

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Український державний морський технічний університет
імені адмірала Макарова

МЕХАНІКА-2

Під редакцією О.О. Мочалова, В.П. Сипка

Рекомендовано Методичною радою УДМТУ
як методичні вказівки

Миколаїв 2003

Механіка-2: Методичні вказівки до лабораторних робіт з курсу фізики / Під редакцією *О.О. Мочалова, В.П. Сипка*. – Миколаїв: УДМТУ, 2003. – 40 с.

Кафедра фізики

Наведено описи робіт, які поставлені в лабораторіях кафедри фізики УДМТУ на базі сучасного обладнання. До кожної роботи подаються методика виконання та контрольні питання, які можуть бути використані при машинному способі контролю рівня підготовки студентів до виконання лабораторних робіт.

Розробили викладачі кафедри фізики: Н.І. Коваль (М-20), В.В. Кондратенко (М-20), В.М. Шенкевич (М-21), В.П. Сипко (М-22), О.О. Мочалов (М-23), М.В. Ушкаць (М-24), А.Д. Кулік (М-25), Л.І. Стратієнко (М-26), О.О. Таранчук (М-27).

Призначено для студентів всіх факультетів.

Рецензент канд. фіз-мат. наук, доцент Т.А. Юрченко

© Український державний морський
технічний університет, 2003

© Видавництво УДМТУ, 2003

Лабораторна робота М-20

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА

Мета роботи: визначення моменту інерції маятника на основі закону збереження енергії в механіці (механічна енергія замкнутої системи – величина стала).

Маятник Максвелла призначений для дослідження закону збереження енергії та визначення на підставі цього закону моменту інерції металевих кілець. Маятник Максвелла являє собою масивний диск, підвішений на двох нитках, прикріплених до осі диска. Загальний вигляд маятника Максвелла, що використовується в даній роботі, показано на рис. 20.1.

На основі 12 закріплена колонка 5, на якій закріплені нерухомий верхній кронштейн 6 та рухомий нижній 4. У верхній кронштейн вмонтовано електромагніт 9, верхній фотоелектричний датчик 7 та гвинт 8 для закріплення і регулювання довжини біфілярної підвіски маятника. Нижній кронштейн разом з прикріпленим до нього нижнім фотоелектричним датчиком 11 можна вільно переміщувати вздовж колонки та фіксувати у довільно вибраному положенні. Гвинтами 1 та 3 маятник нівелюється.

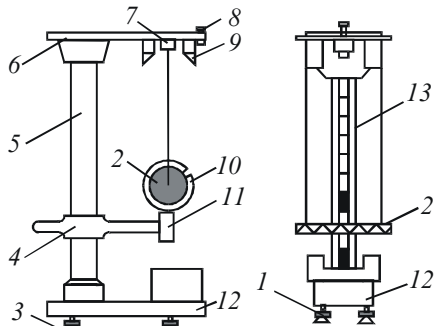


Рис. 20.1

Маятник приладу – це ролик 2, закріплений на осі та біфілярно підвішений до верхнього кронштейна. На ролик накладаються різної

маси кільця 10 , цим змінюється момент інерції маятника. Довжина маятника визначається за шкалою 5 , нанесеною на колонку приладу. Маятник утримується у верхньому положенні електромагнітом. Вирівнювання приладу здійснюється за допомогою ніжок $1, 3$.

Рух ролика такий, що прискорення його стале, направлене вниз, незалежно від того, вниз чи вгору рухається ролик (подібно до того, коли б він скочувався з не дуже крутої гори і потім знову викочувався на іншу таку ж гору) і дорівнює деякій частині прискорення сили тяжіння. Рух маятника Максвелла – це найпростіший випадок плоского руху твердого тіла.

Під час руху маятника прискорення ролика тим менше, а натяг нитки тим більший, чим більший момент інерції ролика. Опустившись до нижнього положення, коли нитка повністю розмоталася, диск знову почне підніматися вгору з початковою швидкістю, яка дорівнює швидкості, досягнутій у нижній точці. Прискорення у нього буде попереднє і направлене вниз. Рух будь-якої точки диска складається з поступального руху швидкістю V , яка дорівнює швидкості центра мас, та обертового навколо геометричної осі з кутовою швидкістю ω .

У верхньому положенні маятник має потенціальну енергію $E_{\text{п}} = mgh$. Якщо відпустити маятник, він почне падати і обертатися навколо своєї осі. Кінетична енергія його буде дорівнювати сумі кінетичних енергій поступального та обертового рухів:

$$E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}. \quad (20.1)$$

Система замкнута, силами тертя нехтуємо, отже, можна застосувати закон збереження механічної енергії:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}.$$

Оскільки $\omega = \frac{v}{R} = \frac{2v}{D}$, $v = \frac{2h}{t}$, то співвідношення (20.1) перетворюється:

$$mg = \frac{m2h}{t^2} + \frac{J8h}{D^2t^2}.$$

Звідси момент інерції маятника

$$J = \frac{1}{4} m D^2 \left(\frac{g t^2}{2h} - 1 \right), \quad (20.2)$$

де $D = D_o + 2D_n$ – зовнішній діаметр осі маятника з намотаною на неї ниткою (D_o – діаметр осі маятника, D_n – діаметр нитки підвісу); $m = m_o + m_p + m_k$ – маса маятника, що дорівнює сумі мас осі маятника, ролика та кільця (всі маси указані на деталях); h – довжина маятника, що дорівнює висоті, на яку він піднімається; t – час падіння маятника (вимірюється електронним секундоміром).

Методика виконання роботи

1. Вирівняти прилад.
2. Записати маси відповідних деталей.
3. Виміряти діаметри осі маятника, ролика та кільця.
4. Закріпити нижній кронштейн на заданій висоті та відрегулювати довжину нитки підвісу (край кільця повинен бути на 2...3 мм нижче від оптичної осі нижнього фотоелектричного датчика).
5. Зафіксувати маятник у верхньому положенні за допомогою електромагніта. При цьому проріз на кільці повинен збігатися з оптичною віссю (світловим променем) верхнього фотоелектричного датчика. Повернути маятник у напрямі його руху на кут, рівний приблизно 5° .
6. Натиснути клавішу СБРОС.
7. Натиснути клавішу ПУСК. У цей час електромагніт відключається і включається секундомір. У нижньому положенні маятника секундомір виключається. На табло висвічується час падіння маятника. Коливання маятника зупинити рукою.
8. Дослід повторити 4–5 разів.
9. За формулою (20.2) обчислити момент інерції маятника.
10. Абсолютну похибку визначити методом середнього арифметичного. Обчислити відносну похибку у відсотках.
11. Обчислити теоретичний момент інерції маятника за формулою

$$J_M = J_0 + J_p + J_k,$$

$$\text{де } J_0 = \frac{1}{8} m_o D_o^2; \quad J_p = \frac{1}{8} m_p (D_o^2 + D_p^2); \quad J_k = \frac{1}{8} m_k (D_p^2 + D_k^2).$$

12. Порівняти експериментально одержаний момент інерції з теоретичним (обчислити відносну похибку): $\frac{J - J_{\text{м}}}{J_{\text{м}}} \cdot 100 \%$.

Контрольні питання

1. Що являє собою маятник Максвелла?
2. Що називається моментом інерції матеріальної точки?
3. Що називається моментом інерції тіла?
4. На основі якого закону виводиться головне розрахункове співвідношення?
5. Чому дорівнює кінетична енергія маятника в нижній точці?
6. Як визначити довжину маятника?
7. Як фіксується маятник у верхньому положенні?
8. Як теоретично визначити момент інерції маятника?
9. Як визначається абсолютна похибка в даній роботі?
10. Як визначається відносна похибка в даній роботі?

Рекомендована література

Савельєв *И.В.* Курс общей физики: В 3 т. – М.: Наука, 1977. – Т. 1. – С. 135–145.

Лабораторна робота М-21

ВИЗНАЧЕННЯ МОДУЛЯ ЗСУВУ СТАЛІ ЗА ДЕФОРМАЦІЄЮ КРУЧЕННЯ

Мета роботи: ознайомлення з деформаціями зсуву та кручення, визначення модуля зсуву динамічним методом, розрахунок моменту інерції твердого тіла відносно довільної осі.

Зсувом називається така деформація твердого тіла, при якій всі його плоскі шари, паралельні деякій площині, що називається площиною зсуву, не викривляючись і не змінюючись у розмірах, зміщуються паралельно один одному.

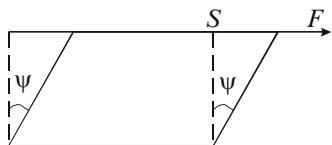


Рис. 21.1

Якщо нижню грань тіла у формі прямокутного паралелепіпеда закріпити нерухомо, а в площині верхньої грані S прикласти по дотичній силу F (рис. 21.1), то при малих зміщеннях відповідно до

закону Гука можна записати

$$\tau = G\psi,$$

де $\tau = F/S$ – дотична (тангенціальна) напруга; ψ – кут зсуву; G – величина, яка чисельно дорівнює напрузі, яка б виникла в тілі при $\psi = 1$ радіан. Модуль зсуву G експериментально часто визначають з деформації кручення. Деформація кручення виникає у зразку (наприклад, у циліндричному стержні), якщо його основу (площину) 1 закріпити нерухомо (рис. 21.2), а до верхньої частини (площини) 2 прикласти пару сил. При цьому нижній переріз (площина 1) зовсім не повернеться, а верхній (площина 2) під дією обертального моменту M повернеться навколо OO' на деякий кут α , який називають *кутом кручення*.

