УДК 517.272
DOI https://doi.org/10.15589/znp2022.2(489).11

MATHEMATICAL METHODS IN ECONOMIC AND MANAGEMENT PROBLEMS

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В ЗАДАЧАХ ЕКОНОМІКИ ТА УПРАВЛІННЯ

Svitlana B. Syvash
rusboris@ukr.net
ORCID: 0000-0002-9726-7865

Halyna V. Sokolovska
sokolovskahalyna7@gmail.com
ORCID: 0000-0001-8161-1660

С. Б. Сиваш,
канд. фіз.-мат. наук, доцент

Г. В. Соколовська,
старший викладач

Odessa National Maritime University, Odesa
Одеський національний морський університет, м. Одеса

Abstract. The purpose of the research is to solve some economic and management problems, namely, the problem of minimizing the costs of energy carriers, materials and other resources. In particular, the issue of choosing the most optimal way of delivering goods using road and rail transport is considered. The issue of laying the shortest gas pipeline that will connect two settlements with two mutually perpendicular highways is also being investigated. This involves the construction of two villages near highways, which will also be connected by a gas pipeline. Also considered is the task in which it is necessary to determine the optimal size of the batch of products to be purchased and the optimal stock to be created in order to minimize costs in the cyclical process of consuming the purchased batch and purchasing a new one. At the same time, it is known that the total annual costs for the purchase of products consist of costs associated with its delivery; direct costs determined by its purchase price, costs for maintaining the average volume of stocks of this type of product during the year, and penalty losses caused by the deficit and attributed to the unit of production during the year.

To solve the problems, mathematical models were created, which involves the selection of control parameters and the construction of the target function from these parameters for the purpose of its further research. At the same time, the task is formalized and factors that do not have a significant impact on the process are rejected. The problem of finding the smallest value of the objective function is solved by the methods of differential calculus of the function of one and several variables. The optimal solutions of the specified problems were found, and their analysis was carried out.

The obtained results can be directly applied in economics and management. The considered tasks can be used by teachers of higher mathematics as practical tasks for training students of economics, management, logistics and other specialties. The study of such problems leads to a deeper understanding of both economic processes and mathematical concepts and methods.

Key words: mathematical model, cost minimization, function, optimization, differential calculus.

Анотація. Метою дослідження є розв'язування деяких задач економіки та менеджменту, а саме, проблеми мінімізації витрат енергоносіїв, матеріалів та інших ресурсів. Зокрема розглядається питання про вибір найбільш оптимального способу доставки вантажів з використанням автомобільного та залізничного транспорту. Досліджується також питання про прокладання найбільш короткого газогону, що сполучатиме два населені пункти із двома взаємно перпендикулярними магістралями. Це передбачає побудову поблизу магістралей двох селищ, що також будуть сполучені між собою газогоном. Розглядається також задача, у якій потрібно визначити оптимальний розмір партії продукції, котру потрібно закупити, та оптимальний запас, який потрібно створити, щоб мінімізувати витрати у циклічному процесі споживання закупленої партії та придбання нової. При цьому відомо, що сумарні річні витрати на закупівлю продукції складаються з витрат, пов'язаних з її доставкою; прямих витрат, що визначаються її закупівельною вартістю, видатків на утримання середнього обсягу запасів даного виду продукції протягом року, та штрафних втрат, обумовлених дефіцитом та віднесених до одиниці продукції протягом року.

Для розв'язування поставлених задач створено математичні моделі, що передбачає вибір параметрів управління та побудову цільової функції від цих параметрів з метою її подальшого дослідження. При цьому задача формалізується та відкидаються такі фактори, що не мають суттєвого впливу на процес. Задача знаходження

найменшого значення цільової функції розв'язується методами диференціального числення функції однієї та декількох змінних. Знайдені оптимальні розв'язки вказаних задач, та проведено їх аналіз.
Отримані результати можуть бути безпосередньо застосовані в економіці та менеджменті. Розглянуті задачі можуть бути використані викладачами вищої математики в якості практичних завдань для підготовки студентів спеціальностей економіка, менеджмент, логістика та інших. Вивчення таких задач веде до більш глибокого розуміння як економічних процесів так і математичних понять та методів.
Ключові слова: математична модель, мінімізація витрат, функція, оптимізація, диференціальне числення.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

