за обраним перетворенням Джонсона з отриманими параметрами. За нормалізованими даними побудовано лінійну регресію. За лінійною регресією побудовано нелінійну регресію тривалості проектів підготовки жінок-боксерів високої кваліфікації до змагань залежно від їх тривалості тренувань з використанням перетворення Джонсона. Побудована регресія на основі перетворення Джонсона (5) більш доцільна за регресією на основі логарифмічного перетворення (6) як за коефіцієнтом детермінації, так і за сумою квадратів відхилень. Отже, оцінюючи тривалість проектів підготовки жінок-боксерів високої кваліфікації до змагань, краще використовувати нелінійну регресію, побудовану за перетворенням Джонсона. Знайдено довірчий інтервал для побудованої нелінійної регресії. У подальшому планується побудова рівнянь регресій та їх довірчих інтервалів з урахуванням нових даних.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Демиденко, Е.З. Линейная и нелинейная регрессии [Текст] / Е.З. Демиденко. — М. : Финансы и статистика, 1981. — 302 с.
- [2] Джероян, Г.О. Предсоревновательная подготовка боксеров [Текст] / Г.О. Джероян, Н.А. Худатов. — М. : Издательство «Физкультура и спорт», 1971. — 150 с.
- [3] Ділення, М.О. Бокс: Жінки [Текст] : навчальна програма для дитячо-юнацьких спортивних шкіл, спеціалізованих дитячо-юнацьких шкіл олімпійського резерву, шкіл вищої спортивної майстерності / М.О. Ділення, В.Н. Ост'янов, Г.І. Комісаренко. — К.: Національний Олімпійський комітет України, 2009. — 112 с.
- [4] Орлов, А.И. Прикладная статистика [Текст] : учебник / А.И. Орлов. — М. : Издательство «Экзамен», 2004. — 656 с.
- [5] Приходько, С.Б. Аналитическая зависимость для выбора распределения Джонсона семейства SL [Текст] / С.Б. Приходько, Л.Н. Макарова // Вестник ХНТУ. — Херсон : ХНТУ, 2012. — №2 (45). — С. 101–104.
- [6] Приходько, С.Б. Вибір нормалізуючого перетворення для інтервального оцінювання часу виконання проектів підготовки боксерів-жінок до змагань [Текст] / С.Б. Приходько, Н.В. Князь // Зб. наук. праць НУК. — Миколаїв : НУК, 2014. — № 5 (455). — С. 87–91.
- [7] Приходько, С.Б. Інтервальне оцінювання статистичних моментів негаусівських випадкових величин на основі нормалізуючих перетворень [Текст] / С.Б. Приходько // Науковий журнал «Математичне моделювання». — Дніпропетровськ : ДДТУ, 2011. — № 1 (24). — С. 9–13.
- [8] Приходько, С.Б. Розробка нелінійних регресійних моделей тривалості програмних проектів на основі перетворення Джонсона [Текст] / С.Б. Приходько, А.В. Пухалевич // Збірник наукових праць НУК. — Миколаїв : НУК, 2014. — № 2 (2014). — С. 76–80.
- [9] A guide to the project management body of knowledge. Fifth edition [Text] — Project Management Institute, 2013. — 589 p.
- [10] Bates, Douglas M. Nonlinear Regression Analysis and Its Applications [Text] / Douglas M. Bates, Donald G. Watts. — Wiley, 1988. — 384 p.
- [11] Pardoe, Iain. Applied regression modeling [Text] / Iain Pardoe. — Wiley, 2012. — 325 p.
- [12] George, A. F. Nonlinear Regression [Text] / George A. F. Seber, C. J. Wild. — John Wiley & Sons, Inc., 2003. — 792 p.
- [13] Johnson, N. L. System of Frequency Curves Generated by Methods of Translation [Text] / N. L. Johnson // Biometrika. — 1949. — Vol. 36, № ½. — P. 149–176.
- [14] Ryan, T. P. Modern Regression Methods [Text] / T. P. Ryan — Wiley, 2008. — 672 p.

---

© С. Б. Приходько, Н. В. Князь

Надійшла до редколегії 11.02.2015

Статтю рекомендує до друку член редколегії ЗНП НУК  
д-р техн. наук, проф. К. В. Кошкін