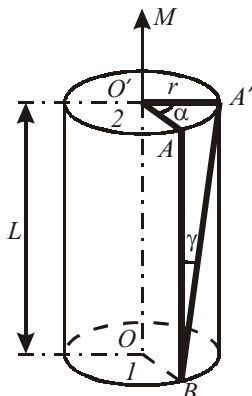


Рис. 21.2

Закон Гука для деформації кручення матиме вигляд

$$M = C\alpha,$$

де C – модуль кручення, який залежить не тільки від природи матеріалу, з якого виготовлене тіло, а й від його геометричної форми. В результаті деформації кручення твірна циліндра AB зміщується на кут γ в положення $A'B$. Це і є зсув, причому

$$\cup AA' = r\alpha. \quad (21.1)$$

З трикутника $AA'B$ при малому γ маємо

$$\cup AA' = \gamma L. \quad (21.2)$$

З рівнянь (21.1) і (21.2) отримаємо $r\alpha = \gamma L$.

Отже, деформацію кручення можна виразити через деформацію зсуву і навпаки.

Модуль кручення C однорідного циліндричного стержня діаметром D і довжиною L визначається за формулою

$$C = G \frac{\pi D^4}{32L}. \quad (21.3)$$

У даній роботі модуль зсуву визначається динамічним методом,

який ґрунтується на залежності періоду крутильних коливань маятника, закріпленого на дроті, від пружних властивостей матеріалу, з якого його виготовлено. Рух системи тіла навколо нерухомої осі згідно з основним законом динаміки обертального руху описується рівнянням

$$M_R = J_{\text{сист}} \varepsilon, \quad (21.4)$$

де $J_{\text{сист}}$ – момент інерції системи відносно осі обертання; ε – кутове прискорення руху тіла, що являє собою другу похідну від кута повороту α відносно осі обертання; $M_R = M_1 + M_2$ – сума моментів сил пружності, що виникають у верхній і нижній частинах дроту, причому $M_1 = M_2$. Відповідно до закону Гука момент пружних сил, що виникає в дроті при повороті тіла на малий кут α ,

$$M = -C\alpha. \quad (21.5)$$

Підставляючи вираз (21.4) у (21.5) і враховуючи $M_R = 2M_1$, отримуємо закон руху тіла:

$$J_{\text{сист}} \varepsilon = -2C\alpha \quad \text{або} \quad \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{2C}{J_{\text{сист}}} \alpha = 0.$$

Це диференціальне рівняння описує крутильні коливання тіла, період яких визначається за формулою

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_{\text{сист}}}{2C}}.$$

Момент інерції $J_{\text{сист}}$ дорівнює сумі моментів інерції тіл системи. В даній роботі тіло формою прямокутного паралелепіпеда закріплюють у рамці, яка в свою чергу закріплена двома вертикальними дротинами. Момент інерції $J_{\text{сист}}$ можна визначити як

$$J_{\text{сист}} = J_0 + J_T, \quad (21.6)$$

де J_0 – момент інерції ненавантаженої рамки; J_T – момент інерції паралелепіпеда. Позначивши масу паралелепіпеда через m , лінійні розміри через a , b , c , момент інерції паралелепіпеда відносно довільної осі l (рис.21.3) можна записати як

$$J_l = J_x \cos^2 \alpha + J_y \cos^2 \beta + J_z \cos^2 \gamma, \quad (21.7)$$

де J_x, J_y, J_z – головні моменти інерції паралелепіпеда; $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ – напрямні косинуси цієї прямої (див. рис.21.3), причому

$$J_x = \frac{m}{12}(b^2 + c^2); \quad J_y = \frac{m}{12}(a^2 + c^2); \quad J_z = \frac{m}{12}(a^2 + b^2).$$

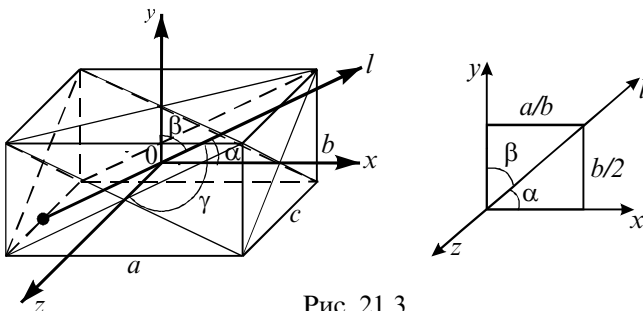


Рис. 21.3

Використавши (21.6), період коливань маятника можна записати як

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_0 + J_{\tau}}{2C}}.$$

Відповідно період коливань маятника без паралелепіпеда T_0 визначається за формулою

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_0}{2C}}.$$

Звідси можна знайти модуль кручення

$$C = \frac{2\pi^2 J_{\tau}}{T^2 - T_0^2} L. \quad (21.8)$$

Через співвідношення (21.8) та (21.3) визначаємо модуль зсуву

$$G = \frac{64\pi L J_{\tau}}{(T^2 - T_0^2) D^4}. \quad (21.9)$$

При виконанні роботи параметри установки L , D і періоди коливань T , T_0 вимірюються експериментально, J_T розраховується за формулою (21.7).

Опис експериментальної установки

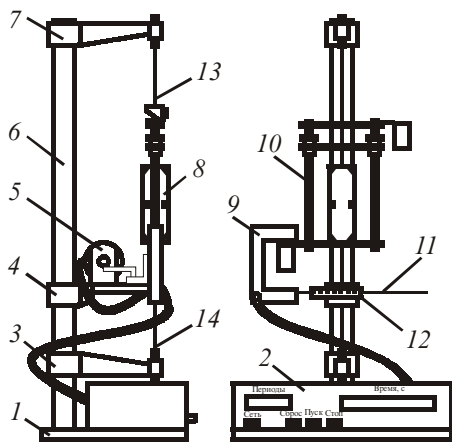


Рис. 21.4

На підставці 1 встановлено вертикальний стояк 6, на якому закріплені кронштейни 3, 4, 7 (рис. 21.4). На кронштейнах 3 і 7 жорстко закріплені кінці вертикальних дротин 13 і 14 однакової довжини L . Протилежні кінці дротин прикріплено до рами 10. На кронштейні 4 закріплено сталеву плиту 11, на якій розташовані фотоелектричний датчик 9, електромагніт 5 і кутова шкала 12. Положення електромагніта відносно датчика можна змінювати.

Досліджуване тіло 8 закріплюється в рамці за допомогою рухомої балки, яка може переміщатися по вертикальних стержнях рамки.

Параметри досліджуваних тіл

Маса, г	Розміри, мм
Тіло 1 – 980	50×50×50
Тіло 2 – 1884	40×60×100
Тіло 3 – 1962	50×50×100

Порядок виконання роботи

1. Отримавши досліджуване тіло, відповідно до вказівок викладача визначити осі (не менше трьох), відносно яких будуть відбуватися коливання.

2. Закріпити досліджуване тіло в рамці 10.

3. Увімкнути установку.

4. Установити електромагніт у задане положення на плиті 11. Зафіксувати його.

5. На панелі 2 відпустити кнопку ПУСК, якщо вона натиснута.

6. Повертаючи рамку 10, підвести стрілку рамки до електромагніта для фіксації в початковому положенні.

7. Натиснути СБРОС.

8. Натиснути ПУСК.

9. Після того, як система здійснила $(N - 1)$ повних коливань, натиснути кнопку СТОП (N – число коливань, задане викладачем).

10. Вимірювання за пп. 5–9 виконати три рази.

11. Закріпити тіло в інших положеннях, виконати п. 10.

12. Провести вимірювання t_0 для рамки без тіла.

13. Розрахувати періоди коливань для кожного випадку.

14. Виміряти мікрометром діаметр D дротин 13 і 14. Провести не менше трьох вимірювань для кожної дротини. Знайти $D_{\text{сер}}$.

15. Виміряти лінійкою (ціна поділки ≤ 1 мм) довжини дротин 13 і 14 ($L = 1/2(L_1 + L_2)$).

16. Розрахувати за формулами (21.7) момент інерції J_T відносно заданих осей.

17. За формулою (21.9) розрахувати модуль зсуву сталі G для кожного положення досліджуваного тіла.

18. Знайти середнє значення G .

19. Розрахувати ΔG методом середнього.

Контрольні питання

1. Що таке деформація зсуву?
2. Що називають модулем зсуву?
3. Який зв'язок між деформаціями зсуву та кручення?
4. Сформулюйте основний закон динаміки обертального руху.
5. Чому в системі виникають коливання?
6. Як в роботі визначають період коливань?
7. Що називають моментом інерції матеріальної точки?
8. Що таке момент інерції твердого тіла?
9. Що таке напрямні косинуси?
10. Від чого залежить період крутильних коливань маятника?
11. Як знайти похибку визначення модуля зсуву?

Рекомендована література

1. Бушок Г.Ф., Півень Г.Ф. Курс фізики: У 2 т. – К.: Вища школа, 1981. – Т. 1 – С. 18.
2. Савельєв И.В. Курс общей физики: В 3 т. – М.: Наука, 1982. – 1 т. – С. 63–66.
3. Стрелков С.П. Механика. – М.: Наука, 1975. – С.81–84.

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ТІЛА ЗА ДОПОМОГОЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

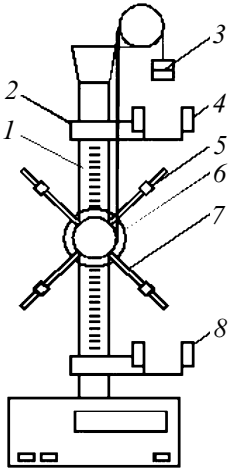


Рис. 22.1

Мета роботи: ознайомлення з маятником Обербека та визначення з його допомогою моменту інерції тіла.

Маятник Обербека (рис. 22.1) складається з чотирьох однорідних стержнів 7, котрі сполучаються з двоступінчастим диском 6, що обертається навколо нерухомої горизонтальної осі. Стержні з нанесеними поділками розташовані взаємно перпендикулярно і утворюють хрестовину. На стержнях хрестовини закріплені тягарці 5 однакової маси. Через диск перекинута нитка, один кінець котрої прикріплено до тягарців, а другий – до двоступінчастого диска 6, на якому знаходиться гальмовий електромагніт, що утримує хрестовину в стані спокою. Для вимірювання довжини шляху падіння тягарців на колоні є лінійка 1. Довжина шляху визначається положенням рухомого кронштейна 2. На рухомому і нерухомому кронштейнах закріплені фотоелектричні датчики 4, 8, котрі фіксують час падіння тягарців і вмикають гальмовий електромагніт. В основу приладу вмонтовано цифровий мілісекундомір.