В складних умовах воєнного часу економіка України повинна працювати у посиленому режимі. Тому надзвичайно актуальною є проблема забезпечення якості математичної підготовки студентів спеціальностей економіка, менеджмент, логістика. Математична освіта у технічному закладі вищої освіти має відповідати сучасним освітнім стандартам, створеним на основі компетентнісного підходу. Це означає не лише надання студентам фундаментальних знань основних математичних понять та створення логіко-математичного мислення, а й формування умінь та навичок використання їх у професійній діяльності. Найбільшої ефективності процес вивчення вищої математики набуває тоді, коли він передбачає готовність до професійної діяльності як кінцевий результат та мету освіти. Завданням статті є: дати характеристику деяким економіко-математичним методам та моделям для прийняття оптимальних рішень в сфері економіки та бізнесу.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Застосування математичних методів до вирішення економічних питань є предметом вивчення окремих курсів в системі підготовки студентів і розглядається, наприклад, у підручнику [1]. У цій роботі показана роль та значення математичних методів в економіці, дано поняття про математичне моделювання, викладені основи методів лінійного програмування, способи розв'язання узагальненої транспортної задачі, методи оптимального управління. Пізніше теоретичні і практичні питання використання економіко-математичних методів в управлінні економічними процесами досліджувались у роботах [3 -7].

ВІДОКРЕМЛЕННЯ НЕВИРІШЕНИХ РАНІШЕ ЧАСТИН ЗАГАЛЬНОЇ ПРОБЛЕМИ

Оскільки однією з цілей математичної освіти є побудова професійних компетентностей, то обираючи задачі, викладач повинен забезпечити зв'язок із майбутньою професією, створюючи фундамент для опанування спеціальними дисциплінами. Отже, при створенні робочих програм та підборі практичних задач неоціненного значення набувають міждисциплінарні зв'язки, зокрема, досвід гарантів спеціальностей. Математична підготовка спеціаліста має забезпечити не лише наявність знань, що необхідні для розв'язування конкретних виробничих задач, а й формування творчого ставлення до професійної діяльності, коли фахівець налаштований на подальший самостійний розвиток та навчання.

Комплексне формування цих компетенцій найбільш ефективно відбувається тоді, коли викладач залучає студента до активної участі у розв'язуванні математичними методами саме професійних проблем. Зазвичай курс вищої математики у закладах вищої освіти не має чіткого професійного спрямування. Вважається, що, оскільки студенти економічних спеціальностей вивчають прикладні розділи на старших курсах у рамках прикладних дисциплін, то курс вищої математики має бути «класичним». Проте, майже кожен викладач математики скаже, що найчастіше чув від студентів таке питання: «Навіщо мені це вивчати, адже я не збираюсь бути математиком?». Аргументованою відповіддю на таке питання стає систематичне використання викладачем конкретних задач економіки, управління, логістики, що ілюструють матеріал, який подається.

МЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ

Нецікаві студентам суто математичні або застарілі задачі слід замінити на нові з чітко вираженим економічним змістом. Нескладні задачі лінійного програмування можуть бути розв'язані після вивчення лінійної алгебри, зокрема, матриць, векторної алгебри та аналітичної геометрії. Диференціальними рівняннями описуються економічні закони. Дослідження на екстремум функцій однієї та декількох змінних можна ілюструвати за допомогою задач про оптимізацію виробничих витрат. Мета даного дослідження полягає у розв'язанні декількох таких задач.

МЕТОДИ, ОБ'ЄКТ ТА ПРЕДМЕТ ДОСЛІДЖЕННЯ

У роботі використано математичні методи дослідження у сфері економіки та менеджменту. Об'єктом дослідження є процеси, пов'язані з плануванням у сфері бізнес-діяльності та будівництва. Предмет дослідження – оптимізаційні моделі із цільовою функцією у деяких задачах економіки, логістики та менеджменту.