Під дією рівнодійної сили, прикладеної до тягарця 3, нитка розмотується, тягарець опускається з прискоренням a і приводить маятник в обертальний рух. Рух тягарців вниз відбувається під дією сили тяжіння $P = mg$, направленої вниз, і сили натягу нитки F , направленої вгору. Тому для тягарця будемо мати $mg - F = ma$, звідки $F = mg - ma$.

Якщо припустити, що робота при обертанні верхнього диска не виконується, то по обидві сторони цього диска нитка буде натягнута однаково. Під дією сили натягу маятник приводиться в обертання. Момент обертальної сили $M = m(g - a)r$, де r – радіус шківів. Прискорення a можна визначити, якщо відомий час t , протягом якого тягарець опускається на відстань h , за формулою $a = 2h/t^2$.

Обертальний момент, що діє на нашу систему, визначається

рівністю

$$M = m(g - 2h/t^2)r. \quad (22.1)$$

За основним законом динаміки обертального руху

$$M = J \frac{d\omega}{dt}, \quad M = J\varepsilon, \quad (22.2)$$

де J , ε – момент інерції та кутове прискорення маятника.

Момент інерції маятника чисельно дорівнює сумі моментів інерції матеріальних точок, на які поділено маятник. Момент інерції матеріальної точки – добуток маси точки на квадрат відстані до осі обертання. Момент інерції є мірою інертності тіла в обертальному русі.

Кутове прискорення маятника визначається за формулою

$$\varepsilon = \frac{2h}{rt^2}. \quad (22.3)$$

З (22.1)–(22.3) після перетворень отримаємо вираз для моменту інерції маятника

$$J = \frac{m(g - 2h/t^2)r^2t^2}{2h} = \frac{md^2}{4} \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right), \quad (22.4)$$

де m – маса спадаючих тягарців; h – відстань, на яку опуститься тягарець; t – час падіння тягарця; d – діаметр шківів, який дорівнює 84 мм; g – прискорення вільного падіння. Диск зупиниться в необхідний момент за допомогою гальмівного елемента, що знаходиться з тильної сторони диска.

Методика виконання роботи

Увага! При виконанні роботи

СУВОРО ДОТРИМУВАТИСЬ МЕТОДИКИ!

1. Рухомі тягарці 5 (див. рис. 22.1), що знаходяться на стержнях 7, встановити на задану викладачем відстань від осі обертання.
2. Відрахувати зарозташованою на колоні шкалою l відстань h , на яку опустили тягарці.
3. Увімкнути шнур вимірювача в мережу живлення. Клавішу СЕТЬ не натискати.

4. Перемістити тягарці 3 у верхнє положення I , обертаючи хрестовину за годинниковою стрілкою. Сполучити нижній кінець тягарців з горизонтальною рисою на вертикальній поверхні корпусу верхнього фотоелектричного датчика. Натиснути клавішу СЕТЬ. Перевірити, чи показують всі індикатори вимірника "нуль"; чи горять всі індикатори обох фотоелектричних датчиків (система при цьому заблокована електромагнітом).

5. Установити задану викладачем кількість тягарців і заспокоїти їх. Натиснути клавішу ПУСК та виміряти секундоміром час падіння тягарців t на шляху h .

6. Натиснути клавішу СБРОС та впевнитись у тому, що на шкалі відліку часу з'явилися нулі.

7. Намотуючи нитку на диск, перемістити тягарці у верхнє положення. Відпустити клавішу ПУСК і перевірити, чи відбулося повторне блокування системи.

8. Натиснути клавішу ПУСК і знову виміряти час падіння тягарців.

9. Вимірювання повторити з трьома різними тягарцями не менше трьох разів для кожного тягарця. Виміряні значення занести до таблиці.

10. За формулою (22.4) розрахувати момент інерції системи для кожного тягарця, усереднити час падіння тягарців.

11. Похибку J рахувати методом середнього.

Контрольні питання

1. Що називається моментом інерції матеріальної точки?
2. Чому дорівнює момент інерції маятника?
3. Які сили діють на тягарець 3?
4. Під дією якої сили маятник приводиться в рух?
5. Запишіть математичний вираз другого закону динаміки обертального руху.
6. Що є мірою інертності в обертальному русі?
7. Чому дорівнює момент обертальної сили?

Рекомендована література

1. Бушок Г.Ф., Півень Г.Ф. Курс фізики: У 2 т. – К.: Вища школа, 1981. – Т. 1. – С. 65–69.
2. Трофимова Т.И. Курс фізики. – М.: Наука, 1990. – С. 31–36.

ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ ПОЛЬОТУ КУЛІ ЗА ДОПОМОГОЮ БАЛІСТИЧНОГО КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА

Мета роботи: ознайомлення з будовою балістичного крутильного маятника та вивчення явища непружного удару.

Крутильний балістичний маятник (рис. 23.1 та 23.2) складається з основи 2, в яку вмонтовані регулюючі гвинти 1, електронний секундомір та лічильник кількості коливань; колони 3 з кронштейнами: верхнім 8, нижнім 14 та середнім 4. Між верхнім і нижнім кронштейнами натягнута пружна струна 13 з підвішеним на ній крутильним маятником. Сам маятник являє собою два горизонтально розташовані однорідні стержні 5, якими вільно можуть переміщатися рухомі тягарці 7. До кінців стержнів прикріплено чашки 6, наповнені пластиліном. Знизу до маятника прикріплено поводок 11.

Весь маятник знаходиться в прозорому корпусі, на бічній поверхні якого нанесена кутова шкала 10. З середнім кронштейном жорстко зв'язані стріляючий пристрій 9 та фотоелектричний датчик 12.

Куля, вилітаючи зі стріляючого пристрою, влучає в нерухому чашку 6, наповнену пластиліном, надає їй імпульс сили і тим самим виводить маятник зі стану спокою. Маятник починає обертатися навколо нерухомої осі, закручуючи струну. Виникає пружна деформація струни. Користуючись законом збереження моменту імпульсу, запишемо

$$mvr = (J + J_k)\omega,$$

де m – маса кулі; v – швидкість кулі; r – відстань кулі від точки удару

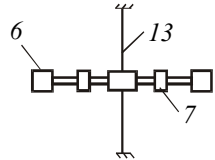


Рис. 23.1

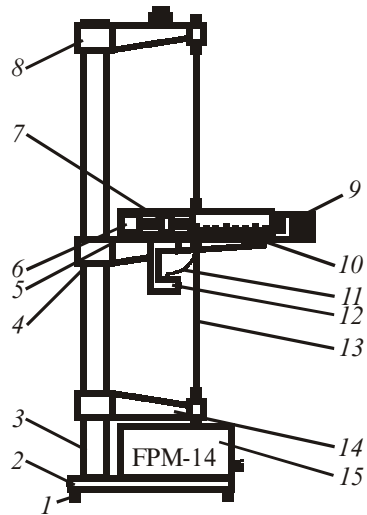


Рис. 23.2

до осі обертання маятника; ω – кутова швидкість обертання балістичного маятника; $J, J_{\text{к}}$ – моменти інерції маятника та кулі.

Оскільки $I_{\text{к}} \ll I$, то попереднє рівняння можна спростити і швидкість кулі визначити за формулою

$$v = \frac{J\omega}{mr}. \quad (23.1)$$

Маятник буде повертатися навколо осі доти, доки його кінетична енергія не перетвориться на потенціальну енергію пружно деформованої струни. Кінетична енергія тіла, що обертається, $W_{\text{к}} = \frac{J\omega^2}{2}$,

а потенціальна енергія деформованої струни дорівнює роботі, що виконується під час її скручування, $dA = Md\alpha$, де M – момент сили; $d\alpha$ – елементарний кут повороту маятника.

Момент сили можна записати як $M = k\alpha$, де α – кут закручування струни; k – деякий коефіцієнт, який характеризує її пружні властивості. Тоді $dA = k\alpha d\alpha$, а повна робота після інтегрування $A = k\alpha^2/2$.

Застосувавши закон збереження енергії, матимемо

$$\frac{J\omega^2}{2} = \frac{k\alpha^2}{2},$$

звідки

$$\omega = \alpha \sqrt{\frac{k}{J}}. \quad (23.2)$$

Легко довести, що диференціальне рівняння крутильних коливань має вигляд

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} + k\alpha = 0,$$

а його розв'язок –

$$\alpha = \alpha_0 \cos \sqrt{\frac{k}{J}} t.$$

Отже, власна частота коливань маятника

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{J}}.$$

Оскільки $\omega = 2\pi/T$, де T – період коливань, то

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{k}}. \quad (23.3)$$

Використовуючи (23.2) і (23.3), одержимо $\omega = \frac{2\pi}{T} \alpha$.

Зі співвідношення (23.3) знаходимо $J = \frac{T^2 k}{4\pi^2}$.

Підставивши значення ω та J у рівняння (23.1), матимемо

$$v = \frac{\alpha k T}{2\pi m r}. \quad (23.4)$$

Щоб визначити коефіцієнт k , змістимо тягарці 7 в нове положення R , тобто змінимо момент інерції маятника, і знову визначимо період коливань маятника. Це дасть нам два рівняння:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} J, \quad T_1^2 = \frac{4\pi^2}{k} J_1$$

або

$$T^2 - T_1^2 = \frac{4\pi^2}{k} (J - J_1). \quad (23.5)$$

Моменти інерції $J = J_0 + 2MR^2$; $J_1 = J_0 + 2MR_1^2$, де J_0 – момент інерції маятника без рухомих тягарців; $2MR^2$ та $2MR_1^2$ – моменти інерції тягарців відносно осі обертання; M – маса тягарців.