ОСНОВНИЙ МАТЕРІАЛ

Задача 1. На прямій AB (рис. 1) прокладено залізничний шлях. У стороні на відстані l від цього шляху знаходиться пункт C, з якого потрібно перевезти ван-

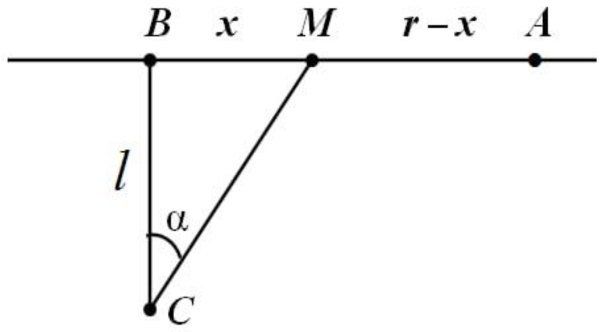

Рис. 1.

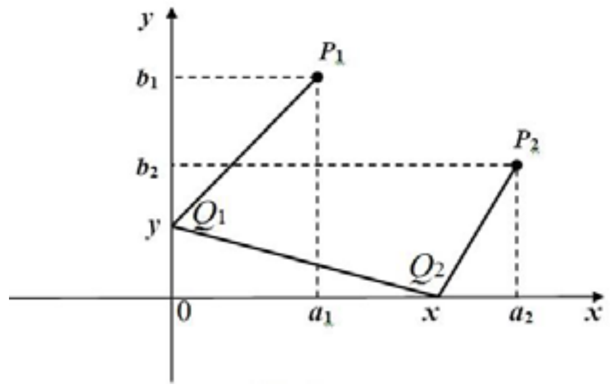

Рис. 2.

таж до пункту *A*. Припустимо, що з пункту *C* можна йти по прямій до довільної точки *M*, що належить прямій *AB*. Яким шляхом слід везти вантаж з пункту *C* до залізниці, а потім по ній до пункту *A*, щоб транспортні витрати були мінімальними, якщо відомо, що витрати на перевезення 1 т вантажу автотранспортом утричі більше, ніж витрати при перевезенні залізницею на таку саму відстань, а також якщо транспортні витрати пропорційні відстані? Розрахувати транспортні витрати на отриманому шляху.

Розв'язання. Проведемо відрізок $CB \perp BA$. Нехай $BA = r$. Припустимо, що ми перевозимо вантаж автотранспортом від пункту *C* до *M* – деякого пункту на залізниці. Позначимо $BM = x$. Якщо вантаж необхідно перевезти залізницею на відстань r від пункту *B*, то шлях залізницею становить $r - x$. Оскільки $CM = \sqrt{l^2 + x^2}$, транспортні витрати становлять: $y = r - x + 3\sqrt{l^2 + x^2}$, $x \in [0; r]$.

Знайдемо, при якому значенні x транспортні витрати будуть мінімальними. Для цього слід знайти найменше значення отриманої вище функції на проміжку $[0;\ r]$ [2].

$$y'(x) = -1 + \frac{3 \cdot 2x}{2\sqrt{l^2 + x^2}} = \frac{3x - \sqrt{l^2 + x^2}}{\sqrt{l^2 + x^2}};$$

$$y' = 0 \Rightarrow 3x - \sqrt{l^2 + x^2} = 0.$$

Розв'язавши це рівняння, знайдемо критичні точки: $9x^2 = l^2 + x^2$, звідки $x = \pm\frac{l\sqrt{2}}{4}$. З цих значень лише одне належить вказаному проміжку $\left(x = \frac{l\sqrt{2}}{4} \in [0;\ r]\right)$. Визначимо, чи буде $x = \frac{l\sqrt{2}}{4}$ точкою екстремуму. Нескладно перевірити, що $y''(x) = \frac{3l^2}{\left(l^2 + x^2\right)^{1,5}}$; $y''\left(\frac{l\sqrt{2}}{4}\right) = \frac{3l^2}{\left(l^2 + 0,5l^2\right)^{1,5}} > 0$.

Отже, в точці $x = \frac{l\sqrt{2}}{4}$ функція транспортних витрат має локальний мінімум. Знайдемо його: $y\left(\frac{l\sqrt{2}}{4}\right) = r - \frac{l\sqrt{2}}{4} + \frac{9l\sqrt{2}}{4} = = r + 2l\sqrt{2}$. Оскільки функція витрат неперервна на відрізку $[0;\ r]$ та має на ньому лише одну точку локального екстремуму, то знайдений локальний мінімум є глобальним, тобто транспортні витрати мінімальні, якщо вантаж доставляють автотранспортом до пункту *M*, розташованого на відстані $x = \frac{l\sqrt{2}}{4}$ від пункту *B*.

Зазначимо, що отримане вище значення $x = \frac{l\sqrt{2}}{4}$ не містить r. Це означає, що завжди доцільно везти вантаж до залізниці під певним кутом, незалежно від того, на яку відстань він перевозиться. Цей кут залежить від відношення ставок оплати за 1 км перевезень автомобільним та залізничним транспортом. У даному випадку $tg\alpha = \frac{x}{l} = \frac{0,25l\sqrt{2}}{l} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Задача 2. До двох пунктів P_1 та P_2, що розташовані відповідно на відстанях a_1, b_1 та a_2, b_2 від двох магістралей, що перетинаються під прямим кутом (рис. 2), треба провести газогін. На магістралях потрібно побудувати два населених пункти Q_1 та Q_2 так, щоб вартість газогону, що сполучає пункти P_1 та Q_1, Q_1 та Q_2, Q_2 та P_2 була найменшою.

Розв'язання. На плані місцевості введено систему координат так, щоб взаємно перпендикулярні газові магістралі лежали на осях координат (рис. 2). Тоді $P_1(a_1; b_1), P_2(a_2; b_2), Q_1(0; y), Q_2(x; 0)$ (тут x та y поки що невідомі).

Знайдемо відстані: $P_1Q_1 = \sqrt{a_1^2 + (b_1 - y)^2}$, $Q_1Q_2 = \sqrt{x^2 + y^2}$, $Q_2P_2 = \sqrt{(a_2 - x)^2 + b_2^2}$. Тоді довжина газогону (що є пропорційною його вартості) визначається функцією двох змінних $f(x; y) = \sqrt{a_1^2 + (b_1 - y)^2} + \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(a_2 - x)^2 + b_2^2}$. Таким чином, задана економічна задача зведена до задачі дослідження на екстремум функції двох змінних $z = f(x; y)$. Знайдемо її частинні похідні:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{x - a_2}{\sqrt{(a_2 - x)^2 + b_2^2}},$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{y - b_1}{\sqrt{a_1^2 + (b_1 - y)^2}} + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

та прирівняємо обидві до нуля для отримання критичних точок. Система рівнянь

$$\begin{cases} \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \dfrac{x - a_2}{\sqrt{(a_2 - x)^2 + b_2^2}} = 0, \\ \dfrac{y - b_1}{\sqrt{a_1^2 + (b_1 - y)^2}} + \dfrac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0 \end{cases}$$

рівносильна такій системі:

$$\begin{cases} x\sqrt{(a_2 - x)^2 + b_2^2} + (x - a_2)\sqrt{x^2 + y^2} = 0, \\ (y - b_1)\sqrt{x^2 + y^2} + y\sqrt{a_1^2 + (b_1 - y)^2} = 0 \end{cases}$$

за тієї умови, що $x^2 + y^2 > 0$. Остання система має розв'язок лише у тому випадку, якщо $x \in [0; a_2]$, $y \in [0; b_1]$. Знайдемо його: $x = \dfrac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{b_1 + b_2}$, $y = \dfrac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_1 + a_2}$ – критична точка. Доведемо, що вона є точкою мінімуму.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{y^2}{\left(x^2 + y^2\right)^{1,5}} + \frac{b_2^2}{\left((a_2 - x)^2 + b_2^2\right)^{1,5}},$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{xy}{\left(x^2 + y^2\right)^{1,5}},$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{xy}{\left(x^2 + y^2\right)^{1,5}}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{a_1^2}{\left(a_1^2 + (b_1 - y)^2\right)^{1,5}} + \frac{x^2}{\left(x^2 + y^2\right)^{1,5}}.$$

Як бачимо, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \left(\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2 = \dfrac{a_1^2 y^2}{\left(a_1^2 + (b_1 - y)^2\right)^{1,5}\left(x^2 + y^2\right)^{1,5}} +$

$$+ \frac{b_2^2}{\left((a_2 - x)^2 + b_2^2\right)^{1,5}}\left[\frac{a_1^2}{\left(a_1^2 + (b_1 - y)^2\right)^{1,5}} + \frac{x^2}{\left(x^2 + y^2\right)^{1,5}}\right] > 0$$