Тоді $J - J_1 = 2M[R^2 - R_1^2]$.

Враховуючи це, зі співвідношення (23.5) отримуємо

$$k = \frac{8\pi M(R^2 - R_1^2)}{T^2 - T_1^2}. \quad (23.6)$$

Замірявши M , R , R_1 та підрахувавши періоди T , T_1 , визначимо k . Отримане значення підставимо у формулу (23.4) і знайдемо v .

Порядок виконання роботи

1. Записати масу кулі.
2. Рухомі тягарці маятника встановити на максимальну відстань від осі обертання ($R = 90$ мм).

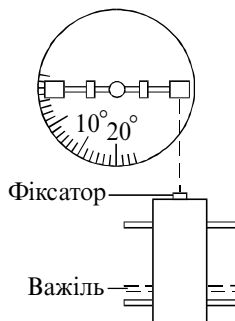


Рис. 23.3

3. Зарядити стріляючий пристрій (рис. 23.3). Для цього другий від себе важіль пристрою опустити вниз, перемістити його вперед і повернути в горизонтальне положення. Переміщаючи важіль у зворотному напрямку, стиснути пружину до її фіксації. Насадити кулю на верхній стержень стріляючого пристрою.

4. Установити маятник на нульову поділку кутової шкали приладу.

5. Зробити постріл. Для цього рухомий важіль стріляючого пристрою опустити вниз.

6. Якщо куля застрягла в пластиліні маятника, то зафіксувати і записати величину кута відхилення α .

7. Користуючись нанесеною на чашку шкалою та поділками на стержнях маятника, виміряти відстань r від середини кулі до осі обертання.

8. Виконати не менше трьох пострілів. Кожного разу записувати значення кута α та відстані r .

9. Увімкнути установку, послідовно натиснувши клавіші СЕТЬ та СТОП.

10. Установити поводок в області світлового променя датчика.

11. Повернути маятник на $10...15^\circ$ і відпустити його.

12. Натиснути кнопку СБРОС. Секундомір почне відлік часу, а на екрані ПЕРИОДЫ висвічуватиметься кількість повних коливань маятника.

13. Слідкувати за екраном. Коли система здійснить $(N - 1)$ повних коливань, натиснути кнопку СТОП (N – кількість коливань, заданих викладачем). Записати час t та кількість коливань N . Дослід повторити не менше трьох разів.

14. Перемістити тягарці 7 на чотири-шість поділок, записати значення R_1 (положення тягарців). Виміряти час t , протягом якого система здійснює N коливань.

15. Обчислити періоди коливань T та T_1 , користуючись формулою $T = t/N$.

16. Обчислити середні значення T , T_1 , r , α (значення кута α перевести в радіани).

17. За формулою (23.6) обчислити значення коефіцієнта k (тричотири рази).

18. Значення швидкості польоту кулі v обчислити за формулою (23.4), підставляючи середні значення T , k , α , r .

19. Похибки Δv обчислити методом диференціювання натурального логарифму, Δk – методом середнього, Δm – за масою найменшої з гирьок, $\Delta M = 0,5$ г.

20. Отримані результати занести до таблиці.

№ з/п	$R = 90$ мм							$R_1 =$			m	Δm	M	ΔM
	r	Δr	α	$\Delta \alpha$	t	T	ΔT	t_1	T_1	ΔT_1				
1														
2														
3														
Середнє														

Контрольні питання

1. Які сили, що діють на балістичний маятник, викликають крутильні коливання?

2. Чому дорівнює момент сили?

3. Чому дорівнює імпульс сили?

4. Чому дорівнює момент імпульсу?

5. Записати формулу закону збереження моменту імпульсу стосовно балістичного маятника.

6. Чому дорівнює кінетична енергія обертового руху?

7. Дати визначення кутової швидкості.

8. В яких одиницях вимірюється значення кута в СІ?

9. Записати диференціальне рівняння крутильних коливань балістичного маятника.

Рекомендована література

1. Горбачук І.Т., Кучерук І.М. Загальний курс фізики: У 3 т. – К.: Техніка, 1999. – Т. 1. – С. 86–100.

2. Трофимова Т.И. Курс фізики. – М.: Наука, 1990. – С. 32–38.

ВИЗНАЧЕННЯ ЗЕМНОГО ПРИСКОРЕННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ МАТЕМАТИЧНОГО ТА ОБОРОТНОГО МАЯТНИКІВ

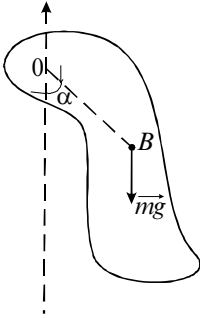


Рис. 24.1

Мета роботи: ознайомлення з оборотним маятником, визначення за його допомогою та за допомогою математичного маятника прискорення сили тяжіння.

Розглянемо випадок руху твердого тіла навколо нерухомої осі (рис. 24.1), коли момент зовнішніх сил зумовлений дією сили тяжіння. Якщо центр інерції тіла знаходиться в точці B , то виходячи з основного закону динаміки обертального руху, момент сили тяжіння відносно горизонтальної осі обертання, яка проходить через точку O , дорівнює

$$M = -mgl \sin \alpha, \quad (24.1)$$

де l – відстань від осі обертання до центра інерції B (OB); α – кут між вертикаллю та лінією, яка проходить через вісь обертання та центр інерції.

Знак "–" у формулі (24.1) пояснюється тим, що момент сили тяжіння намагається повернути виведене з положення рівноваги тіло (наприклад, якщо тіло відхилити від вертикалі проти годинникової стрілки на кут α , момент сили тяжіння буде повертати його за годинниковою стрілкою). Під дією моменту M тіло буде здійснювати коливальний рух відносно осі O . Тверде тіло, яке може виконувати коливання відносно нерухомої осі (або точки), яка не збігається з його центром інерції, називають *фізичним маятником*. Позначивши кутове прискорення $\ddot{\alpha} = d^2\alpha/dt^2$, запишемо для фізичного маятника рівняння динаміки обертального руху:

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -mgl \sin \alpha \quad \text{або} \quad \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mgl}{J} \alpha = 0, \quad (24.2)$$

де J – момент інерції фізичного маятника відносно даної осі обертання; $\sin \alpha \approx \alpha$ – для малих кутів α .

Для математичного маятника аналогічне рівняння моментів має

ВИГЛЯД

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\frac{g}{l_m} \sin \alpha \quad \text{або} \quad \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{g}{l_m} \alpha = 0. \quad (24.3)$$

Вирази (24.2) та (24.3) є диференціальними рівняннями гармонічних коливань, де коефіцієнт при α є квадратом циклічної частоти ω_0 . Тому період T коливань фізичного маятника виражається формулою

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}, \quad (24.4)$$

а математичного –

$$T_m = 2\pi \sqrt{\frac{l_m}{g}}. \quad (24.5)$$

Фізичний маятник характеризується зведеною довжиною $l_{зв}$, яка є довжиною такого математичного маятника, у якого період коливань збігається з періодом коливань фізичного маятника. З формул (24.4) та (24.5) знаходимо

$$l_{зв} = \frac{J}{ml}. \quad (24.6)$$

Застосовуємо теорему Штейнера, згідно з якою момент інерції тіла відносно довільної осі дорівнює сумі моментів інерції відносно паралельної осі, що проходить через центр інерції J_B , та добутку маси тіла на квадрат відстані між осями l , тобто

$$J = J_B + ml^2. \quad (24.7)$$

Підставивши (24.7) у (24.6), отримаємо

$$l_{зв} = l + \frac{J_B}{ml}.$$

Оскільки $J_B/ml > 0$, то $l_{зв} > l$. Точка O_1 (рис. 24.2,*а*), відносно якої здійснює коливання фізичний маятник, має назву *точки підвісу*. Точка O_2 , яка лежить на прямій, що проходить через точку підвісу і

центр інерції B , та віддалена від точки підвісу на відстань зведеної довжини l_{3B} , має назву *точки (центра) коливань* фізичного маятника. Якщо перевернути фізичний маятник на 180° і взяти за точку підвісу точку коливань O_2 , то зведену довжину l_{3B2} перевернутого маятника (рис. 24.2,б) можна розрахувати за формулою

$$l_{3B2} = \frac{J_2}{ml_2}, \quad (24.8)$$

де J_2 – момент інерції фізичного маятника відносно осі, яка проходить через точку O_2 . За теоремою Штейнера

$$J_2 = J_B + ml_2^2. \quad (24.9)$$

З рис. 24.2 маємо

$$l_2 = |O_2 B| = l_{3B} - l. \quad (24.10)$$

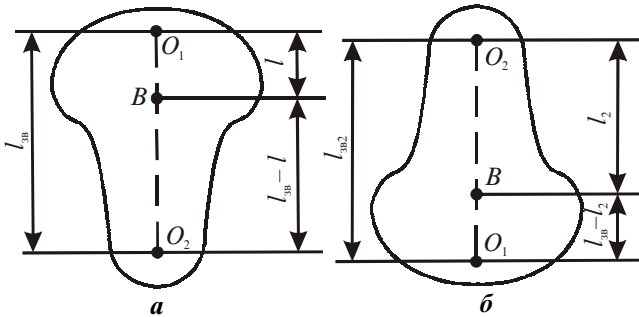


Рис. 24.2

Враховуючи формули (24.8)–(24.10), маємо

$$l_{3B2} = \frac{J_B - ml_2^2}{ml_2} = \frac{J_B}{m(l_{3B} - l)} + l_{3B} - l = (J_B + ml^2 - ml_{3B}l) \frac{1}{m(l_{3B} - l)} + l_{3B}.$$

Але, згідно з формулами (24.7) та (24.6), $ml_{3B} = J_B + ml_2$. Тоді $l_{3B2} = l_{3B}$, тобто зведені довжини маятника в прямому та перевернутому положеннях однакові. Отже, будуть однаковими і періоди коливань:

$$T = T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_{3B}}{g}},$$

звідки

$$g = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 l_{\text{зв}}. \quad (24.11)$$

Дослідивши коливання оборотного маятника, знаходимо період коливань T . Тепер формула (24.11) дає можливість експериментально визначити прискорення сили тяжіння за допомогою універсального маятника, загальний вигляд якого зображено на рис. 24.3. Основа 2 має регульовані ніжки 3, які дозволяють вирівнювати прилад. В основі закріплена колонка 8, на котрій зафіксовано верхній кронштейн 10 та нижній 5 з фотоелектричним датчиком 6 на колонці. Верхній кронштейн 10 фіксується за допомогою гвинта 9.

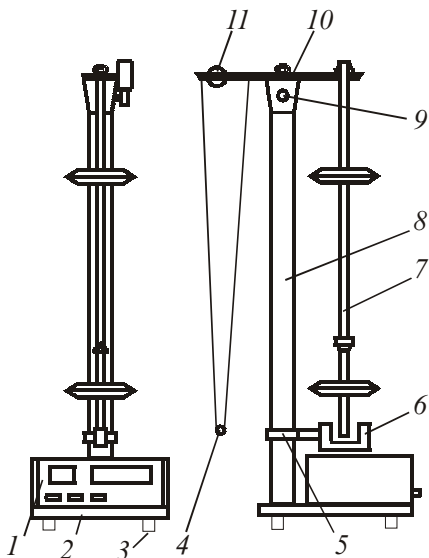


Рис. 24.3

З одного боку кронштейна 10 знаходиться математичний маятник 4, з другого – обертальний маятник 7. Обертальний маятник зроблено у вигляді сталевго стержня, на якому зафіксовані дві повернуті одна проти одної опорні призми та два ролики-тягарці. На стержні через кожні 10 мм зроблено кільцеві проточки, які допомагають точніше визначити довжину оборотного маятника. Призму та ролик можна переміщати вздовж стержня та фіксувати в положенні, кратному 10 мм. Нижній кронштейн разом з фотоелектричним датчиком можна переміщати вздовж колонки та фіксувати у будь-якому положенні. Довжину математичного маятника можна регулювати за допомогою барабанчика 11 і визначати за допомогою шкали на колонці.

Порядок виконання роботи

1. За допомогою регульованих ніжок 3 установити основу 2 універсального маятника горизонтально. При цьому математичним маятником можна користуватися як виском.

2. Підключити установку до джерела струму 220 В; натиснути перемикач СЕТЬ та перевірити, чи всі індикатори вимірювача по-

казують цифру "ноль", чи горить лампочка фотоелектричного датчика.

3. Для визначення земного прискорення за допомогою математичного маятника необхідно:

нижній кронштейн разом з фотоелектричним датчиком установити в нижній частині колонки так, щоб верхня грань кронштейна була на поділці, не меншій ніж 50 см; затягнути гвинт, фіксуючи фотоелектричний датчик у вибраному положенні;

повертаючи верхній кронштейн, установити математичний маятник над датчиком;

за допомогою барабанчика II встановити довжину математичного маятника так, щоб риска на кульці була продовженням риски на корпусі фотоелектричного датчика;

надати маятнику рух, відхиливши його на $4...5^\circ$ від положення рівноваги;

натиснути кнопку СБРОС (ZER);

після відрахування вимірником $(N - 1)$ повних коливань натиснути клавішу СТОП (STOP), $(N - \text{кількість коливань, заданих викладачем})$;

визначити період коливань маятника T_m за кількістю коливань N та відповідним часом t : $T = t/N$.

4. За шкалою приладу відрахувати довжину маятника l_m . За формулою (24.11), підставивши $T = T_m$ та $l_{\text{зв}} = l_m$, визначити прискорення g для знайдених значень T_m та l_m . Дослід повторити три рази для різних чисел коливань маятника. Знайти середнє значення g , похибку виміру визначити методом середнього.

5. Для визначення земного прискорення за допомогою обертового маятника необхідно:

повернути верхній кронштейн на 180° ;

установити задані викладачем положення опорних призм крайнього ролика-тягарця;

підвісити маятник на опорній призмі, яка знаходиться поблизу кінця стержня, при цьому призму опертися на укладку верхнього кронштейна;

нижній кронштейн разом з фотоелектричним датчиком установити таким чином, щоб стержень маятника перетинав оптичну вісь датчика;

надати маятнику рух, відхиливши його на $4...5^\circ$ від положення рівноваги;

натиснути клавішу СБРОС;

після відліку вимірником ($N - 1$) повних коливань натиснути клавішу СТОП (N – кількість коливань, заданих викладачем);

визначити період коливань T_{Π} обертового маятника за заміряним числом коливань та відповідним часом: $T_{\Pi} = t/N$;

перевернути маятник на 180° та підвісити на другій опорній призмі;

нижній кронштейн з фотоелектричним датчиком треба перемастити таким чином, щоб маятник перетинав оптичну вісь;

аналогічним чином визначити період коливань T_0 маятника в цьому (другому) положенні та порівняти результат з одержаним раніше значенням періоду T_{Π} ;

якщо $T_{\Pi} < T_0$, то другу опорну призму переміщуємо так, щоб збільшити відстань між призмами; якщо $T_{\Pi} > T_0$, то зменшити відстань. Установку роликів-тягарців і першої опорної призми не змінювати;

положення другої опорної призми змінювати до тих пір, доки T_{Π} та T_0 не будуть відрізнятися не більше ніж на 0,5 %;

визначити зведену довжину обертового маятника $l_{зв}$ за числом сантиметрових поділок між опорними призмами;

за формулою (24.11) визначити прискорення g для знайдених значень періоду $T_{\Pi} = T_0 = T$ та зведеної довжини $l_{зв}$;

дослід повторити три рази для різних чисел коливань маятника при незмінній зведеній довжині. Знайти середнє значення g , похибку вимірів визначити методом середнього.

Контрольні питання

1. Який фізичний зміст прискорення вільного падіння тіл?
2. Що таке математичний маятник?
3. Що таке фізичний маятник?
4. Що таке зведена довжина фізичного маятника?
5. По якій траєкторії буде рухатися кулька математичного маятника, якщо його нитку перепалити в той момент, коли кулька проходить положення рівноваги?
6. Як зміниться період коливань маятника з залізною кулькою, якщо під ним розташувати електромагніт?
7. Як треба пересувати тягарець сочевицеподібної форми маятника, якщо годинник відстає?
8. Що таке обертовий маятник?
9. Що таке період гармонічних коливань?

10. Що таке момент інерції твердого тіла?
11. Сформулюйте теорему Штейнера.

Рекомендована література

1. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики: В 3 т. – М.: Наука, 1969. – Т. 1. – С. 269–271.
2. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3 т. – М.: Наука, 1973. – Т. 1. – С. 234–238.
3. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3 т. – М.: Наука, 1977. – Т. 1. – С. 169–199.

Лабораторна робота М-25

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ТЕРТЯ ЗА ДОПОМОГОЮ ПОХИЛОГО МАЯТНИКА

Мета роботи: вивчення способу визначення коефіцієнта тертя та періоду коливань за допомогою похилого маятника.

При переміщенні одного тіла по поверхні іншого виникають сили тертя (зовнішнє тертя). Вони обумовлені головним чином атомною та молекулярною взаємодією тіл, які дотикаються. Тертя супроводжується витратами енергії внаслідок переходу механічної енергії в інші види (теплову, енергію звукових коливань, електричну та ін.). Під час перекочування циліндра або кулі по поверхні твердого тіла виникає тертя кочення, або тертя II роду. Витрати енергії при коченні частіше значно менші, ніж при ковзанні, але в механізмах прецизійних приладів (гіроскопах, вимірювальних пристроях), де розвиваються дуже малі потужності, частка витрат енергії в підшипниках може стати досить великою.

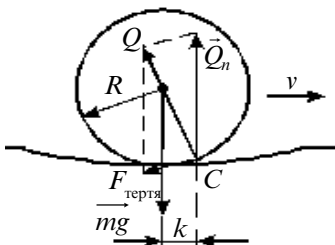


Рис. 25.1

Походження тертя кочення можна уявити так. Коли одне тіло (куля або циліндр) котиться по поверхні іншого тіла, воно трохи вдавлюється в поверхню, а саме трохи стискається (пружні та пластичні деформації). Таким чином, тіло, яке котиться, весь час мовби вкочується на похилу площину (рис. 25.1).

Разом з тим відбувається відрив частинок однієї поверхні від іншої, а сили зчеплення між поверхнями заважають цьому (адгезія). Ці явища і викликають тертя кочення. Чим твердіші поверхні, тим менше вдавнення і тим менше тертя кочення.

Величина сили тертя кочення залежить від геометричної форми тіла, що котиться, навантаження, якості обробки поверхні, твердості тіл, які дотикаються (поліровки, загартування поверхонь і т. д.). Знання коефіцієнта тертя кочення необхідне для визначення впливу на втрати енергії геометричної форми тіл, що котяться, якості обробки поверхні кочення, а також твердості тіл, що дотикаються.

При вдавлюванні тіла, що котиться, в поверхню, по якій котиться, лінія дії реакції опору $\vec{Q}$ не збігається з лінією дії сили нормального тиску $\vec{N}$. Така невідповідність викликає момент сили, який здійснює опір коченню і є пропорційним навантаженню. З цього видно, що

$$M_{\text{тертя}} = kQ_n (Q_n \approx N),$$

де k – коефіцієнт тертя кочення, який також має назву "плече тертя" (див. рис. 25.1) і вимірюється розмірністю довжини. На рис. 25.1 C – точка стикання поверхонь, що труться. У першому наближенні (при рівномірному русі) можемо вважати $F_{\text{тертя}} R = Nk$, тоді

$$F_{\text{тертя}} = k \frac{N}{R}, \quad (25.1)$$

де R – радіус тіла, яке котиться.