у будь-якій точці, отже, і у точці екстремуму. Таким чином, єдина критична точка є точкою локального екстремуму, а саме точкою мінімуму, оскільки $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}\left(\dfrac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{b_1 + b_2}; \dfrac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_1 + a_2}\right) > 0$. Вона ж є точкою, де функція $z = f(x; y)$ набуває свого найменшого значення. Отже, якщо пункт Q_1 побудувати на відстані $\dfrac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_1 + a_2}$ а Q_2 – на відстані $\dfrac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{b_1 + b_2}$ від точки перетину магістралей, то довжина газогону буде мінімальною і дорівнюватиме $f\left(\dfrac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{b_1 + b_2}; \dfrac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_1 + a_2}\right) = \sqrt{(a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2}$.

Задача 3. У початковий момент часу $t = 0$ закуповується деякий максимальний запас, що становить s одиниць продукції. Він менший за розмір партії з n одиниць. Запас рівномірно зменшується від значення s до стану максимального рівня дефіциту, що становить $n - s$ одиниць. В момент часу T закуповується наступна партія продукції. Завдяки цьому повністю ліквідується дефіцит та відновлюється запас в s одиниць для використання в наступному циклі. Таким чином, протягом кожного циклу споживається тільки одна партія продукції.

Відомо, що сумарні річні витрати на закупівлю продукції складаються з витрат, пов'язаних з її доставкою; прямих витрат, що визначаються її закупівельною вартістю, видатків на утримання середнього об'єму запасів даного виду продукції протягом року, та видатків, або штрафних втрат, обумовлених дефіцитом та віднесених до одиниці продукції протягом року. Потрібно визначити оптимальний (з мінімумом сумарних річних витрат) розмір партії n_0 та відповідний максимальний початковий рівень запасів s, якщо середньорічна швидкість споживання запасів дорівнює N одиниць за рік $(N > n)$, витрати на постачання однієї партії становлять A грн., закупівельна ціна кожного виробу c грн., річні витрати на утримання одиниці продукції становлять c_1 грн. Відомі також видатки, або штрафні втрати, обумовлені дефіцитом, які становлять h грн. на рік за кожну одиницю продукції.

Розв'язання. Побудуємо математичну модель задачі. Нехай y – це рівень запасів, t – час у роках. Через t_1 позначимо проміжок часу, протягом якого рівень запасів є невід'ємним, відповідно t_2 – проміжок часу, протягом якого рівень запасів залишається від'ємним, тобто відчувається дефіцит продукції. Тоді $T = t_1 + t_2$ – тривалість циклу. Графік циклу змін запасів для такої моделі системи управління запасами зображено на рис. 3.

Обчислимо спочатку сумарні витрати c_T, які відповідають одному циклу зміни запасів. Враховуючи, що запаси рівномірно зменшуються зі швидкістю N, отримаємо: $s = Nt_1$, $n = NT$, $n - s = Nt_2$, звідки $t_1 = \dfrac{s}{N}$, $T = \dfrac{n}{N}$, $t_2 = \dfrac{n - s}{N}$. Середній об'єм продукції, яка знаходиться на зберіганні протягом проміжку часу t_1 (відповідного відсутності дефіциту), дорівнює $\dfrac{s}{2}$. Тому видатки на утримання цієї продукції дорівнюють $c_1 \cdot \dfrac{s}{2} \cdot t_1$ грн. Середній об'єм дефіциту

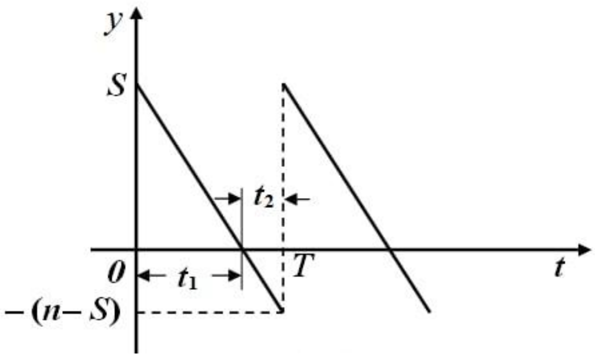

Рис. 3.