У даній роботі коефіцієнт тертя кочення кулі по площині визначається методом похилого маятника. Маятник – це підвішена на нитці металева кулька, що котиться по плоскій поверхні, розташованій на похилій площині. Затухання коливань маятника обумовлене, головним чином, тертям кочення.

Якщо при коливанні похилого маятника знехтувати витратами енергії на подолання опору повітря, тертям у підвісі, деформацією закручування нитки, розсіюванням енергії, то можна вважати, що потенціальна енергія піднятого маятника масою m при коливаннях переходить у роботу з подолання сил тертя кочення^{*)}. Тоді закон збереження енергії набуває вигляду $mg\Delta h = F_{\text{т}}\Delta S$, де Δh – втрата

^{*)} Механика: Методические указания к выполнению лабораторных работ по физике / Под ред. Н.Г. Григича. – Николаев: НКИ, 1985. – С. 51–55.

висоти центрм ваги маятника; ΔS – загальна довжина шляху, який пройшла куля за n циклів коливань.

Враховуючи співвідношення (25.1) та зв'язок Δh з Δl (рис. 25.2), одержимо $k = R \frac{\Delta l}{\Delta S} \operatorname{tg} \beta$, де l – довжина маятника; $\Delta l = OE - OD$; β – кут нахилу маятника; $\Delta h = \Delta l \sin \beta$; $N = mg \cos \beta$.

Після математичних перетворень одержимо вираз для розрахунку коефіцієнта тертя кочення:

$$k = R \frac{\alpha_0 - \alpha_n}{4n} \operatorname{tg} \beta = D \frac{\alpha_0 - \alpha_n}{8n} \operatorname{tg} \beta, \quad (25.2)$$

де D – діаметр кульки, мм; α_0 – амплітудне значення кута, на який відхилено маятник у початковий момент, рад; α_n – амплітуда відхилення через n коливань, рад. Формула (25.2) справедлива при малих кутах відхилення α_0 .

Опис приладу

Похилий маятник FPM-07, застосований в даній роботі, зображено на рис. 25.2.

На основі 11 розташовані мілісекундомір 1, колонка 8, фотоелектричний датчик 2, шкали 5 та 9 для відліку кутів відхилення α_0 та α_n кульки 10 від положення рівноваги та кутів β – нахилу колонки. У

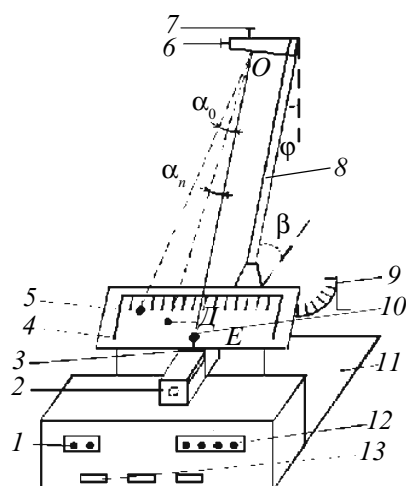


Рис. 25.2

верхній частині колонки закріплена нитка маятника з кулькою на кінці. Довжину маятника можна змінювати гвинтом 6, відпустивши попередньо стопорний гвинт 7. Кулька кочиться по плоскій пластині 4. Є набір пластинок з різного матеріалу. При коченні кульки під час перетину воротком 3 світлового променя датчика спрацьовує мілісекундомір і на індикаторах 12 ведеться відлік числа періодів n та часу кочення t . За цими даними можна додатково визначити період коливань маятника. Клавіші 13 – СЕТЬ, СТОП та СБРОС. Перша вмикає та

вимикає живлячу напругу, друга – зупиняє (закінчує) процес відліку, третя викликає скидання схеми мілісекундоміра та готовність його реагувати на новий сигнал датчика.

Методика виконання роботи

1. Установити в паз для дослідження плоский зразок 4 (якщо він не встановлений попередньо).

2. Установити вибрану або задану викладачем довжину маятника; прослідкувати, щоб вороток 3 при коченні кульки перетинав світловий промінь датчика та не торкався самого датчика.

3. Установити опорними гвинтами 14 маятник в таке положення, щоб його нитка знаходилася проти нульової поділки шкали 5.

4. Установити заданий нахил колонки ($\varphi \approx 30...70^\circ$) за допомогою маховика на шкалі 9, перед тим відпустивши стопорний гвинт на маховику. Занести значення кута $\beta = 90^\circ - \varphi$ до таблиці. Заміряти штангенциркулем діаметр кульки (три-п'ять разів).

5. Увімкнути прилад. Натиснути клавішу СЕТЬ. Перевірити, чи усі індикатори вимірників 12 висвітлюють "нулі", а також засвітилась чи ні лампочка фотоелектричного датчика. Прилад розігрівати не потрібно.

6. Відхилити кульку від положення рівноваги на кут $\alpha_0 \leq 10^\circ$ за шкалою 5 та записати значення α_0 в таблицю. Плавно відпустити маятник, одночасно натиснувши клавішу СБРОС. З цього часу починається відлік n та t . Після того, як маятник виконає n повних коливань, відмітити кут α_n , натиснувши перед цим СТОП на секундомірі, коли висвічується $(n - 1)$ коливань.

7. Результати дослідження занести до таблиці. Дослід повторити три-п'ять разів при різних значеннях діаметра D , мм. Скидання показників секундоміра робити після того, як кулька відведе- на знову на кут α_0 , а секундомір готовий реагувати на новий сигнал датчика.

α_n , град	t , с	α_n , град	t , с	α_n , град	t , с
$n = 10$		$n = 8$		$n = 5$	

Контрольні питання

1. Запишіть робочу формулу для розрахунку коефіцієнта тертя кочення k та поясніть, що означають величини, які до неї входять.

2. Які закони фізики використовуються при виведенні робочої формули для коефіцієнта тертя кочення?

3. Як залежить коефіцієнт тертя кочення від довжини маятника?
4. При якій умові виникає момент пари сил під час кочення?
5. Від чого залежить коефіцієнт тертя кочення?
6. Куди спрямована сила тертя кочення?
7. В яких одиницях СІ вимірюються ($\alpha_0 - \alpha_n$) та коефіцієнт тертя кочення?
8. Який зв'язок між вимірюваннями кута в градусах та в радіанах?

Рекомендована література

1. *Ахматов А.С.* Молекулярная физика граничного трения. – М.: Наука, 1963. – С. 98–104.
2. Лабораторный практикум по физике / Под ред. *А.С. Ахматова*. – М.: Наука, 1980. – С. 74–78.
3. *Левинсон Л.Е.* Техническая механика. – М.: Наука, 1963. – С. 87–91.
4. *Яворский Б.М., Детлаф А.А.* Курс физики: В 3 т. – М.: Наука, 1963. – Т. 1, § 5.5. – С. 116–117.

Лабораторна робота М-26

ВИЗНАЧЕННЯ ПРИСКОРЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ МАШИНИ АТВУДА

Мета роботи: вивчення законів руху тіл та експериментальне визначення прискорення вільного падіння.

Опис приладу

Машина Атвуда (рис. 26.1) – прилад для вивчення законів рівномірного та рівноприскореного поступального руху тіл. Прилад складається з вертикального стояка 15, на верхньому кінці якого на осі 7 закріплено легкий алюмінієвий блок 8, що обертається з малим тертям. Через блок перекинута тоненька нитка 9 з прикріпленими до її кінців тягарцями 3, 12 однакової маси M . Тягарець 12 можна доповнювати тягарцем 11. Вдovж стояка можуть переміщатись кронштейни 2, 4, 5, положення яких фіксується за допомогою шкали 16. На кронштейнах 2 і 4 закріплені фотоелектричні датчики 14 і 17, які спрацьовують під час перетину світлових променів правим тягарцем. За сигналом датчика вмикається і вимикається електричний

секундомір 18. На правий тягарець 12 масою M можна покласти додатковий тягарець 11 масою m , після чого система буде рухатись рівноприскорено (шлях S_1). Тягарець 11 залишається на кільці 13, після чого система рухається рівномірно (шлях S_2). Кронштейни можна переміщати вздовж стояка, змінюючи S_1 і S_2 . Електромагніт 6 може блокувати обертання ролика 8, сповільнюючи рух системи.

Теоретичні відомості

На тіло, розміщене поблизу Землі, діє сила тяжіння Землі. Якщо густина вільно падаючого тіла набагато більша від густини повітря, то силою опору повітря в звичайних умовах можна знехтувати і вважати, що тіло під час вільного падіння перебуває лише під дією сили тяжіння Землі. Прискорення, з яким рухається тіло в таких умовах, називають *прискоренням вільного падіння* g . При зміні висоти H над земною поверхнею прискорення g змінюється, але якщо H набагато менша від радіуса Землі (6400 км), то силу земного тяжіння можна вважати сталою, а рух – рівноприскореним. Числове значення g залежить від географічної широти (змінюється від $9,83 \text{ м/с}^2$ для полюсів до $9,78 \text{ м/с}^2$ для екватора). Це зумовлено обертанням Землі навколо своєї осі. Крім того, на значення g впливають відхилення від правильної кулеподібної форми Землі і геологічна структура земної кори. Значення $g = 9,8066 \text{ м/с}^2$, що відповідає 45° географічної широти, умовно вважають "нормальним".