продукції в період його наявності t_2 дорівнює $\frac{n-s}{2}$. Відповідні витрати, обумовлені дефіцитом, становлять $h\cdot\frac{n-s}{2}\cdot t_2$ грн. У кожному циклі споживається одна партія продукції, тому видатки на її постачання дорівнюють A грн, а прямі витрати, пов'язані з закупівельними цінами, становлять nc грн. Таким чином,

$$c_T = A + c_1\cdot\frac{s}{2}\cdot t_1 + h\cdot\frac{n-s}{2}\cdot t_2 + nc\,.$$

Підставимо до правої частини цієї рівності значення t_1 та t_2, знайдені вище, отримаємо: $c_T = A + \frac{c_1 s^2}{2N} + \frac{h(n-s)^2}{2N} + nc$.

Протягом року здійснюється $\frac{N}{n} = \frac{1}{T}$ циклів змін запасів. Сумарні річні витрати z дорівнюють добутку $c_T\cdot\frac{N}{n}$. Отже,

$$z = \frac{AN}{n} + \frac{c_1 s^2}{2n} + \frac{h(n-s)^2}{2n} + Nc\,,$$

$$D(z) = \{(n;\, s):\ 0 < n < N,\ 0 < s < n\}\,.$$

Ми отримали функцію двох змінних n та s. Дослідимо її на екстремум. Знайдемо частинні похідні по кожній із змінних:

$$\frac{\partial z}{\partial n} = -\frac{AN}{n^2} - \frac{c_1 s^2}{2n^2} + \frac{h}{2n^2}\left(n^2 - s^2\right);\ \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{c_1 s}{n} - \frac{h(n-s)}{n}\,.$$

Для знаходження точок можливого екстремуму отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} -\frac{AN}{n^2} - \frac{c_1 s^2}{2n^2} + \frac{h}{2n^2}\left(n^2 - s^2\right) = 0, \\ \frac{c_1 s}{n} - \frac{h(n-s)}{n} = 0. \end{cases}$$

З другого рівняння знаходимо $s = \frac{nh}{c_1 + h}$. Підставимо це значення до першого рівняння системи. Розв'язавши його, отримаємо координати шуканої критичної точки $M_0(n_0;\, s_0)$:

$$n_0 = \sqrt{\frac{2AN}{c_1}}\cdot\sqrt{\frac{c_1 + h}{h}}\ ;\ s_0 = \sqrt{\frac{2AN}{c_1}}\cdot\sqrt{\frac{h}{c_1 + h}}\,.$$

Переконаймося, що знайдена критична точка належить області визначення $D(z)$. Ясно, що $n_0 > 0$ та $s_0 > 0$. Крім того, $\sqrt{\frac{c_1 + h}{h}} > 1$ для будь-якого $c_1 > 0$, $h > 0$, $0 < \sqrt{\frac{h}{c_1 + h}} < 1$ для будь-якого $c_1 > 0, h > 0$.

Тому $\sqrt{\frac{h}{c_1 + h}} < \sqrt{\frac{c_1 + h}{h}}$, звідки випливає нерівність $s_0 < n_0$.

Легко встановити правильність нерівності $n_0 < N$, як тільки буде виконуватися нерівність $N > \frac{2A}{c_1}\cdot\frac{c_1 + h}{h}$. Тобто за умови достатньо великої середньорічної швидкості N споживання продукції точка $M_0(n_0;\, s_0) \in D(z)$.

Перевіримо виконання достатніх умов існування екстремуму функції річних витрат у точці M_0.

$$\frac{\partial^2 z}{\partial n^2} = \frac{2AN}{n^3} + \frac{c_1 s^2}{n^3} + \frac{hs^2}{n^3}\ ;\ \frac{\partial^2 z}{\partial s^2} = \frac{c_1}{n} + \frac{h}{n}\ ;$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial n \partial s} = -\frac{c_1 s + hs}{n^2}\,.$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial n^2}\cdot\frac{\partial^2 z}{\partial s^2} - \left(\frac{\partial^2 z}{\partial n \partial s}\right)^2 = \frac{2AN(c_1 + h)}{n^4} > 0$$

для будь-якого $n > 0$ та $s > 0$.