У даній роботі розраховується значення прискорення вільного падіння за допомогою машини Атвуда. Якщо на правий тягарець 12 покласти додатковий тягарець 11, то система вантажів і блок почнуть рухатись. Якщо знехтувати тертям в осі блока, масами блока і нитки внаслідок їх малості в порівнянні з M і вважати, що нитка не розтягується, то другий закон динаміки для правого і лівого тягарців матиме вигляд:

$$(M + m)a = (M + m)g - T; \quad -Ma = Mg - T,$$

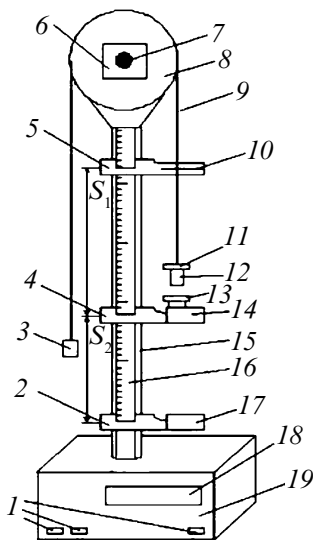


Рис. 26.1

де a – прискорення поступального руху; T – сила реакції нитки; g – прискорення вільного падіння.

Для системи рівнянь маємо розв'язок:

$$g = \frac{2M+m}{m}a. \quad (26.1)$$

Для визначення a розглянемо рух тіла на ділянках S_1 і S_2 . Шлях S_1 правий тягарець проходить рівноприскорено за час t_1 :

$$S_1 = \frac{at_1^2}{2}. \quad (26.2)$$

Кінцева швидкість тягарця на шляху S_1

$$V = at_1. \quad (26.3)$$

Тягарець II знімається кільцем 13 , і шлях S_2 тягарець 12 проходить рівномірно зі швидкістю V :

$$S_2 = Vt, \quad (26.4)$$

де t – час рівномірного руху на шляху S_2 (фіксується електронним секундоміром). З рівнянь (26.2), (26.3) і (26.4) отримаємо $a = \frac{S_2^2}{2S_1t^2}$.

Підставивши значення a в (26.1), знайдемо

$$g = \frac{2M+m}{m} \cdot \frac{S_2^2}{2S_1t^2}. \quad (26.5)$$

Порядок виконання роботи

1. Ознайомитись з машиною Атвуда.
2. Установити кронштейни 5 і 4 у певне положення, задаючи таким чином S_1 і S_2 (визначити за шкалою 16, бажано $S_1 > S_2$).
3. Підвісити на блок 8 нитку з тягарцем 12, на який покласти додатковий тягарець 11. Кронштейн 4 повернути так, щоб тягарець 12 проходив при русі через центр кільця 13, не торкаючись при цьому датчиків. Установити за допомогою гвинтів стояк вертикально.
4. Увімкнути прилад в електромережу з напругою 220 В, натиснути кнопку СЕТЬ. Лампочки датчиків повинні загорітися, а інди-

катори 1 електронного секундоміра 18 висвітити "нуль". Натиснути клавішу ПУСК, ролик після цього починає обертатися вільно, оскільки знято блокування електромагнітом 6.

5. Підвести низ тягарця 12 до риски 10 і покласти на нього тягарець 11, притримуючи тягарець 3. Відпустити клавішу ПУСК. Електромагніт 6 заблокує рух системи. Якщо необхідно змінити положення правого тягарця, треба знову натиснути клавішу ПУСК, притримуючи тягарець 3. Блок почне вільно обертатись. Виставивши тягарець 12, клавішу ПУСК відпустити.

6. Якщо натиснути ПУСК, система почне рухатись рівноприскорено. Після проходження тягарцем шляху S_1 кільце 13 зніме тягарець 11 і тягарець 12 пройде шлях S_2 рівноприскорено, зі швидкістю, набутою при проходженні ділянки S_1 шляху. Час t проходження S_2 зафіксується електронним секундоміром. У момент вимкнення секундоміра (за сигналом датчика 17) система заблокується магнітом 6, хоча клавіша ПУСК натиснута. Записати час t . Натиснути клавішу СБРОС на секундомірі. Блокування системи при цьому відключається, тягарець 12 можна знову встановити по рисці 10 (див. п.5).

7. Дослід за пп. 5–7 повторити 5 разів, не змінюючи m , S_1 і S_2 .

8. Знайти середнє значення t . Розрахувати g за формулою (26.5); Δg визначити методом диференціювання натурального логарифма, Δt – методом середнього. Вважати $\Delta S_1 = \Delta S_2 = 2$ мм (діаметр світлового променя, що падає на фотоеlement), $\Delta M = \Delta m = 0,01$ г, $M = 60$ г. Величина m указана на тягарцях.

9. Порівняти g , розраховане за експериментальними даними, з табличним значенням $g = 9,81$ м/с².

Контрольні питання

1. Що називається прискоренням вільного падіння?
2. Записати закон динаміки для лівого та правого тягарців.
3. Які спрощення були зроблені при виведенні робочої формули для розрахунку g ?
4. Які сили діють на правий тягарець масою $(M + m)$, на лівий тягарець масою M ?
5. Для чого призначені кронштейни 2, 4, 5?
6. Яка точність вимірювання часу електричним секундоміром?
7. При яких умовах можна знехтувати моментом інерції блока?
8. Як залежить значення g від висоти над поверхнею Землі?
9. Як розрахувати Δg ?

Рекомендована література

1. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3 т. – М.: Наука, 1973. – Т. 1, § 18. – С. 62.
2. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Курс общей физики: В 3 т. – М.: Наука, 1963. – Т. 1, § 6. – С. 24.

Лабораторна робота М-27

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІМПУЛЬСУ ТА МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ГІРОСКОПА (ЖИРОСКОПА)

Мета роботи: вивчення закону збереження моменту імпульсу та одержання уявлення про гіроскопічний ефект.

Теоретичні відомості

Гіроскоп (жироскоп) – це вісесиметричне тіло, яке має великий момент інерції відносно осі симетрії і обертається навколо неї з великою кутовою швидкістю. Вісь обертання називається *віссю гіроскопа*.

Перша властивість врівноваженого гіроскопа з трьома ступенями вільності полягає в тому, що його вісь прагне стійко зберігати в світовому просторі наданий їй початковий напрям.

Друга властивість гіроскопа проявляється, коли на його вісь починає діяти сила, яка прагне привести її в рух (тобто яка створює крутний момент відносно центра підвісу), – спостерігається гіроскопічний ефект.

Під дією сили $m\vec{g}$, прикладеної до кінця A осі AO (рис. 27.1),

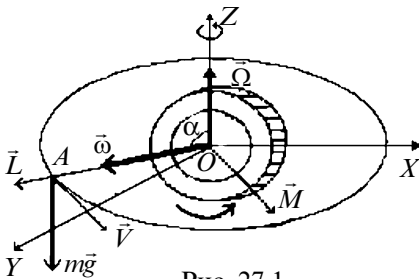


Рис. 27.1

гіроскоп буде відхилятися не в сторону дії сили, як це було б при необертovому роторі, а в напрямі, перпендикулярному до цієї сили. В результаті гіроскоп почне обертатися навколо осі OZ , причому не прискорено, а зі сталою кутовою швидкістю $\vec{\Omega}$. Таке обертання називається *прецесією*. Воно

відбувається тим повільніше, чим швидше обертається навколо своєї осі OA сам гіроскоп. Якщо в якийсь момент часу дія сили припиниться, одночасно припиниться прецесія і вісь OA зупиниться.

Величина кутової швидкості прецесії визначається за формулою

$$\Omega = \frac{\vec{M}}{J\vec{\omega}\sin\alpha} \quad \text{або} \quad \Omega = \frac{m\vec{g}l}{J},$$

де $\vec{M}$ – вектор моменту сили $m\vec{g}$ відносно центра O , $\sin\alpha = \sin(\vec{L} \wedge \vec{\Omega})$; $\vec{\omega}$ – вектор кутової швидкості власного обертання гіроскопа навколо осі OA ; J – момент інерції гіроскопа відносно тієї ж осі; $l = AO$ – відстань від точки прикладання сили до центра підвісу гіроскопа. Із формули видно, що прецесія відбувається тим повільніше, чим більша $\vec{\omega}$, точніше, чим більша величина $\vec{L} = J\vec{\omega}$, яка називається *власним моментом імпульсу гіроскопа*. Для визначення напрямку прецесії гіроскопа необхідно встановити напрямок вектора кутової швидкості $\vec{\omega}$ обертання ротора. Знаючи напрямок вектора прикладеної сили тяжіння $m\vec{g}$ відносно центра O , встановити напрямок вектора моменту $\vec{M}$ діючої сили тяжіння відносно цього центра. Вектор кутової швидкості $\vec{\Omega}$ прецесії спрямований як векторний добуток кутової швидкості $\vec{\omega}$ ротора на вектор моменту сили $\vec{M}$ (див. рис. 27.1).

Основна властивість гіроскопа, яка пояснює його поведінку під дією сил, полягає в тому, що вектор моменту імпульсу $\vec{L} = [\vec{r} \cdot m\vec{V}]$, кг·м²/с ($\vec{r}$ – радіус-вектор, який з'єднує вісь обертання з точкою прикладання імпульсу $m\vec{V}$, $\vec{V}$ – швидкість прецесії) збігається з вектором кутової швидкості $\vec{\omega}$, направленим вздовж центральної головної осі гіроскопа, навколо якої відбувається обертання, тобто $\vec{L} = I\vec{\omega}$. Такий збіг забезпечується гіроскопічними силами.

Розглянемо рух гіроскопа, який обертається навколо горизонтальної осі з кутовою швидкістю $\vec{\omega}$, в полі сил тяжіння. Будемо вважати, що вісь гіроскопа (вовчок) може повертатися навколо деякої точки без тертя (на реальній установці ця сила не дорівнює нулю). Сила тяжіння тягарця 8 масою m , розташованого на важелі 7, який збігається з віссю гіроскопа (рис. 27.2), створює момент сили $\vec{M}$ відповідної величини відносно осі, перпендикулярної до осі обертання гіроскопа (осі Y), $\vec{M} = [\vec{l}\vec{F}]$ – момент зовнішньої сили, Н·м; $\vec{F}$ – зовнішня сила, Н; l – плече зовнішньої сили по осі Y , м.

До гіроскопа зручно застосувати основний закон динаміки обер-

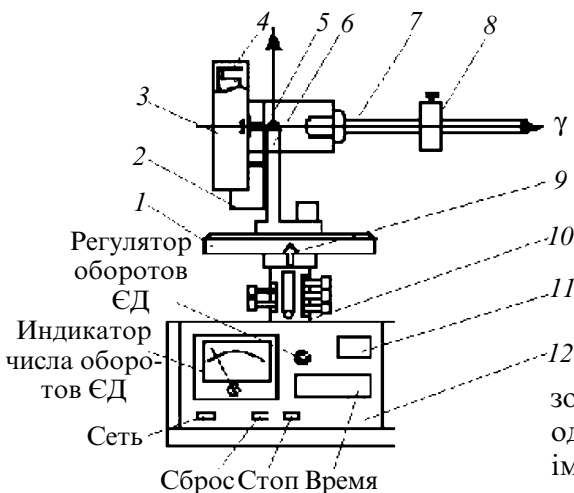


Рис. 27.2

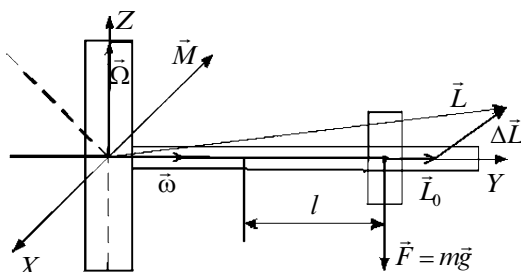


Рис. 27.3

Величина моменту сили M буде визначатися за виразом $M_x = F_x l = mgl$, де $F_x = mg$ – сила тяжіння тягарця 8; l – плече сили F_x відносно осі X . Величина l чисельно дорівнює відстані, на яку зміщується тягарець 8 від початкового положення рівноваги (тобто коли важіль 7 займає горизонтальне положення, а місце знаходження маховика 4 є початком відліку l).

Напрямок моменту $\vec{M}$ перпендикулярний до площини рис. 27.3. Якщо б гіроскоп не знаходився у швидкому обертальному русі, тобто під дією сили $\vec{F}$, його вісь повинна була б нахилитися вправо. Але наявність обертання повністю змінює результат дії сили. Оскільки $d\vec{L} = \vec{M}dt$, то кінець осі почне рухатися в горизонтальній площині. Якщо при цьому $\vec{F}$ зберігає стале значення, то рух кінця осі відбувається зі сталою кутовою швидкістю $\vec{\Omega}$.

тального руху $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$, оскільки зміна $\Delta\vec{L}$ описує безпосередньо рух його осі. Знаючи $\vec{M}$, завжди можна визначити напрям руху осі за співвідношенням

$$d\vec{L} = \vec{M}dt.$$

Під дією моменту зовнішніх сил $\vec{M}$ гіроскоп одержить приріст моменту імпульсу $\Delta\vec{L}$. Співвідношення між ними записується таким чином: $\Delta\vec{L} = \vec{M}\Delta t$. При цьому вектор $\Delta\vec{L}$ буде завжди перпендикулярним до площини, в якій лежать вектор $\vec{F}$ і момент імпульсу $\vec{L}_0$ (рис. 27.3).

У даному випадку момент сили F буде обертати гіроскоп відносно осі X , тому напрям вектора $\Delta\vec{L}$ буде збігатися з віссю X . Ве-

Вісь гіроскопа обертається навколо вертикальної осі, яка проходить через точку опори гіроскопа з кутовою швидкістю прецесії $\vec{\Omega}$.

Приріст моменту імпульсу $\Delta L = I\omega\Omega\Delta t$, де I – момент інерції гіроскопа, $\text{кг}\cdot\text{м}^2$; $\Omega = d\alpha/dt$ – кутова швидкість прецесії гіроскопа, рад/с ; ω – кутова швидкість обертання гіроскопа навколо осі симетрії Y , рад/с .

Конструкція приладу FPM-10

Гіроскоп FPM-10 зображений на рис. 27.2. На плоскій основі, оснащений ніжками з регульованою висотою, які дозволяють вирівнювати прилад, закріплена колона. На колоні закріплений кронштейн 10, на якому вмонтовані фотоелектричний датчик 1, зовнішня втулка обертального з'єднання 10. Обертальний з'єднувач дозволяє гіроскопу обертатися навколо вертикальної осі і забезпечувати живлення електродвигуна 5 і фотоелектричного датчика 2. Електродвигун змонтований на кронштейні 6 таким чином, що може повертатися на невеликий кут у вертикальній площині. На валу двигуна закріплений маховик 4, захищений екраном 3. На важелі 7 з метричною шкалою закріплений тягар 8 масою $m = (0,59 \pm 0,05)$ кг. Переміщаючи тягар по важелю, можна встановлювати вісь гіроскопа в горизонтальному положенні, залишаючи при цьому центри мас системи поза упорами. Кут повороту гіроскопа навколо вертикальної осі визначається за нанесеною на диск 1 кутовою шкалою при допомозі покажчика 9. Диск 1 має по колу отвори через кожні 5° , переміщення яких підраховує фотоелектричний датчик 1 і передає інформацію про кут повороту гіроскопа в блок управління і вимірювань 12.

Маховик 4 має прорізи по колу, переміщення яких фіксується фотоелектричним датчиком 11; інформація від нього надходить в блок управління і вимірювань, де реєструється число обертів двигуна.

Методика виконання роботи

1. Перевіривши заземлення приладу, підключити його до мережі. Натиснути клавішу СЕТЬ (див. рис. 27.2) на пульті управління і перевірити роботу індикаторів.

2. Маніпулюючи переміщенням тягарця 8 вздовж важеля 7, встановити його вісь у горизонтальному положенні.

3. Повільно повертаючи регулятор обертів електродвигуна впра-

во, встановити швидкість обертання 6000 об/хв, яка фіксується стрілкою приладу індикатора числа обертів.

4. Дати приладу попрацювати не більше двох хвилин. Потім виключити його, відводячи ручку регулятора обертів електродвигуна вліво до клацання.

5. Змістити тягар 8 вздовж важеля 7 на чотири великих поділки і знову запустити двигун. Переміщаючи ручку регулятора числа обертів вправо, встановити швидкість 6000 об/хв.

6. Для здійснення відліку кута повороту та часу натиснути клавішу СБРОС. На індикаторах кута і часу почнеться відлік. Як тільки у віконці індикації кута повороту гіроскопа навколо вертикальної осі висвітиться цифра, на одиницю менша за необхідний кут повороту (кут повороту задається викладачем, 30°... 90°), натиснути клавішу СТОП, при цьому автоматично зафіксується кут повороту та час.

7. Необхідно пам'ятати, що цифру, яка висвітилась в індикаторі кута повороту, необхідно помножити на 10, щоб значення одержувалися в градусах.

8. Повторити дослід три рази, змінюючи момент зовнішньої сили M . Це можна зробити, змінюючи значення плеча відносно початко-

вого положення рівноваги.

9. Результати експерименту занести до таблиці.

10. Обчислити кутову швидкість прецесії

гіроскопа навколо осі Z , виразивши зміну кута повороту гіроскопа в радіанах:

$$\Omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}.$$

11. Визначити момент зовнішньої сили $M = mgl$, де l виразити в метрах; $m = (0,59 \pm 0,05)$ кг; $g = 9,81$ м/с².

12. Обчислити момент імпульсу гіроскопа та момент інерції:

$$L = \frac{M}{\Omega}; \quad I = \frac{L}{\omega}.$$

13. Знайти приріст моменту імпульсу гіроскопа за формулою

$$\Delta L_z = J\omega\Omega\Delta t = M\Delta t.$$

14. Розрахувати похибку методом середнього і записати результати обчислень для L та ΔL_1 .

Контрольні питання

1. Сформулювати основний закон динаміки обертального руху.
2. Що таке момент імпульсу?
3. За рахунок чого виникає приріст моменту імпульсу?
4. В якій площині лежить вектор приросту моменту імпульсу?
5. Що створює момент зовнішніх сил в даній роботі?
6. Що таке плече сили?
7. Що характеризує момент інерції?
8. Які властивості твердого тіла характеризує момент інерції, якщо воно бере участь в обертальному русі?
9. Принцип дії гіроскопічного ефекту.
10. Сформулюйте закон збереження моменту імпульсу твердого тіла.
11. В яких одиницях вимірюється момент імпульсу?
12. Що називається прецесією?

Рекомендована література

1. *Матвеев А.Н.* Механика и теория относительности. – М.: Высшая школа, 1986. – С. 191–196.
2. *Савельев И.В.* Курс общей физики: В 3 т. – М.: Наука, 1987. – Т. 1. – С. 161–167.
3. *Яворский Б.М., Детлаф А.А.* Курс общей физики: В 3 т. – М.: Наука, 1963. – Т. 1, § 6. – С. 85–87.

ЗМІСТ

<i>Лабораторна робота М-20. Визначення моменту інерції маятника Максвелла</i>	3
<i>Лабораторна робота М-21. Визначення модуля зсуву сталі за деформацією кручення</i>	6
<i>Лабораторна робота М-22. Визначення моменту інерції тіла за допомогою маятника обербека</i>	12
<i>Лабораторна робота М-23. Визначення швидкості польоту кулі за допомогою балістичного крутильного маятника</i>	15
<i>Лабораторна робота М-24. Визначення земного прискорення за допомогою математичного та оборотного маятників</i>	20
<i>Лабораторна робота М-25. Визначення коефіцієнта тертя за допомогою похилого маятника</i>	26
<i>Лабораторна робота М-26. Визначення прискорення вільного падіння за допомогою машини Атвуда</i>	30
<i>Лабораторна робота М-27. Визначення моменту імпульсу та моменту інерції гіроскопа (жироскопа)</i>	34