$\frac{\partial^2 z}{\partial n^2} > 0$ для будь-якого $n > 0$, $s > 0$. Тому такі ж нерівності є правильними в точці $M_0(n_0;\, s_0)$. Таким чином, точка M_0 є точкою мінімуму. Легко перевірити, що граничні значення функції z на межі області $D(z)$ більші за значення $z(n_0;\, s_0)$. Отже, знайдений локальний мінімум є найменшим значенням функції z в області $D(z)$, а $z(n_0;\, s_0)$ – мінімальні сумарні річні витрати.

ОБГОВОРЕННЯ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Результати, отримані в роботі, обговорювалися на науково-методичних семінарах кафедри «Математика, фізика та астрономія» Одеського національного морського університету, а також доповідалися на щорічній науковій конференції ОНМУ.

ВИСНОВКИ

Отримані результати можуть бути безпосередньо застосовані в економіці та менеджменті. Розглянуті задачі можуть бути використані викладачами вищої математики в якості практичних завдань для підготовки студентів спеціальностей економіка, менеджмент, логістика та інших. Це веде до більш глибокого розуміння як економічних процесів в цілому, так і математичних понять та методів.

REFERENCES

[1] Voevudskiy, E.N., Konevtseva, N.A., Mahurenko, G.S., Tarasova, I.P. (1988). Ekonomiko-matematicheskie metodyi i modeli v upravlenii morskim transportom [Economic-mathematical methods and models in the management of maritime transport]. Moskva: Transport. [in Russian]

[2] Kyrylov, S.O., Kusik, L.I., Syvash, S.B., Sokolovska, H.V. (2020). Vyshcha matematyka (chastyna 1) [Higher mathematics (part 1)]. Hlobus.[in Ukrainian]

[3] Ivashchuk, O.T. (2008). Ekonomiko-matematychne modeliuvannia [Economic and mathematical modeling]. Ternopil: Ekonomichna dumka. [in Ukrainian]

[4] Bilotserkivskyi, O.B., Shyriaieva, N.V., Zamula, O.O. (2010). Ekonomiko-matematychne modeliuvannia [Economic and mathematical modeling]. Vydavnychyi tsentr NTU «KhPI». [in Ukrainian]

[5] Postan, M.Ya. (2006). Ekonomiko-matematicheskie modeli smeshannyih perevozok [Economic and mathematical models of mixed transportation]. Odesa: Astroprint. [in Russian]

[6] Holodnyakova, A.S. (2011). Ekonomiko – matematicheskoe modelirovanie restrukturizatsii sistemyi upravleniya v morskom portu [Economic and mathematical modeling of the restructuring of the management system in the seaport]. Rozvytok metodiv upravlinnia ta hospodariuvannia na transporti: Zb. nauk. prats, no. 35, pp. 156-171.

[7] Yurchuk, N.P. Vykorystannia ekonomiko-matematychnykh metodiv v upravlinni innovatsiinym rozvytkom ekonomichnykh system [The use of economic and mathematical methods in the management of innovative development of economic systems]. (2015). Investytsii: praktyka ta dosvid, no.18, pp. 28–32.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

[1] Воевудский, Е.Н., Коневцева, Н.А., Махуренко. Г.С., и Тарасова, И.П. (1988). *Экономико-математические методы и модели в управлении морским транспортом.* Москва: Транспорт.

[2] Кирилов, С.О., Кусік, Л.І., Сиваш, С.Б., і Соколовська, Г.В. (2020). *Вища математика (частина 1).* Глобус.

[3] Іващук, О.Т. (2008). *Економіко-математичне моделювання.* Тернопіль: Економічна думка.

[4] Білоцерківський, О.Б., Ширяєва, Н.В., і Замула, О.О. (2010). *Економіко-математичне моделювання.* Видавничий центр НТУ «ХПІ».

[5] Постан, М.Я. (2006). *Экономико-математические модели смешанных перевозок.* Одеса: Астропринт.

[6] Холоднякова, А.С. Экономико – математическое моделирование реструктуризации системы управления в морском порту. (2011). *Розвиток методів управління та господарювання на транспорті: Зб. наук. праць.* Вип.35. С. 156-171.

[7] Юрчук, Н.П. Використання економіко-математичних методів в управлінні інноваційним розвитком економічних систем. (2015). *Інвестиції: практика та досвід.* № 18. С. 28–32.

Дата надходження статті до редакції: 19.07.2022
Дата затвердження статті до друку: 28.07.2022